

UNIVERZITET U BEOGRADU
TEHNOLOŠKO METALURŠKI FAKULTET

Ljubinko B. Timotijević

**RADIJACIONA KOMPATIBILNOST
TANKOSLOJNIH OTPORNIKA U
INTEGRISANOJ TEHNOLOGIJI**

Doktorska disertacija

Beograd, 2021

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF TECHNOLOGY AND METALLURGY

Ljubinko B. Timotijević

**RADIATION COMPATIBILITY OF THIN
LAYER RESISTORS IN INTEGRATED
TECHNOLOGY**

Doctoral dissertation

Belgrade, 2021

MENTORI:

dr Aco Janićijević, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Tehnološko metalurški fakultet

dr Nenad Kartalović, naučni saradnik
Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički institut „Nikola Tesla“

ČLANOVI KOMISIJE:

dr Rajko Šašić, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Tehnološko metalurški fakultet

dr Saša Kočinac, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Tehnološko metalurški fakultet

dr Dragan Kovačević, naučni savetnik
Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički institut „Nikola Tesla“

DATUM ODBRANE: _____

RADIJACIONA KOMPATIBILNOST TANKOSLOJNIH OTPORNIKA U INTEGRISANOJ TEHNOLOGIJI

Rezime

U radu se razmatra dejstvo nuklearnog i elektromagnetnog zračenja na tanke izolacione slojeve koji su presudni u odvajanju elektronskih komponenti i struktura u višeslojnim gusto pakovanim integrisanim kolima. Naime, smanjenje debljine aktivnih i pasivnih slojeva integrisanih kola čini iste veoma osetljivim na dejstvo jonizujućeg zračenja i pojave prenapona atmosferskog i komutacionog porekla. Paralelno sa proizvodnjom takvih elektronskih kola razvoj tehnologije je doveo do povećanja nuklearne i elektromagnetne kontaminacije životne sredine. Istovremena pojava tankih višeslojnih elektronskih kola i nuklearne kontaminacije rezultirala je sinergijom koja je ograničila dalju minimizaciju elektronskih komponenti i sklopova postavivši jasnu granicu do koje ona može da ide. U pogledu dejstva nuklearnog zračenja i prenapona posebno je nepoželjan efekat koji može da dovede do proboja tankih izolacionih struktura. Takav efekat dovodi do kratkog spajanja elektronskih sklopova i komponentata čime se u potpunosti uništava višeslojno gusto pakovano integrisano kolo kao i ukupan sistem u koji je to kolo ugrađeno. Posebno nepovoljna situacija je kada se dejstvom jonskog zračenja stvori veće oštećenje u izolacionom sloju koje onda probiju i prenaponi submilivoltnog intenziteta, tj. kada dođe do sinergije između mehanički razarajućeg dejstva jonskog zračenja i električnog razaranja brzih prenaponskih pojava.

Da bi se dobila slika o pouzdanosti komercijalnih električnih višeslojno integrisanih elektronskih komponenti u polju jonskog zračenja u ovom radu se opredelilo za numericki eksperiment primenom metode Monte Karlo. Pri tome je izabran optimalan generator slučajnih brojeva i napravljen je model ispitujućeg višeslojnog integrisanog kola pogodan za primenu postavljenog numeričkog eksperimenta. Realni eksperiment, koji je lakše izvodljiv, je izbegnut pošto se njime dobija integralna radijaciona kompatibilnost, a ne i diferencijalna, kao u slučaju numeričkog eksperimenta.

Monte Karlo simulacije transporta protona kroz tanke slojeve SiO_2 , AlN , Al_2O_3 i polikarbonata su pokazali da su navedeni slojevi imuni na prolazak protona sa energijama većim od ~ 10 MeV. Nejonizujuć gubici energije ovih visokoenergetskih protona su mali i oni prolaze kroz slojeve bez mnogo atomskog rasejavanja. U donjem delu istraženog opsega protonske energije (od 10 keV do 1 MeV), treba očekivati značajne gubitke jonizacije. Jonizacija i oštećenja uzrokovana pomeranjima usled prolaska protona mogu uticati na svojstva pomenutih izolatora i ugroziti njihovu pouzdanost u složenim sklopovima i uređajima. Tačkasti defekti, od kojih su neki donori nosača naelektrisanja, nastaju u ozračenim izolatorima kao rezultat pomeranja (dislokacije) atoma. Visoko reaktivni slobodni radikali koji se mogu pojaviti u ozračenom leksanu izazivaju cepanje lanca i/ili umrežavanje, što utiče na izolaciona svojstva polikarbonatnih slojeva.

Ključne reči: tankoslojni izolacioni materijali, višeslojna integrisana kola, polje jonskog zračenja, generatori slučajnih brojeva, Monte Karlo metoda.

Naučna oblast: Tehnološko inženjerstvo

Uža naučna oblast: Inženjerstvo materijala

UDK broj:

RADIATION COMPATIBILITY OF THIN LAYER RESISTORS IN INTEGRATED TECHNOLOGY

Abstract

The doctoral dissertation discusses the effect of nuclear and electromagnetic radiation on thin insulating layers that are crucial in the separation of electronic components and structures in multilayer densely packed integrated circuits. The thickness reducing of the active and passive layers of integrated circuits makes them very sensitive to the effects of ionizing radiation and the occurrence of overvoltages of atmospheric and commutation origin. In parallel with the production of such electronic circuits, the development of technology has led to an increase in nuclear and electromagnetic environmental contamination. The simultaneous emergence of thin multilayer electronic circuits and nuclear contamination has resulted in synergies that have limited further minimization of electronic components and assemblies by setting a clear limit to which it can go. With regard to the effects of nuclear radiation and overvoltage, the effect that can lead to the breakthrough of thin insulating structures is particularly undesirable. Such an effect leads to a short circuit of electronic assemblies and components, which completely destroys the multilayer densely packed integrated circuit as well as the overall system in which the circuit is installed. A particularly unfavorable situation is when the action of ion radiation creates greater damage in the insulating layer, which then breakthrough even overvoltages of submilivolt intensity, ie. when there is a synergy between the mechanically destructive effect of ion radiation and the electrical destruction of rapid surges.

In order to obtain a picture of the reliability of commercial electrical multilayer integrated electronic components in the field of ion radiation, in this doctoral dissertation we decided on a numerical experiment using the Monte Carlo method. In doing so, the optimal random number generator was chosen and a model of the test multilayer integrated circuit suitable for the application of the set numerical experiment was made. A real experiment, which is easier to perform, is avoided because it gives integral radiation compatibility, and not differential, as in the case of a numerical experiment.

Monte Carlo simulations of proton transport through thin layers of SiO₂, AlN, Al₂O₃ and polycarbonate have shown that the investigated layers are immune to the passage of protons with energies higher than ~10 MeV. Nonionizing energy loss of these high energy protons is low, and they traverse the layers without much atomic displacement. In the lower part of the investigated proton energy range (from 10 keV to 1 MeV), however, substantial ionization losses are to be expected. Ionization and displacement damage produced by protons could influence the properties of these insulators and compromise their reliability within complex structures and devices. Point defects, some of which are charge-carrier donors, arise in irradiated insulators as a result of atomic displacements. Highly reactive free radicals that can appear in irradiated lexan cause chain scission and/or cross-linking, which then affects the insulating properties of polycarbonate layers.

Keywords: thin layer insulating materials, multilayer integrated circuits, ion radiation field, random number generators, Monte Carlo method.

Scientific field: Technology Engineering

Scientific subfield: Materials Engineering

UDC number:

ZAHVALNICA

Na prvom mestu bih se zahvalio boginji sreće Fortuni koja mi je pružila jedinstvenu priliku da u životu budem okružen divnim i dobrim ljudima. Za sve što sam postigao do sada treba da zahvalim njima i „elan vital“ koji su mi indukovali. Da, njima trebam da zahvalim na svim oblicima podrške koju su mi davali ovih godina studiranja i bavljenja naučno-istraživačkim radom. Naravno, na prvo mesto dolaze moji mentori: dr Aco Janićijević, redovni profesor, dr Nenad Kartalović, naučni saradnik i pok. dr Boris Lončar, redovni profesor. Pored mentora, ne malu, zahvalnost dugujem i članovima Komisije: dr Rajko Šašić, redovni profesor, dr Saša Kočinac, redovni profesor i dr Dragan Kovačević, naučni savetnik koji su mi mnogim korisnim sugestijama pomogli da konačno uobličim tekst disertacije.

Naravno, moja porodica je to mesto gde sam uvek nalazio mir, podršku i maksimalno razumevanje. Hvala im na tome!

I na kraju želim da istaknem da je moj dragi tata bio taj koji me je, svojim primerom i beskrajnom dobrotom, uvek vodio kroz život te je najmanje što mogu njemu da posvetim ovaj rad.

SADRŽAJ

1. UVOD.....	3
2. KARAKTERISTIKE ELEKTROTEHNIČKIH MATERIJALA.....	4
2.1. Energetska struktura.....	4
2.2. Osobine izolatora.....	13
3. DEJSTVO ZRAČENJA NA MATERIJALE.....	25
3.1. Dejstvo čestičnog zračenja.....	25
3.2. Dejstvo elektromagnetnog zračenja na materijale.....	26
4. MONTE-CARLO METOD.....	45
4.1. Slučajni brojevi.....	48
4.2. Transformacije raspodela slučajnih brojeva.....	55
4.3. Algoritmi za generisanje slučajnih brojeva.....	58
4.4. Primene Monte-Carlo simulacija u nuklearnoj fizici.....	69
4.5. Greška Monte-Carlo simulacija.....	82
5. INTEGRISANA TEHNOLOGIJA ELEKTRONSKIH KOLA.....	83
5.1. Proizvodnja integrisanih kola.....	90
6. IZOLACIONE METODE.....	93
7. RADIJACIONI EFEKTI U IZOLATORIMA IZRAĐENIM U INTEGRISANOJ TEHNOLOGIJI.....	98
7.1. Zaustavna moć.....	98
7.2. Rezultati simulacija.....	101
7.3. Analiza rezultata.....	102
8. ZAKLJUČAK.....	115
Literatura.....	116
BIOGRAFIJA.....	123
IZJAVA O AUTORSTVU.....	124

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada	125
IZJAVA O KORIŠĆENJU	126
OCENA IZVEŠTAJA O PROVERI ORIGINALNOSTI DOKTORSKE DISERTACIJE	128

1.UVOD

Tanki slojevi izolatora sreću se u najrazličitijim vrstama mikroelektroskih komponenti. Uloge ovih izolacionih slojeva kreću se od površinske pasivizacije čipova do specifičnih funkcija i primena, kao što su lateralna izolacija komponenti u planarnoj tehnologiji, dielektrici kondenzatora ili tunel oksidi u ćelijama fleš memorija. U zavisnosti od svrhe unutar struktura i uređaja, izolatorski slojevi se izrađuju od različitih materijala i u različitim debljinama.

S obzirom da se od mnogih elektronskih uređaja očekuje da rutinski rade u radijacionim sredinama, tj. u uslovima izloženosti jonizujućem i nuklearnom zračenju, izučavanje efekata zračenja na osobine izolatorskih filmova je od izuzetnog značaja. Realna fizička ozračivanja elektronskih komponenti na akceleratorским postrojenjima najčešće su skupa i dugotrajna, zbog čega se radijaciona otpornost materijala i komponenti poslednjih godina sve češće analizira pomoću numeričkih simulacija transporta zračenja kroz materijale.

U ovom radu istražen je uticaj jonskih snopova na pet izolatorskih materijala, koji se često primenjuju u savremenim elektronskim komponentama: silicijum dioksidu, aluminijum nitridu, alumini i polokarbonatu. Radijacioni efekti su proračunati i upoređeni za ispitivane izolatore na osnovu Monte Carlo simulacija transporta jona.

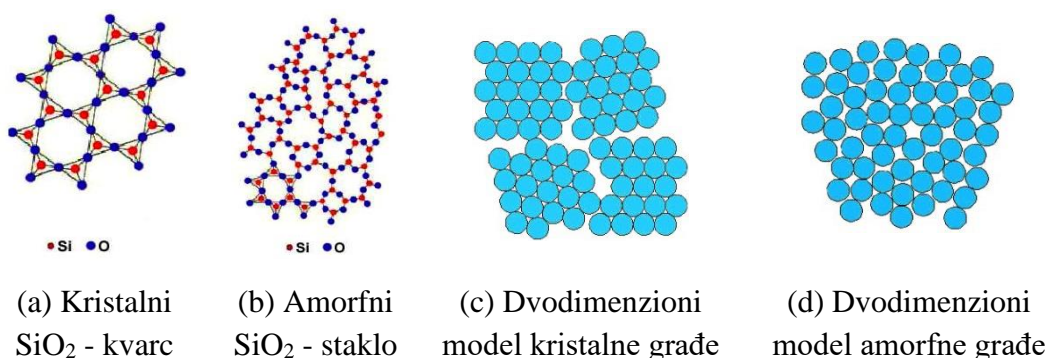
2. KARAKTERISTIKE ELEKTROTEHNIČKIH MATERIJALA

Nastajanje potencijalne razlike kao i mogućnost stvaranja električne struje (usmereno kretanje naelektrisanja) se javlja kod nekih grupa materijala pri izlaganju spoljašnjem električnom polju kao i pri određenim temperaturama, mehaničkim istezanjima itd. Provodnici se definišu kao materijali u kojima dolazi do stvaranja električne struje u prisustvu spoljašnjeg električnog polja. Izolatori su materijali koji ne provode struju tako što razdvajaju električne potencijale. Poluprovodnici predstavljaju treću grupu elektrotehničkih materijala [1, 2]. Podela na poluprovodnike i dielektrike se vrši na osnovu energetske strukture izolatora i tom podelom je izvršena sistematizacija materijala [3].

2.1. Energetska struktura

Kristalna i amorfna materija su karakteristike čvrstog agregatnog stanja. Međutim amorfna materija nije prava čvrsta materija jer omekšava dok se ne otopi pri dovođenju toplote a zbog nedostatka pravilne unutrašnje građe (vosak, staklo, itd).

Uporedne građe kristalnih materija i amorfni materija date su na sl. 2.1 [3,4,5]:



Slika 2.1: Amorfna i kristalna struktura materije [15].

Za razliku od amorfne kristalna materija je geometrijsko telo sa pravilnim oblicima te samim tim poseduju pravilnu unutrašnju građu. Uglovi među površinama su konstantni i karakteristični za tu kristalnu materiju. Trodimenzionalni raspored atoma, molekula i jona određuje spoljni izgled kao i specifična svojstva kristalne materije.

Kristalnu rešetku u prostoru sačinjavaju atomi čiji položaj u njoj definiše vrstu materijala a time i energetska strukturu. To je zbog Paulijevog zakona isključenja koji kaže da dva elektrona sa istim stanjima ne mogu se naći na istom mestu. Navedeno dovodi do podele kvantnih nivoa i njihovog kvantitativnog uvećanja. Time nastaje diskretan međuenerski razmak (10^{-22} eV) dok procesi koji su karakteristični za atom su jasno energetska kvantovani (10 eV) [7].

Pri dejstvu električnog polja ili dovođenjem toplote elektroni koji mogu da budu između podeljenih energetska nivoa kreću se i prelaze iz zone u zonu po Paulijevom principu isključenja i takvi „kvazislobodni“ elektroni mogu se tretirati kao slobodni pri čemu je njihova energija:

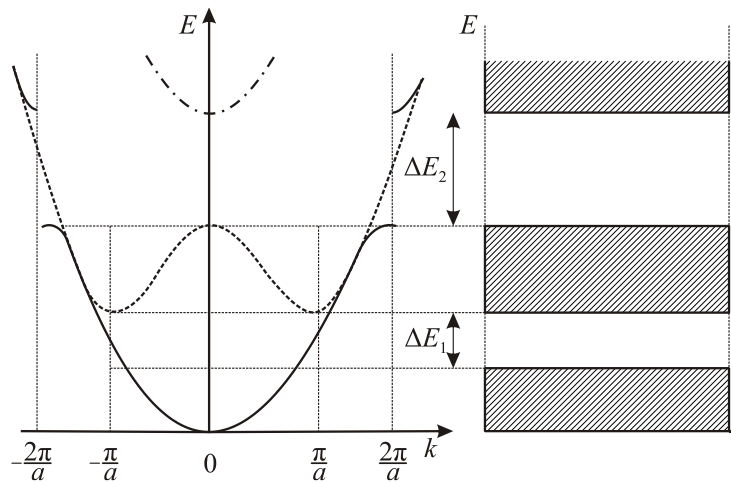
$$E = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{\hbar k^2}{2m_e} \quad (2.1)$$

gde je $k = 2\pi/\lambda$ – talasni broj elektrona na osnovu odgovarajuće de Brogljeve talasne dužine λ .

Iz date jednačine i sl. 2.2 se proističe da kod kristalne rešetke „kvazislobodni“ elektroni imaju kontinualna kvantna energetska stanja zbog parabolne zavisnosti talasnog broja elektrona i njegove energije. Kako je to u suprotnosti sa kvantnomehaničkim sistemom kristalne rešetke moraju se kvantovati energetska stanja i odrediti zabranjene energetske zone za elektrone [8,9].

Prema Bragovom zakonu difrakcije mogu se definisati zabranjene i dozvoljene energetske zone kristalne rešetke koji kaže da ne postoji elektron kome se može dodeliti de Brogljevom talasnom broju $k = n\pi/a$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$) i na sl. 2.2 je dat spektar dozvoljenih energetska nivoa nekontinualnog karaktera (puna linija).

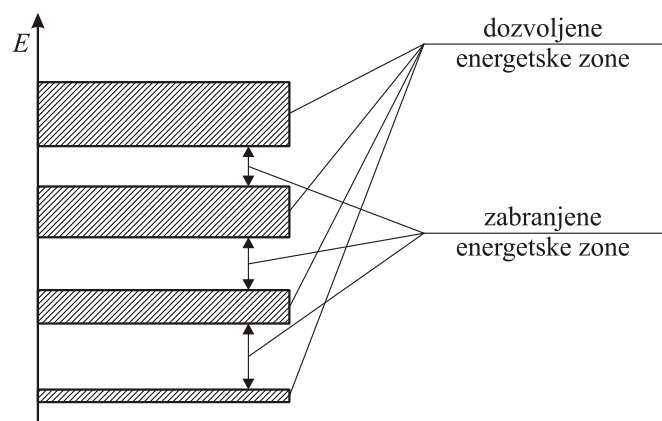
Briluenove zone su zone u kojima dolazi do prekida kontinualne promene energije elektrona i sve zone se mogu svesti na prvu Brilluenovu zonu zbog periodičnosti kristalne rešetke [10-12, 15, 21].



Slika 2.2: Energetska struktura u zavisnosti od talasnog broja.

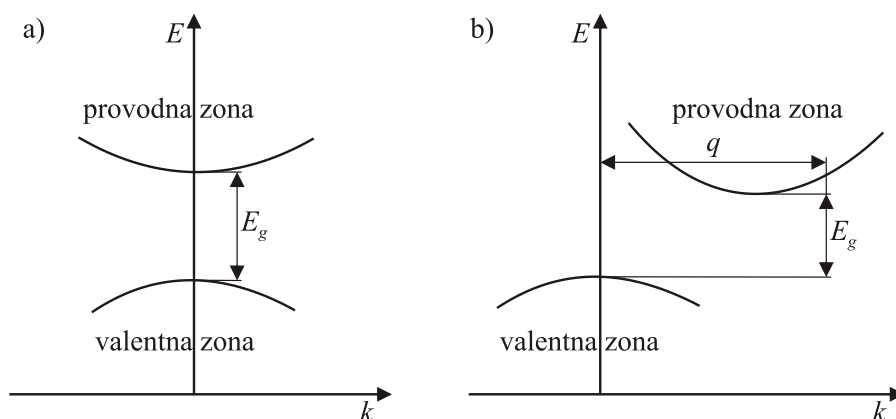
Sa sl. 2.2 se vidi formiranje niza zabranjenih energetske zone zbog približavanja energije elektrona graničnoj Brillouenovoj zoni.

Osnovne energetske zone su: provodna, valentna i zabranjena zona i njihov šematski prikaz je dat na sl. 2.3. Zabranjena zona se naziva i energetske procep. Kretanjem elektrona usled povećane toplote dolazi i do stvaranja struje. Zabranjena zona je razlika između valentnog i provodnog nivoa atoma koji sačinjavaju poluprovodni materijal i predstavlja energiju potrebnu da elektron iz valentnog nivoa pređe u provodni nivo, tj. da napusti matični atom ($E_g = E_p - E_v$, gde je E_p energetske nivo provodne zone sa najmanjom energijom, E_v je energetske nivo valentne zone sa najvećom energijom).



Slika 2.3 Prikaz zonske strukture kristala.

Za određivanje karakteristika materijala koristi se tip energetske procepa koji može biti indirektan ili direktan u zavisnosti da li dolazi do promene talasnog vektora k [15, 25]. Razlika između njih je u brzini prelaska elektrona iz valentne u provodnu zonu. Kod direktnih energetskih procepa prelaz je brži nego kod indirektnih (sl. 2.4) [15-16, 25].



Slika 2.4: Direktni i indirektni prelaz kroz zabranjenu zonu.

Već je napomenuto da pri dovođenju toplote ili spoljašnjeg električnog polja različiti materijali ispoljavaju različite karakteristike i to je zbog dejstva Kulonove sile na naelektrisane čestice kao i zbog tipa veza među naelektrisanim česticama (kovalentna, metalna, jonska, Van der Valsova) [20-21, 25].

Postoji mikroskopsko i makroskopsko kretanje naelektrisanja. Mikroskopsko se javlja pri uticaju spoljašnjeg električnog polja kada su naelektrisane čestice vezane u kristalnoj rešetci oscilujući oko svog ravnotežnog položaja, dok makroskopsko predstavlja haotično kretanje bez uticaja spoljašnjeg polja. Materijali se dele na elektroneprovodne i elektroprovodne u zavisnosti od toga da li je pretežno

makroskopsko ili mikroskopsko kretanje. Za slučaj mikroskopskog efekta pomeranja uvodi se veličina „električna susceptibilnost“ koja predstavlja vezu između spoljašnjeg električnog polja i gustine polarizacije, dok se za makroskopskog kretanja uvodi „specifična električna otpornost“ koja predstavlja odnos između gustine struje i spoljašnjeg električnog polja [23-24].

Specifična električna otpornost (ρ) se može prikazati preko posmatranja elektrona u provodnoj zoni gde oni formiraju elektronski gas koji je karakterističan za metalnu vezu u kristalu. To dovodi do formiranja čvrstih veza između pozitivnih jona.

Kada materijal izložimo električnom polju haotično kretanje postaje usmereno u smeru suprotnom od spoljašnjeg električnog polja gde se ubrzanje koje se dobije usmerenim kretanjem elektrona može izraziti:

$$a = \frac{eE}{m^*} \quad (2.2)$$

gde je E intenzitet vanjskog električnog polja, m^* je prividna (efektivna) masa elektrona. Ovako ubrzani elektroni se sudaraju po principu slučajnosti sa fiksnim atomima metalne rešetke. Tako pređeni put elektrona se može izraziti:

$$x = \frac{a}{2} (\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \dots + \Delta t_i^2 + \dots + \Delta t_n^2) \quad (2.3)$$

gde je Δt_i interval vremena između dve kolizije, dok je srednja vrednost usmerene brzine:

$$\Delta v_d = \frac{x}{l} = a\tau \quad (2.4)$$

gde je τ srednje vreme slobodnog puta elektrona tako da je:

$$\tau = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i} (\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \dots + \Delta t_n^2) \quad (2.5)$$

Na osnovu izraza (2.2) i (2.4) može se izvesti izraz za srednju vrednost usmerene brzine elektrona:

$$\Delta v_d = \frac{eE\tau}{m^*} \quad (2.6)$$

Konstantovano je se struja javlja kao rezultat usmerenog kretanja elektrona u kristalnoj strukturi i gustina te struje je:

$$j = -en\Delta v_d \quad (2.7)$$

gde je n broj kvazislobodnih elektrona. Iz itraza (2.6) i (2.7) sledi:

$$j = \frac{e^2 n \tau}{m^*} E = \sigma E \quad (2.8)$$

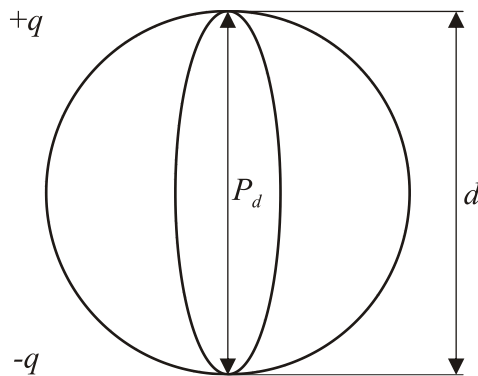
gde je σ specifična električna provodnost. Inverzna vrednost σ je specifična električna otpornost ρ :

$$\rho = 1/\sigma \quad (2.9)$$

Izraz (2.8) je Omov zakon u lokalnom obliku. Pokretljivost noilaca naelektrisanja μ se definiše kao odnos specifične električne provodnosti i broja kvazislobodnih elektrona:

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*} \Rightarrow \sigma = en\mu \quad (2.10)$$

Već pomenuta električna susceptibilnost koja se javlja pri pretežno mikroskopskom efektu pomeranja predstavlja odnos između vanjskog električnog polja i gustine polarizacije što dovodi do električne polarizacije u materijalu zbog pojave dipola. Kod dipola zbog uticaja vanjskog električnog polja negativna strana se orijentiše nasuprot smeru polja a pozitivna u smeru polja (sl. 2.5) [23-24, 26].



Slika 2.5: Šematski prikaz električnog dipola

Dipolni moment fizički opisuje dipol i može se izraziti:

$$P_d = qd \quad (2.11)$$

gde je q količina naelektrisanja, d je najkraće rastojanje između dva naelektrisanja koja formiraju dipol. Pravac dipolnog momenta se poklapa sa d dok je smer od negativnog ka pozitivnom naelektrisanju. Kada se smer dipola poklapa sa smerom spoljašnjeg

električnog polja u svim pravcima radi se o izotropnom dielektriku. Dipolni moment se može izraziti i kao:

$$P = NP_d \quad (2.12)$$

gde je P polarizacija, P_d dipolni moment a N je broj dipolnih momenata u jedinici zapremine datog dielektrika. Srednja vrednost dipolnog momenta:

$$P = \alpha E_{lok} \quad (2.13)$$

gde je α polarizabilnost tj. mera dielektrične propustljivosti materijala. Lokalno električno polje E_{lok} predstavlja uticaj vanjskog električnog polja i polja koje je posledica uticaja dipolnih momenata svih atoma u okruženju neke odabrane tačke. Sledi da je ukupna jačina električnog polja zbir vektora lokalnog polja i vektora sopstvenog električnog polja dipola E_{vl} :

$$E = E_{lok} + E_{vl} \quad (2.14)$$

Srednja vrednost sopstvenog električnog polja dipola u zadatoj zapremini V dielektrika je:

$$E_{vl} = \frac{1}{V} \int_V E dV \quad (2.15)$$

sledi:

$$E_{vl} = \frac{N\alpha P}{3\epsilon_0} \quad (2.16)$$

Na osnovu izraza (2.13), (2.15), (2.16) sledi:

$$P = \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}} E = \chi_e E \quad (2.17)$$

gde je χ_e električna susceptibilnost materijala i može se opisati sa:

$$\chi_e = \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}} \quad (2.18)$$

Materijali se dele na osnovu energetske strukture tako da kada je zabranjena zona veća od 3.5 eV onda su to dielektrični materijali tj. izolatori. U slučaju kada je energetski procep manji od 3.5 eV onda su to poluprovodnici. Kod izolatora je je valentna zona popunjena i elektroni nemaju dovoljno energije za prelaz u provodnu zonu dok kod provodnih materijala valentna zona je slabo popunjena i pod dejstvom spoljašnjeg električnog polja elektroni lako prelaze u provodnu zoni čime dolazi do stvaranja električne struje [18, 23-24].

U Tabeli 2.1 prikazane su vrednosti specifične električne otpornosti provodnika, poluprovodnika i izolatora (dielektrika) koja je bila fizički parametar za staru sistematizaciju električnih materijala jer se ona može relativno lako odrediti za sve materijale.

Tabela 2.1. Podela elektrotehničkih materijala prema specifičnoj otpornosti.

Provodnici				
Materijal	Srebro	Bakar	Kantal	Manganin
Specifična električna otpornost, ρ , Ωm	$1,65 \cdot 10^{-8}$	$1,724 \cdot 10^{-8}$	$145 \cdot 10^{-8}$	$50 \cdot 10^{-8}$

Poluprovodnici				
Materijal	Selen	Indijum antimonid	Silicijum	Kalaj
Specifična električna otpornost, ρ , Ωm	10^{10}	10^{-3}	$10^{-5}-10^4$	$2 \cdot 10^{-6}$
Dielektrici				
Materijal	Mermer	Liskun	Polistirol	Kvarc
Specifična električna otpornost, ρ , Ωm	10^6	10^{13}	10^{16}	10^{17}

Specifična otpornost iznosi za:

- provodne materijale $10^{-6} - 10^{-8} \Omega\text{m}$
- poluprovodnike $10^{-6} - 10^{10} \Omega\text{m}$
- dielektrike $10^6 - 10^{17} \Omega\text{m}$.

Podela materijala prema energetskej strukturi je tačnija od podele prema specifičnoj otpornosti jer tu dolazi do preklapanja vrednosti koje su u graničnoj oblasti [21-23].

2.2. Osobine izolatora

Za razliku od osobina provodnih materijala gde je omogućen prenos energije kod izolatora dolazi do polarizacije zbog spolašnjeg električnog polja. Izolatore još karakteriše visoka vrednost zabranjene zone kao i specifične električne otpornosti [22-24].

Izolatore još definiše vlažnost, temperatura, mehaničke deformacije kao i učestanost i navedene osobine izolatora se određuju preko: faktora dielektričnih gubitaka, relativne dielektrične konstante, dielektrične čvrstoće, specifične unutrašnje i površinske električne otpornosti.

Između naelektrisanih tela deluju sile. Sile su privlačne ako su tela naelektrisana suprotnim vrstama naelektrisanja, a odbojne ako su tela naelektrisana istim vrstama naelektrisanja. Na osnovu rezultata eksperimenta francuski fizičar Šarl Kulon je utvrdio da sila zavisi od količine naelektrisanja i rastojanja između tela [11, 23-24]:

$$F \sim \frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \quad (2.19)$$

gde je r rastojanje između naelektrisanih tela dok su Q_1 i Q_2 naelektrisanja tela.

Kada se definiše konstanta srazmernosti dobija se Kulonov zakon:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (2.20)$$

gde je ϵ_0 dielektrična permitivnost vakuuma.

Kada sredina nije vakuum onda je:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (2.21)$$

gde je ϵ dielektrična permitivnost te sredine. Iz jednačina (2.20) i (2.21) sledi da je relativna dielektrična permitivnost fizička veličina koja opisuje električnu propustljivost materijala u odnosu na dielektričnu permitivnost vakuuma, tj. količnik dielektrične permitivnosti materijala ϵ i dielektrične permitivnosti vakuuma ϵ_0 [11-14]:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_e \quad (2.22)$$

Relativna dielektrična permitivnost je značajna veličina i uglavnom je konstantna kod izolatora stima da je zavisna od učestanosti ω . Dielektrični pomeraaj se definiše kao:

$$\underline{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \underline{E} = \varepsilon_0 \underline{E} + \underline{P} \quad (2.23)$$

Zamenom izraza (2.12) i (2.14) u (2.23) sledi:

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r \underline{E} = \varepsilon_0 \underline{E} + N\alpha \underline{E}_{lok} \quad (2.24)$$

Klauzijus-Mosotijeva odnos izražava dielektričnu konstantu (relativnu propusnost) materijala u smislu atomske polarizibilnosti. Ime potiče od Ottaviano-Fabrizio Mossottiju i Rudolfu Clausiusu i za čvrste izolatore sledi:

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0} \quad (2.25)$$

Kod gasova međumolekulske interakcije su slabije pa prethodni izraz postaje:

$$\varepsilon_r \gg 1 + \frac{N\alpha}{\varepsilon_0} \quad (2.26)$$

Kondenzator je elektrotehnički element, koji može da čuva energiju u obliku električnog polja između dve elektrode razdvojene izolatorom. Električni kapacitet kondenzatora srazmeran je dielektričnoj permitivnosti ε izolatora i to je veći što je veća

površina elektroda, te što je manji razmak među njima tako da je relativnu dielektričnu permitivnosti moguće izraziti preko promene kapacitivnosti kondenzatora tako što se u prostoru između njegovih ploča umesto vakuuma postavi dielektrični materijal. Slede izrazi:

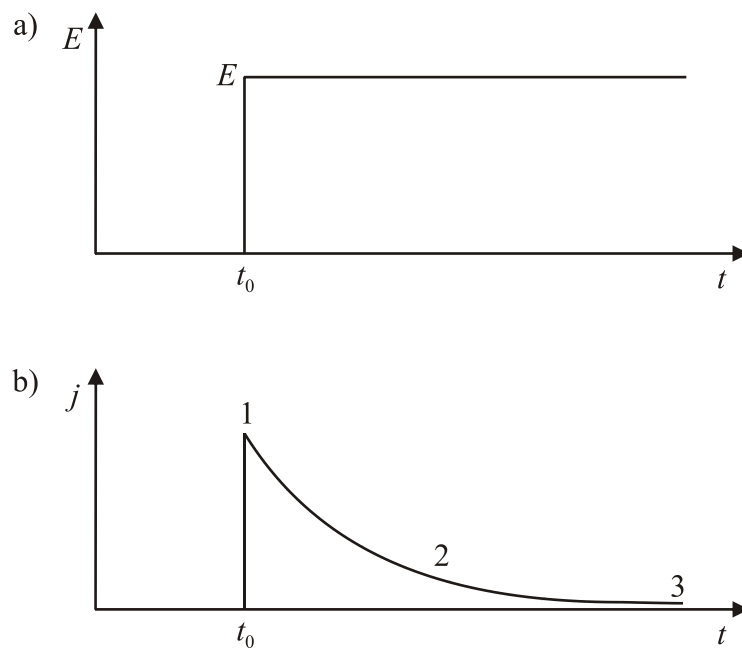
$$Q_0 = C_0 U \quad (2.27)$$

$$Q = CU \quad (2.28)$$

gde je U konstantan napon na krajevima kondenzatora, Q_0 količina naelektrisanja koja se deponuje na njegovim pločama u vakuumu, Q količina naelektrisanja koja se deponuje na njegovim pločama u dielektriku.

Relativna dielektrična permitivnost se može odrediti i preko elektromagnetnog zračenja ultravisoke frekvencije jer tada brzina elektromagnetnih talasa u izolatoru opada $\sqrt{\epsilon_r}$ u odnosu na vakuum [20-24]. Frekvencija kod jednosmerne struje je jednaka nuli dok kod naizmenečne struje je ona veća od nule. Postoje frekvencije za koje relativna dielektrična permitivnost ima negativne vrednosti pa samim tim je dinamička.

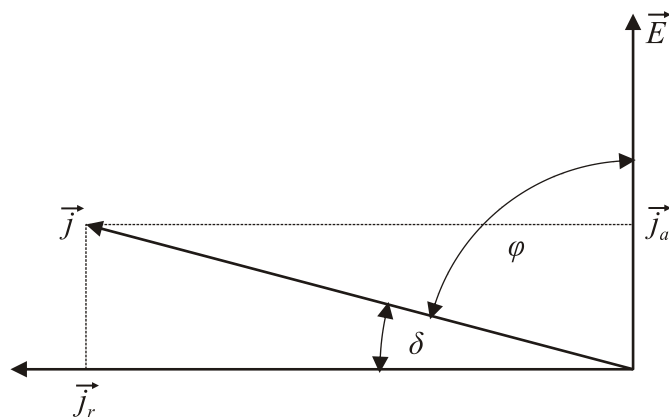
Izolator u spoljašnjem električnom polju zbog polarizacije se zagreva i dolazi do gubitka energije u vidu toplote koja zavisi od vremena izloženosti spoljašnjem električnom polju [24-26]. Posmatranjem gustine struje u izolatoru nakon što je bio izložen spoljašnjem električnom polju mogu se objasniti toplotni gubici, sl. 2.6.



Slika 2.6: Funkcija zavisnosti jačine električnog polja i gustine struje od vremena kod izolatora.

Sa sl. 2.6 se vidi da kriva 1 predstavlja trenutak kada počinje dejstvo spoljašnjeg električnog polja na izolator i tada se uočava skok gustine struje u izolatoru zbog polarizacije. Kriva 2 prikazuje pad gustine struje jer dolazi do usporenja polarizacije sve do struje zasićenja koja ima konstantnu vrednost (kriva 3) [22-24].

Da bi opisali gubitke kod izolatora uvodi se fazni stav φ između vektora struje i napona koji pokazuje odstupanje konkretnog izolatora od idealnog, sl. 2.7.



Slika 2.7: Fazorski odnos struje i napona kod izolatora.

