

Incremento de la capacidad del canal óptico submarino mediante técnicas MISO en presencia de dispersión y turbulencia oceánica

Pedro Salcedo-Serrano, Rubén Boluda-Ruiz, José María Garrido-Balsells, Antonio García-Zambrana

Email: {pss, rbr, jmgb, agz}@ic.uma.es

Wireless Optical Communications Lab., Telecommunication Research Institute (TELMA)

Universidad de Málaga, Málaga E-29010, Spain.

Resumen—Optics community is making an effort to accurately model the underwater optical wireless communication (UOWC) systems. This paper addresses the performance analysis of Multiple-Input/Single-Output (MISO) UOWC systems over a novel scattering-induced fading channel along with the effect of oceanic salinity-induced turbulence. Novel closed-form expressions, as well as asymptotic results, are derived to compute such a performance in terms of ergodic capacity. The presented results demonstrate that the ergodic capacity of MISO UOWC systems is proportional to the number of lasers, achieving a greater capacity as this number increases in clear ocean and coastal water. This improvement is even more significant when long link distances are considered. Monte Carlo simulations further verify analytical and asymptotic results.

I. INTRODUCCIÓN

El desarrollo exponencial de los vehículos autónomos de navegación permite explorar nuevos entornos bajo el océano como minas o cuevas submarinas [1]. Sin embargo, estos avances tecnológicos deben ir acompañados de sistemas de comunicaciones que permitan el intercambio de grandes cantidades de datos de forma segura y con poca latencia. Por este motivo, los sistemas de comunicaciones ópticos inalámbricos submarinos (*underwater optical wireless communication*, UOWC) se han posicionado como una alternativa eficaz a los tradicionales sistemas acústicos, limitados por su menor tasa de transmisión y alta latencia [2]. En este sentido, es indispensable conocer y modelar de forma precisa los efectos adversos del canal óptico submarino, como la absorción y la dispersión del medio debido a las partículas en suspensión, así como las turbulencias oceánicas, inducidas principalmente por gradientes de temperatura y salinidad. Recientemente, se ha estudiado la degradación de las prestaciones de un sistema UOWC debido a la dispersión del medio en conjunto con las turbulencias oceánicas a través de un efecto de desvanecimiento de la potencia óptica, también conocido como *fading* [3]. A este respecto, se hace necesario analizar sistemas de comunicaciones más complejos bajo dichos fenómenos físicos a fin de conocer la mejora de prestaciones para el desarrollo de sistemas UOWC más robustos y sofisticados.

En la literatura se han propuesto diversos sistemas de comunicaciones basados en diversidad espacial para disminuir los efectos nocivos del canal, mejorando las prestaciones finales del sistema [4]–[6]. En [4], se estudia el uso de un sistema MIMO (*Multiple-Input/Multiple-Output*) para mitigar el efecto de las turbulencias oceánicas modeladas con una distribución lognormal en la tasa de error de bit. En [5], se

estudia la capacidad ergódica y la tasa de error de bit de un sistema SIMO (*Single-Input/Multiple-Output*) en presencia de un canal turbulento modelado a través de una distribución Gamma generalizada. En el campo experimental, se ha realizado un enlace de 50 metros con una tasa de 233 Mbps con un esquema MIMO 2x2 para reducir las turbulencias oceánicas debido a burbujas de aire [6]. Por otro lado, la capacidad de sistemas UOWC ha sido estudiada en numerosos trabajos [7], [8] (y sus referencias). En [7], se analizan las prestaciones de un sistema UOWC bajo turbulencias oceánicas inducidas por gradientes de temperatura y salinidad, así como burbujas de aire, demostrando la degradación de la capacidad del canal con el aumento de la fuerza de las turbulencias. En [8], se determinan límites superiores de la capacidad de un canal UOWC por el efecto de la interferencia entre símbolos debido a la dispersión temporal y en presencia de turbulencias oceánicas inducidas por gradiente de salinidad. A pesar de ello, no tenemos conocimiento del estudio de la capacidad ergódica de un sistema con diversidad espacial para un canal afectado por el fading inducido por la dispersión del medio en presencia de turbulencia oceánica.

