

Treball de Final de Màster

Màster Universitari en Enginyeria Industrial

Comparativa pràctica del càlcul resistent d'engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels: Mètode Henriot versus ISO 6336

MEMÒRIA

Autor: Daniel Pajón Serrano

Tutor: Joaquim Maria Veciana Fontanet

Convocatòria: 09/2022



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resum

El càlcul resistent d'engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels és un mètode que s'empra per estimar la capacitat de càrrega dels engranatges, en funció del mode de treball, material i d'altres factors, i el qual permet determinar la vida a fatiga d'aquests. Actualment, aquest mètode de càlcul resistent es troba regulat per l'organització d'estandardització ISO a través de la normativa ISO 6336, on defineix el procediment de càlcul a fatiga dels dos principals modes de fallada a fatiga, a fatiga al peu de la dent causada per la flexió i a fatiga superficial (picat).

En vistes del ràpid creixement tecnològic, s'ha vist com les normatives de càlcul resistent quedaven desfasades i obsoletes al ser massa conservadores, fet que ha provocat una actualització constant per tal d'oferir mètodes de càlcul més fiables i propers a la realitat.

L'objectiu principal del treball és avaluar i comparar, a partir d'un exercici acadèmic, les diferències més significatives entre el mètode Henriot i la normativa ISO 6336 (2006) pel càlcul de la vida a fatiga d'engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels amb perfil d'evolvent de cercle.

Inicialment s'ha estudiat àmpliament ambdues normatives per comprendre els mètodes de càlcul i s'ha realitzat una comparació independent entre els dos modes de fallada. Per a cada mode de fallada es calcula i es compara la sol·licitació, la resistència i la vida a fatiga pels dos mètodes de càlcul, permetent valorar amb major facilitat un i altre mètode.

Els resultats obtinguts fruit de la comparació indiquen que ambdós mètodes difereixen significativament, i amb els quals s'observa que la normativa ISO 6336 proposa valors de les sol·licitacions una mica més petits que el mètode Henriot i valors de les resistències notablement més grans.

Les comparacions realitzades indiquen que la tendència de la ISO 6336 amb la sol·licitació i la resistència s'interpreta com una millora dels resultats que s'obtenen del càlcul resistent del mètode Henriot. A més, el fet que les resistències siguin més grans no s'interpreta que aquesta part del càlcul sigui menys conservadora, sinó que aquest augment s'ha donat com a conseqüència d'un canvi de criteri per tal d'aproximar-se a valors més reals.

Paraules clau: Engranatges cilíndrics, fatiga superficial, fatiga al peu de la dent per la flexió, ISO 6336, G. Henriot.



ÍNDEX

Índex	i
Índex de Figures	v
Índex de Taules.....	vii
I. MEMÒRIA	1
1 Introducció	1
1.1 Antecedents	1
1.2 Problemàtica.....	3
1.3 Objecte	3
2 Exercici acadèmic.....	5
2.1 Enunciat de l'exercici acadèmic.....	5
2.2 Dades de l'exercici acadèmic	6
3 Estat de càrrega	7
4 Fatiga al peu de la dent	9
4.1 Sol·licitació al peu de la dent causada per la flexió.....	9
4.1.1 Mètode Henriot	10
4.1.1.1 Força tangencial en el cercle de generació F_t	10
4.1.1.2 Factor de forma Y_F	11
4.1.1.3 Factor de recobriment Y_ε	12
4.1.1.4 Factor d'inclinació Y_β	12
4.1.1.5 Factor de servei K_A	13
4.1.1.6 Factor de velocitat K_V	15
4.1.1.7 Factor de distribució de la càrrega K_M	16
4.1.2 ISO 6336-3	17
4.1.2.1 Factor de forma Y_F	18
4.1.2.2 Factor de concentració de tensions Y_S	19
4.1.2.3 Factor d'angle d'hèlix Y_β	20

4.1.2.4	Factor de gruix de la llanta Y_B	21
4.1.2.5	Factor de profunditat de la dent Y_{DT}	22
4.1.2.6	Factor d'aplicació K_A	24
4.1.2.7	Factor dinàmic K_V	26
4.1.2.8	Factor de càrrega a la cara al peu de la dent $K_{F\beta}$	30
4.1.2.9	Factor de càrrega transversal al peu de la dent $K_{F\alpha}$	31
4.1.3	Comparació dels mètodes i càlcul de la sol·licitació al peu de la dent.....	35
4.2	Resistència a fatiga al peu de la dent per la flexió	40
4.2.1	Mètode Henriot	40
4.2.1.1	Resistència a fatiga $\sigma_b \text{ lím}$	40
4.2.1.2	Factor de durada K_{bLi}	41
4.2.1.3	Factor de probabilitat de fallada k_c	42
4.2.1.4	Factor de concentració de tensions Y_S	43
4.2.2	ISO 6336-3	44
4.2.2.1	Tensió de flexió admissible $\sigma_F \text{ lími}$	44
4.2.2.2	Factor de correcció de tensions Y_{ST}	45
4.2.2.3	Factor de durada Y_{NT}	46
4.2.2.4	Factor de seguretat mínim $S_{F \text{ mín}}$	48
4.2.2.5	Factor relatiu de sensibilitat de l'entalla $Y_{\delta \text{ rel-T}}$	48
4.2.2.6	Factor de superfície relatiu $Y_{R \text{ rel-T}}$	51
4.2.2.7	Factor de mida Y_X	52
4.2.3	Comparació dels mètodes i càlcul de la resistència a fatiga al peu de la dent	53
4.3	Comprovació i estimació de vida	57
4.3.1	Mètode Henriot	57
4.3.2	ISO 6336-3	58
4.3.3	Comparació dels mètodes	58
5	Fatiga superficial.....	61
5.1	Sol·licitació causada per la pressió superficial	61

5.1.1 Mètode Henriot	62
5.1.1.1 Força tangencial en el cercle de funcionament F'_t	62
5.1.1.2 Relació de transmissió i	63
5.1.1.3 Factor geomètric Z_C	63
5.1.1.4 Factor de material Z_E	64
5.1.1.5 Factor de recobriment Z_β	64
5.1.2 ISO 6336-2	65
5.1.2.1 Factor de zona Z_H	66
5.1.2.2 Factor d'elasticitat Z_E	67
5.1.2.3 Factor del grau de recobriment Z_ε	68
5.1.2.4 Factor de l'angle de l'hèlix Z_β	69
5.1.2.5 Factor de contacte per cada parell de dents Z_B i Z_D	70
5.1.2.6 Factor de càrrega a la cara $K_{H\beta}$	72
5.1.2.7 Factor de càrrega transversal al flanc de la dent $K_{H\alpha}$	79
5.1.3 Comparació dels mètodes i càlcul de la sol·licitació als flancs de les dents	80
5.2 Resistència superficial dels flancs de les dents	85
5.2.1 Mètode Henriot	85
5.2.1.1 Resistència a fatiga límit $\sigma_{H \text{ límit}}$	85
5.2.1.2 Factor de durada K_{HLi}	86
5.2.2 ISO 6336-2	87
5.2.2.1 Tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ límit}}$	87
5.2.2.2 Factor de durada Z_{NT}	89
5.2.2.3 Factor de seguretat mínim $S_{H \text{ mín}}$	91
5.2.2.4 Factor de lubricació Z_L	91
5.2.2.5 Factor de velocitat Z_V	93
5.2.2.6 Factor de rugositat Z_R	95
5.2.2.7 Factor d'enduriment per deformació Z_W	98
5.2.2.8 Factor de mida Z_X	101

5.2.3 Comparació dels mètodes i càlcul de la resistència als flancs de les dents	101
5.3 Comprovació i estimació de vida	105
5.3.1 Mètode Henriot	105
5.3.2 ISO 6336-2	107
5.3.3 Comparació dels mètodes	107
6 Estudi econòmic	109
7 Impacte ambiental	111
8 Conclusions	115
9 Agraïments	117
10 Bibliografia	119
II. ANNEXOS	121
A. Paràmetres geomètrics dels engranatges	123
A.1 Diàmetres primitius de generació d_{0i} i mòdul frontal de generació m_{0t}	124
A.2 Nombre de dents equivalent z_{vi}	124
A.3 Angle de pressió frontal de generació α_{ot}	125
A.4 Diàmetres de base d_{bi}	125
A.5 Angle de pressió frontal de funcionament α'_t	126
A.6 Recobriment de perfil ε_α	126
A.7 Recobriment helicoidal ε_β	127
A.8 Recobriment total ε_γ	127
A.9 Diàmetres primitius de funcionament d'_i	127
A.10 Braç del moment flector h_{Fe} , corda del peu de la dent a la secció crítica s_{Fn} i radi del filet del peu de la dent ρ_F	128
A.11 Alçada dels engranatges h_i	132
B. Paràmetres dels engranatges virtuals	133
B.1 Recobriment de perfil virtual $\varepsilon_{\alpha n}$	134
B.2 Diàmetre primitiu de generació virtual d_{vi}	134
B.3 Pas de base normal p_{bn}	135

B.4 Diàmetre de base virtual d_{bvi}	135
B.5 Diàmetre de cap virtual d_{avi}	135
B.6 Diàmetre del cercle que passa pel punt exterior del contacte d'un parell de dents virtual d_{evi}	135
B.7 Angle de pressió del cercle que passa pel punt exterior del contacte d'un parell de dents entre engranatges virtuals α_{eni}	136
B.8 Angle γ_{ei}	136
B.9 Angle de direcció de la càrrega α_{Feni}	137
C. Abreviacions de materials	139
D. Taules de tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ i tensió de flexió nominal $\sigma_F \text{ lím}$	141
E. Fitxa tècnica lubricant motor de vaixells	145

ÍNDIX DE FIGURES

Figura 1: Esquema contacte entre pinyó i roda entre els diàmetres primitius de generació [Font: elaboració pròpia]	10
Figura 2: Obtenció del factor de forma YF , per a engranatges externs amb perfil de cremallera normalitzat: $\alpha_0=20^\circ$; $h_{a0}/m_0=1,0$; $h_{f0}/m_0=1,25$; $p_{r0}/m_0=0,38$ [Font: ISO 6336 (1996)]	11
Figura 3: Obtenció del factor d'inclinació $Y\beta$ en funció de l'angle β_0 [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]	13
Figura 4: Obtenció del factor KV en funció de la velocitat perifèrica $v't$ en el cercle primitiu de funcionament i de la classe de qualitat de la roda dentada [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]	15
Figura 5: Esquema contacte entre pinyó i roda entre els diàmetres primitius de funcionament [Font: elaboració pròpia]	15
Figura 6: Obtenció del factor de distribució de la càrrega KM (a-dentat bombejat, b-dentat normal) [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]	17
Figura 7: Obtenció del factor d'angle d'hèlix $Y\beta$ ($Y1$) en funció de l'angle d'inclinació primitiu β_0 (X) i del recobriment helicoidal $\varepsilon\beta$ [Font: ISO 6336-3 (2006)]	21
Figura 8: Obtenció del factor de gruix de llanta YB (Y) en funció de la relació de recolzament $sRht$ ($X1$ -per a engranatges externs) o en funció del gruix de llanta $sRm0$ ($X2$ -per engranatges interns)[Font: ISO 6336-3 (2006)]	22

Figura 9: Obtenció del factor de profunditat de la dent Y_{DT} (Y) en funció del recobriment de perfil virtual $\varepsilon\alpha_n$ (X) i depenent del grau de precisió ($> 4 - a, \leq 4 - b$) [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	23
Figura 10: Obtenció del paràmetre K_{350N} per engranatges rectes (A) i per engranatges helicoidals (B) [Font: ISO 6336-1 (2006)].....	28
Figura 11: Obtenció de la resistència a fatiga de la dent σ_{blim} per a diferents materials [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)].....	41
Figura 12: Obtenció del factor de concentració de tensions Y_S en funció del nombre de dents (z o z_v) per a les següents cremalleres normalitzades:	43
Figura 13: Obtenció del factor de durada Y_{NT} (Y) en funció del nombre de cicles (X) i del material de l'engranatge (1, 2, 3 o 4: consultar Taula 18) [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	46
Figura 14: Gràfica tensió-allargament [Font: Gutekunst Info (2021)]	49
Figura 15: Obtenció del factor de superfície relatiu $Y_{R_{rel}} - T$ (Y) en funció de la rugositat RZ (X) i del material de l'engranatge [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	51
Figura 16: Obtenció del factor de mida Y_X en funció del mòdul m_0 (X) i del material de l'engranatge [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	53
Figura 17: Esquema contacte entre pinyó i roda entre els diàmetres de funcionament [Font: elaboració pròpia]	63
Figura 18: Obtenció del factor de zona Z_H , en funció de l'angle de pressió normal: α_0 i el resultat $(x_1+x_2)/(z_1+z_2)$ [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	66
Figura 19: Obtenció del factor del grau de recobriment Z_ε (Y) en funció del recobriment de perfil $\varepsilon\alpha$ (X) i el recobriment helicoidal $\varepsilon\beta$ [Font: ISO 6336-2 (2006)]	68
Figura 20: Obtenció del factor de l'angle de l'hèlix Z_β (Y) en funció de l'angle β_0 (X) [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	70
Figura 21: Representació engranatge extern i intern (1-pinyó, 2-roda) [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	71
Figura 22: Deflexions de l'eix del pinyó i de la dent del pinyó l'engranatge [Font: ISO 6336-1 (2006)].....	74
Figura 23: Representació de la cremallera de referència [Font: ISO 53 (1998)]	77
Figura 24: Obtenció de la resistència superficial σ_{Hlim} per a diferents materials [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)].....	86
Figura 25: Obtenció del factor de durada Z_{NT} (Y) en funció del nombre de cicles (X) i del material de l'engranatge (1, 2, 3 o 4: consultar Taula 34) [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	89
Figura 26: Obtenció del factor de lubricació Z_L (Y) en funció de la viscositat nominal a 50°C (X1) o a 40°C (X2) i en funció de la tensió de contacte admissible σ_{Hlim} (de l'engranatge amb menor tensió de contacte admissible) [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	92