Gubici u izolatoru su dati sledećim izrazom jer je faza između struje (reaktivnog tipa) i napona $\pi/2$:

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \varphi \quad (2.29)$$

Prema sl. 2.7 može se odrediti tangens ugla δ :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{j_a}{j_r} \quad (2.30)$$

gde je $\operatorname{tg} \delta$ faktor dielektričnih gubitaka, j_a aktivna i j_b reaktivna komponenta gustine struje. Kada se nađe u promenljivom spoljašnjem električnom polju faktor dielektričnih gubitaka zavisi od same jačine tog polja, temperature i frekvencije čime se može odrediti tip izolatora [23, 24].

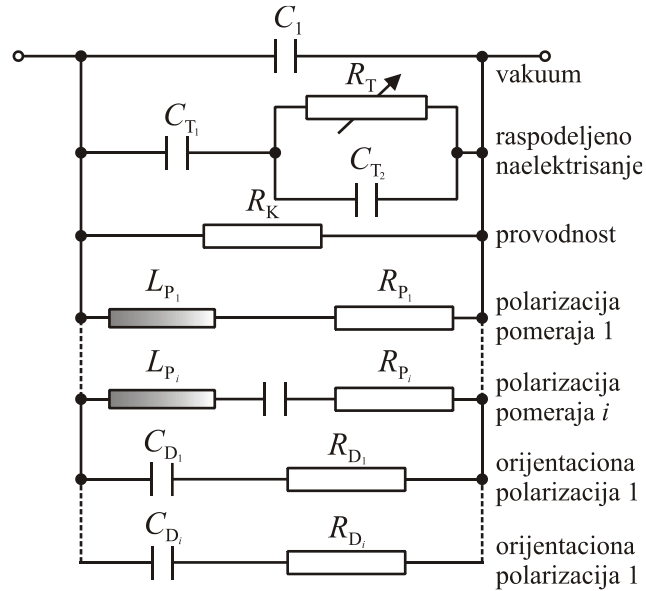
Faktor dielektričnih gubitaka se može još izraziti preko realne ε_r' i imaginarne ε_r'' komponente dielektrične permitivnosti što je povezano sa aktivnom i reaktivnom komponentom gustine struje preko izraza:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{j_a}{j_r} = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'} \quad (2.31)$$

Ugao dielektričnih gubitaka δ je ugao između resultantnog vektora gustine struje i realne ose. Realna komponenta permitivnosti dielektrika je ustvari deponovana električna energija dok imaginarni deo predstavlja dielektrične gubitake.

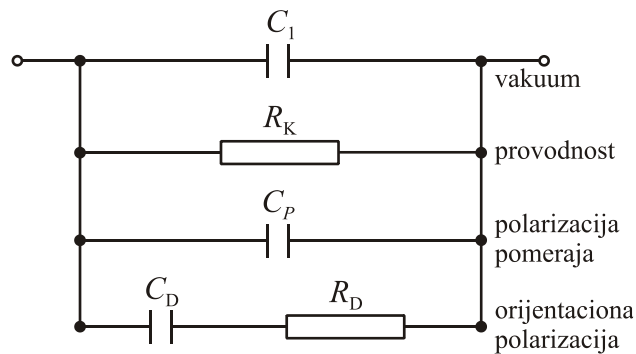
Izolator se može prikazati u vidu realnog kondenzatora čime se dobija bolji uvid u gubitke koji su sastavni deo dielektričnih materijala, sl. 2.8. Na sl. 2.8 su prikazani svi

mehanizmi koji dovode do električnih gubitaka (struja polarizacije, otpornosti, induktivnosti) [19, 20, 24].

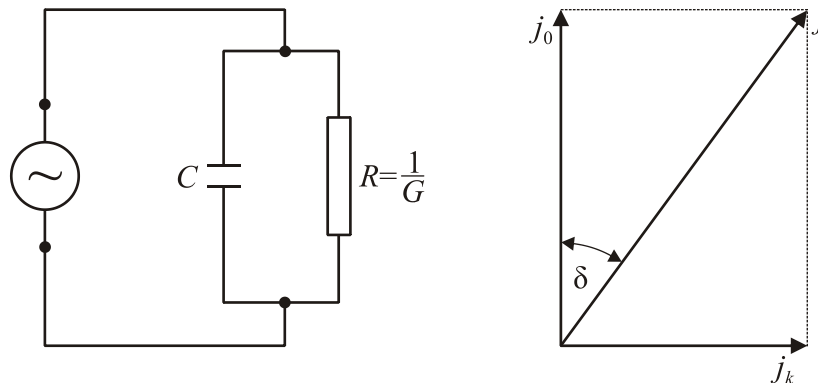


Slika 2.8: Eksperimentalna šema realnog kondenzatora.

Slika 2.8 prelazi u sliku 2.9 kada se realni kondenzator uprosti zbog orijentisane polarizacije koja je dominantnija pri tehničkim frekvencijama, elastične polarizacije kao i zbog toga što su polarizacioni gubici mnogo manji od gubitaka usled provodnosti izolatora. Krajnja šema je data na sl. 2.10 i ona se koristi u praksi.



Slika 2.9: Pojednostavljena šema realnog kondenzatora.



Slika 2.10: Paralelna ekvivalentna šema realnog kondenzatora.

Već je napomenuto da se faktor dielektričnih gubitaka određuje prema izrazu (2.30) i to ne zavisi od šeme kondenzatora. Specifična snaga gubitaka se takođe koristi da bi se odredili gubici u izolatoru i određena je izrazom:

$$p = \frac{P}{V} = E^2 \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \operatorname{tg}(\delta) \quad (2.32)$$

gde je P snaga oslobođene količinae toplote, V zapremina.

Specifične električne otpornosti se samo u praksi ali ne i u teoriji razlikuje kod izolatora, provodnika i poluprovodnika. Električna otpornost materijala kod provodnika se javlja jer se nosioci naelektrisanja – elektroni sudaraju sa atomima metalne kristalne rešetke, dok kod izolatora ti nosioci naelektrisanja se slobodno kreću i po zapremini i po površini tako da postoje površinska i zapreminska dielektrična otpornost.

Kod površinske dielektrične otpornosti dolazi do stvaranja otpora samo po površini izolatora od parazitnih strujnih petlji i time karakteriše graničnu površinu između izolatora i sredine u kojoj se nalazi.

Kod zapreminske dielektrične otpornosti otpor se javlja u unutrašnjosti izolatora i ne tretira površinski otpor ikao takva određuje karakteristike samog izolatora.

Ukupna dielektrična otpornost se dobija kao paralelna veza površinske i zapreminske dielektrične otpornosti [23, 24]. Samim tim i ukupna parazitna struja se dobija zbirom površinske i zapreminske komponente:

I kao što je već napomenuto, ukupna parazitna, tzv. kondukciona struja, kroz dielektrik, $I_c = U/R$, sastoji se od zapreminske, $I_{cv} = U/R_v$, i površinske komponente, $I_{cp} = U/R_p$, i važi jednakost:

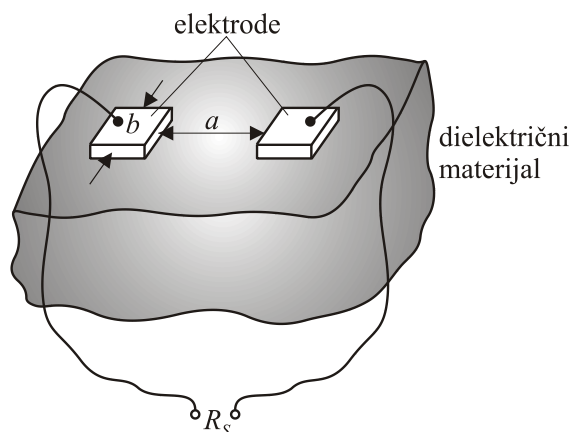
$$I_c = I_{cv} + I_{cp} = U/R = U/R_v + U/R_p \quad (2.33)$$

gde je I_c ukupna struja, I_{cv} zapreminska struja, I_{cp} površinska struja, U napon na krajevima izolatora, R je ukupna otpornost, R_v je zapreminska otpornost i R_p ukupna je površinska otpornost izolatora. Ukupna otpornost izolatora se dobija paralelnom vezom zapreminskog otpora i površinskog otpora, tj.:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_p} \quad (2.34)$$

Specifična površinska otpornost se uglavnom definiše za izolatore u čvrstom agregatnom stanju i na površini takvog izolatora se obično javljaju provodne elektrolitske strujnice koje dodatno utiču na specifičnu otpornost. Takođe, specifična otpornost izolatora je određena i preko obrade same površine i raste kada te površine ne sadrže nečistoće, tako da izolatori čija je površina rapava, porozna imaju nisku specifičnu otpornost. Sledi da temperatura, vlaga, već pomenuto prisustvo nečistoća itd. znatno dovode do smanjenja specifične otpornosti zbog polarizacije.

Da bi odredili površinsku otpornost izolatora konstruisano je kolo prikazano na sl. 2.11 gde je R_s površinska otpornost, a je rastojanje između elektroda i b je širina elektroda.



Slika 2.11: Definicija specifične otpornosti izolatora.

Površinska otpornost se može izračunati na osnovu izraza:

$$R_s = \rho_c \frac{a}{c} \quad (2.35)$$

gde je R_s površinska otpornost, a je rastojanje između elektroda, c je širina elektroda i ρ_c je specifična površinska otpornost.

Izraz (2.35) važi za $b > c$ dok u slučaju kada je $a = c$ sledi da je $R_s = \rho_c$ i očigledno je da specifična površinska otpornost i površinska otpornost imaju istu jedinicu [Ωm] [19-24].

Sledeća bitna veličina koja karakteriše izolatore je dielektrična čvrstoća koja predstavlja onu minimalnu vrednost jačine električnog polja za koju dolazi do proboja u izolatoru i tada dolazi do gubitka izolatorskih svojstava kod dielektrika i dielektrična otpornost opada. Postoje razne vrste posledica električnog proboja u zavisnosti od tipa izolatora.

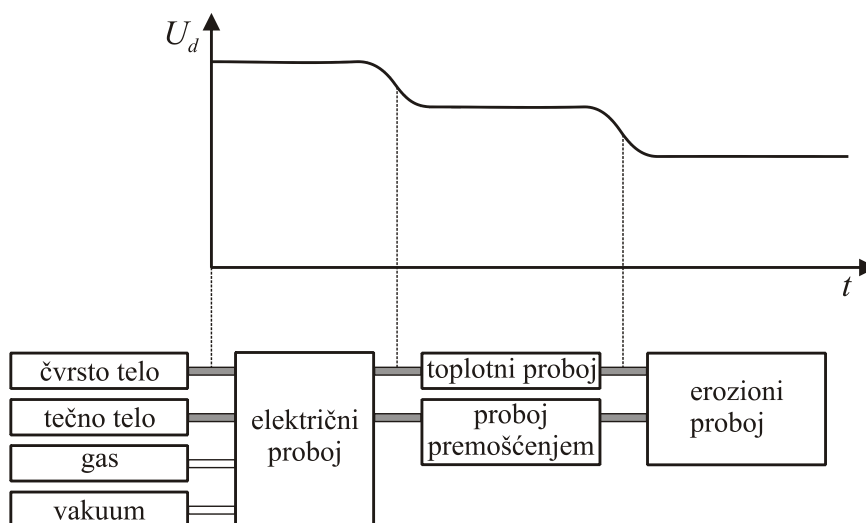
Električni proboj se opisuje veličinom probojni napon koji zavisi od vrste elektroda, oblika izolatora kao i od spoljašnjih uslova. Da bi odredili dielektričnu čvrstoću koristi se eksperiment za određivanje trenutnog električnog proboja. Naime,

izolator se postavi u kvazihomogenom električnom polju koje prave dve elektrode čime se eliminišu ivični efekti. Jednosmerna struja se dovodi na krajeve elektroda do trenutka dok se ne desi trenutni električni proboj [24].

Dielektrična čvrstoća je veoma bitan parametar za određivanje karakteristika izolatora. Postoji osim pomenutog trenutnog proboja postoji i odloženi električni proboj koji se javlja usled dugotrajnog dejstva spoljašnjeg električnog polja na izolator. Dugotrajni električni proboj nastaje usled rasta temperature izolatora (rastu i dielektrični gubici) i javlja se i kod tečnih a i kod čvrstih izolatora. Kod tečnih izolatora elektrohemijski proboj se javlja kao posledica hemijskih reakcija usled delovanja spoljašnjeg električnog polja gde može doći i do elektrolize tečnog izolatora i naziva se još i kao starenje dielektrika.

Trenutni električni proboj se javlja kod gasovitih izolatora kao i u vakuumu usled fotonske jonizacije i ne zavisi od vremena izloženosti u jakom električnom polju. Kod fotonske jonizacije koja se dešava kod proboja gasa (ili vakuuma) nosioci naelektrisanja usled dodatne kinetičke energije jonizuju neutralne molekule koji tokom vraćanja u osnovno stanje emituju fotone koji opet jonizuju neki drugi molekul. Iskra koja prelazi u električni luk je karakteristična pojava za proboje u gasovima (vakuumu).

Probojni napon U_d kao što je rečeno zavisi od agregatnog stanja izolatora ali i od vremena trajanja naprezanja naponom na način prikazan na sl. 2.12.



Slika 2.12: Funkcija zavisnosti probojnog napona izolatora od vremena.

Kod gasovitih izolatora dielektrična čvrstoća raste sa povećanjem pritiska jer opada srednja dužina slobodnog puta naelektrisanja i važi obrnuto. Međutim, kada je pritisak veoma nizak zbog male verovatnoće sudara mogućnost jonizacije molekula je zanemarljiva a time dielektrična čvrstoća raste. Dielektrična čvrstoća se smanjuje u slučaju povećanja temperature jer gustina gasa opada usled rasta srednja dužina slobodnog puta naelektrisanja. Dielektrična čvrstoća još zavisi od stepena vlažnosti kao i od nečistoća (primesa) dok promena frekvencije spoljašnjeg električnog polja slabo utiče na gasovite izolatore.

Dielektrična čvrstoća tečnih izolatora je slična po pitanju proboja sa gasovitim izolatorima jer zavise od udarne jonizacije ali je veća kod tečnih izolatora jer je srednja dužina slobodnog puta naelektrisanja kraća. Kod tečnih izolatora dielektrična čvrstoća zavisi od koncentracije primesa dok je uticaj temperature i pritiska zanemarljiv [17, 19-22].

Kod čvrstih izolatora električni proboj se dešava po sličnom principu kao i kod tečnih i gasovitih izolatora ali su nosioci naelektrisanja pri jonizaciji šupljine i elektroni [24]. Razlika što se gasovi (ili vakuum) zbog regeneracije vraćaju u stanje pre električnog proboja dok čvrsti i tečni izolatori delimično ili potpuno gube izolatorske osobine.

3. DEJSTVO ZRAČENJA NA MATERIJALE

3.1. Dejstvo čestičnog zračenja

Zračenje je proces u kome energetske čestice ili energetski talasi putuju kroz vakuum, ili kroz materiju koja nije neophodna za njihovo prostiranje. Talasi samog medijuma, kao što su vodeni ili zvučni talasi, obično se ne smatraju zračenjem u ovom smislu. Zračenje se može podeliti na jonizujuće i nejonizujuće zračenje u zavisnosti od toga da li jonizuje okolnu materiju i da li postoji dovoljna energija za jonizaciju atoma. Izraz zračenje se obično kolokvijalno primenjuju samo na jonizujuće zračenje (kao što su iks zraci, gama zraci), ali izraz se može primeniti takođe i na nejonizujuće zračenje (radio talasi, mikrotalasi, toplotu i vidljivu svetlost).

U jonizujuća zračenja spadaju α (alfa), β (beta), γ (gama), X (rendgenski zraci), kosmičko zračenje i neutroni. Čestice ili talasi zrače (tj. putuju u svim pravcima) od izvora zračenja. Jonizujuće zračenje se deli na fotonsko i korpuskularno. Nejonizujuće zračenje karakteriše niže energije elektromagnetskog spektra kao i to da energija nije dovoljna da izbaci elektron iz orbite, ali može da ga eksituje (pobudi) [25-27].

Jedan od prvih eksperimenata u oblasti zračenja je bio kod gasova gde se ispitivao električni proboj pri niskim pritiscima. Primećeno je da pri dejstvu spoljašnjeg električnog polja se javljaju katodno, X (iks) i pozitivno zračenje. Kod katodnog zračenja elektroni izleću sa katode sa nekim ubrzanjem pod uticajem električnog proboja. Kod pozitivnog zračenja pozitivni joni prilikom prolaska kroz katodu odlaze iz gasne cevi pod uticajem električnog proboja. Za katodno i pozitivno zračenje važi da skreću u električnom ili magnetnom polju zbog prisustva naelektrisanja. Međutim, kod X (iks) zračenja, elektromagnetno polje nema uticaj jer je to fotonsko zračenje sa visokim energijama [25, 26].

Prirodna radioaktivnost je vrsta jonizujućeg zračenja koje potiče iz prirodnih radioaktivnih izvora čijem dejstvu su izložena sva živa bića od njihovog postanka na Zemlji. U ovu vrstu zračenja na Zemlji ne spada ono koje potiče iz izvora koje je čovek proizveo i proces prirodne radioaktivnosti prati α , β i γ zračenje. Kod α i β zračenja kao i kod pomenutih zračenja (katodno i pozitivno) dolazi do skretanja kada se nađu u

spoljašnjem magnetnom i električnom polju jer sadrže naelektrisane nosioce različite prirode. Način na koji naelektrisanje skreće pri uticaju spoljašnjeg magnetnog i električnog polja služi za određivanje mase i naelektrisanja jona i elektrona [25-28].

Alfa zračenje se sastoji od alfa čestica. Alfa čestice su jezgra atoma helijuma koje se sastoji od dva protona i dva neutrona, dakle alfa čestice su pozitivno naelektrisane čestice, i zbog relativno velike mase imaju malu probojnu moć. Alfa zraci se mogu zaustaviti jednim listom papira, domet alfa zračenja je nekoliko centimetara. Beta zračenje se sastoji beta čestica. Beta čestice su u stvari elektroni. Beta zračenje ima manju energiju nego alfa zračenje, ali ima veći domet u vazduhu (nekoliko metara) zaustavlja ga aluminijumska ploča debljine nekoliko milimetara. Pri beta raspadu ne menja se maseni broj (A) kod novonastalog jezgra, ali je redni broj (Z) veći za jedan (misli se na potomka Y).

Za razliku od alfa i beta zračenja gama zračenje su u stvari elektromagnetni talasi, isto kao i vidljiva svetlost. Slabijeg inteziteta su od beta zračenja, ali imaju znatno veći domet. Gama zračenje se može zaustaviti pomoću debelog sloja olova, betona ili vode. Pri gama raspadu se ne menja ni redni broj (Z) kao ni maseni broj (A). Samostalan gama raspad je nemoguć, on se obično javlja kao prateća pojava alfa i beta raspada. Gama zračenje je najopasnije ali kada alfa radioaktivna čestica dospe u organizam posledice su štetnije.

3.2. Dejstvo elektromagnetnog zračenja na materijale

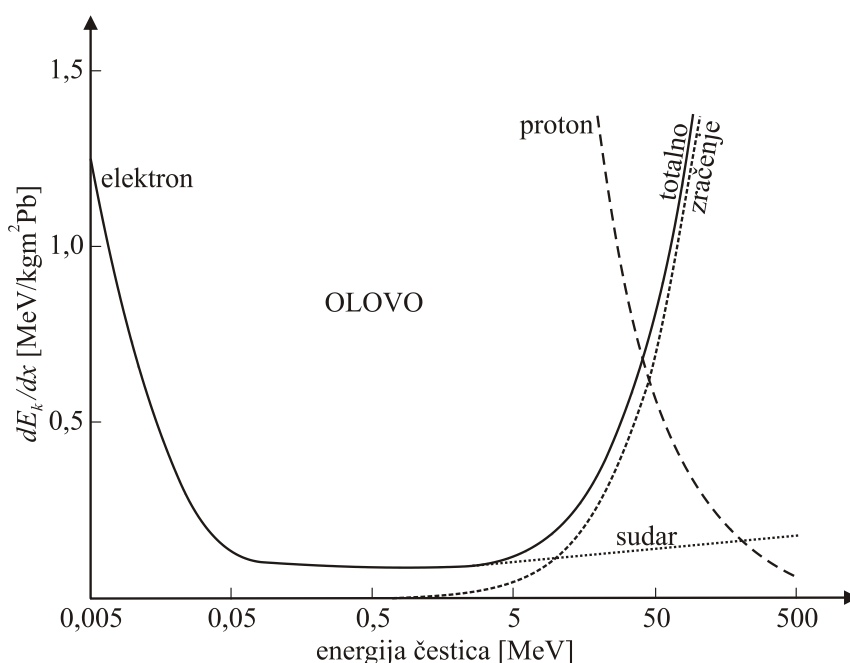
Prilikom sudara naelektrisanih čestica pri prolasku kroz neki materijal dolazi do sudara sa vezanim elementima (na primer elektronima u atomu) čime naelektrisana čestica odaje deo svoje kinetičke energije i menja smer kretanja, dok elektron koji je mirovao uzmiče i dobija prenetu energiju čime se stvara kao δ zračenje.

U slučaju kada je u pitanju kolizija naelektrisanja koja su teža a meta je atomsko jezgro dolazi do dejstva elektrostatičke sile koja je odbojna i upadno naelektrisanje skreće pod velikim uglom sa malom promenom brzine [25-29].

Kod lakih naelektrisanja prilikom sudara sa elektronom koji je vezan dolazi do velikog prenosa energije jer su sličnih masa a rasejanje se može odigrati skor pod

pravim uglom. Kada laka naelektrisanja dođu u koliziju sa atomskim jezgrom onda ugao rasejanja može biti i veći od pravog ugla zbog nesrazmernosti masa. I u ovom slučaju se javljaju elektrostatičke sile ali privlačne koje usporavaju upadno naelektrisanje čime dolazi do zakočnog zračenja [30, 31].

Čerenkovljev efekt ili Čerenkovljevo zračenje je elektromagnetno zračenje koje nastaje pri prolasku naelektrisanih čestica kroz optičku sredinu (npr. vodu) brzinom većom od brzine svjetlosti u tom sredstvu (ali ne većom od brzine svjetlosti u vakuumu) i posledica je radijacionih gubitaka kao i zakočno. Služi u nuklearnoj fizici za detekciju brzih električki nabijenih čestica i za mjerenje njihovih brzina (Čerenkovljev brojač).



Slika 3.1: Funkcija zavisnosti energije naelektrisanih čestica od upadnog snopa kod olova.

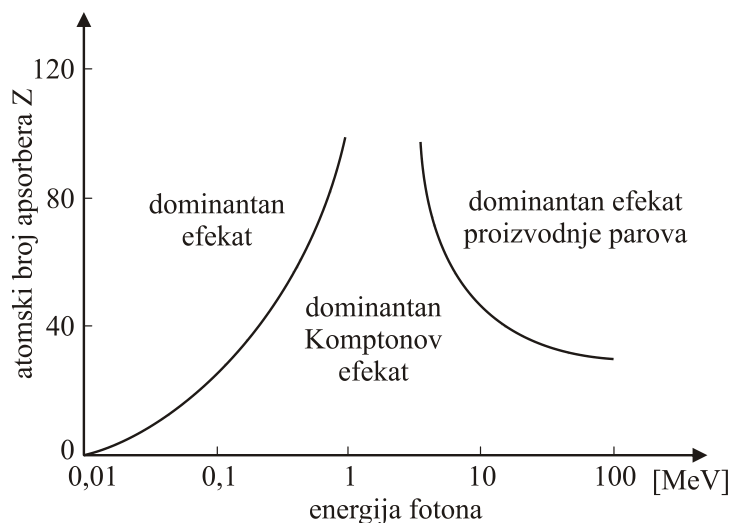
Na sl. 3.1 dat je prikaz zavisnosti energije naelektrisanih čestica pri sudaranju sa materijalom kod olova. Pri upadnim energijama koja su reda veličine par stotina MeV može doći i do nuklearnih reakcija. Ako je neutron upadna čestica onda nema Kulonove sile tako da obavezno dolazi do sudara sa nukleusom.

Prema Plankovom kvantnom zakonu osnovnom formulom se uspostavlja veza između energije zračenja i frekvencije. Ta zavisnost je linearna, a Plankova konstanta je konstanta proporcionalnosti i ovim izrazom je opisana energija naelektrisane čestice bez mase.

U slučaju kada pri dejstvu zračenja na materijal se javljaju i fotonska zračenja (γ ili X) sa visokim energijama onda dolazi do oslobađanja energije prilikom kolizije sa atomom i to može biti: Tomsonovo elastično nekoherentno rasejanje, Rejlejevo elastično koherentno rasejanje, fotoelektrični efekat, Komptonovo neelastično rasejanje kao i proizvodnja parova elektron-pozitron [25, 30-32].

Kada je kolizija sa nukleusom onda se to odigrava ili kao proizvodnja para elektron-pozitron (energija fotona > 1.02 MeV) ili kao nuklearni fotoefekat.

Pošto su Komptonovo neelastično rasejanje, fotoelektrični efekat kao i proizvodnja para elektron-pozitron najčešći od gore navedenih interakcija to je na sl. 3.2 prikazane njihove zastupljenosti u zavisnosti od rednog broja Z.



Slika 3.2: Zastupljenost Komptonovog neelastičnog rasejanja, fotoelektričnog efekta kao i proizvodnja para elektron-pozitron od rednog (atomskeg) broja Z.

Verovatnoća fotojonizacije služi da prikaže kolika je mogućnost kolizije materijala sa upadnim snopom. Za foton čija je energija ispod energije jonizacije mete, verovatnoća fotojonizacije je približno jednaka nuli. Izračunava se prema izrazu [33-36]:

$$n\sigma dx = \frac{dx}{\lambda} \quad (3.1)$$

gde je N_0 broj čestica upadnog snopa, n broj centara kolizije po jedinici zapremine, dx debljina mete (materijal), $\lambda=1/n\sigma$ srednja dužina slobodnog puta naelektrisanja.

Prilikom kolizije dolazi do eliminacije naelektrisanja iz snopa pa se funkcija slabljenja upadnog snopa izražava kao:

$$N(x) = N_0^{-\mu x} e^{-\mu x} \quad (3.2)$$

gde je $\mu=1/\lambda$ linearni koeficijent slabljenja [35, 36].

Foton ne poseduje masu mirovanja. Sledeći izraz je funkcija apsorpcije fotona (kvant elektromagnetnog zračenja):

$$dN(x) = -\mu N(x) dx \Rightarrow N = N_0 e^{-\mu x} \quad (3.3)$$

gde je N_0 polazni broj fotona, μ je linearni koeficijent slabljenja upadnog snopa, x je domet do momenta apsorpcije upadnog fotona. Ova zakonitost je tačna kada je materijal tanak jer je preduslov da upadni foton nestane ili raseje i verovatnoća pada broja fotona kroz materijal je predstavljena u vidu koeficijenta slabljenja. U slučaju kada je meta (materijal) debela može doći do vraćanja rasejanog fotona u snop i onda izraz (3.3) ne važi [36-38].

Koeficijent linearnog slabljenja se može drugačije prikazati ako se verovatnoća fotojonizacije pomnoži sa N_0 :

$$\mu = I/\lambda = n\sigma \Rightarrow \mu = N_0\sigma \quad (3.4)$$

Kada je meta homogenog sastava sledi:

$$N_0 = \frac{N_A}{A} \rho \quad (3.5)$$

gde je ρ gustina mete, A je masa atoma i $N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ je Avogadrov broj.

Ukupna verovatnoća fotojonizacije se dobija kao zbir verovatnoća prethodno navedenih najčešćih interakcija (fotoefekat, Komptonovo rasejanje i proizvodnja para elektron-pozitron):

$$\sigma = \sigma_p + Z\sigma_c + \sigma_{pp} \quad (3.6)$$

Kod Komptonovog rasejanja foton se sudara sa elektronom a ne atomom i iz tog razloga se verovatnoća multiplicira sa rednim brojem Z .

U tabeli 3.1 dat je prikaz navedenih vidova interakcije sa metom (materijalom) dok se ukupni koeficijent linearnog slabljenja dobija iz (3.4) kada se ukupna verovatnoća dobije kao zbir pojedninačnih [25, 36-39].

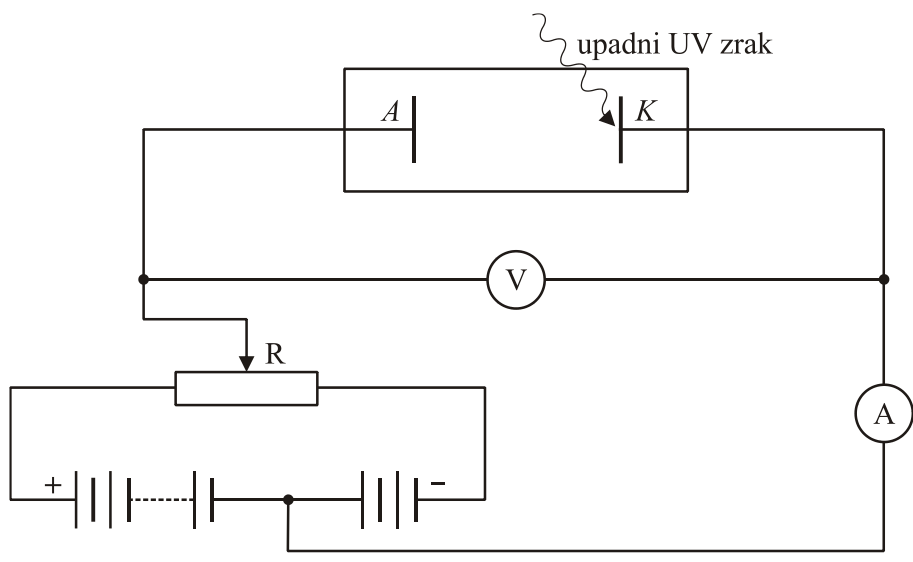
Tabela 3.1: Klasifikacija osnovnih fotonskih interakcija.

Tip interakcije Interaguje sa:	Apsorpcija	Rasejanje	
		Elastično (koherentno)	Neelastično (nekoherentno)
elektronima u atomu	Fotoelektrični efekat	Rejljevo rasejanje	Komptonovo rasejanje
atomskim jezgrom	fotonuklearne reakcije, fotofisija	elastično nuklearno rasejanje	neelastično nuklearno rasejanje
električnim poljem naelektrisanih čestica	proizvodnja elektron- pozitron parova u polju jezgra	Delbrukovo rasejanje	
	proizvodnja elektron- pozitron parova u polju orbitalnog elektrona		
	proizvodnja nukleon- antinukleon parova		
mezonima	proizvodnja fotomezona	modifikovano	

Maksvelove jednačine predstavljaju matematičku formulaciju osnovnih postulata teorije makroskopskog elektromagnetnog polja koji u elektromagnetici igraju istu ulogu kao Njutnovi postulati u klasičnoj mehanici. Naziv su dobile po škotskom fizičaru Džejsmu Maksvelu koji je 1864. godine objavio prvi put rad sa jednačinama koje objašnjavaju elektromagnetne pojave.

Fotoelektrični efekat je emisija elektrona iz metala pod dejstvom svetlosti. Otkrio ga je sasvim slučajno Herc 1887. godine. Pre Ajnštajna fizičare je bunilo to što više svetlosti izbija više elektrona ali im ne menja energiju. Ajnštajn je sve nedoumice rešio 1905. godine pretpostavkom da je svetlost čestične prirode tj. da se svetlost prostire u kvantima koji su nazvani fotoni. Ta Ajnštajnova pretpostavka bila je tada toliko radikalna da joj se suprotstavljao i sam Plank, začetnik kvantne teorije [25, 36].

Aleksandar Stoletov je dao doprinos u otkrivanje zakona i principa spoljnog fotoelektričnog efekta. Na sl. 3.3 je dat prikaz Stoletove aparature - anoda i katoda spojene na bateriju i napon koji se mogao menjati (smer). Miliampermetar služi za merenje struje koja se javlja prilikom osvetljavanja katode od elektrona koji odlaze sa nje.



Slika 3.3 Stoletova aparatura.

Proučavajući spoljašnji fotoelektrični efekat različitih talasnih dužina a koji je otkrio Hertz 1887. godine, ruski naučnik je:

- Ustanovio razvijene kvantitativne metode za proučavanje fotoelektričnog efekta.

- Otkrio direktnu proporcionalnost između intenziteta svetlosti i odgovarajuće fotoindukovane struje (Stoletov zakon).
- Ustanovio je Stoletovu konstantu koja definiše odnos između jačine električne struje i pritiska gasa pod maksimalnom strujom.
- Napravio prvu solarnu ćeliju na osnovu spoljnog fotoelektričnog efekta i procenio vreme odziva fotoelektrične struje.
- Otkrio je smanjenje osetljivosti solarne ćelije s vremenom (zamor solarnih ćelija).
- Ustanovio je da je UV zračenje katode najefikasnije za fotoelektričnu struju.
- Ustanovio je da jedino negativno naelektrisane čestice nestaju sa upadnim snopom svetlosti.

Mnogobrojna istraživanja emisije elektrona sa površine metala (fotokatoda), pod dejstvom fluksa svetlosne energije koja pada na nju, su potvrdile sledeće osnovne zakone koji karakterišu spoljašnji fotoefekat:

1. Jačina fotoelektrične struje zasićenja i kao i količina fotoelektrona koji izleću u jedinici vremena sa jedinice površine fotokatode, koja je osvetljena monohromatskom svetlošću, je proporcionalna intenzitetu upadne svetlosti Φ ako je pri promeni intenziteta spektralni sastav nepromenjen (Stoletov zakon), tj. $i=k\Phi$ gde je k koeficijent proporcionalnosti koji karakteriše osetljivost date površine na svetlost.
2. Maksimalna energija fotoelektrona i njihova brzina ne zavise od intenziteta upadnog zračenja na fotokatu, nego je funkcija učestanosti upadne monohromatske svetlosti: ona linearno raste sa uvećanjem učestanosti upadnog zračenja (Ajnštajnov zakon).
3. Broj elektrona koji izleću u jedinici vremena sa jedinice površine, pri konstantnom intenzitetu zračenja, povećava se sa rastom učestanosti upadnog zračenja.

U skladu sa kvantnom teorijom zračenja, sva tela zrače ili apsorbuju svetlosnu energiju, ali ne kontinualno već u odvojenim porcijama-kvantima svetlosti (fotonima). Interferencija i difrakcija svetlosti svedoče o tome da svetlosno zračenje ispoljava i talasna svojstva. Zato se svakom kvantu može pripisati određena učestanost [36].

Albert Ajnštajn iako najpoznatiji po teoriji relativnosti (posebno po ekvivalenciji mase i energije $E=mc^2$), Nobelova nagrada za fiziku mu je dodeljena 1921. godine za objašnjenje fotoelektričnog efekta u radu objavljenog 1905. u Annus Mirabilis (Godini čuda) kao i za doprinos razvoju teorijske fizike.

Osnovna jednačina fotoefekta predstavlja zakon održanja energije i uspostavlja vezu između energije kvanta koji izaziva fotoefekat, izlaznog rada elektrona iz metala i maksimalne energije “izbačenog” elektrona. Jednačina je data kao:

$$E_e = h\nu - E_v \quad (3.7)$$

gde je h Plankova konstanta; ν učestanost upadne monohromatske svetlosti. Energija svetlosnog kvanta se absorbuje na površini tela kao rezultat sudara sa elektronom što dovodi do emisije elektrona iz fotokatode [25, 26, 36].

Za svaki metal mora postojati neka minimalna učestanost svetlosti za koju elektron još može napustiti telo. Ta minimalna učestanost ν_0 se određuje iz uslova:

$$h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \quad (3.8)$$

Veličina zavisi od prirode materijala, stanja površine katode i naročito od prisutnog sloja adsorbovanog gasa i kod većine elemenata se nalazi u ultravioletnoj oblasti.

Fotoefekat se uglavnom odigrava preko K-nivoa atoma i kada elektron napusti K-nivo može doći do:

1. Kada elektron oslobodi mesto na K-nivou dolazi do emisije fotona zbog prelaska elektrona sa viših nivoa na niži (K-nivo).
2. Upraznjeno mesto popunjava elektron sa nekog višeg energetskog nivoa, pri čemu se emituje kvant karakterističnog x-zračenja. Ako je izbijeni elektron sa K-nivoa, nastaje K-serija (spektar) karakterističnog x-zračenja koji je karakterističan za svaki materijal.
3. Dešava se da dođe do interakcije sa atomima nakon karakterističnog x-zračenja što za posledicu može dovesti do stvaranja novih fotoefekata.
4. Nekad se mogu javiti kaskadni elektronski prelazi uz odavanje energije.
5. Elektroni koji se nalaze u blizini mogu da dovedu do upražnjavanja K-nivoa.
6. Ožeo efekat predstavlja emisiju sekundarnog elektrona pod uticajem emisije elektrona iz stanja sa velikom vezivnom energijom. Ovaj sekundarni elektron, koji izleće iz slabije vezanog stanja, naziva se Ožeo elektron. Efekat i sekundarni elektron ime su dobili po francuskom fizičaru Pjeru Ožeu (fr. Pierre Victor Auger) koji je pojavu opisao.