En este trabajo se presenta un sistema MISO (*Multiple-Input/Single-Output*) UOWC con el objetivo de analizar las prestaciones en términos de capacidad ergódica de un canal fading inducido por dispersión y turbulencias oceánicas bajo diferentes tipos de agua, distancias y severidad de turbulencias. Con este fin, se obtienen nuevas expresiones matemáticas en forma cerrada que permiten obtener la capacidad ergódica del sistema. Además, se aportan expresiones asintóticas que facilitan el análisis de las prestaciones en función de los diferentes parámetros físicos del sistema. Los resultados obtenidos confirman la mejora de prestaciones del sistema mediante el uso de un mayor número de transmisores en los diferentes escenarios estudiados. Todos los resultados presentados son validados a través de simulaciones Monte Carlo.

II. MODELOS DE SISTEMA Y DE CANAL

El modelo de sistema adoptado en este trabajo se basa en un esquema de modulación de intensidad y detección directa (*Intensity-Modulation and Direct-Detection*, IM/DD). Así, la señal recibida en el fotodetector es descrita como $y = x \cdot h + z$, donde x es la señal transmitida, h es el efecto del canal en forma de ganancia, y z es el ruido AWGN aditivo de media cero y varianza $\sigma^2 = N_0/2$. Con el objetivo de representar un modelo de canal fiel y preciso a

TABLA I
Coeficientes de atenuación [2].

Tipo de agua	a [m^{-1}]	b [m^{-1}]	c [m^{-1}]
Océano claro	0.114	0.037	0.151
Costa	0.179	0.219	0.398

la realidad, el coeficiente h es compuesto por el producto de tres factores, esto es, $h = L \cdot h_s \cdot h_o$, donde L es la pérdida de potencia óptica debido al camino recorrido por el haz óptico, h_s es el fading debido a la dispersión del medio y h_o es el fading inducido por las turbulencias oceánicas. La pérdida de potencia óptica L incluye el efecto de absorción y dispersión de las partículas, obtenida a partir de la ley de Beer-Lambert's y el coeficiente de extinción, así como las pérdidas geométricas debidas al uso de un diodo láser en el transmisor [9]. En la Tabla I, se resumen los coeficientes de absorción, $a(\lambda)$, dispersión, $b(\lambda)$, y extinción, $c(\lambda)$, para agua de océano claro y agua de costa. De aquí en adelante y sin pérdida de generalidad, asumimos $L = 1$. Por otro lado, las funciones densidad de probabilidad (FDP) de los coeficientes h_s y h_o son descritas a través de una distribución Gamma de parámetros $(\frac{1}{\sigma_s^2}, \sigma_s^2)$, y Weibull de parámetros (β_1, β_2) , respectivamente, descritas como

$$f_{h_s}(h_s) = \frac{\sigma_s^{-2/\sigma_s^2} h_s^{1/\sigma_s^2 - 1}}{\Gamma(1/\sigma_s^2)} \times e^{-h_s/\sigma_s^2}, \quad h_s \geq 0, \quad (1a)$$

$$f_{h_o}(h_o) = \frac{\beta_1}{\beta_2} \left(\frac{h_o}{\beta_2}\right)^{\beta_1 - 1} \times e^{-\left(\frac{h_o}{\beta_2}\right)^{\beta_1}}, \quad h_o \geq 0, \quad (1b)$$

donde $\Gamma(\cdot)$ es la función Gamma, $\beta_1 > 0$ y $\beta_2 > 0$ se relacionan con el índice de centelleo y la media de la irradiancia debido al fading inducido por las turbulencias oceánicas, respectivamente, y σ_s^2 es el indicador de la fuerza del fading inducido por la dispersión. Ambas distribuciones presentan un buen comportamiento en diversos escenarios de turbidez, así como en diferentes condiciones de turbulencias inducidas por salinidad [3], [10]. Para computar diferentes niveles de turbulencia se hace uso del parámetro w dentro del espectro de potencia de turbulencias oceánicas de Nikishov. Un nivel de turbulencia mayor se puede describir con valores de w cercanos a 0, mientras que valores de w cercanos a -5 representan niveles de turbulencia oceánica débiles [11].