Figura 27: Obtenció del factor de velocitat ZV (Y) en funció de la velocitat perifèrica $v't$ (X) i en funció de la tensió de contacte admissible $\sigma_H \text{ lím}$ (de l'engrenatge amb menor tensió de contacte admissible) [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	94
Figura 28: Obtenció del factor de rugositat ZR (Y) en funció de la rugositat mitjana relativa $Rz10$ (X) i en funció de la tensió de contacte admissible $\sigma_H \text{ lím}$ (de l'engrenatge amb menor tensió de contacte admissible) [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	95
Figura 29: Obtenció del factor ZW (Y) en funció de la duresa superficial de l'engrenatge amb menor duresa superficial HB (X) i en funció de la rugositat equivalent RZH [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	99
Figura 30: Obtenció del factor d'enduriment per deformació ZW (Y) en funció de la relació de transmissió i (X) i en funció de la relació de les dureses superficials del pinyó i de la roda $HB1HB2$ [Font: ISO 6336-2 (2006)]	100
Figura 31: Dimensions cordals normals de la secció crítica del peu de la dent (A: engranatges externs, B: engranatges interns) [Font: ISO 6336-3 (2006)]	128
Figura 32: Dimensions i perfil de la dent de la cremallera de referència (a: amb tall, b: sense tall) [Font: ISO 6336-3 (2006)]	129

ÍNDIX DE TAULES

Taula 1: Dades de l'exercici acadèmic [Font: elaboració pròpia].....	6
Taula 2: Valors dels estats de càrrega [Font: elaboració pròpia].....	8
Taula 3: Grau d'irregularitat de la càrrega en funció del tipus de màquina accionada [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]	14
Taula 4: Obtenció del factor de servei KA en funció de l'actuador, del grau d'irregularitat i del nombre d'hores en servei [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)].....	14
Taula 5: Determinació de la classe d'engrenatge [Font: elaboració pròpia]	16
Taula 6: Obtenció del factor d'aplicació KA [Font: ISO 6336-6 (2006)]	24
Taula 7: Característiques de treball de la màquina conduïda [Font: ISO 6336-6 (2006)]	25
Taula 8: Característiques de treball de la màquina accionada per a engranatges industrials [Font: ISO 6336-6 (2006)].....	25
Taula 9: Característiques de treball de la màquina accionada per a engranatges d'alta velocitat o similar [Font: ISO 6336-6 (2006)].....	25
Taula 10: Obtenció dels paràmetres $K1$ i $K2$ en funció del grau de precisió de l'engrenatge [Font: ISO 6336-1 (2006)].....	27

Taula 11: Obtenció del factor corrector f_F per a engranatges rectes [Font: ISO 6336-1 (2006)].....	28
Taula 12: Obtenció del factor corrector f_F per a engranatges helicoidals [Font: ISO 6336-1 (2006)].....	29
Taula 13: Valor límit del factor d'ajust de posada en marxa y_α en funció de la velocitat $v't$ [Font: ISO 6336-1 (2006)].....	33
Taula 14: Comparativa entre els factors de la sol·licitació al peu de la dent per la flexió [Font: elaboració pròpia].....	38
Taula 15: Comparació dels factors i càlcul de la sol·licitació al peu de la dent [Font: elaboració pròpia].....	38
Taula 16: Obtenció del factor de probabilitat de fallada k_c [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)].....	42
Taula 17: Condicions de funcionament i dimensions de referència de la tensió de flexió admissible $\sigma_F \text{ lím}$ [ISO 6336-5 (2016)].....	44
Taula 18: Grups de materials per a la Figura 13 [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	46
Taula 19: Obtenció del factor de durada Y_{NT} [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	47
Taula 20: Criteri de selecció del factor de durada Y_{NT} per a 10^{10} cicles [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	47
Taula 21: Obtenció del valor del gruix de la capa de lliscament ρ' [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	49
Taula 22: Obtenció del factor Y_X en funció del mòdul m_0 i del material [Font: ISO 6336-3 (2006)].....	52
Taula 23: Comparativa entre els factors de la resistència a fatiga al peu de la dent causada per la flexió [Font: elaboració pròpia].....	55
Taula 24: Comparació dels factors i càlcul de la resistència a fatiga al peu de la dent [Font: elaboració pròpia].....	56
Taula 25: Coeficients de seguretat dels engranatges [Font: elaboració pròpia].....	59
Taula 26: Obtenció del factor d'elasticitat Z_E per a algunes combinacions de materials [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	67
Taula 27: Factor $\chi\beta$ en funció del material [Font: elaboració pròpia].....	75
Taula 28: Coeficients C_1 - C_9 [Font: ISO 6336-1 (2006)].....	76
Taula 29: Proporcions estàndards cremallera de referència [Font: ISO 53 (1998)].....	77
Taula 30: Comparativa entre els factors de la sol·licitació dels flancs de les dent per la pressió superficial [Font: elaboració pròpia].....	83
Taula 31: Comparació dels factors i càlcul de la sol·licitació dels flancs de les dents [Font: elaboració pròpia].....	83

Taula 32: Condicions de funcionament i dimensions de referència de la tensió de contacte admissible $\sigma_H \text{ lím}$ [ISO 6336-5 (2016)].....	88
Taula 33: Obtenció del factor de durada Z_{NT} [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	90
Taula 34: Grups de materials per a la Figura 25 [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	90
Taula 35: Criteri de selecció del factor de durada Z_{NT} per a 10^{10} cicles [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	91
Taula 36: Obtenció de la viscositat nominal a 40°C (ν_{40}), 50°C (ν_{50}) i del paràmetre de viscositat (ν_f) en funció de la classe de viscositat ISO [Font: ISO 6336-2 (2006)].....	92
Taula 37: Resum de les expressions i figures per obtenir el factor en funció de l'acabat superficial dels engranatges [Font: Elaboració pròpia].....	98
Taula 38: Comparativa entre els factors de la resistència superficial dels flancs de les dents [Font: elaboració pròpia].....	103
Taula 39: Comparació dels factors i càlcul de la resistència superficial dels flancs de les dents [Font: elaboració pròpia].....	103
Taula 40: Valors dels paràmetres definits al procediment pel pinyó i per la roda [Font: Elaboració pròpia].....	132
Taula 41: Abreviacions dels materials [Font: ISO 6336-1 (2006)].....	140
Taula 42: Obtenció dels paràmetres A i B pel càlcul de $\sigma_H \text{ lím}$ i $\sigma_H \text{ lím}$ [Font: ISO 6336-5 (2016)].....	142
Taula 43: Característiques i aspectes generals segons el grau de qualitat [Font: ISO 6336-5 (2016)].....	144

I. MEMÒRIA

1 INTRODUCCIÓ

1.1 Antecedents

Els engranatges són una tipologia de mecanisme format per dues o més rodes dentades, amb la funció de transmetre la potència mecànica a través del moviment de rotació entre les rodes d'una manera directa i exacta. (Schneider & Sappert, 1990)

Això fa que sigui un mecanisme molt útil a l'actualitat i està molt present en el dia a dia de la societat, com pot ser en la caixa de canvis o en el propi motor d'un cotxe. Però, per arribar a la funcionalitat que se li dona actualment a la tecnologia dels engranatges, aquesta ha evolucionat al llarg de la història des de la seva creació com a conseqüència dels avanços tecnològics de la humanitat. Així doncs, es diu que el seu naixement es remunta fins al segle I tal i com esmenta en detall i precisió el professor Burton Paul al llibre *Kinematics and Dynamics of Planar Machinery* (1979).

El primer document que fa referència a un engranatge es troba en un text de l'arquitecte romà Vitruvius escrit al 25 d.C., on s'explica el funcionament d'un rellotge d'aigua mitjançant un mecanisme format per un pinyó i una cremallera. Aquest segle I va suposar una època amb un notable desenvolupament en la tecnologia dels engranatges, on es tenen documentats mecanismes diferencials que incorporen trens epicicloidals (97 d.C.). Als segles posteriors es va produir una aturada del desenvolupament d'aquesta tecnologia pel que fa a la documentació que es coneix, i aquesta tendència es va trencar amb l'aparició d'instruments astronòmics en el món islàmic medieval entre els segles XI i XIII. (Veciana Fontanet & Martínez Miralles, 2017)

Fins a aquest punt de la història tota la informació coneguda dels engranatges fan referència a la descripció i el funcionament d'aquests, i no és fins al segle XVII quan apareixen teories de l'engranament i els estudis analítics sobre perfils que permeten funcionaments suaus amb relacions de transmissió constants. Cal destacar les teories de perfils cicloïdals, atribuïda al Gerard Desargues (any 1630), i de perfils d'evolvent de cercle, atribuïda a Phillipe de La Hire (any 1694), ja que són les més importants i els perfils que s'utilitzen actualment. (Veciana Fontanet & Martínez Miralles, 2017)

L'any 1893 va marcar un pas endavant en l'estudi i anàlisi del comportament dels engranatges, ja que el nord-americà Wilfred Lewis va proposar, mitjançant l'article *Investigations of the Strength of Gear Teeth* (1893), el primer mètode de càlcul per determinar la resistència de les dents. El mètode realitza un símil de la dent de la roda dentada amb una biga en voladís i considerant hipòtesis de càlcul com que la força només s'aplica a la punta de la dent o que només una parella de dents es troba en contacte durant el funcionament, i no tenint en compte la tensió normal deguda a la component radial de la força ni la tensió tangencial deguda a l'esforç tallant. (Veciana Fontanet & Martínez Miralles, 2017)

Així doncs, al llarg del segle XX els mètodes de càlcul resistent dels engranatges van anar evolucionant, ja que l'experiència demostrava que els valors obtinguts en mètodes antics eren considerablement conservadors, fent que hi hagués una diferència significativa entre el valor obtingut a partir del càlcul i el de la realitat. I aquesta és la tendència que s'ha anat seguint amb el pas del temps i es segueix actualment amb els mètodes de càlcul, com a conseqüència de l'evolució. Llavors, un dels mètodes de càlcul més fiable de finals d'aquest segle va ser el proposat pel professor Georges Henriot en el seu llibre *Traité Théorique et Pratique des Engrenages* (1968), on analitza el comportament a fatiga dels engranatges pels dos principals modes de fallada a fatiga, per la flexió al peu de la dent i per la pressió superficial. Aquest mètode pretén corregir les hipòtesis nul·les efectuades per Wilfred Lewis, ja que realment la força de contacte no s'aplica a la punta de la dent. Aquest mètode té en compte la component radial, així com que durant l'engranament hi ha més d'una parella de dents en contacte. Tot i això, com a conseqüència de la dificultat de càlcul amb aquestes hipòtesis, G. Henriot proposa un mètode simplificat, base de la norma ISO, que considera que la tensió al peu de la dent es genera únicament per la flexió (negligeix la component radial), de la mateixa manera que considera que la força s'aplica a l'extrem de la dent, però corregeix aquest càlcul excessivament conservador per mitjà d'un coeficient que té en compte que hi pot haver més d'una parella de dents en contacte.

A l'actualitat, el mètode de càlcul resistent d'engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels més emprat és el que ofereix la normativa ISO 6336, el qual es va constituir a partir de la base de càlcul del mètode de Georges Henriot.

1.2 Problemàtica

Actualment, el mètode del càlcul resistent dels engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels es troba regulat per l'organització d'estandardització ISO a través de la normativa ISO 6336, on defineix el procediment de càlcul a fatiga dels dos principals modes de fallada a fatiga, a fatiga al peu de la dent causada per la flexió i a fatiga superficial (picat).