Primenom Bete-Hajtlerove formule za slučaj $E_v < E_{\text{foton}} < 100 \text{ keV}$ (E_v energija veze) dolazi se do verovatnoće dominantnog fotoefekta:

$$d\sigma_p = k_{fs}^4 r_0^2 Z^5 \left(\frac{m_e c^2}{E_f} \right)^2 f(\theta) d\Omega \quad (3.9)$$

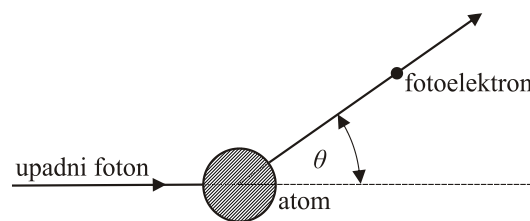
gde je m_e masa elektrona, c brzina svetlosti (elektromagnetnog zračenja), Z je redni broj atoma. Na sl. 3.4 je dat prikaz fotoelektričnog efekta gde se vidi da je θ ugao između pravca upadnog fotona i pravca rasejanog fotoelektrona, dok je $d\Omega$ je diferencijal ugla prostora. Razlika između Komptonovog i fotoelektričnog efekta je u tome što foton kod fotoefekta pri sudaru sa elektronima u atomima predaje svu svoju energiju. Vrednosti za k_{fs} (konstanta fine strukture), $f(\theta)$ i r_0 (poluprečnik elektrona) dobijaju se preko sledećih formula:

$$k_{fs} = \frac{\mu_0 c e^2}{2h} \quad (3.10)$$

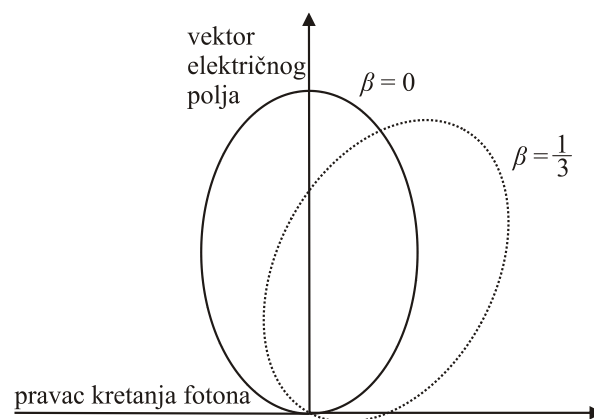
$$f(\theta) = \frac{4 \sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^4} \quad (3.11)$$

$$r_0 = \frac{\mu_0 e^2}{4\pi m_e} \quad (3.12)$$

gde je β parametar slabo promenljiv vrednosti 0 - 1/3, μ_0 je univerzalna magnetna konstanta.



Slika 3.4: Fotoefekt.



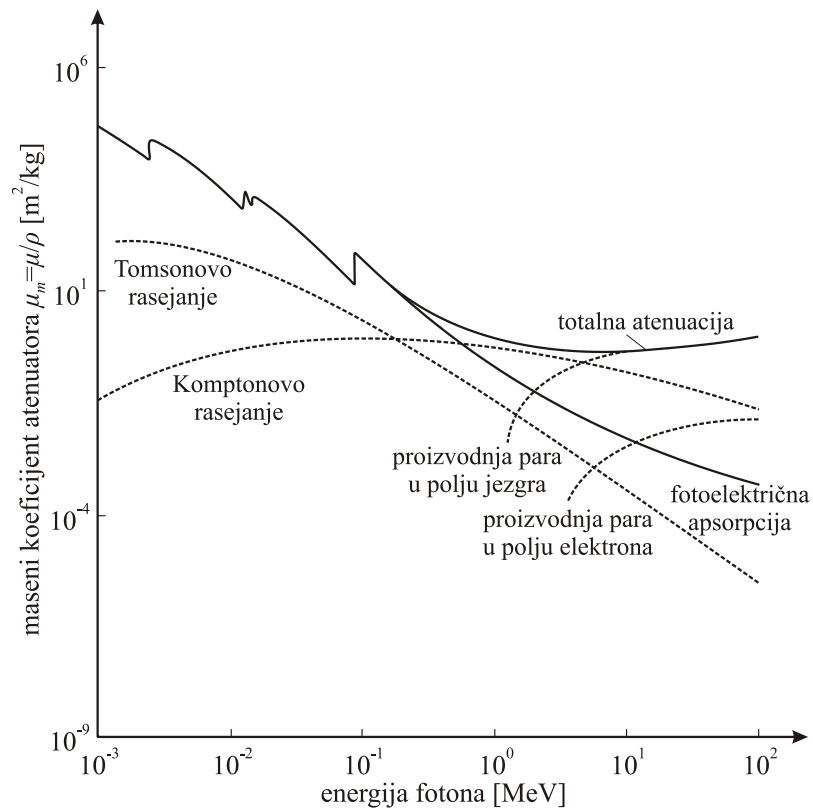
Slika 3.5: Ugaona raspodela verovatnoće za fotoefekat.

Na sl. 3.5 je dat prikaz verovatnoće ugaone raspodele kod fotoefekta i maksimum je za ugao od 90° i tada je $\beta \approx 0$ pa sledi:

$$d\sigma_{pL} = \frac{32\pi}{3} k_{fs}^4 r_0^2 Z^5 \left(\frac{m_e c^2}{E_f} \right)^{\frac{7}{2}} \quad (3.13)$$

U slučaju kada je $m_e c^2 \ll E_{\text{foton}}$ tada je brzina fotolektrona $\approx c$ pa se za određivanje verovatnoće koristi Dirakova teorija relativiteta:

$$d\sigma_{pH} = \frac{3\pi}{2} k_{fs}^4 r_0^2 Z^5 \frac{m_e c^2}{E_f} \quad (3.14)$$



Slika 3.6: Funkcija zavisnosti masenog koeficijenta slabljenja od energije fotona.

Verovatnoća za fotoefekat se mora aproksimirati da bi mogla da se primenjuje za sve vrednosti energije upadnog snopa. U slučaju kada se radi o L-nivou ili M-nivou prethodni izrazi koji su bili za K-nivo treba da se pomnože sa 1.25 i tada se dobija njihova verovatnoća fotoefekta.

Na sl. 3.6 dat je prikaz funkcija zavisnosti masenog koeficijenta slabljenja za fotoefekat (izražava se cm^2/g) od energije fotona koji se dobija preko linearnog koeficijenta slabljenja i gustine materijala. Slabljenje zračenja usled fotoefekta se opisuje masenim koeficijentom koji pretsravlja verovatnoću apsorpcije. Maseni koeficijent se koristi kao standard u dozimetriji zračenja čime se određuje izbor materijala u procesu zaštite od zračenja.

Jedan od najznačajnijih fizičkih efekata koji dovode do apsorpcije rendgenskog zračenja jeste jonizacija atoma materijala koji se koristi za zaštitu. U oblasti energija fotona koje odgovaraju rendgenskom zračenju, fotojonizacija je dominantan efekat za apsorpciju.

Nuklearni fotoefekt ili fotodezintegracija je reakcija izbijanja neutron iz jezgra posredstvom γ -zračenja. Efikasni presek za interakciju jezgara sa γ -zračenjem je uglavnom mali i zato γ -zruci koji padnu na atom oslabe zbog interakcije sa elektronima. Kada se ozrači jezgro meta, dolazi do apsorpcije kvanata zračenja i jezgro radijativnim prelazom dospeva na pobuđeno stanje a zatim se raspada uz emisiju čestice. [25, 36].

Prilikom fotoefekta, foton pri sudaru predaje celokupnu svoju energiju. Međutim, postoji i takva interkcija između fotona i elektrona u kojoj foton predaje elektronu samo deo energije. Artur Kompton je primetio prilikom posmatranja rasejanja monohromatskih X-zraka (1923. godine) da se zruci rasejavaju u različitim pravcima i da pored zraka čije se talasne dužine ne menjaju, pojavljuju i zruci, kojima su se talasne dužine povećale u poređenju sa talasnim dužinama upadnih zraka. Ova pojava je nazvana Komptonov efekat. Za otkriće i objašnjenje ovog efekta Artur Kompton je dobio Nobelovu nagradu 1927. godine.

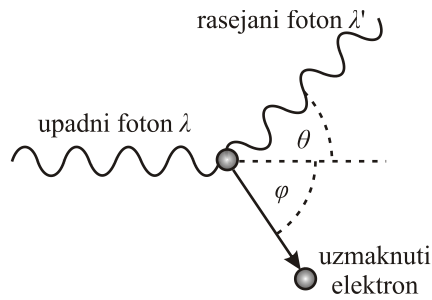
Pri rasjanju fotona sa atomom dolazi do promene njegove talasne dužine kao i do gubitka energije i kod fotoefekta je elektron vezan. Tomsonovo rasejanje i

Komptonov efekat javljaju se na slobodnom, dok se Rejljevo rasejanje javlja na vezanom elektronu.

Konzervacija energije i impulsa zabranjuje absorpciju fotona od strane elektrona pod ovim uslovima. Tako, vezanost elektrona i njegova interakcija sa ostatkom atoma je bitna da bi se dogodio fotoefekat. Međutim, foton se može rasejati na slobodnom elektronu uz smanjenje energije - Komptonov efekat. U slučaju incidentnog talasa električno polje ubrzava elektrone što dovodi do njihovog oscilovanja $v = c/\lambda$. Elektroni onda emituju zračenje iste talasne dužine. Ovo Tompsonovo rasejanje zračenja od atoma bez promene talasne dužine bilo je poznato i pre Komptonovog rada. Pojava rasejanog zračenja veće talasne dužine je u kontradikciji sa očekivanjima zasnovanim na klasičnoj fizici.

Komptonovo rasejanje se javlja na svim materijalima, najviše sa fotonima srednjih energija od 0.5 Mev do 3.5Mev i u ovom se procesu elektromagnetno zračenje rasejava na slobodnom elektronu. Rasejano elektromagnetno zračenje je nekoherentno, jer talasna dužina rasejanog zračenja zavisi od ugla rasejanja. Kompton je na osnovu kvantne mehanike objasnio nastanak nekoherentnog rasejanja elektromagnetnog zračenja na slobodnom elektronu. Prema ovom razmatranju, kvanti elektromagnetnog zračenja, fotoni, tretiraju se kao čestice koje se elastično rasejavaju na slobodnim elektronima, kao što je to na sl. 3.7 prikazano.

Pošto je energija gama kvanta znatno veća od energije veze elektrona može se smatrati da elektron miruje. Da bi objasnio pojavu, Kompton je upotrebio tri osnovne formule klasične i moderne fizike: čestičnu prirodu svetlosti, kako je već demonstrirano u fotoelektričnom efektu, relativističku dinamiku iz specijalne teorije relativnosti i trigonometriju - kosinusni zakon. Na taj način je dobio jednačinu Komptonovog rasejanja uz pomoć talasne dužine fotona pre sudara i talasne dužine fotona posle rasejanja. Komptonova talasna dužina iznosi 2.43×10^{-12} m. [25, 36].



Slika 3.7: Komptonov efekat.

Prilikom elastičnog rasejanja fotona na slobodnom elektronu mora da važi zakon održanja impulsa i energije:

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + p \cos \varphi \quad (3.15)$$

$$p \sin \varphi = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta \quad (3.16)$$

$$h\nu_0 = h\nu' + E_k \quad (3.17)$$

$$p^2 c^2 = E_k + (E_k + 2mc^2) \quad (3.18)$$

Kada se eliminišu p i φ sledi izraz za promenu talasne dužine:

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) \quad (3.19)$$

Izraz za energija rasejanog fotona dobija se preko:

$$h\nu' = \frac{h\nu_0}{1 + \frac{h\nu_0}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad (3.20)$$

Na osnovu svega navedenog, kinetička energija uzmaknutog elektrona može se izračunati prema sledećem obrascu:

$$E_k = h(\nu_0 - \nu) = h\nu_0 \frac{\frac{h\nu_0}{mc^2}(1 - \cos\theta)}{1 + \frac{h\nu_0}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad (3.21)$$

Talasna dužina rasejanog zraka raste sa povećanjem ugla rasejanja i maksimalan kinetička energija elektrona se dobija za $\theta = 180^\circ$.

Diferencijalni efikasni presek, odnosno verovatnoću skretanja pod određenim uglom za rasejanje fotona na elektronu, ispitivali su Klajn i Nišin. Na osnovu njega moguće je odrediti verovatnoću rasejanja fotona pod određenim uglom i intenzitet zračenja koje će se rasejati pod datim uglom u zavisnosti od energije upadnog fotona i izraz za diferencijalni efikasni presek po atomu:

$$d\sigma_c = \frac{r_0^2}{4} \left(\frac{\nu'}{\nu_0} \right)^2 \left(\frac{\nu_0}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu_0} - 2 + 4\cos^2\zeta \right) d\Omega \quad (3.22)$$

gde je r_0 poluprečnik elektrona, ζ je ugao između vektora polarizacije rasejanog i upadnog zračenja. Za male energije verovatnoća rasejaja fotona je simetrična odnosno foton sa jednakom verovatnoćom može biti rasejan unapred i u nazad, dok sa rastom energije fotona raste verovatnoća tako da se distribucija pomera ka napred.

Kada je upadno zračenje nepolarizovano sledi da je diferencijalni efikasni presek za ugao rasejanja θ :

$$d\sigma_{C(nepol)} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\nu_0}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu_0} - \sin^2 \theta \right) d\Omega \quad (3.23)$$

Klajn-Nišinina formula nam daje ukupni efikasni presek za Komptonovo rasejanje, integracijom po svim mogućim uglovima rasejanja. Dobija se relativno kompleksna relacija, koja se uprošćava na taj način što se odvojeno posmatraju različite energijske oblasti. Dobija se da je totalni efikasni presek za rasejanje fotona na jednom elektronu obrnuto proporcionalan njegovoj energiji. Verovatnoća Komptonovog efekta se smanjuje sa porastom energije fotona u mnogo manjoj meri nego što je to slučaj kod fotoefekta. Takođe, verovatnoća fotoefekta mnogo manje zavisi od rednog broja materijala, u odnosu na fotoelektrični efekat.

Stvaranje para čestica i njoj odgovarajuća antičestica je pretvaranje energije fotona u njihovu masu. 1932/33. godine američki fizičar Anderson je prvi otkrio kreaciju para elektron – antielektron. Ovo je i jedina antičestica koja ima svoje posebno ime – pozitron. Kasnije je došlo do otkrića jako velikog broja čestica (oko 150), tako da se njihove antičestice nazivaju istim imenom koji ima i sama čestica sa prefiksom – anti. Kreiranje parova je selektivno, što znači da stvaranje konkretne čestice (recimo protona) uvek prati stvaranje njoj odgovarajuće antičestice (u ovom slučaju antiprotona).

Za otkriće prve poznate antičestice – pozitrona, zaslužan je engleski naučnik Pol Dirak (1902-1984). Zahvaljujući Ajnštajnovoj teoriji relativnosti, naučnicima je početkom XX veka postalo jasno da čestice koje se kreću blisko brzini svetlosti ne mogu da se opisuju formulama klasične fizike. Tako je bilo shvaćeno i da elektroni, negativno naelektrisane čestice, kad god imaju jako velike brzine moraju da se opisuju relativističkim jednačima, ali nikom nije polazilo za rukom da pronađe pravi izraz za opis ovih, brzih elektrona. To je uspeo Polu Diraku kad je 1928. godine došao do vrlo važne jednačine koja danas nosi njegovo ime, Dirakova jednačina. Važan doprinos ove Dirakove teorije je da predviđa postojanje antimaterije. Dirak je bio dovoljno hrabar i

uveren u ispravnost svog računa da je svoje rezultate javno publikovao i tako izmenio dotadašnji pogled na materiju [25, 36].

Pri neelastičnom rasejanju u polju jezgra usled kulonove interakcije, može da nastane virtuelni foton koji stvara par elektron - pozitron. Prag za ovu reakciju je $2m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$.

Kad se elektron sudari sa pozitronom naboji se ponište (anihiliraju), a energija njihovih masa pretvori se u zračenje (dva fotona gama zračenja). To je razlog zašto se pozitroni retko sreću u prirodi, jer se odmah sudaraju sa elektronima i nestaju u anihilaciji. Otkriven je tek 1932. godine i to u kosmičkim zracima. Važno je napomenuti da proces anihilacije može ići i suprotnim smerom, tj. dva fotona dovoljne energije (oko 1 MeV) mogu pri sudaru proizvesti par elektron-pozitron, pri čemu se energije virtualnih fotona pretvaraju u mase elektrona i pozitrona. To se zove proizvodnjom parova. Energetski prikaz ove interakcije je:

$$E_f = 2m_e c^2 + E_{e^-} + E_{e^+} \quad (3.24)$$

gde je $2m_e c^2$ maseni ekvivalent energije mirovanja elektrona i pozitrona, E_f energija upadnog fotona, dok je E_{e^-} kinetička energija elektrona a E_{e^+} kinetička energija pozitrona.

Energija mirovanja jednog protona iznosi oko 1 GeV. Energija ubrzanе čestice u sudaru mora biti bar dva puta veća. Što je energija ubrzanе čestice veća, to je veća verovatnoća da dođe do sudara i lakše je detektovati dobijene čestice, zato što one steknu i nešto kinetičke energije.

Formiranja para je moguće kada postoji jezgro ili elektron u neposrednoj blizini gama kvanta, jer se tada energija i impuls gama kvanta raspredjuju izmedju tri čestice bez povrede zakona održanja. Ako se desi formiranje para u Kulonovom polju jezgra ili protona, energija uzmaknutog jezgra će biti sasvim mala i energetski prag, E_0 , za reakciju kreiranja para, praktično postaje jednak dvostrukoj vrednost mase elektrona.

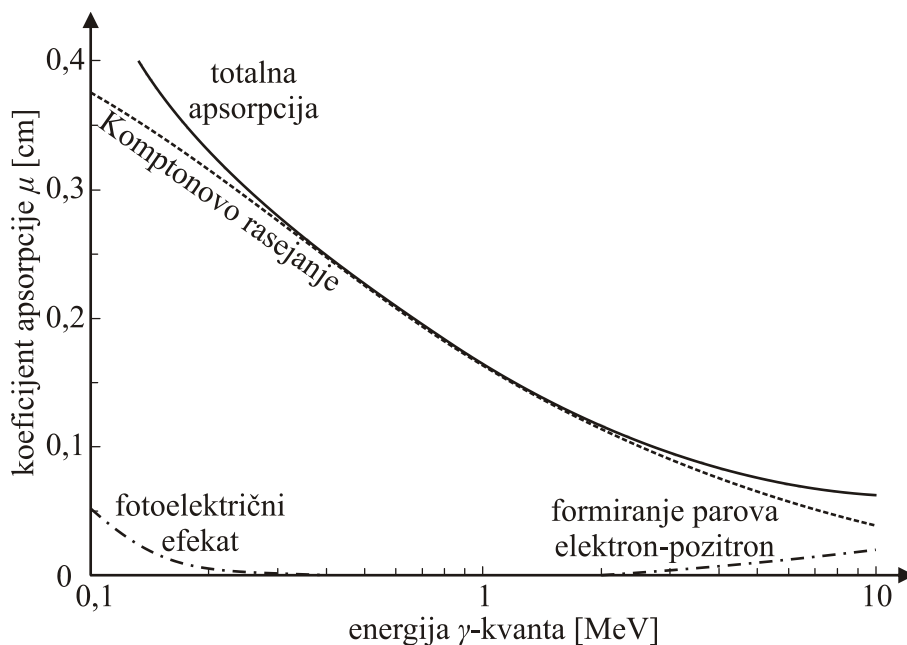
Treba se podsetiti da E i P u relaciji invarijant označavaju ukupnu energiju i rezultujući impuls interagujućih čestica. Izraz za efikasni presek formiranja elektron pozitronskog para u polju jezgra je vrlo komplikovan. U analitičkoj formi može se zapisati samo za ograničene intervala energije:

$$\sigma_{pp}(E_f) = r_0^2 Z^2 \frac{\mu_0 c e^2}{2h} \ln \frac{2E_f}{m_e c^2} \quad (3.25)$$

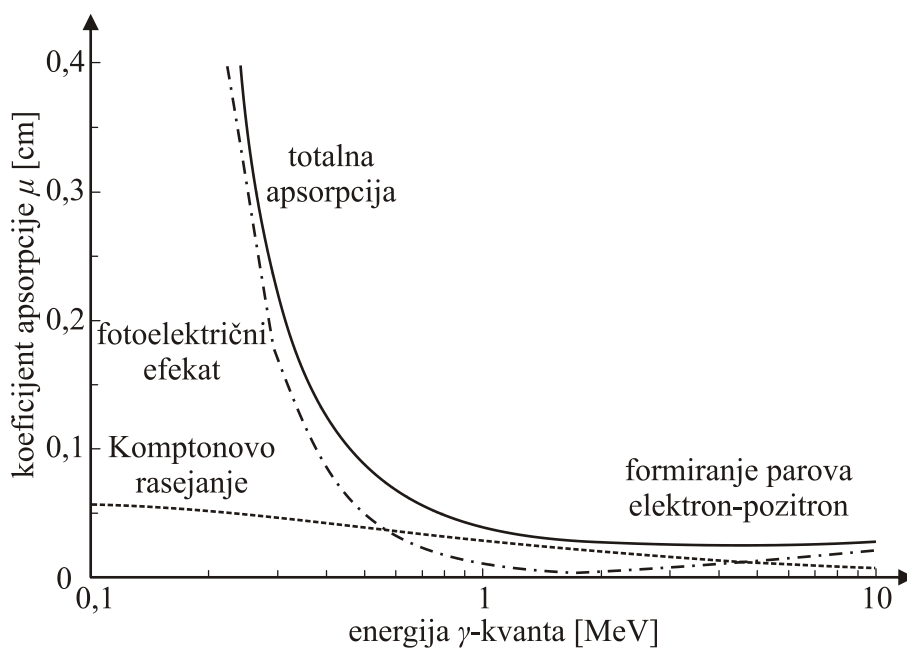
Za druge vrednosti energije, efikasni presek se računa numeričkom integracijom izraza za diferencijalni efikasni presek. Efikasni presek formiranja elektron pozitronskog para u Kulonovom polju elektrona je mnogo (oko 1000) puta manja nego efikasni presek u polju jezgra, naročito u slučaju niskih energija i velikih atomskih brojeva Z.

Na sl. 3.8 i sl. 3.9 je dat prikaz funkcije zavisnosti koeficijenta apsorpcije od energije gama kvanta za Komptonovo rasejanje, fotoelektrični efekat kao i za formiranje parova elektron – pozitron. Korišćeni su olovo i aluminijum kao materijali [25].

Kod aluminijuma (sl. 3.8) dominantan je Komptonov efekat dok kod olova (sl. 3.9) dominira formiranje parova electron-pozitron za više energije (> 5 MeV) dok za niže energije preovlađuje fotoefekat.



Slika 3.8: Funkcija zavisnosti koeficijent apsorpcije od gama zračenja za aluminijum.

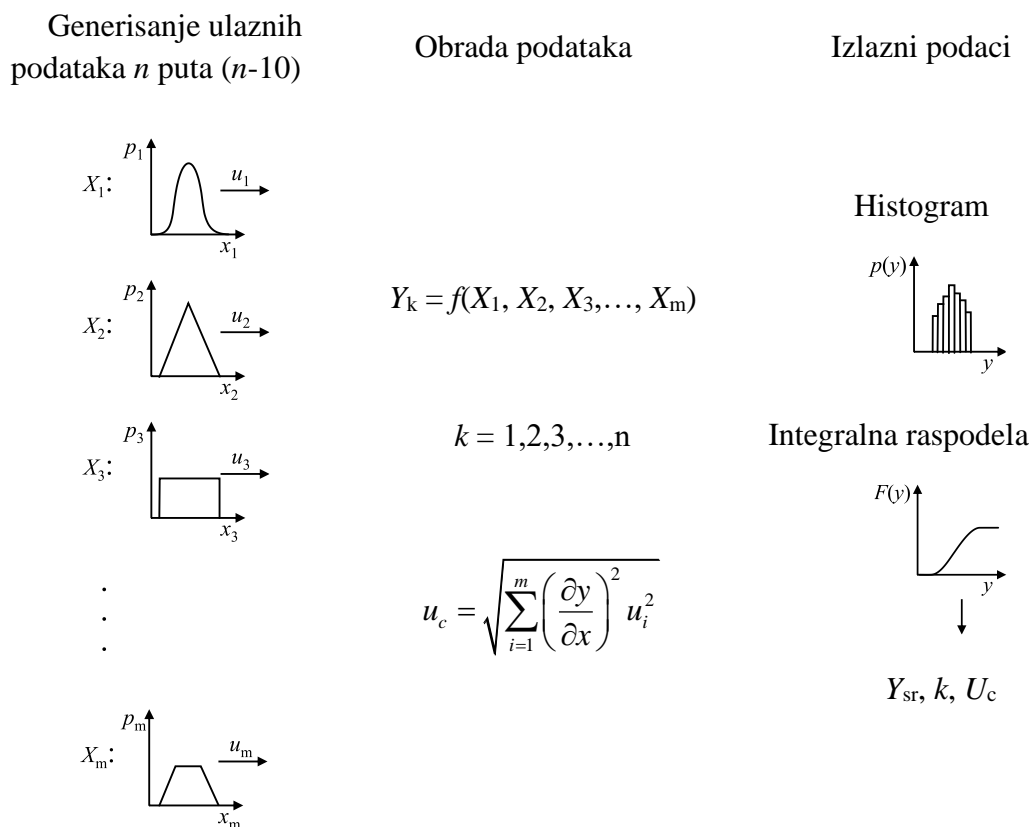


Slika 3.9: Funkcija zavisnosti koeficijent apsorpcije od gama zračenja za olovo.

4. MONTE-CARLO METOD

Monte Carlo je ime jedne široko rasprostranjenog matematičkog postupka za numeričko rešavanje složenih matematičkih problema ali takođe i za proučavanje

kompleksnih sistema mnogim oblastima kao što su fizika, ekonomija, biologija, medicina i dr. Ova metoda je razvijena u američkom centru Los Alamos u okviru programa razvoja nuklearnog oružja, sredinom 20. veka. Prvi rad iz ove oblasti datira od 1949. godine. Karakteristika metode je da kao ulazne veličine koristi slučajne brojeve što je bio razlog da dobije ime poznatog evropskog centra hazardnih igara. Osnovna odlika Monte Carlo metode (MKM) je da se fizički sistem predstavi matematičkim modelom i da se zatim izvrši velikog broj numeričkih proračuna izlazne veličine s tim što se kao ulazni podaci koriste slučajni brojevi sa unapred određenom funkcijom raspodele, sl.4.1.



Sl. 4.1. Uz objašnjenje Monte Carlo metoda

Ovakvi proračuni se danas rutinski obavljaju savremenim računarima. Za razliku od toga, analitičko rešavanje problema egzaktnim matematičkim metoda (integraljenje i dr.) po pravilu su daleko sporiji i komplikovaniji, pogotovu ako se vrše promene parametara matematičkog modela. Preduslovi za uspešnu primenu MKM su

pre svega velika brzina i veliki memorijski kapaciteti računskog sistema, što danas nije više privilegija velikih istraživačkih laboratorijama, već je ostvarivo i sa jeftinim PC sistemima. Tome ide u prilog razvoj i široka rasprostranjenost moćnih paketa za obradu podataka kao što je na primer Matlab.

U članu 2.3.1 je pokazano da se vrednost standardne kombinovana MN dobija jednostavno na osnovu vrednosti standardnih MN pojedinih uticajnih veličina. Međutim ostao je nerešen problem određivanja funkcije raspodele kombinovane MN. Ovaj problem se, po pravilu, može rešiti analitički samo u nekim jednostavnijim slučajevima, od kojih su neki razmotreni u članu 1.12. Međutim u praktičnim problemima funkcija raspodele kombinovane nesigurnosti predstavlja konvoluciju većeg broja uticajnih veličina pri čemu je analitičko određivanje konvolucije praktično nerešiv problem. Međutim u ovom slučaju upravo dolaze do izražaja velike mogućnosti koje pruža MKM. Njenom primenom moguće je odrediti funkciju raspodele pri praktično neograničenom broju ulaznih raspodela, nezavisno od složenosti matematičkog modela za izračunavanje izlazne veličine.

Monte-Carlo metod predstavlja numerički postupak rešavanja složenih matematičkih, statističkih, fizičkih i problema iz domena drugih naučnih disciplina pomoću slučajnog odabira uzoraka. Osnovni cilj ovog metoda jeste formiranje stohastičkog modela koji bi trebalo da bude saglasan sa stvarnim problemom ili da predstavlja njegovu direktnu simulaciju. U oba ova slučaja, uvodi se element slučajnosti, vrši veliki broj računarskih „eksperimenata“ i naposljetku sprovodi statistička analiza. Prednost Monte-Carlo metoda jeste jednostavno rešavanje čak i veoma složenih matematičkih problema, za koje najčešće ne postoji analitičko rešenje; njegov nedostatak je veliki broj potrebnih ponavljanja računarskih eksperimenata da bi se postigla željena tačnost. Ipak, ovaj nedostatak sve se više kompenzuje razvojem informacionih tehnologija. Zahvaljujući tom razvoju, neprestano se širi oblast primene Monte-Carlo metoda u različitim naučnim i tehničkim disciplinama.

Ovaj metod javnosti su predstavili John von Neumann i Stanislaw Ulam 1949. godine u monografiji Monte-Carlo Methods. Dotada je razvijan u tajnosti za potrebe projekta Manhattan, gde se koristio za simulaciju difuzije neutrona kroz fisioni materijal. Metod je dobio ime po prestonici Monaka, poznatom kockarskom središtu,

zbog asocijacije na rulet, jedan od najjednostavnijih mehaničkih generatora slučajnih (uniformnih) brojeva.

Iz neutronske fizike, Monte-Carlo metod prodire i u druge oblasti nauke i tehnike u kojima dominira stohastički karakter procesa, kao što su kvantna hromodinamika, atomska fizika, statistička fizika, elektronika, robotika, aerodinamika, meteorologija. Monte-Carlo metod danas se intenzivno koristi pri planiranju i izvođenju medicinske radioterapije, pri dizajniranju nuklearnih reaktora, za ispitivanje strukture polimera, proteina, metalnih i poluprovodničkih tankih slojeva itd.

Znatno pre rigorozne matematičke formulacije Monte-Carlo metoda, vršeni su brojni eksperimenti koji su u suštini bili stohastičke prirode pa bi se danas odgovarajućim tehnikama mogli svesti na Monte-Carlo metod. Jedan od njih je i tzv. metod Buffonove igle, koji datira iz 1733, a ima za cilj dobijanja približne vrednosti broja π (ili nekog njegovog umnoška) putem više uzastopnih bacanja igle na horizontalnu površinu izdijeljenu na pravougaona polja jednake širine te računanjem verovatnoće da igla određene dužine padne na liniju između dva susedna polja.

Monte-Carlo metod temelji se na stohastici prirodnih procesa, čija su stanja određena zakonima verovatnoće. Teorijske predstave o pojavama, koje se simuliraju i raspodelama verovatnoće slučajnih veličina koje ih uslovljavaju, čine osnovu primene Monte-Carlo metoda u numeričkim eksperimentima [40,41].

4.1 Slučajni brojevi

Generisanje sekvenci slučajnih brojeva predstavlja ključni segment Monte-Carlo metoda. Uspešnost primene ovog metoda umnogome zavisi od kvaliteta upotrebljenih slučajnih brojeva, zbog čega se puno pažnje posvećuje matematičkim algoritmima za njihovo generisanje. Postoje tri različite vrste slučajnih brojeva [42]:

1. Pravi slučajni brojevi. Ovi brojevi su slučajni u statističkom smislu. Bilo koji deo niza pravih slučajnih brojeva je nezavisan od prethodnih delova niza. Ovi nizovi su neponovljivi.

2. Pseudoslučajni brojevi. Ovi slučajni brojevi generisani su odgovarajućim algoritmom, tako da svaki generisani slučajan broj zavisi od prethodno generisanih

slučajnih brojeva, ali na takav način da je bilo koji mali deo niza ovih slučajnih brojeva sličan pravim slučajnim brojevima.

3. Kvazi-slučajni brojevi. Ovi slučajni brojevi u suštini nemaju slučajan karakter, ali ako se uzme dovoljno veliki deo niza ovih brojeva, po svojim karakteristikama oni mogu biti bolji od pravih slučajnih brojeva.

Deterministički generatori koji se koriste pri generisanju slučajnih brojeva pomoću računara daju slučajne brojeve u nizovima tačno određene dužine, pri čemu prethodnih k brojeva (najčešće $k = 1$) određuju sledeći broj. Niz slučajnih brojeva ima konačnu dužinu, tzv. period, što znači da se posle izvesnog vremena taj niz ponavlja.

4.1.1 Pravi slučajni brojevi

Ovi slučajni brojevi nisu predvidivi i njihovi nizovi su neponovljivi. Pravi slučajni brojevi mogu biti generisani slučajnim fizičkim procesima kao što su radioaktivni raspad, termički šum u elektronskim uređajima, pojava kosmičkih čestica itd.

Pri generisanju pravih slučajnih brojeva, javljaju se sledeći problemi:

- Za njihovo generisanje potrebni su specijalni uređaji;
- Sam proces traje veoma dugo;
- Generatori mogu proizvoditi sistematske greške.

4.1.1.1 Generisanje pravih slučajnih brojeva pomoću radioaktivnog izvora

Koristeći ovaj metod vrši se brojanje radioaktivnih raspada u konstantnom vremenskom intervalu Δt . Bitovi binarnog slučajnog broja dobijaju se npr. na sledeći način: ako se u intervalu Δt pojavi paran broj raspada, dobijamo bit "1", a ukoliko se javi neparan broj raspada – bit "0". Tako se dobija niz slučajnih bitova. Zvuči kontraintuitivno, ali verovatnoća dobijanja 1-bitu i 0-bitu nije ista:

$$P(0) \neq P(1) \neq \frac{1}{2}, \quad P(0) = p \quad \text{i} \quad P(1) = 1 - p \quad (4.1)$$

Nejednakost verovatnoća može se korigovati na sledeći način: posmatraju se dva susedna bita po vremenu pojavljivanja, b_{2i} i b_{2i+1} , koji formiraju par bitova. Selekcija bitova binarnih brojeva vrši se na sledeći način:

1. Ako $b_{2i} \neq b_{2i+1}$, prelazi se na sledeći par bitova, na kome se vrši ista takva provera.
2. Ako, $b_{2i} = b_{2i+1}$, uzima se b_{2i} kao sledeći bit korigovanog slučajnog broja i ponavlja se provera opisana pod tačkom 1.

Ovaj metod dovodi do gubitka oko 75% bitova, ali se u zamenu za to dobijaju jednake verovatnoće za bitove "0" i "1":

$$p(0) = P(0)P(1) = p(1-p) \text{ i } p(1) = P(1)P(0) = (1-p)p, \quad (4.2)$$

4.1.2 Pseudoslučajni brojevi

Pseudoslučajni brojevi generišu se korištenjem numeričkih algoritama, tako da je niz dobijenih brojeva predvidiv. Većina algoritama ima formu:

$$x_{n+1} = f(x_n). \quad (4.3)$$

Najosetljivija tačka pri konstrukciji generatora pseudoslučajnih brojeva jeste odabir funkcije f , koja se mora pažljivo konstruisati. "Dobar" generator pseudoslučajnih brojeva mora da zadovoljava sledeće kriterijume [43]:

- Uniformnost. Niz slučajnih brojeva trebalo bi da prolazi statističke testove uniformnosti raspodele.
- Nezavisnost. Podnizovi osnovnog niza trebalo bi da budu međusobno nezavisni.
- Dovoljno dug period. Period mora da bude mnogo veći od najvećeg mogućeg broja slučajno generisanih brojeva. Primera radi, ako pretpostavimo da će simulacija koristiti do 10^{12} slučajnih brojeva, onda period mora biti veći od 10^{12} . Da bi se obezbedilo da period bude veći od broja slučajnih brojeva, pribegava se pravilu da taj broj ne iznosi više od vrednosti kvadratnog korena perioda.

- Ponovljivost (mogućnost ponavljanja ili “restartovanja” niza na istoj mašini). Važno je da generator poseduje mogućnost tačnog reprodukovanja prethodno dobijenog niza u svrhu njegovog efikasnijeg testiranja i usavršavanja. To je obično lako izvesti kada se polazi od početne vrednosti x_0 , ali nije uvek lako kada se počinje od proizvoljno odabranog člana x_m , gde je m neki veliki prirodan broj.

- Prenosivost (što u informatičkom žargonu označava ponovljivost na različitim mašinama) znači da bi generator morao omogućiti reprodukovanje niza na dve ili više različitih mašina.

- Mogućnost preskakanja članova niza u cilju generisanja disjunktivnih podnizova željenog niza predstavlja osobinu generatora da na mašini koja radi sa više procesora, ili u sistemu više nezavisnih mašina, izvrši simulaciju tako da su nizovi slučajnih brojeva koje koristi svaki od procesora međusobno nezavisni.

- Adekvatna inicijalizacija predstavlja osobinu generatora da kratki nizovi dobijeni pomoću različitih “semena” međusobno nisu ni u kakvoj korelaciji. Veliki broj generator ne prolazi ovaj test jer se ova karakteristika često zanemaruje prilikom razvitka novih generatora.

- Efikasnost znači da je za generisanje svakog slučajnog broja potreban tek mali broj aritmetičkih operacija, da se mašina upotrebljava punim kapacitetom i da se pri tom minimalno koriste potprogrami.

U tekstu koji sledi navešćemo nekoliko metoda generisanja pseudoslučajnih brojeva.