III. ANÁLISIS DE LA CAPACIDAD ERGÓDICA PARA SISTEMAS MISO

En este trabajo, se propone un sistema MISO formado por M diodos láser en transmisión y un único fotodetector en recepción, donde se adopta la técnica *equal gain combining*. Así, la señal eléctrica en recepción es descrita como

$$y = x \frac{1}{M} R_p \sum_{i=1}^M h_i + z, \quad (2)$$

donde R_p es la responsividad del fotodetector que asumimos igual a la unidad, y h_i es el coeficiente de fading del canal de cada enlace individual. Cabe señalar la división por M con el fin de mantener la media de la potencia óptica P_t constante. Las señales recibidas son consideradas estadísticamente independientes en recepción al suponer una distancia entre los transmisores mayor a la longitud de coherencia, en torno a las unidades de milímetros [12]. Asumiendo que el receptor

conoce el estado del canal, la capacidad ergódica normalizada de un sistema MISO es definida según la formula de Shannon como $C/B = \int_0^\infty \log_2(1 + 4\gamma_0 h^2) f_h(h) dh$, donde $\gamma_0 = P_t^2 T_b / N_0$ es la relación señal a ruido (SNR) eléctrica en ausencia de fading, T_b es la duración de símbolo, y $f_h(h)$ es la FDP del coeficiente de fading [13]. Se debe destacar que la capacidad ergódica en enlaces ópticos inalámbricos terrestres o submarinos basados en un esquema IM/DD representa un límite inferior [14]. Teniendo en cuenta que h_s y h_o son considerados estadísticamente independientes, C/B puede expresarse como

$$C/B = \underbrace{\int_0^\infty \cdots \int_0^\infty}_{M} \log_2 \left(1 + \frac{4\gamma_0}{M^2} \sum_{i=1}^M h_{s_i}^2 h_{o_i}^2 \right) \times \prod_{i=1}^M f_{h_{s_i}}(h_{s_i}) f_{h_{o_i}}(h_{o_i}) dh_{s_i} dh_{o_i}. \quad (3)$$

Desafortunadamente, una expresión matemática de la capacidad en forma cerrada resulta imposible de obtener. Por ello, recurrimos a realizar una aproximación basada en la desigualdad entre la media aritmética y la media geométrica tal que $(1/M) \sum_{i=1}^M h_{s_i} h_{o_i} \geq \sqrt[M]{\prod_{i=1}^M h_{s_i} h_{o_i}}$. A fin de obtener un resultado más preciso, se incluye un factor de corrección F dentro de la desigualdad con el objetivo de que la esperanza matemática de la media aritmética y la media geométrica se iguale, tal que $\mathbb{E} \left[(1/M) \sum_{i=1}^M h_{s_i} h_{o_i} \right] = \mathbb{E} \left[\sqrt[M]{F \prod_{i=1}^M h_{s_i} h_{o_i}} \right]$. Por lo tanto, a partir de la expresión anterior, F se calcula como

$$F = \left(\frac{\mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^M h_{s_i} h_{o_i} \right]}{M \mathbb{E} \left[\sqrt[M]{\prod_{i=1}^M h_{s_i} h_{o_i}} \right]} \right)^M = \left(\frac{\beta_2 \Gamma \left(1 + \frac{1}{\sigma_s^2} \right) \Gamma \left(\frac{1}{\sigma_s^2} \right)^M}{\sigma_s^2 \beta_2 \left(\Gamma \left(\frac{1}{\sigma_s^2} + \frac{1}{M} \right) \Gamma \left(1 + \frac{1}{M\beta_1} \right) \right)^M} \right)^M. \quad (4)$$

Así, C/B puede ser aproximada como

$$C/B \simeq \int_0^\infty \int_0^\infty \log_2 \left(1 + 4\gamma_0 (F h_{s_T} h_{o_T})^{2/M} \right) \times f_{h_{s_T}}(h_{s_T}) f_{h_{o_T}}(h_{o_T}) dh_{s_T} dh_{o_T}, \quad (5)$$

donde $h_{s_T} = \prod_{i=1}^M h_{s_i}$ y $h_{o_T} = \prod_{i=1}^M h_{o_i}$. Asumimos que h_{s_i} desde $i = 1$ hasta M son estadísticamente independientes pero idénticamente distribuidas. Asumimos de igual forma estas condiciones para h_{o_i} desde $i = 1$ hasta M . De esta forma, las correspondientes FDP de h_{s_T} y h_{o_T} pueden ser obtenidas a partir de la transformada de Mellin inversa y la definición de la función Meijer G como [15, Eq. (17.41)]