Com a conseqüència del ràpid creixement tecnològic de les darreres dècades, les normatives de càlcul resistent dels engranatges cilíndrics han vist com aquestes quedaven desfasades i obsoletes al ser massa conservadores, fet que ha provocat que les organitzacions d'estandardització haguessin d'actualitzar-les constantment per tal d'oferir mètodes de càlcul més fiables i propers a la realitat.

D'aquesta manera, la normativa ISO 6336, referent a nivell mundial en el càlcul resistent, ha vist modificat el seu mètode de càlcul en comparació a la seva primera versió, la qual es basa en el mètode de càlcul proposat per G. Henriot a l'any 1968.

1.3 Objecte

L'objectiu principal del treball és avaluar i comparar, en base a unes dades concretes d'un exercici acadèmic, les diferències més significatives entre el mètode Henriot i la normativa ISO 6336 (2006) pel càlcul de la vida a fatiga d'engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels amb perfil d'evolvent de cercle. Això permet tenir una visió global de l'evolució de criteri i càlcul de la normativa ISO 6336 respecte el mètode Henriot.

Recalcar que ambdós mètodes de càlcul estudien el comportament a fatiga dels engranatges pels seus dos principals modes de fallada, per la fatiga causada per la flexió al peu de la dent i per la fatiga causada per la pressió superficial, anomenat també fallada per picat. D'aquesta manera, l'objectiu és comparar els mètodes a partir dels criteris, les expressions i els factors modificatius definits en el càlcul de la vida a fatiga.

Per altra banda, el present treball permet dotar al departament d'Enginyeria Mecànica de l'ETSEIB d'una eina docent actual del càlcul resistent dels engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels, cosa que facilitarà al departament les tasques referents a l'actualització de l'actual material docent, el qual es basa en el mètode Henriot.

És important comentar que l'estudi realitzat en aquest present treball s'ha fet a partir de la normativa ISO 6336 de l'any 2006 i no a partir de la darrera versió de l'any 2019. Adquirir les normatives ISO suposa una inversió econòmica considerable i aquest ha estat el factor limitant per l'adquisició de la darrera normativa. Com a conseqüència, s'ha utilitzat la normativa del 2006 ja que el departament d'Enginyeria Mecànica disposa d'una còpia, cosa que ha facilitat l'estudi.

2 EXERCICI ACADÈMIC

Com s'ha explicat a la introducció del treball, la finalitat d'aquest és comparar els mètodes de càlcul resistent d'engranatges d'Henriot i de la ISO 6336 pel que fan a vida a fatiga al peu de la dent i a fatiga superficial, i dur-lo a terme mitjançant un exemple pràctic en base a unes dades concretes d'un exercici acadèmic de l'assignatura *Càlcul de Màquines* del Màster Universitari en Enginyeria Industrial, especialitat mecànica; de l'ETSEIB.

2.1 Enunciat de l'exercici acadèmic

Una empresa familiar pesquera disposa d'una gran flota de vaixells que surt cada matinada del port. L'empresa ha informat que tota la flota tarda aproximadament 4 hores per arribar a la zona de pesca, utilitzant un 40% de la potència del motor; després s'estan 4 hores realitzant les feines de pesca, utilitzant el 60% de la potència del motor; i finalment tarden 2,5 hores per tornar al port, on utilitzen el 90% de la potència del motor. A més, se sap que en les 3 situacions el motor sempre funciona a un règim constant de velocitat de gir, ja que el vaixell disposa d'una hèlix de pas variable que permet al motor treballar sempre en la zona de consums específics mínims.

Aquesta empresa familiar, per la seva pròpia experiència en el sector, sap que els elements que més pateixen que acostumen a fallar són els engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels del reductor. Per aquest motiu, ha adquirit un nou vaixell per a la seva flota i ha demanat que es realitzi un estudi per comprovar si aquests engranatges aguantaran 25.000 hores de funcionament, valor obtingut mitjançant una estimació que ha fet a partir de la inversió que suposa l'adquisició del vaixell.

D'aquesta manera, aquest nou vaixell de pesca s'acciona mitjançant un motor Diesel de 6 cilindres en línia amb una potència i velocitat de gir especificades a la Taula 1 de l'apartat 2.2.

En definitiva, es demana determinar i comprovar si els engranatges del reductor arribaran, tant a fatiga al peu de la dent com a fatiga superficial (picat); amb una fiabilitat determinada a la Taula 1 a una duració de 25.000 hores de funcionament.

2.2 Dades de l'exercici acadèmic

A continuació es presenten totes les dades que s'han recopilat de les especificacions tècniques del motor així com els paràmetres dels engranatges (el pinyó i la roda s'indicaran mitjançant els subíndexs 1 i 2 respectivament) que componen el reductor. A més, també es presenten les especificacions i requeriments que ha establert el client de l'empresa pesquera.

Així doncs, es disposa de la Taula 1 que inclou totes les dades obtingudes de les especificacions i paràmetres, i la qual s'ha realitzat per facilitar la recerca d'aquestes dades a l'hora de realitzar els càlculs.

Taula 1: Dades de l'exercici acadèmic [Font: elaboració pròpia]

Dades	Valors / Informació
Potència del motor	1200 kW
Velocitat de gir n	1600 min ⁻¹
Angle de pressió normal α_0	20°
Angle d'inclinació primitiu β_0	18°
Mòdul normal m_0	9,0 mm
Nombre de dents del pinyó z_1	25
Nombre de dents de la roda z_2	101
Coef. de desplaçament del pinyó x_1	0,436
Coef. de desplaçament de la roda x_2	0,592
Diàmetre de cap del pinyó d_{a1}	261,5 mm
Diàmetre de cap de la roda d_{a2}	983,5 mm
Amplada de l'engrenatge b	170,0 mm
Qualitat	ISO 7
Material del pinyó i de la roda	Acer aliat bonificat (trepn massic)
Resistència a ruptura del pinyó R_{m1}	850-950 N/mm ²
Duresa superficial del pinyó	270 HB
Resistència a ruptura de la roda R_{m2}	700-800 N/mm ²
Duresa superficial de la roda	225 HB
Fiabilitat	99%
Temps en funcionament	25000 hores

3 ESTAT DE CÀRREGA

Com s'ha comentat a l'apartat 2, la comparació es realitza a partir de l'exercici acadèmic que s'ha definit anteriorment amb tot tipus de detall.

D'aquesta manera, el primer pas consisteix en definir l'estat de càrrega en el qual treballaran els dos engranatges cilíndrics del reductor. Aquest estat de càrrega serà variable en funció de la tasca que estigui realitzant el vaixell, ja que la potència del motor d'aquest és diferent segons la tasca. Llavors, se sap que s'utilitza el 40% de la potència durant 4 hores per arribar a la zona de pesca, el 60% de la potència durant 4 hores per realitzar les feines de pesca i el 90% de la potència per tornar al port.

Així doncs, aquesta informació permet distingir 3 franges temporals diferents d'ús del motor i del reductor. Per tant, es calcula el parell generat durant les 3 franges temporals i això permetrà detectar la franja on els engranatges tenen una situació més desfavorable, la qual ve marcada per un major parell generat. S'analitzarà en profunditat aquesta situació desfavorable ja que un major parell suposa una major probabilitat de fallada a fatiga, ja que els engranatges es troben més sol·licitats.

Tenint en compte el criteri esmentat i a partir de les dades proporcionades per l'enunciat a la Taula 1, es calcula el parell que genera la roda sobre el pinyó a partir de la potència que genera el motor en els 3 casos esmentats:

$$M_{t1}(40\%) = \frac{P}{n \cdot \frac{\pi}{30}} = \frac{0,4 \cdot 1.200}{1.600 \cdot \frac{\pi}{30}} = 2.864,79 \text{ Nm}$$

$$M_{t1}(60\%) = \frac{P}{n \cdot \frac{\pi}{30}} = \frac{0,6 \cdot 1.200}{1.600 \cdot \frac{\pi}{30}} = 4.297,18 \text{ Nm}$$

$$M_{t1}(90\%) = \frac{P}{n \cdot \frac{\pi}{30}} = \frac{0,9 \cdot 1.200}{1.600 \cdot \frac{\pi}{30}} = 6.445,78 \text{ Nm}$$

Per altra banda, es calcula el temps que treballarà el motor quan porti un total de 25.000 hores de funcionament en funció de la potència que utilitza:

$$\text{Temps total (40\%)} = \frac{4}{10,5} \cdot 25.000 = 9.523,81 \text{ hores}$$

$$\text{Temps total (60\%)} = \frac{4}{10,5} \cdot 25.000 = 9.523,81 \text{ hores}$$

$$\text{Temps total (90\%)} = \frac{2,5}{10,5} \cdot 25.000 = 5.952,38 \text{ hores}$$

Tots aquests càlculs que s'acaben de realitzar es recullen a la Taula 2 i, a partir dels valors obtinguts i el criteri esmentat per seleccionar el cas més desfavorable en quant a parell transmès, s'observa que la situació més desfavorable pel pinyó i la roda és quan el vaixell torna cap al port, ja que el parell generat és de 6.445,78 Nm. Ja s'esperava que la situació més desfavorable fos la de tornada al port, ja que és la franja temporal on el motor està treballant al 90% de la seva potència.

Taula 2: Valors dels estats de càrrega [Font: elaboració pròpia]

	Parell M_{fl} (Nm)	Temps total (h)
Anada	2.864,79	9.523,81
Pesca	4.297,18	9.523,81
Tornada	6.445,78	5.952,38

4 FATIGA AL PEU DE LA DENT

Els principals modes de fallada en engranatges són els causats per la fatiga causada per la flexió en el peu de la dent i la fatiga causada per la pressió superficial, anomenat també fallada per picat. Aquest apartat 4 tractarà en detall el primer fenomen, en el qual s'analitzarà la fatiga que es genera en el punt més crític per la flexió produïda per la força de contacte entre el pinyó i la roda. En el mètode Henriot es fa la hipòtesi que la força de contacte es produeix a l'extrem de la dent i es corregeix el resultat excessivament conservador per un coeficient. En la ISO 6336, com es pot observar a la Figura 31 de l'Annex A.10, es calcula la posició on la força de contacte és màxima, és a dir, quan hi ha un contacte únic entre pinyó i roda. En ambdós casos la zona més crítica es produeix al peu de la dent ja que és on es genera major moment flector.

Així doncs, en primer lloc es realitzaran els càlculs pertinents de la sol·licitació al peu de la dent mitjançant una sèrie de supòsits pels dos mètodes a estudiar (apartat 4.1). Seguidament es calcularà la resistència a fatiga al peu de la dent pels dos mètodes (apartat 4.2) i realitzarà una comprovació de si hi haurà fallada a fatiga (apartat 4.3). D'aquesta manera, es coneixerà el comportament de les rodes pel que fa referència a la seva vida.

4.1 Sol·licitació al peu de la dent causada per la flexió

La sol·licitació es defineix com la tensió que rep l'engrenatge quan està realitzant la seva activitat, i aquesta depèn de l'estat de càrrega en el qual estigui treballant, fent que un major estat de càrrega provoqui una major sol·licitació i viceversa. En aquest treball s'analitzarà la situació més desfavorable, tal i com s'ha esmentat a l'apartat 3, que és la que provoca la situació on es treballa al 90% de la potència del motor.

En aquest apartat es calcularà la sol·licitació al peu de la dent per la flexió pels dos mètodes a estudiar, el mètode Henriot i la normativa ISO 6336. Cal recordar que la ISO 6336 és una normativa bastant actual i és una evolució del mètode Henriot, el qual és un mètode antic de l'any 1968.

Finalment, en aquest apartat es realitzarà una comparació per tal d'analitzar les similituds i diferències més significatives entre ambdós mètodes.

4.1.1 Mètode Henriot

El mètode Henriot defineix que la sol·licitació dels engranatges al peu de la dent ve determinada per l'expressió (4-1). Cal recordar que a partir d'ara el pinyó i la roda s'indicanen mitjançant els subíndexs 1 i 2, respectivament.

$$\sigma_{bi} = \frac{F_t}{b \cdot m_0} \cdot Y_{Fi} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{1}{K_A \cdot K_V \cdot K_M} \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (4-1)$$

On σ_{bi} és la sol·licitació de l'engranatge corresponent, F_t és la força tangencial en el cercle de generació, b és l'amplada de l'engranatge, m_0 és el mòdul de generació, Y_{Fi} és el factor de forma de l'engranatge corresponent, Y_ε és el factor de recobriment, Y_β és el factor d'inclinació, K_A és el factor de servei, K_V és el factor de velocitat i K_M és el factor de distribució de la càrrega.

4.1.1.1 Força tangencial en el cercle de generació F_t

A partir de l'esquema representat a la Figura 1, el qual mostra una representació del pinyó i la roda entre els seus diàmetres de generació; i sabent que M_{t1} és el parell que transmet el pinyó i d_{01} és el diàmetre primitiu de generació, es dedueix que la força tangencial es calcula segons l'expressió (4-2).