4.1.2.1 John von Neumann-ov metod

Ovaj metod se realizuje na sledeći način:

1. Odabere se proizvoljan broj sa četiri decimalna mesta, npr. $\gamma_0 = 0,1234$.
2. Izračuna se kvadrat tog broja: $\gamma_0^2 = 0,01522756$
3. Novi decimalni broj formira se korištenjem četiri uzastopne cifre iz sredine decimalnog dela broja γ_0^2 : $\gamma_1 = 0,5227$
4. Ponovi se niz postupaka 1-3.

4.1.2.2 Linearni kongruentni generator (LKG)

Linearni kongruentni generator spada u klasu linearnih generatora pseudoslučajnih brojeva. To je najproučavaniji tip pseudoslučajnog generatora, koji ujedno ima i najširu primenu [44].

D. H. Lehmer je 1948. godine predložio linearni kongruentni generator kao izvor pseudoslučajnih brojeva [42]. Ovaj često korišteni generator slučajnih brojeva zasniva se na sledećoj formuli:

$$K_{i+1} = (lK_i + m) \bmod n, \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.4)$$

gde je K_i niz pseudoslučajnih brojeva, n je modul koji je uvek pozitivan, l je multiplikator sa osobinom $l < n$, a m – povećanje (inkrement) sa osobinom $0 \leq m < n$. U specijalnom slučaju kad je $m = 0$, ovaj generator naziva se multiplikativni linearni generator ili Lehmer-ov generator pseudoslučajnih brojeva (u užem smislu), a dobijeni niz brojeva – Lehmer-ov niz. Početna vrednost ovog niza, K_0 , naziva se seed (“seme”) i treba da zadovoljava uslov $0 \leq K_0 < n$. Ovo je rekurzivna relacija koja daje uvek isti niz prirodnih brojeva K_1, K_2, \dots, K_n , čije su vrednosti između 0 i $n-1$ (za modul n se odabere neki vrlo veliki prirodan broj). Broj K_{i+1} dobije se tako što se izračuna broj $lK_i + m$, pa se ostatak pri njegovom deljenju sa celim brojem n doda broju K_i . Evo i numeričkog primera: za $l = 1366$, $m = 150889$, $n = 714025$ i $K_1 = 1$, pomoću jednačine (4.4) dobijamo niz vrednosti: $K_2 = 152255$, $K_3 = 349944$, $K_4 = 491668$, $K_5 = 585877$, itd.

Konstante l , m i n pažljivo se odabiraju jer je pseudoslučajni karakter generisanih nizova brojeva izuzetno zavisano od kombinacije navedenih konstanti. Ukoliko su l , m i n adekvatno odabrane, period niza može da bude maksimalne dužine n . To znači da, polazeći od proizvoljno izabranog prirodnog broja K_i (između 0 i $n - 1$), na osnovu jednačine (4.4) dobijamo uvek isti niz brojeva K_{i+1} , K_{i+2} , itd. Slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu (0,1) dobija se iz količnika K_{i+1} / n , tako da je uvek manji od 1, a jednom u n “poziva” iznosi 0.

Potrebno je i dodatno mešanje izlaza ove vrste linearnog kongruentnog generatora kako bi se izbegle korelacije unutar niza. Jedan od češće korištenih algoritama za mešanje opisan je u [98]:

1. Inicijalizuje se tabela T sa K_1, K_2, \dots, K_k . Za $i = 1$, generiše se K_{k+i} , i stavi se da je $L_i = K_{k+i}$;
2. Generiše se j iz L_i (obično se uzima mod k);
3. Stavi se $i = i + 1$;
4. Stavi se $L_i = T(j)$;
5. Generiše se K_{k+i} , a zatim se vrednost $T(j)$ zameni sa K_{k+i} .

U praksi se veoma često koristi sledeća kombinacija konstanti l, m i n : $l = 16807, m = 0, n = 2147483647$ ¹. Ovaj generator označava se kao minimalni standardni generator slučajnih brojeva, i često se upotrebljava pri izradi kompajlera i drugih softverskih paketa.

4.1.2.3 Generator R250

Ovaj generator poseduje nekoliko prednosti u odnosu na LKG ([98], [99]). On ima veoma dug period (2^{249}); osim toga, ovaj period ne zavisi od broja upotrebljenih bitova pa se 16-bitni brojevi generisani pomoću ovog generatora mogu koristiti za razne namene, naročito u oblasti fizike, kao npr. kod Monte-Carlo metoda i stohastičkog integraljenja. Takođe, R250 je znatno brži od LKG, što je dodatna prednost kada je reč o generisanju velikog broja slučajnih brojeva. Nastaje od 1-bitnog generatora slučajnih brojeva oblika

$$K_i = (l_1 K_{i-1} + l_2 K_{i-2} + \dots + l_{p-1} K_{i-p+1} + K_{i-p}) \bmod 2 \quad (4.5)$$

kada se on primeni na svaki pojedini bit.

Maksimalni period ove sekvence je 2^{p-1} , gde je $p = 250$.

R250 spada u kategoriju generatora koji su prvobitno bili namenjeni isključivo za kriptografiju i komunikacije, da bi se kasnije spektar njegove primene proširio. Međutim, i pored svoje brzine i jednostavnosti, R250 ne prolazi određene testove, poput 2D Self-Avoiding Random Walk Test-a [100], gde “pada” u čak 70-80% slučajeva [48].

4.1.2.4 Fibonacci-jev generator

Fibonacci-jev niz definiše se rekurentnom formulom

¹ Navedeni broj predstavlja odličan odabir modula n u kontekstu aritmetike 32-bitnih celih brojeva. Naime, $2147483647 = 2^{31} - 1$ predstavlja prost broj [50].

$$K_i = K_{i-1} + K_{i-2} \quad (4.6)$$

Ovaj niz generalizuje se na sledeći način:

$$K_i = (K_{i-j} * K_{i-k}) \bmod m \quad (4.7)$$

gde važi $0 \leq K_i \leq n - 1$ i $0 < j < k < i$. Indeksi j i k označavaju neka dva prethodna člana niza, m je obično neki stepen broja 2 (najčešće 2^{32} ili 2^{64}), dok $*$ predstavlja neki binarni operator. Generator pseudoslučajnih brojeva koji se dobije generalizovanom rekurentnom formulom Fibonacci-jevog niza naziva se Fibonacci-jev generator sa kašnjenjem (LFG) [49]. On predstavlja poboljšanje linearnog kongruentnog generatora pod uslovom da se pravilno izabere inicijalna sekvenca. Inicijalizacija se vrši pomoću slučajnih brojeva K_1, K_2, \dots, K_k .

4.1.3 Kvazi-slučajni brojevi

Kvazi-slučajni brojevi najčešće se koriste u svrhu Monte-Carlo integracije. Postoje kvazi-slučajni brojevi kod kojih je razlika između dva susedna generisana slučajna broja konstantna. Premda je korelacija u tom slučaju očigledna, dobijeni slučajni brojevi imaju uniformniju raspodelu od pravih slučajnih brojeva. U mnogim primenama Monte-Carlo metoda za proračune, na dobijeni rezultat ne utiču korelacije između susednih generisanih slučajnih brojeva, pa je tada biranje kvazi-slučajnih mnogo bolje od izbora pseudoslučajnih brojeva. Pri korištenju pravih slučajnih brojeva (slučajnih brojeva u statističkom smislu), nesigurnost dobijenog rezultata je reda $1/\sqrt{N}$, dok je pri korištenju kvazi-slučajnih brojeva ta greška manja i iznosi $\sim 1/N$ (N predstavlja broj Monte-Carlo simulacija).

4.1.3.1 Richtmayer-ova formula

Vrednost i -tog slučajnog broja generisanog pomoću j -tog generatora izračunava se putem izraza [42]:

$$r_{ij} = iS_j \pmod{1}, \quad (4.8)$$

gde je S_j kvadratni koren j -tog prostog broja. Razlika između dva uzastopna kvazi-slučajna broja iznosi upravo S_j . Na taj način uspostavlja se stroga korelacija između generisanih slučajnih brojeva.

4.1.3.2 Halton-ove sekvence

Halton-ova d -dimenziona sekvenca kvazi-slučajnih brojeva x_1, x_2, \dots , gde je $x_{ij} = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id}\}$, dobija se tako što se prvo izvrši izbor d osnova b_1, b_2, \dots, b_d , pri čemu se j -ta osnova koristi da bi se formirala j -ta komponenta svih vektora niza [45]. Tada procedura generisanja započinje izborom celog broja m i nastavlja se u sledećim koracima:

1. Izabere se dovoljno velika vrednost za t_{mj} , a broj m napiše se u obliku

$$m = \sum_{k=0}^{t_{mj}} a_{mk} b_j^k, j = 1, \dots, d \quad (4.9)$$

2. Formira se

$$m = \sum_{k=0}^{t_{mj}} a_{mk} b_j^{k-t_{mj}-1}, j = 1, \dots, d \quad (4.10)$$

3. Stavi se da je $m = m + 1$ i ponovi niz postupaka 1-3.

Haltonove sekvence kvazi-slučajnih brojeva imaju kvalitetnu uniformnu raspodelu u slučaju malih dimenzija sekvenci ($d \leq 10$), dok se za generisanje sekvenci većih dimenzija koriste generalizovane Halton-ove sekvence [45].

4.2 Transformacije raspodela slučajnih brojeva

4.2.1 Metod inverzne funkcije

Vrednosti slučajne promenljive koja ima proizvoljnu raspodelu verovatnoće mogu se generisati koristeći slučajne brojeve sa uniformnom raspodelom verovatnoće. Zapravo, uniformni slučajni broj u transformiše se u slučajan broj ζ čija je funkcija gustine raspodele verovatnoće $f(x)$. Pretpostavimo da funkcija gustine verovatnoće $f(x)$

slučajne promenljive ζ može imati bilo koju vrednost iz intervala (a,b) . Funkcija kumulativne raspodele data je izrazom:

$$F(x) = \int_a^x f(x') dx' \quad (4.11)$$

a ima sledeće osobine:

1. $F(a) = 0$
2. $F(b) = 1$
3. $F'(x) = f(x) > 0$.

Funkcija kumulativne raspodele je monotono rastuća funkcija: $F(x_1) < F(x_2)$ ukoliko je $x_1 < x_2$. Koristeći generator uniformnih slučajnih brojeva, vrednost slučajne promenljive ζ može se odrediti pomoću izraza:

$$F(x) = \int_a^x f(x') dx' = u \quad (4.12)$$

zbog čega važi da je

$$x = F^{-1}(u) \quad (4.13)$$

gde u označava uniformni slučajan broj iz intervala $(0,1)$. Ovaj metod je veoma jednostavan i efikasan, i koristi se svaki put kada je moguće izračunati funkciju $F(x)$.

S obzirom na činjenicu da se u praksi veoma često javljaju složene funkcije gustine raspodele, pribegava se upotrebi numeričkih metoda za integraciju jednačine (4.12). Upotreba numeričkih metoda neizbežna je kada gustina raspodele verovatnoće zavisi od više slučajnih veličina.

4.2.2 Metod odbacivanja

Za generisanje vrednosti x slučajne promenljive ζ čija je funkcija gustine raspodele verovatnoće $f_\zeta(x)$ metodom odbacivanja [98], koriste se vrednosti y druge slučajne promenljive η čija je funkcija gustine raspodele verovatnoće $g_\eta(y)$ slična funkciji gustine raspodele verovatnoće $f_\zeta(x)$. Slučajna promenljiva η bira se tako da se mogu jednostavno realizovati njene vrednosti y i da funkcija gustine raspodele verovatnoće $g_\eta(y)$ može da posluži za majorizaciju funkcije $f_\zeta(x)$ koristeći odgovarajuću

konstantu c , odnosno da je $cg_\eta(y) \geq f_\xi(x)$. Gustina raspodele verovatnoće $g_\eta(y)$ naziva se gustina majorizacije, a izraz $cg_\eta(y)$ – funkcija majorizacije.

Metod odbacivanja sastoji se iz sledećih koraka:

1. Generisati y koristeći funkciju $g_\eta(y)$.
2. Generisati slučajan uniformni broj u iz intervala $(0,1)$.
3. Ako je $u \leq \frac{f_\xi(x)}{cg_\eta(y)}$, uzeti y kao željenu realizaciju.
4. U protivnom, vratiti se na tačku 1.

4.2.3 Metod supstitucije

Gustina raspodele $f(x)$ slučajne promenljive ξ često ima više članova zato što se dobija aproksimacijom eksperimentalnih podataka. Nekada se, u svrhu primene metoda supstitucije, funkcija f razvija u obliku zbira funkcija, i to najčešće kao $f(x) = Aq(x) + Br(x) + Cs(x) + \dots$. Pomenuti metod sastoji se u tome da se prvo nađu težinski doprinosi svakog sabiraka gustine verovatnoće $f(x)$, a zatim da se slučajnim odabirom odredi koji sabirak ima zadatu verovatnoću. Posle toga, iz tog sabirka, bira se slučajna veličina prethodno opisanim metodom odbacivanja ili metodom inverzne funkcije. Ovaj metod se pokazao veoma dobar kada se Gausovom funkcijom aproksimira gustina raspodele.

4.2.4 Metod stacionarnih raspodela Markovljevih lanaca

Ukoliko je f funkcija gustine raspodele verovatnoće stacionarne raspodele Markovljevog lanca, tada korelisani uzorci iz ove raspodele mogu da se generišu simulacijom Markovljevog lanca. Aperiodičan, ireducibilan, pozitivan rekurentni Markovljev lanac ima stacionarnu ili tzv. invarijantnu raspodelu [45]. Markovljev lanac služi kao osnova određenih algoritama za generisanje slučajnih brojeva. Odabir elemenata Markovljevog lanca vrši se tako da oni formiraju nov lanac sa željenom stacionarnom raspodelom.

Primeru radi, za funkciju gustine raspodele verovatnoće slučajne promenljive f , algoritam Metropolis [45], [51] generiše slučajnu šetnju i koristi metod odbacivanja koji

se zasniva na određivanju funkcije gustine raspodele f u odgovarajućim koracima slučajne šetnje. Slučajna šetnja se odigrava iz tačke y_i pa do tačke $y_{i+1} = y_i + s$, gde je s slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu $(-a, a)$, pri čemu se tačka $y_{i+1} = y_i + s$ prihvata ako je zadovoljen uslov:

$$\frac{f(y_{i+1})}{y_i} \geq u \quad (4.14)$$

gde je u slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu $(0,1)$.

4.3 Algoritmi za generisanje slučajnih brojeva

4.3.1 Uniformna raspodela u intervalu

Funkcija gustine raspodele verovatnoće slučajne promenljive η koja ima uniformnu raspodelu u intervalu (a, b) , data je izrazom:

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a < x < b \quad (4.15)$$

U cilju generisanja vrednosti slučajne promenljive potrebno je rešiti sledeću jednačinu (linearna Volterr-ina jednačina I vrste):

$$\int_a^{\eta} \frac{1}{b-a} dx = u \quad (4.16)$$

gde u predstavlja slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu $(0,1)$. Konačno se dobija izraz za slučajnu promenljivu η u obliku:

$$\eta = a + (b-a)u \quad (4.17)$$

4.3.2 Uniformna raspodela na krugu

Element površine kruga izražen u polarnim koordinatama r i ϕ je:

$$dS = r dr d\phi \quad (4.18)$$

Tačka $P(x,y)$, gde su x i y pravougne koordinate, treba da ima uniformnu raspodelu na krugu. Verovatnoća uniformne raspodele tačke na elementu površine kruga dS data je izrazom:

$$f(r, \phi) dS = f(r, \phi) r dr d\phi = \frac{dS}{\int_0^{2\pi} \int_0^R r dr d\phi} = \frac{r dr d\phi}{R^2 \pi} \quad (4.19)$$

gde je R poluprečnik kruga, a r i ϕ su dve nezavisne promenljive, tako da važi $f(r, \phi) = f_r(r) f_\phi(\phi)$:

$$\frac{r dr d\phi}{R^2 \pi} = \frac{d\phi}{2\pi} \frac{2r dr}{R^2} \quad (4.20)$$

Slučajna promenljiva ϕ dobija se kad se reši jednačina:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\phi d\phi = u_1 \quad (4.21)$$

pri čemu u_1 predstavlja slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu $(0,1)$. Rešenje ove jednačine glasi

$$\phi = 2\pi u_1 \quad (4.22)$$

S druge strane, slučajna promenljiva r dobija se rešavanjem jednačine

$$\frac{2}{R^2} \int_0^r r dr = u_2 \quad (4.23)$$

gde je u_2 slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu $(0,1)$. Rešenje ove jednačine je:

$$r = \sqrt{R^2 u_2} \quad (4.24)$$

Pravougne koordinate tačke $P(x,y)$ određuju se na osnovu polarnih r i ϕ pomoću relacija

$$x = r \cos \phi \text{ i } y = r \sin \phi \quad (4.25)$$

4.3.3 Uniformna zapremina unutar sfere

Element zapremine sfere izražen u polarnim koordinatama r , θ i ϕ glasi

$$dV = r \sin \vartheta d\phi r d\vartheta dr . \quad (4.26)$$

Ova formula zapravo predstavlja proizvod infinitezimalnih elemenata dx , dy i dz pretvorenih u polarne koordinate. Daljim sređivanjem izraza na desnoj strani dobija se

$$dV = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi dr . \quad (4.27)$$

Tačka $P(x, y, z)$, gde su x , y i z pravouglo koordinata, treba da ima uniformnu raspodelu unutar sfere. Verovatnoća da tačka ima uniformnu raspodelu u zapreminskom elementu sfere dV data je izrazom:

$$f(r, \vartheta, \phi) dV = \frac{3 r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi dr}{4 R^3 \pi} . \quad (4.28)$$

Pritom, analogno slučaju $2D$ -polarnih koordinata, slučajne promenljive r , ϑ i ϕ su međusobno nezavisne, što nam pruža mogućnost da funkciju gustine raspodele verovatnoće posmatramo kao

$$f(r, \vartheta, \phi) = f_r(r) f_\vartheta(\vartheta) f_\phi(\phi) \quad (4.29)$$

gde je

$$f_r(r) = \frac{3r^2}{R^3}, f_\vartheta(\vartheta) = \frac{\sin \vartheta}{2}, f_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad (4.30)$$

a funkciju verovatnoće u obliku:

$$f(r, \vartheta, \phi) dV = \frac{3r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi dr}{4R^3 \pi} = \frac{d\phi}{2\pi} \frac{3r^2 dr}{R^3} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{2}, \quad (4.31)$$

Slučajna promenljiva ϕ dobija se rešavanjem jednačine:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\phi d\phi = u_1, \quad (4.32)$$

gde je u_1 slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu $(0,1)$. Rešenje ove jednačine je:

$$\phi = 2\pi u_1 \quad (4.33)$$

Slučajna promenljiva ϑ pronalazi se rešavanjem jednačine:

$$\frac{1}{2} \int_0^{\vartheta} \sin \vartheta d\vartheta = u_2 \quad (4.34)$$

Integraljenjem se dobija:

$$\cos \vartheta = 2u_2 - 1 \quad (4.35)$$

gde je u_2 slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu (0,1). Slučajna promenljiva r dobija se kada se reši jednačina:

$$\frac{3}{R^3} \int_0^r r^2 dr = u_3 \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} r^3 &= R^3 u_3 \\ r &= \sqrt[3]{R^3 u_3} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Pritom se sa u_3 označava slučajan broj sa uniformnom raspodelom na intervalu (0,1).

Pravouglo koordinatne tačke $P(x, y, z)$ određuju se pomoću izraza:

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = r \sin \vartheta \sin \varphi \quad \text{i} \quad z = r \cos \vartheta \quad (4.38)$$

U slučaju da imamo jedinični vektor položaja ($r = 1$) tačke $P(x, y, z)$, komponente ovog vektora date su izrazima:

$$x = \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = \sin \vartheta \sin \varphi \quad \text{i} \quad z = \cos \vartheta \quad (4.39)$$

pomoću kojih se definiše uniformna raspodela slučajnih pravaca u pravouglom koordinatnom sistemu.

4.3.4 Binomna raspodela

Slučajna promenljiva k , koja je okarakterisana binomnom raspodelom, može se generisati koristeći sledeći algoritam:

1. Konstruiše se niz B sa elementima tipa

$$B_0 = 0 \quad B_{i+1} = \sum_{k=0}^i f(k; n, p) \quad (4.40)$$

gde je:

$$f(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad (4.41)$$

Kada je $k = 0$, prva dva faktora unutar desnog člana postaju 1 pa formula dobija jednostavan oblik:

$$f(0; n, p) = (1-p)^n \quad (4.42)$$

Veza između dva uzastopna elementa niza data je izrazom:

$$f(k+1; n, p) = f(k; n, p) \frac{n-k}{k+1} \frac{p}{1-p} \quad (4.43)$$

2. Generiše se slučajni broj u koji ima uniformnu raspodelu u intervalu $(0,1)$.
3. Nađe se podinterval (B_i, B_{i+1}) koji zadovoljava uslov:

$$B_i < u < B_{i+1}$$

4. Pretpostavi se da je $k = i$ (k ima binomnu raspodelu), a zatim se vraća na tačku 2.

Algoritam je moguće organizovati tako da se izračunavaju samo oni elementi niza B koji su potrebni za dobijanje binomne raspodele slučajne promenljive k .

4.3.5 Poisson-ova raspodela

Slučajna promenljiva k , koja prati Poisson-ovu raspodelu, može biti generisana algoritmom sledećeg tipa:

1. Generiše se slučajan broj u koji ima uniformnu raspodelu u intervalu $(0,1)$
2. Nađe se podinterval (P_i, P_{i+1}) koji zadovoljava uslov

$$P_i < u < P_{i+1}$$

Ako je potrebno, niz P se popuni do indeksa $i + 1$ odgovarajućim vrednostima koje se izračunaju uz pomoć izraza:

$$P_0 = 0 \quad P_{i+1} = \sum_{k=0}^i f(k; \mu) \frac{\mu}{k+1} \quad (4.44)$$

3. Pretpostavi se da je $n = i - 1$ (gde n ima Poisson-ovu raspodelu), i pređe na tačku 2.

4.3.6 Eksponecijalna raspodela

Slučajna promenljiva k sa eksponecijalnom raspodelom generiše se sledećim izrazom:

$$\int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = u \quad (4.45)$$

gde je λ parametar, a u je slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu $(0,1)$. Vrednost x može se odrediti iz izraza:

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-u) \quad (4.46)$$

Pošto je raspodela vrednosti slučajnog broja u ista kao i raspodela $(1 - u)$, navedeni izraz možemo uproščeno pisati kao:

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(u) . \quad (4.47)$$

4.3.7 Gama raspodela

Gama raspodela predstavlja dvoparametarsku familiju neprekidnih raspodela verovatnoće. Najčešće se koriste sledeće dve vrste parametrizacije [105]:

1. Upotrebom parametra oblika k i parametra razmere θ .
2. Upotrebom parametra oblika $\alpha = k$ i inverznog parametra razmere $\beta = 1/\theta$.

Pretpostavimo da sve nezavisne slučajne promenljive $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n$ imaju istu eksponecijalnu raspodelu okarakterisanu parametrom λ . Tada slučajna promenljiva

$$\eta = \sum_{i=1}^n \zeta_i \quad (4.48)$$

posедуje gama raspodelu sa n stepeni slobode. Ako je $n = 1$, raspodela je eksponencijalna. Ako je $n > 1$, n puta se generišu slučajni brojevi sa eksponencijalnom raspodelom (kao u slučaju kada je $n = 1$) pa se sumiranjem dobijenih rezultata dobije gama raspodela. U slučaju $n > 1$, koristi se sledeći postupak [45]:

1. Generišu se uniformni slučajni brojevi u_1 i u_2 iz intervala $(0,1)$ i izračuna se veličina:

$$v = \frac{\left(n - \frac{1}{6n}\right)u_1}{(n-1)u_2} \quad (4.49)$$

2. Ako važi da je:

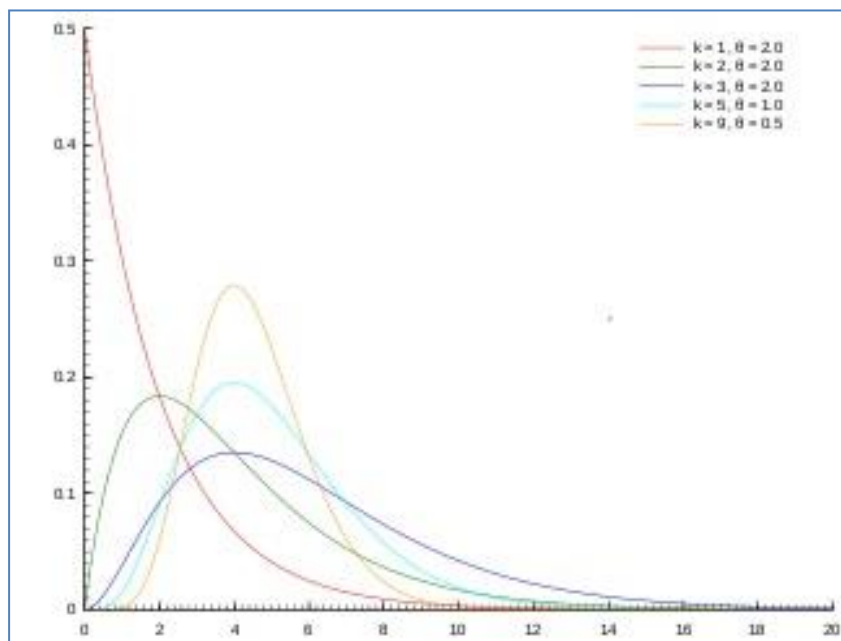
$$v = \frac{2(u_2-1)u_1}{n-1} + v + \frac{1}{v} \leq 2 \quad (4.50)$$

tada se izračuna $x = (n - 1)v$. Drugi način jeste da se, ukoliko važi nejednakost

$$\frac{2 \ln u_1}{n-1} - \ln v + v \leq 1 \quad (4.51)$$

takođe izračuna $x = (n - 1)v$.

3. Ponovi se postupak 1.



Slika 4.2 Gama-raspodela za različite vrednosti parametara k i θ . (Prema [52])

4.3.8 Gauss-ova (normalna) raspodela

Radi se o najpoznatijoj funkciji gustine raspodele verovatnoće.

Neka je data dvodimenzionalna Gauss-ova raspodela sa parametrima $\mu = 0$ i $\sigma^2 = 1$. Verovatnoća Gauss-ove raspodele na elementu površine kruga $dS = r dr d\phi$ data je izrazom:

$$f(r, \phi) dS = \frac{e^{-\frac{r^2}{2}}}{2\pi} dS = \frac{e^{-\frac{r^2}{2}}}{2\pi} r dr d\phi. \quad (4.52)$$

Slučajne promenljive r i ϕ međusobno su nezavisne, tako da se može pisati:

$$f(r, \phi) = f_r(r) f_\phi(\phi) = r e^{-\frac{r^2}{2}} \frac{1}{2\pi} \quad (4.53)$$

Vrednost slučajne promenljive r generiše se pomoću uniformnog slučajnog broja u_1 :

$$u_1 = \int_0^r r e^{-\frac{r^2}{2}} dr = -e^{-\frac{r^2}{2}} + 1 \quad (4.54)$$

odakle se dobija:

$$r = \sqrt{-2 \ln(1 - u_1)}. \quad (4.55)$$

Pošto je raspodela vrednosti slučajnog broja $1 - u_1$ istovetna kao raspodela za u_1 , gornji izraz može se uprostiti na sledeći način:

$$r = \sqrt{-2 \ln u_1}. \quad (4.56)$$

Vrednost druge slučajne promenljive (ϕ) može se generisati pomoću drugog slučajnog broja u_2 , koji poseduje uniformnu raspodelu, a dobija se kao

$$u_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\phi d\phi = \frac{\phi}{2\pi}, \quad (4.57)$$

odakle proizilazi:

$$\phi = 2\pi u_2 . \quad (4.58)$$

Dva slučajna broja koja slede Gauss-ovu (normalnu) raspodelu, izražena u pravouglim (kartezijanskim) koordinatama glase:

$$x = r \cos\phi, \quad y = r \sin\phi \quad (4.59)$$

odnosno, ukoliko se izraze i u funkciji uniformnih slučajnih brojeva u_1 i u_2 :

$$x = \sqrt{-2\ln u_1} \cos 2\pi u_2, \quad y = \sqrt{-2\ln u_1} \sin 2\pi u_2 \quad (4.60)$$

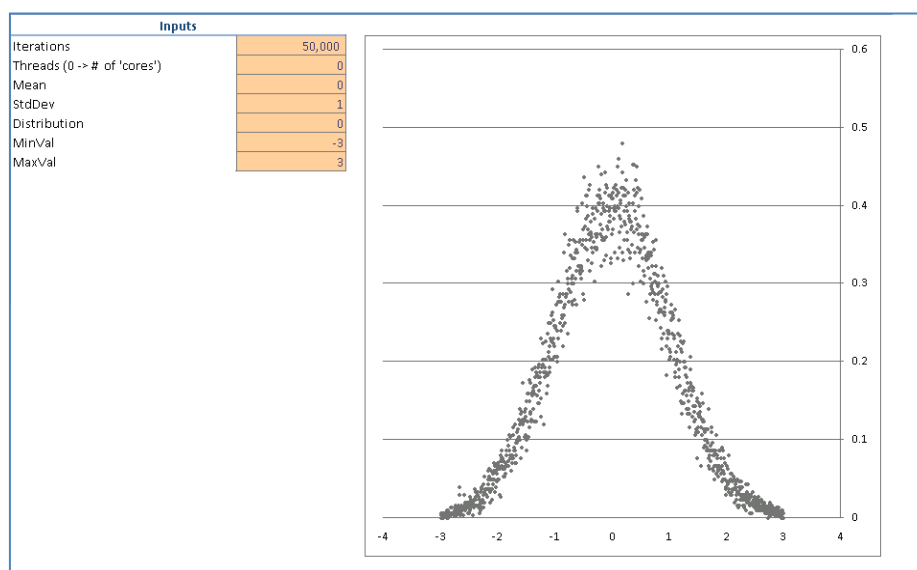
Za generisanje Gauss-ove raspodele postoje i brži algoritmi od navedenog, poput sledećeg postupka:

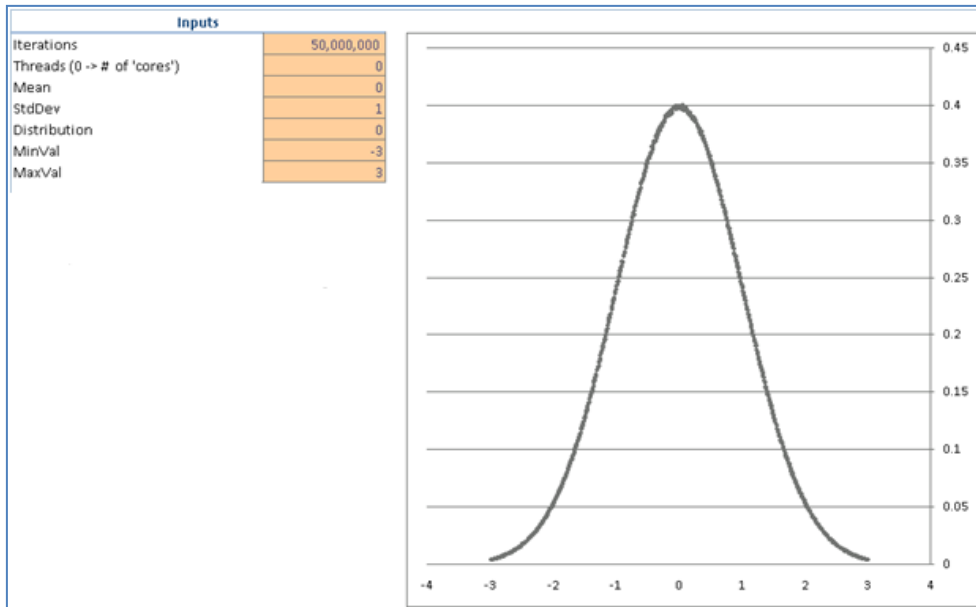
1) Generišu se slučajni brojevi u_1 i u_2 koji imaju uniformnu raspodelu na intervalu (0,1). Nakon toga, izračunaju se vrednosti $v_1 = 2u_1 - 1$ i $v_2 = 2u_2 - 1$, takođe slučajni brojevi, ali sa uniformnom raspodelom na (-1, 1);

2) Ukoliko važi da je $r^2 = v_1^2 + v_2^2 > 1$, ponovi se procedura 1). U protivnom, definiše se novi par slučajnih brojeva:

$$z_1 = v_1 \sqrt{\frac{-2\ln r^2}{r^2}} \quad \text{i} \quad z_2 = v_2 \sqrt{\frac{-2\ln r^2}{r^2}} \quad (4.61)$$

koji predstavljaju nezavisne slučajne brojeve koji slede Gauss-ovu raspodelu sa očekivanom vrednošću $\mu = 0$ i varijansom $\sigma^2 = 1$.





Slika 4.3 Gauss-ova raspodela sa parametrima $\mu = 0$ i $\sigma^2 = 1$ dobijena Monte-Carlo simulacijom ($N_{\text{sim1}} = 50000$ i $N_{\text{sim2}} = 50000000$, respektivno). (Prema [53])

Uzmimo generičku slučajnu promenljivu γ koja sledi Gauss-ovu raspodelu sa gore navedenim parametrima μ i σ^2 . Tada slučajna promenljiva $\eta = \mu + \sigma\gamma$ takođe ima Gauss-ovu raspodelu sa matematičkim očekivanjem $E(\eta) = \mu$ te varijansom $D^2(\eta) = \sigma^2$ [42].

Da bi se generisali slučajni brojevi koji imaju Gauss-ovu raspodelu oblika:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4.62)$$

Potrebno je slučajne brojeve x iz jednačine

$$x = \sqrt{-2\ln u_1} \cos 2\pi u_2 \quad (4.63)$$

koji slede Gauss-ovu normalnu raspodelu sa $\mu = 0$ i $\sigma^2 = 1$, pomnožiti sa σ i uvećati za μ , uvođenjem χ . Puna širina na polovini maksimuma (FWHM) Gauss-ove raspodele izračunava se pomoću izraza [94]:

$$FWHM = 2\sigma\sqrt{2\ln 2} = 2.35482\sigma \quad (4.64)$$

4.3.9 χ^2 raspodela

Pretpostavimo da imamo slučajne promenljive $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ koje slede Gauss-ovu raspodelu sa parametrima $\mu = 0$ i $\sigma^2 = 1$. Tada se nova slučajna promenljiva definisana kao

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \quad (4.65)$$

i ima $\chi^2(n)$ raspodelu, gde n predstavlja broj stepeni slobode.

Ovaj tip raspodele može se generisati i na druge načine. Ovde će biti navedena dva algoritma:

I – Ako je n neki paran broj, generiše se ukupno $n/2$ slučajnih uniformnih brojeva u_i na intervalu $(0,1)$. Potom se uvede nova promenljiva y čija se vrednost izračunava kao:

$$y = -2 \ln \left(\prod_{i=1}^{n/2} u_i \right) \quad (4.66)$$

Promenljiva y generisana na ovakav način sledi $\chi^2(n)$ raspodelu.

II – Ako je n neparan broj, generiše se ukupno $(n-1)/2$ slučajnih uniformnih brojeva u_i u intervalu $(0,1)$ I slučajan broj z sa Gauss-ovom raspodelom. Zatim se izračuna:

$$y = -2 \ln \left(\prod_{i=1}^{(n-1)/2} u_i \right) + z^2 \quad (4.67)$$

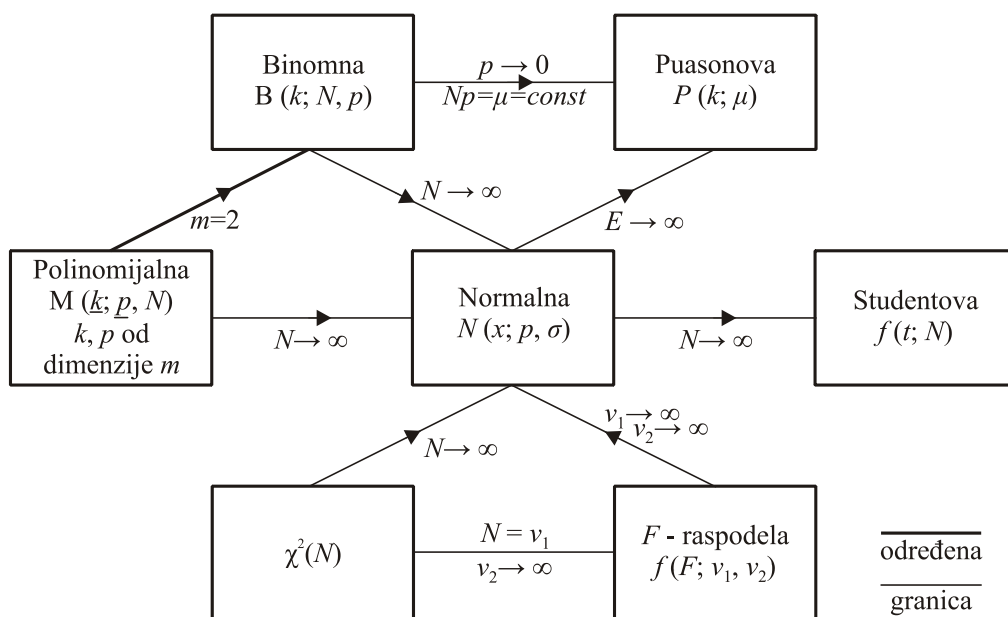
Ovako generisan broj y takođe sledi $\chi^2(n)$ raspodelu.