$$f_{h_{s_T}}(h_{s_T}) = \frac{G_{0,M}^{M,0} \left(\frac{h_{s_T}}{\sigma_s^{2M}} \middle| \left(\frac{1}{\sigma_s^2} - 1 \right), \dots, \left(\frac{1}{\sigma_s^2} - 1 \right) \right)}{\left(\sigma_s^2 \Gamma \left(\frac{1}{\sigma_s^2} \right) \right)^M}, \quad (6a)$$

$$f_{h_{o_T}}(h_{o_T}) = \frac{G_{0,M}^{M,0} \left(\frac{h_{o_T}^{\beta_1}}{\beta_2^{\beta_1 M}} \middle| \left(1 - \frac{1}{\beta_1} \right), \dots, \left(1 - \frac{1}{\beta_1} \right) \right)}{\beta_1^{-1} \beta_2^M}. \quad (6b)$$

Sustituyendo las Eqs. (6a) y (6b) en Eq. (5), y aplicando [16, Eq. (2.25.1.1)], se obtiene la capacidad expresada en términos de la función H-Fox $H_{m,n}^{p,q}(\cdot)$, como se puede observar en la Eq. (7) al comienzo de la siguiente página [16]. A pesar de obtener una expresión con la que computar la capacidad en todo el rango de SNR sin necesidad de simular el comportamiento del canal, recurrimos al comportamiento asintótico para estudiar cómo afectan los diferentes efectos nocivos del canal en la capacidad. En este sentido, es posible obtener una expresión asintótica a partir de la aproximación de $\log(1+z) \approx \log(z)$ cuando $z \rightarrow \infty$, como

$$C/B \doteq \log_2(4\gamma_0) + 2 \frac{\log_2(F)}{M} - 2 \left(\frac{\log(\sigma_s^2) - \psi\left(\frac{1}{\sigma_s^2}\right)}{\log(2)} \right) - 2 \left(\frac{\varepsilon + \log\left(\frac{1}{\beta_2}\right)^{\beta_1}}{\beta_1 \log(2)} \right), \quad (8)$$

donde $\log(\cdot)$ es el logaritmo neperiano, ε es la constante de Euler y $\psi(\cdot)$ es la función Polygamma [16].

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

A continuación, se muestran los resultados de capacidad ergódica bajo el modelo de fading inducido por dispersión en canales turbulentos inducidos por salinidad para un sistema MISO UOWC. En la Tabla II se resumen los parámetros del sistema asumidos en este trabajo. Sin pérdida de generalidad, suponemos un valor de $L = 1$. En la Fig. 1(a) y Fig. 1(b) se representan las expresiones de C/B obtenidas en Eq. (7) y (8), verificadas mediante simulación Monte Carlo para agua de océano claro y agua de costa, así como para diferentes distancias y número de transmisores, asumiendo un valor de $w = -2$. En primer lugar, hay que mencionar la precisión y potencial aplicación de las expresiones proporcionadas debido al buen ajuste con las simulaciones Monte Carlo. Como se puede observar, para enlaces de corta distancia el aumento del número de transmisores no implica un aumento de la capacidad notable, debido al menor impacto del fading en dichas distancias. Sin embargo, en escenarios donde la distancia de enlace es mayor, se puede observar como un mayor número de transmisores implica una mejora considerable en la capacidad ergódica del canal. En la Fig. 2 se muestra la capacidad para una distancia de 30 metros y un nivel de turbulencia fuerte de $w = -0.3$ para agua de océano claro y agua de costa. Si se compara con los casos anteriores, se puede observar como la mejora en la capacidad de un sistema UOWC MISO es proporcional al número de fuentes usadas en transmisión en escenarios desfavorables. De forma adicional, es posible estudiar la mejora de un sistema MISO respecto a un sistema con un único transmisor (SISO) a partir de la resta de sus valores de SNR, γ_{MISO} y γ_{SISO} respectivamente, para un mismo rendimiento en términos de capacidad. Visto de forma gráfica, esta mejora sería equivalente al desplazamiento horizontal de la curva de C/B al aumentar el número de transmisores. De esta forma, los valores γ_{MISO} y γ_{SISO} son calculados a partir de Eq. (8). Así, la ganancia o mejora de un sistema MISO puede ser expresada como

$$G_{MISO}[dB] = \gamma_{SISO}[dB] - \gamma_{MISO}[dB] = \frac{20 \log F}{M \log 10}. \quad (9)$$

TABLA II
Parámetros de la simulación del canal UOWC.