El diàmetre primitiu de generació d_{01} és un paràmetre geomètric del propi pinyó, el qual es calcula a l'Annex A.1.

$$F_t = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d_{01}} \quad (4-2)$$

Tenint el valor del diàmetre primitiu de generació del pinyó, calculat a l'Annex A.1, i el parell que transmet, que és el que s'ha decidit a l'apartat 3, s'obté el valor de la força tangencial a partir de l'expressió (4-2):

$$F_t = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d_{01}} = \frac{2 \cdot 6445,78}{236,58 \cdot 10^{-3}} = 54.491,52 \text{ N}$$

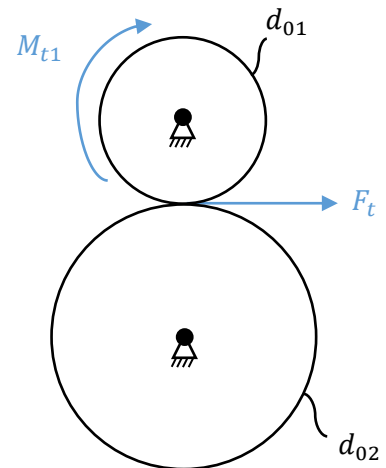


Figura 1: Esquema contacte entre pinyó i roda entre els diàmetres primitius de generació [Font: elaboració pròpia]

4.1.1.2 Factor de forma Y_F

Aquest factor depèn únicament de la geometria de la dent i no depèn de les propietats del material amb el que està fabricat l'engranatge. Així doncs, segons el mètode que s'està analitzant, a partir de la Figura 2 s'obté el factor de forma Y_{Fi} per a la cremallera normalitzada definida al peu de la figura, en funció del nombre de dents que disposa la roda z (o z_v en els engranatges helicoidals) i del coeficient de desplaçament x . D'aquesta manera, al no disposar de les dades referents a la cremallera amb la qual s'han tallat els engranatges, se suposarà que aquests s'han tallat amb la cremallera normalitzada que es defineix al peu de la Figura 2.

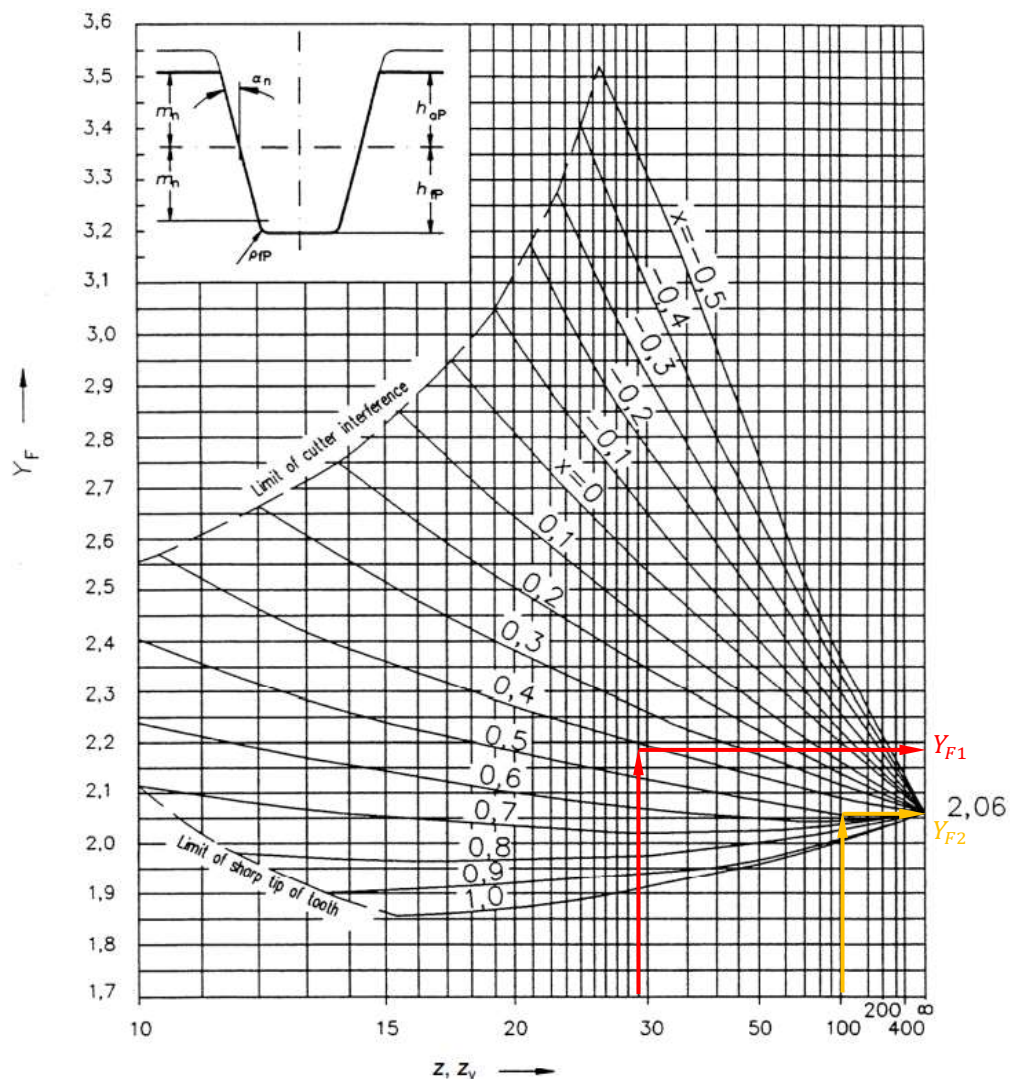


Figura 2: Obtenció del factor de forma Y_F , per a engranatges externs amb perfil de cremallera normalitzat: $\alpha_0=20^\circ$; $h_{a0}/m_0=1,0$; $h_{f0}/m_0=1,25$; $\rho_{f0}/m_0=0,38$ [Font: ISO 6336 (1996)]

A partir de l'Annex A.1 es coneixen els valors del nombre de dents equivalent del pinyó i de la roda ($z_{v1} = 29,06$ dents i $z_{v2} = 117,41$ dents) i mitjançant la Taula 1 s'obtenen els

coeficients de desplaçament ($x_1 = 0,436$ i $x_2 = 0,592$). Introduint aquest valors a la gràfica de la Figura 2 permet obtenir els factors de forma d'ambdós engranatges:

$$Y_{F1} = 2,18 \ ; \ Y_{F2} = 2,06$$

4.1.1.3 Factor de recobriment Y_ε

Per entendre correctament el significat del factor de recobriment Y_ε , abans s'ha d'entendre el concepte de recobriment de perfil ε_α , el qual s'explica i es calcula en detall a l'Annex A.6.

El mètode introdueix aquest factor de recobriment Y_ε per compensar el fet que el càlcul de la flexió sempre es fa a l'extrem de la dent amb una sol·licitació que suposa que el contacte sempre es fa amb una parella de dents. Aquest fet és molt desfavorable respecte el càlcul real ja que provoca que el moment flector a peu de la dent sigui màxim.

Així doncs, el mètode defineix aquest factor Y_ε com la inversa del recobriment de perfil, com es pot veure en l'expressió (4-3). Com major sigui aquest recobriment, menor serà el factor de recobriment, fent que la sol·licitació de l'engranatge sigui menor i, consegüentment, la probabilitat de fallada per fatiga també sigui menor.

$$Y_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon_\alpha} \tag{4-3}$$

$$Y_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon_\alpha} = \frac{1}{1,4301} = 0,6992$$

4.1.1.4 Factor d'inclinació Y_β

El factor d'inclinació Y_β s'introdueix per tal de corregir, en engranatges helicoidals, el fet que la línia de contacte dels flancs de les dents no és paral·lela als eixos dels engranatges i, per tant, no tota l'amplada de la dent està sotmesa a la flexió màxima. D'aquesta manera, aquest factor Y_β té relació directa amb l'angle d'inclinació primitiu β_0 , i el seu valor s'obté a partir del gràfic representat a la Figura 3.

En aquest gràfic de la Figura 3 s'observa que tots els possibles valors del factor Y_β es troben per sota de la unitat i el valor més gran s'obté quan l'angle β_0 equival a 0° , és a dir, quan el dentat de les rodes és recte. Així doncs, quan major sigui l'angle d'inclinació β_0 , menor

serà aquest factor d'inclinació i , consegüentment, la sol·licitació a fatiga a peu de la dent serà menor.

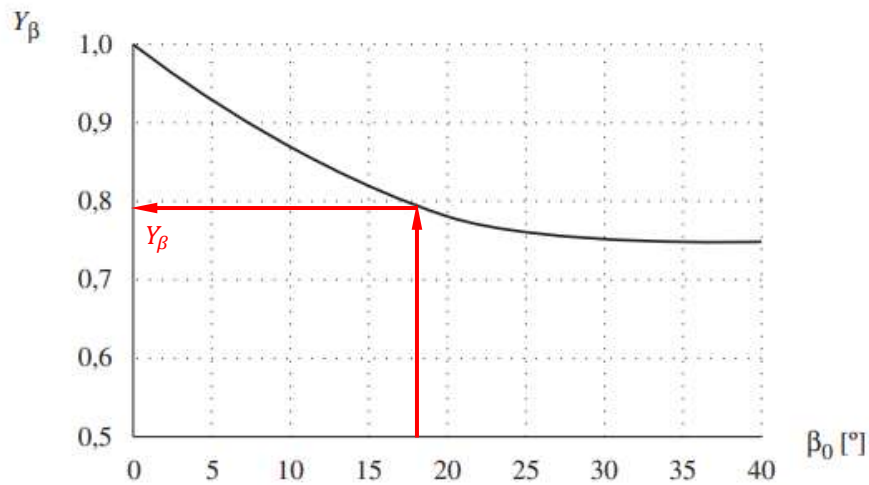


Figura 3: Obtenció del factor d'inclinació Y_β en funció de l'angle β_0 [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

Sabent que l'angle $\beta_0=18^\circ$, s'introdueix aquest valor a la gràfica (Figura 3) i s'extreu el següent factor d'inclinació:

$$Y_\beta = 0,79$$

4.1.1.5 Factor de servei K_A

El factor de servei K_A té en consideració les possibles irregularitats que es puguin produir en la transmissió del parell, com a conseqüència de l'element motriu i la màquina que s'acciona. Aquestes irregularitats poden provocar pics de parell majors que els nominals, cosa que cal tenir en compte a l'hora de calcular la sol·licitació a fatiga. Així doncs, el primer pas és detectar el grau d'irregularitat de la càrrega a través de la classificació que proporciona la Taula 3.

En l'exercici acadèmic es té un motor que acciona una hèlix de pas variable d'un vaixell. Analitzant la Taula 3 no es troba cap tipus de màquina que descriu una hèlix, però aquesta es pot aproximar a un ventilador axial ja que presenta una similitud en geometria i forma de funcionament. Realitzant aquesta aproximació es decideix que l'hèlix del vaixell presenta un grau d'irregularitat tipus I, el qual correspon a un funcionament gairebé sense irregularitat.

Taula 3: Grau d'irregularitat de la càrrega en funció del tipus de màquina accionada [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

Grau d'irregularitat de la càrrega	
Tipus de màquina accionada	Grau d'irregularitat
Dinamos i alternadors Engranatges d'avanç de màquines eina Transportadors de corretja Muntacàrregues lleugers Ventiladors radials i turbocompressors Agitadors i mescladors de productes homogenis Ventiladors axials	I Funcionament gairebé sense irregularitat
Comandaments principals de màquines eina Muntacàrregues pesats Tambors de grues Ventiladors de mines Agitadors de productes no homogenis Bombes de pistons Laminadores contínues	II Funcionament amb irregularitat moderada
Premses d'embotició Cisalles Trens de laminació Maquinària d'obres públiques	III Funcionament amb irregularitat important

Seguidament, la Taula 4 permet obtenir el factor de servei K_A en funció de 3 paràmetres: el tipus d'actuador, que és del tipus motors alternatius de varis cilindres ja que el vaixell està accionat per un motor Diesel de 6 cilindres; el grau d'irregularitat, que s'ha trobat que és de tipus I; i el nombre d'hores en servei; que és de 10,5 hores per dia.