4.3.10 Student-ova t -raspodela

Neka su $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ i ξ nezavisne slučajne promenljive sa Gauss-ovom raspodelom, očekivane vrednosti $\mu = 0$ i varijanse $\sigma^2 = 1$. Definišimo sledeće slučajne promenljive:

$$z = \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \quad i \quad t = \xi \sqrt{\frac{n}{z}} \quad (4.68)$$

Tada slučajna promenljiva z ima $\chi^2(n)$ raspodelu, a slučajna promenljiva t – Student-ovu t raspodelu sa n stepeni slobode.



Slika 4.4 Međusobna povezanost različitih raspodela preko njihovih karakterističnih parametara, (Prema P. Osmokrović, M. Pešić, Ć. Dolićanin, K. Stanković [72])

4.3.11 Primene Monte-Carlo metoda

Monte-Carlo metod moguće je primeniti svaki put kada se rešenje nekog problema može dovesti u vezu sa određenim parametrom raspodele verovatnoće [54].

4.4 Primene Monte-Carlo simulacija u nuklearnoj fizici

4.4.1 Radioaktivni raspad

Pretpostavimo da imamo N_t radioaktivnih jezgara u trenutku t . Sa dN se označava broj jezgara koja se raspadnu u toku vremenskog intervala $(t, t + dt)$, a koji je srazmeran broju radioaktivnih jezgara N_t u trenutku t i tokom vremenskog intervala dt :

$$dN = -\lambda N_t dt . \tag{4.69}$$

Negativan znak na desnoj strani jednačine označava da se broj radioaktivnih jezgara tokom vremena smanjuje. Vrednost konstante λ zavisi samo od osobina

konkretnog radioaktivnog jezgra, a potpuno je nezavisna od svih fizičkih, hemijskih ili nekih drugih uticaja. Integralni oblik gornje jednačine glasi

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t} \quad (4.70)$$

gde N_0 označava broj radioaktivnih jezgara u trenutku $t = 0$. Vreme poluživota radioaktivnih jezgara $T_{1/2}$ određuje se iz izraza (koji predstavlja modifikovani gornji izraz za $t = T_{1/2}$)

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad (4.71)$$

odakle se dobija:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,69315}{\lambda} \quad (4.72)$$

Broj raspadnutih radioaktivnih jezgara u vremenskom intervalu $(t, t + dt)$ dat je izrazom:

$$\lambda N_t dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt. \quad (4.73)$$

Zbir vremenâ života N_0 jezgara iznosi:

$$T_S = \int_0^{\infty} t \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \frac{N_0}{\lambda}. \quad (4.74)$$

Srednje vreme života radioaktivnih jezgara određuje se iz sledećeg izraza:

$$\tau = \frac{T_S}{N_0} = \frac{1}{\lambda} \approx \frac{T_{1/2}}{0,69315} \approx 1,4427 T_{1/2} \quad (4.75)$$

Verovatnoća da se radioaktivno jezgro raspadne u toku vremenskog intervala $(t, t+dt)$ data je izrazom:

$$f(t)dt = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} dt. \quad (4.76)$$

Vrednosti slučajne promenljive t koja prati ovakav tip eksponencijalne raspodele generišu se pomoću sledeće jednačine:

$$u = \frac{1}{\tau} \int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}} dt = -e^{-\frac{t}{\tau}} + 1 \quad (4.77)$$

odakle se dobija

$$t = -\tau \ln(1-u) \quad (4.78)$$

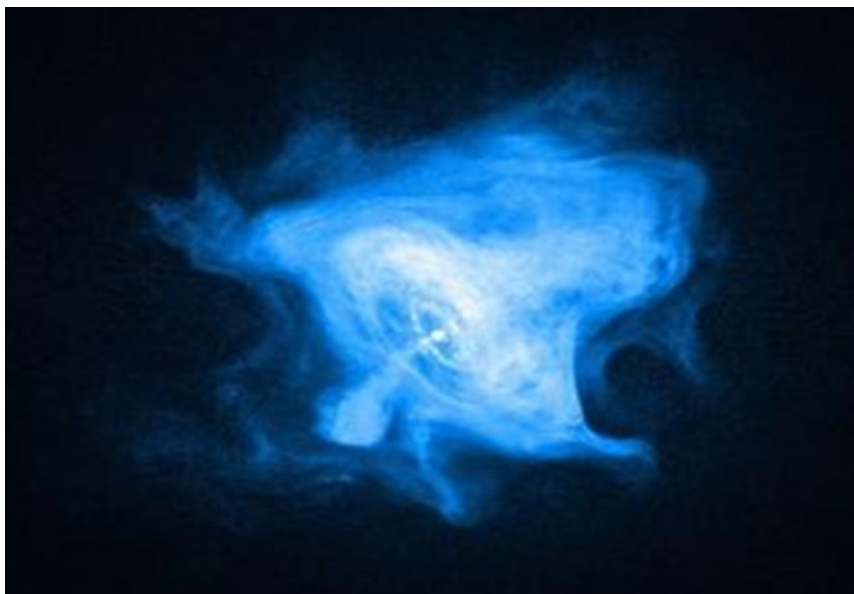
gde je u slučajan broj koji prati uniformnu raspodelu u interval $(0,1)$. Pošto je raspodela vrednosti slučajnog broja $(1-u)$ ista kao i za u , možemo pisati:

$$t = -\tau \ln u \quad (4.79)$$

4.4.2 Prolazak neutrona kroz materiju

Neutronska fizika jedna je od oblasti gde se Monte-Carlo metod veoma često koristi ([55], [56]). Monte-Carlo metod izdvaja se zbog nekoliko svojstava veoma atraktivnih za primenu, i to:

- Monte-Carlo metoda omogućuje da se numerički prate svi događaji tokom prolaska čestice kroz materijal na osnovu teorijskih i eksperimentalnih saznanja o tim događajima;
- Pritom se ne rešava jednačina transporta, već se određuje statistička srednja vrednost velikog broja istorija čestica simuliranih pomoću računara;
- Algoritmi za simulaciju prolaska čestica kroz materijal relativno su jednostavni, a sama simulacija ne zahteva značajnu promenu algoritma bez obzira na to za koje svrhe se obavlja;
- Greška određivanja statističke srednje vrednosti kontrolisana je i moguće ju je unapred proceniti;
- Simulacija prolaska čestica može se izvršiti bez geometrijskih ograničenja koja se pri praktičnoj realizaciji eksperimenta često javljaju.



Slika 4.5 Prolazak neutrona kroz maglenu komoru. (Prema P. Osmokrović, M. Pešić, Ć. Dolićanin, K. Stanković, [72])

Simulacija se bazira na slučajnim sudarima pri prolasku neutrona i ovde razmotramo najprostiji slučaj preko primene Monte Carlo metode uz pretpostavku da prilikom sudara neutrona sa jezgrom atoma oni se mogu ili rasejavati ili ugraditi u jezgro [42, 57]. Pretpostavićemo, radi jednostavnosti, da se energija neutrona pri rasejanju ne menja i da je rasejanje izotropno (bilo koji pravac rasejanja jednako je verovatan – ovo u realnosti može da bude slučaj pri rasejanju neutrona na teškim jezgrima).

Kada se monoenergetski fluks neutrona kreće u pravcu x -ose i pada na homogenu ploču debljine h normalnu na x -osu, moguća su tri scenarija:

1. Prolazak neutrona kroz ploču (a)
2. Refleksija neutrona od ploče (b)
3. Zahvat neutrona od strane nekog od jezgara ploče (c)

Tražene verovatnoće (prolaska, refleksije i zahvata, respektivno) tada su date odnosima:

$$P_{\text{prol}} \sim \frac{N_{\text{prol}}}{N_{\text{eksp}}}, P_{\text{refl}} \sim \frac{N_{\text{refl}}}{N_{\text{eksp}}}, P_{\text{zahv}} \sim \frac{N_{\text{zahv}}}{N_{\text{eksp}}}. \quad (4.80)$$

S povećanjem broja računarskih eksperimenata N_{eksp} veći, veća je i tačnost određivanja ovih verovatnoća.

U analizi takvog eksperimenta, pretpostavi se da je u datom eksperimentu neutron doživio neko, n -to po redu, rasejanje. Tada se postavlja pitanje koliki put bi neutron trebalo da pređe do sledećeg sudara sa atomskim jezgrom. Dužina slobodnog puta neutrona λ , tj. pređeni put neutrona između dva uzastopna sudara, predstavlja slučajnu veličinu sa eksponencijalnom gustinom raspodele verovatnoće:

$$f(\lambda) = \sigma \cdot e^{-\sigma N \lambda} \quad (4.81)$$

gde simbol N označava broj jezgara u jediničnoj zapremini mete, dok je σ ukupni efikasni presek interakcije². Prilikom Monte-Carlo simulacije prolaska neutrona kroz ploču, na slučajan način se određuje slobodni put između dva uzastopna rasejanja na nekom od jezgara ploče. S obzirom na to da je ovaj postupak prethodno već opisan u odeljku „Eksponencijalna raspodela”, ovde će biti naveden samo krajnji rezultat:

$$\lambda = -\frac{1}{\sigma N} \ln(1-u_1) \quad (4.82)$$

gde u_1 predstavlja slučajni broj sa uniformnom raspodelom u intervalu (0,1). Pošto je raspodela vrednosti slučajnog broja $(1-u_1)$ ista kao i raspodela slučajnog broja u_1 , gornja jednačina može se pisati kao

$$\lambda = -\frac{1}{\sigma N} \ln u_1. \quad (4.83)$$

Ukupni efikasni presek σ interakcije dat je zbirom efikasnog preseka rasejanja neutrona na jezgru σ_R i efikasnog preseka zahvata (apsorpcije) neutrona od strane jezgra σ_Z :

$$\sigma = \sigma_R + \sigma_Z. \quad (4.84)$$

Navedeni efikasni preseki karakterišu interakciju neutrona određene energije sa materijalnim medijumom, a njihov fizički smisao jeste da, prilikom sudara neutrona sa jezgrom, verovatnoća sa kojom je moguće rasejanje neutrona iznosi σ_R/σ , dok

² Jedinica za efikasni presek je *barn* (b) = 10^{-24} cm².

verovatnoća zahvata odgovara odnosu σ_z / σ . Pritom, konstante σ_R, σ_z i N imaju specifične vrednosti za svaki materijal.

Ovim proračunom određena je dužina slobodnog puta koji neutron pređe između dva sudara sa jezgrom, ali ne i pravac i smer njegovog kretanja. Pravac kretanja neutrona određuje se na osnovu pretpostavke o izotropnosti rasejanja. Različiti pravci rasejanja neutrona opisuju se pomoću odgovarajućih jediničnih vektora, na način koji je objašnjen u odeljku „Uniformna raspodela unutar sfere”. Ovi pravci se u polarnim koordinatama izražavaju preko uglova φ i δ , pri čemu vrednost ugla φ nije relevantna, s obzirom na to da je pravac upadnog snopa neutrona x -osa, što problem čini jednodimenzionalnim. Ugao δ određuje se pomoću izraza:

$$\delta = \arccos(2u_2 - 1), \quad (4.85)$$

gde u_2 ponovo predstavlja slučajan broj sa uniformnom raspodelom na intervalu $(0,1)$. Sledeća, n -ta po redu, interakcija neutrona sa jezgrom materijalnog medijuma dešava se u tački x_n (negde duž x -ose), čija se vrednost određuje pomoću izraza:

$$x_n = x_{n-1} + \lambda \cos \delta_{n-1} \quad (4.86)$$

U navedenom izrazu, sa x_{n-1} označen je položaj tačke u kojoj se desila prethodna interakcija.

Ishod eksperimenta se proverava na sledeći način:

- (i) Ako je $x_n > h$, došlo je do prolaska neutrona kroz ploču. Time je kumulativni broj prolazaka neutrona kroz ploču uvećan za jedan ($N_{prol} \rightarrow N_{prol} + 1$), i novi eksperiment može da počne.
- (ii) Ukoliko je $x_n < 0$, došlo je do refleksije neutron od ploče. Tada se za jedan uvećava kumulativni broj refleksija neutrona ($N_{refl} \rightarrow N_{refl} + 1$), i započinje novi eksperiment.
- (iii) Da bi se utvrdilo da li je pri n -toj interakciji neutrona sa jezgrom došlo do zahvata, generiše se još jedan slučajan broj (u_3) sa uniformnom raspodelom u intervalu $(0,1)$. Ako je ispunjen uslov

$$u_3 < \frac{\sigma_z}{\sigma} \quad (4.87)$$

došlo je do zahvata neutrona.

Povećava se za jedan kumulativni broj zahvata ($N_{zahv} \rightarrow N_{zahv}+1$), i novi eksperiment može da započne.

Ako nijedan od ova tri uslova nije ispunjen, eksperiment se nastavlja na isti način u sledećoj iteraciji. Vidi se da svaki korak Monte-Carlo simulacije prolaska neutrona kroz materiju neophodno generisati tri slučajna broja koja slede uniformnu raspodelu na intervalu (0,1). Kao što je već razmatrano, verovatnoće triju mogućih ishoda eksperimenta date su jednostavnim odnosima

$$P_{prol} \sim \frac{N_{prol}}{N_{eksp}}, P_{refl} \sim \frac{N_{refl}}{N_{eksp}}, P_{zahv} \sim \frac{N_{zahv}}{N_{eksp}}. \quad (4.88)$$

Kao praktičan primer, razmotriće se prolazak monoenergetskih neutrona sa brzinom 2200 m/s (što odgovara energiji neutrona $\approx 0,0252$ eV), kroz berilijumsku ploču debljine $h = 20$ cm. U ovom slučaju, broj jezgara berilijuma po jedinici zapremine je $N = 0,1236 \times 10^{24}$ cm⁻³, a efikasni preseki za rasejanje odnosno zahvat neutrona iznose, respektivno [58]:

$$\sigma_R \approx 7,0 \text{ b}$$

$$\sigma_Z \approx 0,01 \text{ b}$$

Opisani primer prolaska neutrona kroz ploču pokazuje da se isti pristup može relativno lako uopštiti na mnogo komplikovanije probleme (proizvoljni geometrijski oblik, neizotropno rasejanje, promena energije neutrona prilikom sudara, ...). Pritom se mogu uzeti u obzir i drugi nuklearni procesi, kao npr. fisija jezgra koja proizvodi dodatne neutrone, i sl.

4.4.3 Simulacija procesa proizvodnje fragmenata u interakciji lakih jona sa teškim jezgrima

Ovde će biti dat opis Monte-Carlo simulacije procesa raspada rezidualnog jezgra mete pri interakciji lakih jona (jona čiji je maseni broj $A \leq 4$) sa teškim jezgrima mete. Simulaciju sačinjavaju sledeći koraci:

1. Najpre se simulira nuklearni proces pri kome dolazi do emisije tri fragmenta – dva teška i jednog lakog [59].³ Prilikom simulacije koriste se eksperimentalno dobijene vrednosti nalektrisanja kao i brzine uzmaka rezidualnog jezgra mete.

2. Emisija fragmenata vrši se sekvencijalno (uzastopno) i izotropno.

3. U trenutku emisije i -tog po redu fragmenta, on se nalazi na rastojanju $d = 1,224 (A_i^{1/3} + A_R^{1/3}) + 2$ [fm] od preostalog dela jezgra mete. Pritom A_i i A_R predstavljaju, respektivno, masene brojeve i -tog fragmenta i rezidualnog jezgra mete.

4. Inicijalizacija stanja ekspanzije sistema vrši se u trenutku raspada sistema, i to tako što se generišu slučajni položaji i impulsi fragmenata, čije su vrednosti uslovljene ukupnom termalnom energijom sistema.

5. Pretpostavi se da verovatnoća emisije fragmenata ne zavisi od njegove mase.

6. Vreme između dva uzastopna raspada generiše se Monte-Carlo simulacijom gustine raspodele verovatnoće $P(t) \propto \exp(-t/\tau)$, gde je τ parametar koji je za svaki raspad ima konstantnu vrednost.

7. Putanje fragmenata dobijaju se rešavanjem sistema diferencijalnih jednačina kretanja numeričkom Runge-Kutta metodom IV stepena.

8. Za svaki eksperimentalno dobijeni događaj vrši se određen veliki broj Monte-Carlo simulacija (npr. $N = 100000$). Za korak vremenske integracije uzima se dovoljno mala vrednost da bi se ispunio kriterijum održanja energije i impulsa sistema u toku pojedinačne iteracije ($\delta t = 0,01 fm/c$, c – brzina svetlosti u vakuumu).

9. Da bi se uračunala geometrijska efikasnost sistema detektora⁴ vrši se transformacija brzina fragmenata iz sistema centra mase jezgra koje je emitovale fragmente, u laboratorijski sistem. Nakon toga se biraju fragmenti koji su mogli da budu detektovani u korišćenoj eksperimentalnoj geometriji. Ako su fragmenti mogli biti detektovani, trenutna simulacija se uzima u obzir i prelazi se na novu.

³ „Lakim” se nazivaju fragmenti sa nalektrisanjem $Z \leq 20$, a „teškim” – oni čiji je $Z > 20$.

⁴ Detekcioni sistem mogu da sačinjavaju npr. dve polikarbonatne folije Makrofol-a, dimenzija $40 \times 30 \times 0,2$ mm³, između kojih je smeštena meta [59].

Ukoliko, pak, nije moglo doći do detekcije fragmenata, trenutna simulacija se odbacuje i prelazi se na novu.

4.4.3.1 Simulacija izotropnosti emisije fragmenata

Simulacija izotropnosti emisije fragmenata jezgra vrši se takođe Monte-Carlo metodama, koristeći izraze

$$\phi = 2\pi u_1 \text{ i } \delta = atc \cos(2u_2 - 1) \quad (4.89)$$

gde su u_1 i u_2 slučajni brojevi sa uniformnom raspodelom u intervalu (0,1).

4.4.3.2 Simulacija vremena između dva uzastopna raspada

Kao što je u uvodnom delu već napomenuto, simulacija vremena koje protekne između dva uzastopna raspada vrši se pomoću funkcije gustine raspodele verovatnoće $P(t) = Ce^{-t/\tau}$. Najpre se izvrši normalizacija funkcije $P(t)$:

$$C \int_0^{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} dt = 1, \quad (4.90)$$

da bi se na osnovu tog izraza odredila konstanta normalizacije C :

$$C = \frac{-1}{\tau(e^{-1} - 1)}, \quad (4.91)$$

što znači da normalizovana funkcija $P(t)$ ima oblik:

$$P(t) = \frac{-e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau(e^{-1} - 1)} \quad (4.92)$$

Simulacija vremena t vrši se pomoću izraza:

$$\int_0^t P(t) dt = u_3. \quad (4.93)$$

Slično kao i do sada, u_3 je slučajan broj sa uniformnom raspodelom u intervalu $(0, 1)$. Rešavanjem gornje jednačine po t dobija se:

$$t = -\tau \ln \left[1 + u_3 (e^{-1} - 1) \right] \quad (4.94)$$

4.4.3.3 Simulacija početne konfiguracije fragmenata

Radi pojednostavljenja problema, prepostavi se da se početno jezgro u trenutku $t = 0$ sastojalo od dva fragmenta, ij i k . Najpre dolazi do emisije fragmenta k , a zatim – u drugoj fazi – do raspada jezgra ij na prostije fragmente – i i j . Pritom se prepostavi da su i fragment ij i fragment k sfernog oblika, poluprečnika $r_{ij} = r_0 A_{ij}^{1/3}$ i $r_k = r_0 A_k^{1/3}$, gde parametar iznosi $r_0 = 1,4$ fm, dok A_{ij} i A_k predstavljaju masene brojeve fragmenata ij i k , redom. U trenutku $t = 0$, vektori položaja fragmenata glase:

$$\vec{R}_{ij}(t=0) = \begin{pmatrix} r_{ij} \sin \delta_{i,j} \cos \varphi_{i,j} \\ r_{ij} \sin \delta_{i,j} \sin \varphi_{i,j} \\ r_{ij} \cos \delta_{i,j} \end{pmatrix}$$

$$\vec{R}_k(t=0) = \begin{pmatrix} r_k \sin \delta_k \cos \varphi_k \\ r_k \sin \delta_k \sin \varphi_k \\ r_k \cos \delta_k \end{pmatrix}$$

gde su uglovi $\delta_{i,j}$, $\varphi_{i,j}$, δ_k i φ_k dobijeni Monte-Carlo simulacijom, uz ispunjenje uslova:

$$\delta_k + \delta_{ij} = 180^\circ, \quad \varphi_k = \varphi_{ij} + 180^\circ. \quad (4.95)$$

4.4.3.4 Početni impulsi fragmenata

Problem emisije fragmenata najpodesnije je posmatrati u sistemu centra mase rezidualnog jezgra, koje emituje fragmente. Tada se zakon o održanju impulsa izražava kao:

$$\vec{p}_{ij} + \vec{p}_k = 0 \quad (4.96)$$

Navedena vektorska jednačina transformiše se u tri skalarne, koje izražavaju činjenicu da je algebarski zbir projekcija impulsa fragmenata ij i k na x , y i z -osu pravouglog koordinatnog sistema jednak nuli:

$$p_{ij} \sin \delta_{i,j} \cos \varphi_{i,j} + p_k \sin \delta_k \cos \varphi_k = 0 \quad (4.97)$$

$$p_{ij} \sin \delta_{i,j} \sin \varphi_{i,j} + p_k \sin \delta_k \sin \varphi_k = 0 \quad (4.98)$$

$$p_{ij} \cos \delta_{i,j} + p_k \cos \delta_k = 0 \quad (4.99)$$

U početnom trenutku, fragmenti na raspolaganju imaju termalnu energiju E_t' , usled koje imaju početne impulse. Ova tvrdnja može se napisati u obliku

$$\frac{p_{ij}^2}{2m_{ij}} + \frac{p_k^2}{2m_k} = E_t' \quad (4.100)$$

gde su m_{ij} i m_k mase fragmenata ij i k , respektivno.

4.4.4 Procena kvaliteta i pouzdanosti nuklearne instrumentacije

Kada se nuklearna instrumentacija sastoji od više komponenti (otpornika, kondenzatora, tranzistora itd.), njen kvalitet se opisuje odgovarajućom funkcijom f koja zavisi od karakterističnih parametara komponenti. Primera radi, u nekim slučajevima ta funkcija može biti napon koji se meri u datoj tački opreme:

$$U = f(R_1, R_2, \dots, C_1, C_2, \dots) \quad (4.101)$$

U normalnim okolnostima, očekuje se da se vrednosti električne kapacitivnosti, električnog otpora itd. nalaze u nekom interval oko nominalne vrednosti. Ukoliko, međutim, parametri komponenti opreme u nekom trenutku dostignu ekstremne vrednosti, izvan tog intervala, tada i f poprima ekstremnu vrednost. U komplikovanijim situacijama, teško je ili nemoguće odredit analitičk oblik funkcije f . Ako vršimo ispitivanje više komponenti, u mogućnosti smo da odredimo raspodelu svakog parametra i njegovu srednju vrednost, tako da srednja vrednost funkcije za celokupnu opremu glasi:

$$E(U) = f(E(R_1), E(R_1), \dots, E(C_1), E(C_1)\dots) \quad (4.102)$$

Primena Monte-Carlo metoda u ovom slučaju se sastoji u tome da se preko poznatih parametara komponenti U_i može proceniti kvalitet celokupne opreme. Naime, generisanjem vrednosti parametara određuje se srednja (očekivana) vrednost i varijansa veličine tj. funkcije koja opisuje kvalitet opreme, putem izraza:

$$E(U) \sim \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i \quad (4.103)$$

$$D^2(U) \sim \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (U_i - E(U))^2 \quad (4.104)$$

Sada se pretpostavi da su poznate verovatnoće prestanka funkcionisanja svake pojedine komponente posle određenog vremena. Takođe se pretpostavlja da zastoj u radu jedne komponente znači prestanak rada cele nuklearne opreme. Ako se npr. oprema sastoji od četiri komponente; tada se vreme normalnog funkcionisanja opreme zapisuje u sledećem obliku:

$$t = \min (t_1, t_2, t_3, t_4). \quad (4.105)$$

Ako za jednu od četiri komponente postoji rezervna komponenta koja u trenutku prestanka rada može da je zameni, tada će celokupna oprema nastaviti normalno da obavlja svoju funkciju.

Neka sada oprema sadrži pet komponenti, i to tako da treća i četvrta komponenta mogu da obavljaju identičnu funkciju u slučaju da jedna od njih zastane. U ovom slučaju, vreme normalnog funkcionisanja opreme može se opisati u sledećem obliku:

$$t = \min (t_1, t_2, \max(t_3, t_4), t_5). \quad (4.106)$$

Monte-Carlo metodom generišu se vrednosti vremena normalnog funkcionisanja svih komponenti opreme, što omogućuje određivanje životnog veka celokupne opreme. Vršanjem određenog broja N Monte-Carlo simulacija, moguće je odrediti srednje vreme života opreme kao i varijansu raspodele vremena služeći se izrazima:

$$E(t) \sim \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad (4.107)$$

$$D^2(t) \sim \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - E(t))^2. \quad (4.108)$$

4.4.5 Računarski programi za Monte-Carlo simulaciju

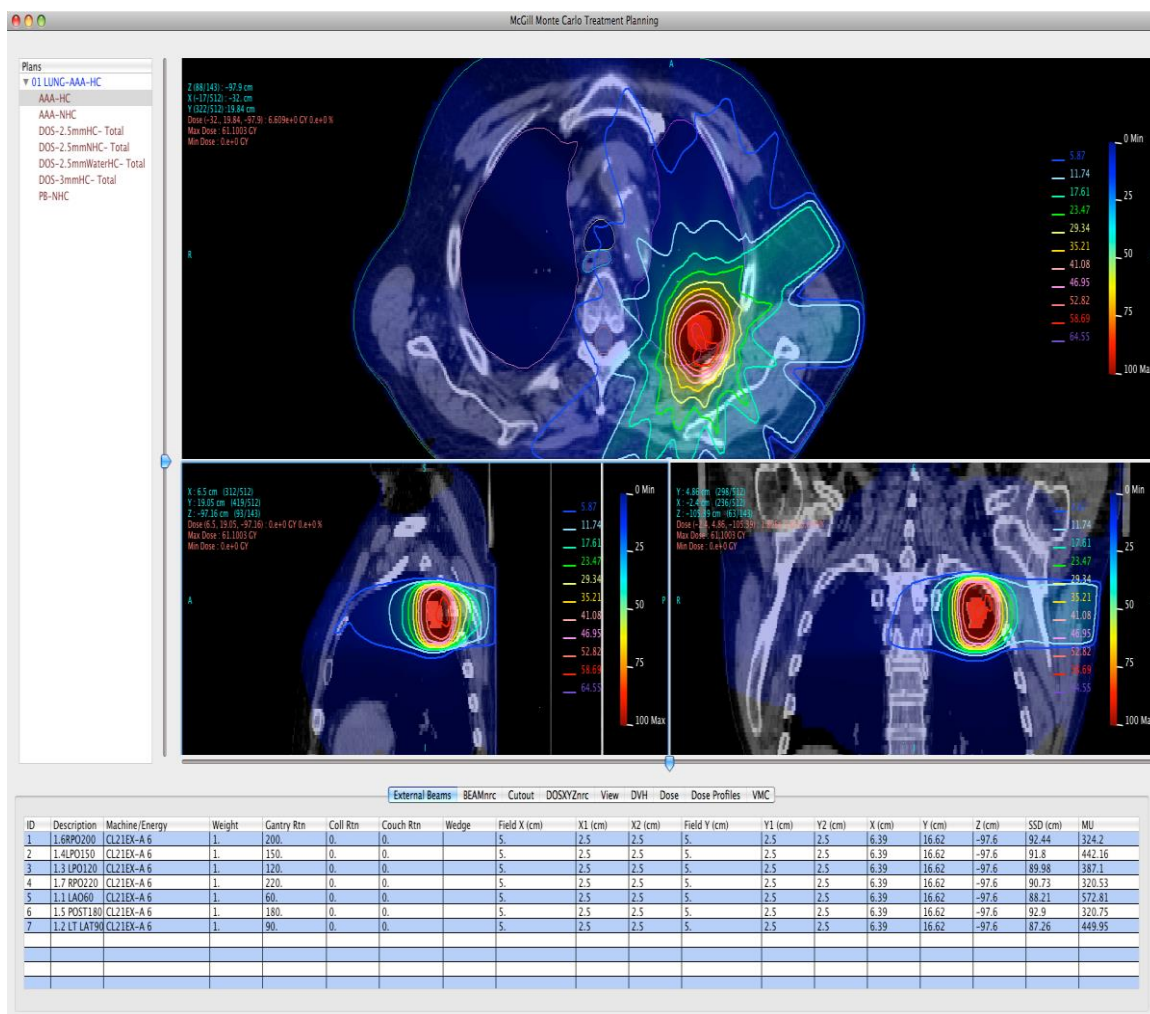
Za potrebe Monte-Carlo simulacija u različitim oblastima nuklearne fizike, u proteklih nekoliko decenija radilo se na izradi i usavršavanju brojnih računarskih programa. Najčešće upotrebljavani su programi GEANT, MCNP (Briesmeister, 1993), PENELOPE (Baro *et al.*, 1995), EGSnrc (Kawrakow, 2000) [60].

Programom GEANT vrše se Monte-Carlo simulacije raznih procesa u oblasti nuklearne fizike i fizike elementarnih čestica, a najčešće se primenjuje za

1. dizajn i optimizaciju detektora;
2. razvoj i proveru drugih programa koji se koriste u analizi eksperimentalnih podataka;
3. interpretaciju dobijenih eksperimentalnih podataka.

Pomoću programa GEANT moguće je vršiti Monte-Carlo simulaciju različitih nuklearnih procesa, pri čemu program dozvoljava modifikaciju parametara strukture, oblika i dimenzija detektora koji se upotrebljava u određenom eksperimentu. Program je razvijen u CERN-u (Conseil européen pour la recherche nucléaire) kod Ženeve (Švajcarska, na granici sa Francuskom), a koristi se za pripremu, realizaciju i analizu eksperimenata. Prvobitna verzija programa napisana je 1974. godine, a značajnije modifikacije i unapređenja programa posledica su povećanih zahteva za analizu sve kompleksnijih nuklearnih procesa u sve složenijim eksperimentalnim uslovima. Uz određene modifikacije, program GEANT je moguće uspešno koristiti i u radijacionoj fizici, naročito u protonskoj i neutronskoj dozimetriji.

Što se tiče programa MCNP, njegova prva verzija razvijena je u Los Alamos National Laboratory (LANL) u SAD, a bila je namenjena za Monte-Carlo simulaciju prolaska neutrona, elektrona i γ -zračenja kroz materiju za široki interval energija i razne geometrije detektora. Danas program MCNP ima znatno širu primenu. Tako se npr. jedna od najnovijih verzija ovog programa, MCNPX 2.5 (koja datira iz maja 2003. godine) koristi za Monte-Carlo simulaciju fotonuklearnih reakcija, nuklearnih reakcija u kojima se laki i teški joni koriste kao projektili, zatim u simulaciji spontane fisije, emisije pozitrona, neutrona i lakih fragmenata, različitih procesa u radijacionoj fizici itd.



Slika 4.6 Ilustracija primene sistema za planiranje radioterapije MMCTP (McGill Monte Carlo Treatment Planning system). (Prema [61])

Zanimljiva primena u medicinskoj fizici jeste izračunavanje doza jonizujućeg zračenja koju prime različiti organi i tkiva pacijenta prilikom izlaganja jonizujućem zračenju u medicinske (dijagnostičke ili terapijske) svrhe. Rezultati dobijeni Monte-Carlo simulacijom koriste se za optimizaciju izlaganja zračenju, tj. da bi se prilikom ozračivanja pacijenta smanjilo nepotrebno izlaganje prekomernim dozama zračenja, pri čemu se mora održati neophodni nivo kvaliteta dijagnostičke ili terapijske metode.

4.5 Greška Monte-Carlo simulacija

Neka je $f(x)$ gustina raspodele verovatnoće slučajne promenljive ξ , koja uzima vrednosti iz intervala (a, b) . Tada važi:

$$\int_a^b f(x)dx = 1. \quad (4.109)$$

Matematičko očekivanje slučajne promenljive ξ dato je izrazom:

$$E(\xi) = \int_a^b xf(x)dx. \quad (4.110)$$

Varijansa ove slučajne promenljive iznosi:

$$D^2(\xi) = \int_a^b (x - E(\xi))^2 f(x)dx. \quad (4.111)$$

Na kraju, srednja vrednost ishoda slučajne promenljive ξ izražava se kao:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i x_i, \text{ gde je } \sum_{i=1}^N v_i = N. \quad (4.112)$$

Za $\alpha > 3$, razlika između matematičkog očekivanja i srednje vrednosti može se proceniti putem izraza:

$$(\mu - E(\xi))^2 \leq \alpha \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N - 1} \quad (4.113)$$

5. INTEGRISANA TEHNOLOGIJA ELEKTRONSKIH KOLA

Integrirano ili integralno kolo (engl. skraćenica IC) predstavlja skup električnih kola postavljenih na ploču malih dimenzija ("čip" ili "mikročip") izrađenu od poluprovodničkog materijala, najčešće silicijuma.

Integrirana kola nalaze primenu u gotovo svim elektroničkim uređajima; ona su dovela do revolucionarnih promena na svim poljima elektronike. Kompjuteri, mobilni telefoni i drugi digitalni kućni uređaji predstavljaju neizostavan dio savremenog društva, a sve zahvaljujući jeftinoj proizvodnji integriranih kola [73,74].

Integrirana kola mogu biti veoma kompaktna, što znači da mogu biti sastavljena i od nekoliko milijardi tranzistora i drugih elektronskih komponenti, a sve na površini

od oko 1 cm². S napretkom tehnologije sve više se smanjuje širina pojedinačnog voda unutar kola: 2008. pala je na ispod 100 nm, a 2013. se očekuje da dosegne red veličine 10 nm.

Nastanak informacionog društva sa industrijom omogućila su najmanje dva faktora: eksperimenti kojima je dokazano da poluprovodnički elementi mogu da preuzmu ulogu vakuumskih cevi, kao i napredak tehnologije fabrikovanja poluprovodnika u XX veku. Integrisanje ogromnog broja sitnih tranzistora na jedan mali čip predstavljalo je ogroman korak napred u odnosu na dotadašnju praksu ručnog sastavljanja električnih kola od diskretnih električnih komponenti. Kapacitet i pouzdanost masovne proizvodnje integrisanih kola, te modularni pristup dizajniranju električnih kola, doveli su do brzog usvajanja standardizovanih integrisanih kola umesto diskretnih tranzistora [74,75].

Dve su osnovne prednosti integrisanih u odnosu na diskretna kola: cena i performanse. Cena integrisanih kola je niska zato što se čipovi, sa svim svojim komponentama, štampaju tehnikom fotolitografije u jedinstvenu celinu, umesto da se sklapaju tranzistor po tranzistor. Osim toga, za izradu pakovanog (packaged) IC die integrisanog kola upotrebljava se mnogo manje materijala nego za diskretno kolo. Nivo performansi je visok jer se komponente brzo uključuju i troše manje električne energije u poređenju sa odgovarajućim diskretnim elementima, što je posledica malih dimenzija, a samim tim i međusobne blizine komponenti. U 2012, prosečna površina čipa iznosila je od nekoliko mm² do oko 450 mm², sa gustinom i do 9 miliona tranzistora po mm².

Definicija. Integrisano kolo se definiše kao električno kolo u kojem su svi elementi, ili deo njih, neraskidivo povezani električnim spojevima, tako da se u proizvodne i komercijalne svrhe mogu smatrati nedeljivom celinom.

Električna kola koja zadovoljavaju navedene kriterijume mogu se konstruisati na razne načine – npr. kao tanki-film tranzistor (na bazi tankih filmova), tehnologijom debelih filmova ili u vidu hibridnih integrisanih kola.

Termin “integrisano kolo” danas se uglavnom upotrebljava za jednodelnu konstrukciju izvorno nazvanu “monolitno integrisano kolo”.

Istorijat. Još 1949, nemački fizičar Werner Jacobi, koji je radio za kompaniju Siemens AG, patentirao je prototip integrisanog kola, zapravo poluprovodnički

pojačivač nalik integrisanom kolu, koji se sastojao od 5 tranzistora na zajedničkoj podlozi. Jakobi je kao moguću primenu svog patenta predvideo mali jeftini slušni aparat masovne proizvodnje. Ipak, do komercijalne primene njegovog patenta nije došlo odmah [73,76].