Parámetro	Símbolo	Valor
Longitud de onda	λ	532 nm
Divergencia de la fuente láser	θ_{div}	10 mrad
Diámetro de apertura del receptor	D	5 mm
Campo de visión del receptor (<i>field of view</i>)	FOV	180°

Para un mejor entendimiento, en la Fig. 3 se representa G_{MISO} en función de la distancia de enlace para un sistema MISO de 2, 3 y 4 láseres, así como para un nivel de turbulencia oceánica moderado, $w = -3$, y fuerte, $w = -1$ para agua de océano claro y agua de costa. A la vista de los resultados, cabe destacar el aumento exponencial de la mejora de los sistemas MISO con la distancia de enlace en ambos tipos de agua. Este crecimiento se hace más notorio a medida que el número de transmisores crece. A su vez, esta mejora aumenta como consecuencia directa de un incremento en la fuerza de la turbulencia. De acuerdo con la Fig. 3, se consigue una mejora de aproximadamente 8 dB para un enlace de 65 m para un sistema MISO 4x1 respecto a un sistema SISO en un escenario de agua de océano claro y un nivel de turbulencia de $w = -3$. Esta mejora aumenta en 4 dB, obteniendo una ganancia de 12 dB cuando la fuerza de la turbulencia es $w = -1$. Así, se puede concluir que la técnica MISO será de mayor utilidad cuando las condiciones del canal sean más desfavorables, ya sea debido a la turbidez del agua, la distancia del enlace o un nivel de turbulencia más severo.

V. CONCLUSIONES

A la luz de los resultados obtenidos, se puede concluir que los sistemas MISO UOWC representan una solución a la empeora de prestaciones debido a las condiciones desfavorables del canal cuando enlaces de moderada y larga distancia son supuestos en los diferentes tipos de agua analizados. Estos sistemas son capaces de obtener mejores prestaciones en términos de capacidad ergódica, alcanzando ganancias de hasta 8 dB y 12 dB para prestaciones similares respecto a escenarios SISO en agua de océano claro, así como en agua de costa. El análisis de esta ganancia en función de la distancia de enlace desvela un crecimiento exponencial, que es acentuado en escenarios donde se considera un mayor número de transmisores, así como un nivel de turbulencia mayor. En este sentido, este trabajo profundiza sobre el conocimiento de los sistemas MISO en enlaces ópticos subacuáticos, para la mejora y optimización de las prestaciones de futuros sistemas UOWC. Con el objetivo de estudiar un escenario más cercano a la realidad, se planea considerar un sistema afectado por errores por apuntamiento y analizar sus prestaciones en términos de tasa de error de bit y capacidad ergódica.

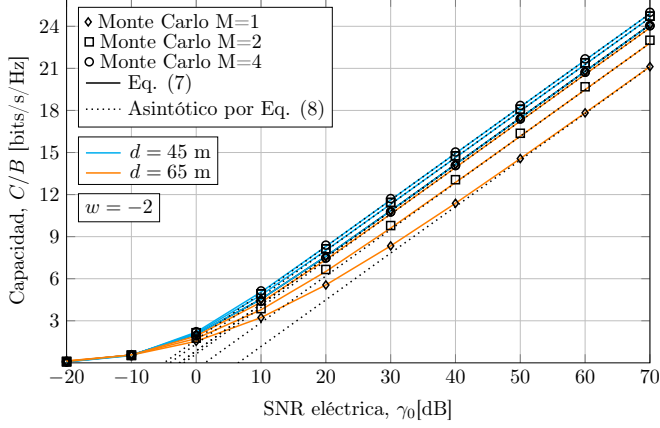
AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación bajo el proyecto PID2019-107792GB-I00 y la Universidad de Málaga.