Taula 4: Obtenció del factor de servei K_A en funció de l'actuador, del grau d'irregularitat i del nombre d'hores en servei [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

Factor de Servei K_A			
Actuador	Grau d'irregularitat	Fins a 12 h/dia	Fins a 24 h/dia
Motors elèctrics Turbines	I	1	0,95
	II	0,8	0,7
	III	0,67	0,57
Motors alternatius de varis cilindres	I	0,8	0,7
	II	0,67	0,57
	III	0,57	0,45
Motors alternatius monocilindrics	I	0,67	0,57
	II	0,57	0,45
	III	0,45	0,35

Introduint els 3 paràmetres que s'acaben d'esmentar s'obté el següent factor de servei:

$$K_A = 0,8$$

4.1.1.6 Factor de velocitat K_V

El factor de velocitat K_V té en consideració aquelles càrregues no constants que apareixen en els engranatges com a conseqüència de les acceleracions i desacceleracions degudes als errors de pas causades per imperfeccions dels engranatges reals respecte els ideals. A més, també té en compte la velocitat que s'assoleix, ja que aquestes irregularitats fan que a més velocitat hi hagi majors acceleracions i desacceleracions en la transmissió i, consegüentment, majors oscil·lacions de parell. Això genera l'aparició de forces addicionals a la nominal, anomenades càrregues dinàmiques, que es transmeten entre els flancs de les dents.

Per tant, aquest factor K_V depèn de la qualitat de tallat de la roda i de la velocitat perifèrica en el cercle primitiu de funcionament, i s'obté a partir del gràfic de la Figura 4.

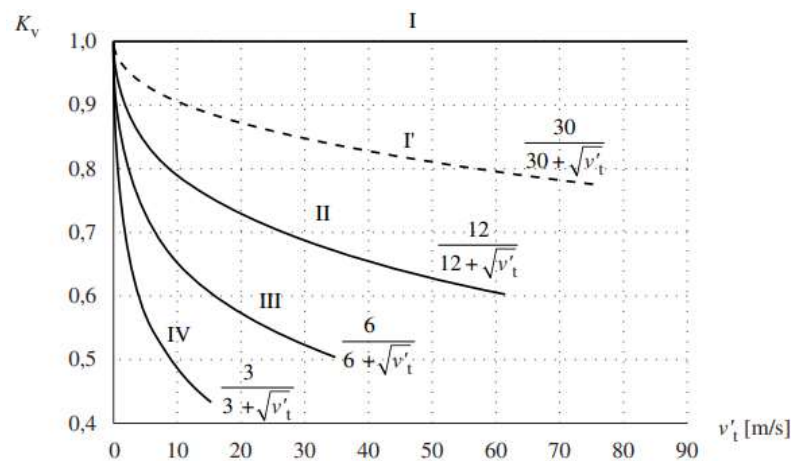


Figura 4: Obtenció del factor K_V en funció de la velocitat perifèrica v'_t en el cercle primitiu de funcionament i de la classe de qualitat de la roda dentada [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

Per obtenir aquest factor K_V és necessària calcular la velocitat perifèrica en el cercle primitiu de funcionament v'_t (Figura 5). Aquesta velocitat està definida per l'expressió (4-4) i depèn del diàmetre primitiu de funcionament del pinyó d'_1 , el qual es calcula a l'Annex A.9.

$$v'_t = \omega_1 \cdot \frac{d'_1}{2} \quad (4-4)$$

Per tant, a partir del diàmetre primitiu de funcionament del pinyó d'_1 es calcula la velocitat perifèrica v'_t .

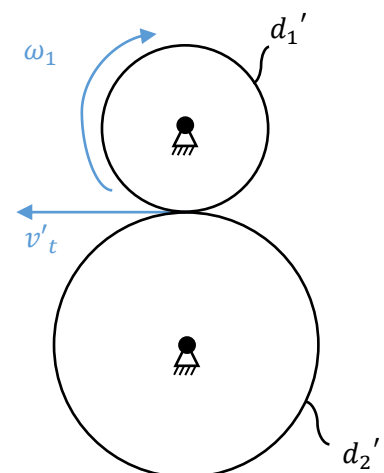


Figura 5: Esquema de contacte entre pinyó i roda entre els diàmetres primitius de funcionament [Font: elaboració pròpia]

$$v'_t = \omega_1 \cdot \frac{d'_1}{2} = 1600 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{240,08 \cdot 10^{-3}}{2} = 20,11 \text{ m/s}$$

A partir de la qualitat que tenen els engranatges (ISO 7), es consulta la Taula 5 a efectes de determinar la classe d'engranatge del nostre sistema. Analitzant les variables de les quals es disposa es conclou que els engranatges són de classe III, ja que la velocitat perifèrica pren el valor màxim que pot assolir.

Taula 5: Determinació de la classe d'engranatge [Font: elaboració pròpia]

	Tipus d'engranatge	v'_t que pot assolir	Qualitat associada al tallat de la roda
Classe I	De precisió amb precaucions especials	100 m/s	ISO 1, 2, 3 i 4
Classe I'	De precisió	60 m/s	ISO 5
Classe II	De precisió	50 m/s	ISO 5 i 6
Classe III	De bona qualitat comercial	20 m/s	ISO 7, 8 i 9
Classe IV	De qualitat mitjana	5 m/s	ISO 10

Sabent que els engranatges són de classe III i consultant la informació que proporciona la Figura 4, es determina el factor de velocitat K_V mitjançant l'expressió (4-5).

$$K_V = \frac{6}{6 + \sqrt{v'_t}} \quad (4-5)$$

$$K_V = \frac{6}{6 + \sqrt{20,11}} = 0,5723$$

4.1.1.7 Factor de distribució de la càrrega K_M

El factor de distribució de la càrrega K_M té en consideració les concentracions de càrrega que reben els extrems de les dents per manca de paral·lelisme entre els eixos o manca de paral·lelisme entre flancs. Aquestes concentracions excessives provoquen que la dent rebi una major tensió en les condicions de dentat normal. Per tal d'evitar aquestes concentracions, hi ha la possibilitat de fabricar les dents bombejades unes micres als seus extrems.

Així doncs, a partir de la Figura 6 s'obté el factor de distribució de la càrrega K_M a partir del tipus de dentat que tingui l'engranatge (normal o bombejat) i del quocient entre l'amplada de les rodes i el diàmetre de funcionament d'_1 del pinyó.

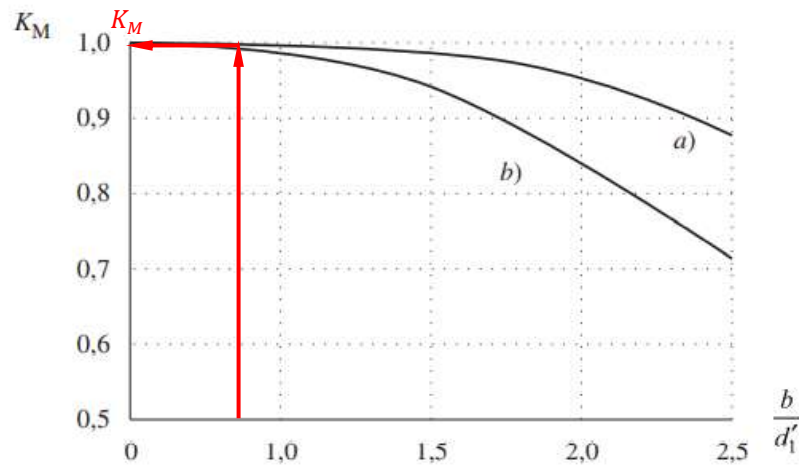


Figura 6: Obtenció del factor de distribució de la càrrega K_M (a-dentat bombejat, b-dentat normal) [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

L'enunciat no especifica amb quina tipologia de dentat s'han fabricat els engranatges, amb la qual cosa se suposa que aquests s'han realitzat sense correcció longitudinal, és a dir, amb dentat normal. Utilitzant la corba b de la Figura 6 i sabent que el quocient $b/d_1' = 0,7081$, s'obté el següent factor de distribució de la càrrega:

$$K_M \approx 1$$

4.1.2 ISO 6336-3

A continuació es procedirà a realitzar el càlcul de la sol·licitació al peu de la dent mitjançant la normativa ISO 6336, i en concret la 3^a part d'aquesta normativa (ISO 6336-3). Així doncs, la ISO 6336-3 defineix que la sol·licitació dels engranatges al peu de la dent es determina a través de l'expressió (4-6).

$$\sigma_{Fi} = \sigma_{F0i} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \quad (4-6)$$

On σ_{Fi} és la sol·licitació de l'engranatge (pinyó i roda), σ_{F0i} és la tensió nominal al peu de la dent, K_A és el factor d'aplicació, K_V és el factor dinàmic, $K_{F\beta}$ és el factor de càrrega a la cara al peu de la dent i $K_{F\alpha}$ és el factor de càrrega transversal al peu de la dent.

En el cas ideal en que no hi hagués cap mena de defectes en el pinyó i la roda, la sol·licitació que rebrien seria aquesta tensió nominal de contacte σ_{F0i} , la qual es calcula a partir de l'expressió (4-7).

$$\sigma_{F0i} = \frac{F_t}{b \cdot m_0} \cdot Y_{Fi} \cdot Y_{Si} \cdot Y_{\beta} \cdot Y_{Bi} \cdot Y_{DT} \quad (4-7)$$

On F_t és la força tangencial en el cercle de generació, b és l'amplada de l'engrenatge, m_0 és el mòdul normal, Y_{Fi} és el factor de forma, Y_{Si} és el factor de correccions de tensions, Y_{β} és el factor d'angle d'hèlix, Y_{Bi} és el factor de gruix de la llanta i Y_{DT} és el factor de profunditat de la dent.

La força tangencial s'ha calculat anteriorment a l'apartat 4.1.1.1. Per altra banda, el mòdul normal s'obté a partir de les dades que proporciona l'exercici acadèmic a la Taula 1 de l'apartat 2.2.

4.1.2.1 Factor de forma Y_F

El factor de forma Y_F és un concepte similar a l'explicat a l'apartat 4.1.1.2 i a l'apartat 4.1.3 es comentarà perquè no és el mateix concepte. Per tant, aquest factor té en consideració únicament la geometria de la dent, i no les propietats del material amb el que està fabricat l'engrenatge. La normativa ISO 6336 permet obtenir aquest factor mitjançant l'expressió (4-8).

$$Y_F = \frac{6 \cdot h_{Fei} \cdot \cos \alpha_{Fen}}{m_0 \left(\frac{s_{Fni}}{m_0} \right)^2 \cdot \cos \alpha_0} \quad (4-8)$$

On h_{Fei} és el braç del moment flector, α_{Fen} és l'angle de la direcció de la càrrega, s_{Fni} és la corda del peu de la dent a la secció crítica i α_0 és l'angle de pressió normal, valor conegut de la Taula 1 de l'apartat 2.2.

Els paràmetres del braç del moment flector h_{Fe} i de la corda del peu de la dent a la secció crítica s_{Fn} , al ser paràmetres geomètrics dels engranatges, s'han calculat a l'Annex A.10, obtenint així els següents valors:

$$\frac{h_{Fe1}}{m_0} = 0,9740 \quad ; \quad \frac{h_{Fe2}}{m_0} = 1,1021$$

$$\frac{S_{Fn1}}{m_0} = 2,23 \quad ; \quad \frac{S_{Fn2}}{m_0} = 2,34$$

D'aquesta manera, substituint aquests valors a l'expressió (4-8) s'obtenen els factors de forma Y_F d'ambdós engranatges.

$$Y_{F1} = \frac{6 \cdot 0,9740 \cdot \cos 22,1845}{2,23^2 \cdot \cos 20} = \mathbf{1,16}$$

$$Y_{F2} = \frac{6 \cdot 1,1021 \cdot \cos 22,1845}{2,34^2 \cdot \cos 20} = \mathbf{1,19}$$

4.1.2.2 Factor de concentració de tensions Y_S

El factor de concentració de tensions Y_S s'empra per convertir la tensió nominal al peu de la dent en una tensió local al peu de la dent, i també té en compte l'efecte del radi del filet del peu de la dent ρ_F . Aquest factor Y_S és una adaptació als engranatges del factor de concentració que es defineix en el concepte clàssic de fatiga, estudiat a l'assignatura de Tecnologia de Màquines.

Així doncs, de la mateixa manera que ha passat amb el factor de forma Y_F calculat en l'apartat 4.1.2.1, el càlcul del factor Y_S depèn únicament de la geometria de la dent.