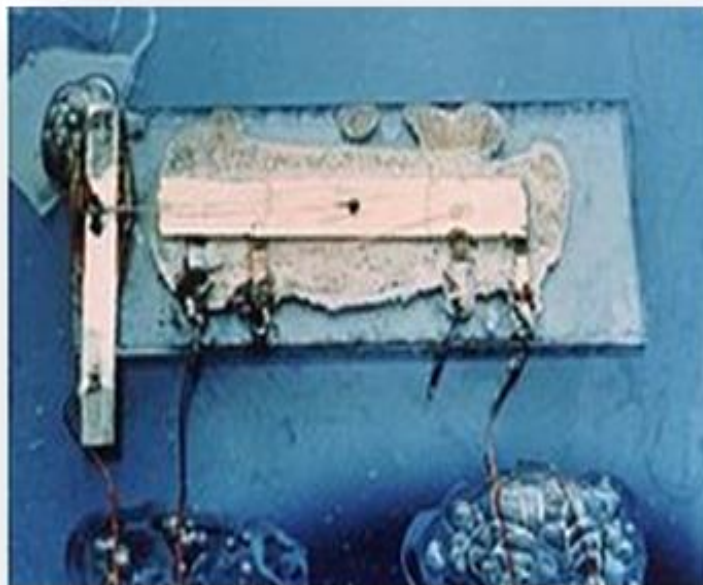
Ideju o integrisanom kolu imao je i radarski inženjer britanskog Ministarstva odbrane Geoffrey Dummer. Svoje vizije prvi put je izneo na Simpozijumu o napretku visokokvalitetnih elektronskih komponenti u Vašingtonu 1952, kao i u nizu predavanja koja su potom usledila, ali njegov pokušaj da 1956. konstruiše takvo kolo nije uspeo. On je u istoriji elektronike ostao upamćen kao “prorok integrisanih kola”.

Šta je sprečavalo nastanak integrisanog kola? Wallmark je 1958. godine formulisao tzv. “tri problema mikroelektronike”: integraciju, izolaciju i električno povezivanje komponenti. Tri različite kompanije u to vreme su posedovale patente koji bi mogli rešiti neke od ova tri problema. Samo jedna od njih, Fairchild Semiconductor, uspeła je da kombinuje sve neophodne tehnike za proizvodnju monolitnih integrisanih kola.

Preteča ideje o integrisanom kolu bila je da se načine keramičke pločice (wafers), od koje svaka sadrži po jednu minijaturizovanu komponentu, a zatim da se ove pločice integrišu i povežu u dvodimenzionalnu ili trodimenzionalnu kompaktnu mrežu. Ovu, veoma perspektivnu, ideju izneo je američkoj vojsci Jack Kilby 1957. godine. Tako je rođen Micromodule Program, projekat koji je, istina, bio kratkog veka, ali je tokom njegove razrade sam Kilby smislio novi, revolucionarni dizajn: integrisano kolo.

Robert Noyce je pripisao Kurtu Lehovcu, češkom fizičaru i naturalizovanom Amerikancu koji je radio za firmu Sprague Electric, otkriće principa izolacije p-n spoja, koji predstavlja teorijsku osnovu funkcionisanja integrisanih kola.

Nedugo po zaposlenju u kompaniji Texas Instruments, Kilby je razradio svoje ranije idejne postavke integrisanog kola, da bi u septembru 1958. uspešno demonstrirao rad prvog primerka integrisanog kola. Prijavljujući svoj patent, u februaru 1959, Kilby ga opisuje kao “nosač (kućište body) od poluprovodničkog materijala, gde su sve komponente elektronskog kola u potpunosti integrisane”. Prvi kupac novog uređaja bilo je vazuhoplovstvo SAD.



Slika 5.1 Prototip integrisanog kola Jacka Kilbyja. (Prema [75])

Za doprinos pronalasku integrisanog kola, Kilbyju je 2000. dodeljena Nobelova nagrada za fiziku. Povrh toga, Kilbyjevo delo je 2009. proglašeno jednom od “IEEE prekretnica elektrotehnike” (IEEE Milestone) [73], [milestone].

Noyce je pola godine nakon Kilbyja, i to nezavisno od njega, takođe došao na ideju o integrisanom kolu. Njegova verzija čipa eliminisala je mnoge praktične probleme koje Kilbyjevo rešenje nije uspelo otkloniti. Primera radi, Noyceovo integrisano kolo bilo je načinjeno od silicijuma – u postrojenjima kompanije Fairchild Semiconductor – dok je Kilbyjev čip bio od germanijuma.

U početnoj fazi razvoja integrisanih tehnologija, na jedan čip bilo je moguće smestiti svega nekoliko tranzistora. Pored toga, stepen integracije bio je mali pa je i proces dizajniranja bio relativno prost. Vremenom su se tehnologije proizvodnje usavršavale, tako da se od nekoliko prešlo na milione, a danas i na milijarde tranzistora po čipu. Posledično, morale su se usavršiti i metode dizajna integrisanih kola [77,78].

Najranija integrisana kola sastojala su se iz svega nekoliko tranzistora, od dva do nekoliko desetina, a nazivala su se “SSI” (small scale integration = integracija malih razmera) Pojam “LSI” (large scale integration = integracija velikih razmera) prvi put je uveo IBM-ov istraživač Rolf Landauer da bi pomoću njega razradio teoriju integracije,

a iz tog pojma su proistekli i pojmovi koji opisuju integraciju manjih ili većih razmera: već viđeno SSI, zatim MSI, VLSI i naposljetku ULSI.

Ključnu ulogu SSI kola su odigrala u prvim svemirskim programima (kao npr. Apollo), kao i kod prvih nuklearnih bojnih glava (Minuteman), za čije funkcionisanje su bili potrebni lagani računarski sistemi za navođenje. Te dve primene ujedno su podstakle brži razvoj integrisanih kola – svemirski program zahtevao je njihovo tehnološko usavršavanje, a proliferacija nuklearnog naoružanja dovela je do omasovljavanja njihove proizvodnje. Prosečna cena SSI integrisanog kola opala je sa 50 američkih dolara 1962. na 2,33 dolara 1968, što je imalo odlučujući uticaj na prodor integrisanih tehnologija u uređaje za svakodnevnu upotrebu, npr. TV prijemnike. Sledeću etapu obeležilo je postavljanje stotina tranzistora na jedan čip, što je označeno kao MSI (medium-scale integration = integracija srednjih razmera). Osnovna prednost ovakve konfiguracije bila je mogućnost konstrukcije složenijih sistema korištenjem manjih ploča i sa manje operacija slaganja komponenti u kolo zbog smanjenog broja komponenti, pri čemu je cena ovakvih kola bila neznatno viša u odnosu na SSI tip. Dalja evolucija integrisanih kola sledila je istu ekonomsku logiku pa je sredinom 70-tih nastala LSI (large-scale integration = integracija velikih razmera), što je značilo nekoliko hiljada do nekoliko desetina hiljada tranzistora po čipu. Već naredne decenije otpočeo je razvoj integracije veoma velikih razmera – VLSI (very large-scale integration), tokom kojeg se broj tranzistora uvećao za nekoliko redova veličina, od $\sim 10^5$ tranzistora ranih 80-tih do $\sim 10^{10}$ tranzistora u 2009. godini [79,80].

Da bi se postigla tako velika gustina tranzistora po čipu, proizvodne tehnologije morale su se usavršiti na više načina. Preporuke i standardi za unapređenje proizvodnih procesa objedinjene su u grupi dokumenata pod nazivom International Technology Roadmap for Semiconductors (ITRS) [ITRS]. Primera radi, umesto NMOS i PMOS uvedeni su energetske efikasniji CMOS, čime je zaustavljen neželjeni trend rasta potrošnje električne energije za rad integrisanih kola; fabrike su obezbedile kvalitetnije uslove proizvodnje sa čistijim postrojenjima a samim tim i mogućnost pakovanja većeg broja tranzistora te pouzdanost performanse finalnog proizvoda; takođe, vreme izrade pojedinačnih kola je racionalizovano.

Rastući stepen integracije morao je biti označen novim nazivom pa je u sklopu kategorije VLSI (very large-scale integration) izdvojena potkategorija ULSI (ultra large-scale integration tj. integracija ultravisokih razmera), u koju spadaju čipovi od preko milion tranzistora.

WSI (wafer-scale integration) predstavlja sistem veoma velikih integrisanih kola koja zauzimaju celu silicijumsku podlogu obrazujući jedinstvenu celinu, tzv. “superčip”. Zbog veličine i optimalnog pakovanja, WSI sistemi bi mogli drastično smanjiti troškove izrade npr. paralelnih superkompjutera.

Sistem na čipu (skraćeno SOC) je integrisano kolo u kojem su sve neophodne komponente računara smeštene na jednom jedinom čipu. Dizajniranje ovakog “sistema u malom” može da bude veoma zahtevno i skupo, a izrada odvojenih komponenti na jedinstvenoj silicijumskoj podlozi može da umanjí efikasnost nekih od elemenata. Međutim, ti nedostaci se kompenzuju manjim troškovima fabrikovanja i pakovanja i energetsom ekonomičnošću: naime, pošto se signali između komponenti održavaju u ravni maske, utrošak energije je mnogo manji [81,82].

Trodimenzionalno (3D) integrisano kolo poseduje dva ili više slojeva aktivnih elektronskih komponenti koje su integrisane kako vertikalno tako i horizontalno u jedinstveno kolo. Komunikacija između slojeva odvija se pomoću signala “na maski”, što potrošnju električne energije čini mnogo manjom nego u ekvivalentnim a odvojenim kolima. Planska upotreba kratkih vertikalnih vodova može znatno smanjiti ukupnu dužinu vodova i time ubrzati rad kola.

Među najnaprednija integrisana kola u današnje vreme spadaju mikroprocesori (cores) koji kontrolišu sve značajnije tehničke uređaje – od računara i mobilnih telefona do mikrotalasnih pećnica. Digitalni memorijski čipovi i ASIC primeri su još nekih familija integrisanih kola od ključnog značaja za savremeno informatičko društvo. Iako su troškovi dizajniranja i razrade integrisane tehnologije izuzetno visoki, omasovljavanje proizvodnje nekog podtipa integrisanog kola dovodi do minimalne cene pojedinačnog kola. To ne umanjuje kvalitet njegovih performansi pošt male dimenzije kola ujedno znače kratka rastojanja među komponentama što dozvoljava upotrebu energetski efikasnih CMOS komponenti [75,82,83].

Od samog početka, dimenzije integrisanih kola neprestano su se smanjivale omogućavajući postavljanje sve većeg broja komponenti na jedan čip. Štaviše, Murov (Moore-ov) zakon tvrdi da se broj tranzistora u kolu svake dve godine udvostručuje. Proizilazi da smanjenje dimenzija komponenti poboljšava gotovo sve: cena izrade i potrošnja energije padaju, a raste brzina rada kola. Kada se dimenzije komponenti svedu na red nanometra, iznenada dolazi do izražaja niz problema: pojačana osetljivost na nečistoće, pojava struja curenja itd.

Jedan od načina da se ovi problemi prevaziđu jeste uvođenje dielektrika sa visokom dielektričnom konstantom k , kao i poboljšanje geometrije kola. Očekivani tempo napretka ovih tehnologija predstavljen je u već pomenutom ITRS vodiču [ITRS].

U širokom spektru savremenih primena, integrisana kola susrećemo i u medicini, gde se koriste za senzore u medicinskim implantatima ili drugim bioelektronskim uređajima. U biogenoj sredini neophodno je preduzeti mere zaštite (npr. smeštanje kola u specijalna kućišta) kako bi se sprečila korozija ili biodegradacija poluprovodničkih materijala. Titanijum-nitrid (TiN), jedan od najčešće korišćenih materijala u CMOS tehnologiji, pokazao se kao izuzetno stabilan i podesan za izradu elektroda u medicinskim implantatima.

Prema primeni tj. na osnovu prirode signala, integrisana kola se dele na analogna, digitalna, mešovita ili analogno-digitalna (ovo poslednje znači da je na istom čipu smeštena kombinacija analognih i digitalnih kola), energetska, mikrotalasna i optoelektronska [73], [Dejan Raković]. Digitalna kola sadrže od 1 do 1,000,000 logičkih kola, flip-flopora, multipleksera i drugih vrsta kola na svega nekoliko mm². Male dimenzije ujedno znače i mnogostruko veću brzinu funkcionisanja, malu disipaciju električne energije i smanjene troškove proizvodnje. Digitalna kola rade na principu binarne matematike, sa signalima tipa 0 i 1. Analogna kola vrše obradu neprekidnih signala pojačanjem, aktivnim filtriranjem, demodulacijom i mešanjem.

U digitalna kola spadaju logička kola, memorije, interfejsi, programabilne komponente; u analogna kola ubrajaju se pojačivači, filtri, ispravljači, a ona se dodatno dele na linearna i RF-kola. Mešovita tj. analogno-digitalna kola obuhvataju A/D i D/A pretvarače te digitalne potencioetre. Energetska kola čine snažni oscilatori, pojačivači, regulatori; mikrotalasna – mikrotalasni oscilatori, mešači, modulatori, pojačivači,

rezonatori, ograničavači, atenuatori, filtri, prekidači, pomerači faze itd. dok u optoelektronska spadaju optički prekidači, pojačivači, modulatori i demodulatori.

5.1 Proizvodnja integrisanih kola

Poluprovodnički elementi, pre svega silicijum i germanijum, sistematski su proučavani još 40-tih i 50-tih godina prošlog veka. U današnje vreme, monokristali silicijuma koriste se kao glavna podloga za integrisana kola, premda se za specijalne primene poput LED-a, lasera, solarnih ćelija i ultrabrzih integrisanih kola, koriste neka od jedinjenja III-V tipa, kao npr. GaAs, InP, GaP, InSb), zatim II-VI tipa (CdTe, ZnS) ali i IV-IV tipa (SiC i, u novije vreme, SiGe). Metode dobijanja savršenih poluprovodničkih kristala, bez defekata rešetke, razrađivane su decenijama [80].

Poluprovodnička integrisana kola rezultat su precizno definisanog niza tehnoloških operacija od kojih su najvažnije:

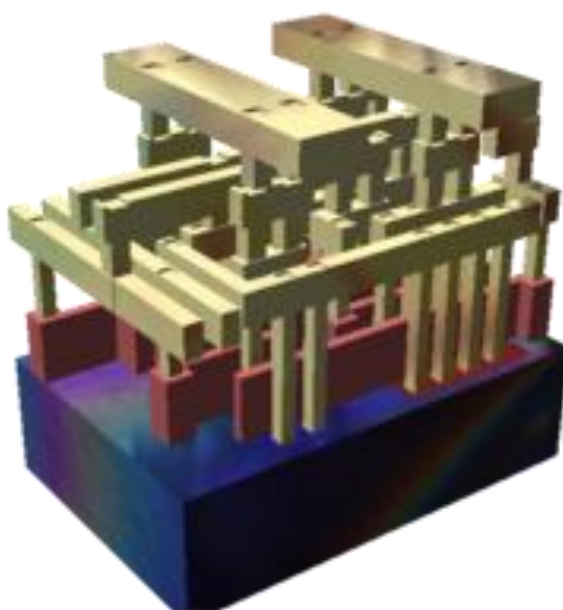
- oksidacija i litografija;
- naparavanje;
- ecovanje.

Ove osnovne operacije upotpunjuju se dopiranjem poluprovodnika i čišćenjem finalnog proizvoda.

Kao podloga integrisanog kola koriste se monokristalne silicijumske pločice. Najpre se postupkom Czochralskog dobije ekstremno čist monokristal silicijuma u vidu cilindričnog ingota prečnika do 300 mm; zatim se ingoti poprečno seku na pločice debljine oko 0,75 mm i poliraju sve dok se ne dobije izuzetno ravna i glatka površina. Za posebne namene mogu se koristiti pločice od GaAs i pločice tipa silicijum-na-safiru⁵. Tehnikom fotolitografije obeležavaju se različite zone podloge, koje će biti dopirane primesama ili na koje će se nanositi linije polisilicijuma, izolatora ili metala (najčešće aluminijuma ili – odskora – bakra) [82,83,84,85,86].

[IntCircDesign], [SemiconDevFabricat]

⁵ Za ovakve svrhe koriste se veštački proizvedeni kristali safira visokog stepena čistoće [SiliconOnSapphire].



Slika 5.2 Prikaz male standardne ćelije sa tri metalna sloja (radi preglednosti, uklonjen je dielektrični sloj). Žučkasti delovi su metalni vodovi, pri čemu vertikalni stubići predstavljaju kontakte, najčešće izrađene od volframa. Crvenkasto obojeni deo je od polisilicijumski, dok je plavim označen blok kristalnog silicijuma. (Prema [73])

Savremena proizvodna šema integrisanog kola mogla bi se opisati na sledeći način:

- Pomoću softverskih alata dizajnira se i simulira integrisano kolo (plan konstrukcije).
- Na osnovu plana konstrukcije izrađuju se maske sa detaljima kola.
- Pod strogo kontrolisanim uslovima dobije se čisti kristal silicijuma (npr. postupkom Czochralskog).
- Zatim se dijamantnom testerom kristal koji je cilindričnog oblika seče na pločice koje se onda poliraju.
- Silicijumska ploča se prekriva tankim izolacionim slojem oksida (SiO_2).
- Izolacioni sloj silicijum-dioksida prevlači se zaštitnim fotoosetljivim slojem.
- Integrisano kolo se kroz već izrađenu masku izlaže UV-zračenju. Na mestima gde UV zračenje pogađa fotoosetljivi sloj dolazi do njegovog raspada.

- Ploča se “razvija”, ispira i peče. Procesom razvijanja uklanjaju se delići fotoosetljivog materijala.
- Ploča se ecuje, čime se uklanja nezaštićeni sloj izolacionog materijala i izlaže jedan deo silicijumske podloge.
- Ploča se dopira, čime se menjaju električna svojstva nezaštićene silicijumske podloge.
- Po završetku izrade pojedinačnih komponenti, sledi metalizacija odnosno dodavanje metalnih vodova koji povezuju komponente kola. Ona se odvija u nekoliko etapa veoma sličnih konstrukciji komponenti kola. U savremena kola najčešće se ugrađuje nekoliko slojeva metalnih vodova. Između pojedinih slojeva žica nanosi se izolacioni materijal da bi se sprečili kratki spojevi.
- Naposljetku se čipovi na silicijumskoj podlozi testiraju
- Po uspešnom testiranju, pojedinačni čipovi se isecaju iz zajedničke podloge i na taj način postaju individualna integrisana kola.
- Svaki pojedinačni čip pakuje se u zaštitni omotač i transportuje do mesta primene.

Za izgradnju postrojenja koje bi fabrikovalo poluprovodnička kola, 2005. bi bilo potrebno oko milijardu američkih dolara, uglavnom zato što je gotovo celokupnan proizvodni proces potpuno automatizovan. Primeri savremenih tehnika proizvodnje su:

- Upotreba ploča prečnika do 300 mm;
- Proizvodnja čipova reda 32 nm ili čak i manjih;
- Bakarni umesto aluminijumskih vodova;
- Dielektrici sa malom k ;
- Tehnologije silicijuma na izolatoru (SOI), u koje spada i već pomenuti silicijum-na-safiru;
- Tehnologija prednapregnutog silicijuma direktno na izolatoru (SSDOI);
- Višeulazne komponente (od 2011).



Slika 5.3. Primerak sovjetskog čipa iz 1977. god.

6. IZOLACIONE METODE

Zašto se poluprovodnici moraju učiniti otpornijim na zračenja radi primene u svemiru? [why hardening] Kosmički sistemi često zahtevaju elektroniku koja može funkcionisati u uslovima jake radijacije. Radijacija potiče od čestica “zarobljenih” planetarnim magnetnim poljima (Van Allenov pojas koji utiče na satelite u Zemljinoj orbiti, ili jaka radijaciona polja Jupitera i njegovih satelita), zatim od kosmičkih zračenja iz udaljenih delova Galaksije, ili visokoenergetskih protona koji se oslobađaju kao posledica Sunčeve aktivnosti. Kada satelit orbitira na manjoj visini, integrisano kolo tokom čitavog svog radnog veka bude izloženo ukupnoj radijaciji od nekoliko desetina Gy, dok na višim orbitama, koje prolaze Van Allenovim pojasevima, doza zračenja može da dostigne nekoliko hiljada Gy pa i više [87,88].

S druge strane, vojni sateliti se projektuju tako da, osim prirodnog radijacionog okruženja, opstanu u uslovima kratkotrajnih ali intenzivnih naleta radijacije usled

neprijateljskih nuklearnih eksplozija. U tu svrhu se, uz specijalni dizajn i odabir materijala, proizvode integrisana kola čija je otpornost na zračenje pojačana za nekoliko redova veličina [87].

Otkaz poluprovodnika [why hardening]

Direktan uticaj prirodnog kosmičkog zračenja na elektroničke uređaje satelita i svemirskih stanica opisuje se ukupnom dozom jonizujućeg zračenja (Total Ionizing Dose – TID) i “efektom pojedinačnog događaja” (Single Event Effects - SEE). Ukupna doza zračenja dovodi do formiranja oksidnog sloja, kao i do nastanka spojnih naelektrisanja koja smanjuju pojačanje tranzistora i menjaju funkcionalne karakteristike (kao npr. referentni napon) poluprovodničkih elemenata. Kumulativni efekat doze zračenja dovešće do otkaza elementa u sledećim slučajevima, koji mogu nastupiti i istovremeno:

1. uređaj ne funkcioniše na zadatoj frekvenciji;
2. promena referentnog napona tranzistora dovoljno je velika da može prouzročiti otkaz kola;
3. došlo je do oštećenja ili gubitka elektroizolacije među elementima.

S druge strane, do “efekta pojedinačnog događaja” dolazi usled upada kosmičkog zračenja ili druge čestice visoke energije na poluprovodnički uređaj. Svojim prolaskom kroz poluprovodnički materijal, takva čestica proizvodi brojne parove elektron-šupljina, a slobodna naelektrisanja se zatim sakupljaju na dopirajućim spojevima. Kao posledica ovog procesa, dolazi do narušavanja rada kola i gubitka informacija, što se naziva single event upset (SEU). Prolaskom čestice dovoljno visoke energije kroz kritičnu zonu može da dovede do trajnog oštećenja integrisanog kola usled pregorevanja (burnout), probijanja barijere dielektrik/kolo ili nastanka parazitskog otpora i posledičnog kratkog spoja – tzv. latch-up-a. Komponente kod kojih nastaje latch-up nisu podesne za svemirske primene izuzev ukoliko postoje mehanizmi za njegovu detekciju i otklanjanje [89,90].

Pregorevanje i proboj kola naročito su problematični u režimu visokih napona i jakih struja, kakav se koristi u energetskim postrojenjima svemirskih letelica. “Efekat pojedinačnog događaja” postaje još problematičniji usled tendencije ka upotrebi integrisanih kola sve manjih dimenzija i sve nižih napona, što dovodi do smanjenog

kapaciteta čvorova i, posledično, manje količine naelektrisanja akumulirane u čvorovima kola. Osim ovih primarnih efekata, upadno protonsko odnosno elektronsko zračenje visokih energija izaziva dugoročna oštećenja optoelektronike, solarnih ćelija i CCD senzora, čime se skraćuje radni vek svemirskih modula.

Jačanje otpornosti integrisanih kola na upadno zračenje podrazumeva primenu posebnih tehnologija selekcije, obrade i dizajniranja materijala sa ciljem da se komercijalno dostupna integrisana kola učine podesnijim za primenu u uslovima jonizujućeg zračenja visokog intenziteta. Kod svemirskih letelica, česta je primena CMOS tehnologije zbog povoljnih strujno-naponskih karakteristika [91,92].

Najčešći mehanizam otkaza CMOS sklopova usled upada jonizujućeg zračenja jeste gubitak izolacije zbog pojave parazitskih struja curenja između izvora i drejna. Otpornost ka zračenju može da se poveća promenom strukture izolacionog sloja, npr. obrazovanjem super-dopirane “zaštitne zone” putem mehanizma jonske implantacije, kojom se “presecaju” parazitska curenja izazvana zračenjem. Otpornost na jonizujuće zračenje povećava se i malim termalnim budžetom⁶ te prisustvom minimalnih količina vodonika u procesu proizvodnje integrisanih kola.

Primena predimenzioniranih tranzistora i te otpornika, kondenzatora ili tranzistora sa negativnom povratnom spregom takođe doprinosi poboljšanju otpornosti na “efekat pojedinačnog događaja”. Radi povećanja otpornosti na latch-up kratki spoj i prolazna oštećenja transient, ponekad je dovoljno nanošenje tankog epitaksijalnog sloja (supstrat). Tehnologija silicijuma na izolatoru (SOI), u kojoj se upotrebljava aktivni sloj nanosen na podlogu od izolatorskog materijala, može – uz odgovarajući dizajn – da obezbedi značajno poboljšanje performansi [92,93,94].

Postoji nekoliko strategija u dizajniranju koje za cilj imaju povećanje radijacione otpornosti. Jedan od značajnijih napredaka u dizajnu jeste konvertovanje dinamičkih kola u potpuno statički režim rada, što znači da se npr. podaci smeštaju u znatno stabilniju konfiguraciju otpornu na perturbacije izazvane zračenjem. Radi ublažavanja posledica TID-a, n-kanalni tranzistori nekada se dizajniraju u “zatvorenim”

⁶ Termalni budžet [termalni budžet] je ukupna količina toplotne energije saopštena ploči (*wafér*-u) tokom njenog funkcionisanja na visokim temperaturama. Direktno je proporcionalan temperaturi i vremenu trajanja procesa. Nizak termalni budžet je poželjan u proizvodnji integrisanih kola ultra-malih dimenzija, a moguć je čak i na ekstremno visokim temperaturama ukoliko je vreme obrade veoma kratko (reda nekoliko sekundi).

konfiguracijama u cilju sprečavanja parazitskog curenja. Kao mera zaštite protiv SEU-a, u memorijske ćelije ugrađuju se dodatni tranzistori što obezbeđuje redundansu te sistem “kodiranja greške i ispravke” (ECC) pomoću kojeg se greške prepoznaju i otklanjaju.

Istina, dizajn usmeren na povećanje otpornosti na zračenje obično ide nauštrb performansi kola. Međutim, neprimenjivanje ovakvih mera u dizajnu kola dovodi do niske i često promenljive otpornosti na radijaciju.

Zahvaljujući već pomenutim strujno-naponskim karakteristikama kao i otpornosti na šum, komercijalno dostupna CMOS kola – čak i kada nisu ojačana protiv upadnog zračenja – obično mogu da podnesu vrednosti TID-a u rasponu 50-300 Gy pri brzinama doze tipičnim za svemirske uslove. Znajući to, u velikom broju svemirskih letelica – naročito onim u niskoj orbiti oko Zemlje – može se primeniti standardna “zemaljska” CMOS tehnologija, uz odgovarajuće mere zaštite elektronskih komponenti jer u tom slučaju TID dostiže svega nekoliko desetina Gy, a ujedno se kola izlažu normalizaciji (annealing) usled upada energije kosmičkog zračenja.

Bipolarna kola oduvek su imala odličnu toleranciju na ukupnu dozu jonizujućeg zračenja (TID). U novije vreme, bipolarne tehnologije dodatno su unapređene uvođenjem tzv. “recesovanog oksida”. Prednost ovih oksida jeste da njihova lateralna dielektrična izolacija sprečava difuziju i time svodi na minimum kapacitet spoja. Time se znatno smanjuje karakteristična dimenzija komponenti, povećava gustina pakovanja i brzina. Međutim, prilikom iradijacije ovakvog bipolarnog kola, može se formirati nekoliko puteva curenja. To pre ili posle dovodi do otkaza bipolarnog kola, i to na relativno niskim dozama (100 Gy).

Premda se bipolarne tehnologije odlikuju velikom brzinom, one za većinu svemirskih namena nisu dobra alternativa CMOS tehnologiji, i to iz najmanje dva razloga. Prvo, relativno su veliki potrošači električne energije. Drugo, poslednjih godina je dokazano da se kod nekih vrsta bipolarnih kola javlja ELDRS (Enhanced Low-Dose Rate Sensitivity) efekat. To znači da bipolarno kolo prođe test otpornosti na visoke doze zračenja u laboratorijskim uslovima, ali zatim dođe do njegovog otkaza pri znatno nižim dozama u realnim (svemirskim) uslovima.

CMOS kola su dokazano najmanje osetljiva na SEU jer poseduju aktivne komponente koje su u stanju da ponovo uspostave prvobitni napon posle skoka napona

koji se dogodi usled upada teškog jona. Niska osetljivost i energetska efikasnost čine CMOS-kola najčešćim izborom za svemirske primene. Ipak, CMOS memorije koje nisu dodatno ojačane na zračenje mogu pretrpeti značajnije perturbacije (reda 10^3 - 10^5 grešaka/dan) ukoliko se satelit nađe u niskoj orbiti u predelu Južnoatlantske anomalije, zone sa izuzetno velikom gustinom protona, koja se nalazi iznad većeg dela Južne Amerike i južnog dela Atlantskog okeana.

Dinamička kola su, uopšte govoreći, veoma osetljiva na SEU pa se ne koriste za svemirske primene od kritičnog značaja. U dinamičkim kolima kao što su dinamičke radne memorije ili CCD, informacija je predstavljena naelektrisanjem u čvoru kola. U dinamičkim radnim memorijama, to naelektrisanje postepeno otiče iz čvora i mora se periodično dopunjavati. Perturbacija usled upada naelektrisane čestice događa se kad se sakupi dovoljno naelektrisanja na pogođenom čvoru da bi se kompenzovalo izvorno naelektrisanje koje je u međuvremenu oteklo.

Bipolarna kola su uopšteno manje osetljiva na SEP od dinamičkih kola, ali osetljivija od MOS komponenti. Naime, bipolarne komponente više zavise od usmerenja struje unutar kola nego od raspodele naelektrisanja kojim je predstavljeno binarno stanje memorijskih elemenata. Postoji više zona nakupljanja naelektrisanja – emiter, baza, kolektor i supstrati tranzistora – i svaka od ovih zona u opštem slučaju ima različitu vrednost kritičnog naelektrisanja usled koga će nastupiti perturbacija. Ako se dogodi da jedan jedini jon prođe kroz više osetljivih zona kola, dolazi do sinergističkih efekata više perturbacionih mehanizama.

Prirodno kosmičko zračenje u okruženju satelitskih sistema i dalje predstavlja veliki izazov za primenu najpodesnijih integrisanih tehnologija u njihovoj konstrukciji. Da bi se definisali kriteriji funkcionalnosti satelitskih sistema neophodno je poznavanje karakteristika kosmičkog zračenja i njegovog dejstva na elektroniku i optoelektroniku svemirskih letelica, kao i realistična procena rizika. Primera radi, ukoliko je svemirska letelica namenjena orbitiranju u zoni izuzetno visoke radijacije, sigurno će biti neophodno primeniti integrisana kola ojačana na zračenje. Najuspešniji sistemi u svemiru biće oni koji u sebi objedinjuju standardnu komercijalnu elektroniku sa integrisanim kolima ojačanim na zračenje u razmeri koja je optimalna za dati sistem.

7. RADIJACIONI EFEKTI U IZOLATORIMA IZRAĐENIM U INTEGRISANOJ TEHNOLOGIJI

Kao što je rečeno izolatori su široka klasa materijala. Oni uključuju kristale, amorfne materijale i organske materijale (polimere). Ponašanje izolatora u uslovima izloženosti jonizujućem zračenju zavisi od njihovih strukturnih osobina i elektronske konfiguracije [87,88].

7.1 Zaustavna moć

Veličina kojom se opisuje gubitak energije direktno jonizujućeg zračenja (naelektrisanih čestica) tokom prolaska kroz materijal jeste zaustavna moć. Ona izražava specifični gubitak energije čestica, odnosno srednji gubitak energije naelektrisanih čestica određenog tipa i energije po jedinici pređenog puta. Zaustavna moć predstavlja zbir tri komponente: elektronske, nuklearne i radijativne zaustavne moći. Svaka od ovih komponenti opisuje zaseban vid gubitka energije naelektrisanih čestica [87].

Elektronska zaustavna moć (za koju se nekada koristio naziv sudarna zaustavna moć) opisuje gubitak energije naelektrisanih čestica putem interakcija sa elektronima. Krećući se kroz materijal, naelektrisana čestica deluje na atomske elektrone elektromagnetnim silama i predaje im energiju, što za rezultat može da ima jonizacije ili eksitacije.

Gubitak energije teških i lakih naelektrisanih čestica putem interakcija sa elektronima odvija se na donekle različite načine, zbog čega se njihove elektronske zaustavne moći tretiraju zasebno. Lake naelektrisane čestice su pozitron i elektron dok su teške proton, alfa čestica, pion, mion, triton i deutron. Izrazi za elektronsku zaustavnu moć za teške naelektrisane čestice primenljivi su i na teške jone (jone litijuma i težih elemenata) [88].

Sudari teških naelektrisanih čestica sa elektronima u atomu imaju veliku verovatnoću dešavanja (tj. visok mikroskopski presek). Deo energije koji teška naelektrisana čestica gubi pri svakom pojedinačnom sudaru sa elektronom je mali u odnosu na ukupnu kinetičku energiju čestice. U 90% sudara sa elektronima gubitak

energije po sudaru je manji od 100 eV dok kod čvrstih materijala ukupan gubitak energije je veliki.

Linearni prenos energije (linear energy transfer = LET) u tački putanje naelektrisane čestice predstavlja srednju energiju koju čestica izgubi u interakcijama sa elektronima na jediničnom pređenom putu:

$$L_{\Delta} = \frac{dE_{\Delta}}{dx} \quad (7.1)$$

pri čemu se u obzir uzimaju samo sudari koji proizvode sekundarne elektrone kinetičke energije niže od Δ . Bez ograničenja na energiju predatu elektronima ($\Delta \rightarrow \infty$), dobija se neograničen linearni prenos energije, koji je jednak elektronskoj zaustavnoj moći.

Skretanje teške naelektrisane čestice pri sudaru sa elektronom je zanemarljivo. Teška naelektrisana čestica, dakle, ima skoro pravolinijsku putanju u materijalu, duž koje energiju gubi gotovo kontinualno u malim količinama, putem sudara sa atomskim elektronima. Duž svoje putanje, ona za sobom ostavlja jonizovane i pobuđene atome. Ponekad, međutim, najčešće pri kraju putanje, teška naelektrisana čestica doživljava i značajno skretanje, usled elastičnog rasejanja na atomskom jezgru.

Nuklearna zaustavna moć opisuje gubitak energije naelektrisanih čestica u elastičnim rasejanjima na jezgrima. Iako uobičajena u literaturi, odrednica "nuklearna" u ovom slučaju nije sasvim primerena, jer se nuklearna zaustavna moć ne odnosi na interakcije dejstvom nuklearnih sila, već samo na elastična rasejanja čestica na jezgrima pod uticajem Coulomb-ove sile [89,90].

U domenu izučavanja radijacionih efekata u materijalima i elektronskim komponentama, nuklearna zaustavna moć nosi naziv nejonizujući gubitak energije (non ionizing energy loss = NIEL). Jedinica koja se u praksi koristi za NIEL je MeV/cm, mada se često izražava i maseni NIEL (što je NIEL podeljen gustinom materijala) sa jedinicom (MeV cm²)/g.

Pri elastičnom rasejanju teške naelektrisane čestice ili jona na jezgru atoma u kristalnoj rešetki, preneti energija pobuđuje vibracije atoma oko ravnotežnog položaja (fonoske eksitacije rešetke) ili dovodi do izmeštanja atoma iz položaja u rešetki što se dešava pri energiji većoj od energije praga E_d (6-30 eV). Upraznjeno mesto u kristalnoj

rešetki, nastalo izmeštanjem atoma, naziva se vakancija. Kada izmešteni atom zauzme mesto u prostoru između čvorova rešetke (tzv. intersticijski ili međučvorni položaj), vakancija i intersticijski atom zajedno čine Frenkeljev par. Uzmakli atom duž svoje putanje gubi energiju na isti način kao i upadna čestica: putem interakcija sa elektronima ili kroz elastične sudare sa jezgrima atoma rešetke.

Jedan deo Frenkeljevih parova nastalih dejstvom zračenja se rekombinuje, tako što izmešteni atomi koji se kreću kroz kristalnu rešetku ponovo zauzimaju čvorna mesta u rešetki. Neke vakancije vezuju se među sobom u divakancije (ako se vezuju dve) ili multivakancije (u slučaju povezivanja većeg broja vakancija). Vakancije i intersticijski atomi koji ne dožive rekombinaciju difunduju kroz kristal i mogu da formiraju stabilne komplekse sa atomima nečistoća, uvek u izvesnoj meri prisutnim u kristalu. Ovi kompleksi predstavljaju defekte u materijalu, sa energetskim nivoima unutar energetskog procepa. U zavisnosti od karaktera defekta, odnosno broja i položaja njegovih energetskih nivoa u energetskom procepu, posredstvom ovih novonastalih diskretnih nivoa može da dođe do povećanog generisanja, rekombinacije ili zahvatanja (zarobljavanja) nosilaca naelektrisanja (elektrona i šupljina).

Defekti koji sa velikom verovatnoćom emituju zahvaćen elektron ili šupljinu natrag u provodnu, odnosno valentnu zonu, pre nego što dođe do rekombinacije, nazivaju se *zamkama*. Ako je, pak, verovatnoća rekombinacije elektrona i šupljine na defektu velika, on se naziva rekombinacionim centrom. Takav defekt mora da ima istovremeno sposobnost zahvatanja elektrona i šupljine. Indirektna rekombinacija može da se predstavi kao prelaz elektrona iz provodne u valentnu zonu preko nivoa defekata, ili kao anihilacija elektrona i šupljine koji se sreću na defektu. Ovaj proces naziva se još Shockley-Read-Hall-ova rekombinacija [91,92].