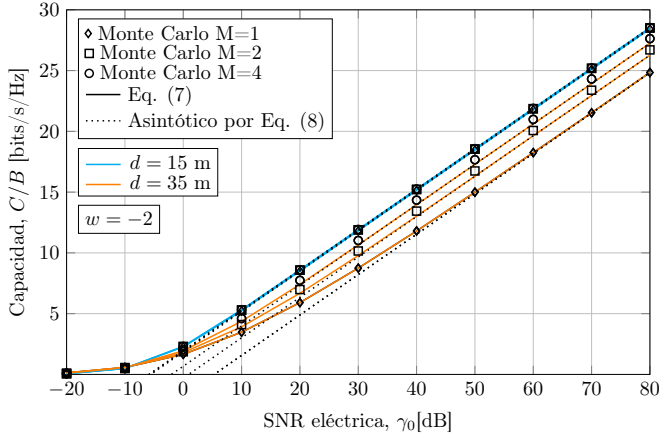
REFERENCIAS

- [1] "UNEXMIN, Autonomous Underwater Explorer for Flooded Mine," [Online]. Available: <http://www.unexmin.eu/>.
- [2] Z. Zeng, S. Fu, H. Zhang, Y. Dong, and J. Cheng, "A survey of underwater optical wireless communications," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 19, no. 1, pp. 204–238, 2017.

$$C/B \simeq \frac{M\beta_1}{2F \log 2 \left(\sigma_s^2 \Gamma \left(\frac{1}{\sigma_s^2} \right) \beta_1 \right)^M} \left(\frac{1}{4\gamma_0} \right)^{M/2} \times H_{2,2+2M}^{2+2M,1} \left(\frac{F^{-\beta_1}}{\left(\sigma_s^2 \beta_2 \sqrt{4\gamma_0} \right)^{M\beta_1}} \left| \underbrace{\left(1 - \frac{1}{\beta_1}, 1 \right), \dots, \left(1 - \frac{1}{\beta_1}, 1 \right)}_M, \underbrace{\left(-\frac{M}{2}, \frac{M\beta_1}{2} \right), \left(1 - \frac{M}{2}, \frac{M\beta_1}{2} \right)}_M, \underbrace{\left(-\frac{M}{2}, \frac{M\beta_1}{2} \right), \left(-\frac{M}{2}, \frac{M\beta_1}{2} \right), \left(\frac{1}{\sigma_s^2} - 1, \beta_1 \right), \dots, \left(\frac{1}{\sigma_s^2} - 1, \beta_1 \right)}_M \right) \quad (7)$$



(a) Agua de océano claro



(b) Agua de costa

Fig. 1. Capacidad ergódica para (a) agua de océano claro y (b) agua de costa cuando se consideran 1, 2 y 4 transmisores bajo el canal fading compuesto para diferentes distancias y un nivel de turbulencia de $w = -2$.

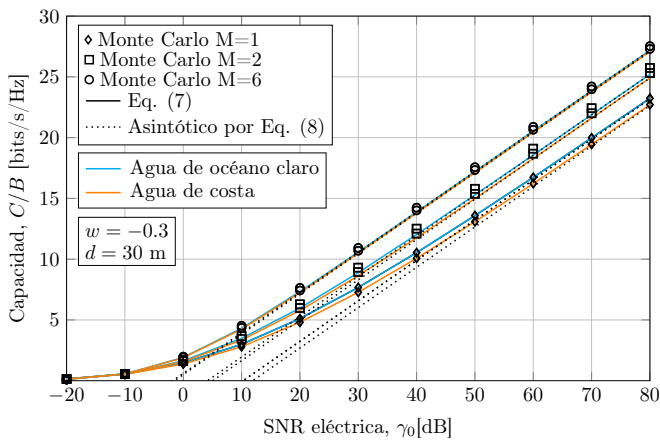


Fig. 2. Capacidad ergódica para agua de océano claro y agua de costa cuando se consideran 1, 2 y 6 transmisores bajo el canal fading compuesto para una distancia de 30 m y un nivel de turbulencia de $w = -0.3$.