Seguint la tendència del darrer apartat, el factor de concentració prendrà valors diferents pel pinyó i per la roda degut a la diferència entre els paràmetres geomètrics d'ambdós engranatges. La normativa ISO 6336 permet obtenir aquest factor mitjançant l'expressió (4-9).

$$Y_S = (1,2 + 0,13 \cdot L) \cdot q_S \left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L}} \right] \quad (4-9)$$

On L és un paràmetre del factor de correcció de tensions, el qual es calcula a partir de l'expressió (4-10); i q_S és el paràmetre de sensibilitat a l'entalla, el qual es calcula a partir de l'expressió (4-11). Com s'observa a les expressions, ambdues depenen de paràmetres geomètrics definits a la Taula 40 de l'Annex A.10.

$$L = \frac{S_{Fn}}{h_{Fe}} \quad (4-10)$$

$$q_s = \frac{S_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} \quad (4-11)$$

Per tant, en primer lloc es calculen els paràmetres L i q_s d'ambdós engranatges, i s'ha de comprovar que el paràmetre d'entalla prengui un valor entre 1 i 8, ja que en cas contrari no seria vàlida l'expressió (4-9) per obtenir el factor de correccions de tensions Y_S .

$$L_1 = \frac{S_{Fn1}}{h_{Fe1}} = \frac{2,23 \cdot m_0}{0,9740 \cdot m_0} = 2,29 \quad ; \quad L_2 = \frac{S_{Fn2}}{h_{Fe2}} = \frac{2,34 \cdot m_0}{1,1021 \cdot m_0} = 2,12$$

$$q_{s1} = \frac{S_{Fn1}}{2 \cdot \rho_{F1}} = \frac{2,23 \cdot m_0}{2 \cdot 0,4311 \cdot m_0} = 2,59 \quad ; \quad q_{s2} = \frac{S_{Fn2}}{2 \cdot \rho_{F2}} = \frac{2,34 \cdot m_0}{2 \cdot 0,3888 \cdot m_0} = 3,00$$

Com es pot veure, ambdós paràmetres d'entalla prenen valors entre 1 i 8, amb la qual cosa l'expressió (4-9) és vàlida. Així doncs, s'obtenen els factors de tensions corresponents.

$$Y_{S1} = (1,2 + 0,13 \cdot L_1) \cdot q_{s1}^{\left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L_1}} \right]} = (1,2 + 0,13 \cdot 2,29) \cdot 2,59^{\left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{2,29}} \right]} = \mathbf{2,30}$$

$$Y_{S2} = (1,2 + 0,13 \cdot L_2) \cdot q_{s2}^{\left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L_2}} \right]} = (1,2 + 0,13 \cdot 2,12) \cdot 3,00^{\left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{2,12}} \right]} = \mathbf{2,38}$$

4.1.2.3 Factor d'angle d'hèlix Y_β

El factor d'angle d'hèlix Y_β és el mateix concepte que s'ha explicat anteriorment a l'apartat 4.1.1.4. Per tant, aquest factor té en consideració l'angle d'inclinació primitiu β_0 i el recobriment helicoidal ε_β . Ambdós engranatges assoliran el mateix valor del factor Y_β .

La normativa ISO 6336-3 contempla dues alternatives per obtenir el factor Y_β . La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 7, mentre que la segona alternativa és analítica a través de l'expressió (4-12).

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \cdot \frac{\beta_0}{120^\circ} \quad (4-12)$$

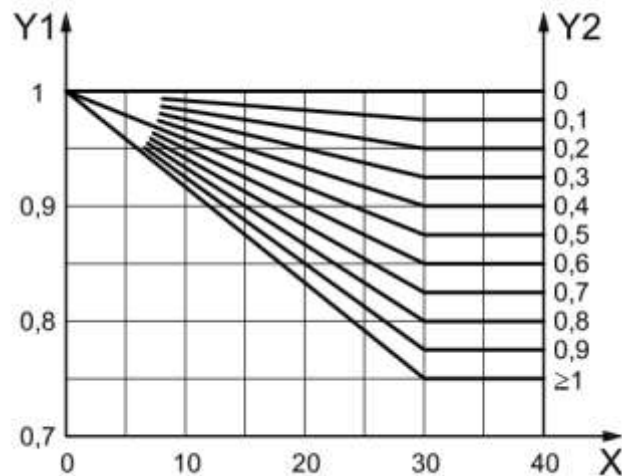


Figura 7: Obtenció del factor d'angle d'hèlix Y_β ($Y1$) en funció de l'angle d'inclinació primitiu β_0 (X) i del recobriment helicoidal ε_β [Font: ISO 6336-3 (2006)]

Cal tenir en compte que si $\beta_0 > 30^\circ$, aquest es substituirà per $\beta_0 = 30^\circ$ i si $\varepsilon_\beta > 1$, aquest es substituirà per $\varepsilon_\beta = 1$. Per l'exercici acadèmic, es té un angle $\beta_0 = 18^\circ$ i un recobriment helicoidal $\varepsilon_\beta = 1,8580$, amb la qual cosa l'únic valor que es modifica és el recobriment helicoidal, que pren un valor igual a la unitat ($\varepsilon_\beta = 1$).

De la mateixa manera que s'ha estat fet al llarg del treball, per tal d'obtenir un factor Y_β més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix l'expressió (4-12).

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \cdot \frac{\beta_0}{120^\circ} = 1 - 1 \cdot \frac{18^\circ}{120^\circ} = 0,85$$

4.1.2.4 Factor de gruix de la llanta Y_B

El factor de gruix de la llanta Y_B té en consideració la quantitat de gruix que disposa la llanta de recolzament per donar suport al peu de la dent. En cas que aquest gruix sigui insuficient, la fallada es podria arribar a produir a la llanta de l'engrenatge. Ambdós engranatges assoliran valors diferents del factor Y_B ja que depenen de l'altura de la dent i del gruix de la llanta de recolzament.

La normativa ISO 6336-3 contempla dues alternatives per obtenir el factor Y_B , de la mateixa manera que ha fet amb altres factors. La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 8, mentre que la segona alternativa és analítica a través de l'expressió (4-13), per a engranatges externs; o a través de l'expressió (4-14), per a engranatges interns.

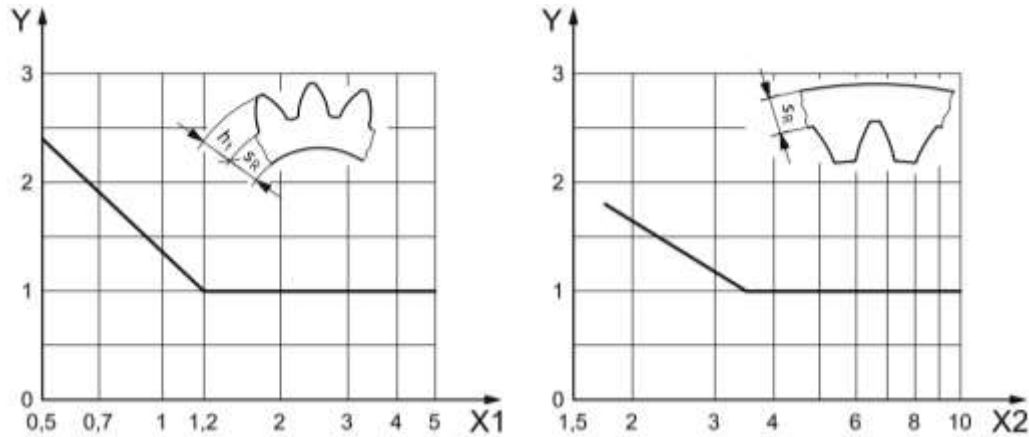


Figura 8: Obtenció del factor de gruix de llanta Y_B (Y) en funció de la relació de recolzament s_R/h_t (X1-per a engranatges externs) o en funció del gruix de llanta s_R/m_0 (X2-per engranatges interns)[Font: ISO 6336-3 (2006)]

$$\begin{cases} \text{Si } s_R/h_t \geq 1,2 \rightarrow Y_B = 1,0 \\ \text{Si } s_R/h_t \in (0,5, 1,2) \rightarrow Y_B = 1,6 \cdot \ln\left(2,242 \cdot \frac{h_t}{s_R}\right) \\ \text{Si } s_R/h_t \leq 0,5 \rightarrow \text{s'ha d'evitar} \end{cases} \quad (4-13)$$

$$\begin{cases} \text{Si } s_R/m_0 \geq 3,5 \rightarrow Y_B = 1,0 \\ \text{Si } s_R/m_0 \in (1,75, 3,5) \rightarrow Y_B = 1,15 \cdot \ln\left(8,324 \cdot \frac{m_0}{s_R}\right) \\ \text{Si } s_R/m_0 \leq 1,75 \rightarrow \text{s'ha d'evitar} \end{cases} \quad (4-14)$$

De la mateixa manera que s'ha estat fent al llarg del treball, per tal d'obtenir un factor Y_B més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix l'expressió (4-13), ja que ambdós engranatges són externs.

Amb les dades que proporciona l'enunciat acadèmic no es disposa del gruix de llanta s_R de cap dels dos engranatges. D'aquesta manera, l'única alternativa possible i viable és suposar que el gruix de la llanta de recolzament és el suficientment gran perquè es compleixi la primera condició de l'expressió (4-13). És a dir, es suposarà el cas més ideal.

$$Y_{B1} = Y_{B2} = 1,0$$

4.1.2.5 Factor de profunditat de la dent Y_{DT}

El factor de profunditat de la dent Y_{DT} té en consideració quina distribució de la càrrega es genera al llarg de la trajectòria de contacte com a conseqüència del grau de precisió amb el qual s'han fabricat els engranatges. És a dir, aquest factor pretén corregir la tensió nominal al peu de la dent quan es té aquesta una distribució no lineal de la càrrega.

Així doncs, aquest factor Y_{DT} depèn del recobriment de perfil virtual $\varepsilon_{\alpha n}$ que presenten ambdós engranatges i del grau de precisió amb el que s'han fabricat aquests. Per tant, ambdós engranatges assoliran el mateix valor del factor Y_{DT} .

La normativa ISO 6336-3 contempla dues alternatives per obtenir el factor Y_{DT} , de la mateixa manera que ha fet amb altres factors. La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 9, mentre que la segona alternativa és analítica a través de l'expressió (4-15).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \varepsilon_{\alpha n} \leq 2,05 \rightarrow Y_{DT} = 1,0 \\ \text{Si } \varepsilon_{\alpha n} \geq 2,05 \text{ i grau de precisió} > 4 \rightarrow Y_{DT} = 1,0 \\ \text{Si } \varepsilon_{\alpha n} \in (2,05, 2,5] \text{ i grau de precisió} \leq 4 \rightarrow Y_{DT} = -0,666 \cdot \varepsilon_{\alpha n} + 2,366 \\ \text{Si } \varepsilon_{\alpha n} > 2,5 \text{ i grau de precisió} \leq 4 \rightarrow Y_{DT} = 0,7 \end{array} \right. \quad (4-15)$$

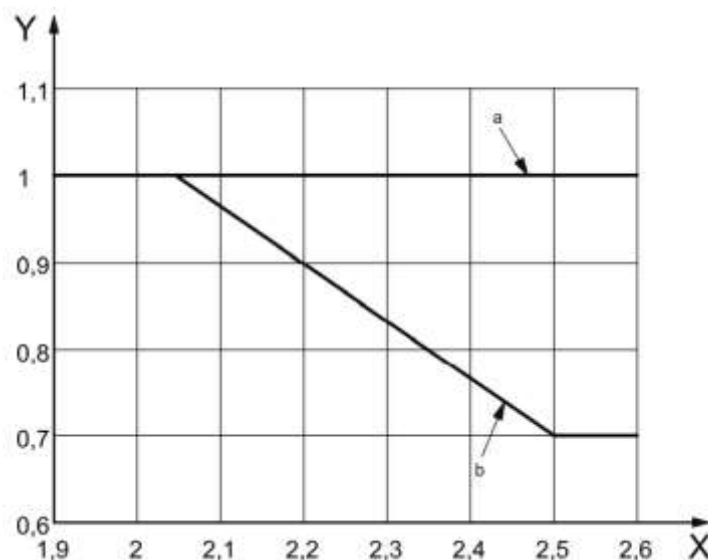


Figura 9: Obtenció del factor de profunditat de la dent Y_{DT} (Y) en funció del recobriment de perfil virtual $\varepsilon_{\alpha n}$ (X) i dependent del grau de precisió (> 4 - a, \leq 4 - b) [Font: ISO 6336-3 (2006)]

De la mateixa manera que s'ha estat fent al llarg del treball, per tal d'obtenir un factor Y_{DT} més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix l'expressió (4-15).

Coneixent que el grau de precisió és de 7 (sent aquest una precisió mitja), valor conegut a partir de l'apartat ; i que el recobriment de perfil virtual $\varepsilon_{\alpha n}$ és de 1,5618, valor obtingut de l'Annex B.1; s'analitza l'expressió (4-15) i s'obté el factor de profunditat de la dent Y_{DT} .

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{\alpha n} = 1,5618 \leq 2,5 \\ \text{Grau de precisió} = 7 \leq 4 \end{array} \right\} \rightarrow Y_{DT} = 1,0$$

4.1.2.6 Factor d'aplicació K_A

El factor d'aplicació K_A és un concepte molt similar a l'explicat anteriorment a l'apartat 4.1.1.5 ja que té en consideració quina és la càrrega tangencial F_t generada entre ambdós engranatges. Així doncs, aquest factor K_A té la funció de modificar aquesta càrrega tangencial afegint-li unes càrregues addicionals ocasionades, majoritàriament, per fonts externes.