Indirektna rekombinacija i generisanje parova elektron-šupljina preko nivoa defekata izraženi su samo ukoliko ti nivoi leže duboko unutar energetskog procepa, blizu njegove sredine. Koji od ova dva procesa, generisanje ili rekombinacija, će da dominira zavisi od nadkoncentracije slobodnih elektrona i šupljina u materijalu, kao i od preseka (verovatnoće) da centar zahvati elektron i šupljinu. Generisanje parova elektron-šupljina na defektima nastalim usled dejstva zračenja izraženo je u regijama u

kojima je koncentracija nosilaca niža od ravnotežne (npr. u oblastima osiromašenja kod poluprovodničkih komponenti) [93].

Radijativna zaustavna moć opisuje gubitak energije naelektrisanih čestica putem emisije zakročnog zračenja. Naelektrisana čestica emituje ovo elektromagnetno zračenje kada usporava ili skreće. Primer zakročnog zračenja jesu X zraci koje je otkrio Röntgen. Intenzitet zakročnog zračenja naglo opada ukoliko čestica ima veću masu. Zakročno zračenje je, na primer, oko milion puta slabije za alfa čestice nego za elektrone iste energije. Za teške naelektrisane čestice i jone, gubici energije u vidu emisije zakročnog zračenja značajni su samo na ekstremno visokim energijama [94,95,96,97].

S obzirom da su za protone, alfa čestice i teže jone u opsegu energija koji je razmatran u ovom radu radijacioni gubici energije zanemarljivi, samo su preostala dva vida gubitka energije relevantna pri prolazu jonskog snopa kroz izolator: jonizujući (LET) i nejonizujući gubitak (NIEL). U numeričkim simulacijama transporta naelektrisanih čestica kroz ultra-tanke filmove izolatora izvršeno je poređenje ova dva načina deponovanja energije, od kojih zavisi promena karakteristika izolatorskog sloja. Zbog izraženog prisustva protona u kosmičkim zracima, posebna pažnja posvećena je dejstvu protonskih snopova na izučavane izolatore.

7.2 Rezultati simulacija

Monte Carlo simulacije transporta protona, alfa čestica i više vrsta teških jona kroz tanke slojeve izolatora sprovedene su u TRIM modulu softverskog paketa SRIM [98]. U simulacijama su korišćeni monoenergetski snopovi, usmereni pod pravim uglom na površinu izolatorskih filmova. Energija snopa menjana je od 10 keV do 5 MeV, a samo u slučaju protonskog snopa od 10 keV do 10 MeV. Na svakoj energiji snopa, debljina izolatorskog sloja je povećavana sve dok čitav snop ne bi bio zaustavljen u materijalu. Tako dobijena debljina sloja veća je od dometa primarnih čestica koje čine upadni snop, kao i od dometa sekundarnih čestica nastalih prolaskom snopa, što odgovara maksimalnom radijacionom efektu u izolatoru. Simulacije su vršene sa 10^3 - 10^4 istorija.

Rezultati na slikama 6.1-6.5 predstavljaju najilustrativnije primere efekata protonskog snopa u ispitivanim izolatorima. Rezultati na slikama 6-9 su neki od

najvažnijih primera uticaja protona, alfa čestica i teških jona na tanke slojeve izolatora. Dok slike 6.1-6.5 ilustruju uticaj protonskih snopova različitih energija na izolatorske slojeve, slike 6.6-6.9 ukazuju na razlike u efektima koje proizvode protoni, alfa čestice i teški joni. Radi lakšeg poređenja uticaja raznih tipova naelektrisanih čestica na izolatore, rezultati na slikama 6.6-6.9 svi su dati za istu energiju upadnog snopa od 0,1 MeV. Joni gvožđa izabrani su kao tipičan predstavnik teških jona, između ostalog i zato što prominentno figurišu u primarnim kosmičkim zracima, kojima su izložene elektronske komponente u interplanetarnim svemirskim letelicama.

Prikazani grafici izabrani su među mnoštvom sličnih grafika koji su nastali tokom naših istraživanja. Grafici raspodele broja vakancija, kao i grafici promene LET i NIEL po dubini tankog filma, dobijeni su pomoću MATLAB koda i na osnovu podataka dobijenih iz programa SRIM, prema proceduri opisanoj u [13]. Koncentracija vakancija proizvedenih prolaskom jonskog snopa kroz izolator može da se upotrebi za izračunavanje NIEL korišćenjem modifikovanog Kinchin-Pease izraza, koji daje vezu između broja izmeštenih atoma N_d i nejonizujućeg gubitka energije E_n :

$$N_d = 0,8 \frac{E_n}{2E_d} \quad (7.2)$$

gde je E_d energija praga za izmeštanje atoma. Jednačina (7.2) važi samo za $E_n > 2,5E_d$ [99,100,101].

Raspodela broja atomskih vakancija, koje se u izolatorskom filmu pojavljuju kao posledica nejonizujućeg gubitka energije (NIEL) kako upadnih čestica snopa, tako i izmeštenih atoma, date su u zbitu (krive označene sa "Ukupno vakancija"), ali i zasebno za svaku vrstu izmeštenih atoma (npr. krive označene sa "Vakancije Si" ili "Vakancije O").

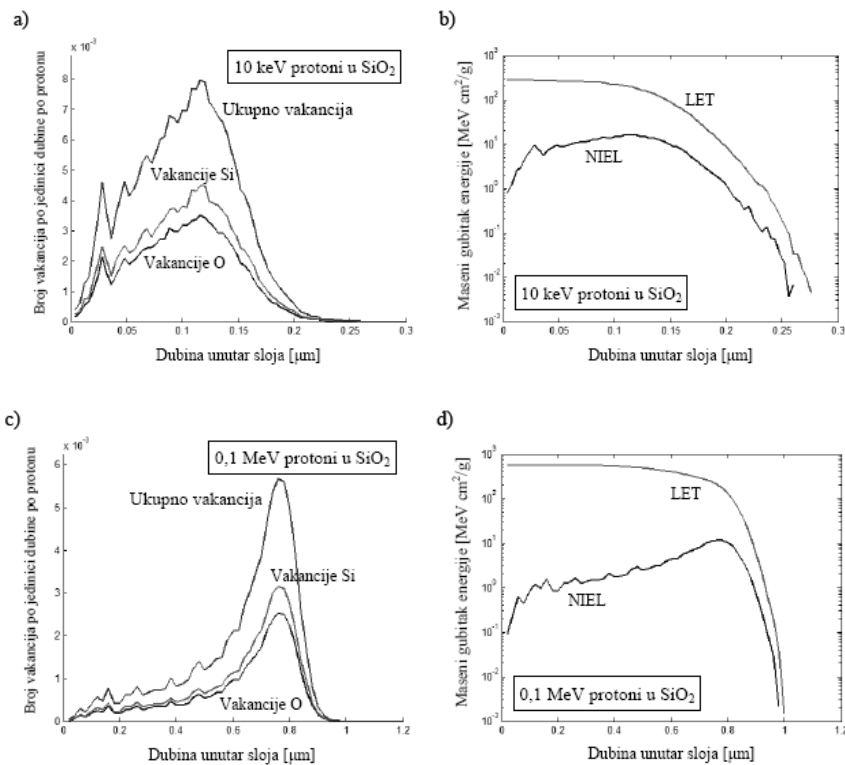
7.3 Analiza rezultata

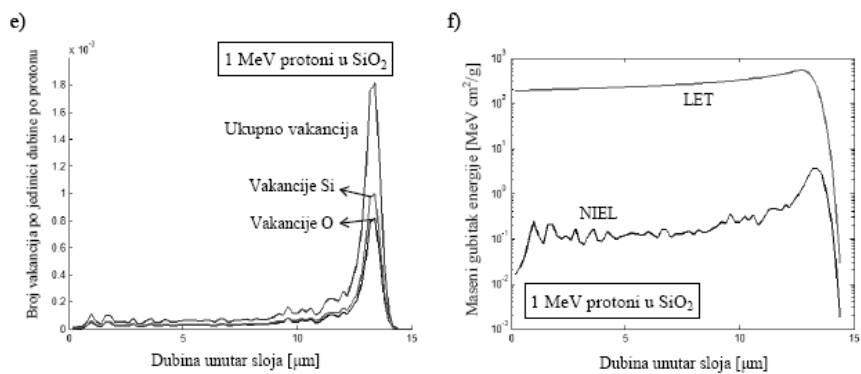
Rezultati simulacija (izostavljeni iz ovog rada) pokazali su da su ispitivani izolatorski filmovi imuni na prolaz protona, alfa čestica i jona energija većih od 1-2 MeV. Snopovi teških naelektrisanih čestica i jona sa energijama većim od ovih imaju zanemarljive gubitke energije, bilo jonizujuće ili nejonizujuće, pri prolasku kroz

izolatorske slojeve debljina između 100 nm i 20 μm . Značajniji gubici energije javljaju se tek na energijama snopa nižim od ~ 1 MeV.

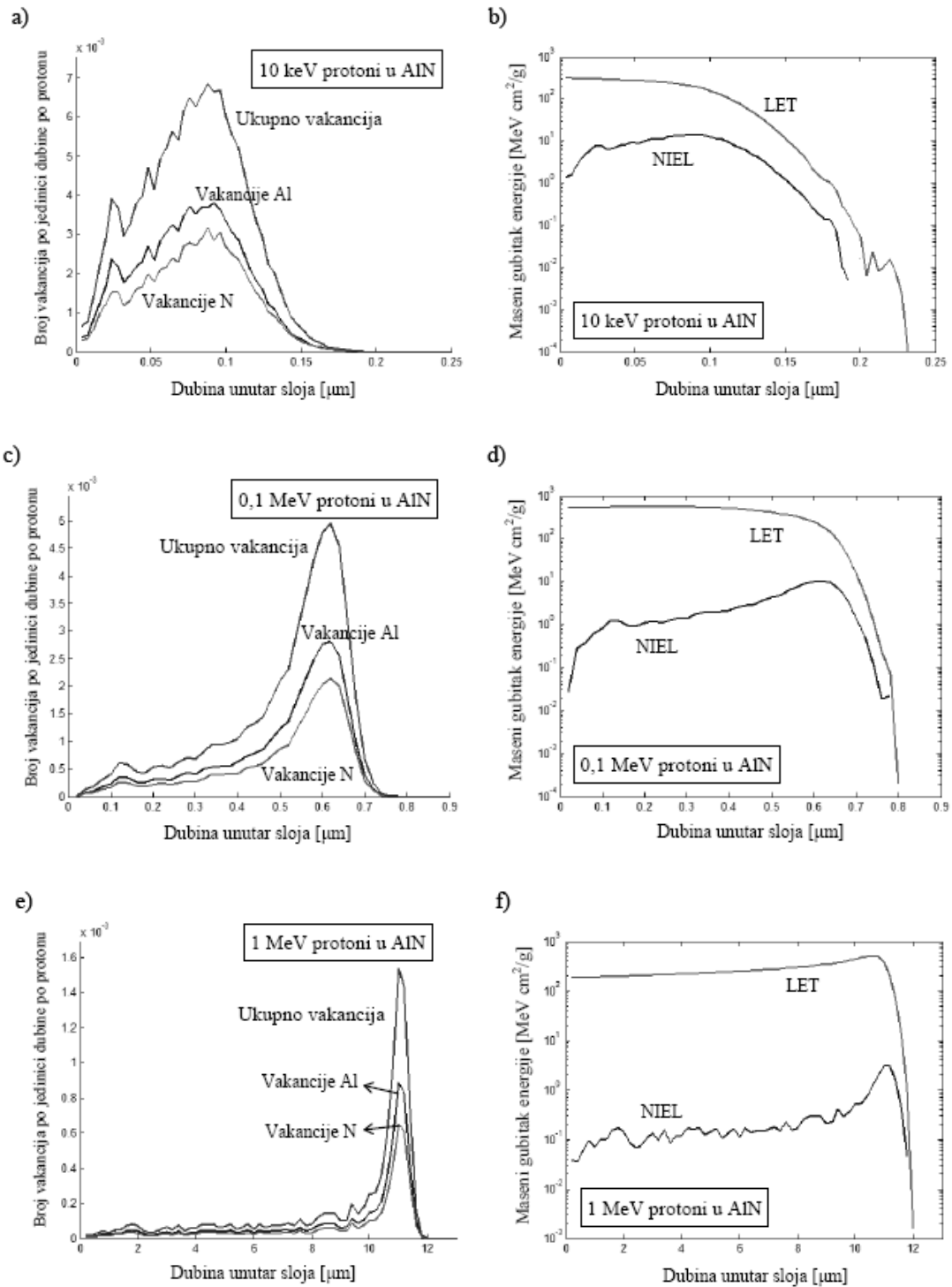
Od četiri ispitivana izolatora, naelektrisane čestice prodiru dublje u silicijum dioksid i leksan nego u druga dva materijala. U SiO_2 se javlja nešto veća koncentracija vakancija silicijuma nego vakancija kiseonika, uprkos 2:1 stohiometrijskom odnosu atoma kiseonika i silicijuma, jer je energija izmeštanja za Si znatno niža ($E_{d\text{Si}} = 15$ eV) nego za kiseonik ($E_{d\text{O}} = 28$ eV).

Za protone, jonizujući gubici energije (LET) generalno su veći od NIEL za 1 do 3 reda veličine. Ova razlika između LET i NIEL postaje veća sa povećanjem energije protonskog snopa, što takođe znači da se smanjuje pri kraju putanja protona, gde nuklearna elastična rasejanja, koja dovode do izmeštanja atoma, postaju verovatnija nego sudari sa atomskim elektronima.

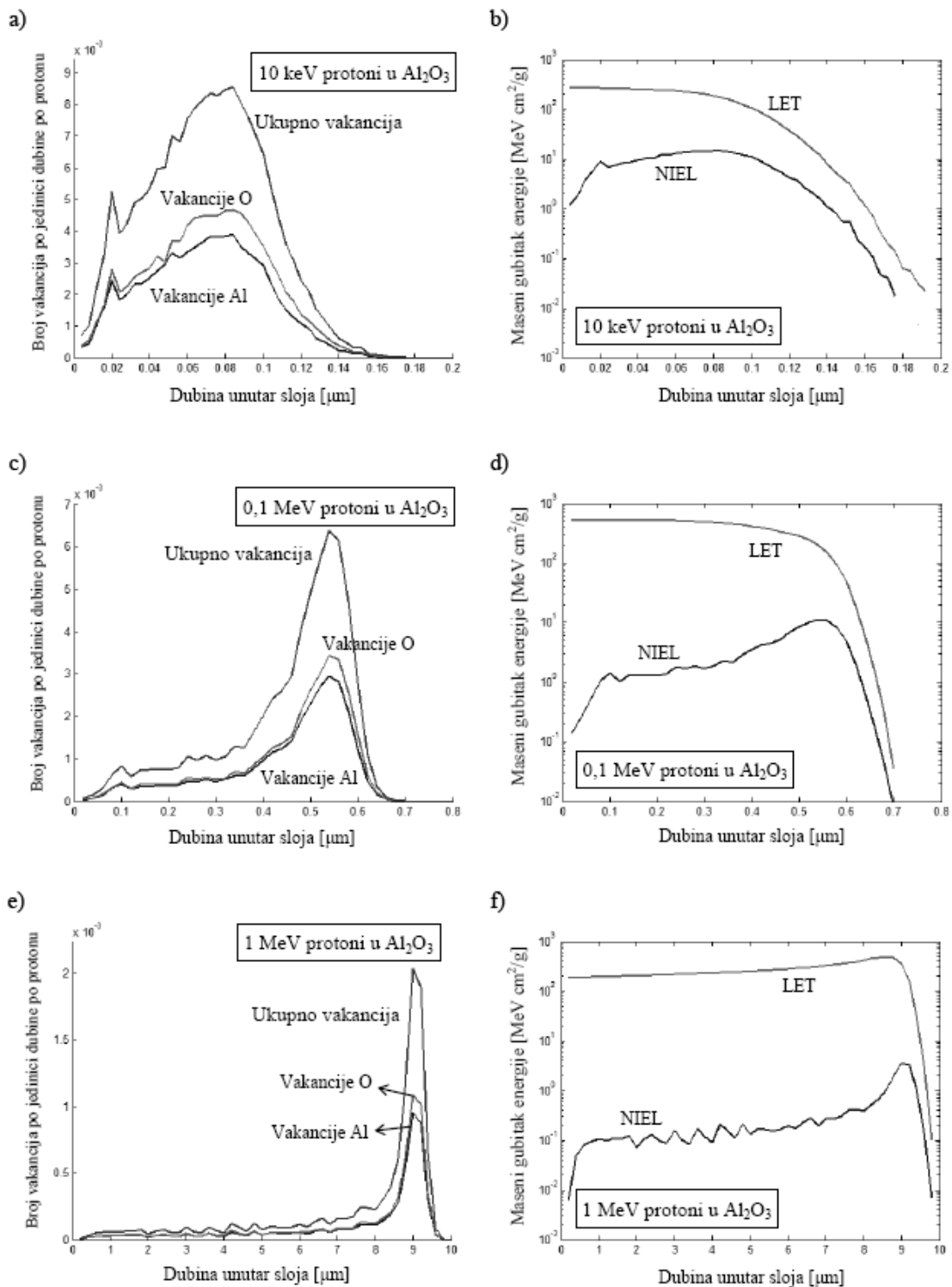




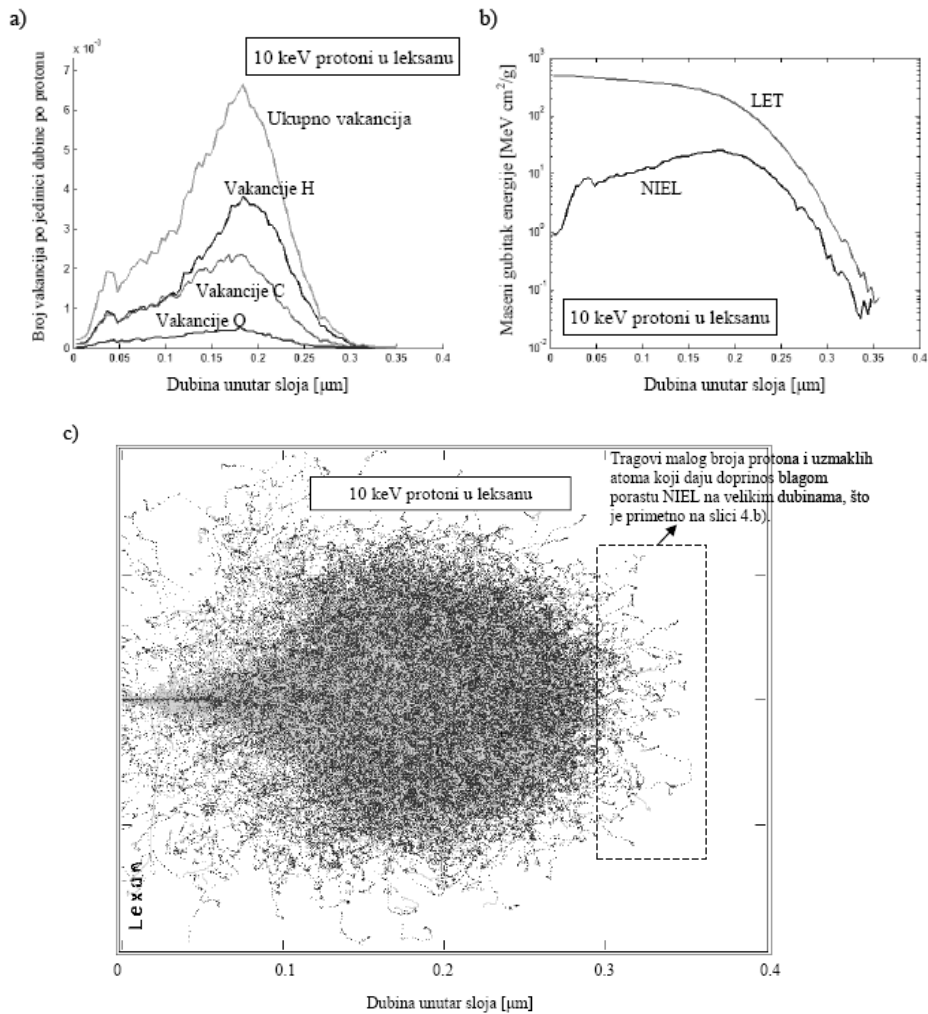
Slika 7.1 Grafici promene koncentracije vakancija i masenih gubitaka energije (LET i NIEL podeljenih gustinom materijala) sa dubinom unutar izolatorskog filma silicijum dioksida (SiO₂) izloženog protonskom snopu. Rezultati su dobijeni za 10⁴ istorija protona, koje uključuju kaskade uzmaklih izmeštenih atoma.



Slika 7.2 Grafici promene koncentracije vakancija i masenih gubitaka energije (LET i NIEL podeljenih gustinom materijala) sa dubinom unutar izolatorskog filma aluminijum nitrida (AlN) izloženog protonskom snopu. Rezultati su dobijeni za 10^4 istorija protona, koje uključuju kaskade uzmaklih izmeštenih atoma.



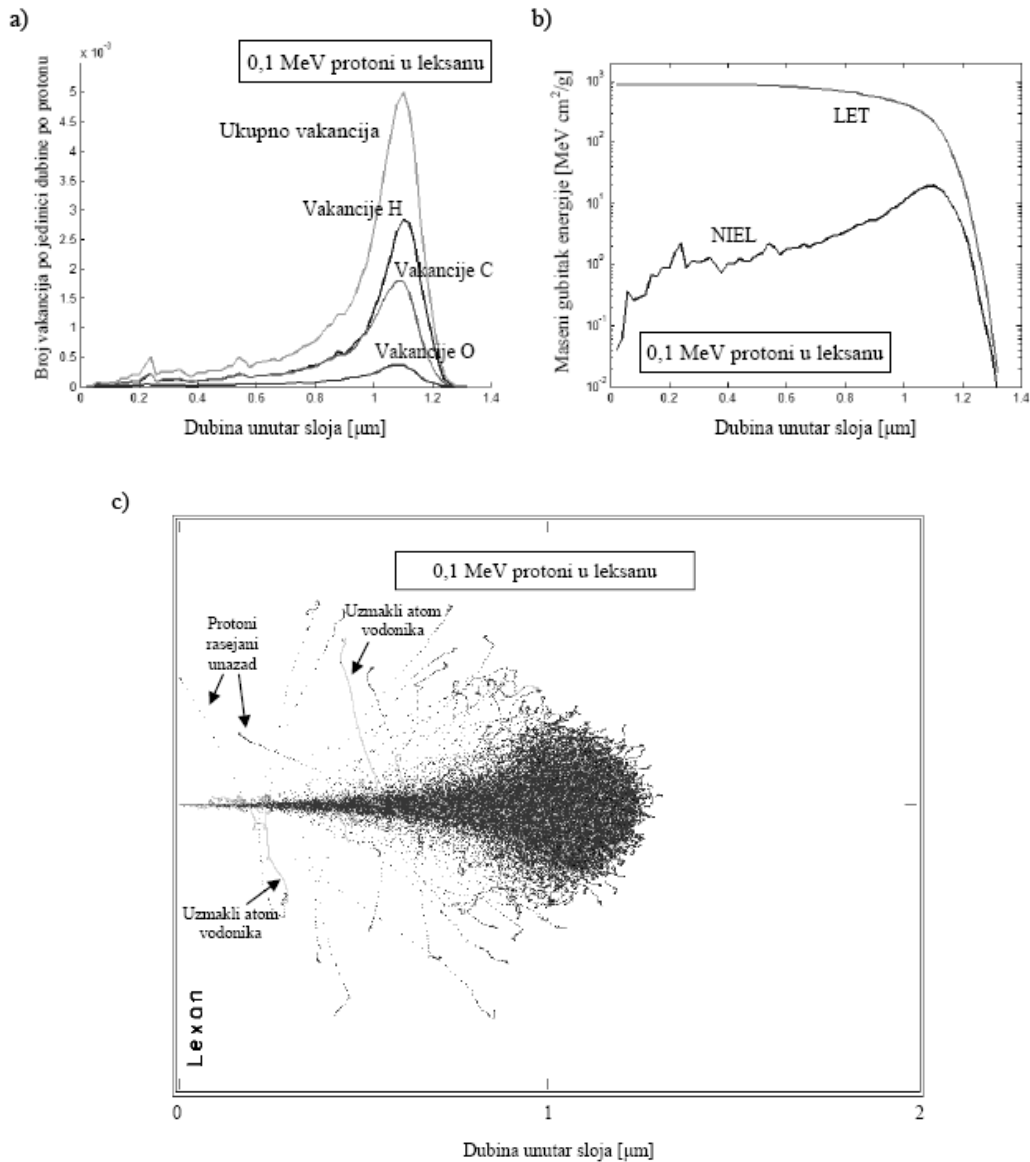
Slika 7.3 Grafici promene koncentracije vakancija i masenih gubitaka energije (LET i NIEL podjeljenih gustinom materijala) sa dubinom unutar izolatorskog filma alumine (Al₂O₃) izloženog protonskom snopu. Rezultati su dobijeni za 10⁴ istorija protona, koje uključuju kaskade uzmaklih izmeštenih atoma.



Slika 7.4 Grafici promene a) koncentracije vakancija i b) masenih gubitaka energije (LET i NIEL podjeljenih gustinom materijala) sa dubinom unutar filma od leksana (polikarbonata) debelog 0,4 μm , izloženog protonskom snopu. c) Tragovi protona i uzmaklih atoma. Rezultati su dobijeni simulacijama

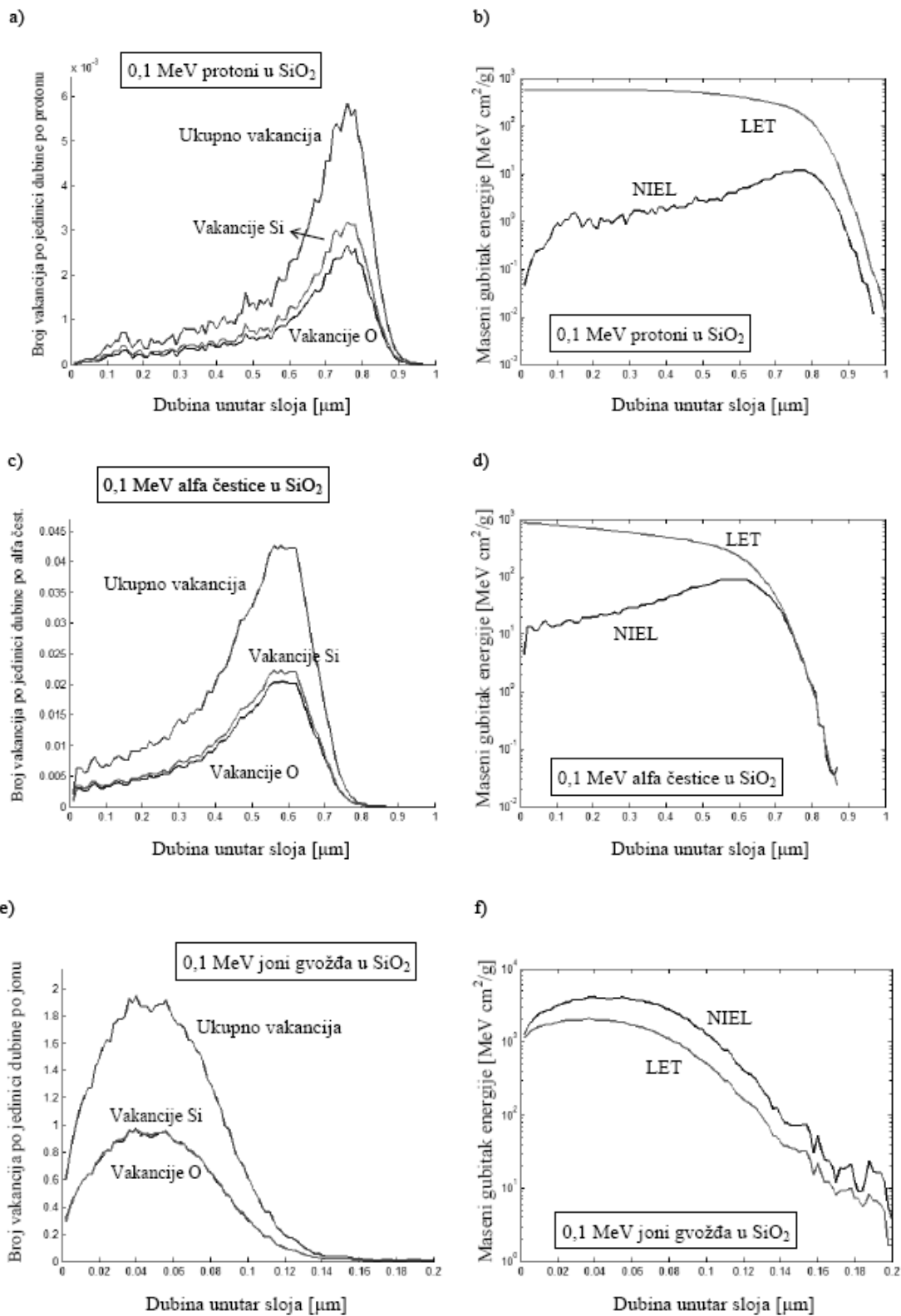
sa 10^4 istorija protona, za energiju upadnog protonskog snopa od 10 keV.

Blag porast NIEL koji se uočava na krajnjem desnom delu krive na Slici 7.4b) nastaje zbog malog broja protona koji dopiru do dubina bliskih 0,35 μm , većih od srednjeg dometa snopa, kao i zbog uzmaklih atoma (prvenstveno vodonika) koje ovi protoni izmeste. Iako je broj ovih protona mali, oni, za razliku od većine drugih protona u snopu, do velikih dubina stižu ne izgubivši mnogo od svoje prvobitne energije u sudarima sa elektronima. Rezultujući porast NIEL je mali, ali ipak uočljiv u logaritamskoj skali. Tragovi (putanje) protona i izmeštenih atoma koji doprinose opisanom porastu NIEL naznačeni su na Slici 7.4c).

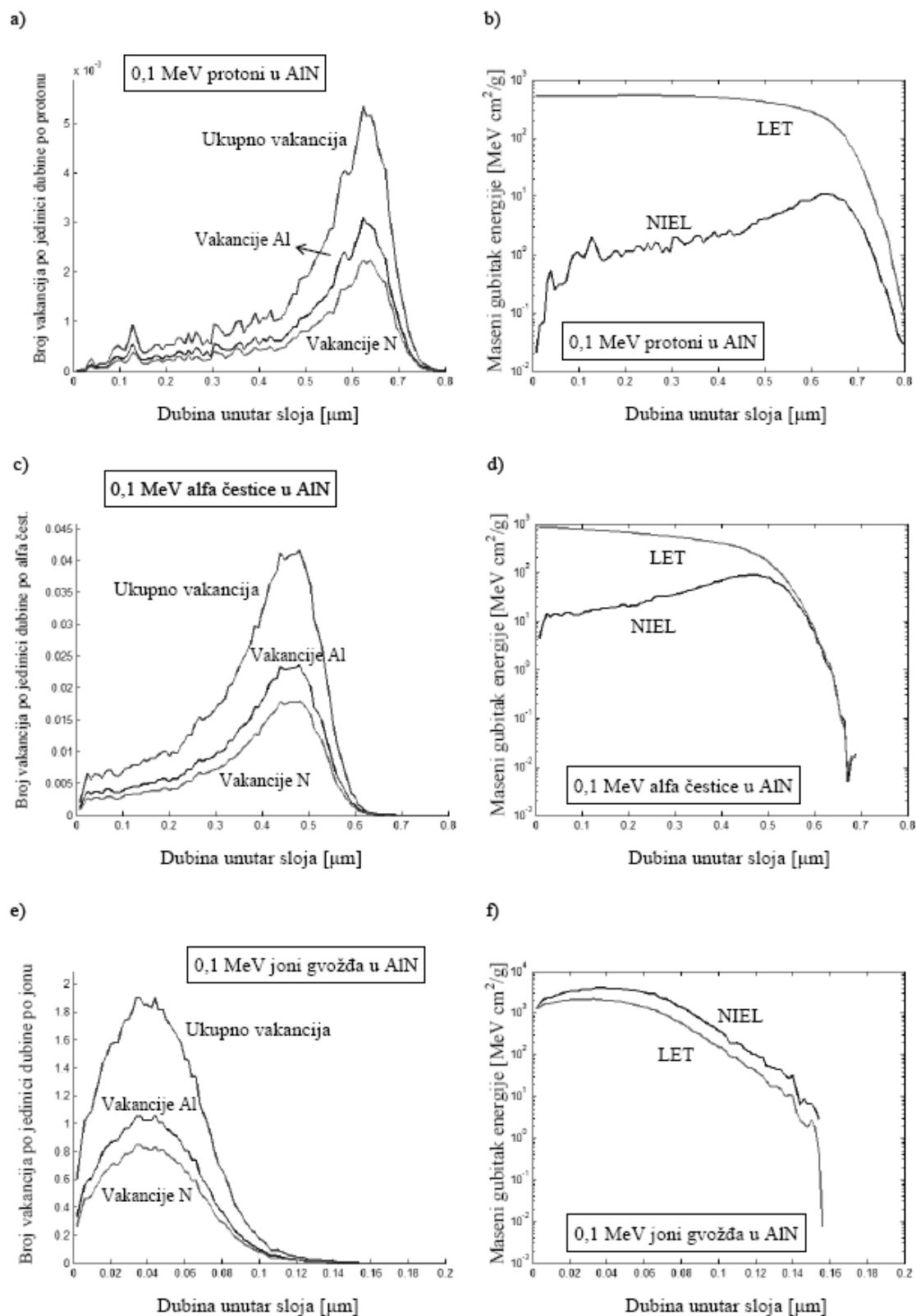


Slika 7.5 Grafici promene a) koncentracije vakancija i b) masenih gubitaka energije (LET i NIEL podjeljenih gustinom materijala) sa dubinom unutar filma od leksana (polikarbonata) debelog 0,2 μm , izloženog protonskom snopu. c) Tragovi protona i uzmaklih atoma. Rezultati su dobijeni simulacijama sa 10^4 istorija protona, za energiju upadnog protonskog snopa od 0,1 MeV.

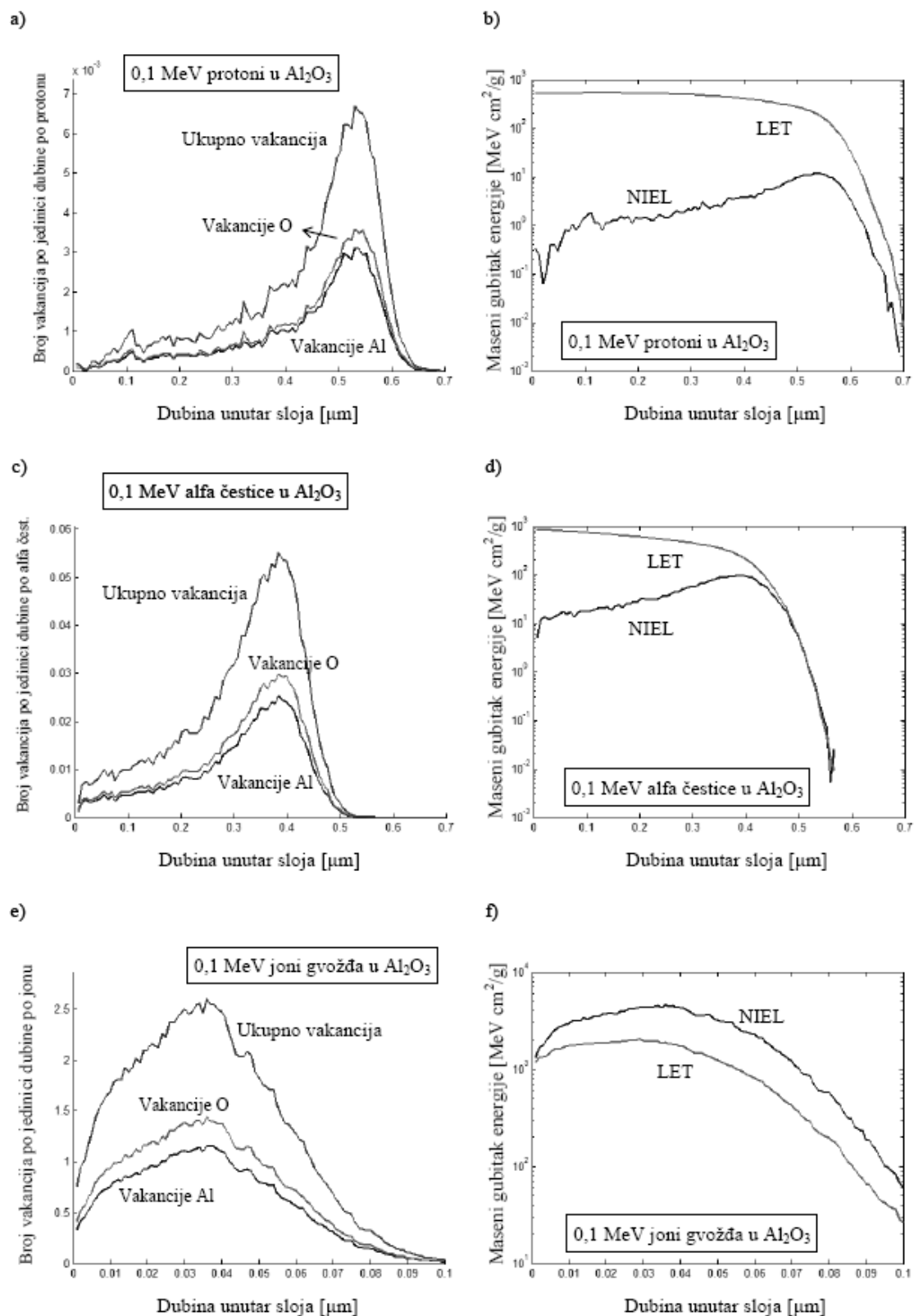
U sredini bogatoj vodikom, kakva je leksan, visokoenergetski upadni protoni proizvode velik broj uzmaklih jona vodonika, takođe visoke energije, što dovodi do pojave mnoštva veoma razgranatih kaskada atomskih izmeštanja. Na Slici 7.5c) moguće je uočiti tragove protona rasejanih unazad pod velikim uglovima, kao i duge tragove visokoenergetskih uzmaklih jona vodonika u leksanu.