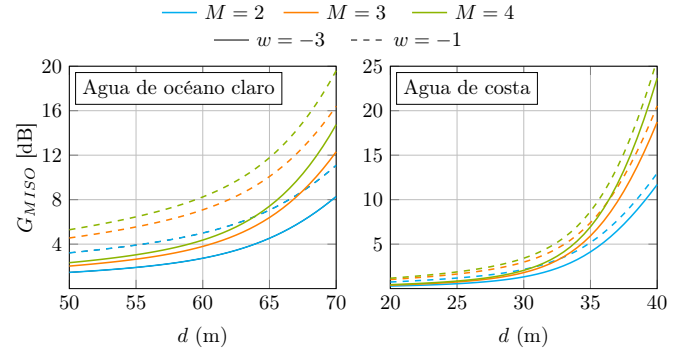


Fig. 3. Ganancia de potencia óptica en sistema MISO en función de la distancia de enlace para diferentes valores de w y número de transmisores.

- [3] P. Salcedo-Serrano, R. Boluda-Ruiz, J. M. Garrido-Balsells, and A. García-Zambrana, "On the scattering-induced fading for optical wireless links through seawater: statistical characterization and its applications," *Opt. Express*, vol. 29, no. 23, pp. 37 101–37 116, Nov 2021.
- [4] M. V. Jamali, P. Nabavi, and J. A. Salehi, "MIMO underwater visible light communications: Comprehensive channel study, performance analysis, and multiple-symbol detection," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 9, pp. 8223–8237, 2018.
- [5] H. Jiang, H. Qiu, N. He, W. Popoola, Z. Ahmad, and S. Rajbhandari, "Ergodic capacity and error performance of spatial diversity UWOC systems over generalized gamma turbulence channels," *Optics Communications*, p. 127476, 2021.
- [6] X. Chen, Y. Dai, Z. Tong, X. Yang, X. Li, G. Song, H. Zou, B. Jia, S. Qin, Z. Zhang, J. Zhao, and J. Xu, "Demonstration of a 2x2 MIMO-UWOC system with large spot against air bubbles," *Appl. Opt.*, vol. 61, no. 1, pp. 41–48, Jan 2022.
- [7] E. Zedini, H. M. Oubei, A. Kammoun, M. Hamdi, B. S. Ooi, and M.-S. Alouini, "Unified statistical channel model for turbulence-induced fading in underwater wireless optical communication systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 67, no. 4, pp. 2893–2907, 2019.
- [8] R. Boluda-Ruiz, P. Salcedo-Serrano, B. Castillo-Vázquez, A. García-Zambrana, and J. M. Garrido-Balsells, "Capacity of underwater optical wireless communication systems over salinity-induced oceanic turbulence channels with ISI," *Opt. Express*, vol. 29, no. 15, pp. 23 142–23 158, Jul 2021.
- [9] R. Boluda-Ruiz, P. Rico-Pinazo, B. Castillo-Vázquez, A. García-Zambrana, and K. Qaraqe, "Impulse response modeling of underwater optical scattering channels for wireless communication," *IEEE Photonics Journal*, pp. 1–14, 2020.
- [10] H. M. Oubei, E. Zedini, R. T. Elafandy, A. Kammoun, T. K. Ng, M. S. Alouini, and B. S. Ooi, "Efficient Weibull channel model for salinity induced turbulent underwater wireless optical communications," *Opto-Electronics and Communications Conference, OECC 2017 and Photonics Global Conference, PGC 2017*, vol. 2017-Nov, pp. 1–2, 2017.
- [11] O. Korotkova, N. Farwell, and E. Shchepakina, "Light scintillation in oceanic turbulence," *Waves in Random and Complex Media*, vol. 22, no. 2, pp. 260–266, 2012.
- [12] L. Lu, X. Ji, and Y. Baykal, "Wave structure function and spatial coherence radius of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence," *Opt. Express*, vol. 22, no. 22, pp. 27 112–27 122, Nov 2014.
- [13] A. Goldsmith, *Wireless communications*. Cambridge University, 2005.
- [14] A. Lapidath, S. M. Moser, and M. A. Wigger, "On the capacity of free-space optical intensity channels," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 55, no. 10, pp. 4449–4461, oct 2009.
- [15] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series and products*, 7th ed. Academic Press Inc., 2007.
- [16] A. P. Prudnikov, Y. A. Brychkov, and O. I. Marichev, *Integrals and series Volume 3: More Special Functions*. Gordon and Breach Science Publishers, 1999, vol. 3.