La normativa ISO 6336-6 permet calcular aquest factor K_A a partir de dos mètodes:

- Mitjançant l'historial de càrrega a la que està sotmesa la transmissió (procediment a l'Annex A de la ISO 6336-6).
- Mitjançant la Taula 6 a partir del tipus d'accionament i de la màquina accionada (disponible a l'Annex B de la ISO 6336-6). Aquest mètode assumeix un historial de càrrega constant.

Les dades proporcionades per l'exercici acadèmic en l'apartat 2.2 no permet disposar de l'historial de càrrega, ja que es desconeixen algunes dades. Per aquest motiu s'ha decidit obtenir el factor d'aplicació K_A a partir del mètode b, tot i que en la realitat és molt complicat trobar una situació on les càrregues siguin constants.

Seguint el mètode b, la Taula 6 ofereix un conjunt de factors d'aplicació que depenen del tipus d'accionament (*driving machine*) i de la màquina accionada (*driven machine*).

Taula 6: Obtenció del factor d'aplicació K_A [Font: ISO 6336-6 (2006)]

Working characteristic of driving machine	Working characteristic of driven machine			
	Uniform	Light shocks	Moderate shocks	Heavy shocks
Uniform	1,00	1,25	1,50	1,75
Light shocks	1,10	1,35	1,60	1,85
Moderate shocks	1,25	1,50	1,75	2,00
Heavy shocks	1,50	1,75	2,00	$\geq 2,25$

Les característiques de treball de l'accionament s'especifiquen a la Taula 7 mitjançant un conjunt d'exemples, mentre que les característiques de treball de la màquina accionada s'especifiquen a la Taula 8, per a engranatges industrials; i a la Taula 9, per a engranatges d'alta velocitat o similar.

Taula 7: Característiques de treball de la màquina conduïda [Font: ISO 6336-6 (2006)]

Working characteristic	Driving machine
Uniform	Electric motor (e.g. d.c. motor), steam or gas turbine with uniform operation ^a and small rarely occurring starting torques ^b .
Light shocks	Steam turbine, gas turbine, hydraulic or electric motor (large, frequently occurring starting torques ^b).
Moderate shocks	Multiple cylinder internal combustion engines.
Heavy shocks	Single cylinder internal combustion engines.
^a Based on vibration tests or on experience gained from similar installations.	
^b See service life graphs, Z_{NT} , I_{NT} , for the material in ISO 6336-2 and ISO 6336-3. Consideration of momentarily acting overload torques, see examples following Table B.1.	

Taula 8: Característiques de treball de la màquina accionada per a engranatges industrials [Font: ISO 6336-6 (2006)]

Working characteristic	Driven machines
Uniform	Steady load current generator; uniformly loaded conveyor belt or platform conveyor; worm conveyor; light lifts; packing machinery; feed drives for machine tools; ventilators; light-weight centrifuges; centrifugal pumps; agitators and mixers for light liquids or uniform density materials; shears; presses, stamping machines ^a ; vertical gear, running gear ^b .
Light shocks	Non-uniformly (i.e. with piece or batched components) loaded conveyor belts or platform conveyors; machine-tool main drives; heavy lifts; crane slewing gear; industrial and mine ventilators; heavy centrifuges; centrifugal pumps; agitators and mixers for viscous liquids or substances of non-uniform density; multi-cylinder piston pumps; distribution pumps; extruders (general); calendars; rotating kilns; rolling mill stands ^c ; (continuous zinc and aluminium strip mills, wire and bar mills).
Moderate shocks	Rubber extruders; continuously operating mixers for rubber and plastics; ball mills (light); wood-working machines (gang saws, lathes); billet rolling mills ^{c, d} ; lifting gear; single cylinder piston pumps.
Heavy shocks	Excavators (bucket wheel drives); bucket chain drives; sieve drives; power shovels; ball mills (heavy); rubber kneaders; crushers (stone, ore); foundry machines; heavy distribution pumps; rotary drills; brick presses; de-barking mills; peeling machines; cold strip ^{c, e} ; briquette presses; breaker mills.
^a Nominal torque = maximum cutting, pressing or stamping torque.	
^b Nominal torque = maximum starting torque.	
^c Nominal torque = maximum rolling torque.	
^d Torque from current limitation.	
^e K_A up to 2,0 because of frequent strip cracking.	

Taula 9: Característiques de treball de la màquina accionada per a engranatges d'alta velocitat o similar [Font: ISO 6336-6 (2006)]

Working characteristic	Driven machine
Uniform	Centrifugal compressors for air conditioning installation, for process gas; dynamometer — test rig; base or steady load generator and exciter; paper machinery main drives.
Moderate shocks	Centrifugal compressors for air or pipelines; axial compressors; centrifugal fans; peak load generators and exciters; centrifugal pumps (all types other than those listed below); axial-flow rotary pumps; paper industry; Jordan or refining machine, machines, machine auxiliary drives, stamper.
Medium shocks	Rotary-cam blower; rotary-cam compressor with radial flow; piston compressor (3 or more cylinders); ventilator suction-fans, mining and industrial (large, frequent start-up cycles); centrifugal boiler-feed pumps; rotary cam pumps, piston pumps (3 or more cylinders).
Heavy shocks	Piston compressor (2 cylinders); centrifugal pump (with water tank); sludge pump; piston pump (2 cylinders).

L'accionament que s'utilitza en l'exercici acadèmic és un motor Diesel de 6 cilindres, que correspon a la categoria de xocs moderats segons la Taula 7. Per altra banda, per trobar la

característica de treball de la màquina accionada s'ha seguit el mateix procediment que en l'apartat 4.1.1.5. Al no disposar de cap exemple que descrigui una hèlix, es decideix aproximar l'hèlix a un ventilador. Amb aquesta consideració es cerca a la Taula 8 el ventilador i s'obté una categoria uniforme. Coneguts aquestes característiques de treball tant de l'accionament (xocs moderats) com de la màquina accionada (uniforme), s'introdueixen a la Taula 6 i s'obté el factor d'aplicació K_A .

$$K_A = 1,25$$

4.1.2.7 Factor dinàmic K_V

El factor dinàmic K_V , d'una manera molt similar a la que s'ha explicat en l'apartat 4.1.1.6, té en consideració la precisió amb la que s'han fabricat les dents dels engranatges i els efectes que aquesta genera en la velocitat i la càrrega d'operació. Recalcar que el factor dinàmic que s'obtingui serà el mateix pels dos engranatges.

La normativa ISO 6336 permet calcular el factor dinàmic K_V a partir de 3 mètodes (A, B i C), sent el mètode A el més complex i el C el més simplificat. En aquest estudi de la normativa s'analitzarà amb més detall el mètode C degut a la seva simplificació respecte als altres dos mètodes. Tot i això, per aplicar correctament aquest mètode C s'han de complir un conjunt de requisits, com són:

- La velocitat de treball en el rang subcrític.
- Engranatges helicoidals amb $\beta \leq 30^\circ$.
- Pinyó amb un nombre de dents $z_1 < 50$.

Si aquests requisits es compleixen, la ISO 6336-1 distingeix entre dos alternatives de càlcul del factor dinàmic K_V segons el tipus d'engranatge i el recobriment helicoidal ε_β que es tingui.

La primera alternativa de càlcul es dona quan es tenen engranatges rectes i helicoidals amb un recobriment helicoidal $\varepsilon_\beta \geq 1$ (en casos especials es poden aproximar a $\varepsilon_\beta > 0,9$) i el factor dinàmic s'obté a partir de l'expressió (4-16).

$$K_V = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \cdot \frac{v'_t \cdot z_1}{100} \cdot K_3 \cdot \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} \quad (4-16)$$

On els paràmetres K_1 i K_2 s'obtenen de la Taula 10, el paràmetre K_3 s'obté de l'expressió (4-17) i la resta de paràmetres ja s'han calculat en apartats anteriors. A més, en el cas on $(F_t \cdot K_A)/b$ és menor de 100 N/mm, es considerarà que $(F_t \cdot K_A)/b = 100$ N/mm.

Taula 10: Obtenció dels paràmetres K_1 i K_2 en funció del grau de precisió de l'engranatge [Font: ISO 6336-1 (2006)]

	K_1 Accuracy grades as specified in ISO 1328-1										K_2 All accuracy grades
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Spur gears	2,1	3,9	7,5	14,9	26,8	39,1	52,8	76,6	102,6	146,3	0,019 3
Helical gears	1,9	3,5	6,7	13,3	23,9	34,8	47,0	68,2	91,4	130,3	0,008 7

$$\left\{ \begin{array}{l} Si \frac{v'_t \cdot z_1}{100} \cdot \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} \leq 0,2 \rightarrow K_3 = 2,0 \\ Si \frac{v'_t \cdot z_1}{100} \cdot \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} > 0,2 \rightarrow K_3 = -0,357 \cdot \frac{v'_t \cdot z_1}{100} \cdot \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} + 2,071 \end{array} \right. \quad (4-17)$$

La segona alternativa de càlcul es dona quan es tenen engranatges helicoidals amb un recobriment helicoidal $\varepsilon_\beta < 1$ i el factor dinàmic s'obté a partir de l'expressió (4-18).

$$K_V = K_{V\alpha} - \varepsilon_\beta \cdot (K_{V\alpha} - K_{V\beta}) \quad (4-18)$$

On $K_{V\alpha}$ és el factor dinàmic per a engranatges rectes, el qual es calcula amb l'expressió (4-19); i $K_{V\beta}$ és el factor dinàmic per a engranatges helicoidals, el qual es calcula amb l'expressió (4-20).

$$K_{V\alpha} = (f_F \cdot K_{350N}) + 1 \quad (4-19)$$

$$K_{V\beta} = (f_F \cdot K_{350N}) + 1 \quad (4-20)$$

On f_F és el factor corrector i K_{350N} és un paràmetre que mesura la influència de la precisió de l'engranatge a una certa càrrega de 350 N/mm. Per engranatges rectes ($K_{V\alpha}$), el factor corrector f_F s'obté a partir de la Taula 11 i el paràmetre K_{350N} s'obté a partir de la Figura 10-A. Per engranatges helicoidals ($K_{V\beta}$), el factor corrector f_F s'obté a partir de la Taula 12 i el paràmetre K_{350N} s'obté a partir de la Figura 10-B.

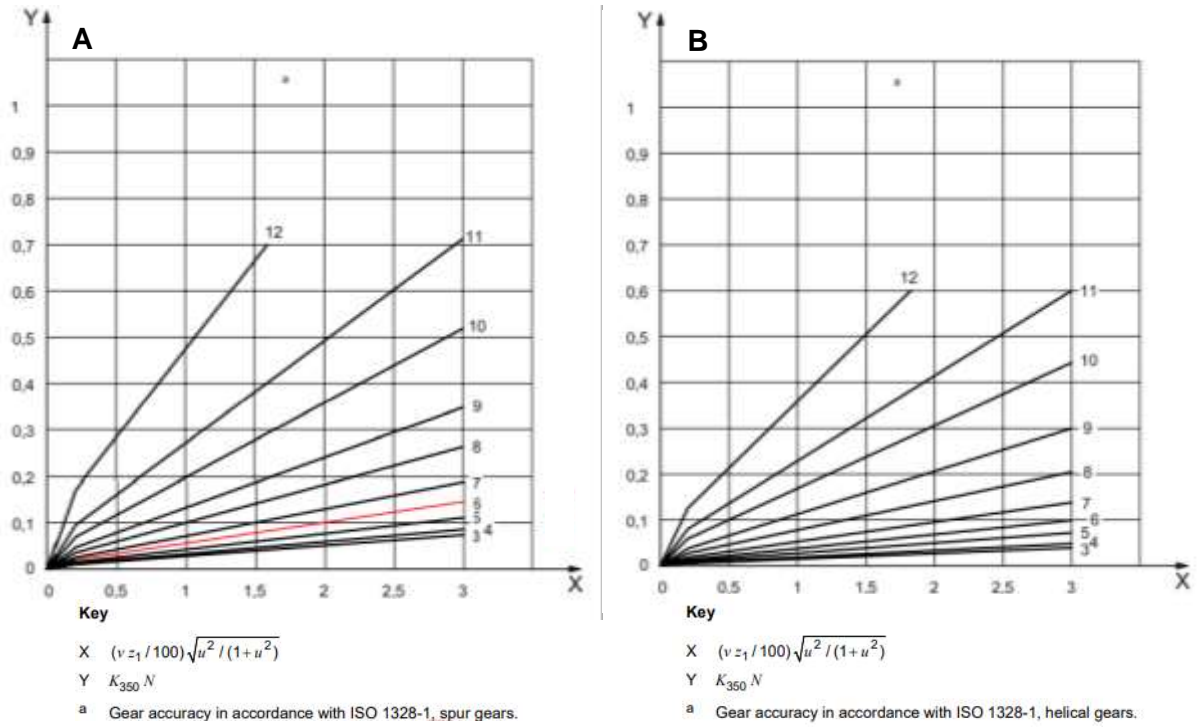


Figura 10: Obtenció del paràmetre $K_{350}N$ per engranatges rectes (A) i per engranatges helicoidals (B) [Font: ISO 6336-1 (2006)]

Taula 11: Obtenció del factor corrector f_F per a engranatges rectes [Font: ISO 6336-1 (2006)]

Gear accuracy grade ^a	Load correction factor f_F							
	$(F_t K_A) / b$ N/mm							
	≤ 100	200	350	500	800	1 200	1 500	2 000
3	1,61	1,18	1	0,93	0,86	0,83	0,81	0,80
4	1,81	1,24	1	0,90	0,82	0,77	0,75	0,73
5	2,15	1,34	1	0,86	0,74	0,67	0,65	0,62
6	2,45	1,43	1	0,83	0,67	0,59	0,55	0,51
7	2,73	1,52	1	0,79	0,61	0,51	0,47	0,43
8	2,95	1,59	1	0,77	0,56	0,45	0,40	0,35
9	3,09	1,63	1	0,75	0,53	0,41	0,36	0,31
10	3,22	1,67	1	0,73	0,50	0,37	0,32	0,27
11	3,30	1,69	1	0,72	0,48	0,35	0,30	0,24
12	3,37	1,71	1	0,72	0,47	0,33	0,27	0,22

^a Gear accuracy grade in accordance with ISO 1328-1.