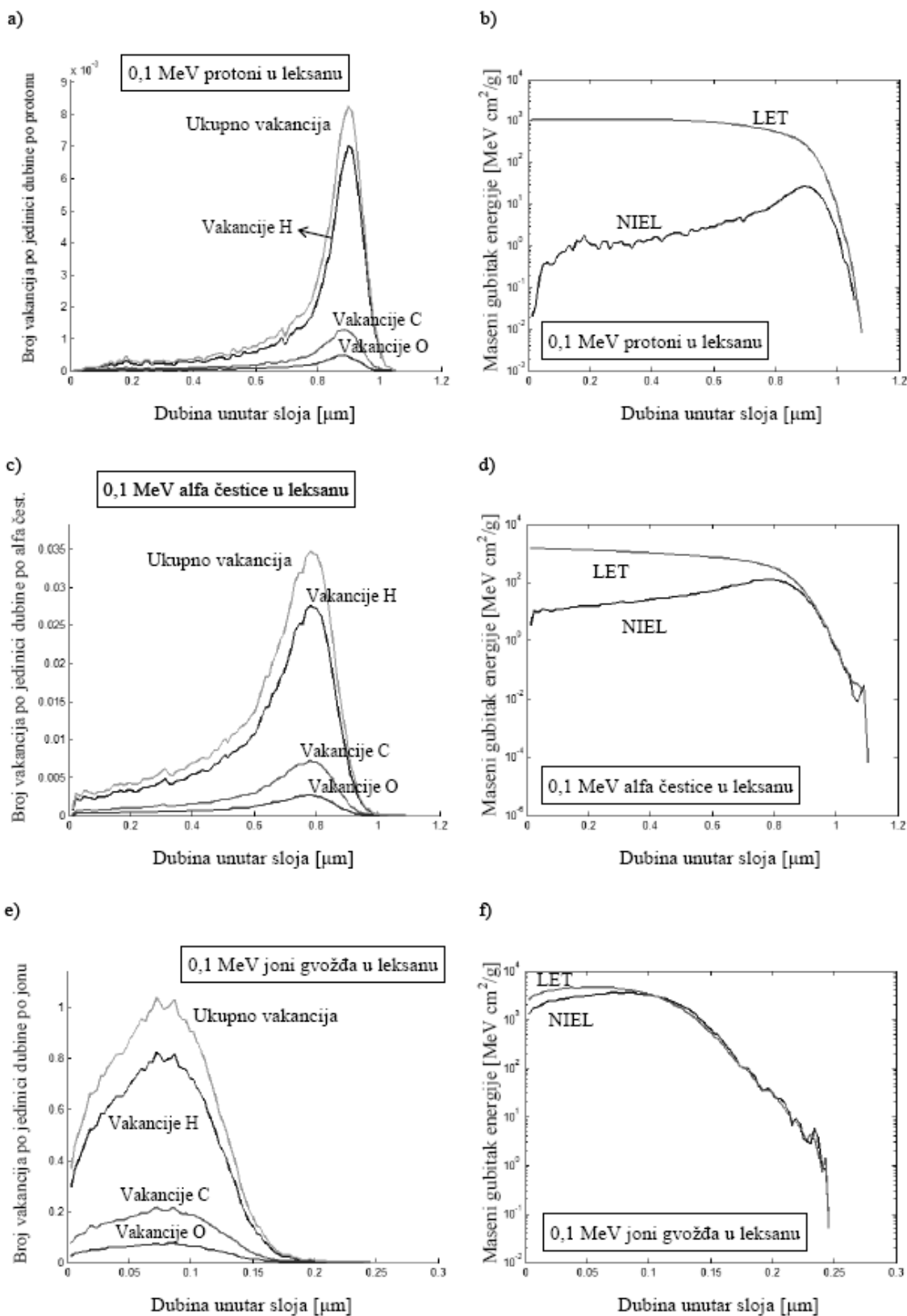
Slika 7.6 Grafici promene koncentracije vakancija i masenih gubitaka energije (LET i NIEL podjeljenih gustinom materijala) sa dubinom unutar izolatorskih filmova silicijum dioksida (SiO₂) izloženih snopovima protona (a i b), alfa čestica (c i d) i jona gvožđa (e i f). Rezultati su dobijeni za 10⁴ istorija protona, 10⁴ istorija alfa čestica i 10³ istorija jona gvožđa. Energija upadnog snopa je u svim slučajevima 0,1 MeV.



Slika 7.7 Grafici promene koncentracije vakancija i masenih gubitaka energije (LET i NIEL podjeljenih gustinom materijala) sa dubinom unutar izolatorskih filmova aluminijum nitrida (AlN) izloženih snopovima protona (a i b), alfa čestica (c i d) i jona gvožđa (e i f). Rezultati su dobijeni za 10^4 istorija protona, 10^4 istorija alfa čestica i 10^3 istorija jona gvožđa. Energija upadnog snopa je u svim slučajevima 0,1 MeV.



Slika 7.8 Grafici promene koncentracije vakancija i masenih gubitaka energije (LET i NIEL podjeljenih gustom materijala) sa dubinom unutar izolatorskih filmova alumine (Al_2O_3) izloženih snopovima protona (a i b), alfa čestica (c i d) i jona gvožđa (e i f). Rezultati su dobijeni za 10^4 istorija protona, 10^4 istorija alfa čestica i 10^3 istorija jona gvožđa. Energija upadnog snopa je u svim slučajevima 0,1 MeV.



Slika 7.9 Grafici promene koncentracije vakancija i masenih gubitaka energije (LET i NIEL podjeljenih gustinom materijala) sa dubinom unutar izolatorskih filmova leksana (polikarbonata) izloženih snopovima protona (a i b), alfa čestica (c i d) i jona gvožđa (e i f). Rezultati su dobijeni za 10^4 istorija protona, 10^4 istorija alfa čestica i 10^3 istorija jona gvožđa. Energija upadnog snopa je u svim slučajevima 0,1 MeV.

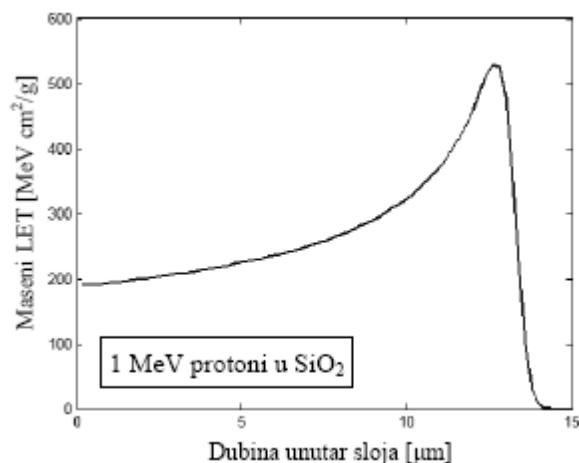
Za alfa čestice, u blizini površine materijala LET je oko 100 puta veći od NIEL u SiO_2 , AlN i Al_2O_3 , ali samo 10 puta veći u leksanu. Razlika između LET i NIEL postaje sve manja sa dubinom unutar izolatora. Dva vida gubitka energije se približno izjednačavaju blizu dometa snopa alfa čestica (tj. u blizini kraja njihovih približno pravolinijskih putanja), gde elastično rasejanje na jezgrima, koje dovodi do izmeštanja atoma, postaje verovatnije, dok gubici energije putem elektronskih sudara opadaju, jer spore alfa čestice zahvataju elektrone, što njihovo efektivno naelektrisanje čini manjim od $2e$ (gde je $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C jedinično naelektrisanje).

Za razliku od protona i alfa čestica, joni gvožđa u svim materijalima osim leksanu imaju NIEL koje je veće od LET na svim dubinama unutar izolatorskog sloja (Slike 7.6f), 7.7f) i 7.8f)), dok su u leksanu dva vida gubitka energije približno jednako zastupljena (slika 9.f).

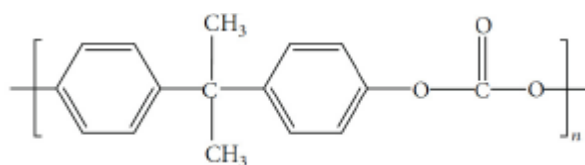
U slučaju jona gvožđa, debljina sloja izolatora koja je potrebna da bi se čitav snop u potpunosti zaustavio je najmanja. Ovo je najuočljivije za aluminu, kod koje je 0,1 MeV-ski snop jona gvožđa zajedno sa svim izmeštenim atomima sasvim zaustavljen u sloju debelom svega 100 nm (slika 8.e)).

Pri višim energijama upadnog snopa grafik zavisnosti gubitka energije dobija oblik Bragove krive. Ako se, na primer, energija protona povećava počevši od 0,1 MeV, najpre kriva za NIEL počinje da ispoljava pik u blizini maksimalne dubine prodiranja. Na energiji protona od oko 1 MeV, obe krive (za LET i NIEL) već imaju pikove blizu maksimalne dubine prodiranja, što dovodi do pojave Bragg-ovog pika, koji se mnogo bolje uočava kada je skala ose za maseni gubitak energije linearna, kao na slici 10 koja je data za 1 MeV-ske protone u SiO_2 . Sa Slike 7.10 se, međutim, uočava i da se Bragg-ov pik pojavljuje samo u znatno debljim slojevima izolatorskih materijala od onih sa slika 7.1-7.4.

Hemijska formula strukturne jedinice (monomera) polikarbonata data je na Slici 7.11. Stehiometrijski odnos vodonika, ugljenika i kiseonka, zajedno sa energijama izmeštanja ova tri elementa ($E_{dH} = 10$ eV, $E_{dC} = E_{dO} = 28$ eV), odgovoran je za odnos koncentracija vakancija koji se može videti na slikama 7.4a) i 7.5a), kao i na Slikama 7.9a), c) i e).



Slika 7.10 Grafik zavisnosti masenog LET za 1 MeV protone od dubine unutar filma silicijum dioksida debelog 15 μm . Skala ose za maseni gubitak energije je linearna, za razliku od slike 1.f) gde je logaritamska.



Slika 7.11 Hemijska formula strukturne jedinice (monomera) polikarbonata, koja sadrži 14 atoma vodonika, 16 atoma ugljenika i 3 atoma kiseonika.

Polimeri, ko što je leksan, ispoljavaju određene specifične promene kada se izlože dejstvu zračenja ili jonskih snopova, što ih izdvaja od preostala tri ispitana izolatora. Sekundarni elektroni, koji nastanu putem jonizujućih gubitaka energije snopa, dalje interaguju sa makromolekulima polimera, proizvodeći jonizacije i pobude. Relaksacija pobuđenih molekula i pojava lokalnih oblaka jonizacije (klastera) dovode do obrazovanja velikih količina slobodnih radikala. Hemijski reaktivni slobodni radikali narušavaju lančanu strukturu polimera, tako što ih prekidaju (nasumičnim raskidanjem veza) ili umrežavaju (povezujući ih u velike trodimenzionalne mreže molekula). Prekidi lanaca za posledicu mogu da imaju pojavu fragmenata niske molekulske mase, oslobađanje gasa, ili pojavu nezasićenih hemijskih veza [102,103,104]. Zračenje često menja osobine kod polimera (hemijske, fizičke). Strukturne izmene prouzrokovane zračenjem utiču i na izolatorska svojstva polikarbonatnih filmova [105,106,107,108].

8. ZAKLJUČAK

U slučaju polikarbonata kao i Al_2O_3 ili SiO_2 filmovi, na kojima je rađeno istraživanje, su bili neosetljivi na jake snopove jona energije veće od 1 MeV. To je utvrđeno pomoću Monte Carlo metode u slučaju težih naelektrisanja. Nejonizujući gubici energije ovih visokoenergetskih čestica su mali i one prolaze kroz filmove ne proizvodeći znatnija izmeštanja atoma. U donjem delu ispitivanog energetskog opsega (od 10 keV do 1 MeV), međutim, pojavljuju se znatni jonizujući gubici energije, kao i NIEL. Jonizacija i izmeštanje atoma do kojih dovode protoni, alfa čestice i teški joni može da utiče na osobine izolatora i da ugrozi njihovu pouzdanost u sklopu složenih struktura i komponenti. Tačkasti defekti, od kojih se neki ponašaju kao donori nosilaca naelektrisanja, javljaju se u ozračenim izolatorima kao rezultat izmeštanja atoma. Visoko reaktivni slobodni radikali, koji mogu da nastanu u leksanu kada se izloži jonskom snopu, dovode do prekida polimernih lanaca i/ili njihovog umrežavanja, što utiče na izolatorska svojstva polikarbonatnih filmova.

Literatura

- [1] N. Abrihosov, V. Bankina, L. Poreckaja, E. Skudnova, L. Shelimova, *Poluprovodnikovye soedininija, ih poluchenie i svojstva*, Nauka, Moskva, 1967.
- [2] N. Abrihosov, L. Shelimova, *Poluprovodnikovye materijali na osnove soedininij $A^{IV}B^{IV}$* , Nauka, Moskva, 1975.
- [3] Anseljm, *Vvedenie v teoriju poluprovodnikov*, Nauka, Moskva, Leningrad, 1962.
- [4] S. Arsenijević, *Neorganska hemija za studente viših škola*, Naučna knjiga, Beograd, 1967.
- [5] B. Ashcroff, N. Mermin, *Solid state physics*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976.
- [6] K. Bogorodickij, M. Volokobinskij, A. Vorobjev, B. Taraev, *Teorija dielektrikov*, Energija, Leningrad, 1965.
- [7] K. Bogorodickij, V. Pasyнков, B. Taraev, *Elektrotehničeskie materialy*, Energija, Leningrad, 1977.
- [8] W. Callister, *Materials science and engineering - an introduction*, John Wiley & Sons Inc, New York, 1997.
- [9] V. Fistulj, *Vvedenie v fiziku poluprovodnikov*, Vyšsaja škola, Moskva, 1975.
- [10] H. Frohlich, *Theory of dielectrics*, Clarendon Press, Oxford, 1986.
- [11] Gerhold, "Electrical insulation in superconducting power systems", *IEEE Trans. on Electrical Insulation*, Vol. 8, 1992.
- [12] Imhof, *Elektrische Isolierstoffe*, Orell Füssli Verlag, Zürich, 1949.
- [13] W. Jackson, *The insulation of electrical equipment*, John Wiley & Sons Inc, New York, 1954.
- [14] Jonscher, *Dielectric relaxation in solids*, Chelsea Dielectrics Press, London, 1983.
- [15] C. Kittel, *Uvod u fiziku čvrstog stanja*, Savremena administracija, Beograd, 1970.
- [16] R. Marković, *Poznavanje elektrotehničkog materijala*, Naučna knjiga, Beograd, 1972.
- [17] P. Nikolić, S. Stojiljković, *Magnetici i dielektrici*, Elektronski fakultet, Niš, 1982.

- [18] P. Nikolić, D. Raković, *Elektrotehnički materijali*, Naučna knjiga, Beograd, 1987.
- [19] P. Nikolić, D. Raković, P. Osmokrović, S. Vujatović, *Uputstva za vežbe iz elektrotehničkih materijala*, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 1987.
- [20] P. Nikolić, *Tehnologija elektrotehničkog materijala – II*, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 1974.
- [21] D. Raković, *Elektrotehnički materijali*, Grosknjiga, Beograd, 1995.
- [22] D. Raković, *Fizičke osnove i karakteristike elektrotehničkih materijala*, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 1995.
- [23] D. Raković, P. Osmokrović, N. Arsić, *Elektrotehnički materijali – zbirka zadataka*, Akademska Misao, Beograd, 2000.
- [24] P. Osmokrović, *Elektrotehnički materijali*, Akademska misao, Beograd, 2003.
- [25] P. Osmokrović, *Osnovi nuklearne fizike*, Akademska misao, 2008.
- [26] H. Korff, *Elektronska i nuklearna fizika*, Naučna knjiga, Beograd, 1948.
- [27] Я. И. Френкель, *Принципы теории атомны ядер*, Академии наук СССР, Москва-Ленинград, 1955.
- [28] Ю. М. Широков, Н. П. Юдин, *Ядерная физика*, Физико-математической литературы, Москва, Москва, 1980.
- [29] С. В. Скачков, Л. В. Константинов, Р. П. Строганова, Л. Н. Юрова, Э. П. Топоркова, *Сборник задач по ядерной физике*, Физико-математической литературы, Москва, 1963.
- [30] Д. Бедениг, *Газоохлаждаемые высокотемпературные реакторы*, Атомиздат, Москва, 1975.
- [31] К. Н. Мухин, *Экспериментальная ядерная физика*, Атомиздат, Москва, 1974.
- [32] Е. И. Долгирев, П.И. Малев, В.Б. Сидоренко, *Детекторы ядерных излучений*, Судопромгиз, Ленинград, 1961.
- [33] В. Е. Левин, *Ядерные реакторы*, Госатомиздат, Москва, 1963.
- [34] R. D. Evans, *The atomic nucleus*, McGraw-hill book company INC, New York, 1955.
- [35] A. E. S. Green, *Nuclear Physics*, McGraw-hill book company INC, New York, 1955.

- [36] W. E. Burcham, *Nuklearna fizika*, Naučna knjiga, Beograd, 1974.
- [37] Holmes-Siedle, A.G., Adams, L., *Handbook Of Radiation Effects*, second ed., Oxford University Press, USA, 2002.
- [38] Schwank, J., Shaneyfelt, M., Fleetwood, D., Felix, J., Dodd, P., Paillet, P., Ferlet-Cavrois, V., Radiation effects in MOS oxides, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 55 (2008), 6, pp. 1833-1853
- [39] Dalibor S. Arbutina, Aleksandra I. Vasić-Milovanović, Teodora M. Nedić, Aco J. Janićijević, and Ljubinko B. Timotijević, Possibility of achieving an acceptable response rate of gas-filled surge arresters by substitution of alpha radiation sources by selection of electrode material and the electrode surface topography, *Nuclear Technology & Radiation Protection*, Vol. 35, No. 3, pp. 223-234, (2020)
- [40] S. Vukadinović, *Zbirka rešenih zadataka iz teorije verovatnoće*, Privredni pregled, Beograd, 1987.
- [41] W. R. Leo, *Techniques for nuclear and particle physics experiments*, Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- [42] I. Manno, *Introduction to the Monte-Carlo method*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1999.
- [43] <http://www.cs.ox.ac.uk/people/richard.brent/pd/rpb211.pdf>
- [44] K. Entacher, *A collection of selected pseudorandom number generators with linear structures*, Research supported by the Austrian Science Foundation (FWF), project no. P11143-MAT, 1997 (članak dostupan *online* pod nazivom 10.1.1.53.3686.pdf; link sa Wikipedia-članka *Linear Congruential Generator* na citeseer.ist.psu.edu)
- [45] J. E. Gentle, *Random number generation and Monte-Carlo methods*, Springer-Verlag, New York, 1998.
- [46] <http://www.taygeta.com/rwalks/node2.html>
- [47] http://software.intel.com/sites/products/documentation/hpc/mkl/vslnotes/8_3_11_2D_Self_Avoiding_Random_Walk_Test.htm
- [48] http://software.intel.com/sites/products/documentation/hpc/mkl/vslnotes/8_4_2_R25_0.htm
- [49] http://en.wikipedia.org/wiki/Lagged_Fibonacci_generator
- [50] <http://www.brpreiss.com/books/opus4/html/page473.html> (The Minimal Standard Random Number Generator)

- [51] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, E. Teller, *J. Chem. Phys.*, 21 (1953) 1087.
- [52] http://en.wikipedia.org/wiki/Gamma_distribution
- [53] <http://blogs.office.com/b/microsoft-excel/archive/2007/08/14/christian-stich-on-excel-services-financial-option-valuation-implemented-with-monte-carlo-simulation-using-multithreaded-user-defined-functions-udfs.aspx>
- [54] G. Cowan, *Statistical Data Analysis*, Oxford University Press, 1998.
- [55] I. Lux, L. Koblinger, *Monte-Carlo transport methods: neutron and photon calculations*, CRC Press, Boca Raton, 1989.
- [56] R. Ilić, *Tehnike Monte Carlo u transportu čestica*, Naučna knjiga, Beograd, 1991.
- [57] I. Mendaš, P. Milenković, D. Ignjatović, *100 najkorisnijih FORTRAN-skih potprograma*, Mikro knjiga, Beograd, 1991.
- [58] S. Glasstone, A. Sesonke, *Nuclear reactor engineering*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1967.
- [59] Ž. Todorović, S. Savović, S. Jokić, *Fission of Au induced by ^4He ions at 0.65-12.7 GeV*, in the Proceedings of the European Conference on Advances in Nuclear Physics and Related Areas, Thessaloniki, Greece, July 8-12 1997, p. 659 (D. M. Brink, M. E. Grypos, S. E. Massen Eds.)
- [60] Xun Jia, Hao Yan, Xuejun Gu, and Steve B. Jiang, *Fast Monte Carlo Simulation for Patient-specific CT/CBCT Imaging Dose Calculation*, [arXiv:1109.3266](https://arxiv.org/abs/1109.3266) [physics.med-ph] (<http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1109/1109.3266.pdf>)
- [61] <http://www.medphys.mcgill.ca/~mmctp/>
- [62] H. Risken, *The Fokker-Planck equation*, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- [63] P. Fröbrich, *Nucl. Phys.* A475 (1988) 143.
- [64] S. Jokić, *Subatomska fizika*, Institut za nuklearne nauke Vinča, Beograd, 2000.
- [65] A. J. Pacheco, J. O. Fernandez, D. E. di Gregorio, M. di Tada, J. E. Testoni, Y. Chan, E. Chavés, S. Gazes, E. Plagnól, R. G. Stokstad, *Phys Rev.* C45 (1992) 2861.
- [66] M. Abramowitz, I. Stegun Eds., *Handbook of mathematical functions*, Dover Publications, New York, 1965.
- [67] R. Alexander, *ACM Trans. Math. Software*, 13 (4) (1987) 368.
- [68] D. H. E. Gross, *Rep. Prog. Phys.* (1990) 605.
- [69] P. Révész, *Random walk in random and non-random environment*, World Scientific, Singapore, 1990.

- [70] W. H. McCrea, F. J. W. Whipple, *Random paths in two and three dimensions*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh 60 (1940) 281.
- [71] http://www.hef.ru.nl/~wes/stat_course/statist.pdf
- [72] P. Osmokrović, M. Pešić, Č. Dolićanin, K. Stanković, *Statističke metode u elektroenergetici*, Akademska misao, Beograd, 2009.
- [73] http://en.wikipedia.org/wiki/Integrated_circuit
- [74] [milestone]
http://www.ieeeahn.org/wiki/index.php/Milestones:List_of_IEEE_Milestones
- [75] [ITRS] International Technology Roadmap for Semiconductors – 2011 Edition (Executive Summary)
- [76] [high-k dielectric] http://en.wikipedia.org/wiki/High-k_Dielectric
- [77] D. Raković, *Fizičke osnove i karakteristike elektrotehničkih materijala*, Akademska misao, Beograd, 2000.
- [78] [IntCircDesign] http://en.wikipedia.org/wiki/Integrated_circuit_design
- [79] [SemiconDevFabricat]
http://en.wikipedia.org/wiki/Semiconductor_device_fabrication
- [80] [SiliconOnSapphire], http://en.wikipedia.org/wiki/Silicon_on_sapphire
- [81] [why hardening]
<http://www.ieee.org/organizations/pubs/newsletters/npsc/june2000/semi.htm>
- [82] [termalni budžet]
<http://www.semi1source.com/glossary/default.asp?searchterm=thermal+budget>
- [83] [latch-up] <http://es.wikipedia.org/wiki/Latch-up>
- [84] http://www.cecs.uci.edu/~papers/islped05/PAPERS/2005/ISLPED05/PDFFILES/ISLPED05_008.PDF (Modeling and Analysis of Total Leakage Currents in Nanoscale Double Gate Devices and Circuits)
- [85] http://ihome.ust.hk/~eekursun/thesis/hailong_jiao_thesis.pdf (Noise Mitigation in Low Leakage MTCMOS Circuits)
- [86] [samsung July 2013] <http://www.electroiq.com/articles/sst/2013/07/samsung-exec-speaks-on-future-innovations.html?cmpid=EnlDisplaysJuly242013>
- [87] Holmes-Siedle, A.G., Adams, L., *Handbook Of Radiation Effects*, second ed., Oxford University Press, USA, 2002.
- [88] Schwank, J., Shaneyfelt, M., Fleetwood, D., Felix, J., Dodd, P., Paillet, P., Ferlet-Cavrois, V., Radiation effects in MOS oxides, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 55 (2008), 6, pp. 1833-1853

- [89] S. Stanković, B. Iričanin, D. Nikolić, K. Janković, M. Radenković, K. Stanković, P. Osmokrović, MSV Signal Processing System for Neutron-Gamma Discrimination in a Mixed Field, *Nuclear Technology & Radiation Protection*, Vol. 27, No. 2, pp. 165-170, (2012)
- [90] I. Knezevic, N. Zdjelarevic, M. Obrenovic, M. Vujisic, Absorbed Dose Assessment in Particle-Beam Irradiated Metal-Oxide and Metal-Nonmetal Memristors, *Nuclear Technology & Radiation Protection*, Vol. 27, No. 3, pp. 290-296, (2012)
- [91] Sigmund P. (2004): *Stopping of heavy ions*, vol. 204 of *Springer Tracts of Modern Physics*. Springer, Berlin
- [92] Warner, J.H., Messenger, S.R., Walters, R.J., Summers, G.P., Displacement damage correlation of proton and silicon ion radiation in GaAs, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 52 (2005), 6, pp. 2678-2682
- [93] Garcia, H., Duenas, S., Castan, H., Gómez, A., Bailón, L., Barquero, R., Kukli, K., Ritala, M., Leskela, M., Irradiation Effect on Dielectric Properties of Hafnium and Gadolinium Oxide Gate Dielectrics, *JVST B: Microelectronics and Nanometer Structures*, 27 (2009) pp. 416-420
- [94] Leroy C., Rancoita P., Particle interaction and displacement damage in silicon devices operated in radiation environments, *Rep. Prog. Phys.* 70 (2007) pp. 493-625
- [95] R. Radosavljević, A. Vasić, Effects of Radiation on Solar Cells as Photovoltaic Generators, *Nuclear Technology & Radiation Protection* (2012), vol. 27, No 1, pp. 28-32
- [96] Đ. Lazarević, M. Vujisić, K. Stanković, E. Dolićanin, P. Osmokrović, Radiation Hardness of Indium Oxide Films in the Cooper-Pair Insulator State, *Nuclear Technology & Radiation protection*, Vol. 27, No. 1 (2012), pp. 40-43
- [97] E. Dolićanin, Gamma ray effects on flash memory cell arrays, *Nuclear Technology & Radiation protection*, Vol. 27, No. 3 (2012), pp. 284-289
- [98] Ziegler, J.F., Biersack, J.P., Ziegler, M.D., SRIM (*The Stopping and Range of Ions in Matter*), Available online: <http://www.srim.org>
- [99] Messenger S.R., Burke E.A., Summers G.P., Xapsos M.A., Walters R.J., Jackson E.M., Weaver B.D., Nonionizing Energy Loss (NIEL) for Heavy Ions, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 46 (1999) pp. 1595-1602

- [100] D. Nikolić, A. Vasić, I. Fetahović, K. Stanković, P. Osmokrović, Photodiode Behavior in Radiation Environment, *Scientific Publications of the State University of Novi Pazar Series A: Applied Mathematics, Informatics & Mechanics*, Vol. 3, No. 1, pp. 27-34, 2011.
- [101] M. Vujisić, N. Marjanović, I. Fetahović, K. Stanković, P. Osmokrović, Influence of Radiation on Titanium Dioxide Mermistors, *Scientific Publications of the State University of Novi Pazar Series A: Applied Mathematics, Informatics & Mechanics*, Vol. 4, No. 1, pp. 75-82, 2012.
- [102] Celina M.C., Assink R.A. (editors), *Polymer Durability and Radiation Effects*, Acs Symposium series 978, 2007
- [103] Petkov, M.P., Lynn, K.G., Rodbell, K.P., Volksen, W., Miller, R.D., Radiation Effects in Low Dielectric Constant Methyl-Silsesquioxane Films, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 49 (2002), 6, pp. 2724-2728
- [104] Iwahashi, T., Tamagawa, T., Hayato, A., Nakamura, S., Konami, S., Asami, F., Yasuda, N., Kitamura, H., Sakurai, H., Tokanai, F., Miyasaka, H., Makishima, K., Heavy Ion and Proton Irradiation of Gas Electron Multipliers With Liquid Crystal Polymer Insulator: Evaluation Tests for Use in Space, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 58 (2011), 5, pp. 2401-2406
- [105] X.L. Han, H. Ni, K. Zhao, Y.-C. Kong, H.K. Wong, S. Q. Zhao, Load-Resistance- and Voltage-Tunable Photovoltaic Effect in Tilting Manganite Films, *International Journal of Photoenergy*, vol. 2011 (2011), Article ID 314085, 4 pages
- [106] Z. Hu, B. Jiao, J. Zhang, X. Zhang, Y. Zhao, Indium-Doped Zinc Oxide Thin Films as Effective Anodes of Organic Photovoltaic Devices, *International Journal of Photoenergy*, vol. 2011 (2011), Article ID 158065, 5 pages
- [107] T.T. Chow, G.N. Tiwari, C. Menezo, Hybrid Solar: A Review on Photovoltaic and Thermal Power Integration, *International Journal of Photoenergy*, vol. 2012 (2012), Article ID 307287, 17 pages
- [108] P. Ooshaksaraei, K. Sopian, R. Zulkifli, M.A. Alghoul, S.H. Zaidi, Characterization of a Bifacial Photovoltaic Panel Integrated with External Diffuse and Semimirror Type Reflectors, *International Journal of Photoenergy*, vol. 2013 (2013), Article ID 465837, 7 pages

BIOGRAFIJA

Ljubinko Timotijević je rođen u Beogradu 12.02.1971. godine. U Beogradu je završio osnovnu školu „Vojvoda Mišić“ kao nosilac diplome „Vuk Stefanović – Karadžić“. Tokom školovanja se istakao na brojnim takmičenjima iz velikog broja predmeta a najvidljiviji su bili rezultati sa učešća u takmičenja od razrednih do najviših republičkih takmičenja iz matematike i fizike. Kao sumarni rezultat uspeha u školskim i vanškolskim aktivnostima u svojoj školi je i ostvario je status đaka generacije.

Nakon osmogodišnjeg školovanja (kao logičan sled navedenih rezultata), ostavrio je svoju želju upisivanjem „Matematičkake gimnazije – Veljko Vlahović“ u Beogradu koja profiliše kasnije njegovo akademsko obrazovanje, a presudno usmerava i njegovu profesionalnu karijeru. Prestižnu srednjoškolsku ustanovu u državi i regionu Ljubinko je završio sa odličnim uspehom, a tokom četvorogodišnjeg školovanja je ostvario brojne nagrade iz fizike i matematike na opštinskim, gradskim i republičkim takmičenjima.

Fakultetsko obrazovanje i stručno usavršavanje je ostvario upisom na Elektrotehnički fakultet, Univerziteta u Beogradu. Nakon uspešnog okončanja studija elektrotehničkog fakulteta diplomirao 2004. godine na Energetskom odseku, smer za energetske pretvarače. Odbranio je uspešno diplomski rad (ocena 10) - sa temom „Modelovanje prelazne pojave u procesu polaska asinhronog motora“.

Doktorske studije upisao je školske 2010/11. godine na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu na Modulu za nuklearnu, medicinsku i ekološku tehniku, gde je završio sve zadatke predviđene planom i programom doktorskih studija i u periodu realizacije navedenih d studija položio je sve predmete sa prosečnom ocenom 10 (deset).

Godine 2017/18. upisao je i doktorske studije na Tehnološko-metalurškom fakultetu Univerziteta u Beogradu, na odseku Inženjerstvo materijala, gde je uspešno položio sve ispite propisane studijskim programom doktorskih studija sa prosečnom ocenom 9,67, nakon čega prijavljuje temu doktorske disertacije pod nazivom "Radijaciona kompatibilnost tankoslojnih otpornika u integrisanoj tehnologiji“.

Govori i piše engleski i nemački jezik.

IZJAVA O AUTORSTVU

Ime i prezime autora: **Ljubinko Timotijević**

Broj indeksa: **4013/2017**

Izjavljujem

Da je doktorska disertacija pod naslovom:

Radijaciona kompatibilnost tankoslojnih otpornika u integrisanoj tehnologiji

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za sticanje druge diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio sutorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis autora

U Beogradu, _____

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske

verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora: Ljubinko Timotijević

Broj indeksa: 4013/2017

Studijski program: Inženjerstvo materijala

Naslov rada: Radijaciona kompatibilnost tankoslojnih otpornika u integrisanoj tehnologiji

Mentor: Dr Aco Janićijević

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la radi pohranjena u **Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog naziva doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis autora

U Beogradu, _____

IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku "Svetozar Marković" da upiše moju doktorsku

disertaciju u Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu pod naslovom:

Radijaciona kompatibilnost tankoslojnih otpornika u integrisanoj tehnologiji.

Disertaciju sa svim priložima predala sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju, smeštenu u digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu i dostupnu u otvorenom pristupu, mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučila.

1. Autorstvo (CC BY)
2. Autorstvo - nekomercijalno (CC BY-NC)
3. Autorstvo - nekomercijalno - bez prerada (CC BY-NC-ND)
4. Autorstvo - nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)
5. Autorstvo - bez prerada (CC BI-ND)
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

(Molimo zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci.

Kratak opis licenci sastavni je deo ove izjave).

Potpis autora

U Beogradu,

1. Autorstvo. Ovlašćujete reprodukciju, distribuciju i javno objavljivanje dela i reprodukciju, pod uslovom da je ime autora određeno na način koji je odredio autor ili davalac licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najviše besplatne od svih licenci.

2. Autorstvo - nekomercijalno. Ovlašćujete reprodukciju, distribuciju i javno objavljivanje dela i reprodukciju, pod uslovom da je ime autora određeno na način koji je odredio autor ili davalac licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.

3. Autorstvo - nekomercijalno – bez prerada. Ovlašćujete reprodukciju, distribuciju i javnu komunikaciju dela, bez modifikacije, transformacije ili korišćenja dela u svom radu, pod uslovom da ime autora navede autor ili davalac licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve druge licence, ova licenca ograničava maksimalni opseg prava na korišćenje dela.

4. Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima. Ovlašćujete reprodukciju, distribuciju i javno objavljivanje dela i reprodukciju, pod uslovom da je ime autora određeno na način koji je odredio autor ili davalac licence i da se reprodukcija distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i obrade.

5. Autorstvo - bez prerada. Ovlašćujete reprodukciju, distribuciju i javnu komunikaciju dela, bez modifikacije, transformacije ili korišćenja dela u svom radu, pod uslovom da ime autora navede autor ili davalac licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.

6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima. Ovlašćujete reprodukciju, distribuciju i javno objavljivanje dela i reprodukciju, pod uslovom da je ime autora određeno na način koji je odredio autor ili davalac licence i da se reprodukcija distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i obrade. Slično je licenciza softver otvorenog koda.

OCENA IZVEŠTAJA O PROVERI ORIGINALNOSTI DOKTORSKE DISERTACIJE

Na osnovu Pravilnika o postupku provere originalnosti doktorskih disertacija koje se brane na Univerzitetu u Beogradu i nalaza u izveštaju iz programa iThenticate kojim je izvršena provera originalnosti doktorske disertacije "Radijaciona kompatibilnost tankoslojnih otpornika u integrisanoj tehnologiji", autora Ljubinka B. Timotijevića, konstatujemo da utvrđeno podudaranje teksta iznosi 24%. Ovaj stepen podudarnosti posledica je citata, ličnih imena, bibliografskih podataka o korišćenoj literaturi, odnosno opštih mesta i podataka, kao i prethodno publikovanih rezultata doktorandovih istraživanja, koji su proistekli iz njegove disertacije), što je u skladu sa članom 9. Pravilnika.

Na osnovu svega iznetog, a u skladu sa članom 8. stav 2. Pravilnika o postupku provere originalnosti doktorskih disertacija koje se brane na Univerzitetu u Beogradu, izjavljujem da izveštaj ukazuje na originalnost doktorske disertacije, te se propisani postupak pripreme za njenu odbranu može nastaviti.

12. 06. 2021. godine

Mentor

Dr Aco Janićijević, red. prof