Taula 12: Obtenció del factor corrector f_F per a engranatges helicoidals [Font: ISO 6336-1 (2006)]

Gear accuracy grade ^a	Load correction factor f_F							
	$(F_t K_A)/b$ N/mm							
	≤ 100	200	350	500	800	1 200	1 500	2 000
3	1,96	1,29	1	0,88	0,78	0,73	0,70	0,68
4	2,21	1,36	1	0,85	0,73	0,66	0,62	0,60
5	2,56	1,47	1	0,81	0,65	0,56	0,52	0,48
6	2,82	1,55	1	0,78	0,59	0,48	0,44	0,39
7	3,03	1,61	1	0,76	0,54	0,42	0,37	0,33
8	3,19	1,66	1	0,74	0,51	0,38	0,33	0,28
9	3,27	1,68	1	0,73	0,49	0,36	0,30	0,25
10	3,35	1,70	1	0,72	0,47	0,33	0,28	0,22
11	3,39	1,72	1	0,71	0,46	0,32	0,27	0,21
12	3,43	1,73	1	0,71	0,45	0,31	0,25	0,20

^a Gear accuracy grade in accordance with ISO 1328-1.

Sabent tota aquesta informació que recull la normativa ISO 6336-1, el càlcul del factor dinàmic K_v per l'exercici acadèmic que s'està resolent ve determinat per la primera alternativa de càlcul amb l'expressió (4-16), ja que es disposa d'engranatges helicoidals amb un recobriment helicoidal $\varepsilon_\beta = 1,8580 > 1$.

Seguint l'expressió (4-16) i les indicacions que s'han explicat anteriorment, el primer pas per obtenir el factor dinàmic K_v és obtenir els paràmetres K_1 i K_2 a partir de la Taula 10. Aquests paràmetres depenen únicament del grau de precisió dels engranatges, cosa que l'enunciat proporciona a partir de la Taula 10 (ISO 7). Amb aquestes condicions i per a engranatges helicoidals s'obtenen els següents paràmetres K_1 i K_2 .

$$K_1 = 23,9 ; K_2 = 0,0087$$

Tot seguit, s'ha de calcular el paràmetre K_3 a través de les alternatives de l'expressió (4-17).

$$\frac{v'_t \cdot z_1}{100} \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} = \frac{20,11 \cdot 25}{100} \sqrt{\frac{4,04^2}{1+4,04^2}} = 4,88 > 0,2 \rightarrow K_3 = -0,357 \frac{v'_t \cdot z_1}{100} \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} + 2,071$$

$$K_3 = -0,357 \cdot 4,88 + 2,071 = 0,3285$$

I per últim, s'ha de comprovar quin és el valor que s'obté de l'expressió $(F_t \cdot K_A)/b$.

$$\frac{F_t \cdot K_A}{b} = \frac{54491,52 \cdot 1,25}{170} = 400,67 \text{ N/mm} > 100 \text{ N/mm} \rightarrow \frac{F_t \cdot K_A}{b} = 400,67 \text{ N/mm}$$

Calculats tots els paràmetres que componen l'expressió (4-16), s'obté el factor dinàmic K_V .

$$K_V = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \cdot \frac{v'_t \cdot z_1}{100} \cdot K_3 \cdot \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} = 1 + \left(\frac{23,9}{400,67} + 0,0087 \right) \cdot 0,3285 \cdot 4,88 = 1,11$$

4.1.2.8 Factor de càrrega a la cara al peu de la dent $K_{F\beta}$

El factor de càrrega a la cara al peu de la dent $K_{F\beta}$ té en consideració l'impacte que genera la no uniformitat de la distribució de la càrrega sobre l'amplada de cara de l'engranatge a la superfície. De la mateixa manera, el factor de càrrega a la cara $K_{H\beta}$, el qual es calcula a l'apartat 5.1.2.6, fa referència a aquesta no uniformitat de la càrrega al flanc de les dents.

Seguint la tendència del darrer apartat, el factor de càrrega $K_{F\beta}$ s'obindrà mitjançant el càlcul que proporciona el mètode C de la normativa ISO 6336-1 degut a la seva simplificació respecte als altres dos mètodes. Aquesta simplificació implica que es realitzin diverses suposicions com la de suposar que el desalineament degut a deformacions elàstiques segueix una línia recta al llarg de l'amplada de cara dels flancs de treball.

Així doncs, el mètode C determina que el càlcul del factor de càrrega $K_{F\beta}$ s'obté a partir de l'expressió (4-21), la qual depèn principalment del factor de càrrega a la cara al flanc de les dents $K_{H\beta}$, calculat en l'apartat 5.1.2.6 ($K_{H\beta} = 1,07$). També depèn del paràmetre N_F que depèn de la relació entre l'amplada de l'engranatge b i de l'alçada de l'engranatge h , tal i com mostra l'expressió (4-22).

$$K_{F\beta} = K_{H\beta}^{N_F} \quad (4-21)$$

$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1 + b/h + (b/h)^2} \quad (4-22)$$

Cal tenir en compte la relació b/h fa referència al valor més petit entre les relacions b_1/h_1 i b_2/h_2 . En cas que el valor de b/h sigui major que 3, es substituirà aquesta relació per 3.

D'aquesta manera, primer es calcula la relació b/h del pinyó (1) i de la roda (2), on les alçades dels engranatges h_i es calculen a l'Annex A.11 ($h_1 = 40,55$ mm i $h_2 = 90,86$ mm).

$$\left. \begin{aligned} b_1/h_1 &= 170/40,55 = 4,19 \\ b_2/h_2 &= 170/90,86 = 1,87 \end{aligned} \right\} \rightarrow b/h = 1,87 < 3$$

Seguidament, es calcula el paràmetre N_F de l'expressió (4-22).

$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1 + b/h + (b/h)^2} = \frac{1,87^2}{1 + 1,87 + 1,87^2} = 0,5494$$

I finalment es calcula el factor de càrrega a la cara al peu de la dent $K_{F\beta}$ mitjançant l'expressió (4-21).

$$K_{F\beta} = K_{F\beta}^{N_F} = 1,07^{0,5494} = 1,04$$

4.1.2.9 Factor de càrrega transversal al peu de la dent $K_{F\alpha}$

El factor de càrrega transversal al peu de la dent $K_{F\alpha}$ té en consideració l'impacte que genera la no uniformitat de la distribució de la càrrega entre diverses parelles de dents en contacte de manera simultània. De la mateixa manera, el factor de càrrega transversal $K_{H\alpha}$, el qual es calcula més endavant en l'apartat 5.1.2.7, fa referència a aquesta no uniformitat de la càrrega al flanc de la dent.

La normativa ISO 6336-1 ofereix dos mètodes pel càlcul d'aquest factor de càrrega. Per una banda, el mètode A permet calcular el factor $K_{F\alpha}$ a partir d'un procediment experimental. Per altra banda, el mètode B permet calcular el factor $K_{F\alpha}$ de forma analítica mitjançant una sèrie d'expressions. Seguint la tendència del darrer apartat, el factor de càrrega $K_{F\alpha}$ s'obtindrà a partir del càlcul que proporciona el mètode B degut a la seva simplificació respecte a l'altre mètode.

El mètode B determina que el càlcul del factor de càrrega $K_{F\alpha}$ distingeix entre dos possibles casos, tal i com mostra l'expressió (4-23).

$$\left\{ \begin{aligned} Si \varepsilon_\gamma \leq 2 &\rightarrow K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{2} \cdot \left(0,9 + 0,4 \cdot \frac{c_{\gamma\alpha} \cdot (f_{pb} - y_\alpha)}{F_{th}/b} \right) \\ Si \varepsilon_\gamma > 2 &\rightarrow K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 0,9 + 0,4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma} \cdot \frac{c_{\gamma\alpha} \cdot (f_{pb} - y_\alpha)}{F_{th}/b}} \end{aligned} \right. \quad (4-23)$$

On ε_γ és el recobriment total, suma del recobriment de perfil ε_α i helicoidal ε_β ; $c_{\gamma\alpha}$ és la rigidesa de la malla, la qual es calcula a l'apartat 5.1.2.6, f_{pb} és la major desviació que es genera en el cercle primitiu del pinyó o de la roda, y_α és el factor d'ajust per posada en marxa, F_{th} és la força tangencial determinant en el pla transversal i b és l'amplada de l'engrenatge.

En primer lloc, el recobriment total ε_γ s'obté a partir de l'Annex A.8.

$$\varepsilon_\gamma = 3,2881 > 2 \rightarrow \text{Segon cas expressió (4-23)}$$

En segon lloc, la força tangencial F_{th} està composta per factors i valors ja coneguts (força tangencial F_t , factor d'aplicació K_A , factor dinàmic K_V i factor de càrrega a la cara $K_{H\beta}$), tal i com mostra l'expressió (4-24).

$$F_{th} = F_t \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \quad (4-24)$$

Substituint els factors a l'expressió (4-24) s'obté la força tangencial determinant en el pla transversal F_{th} .

$$F_{th} = 54.491,52 \cdot 1,25 \cdot 1,11 \cdot 1,07 = 80.591,87 \text{ N}$$

En tercer lloc, la desviació f_{pb} es determina a partir de l'expressió (4-25), depenent únicament de la tolerància simple del cercle primitiu f_{pT} i de l'angle de pressió frontal de generació α_{ot} (Annex A.3).

$$f_{pb} = f_{pT} \cdot \cos \alpha_{ot} \quad (4-25)$$

Aquesta tolerància simple del cercle primitiu f_{pT} es defineix a la ISO 1328-1 amb l'expressió (4-26), on d'_1 (diàmetre primitiu) i m_0 (mòdul normal) són valors coneguts i A és la classe de tolerància del flanc, la qual s'explica a la ISO 1328-1 i pren valors entre 1 i 11, per ordre de tolerància creixent. A més, la ISO 1328-1 indica que el càlcul de les toleràncies de la normativa només són aplicables sempre i quan es compleixin les següents condicions:

- $z \in [5, 1.000]$ dents
- $d'_1 \in [5, 15.000]$ mm
- $m_0 \in [0.5, 70]$ mm
- $b \in [4, 1.200]$ mm

➤ $\beta \leq 45^\circ$

$$f_{pT} = (0,001 \cdot d'_1 + 0,4 \cdot m_0 + 5) \cdot (\sqrt{2})^{A-5} \quad (4-26)$$

Donat que l'enunciat acadèmic no proporciona la classe de tolerància del flanc se suposarà una tolerància A intermèdia entre 1 i 11, com per exemple de 7. Substituint totes les variables a l'expressió (4-26) s'obté la tolerància simple del cercle primitiu f_{pT} i, consegüentment, la desviació f_{pb} amb l'expressió (4-25).

$$f_{pT} = (0,001 \cdot 240,08 + 0,4 \cdot 9 + 5) \cdot (\sqrt{2})^{7-5} = 17,68 \mu\text{m}$$

$$f_{pb} = 17,68 \cdot \cos 20,9419^\circ = 16,51 \mu\text{m}$$

En quart lloc, el factor d'ajust per posada en marxa y_α pren un valor diferent en funció del material amb el que estan fabricats els engranatges, tal i com mostra l'expressió (4-27).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Per } St, St(\text{cast}), V, V(\text{cast}), GGG(\text{perl.}, \text{bai.}), GTS(\text{perl.}) \rightarrow y_\alpha = \frac{160}{\sigma_H \text{ límit}} \cdot f_{pb} \\ \text{Per } GG, GGG(\text{ferr.}) \rightarrow y_\alpha = 0,275 \cdot f_{pb} \\ \text{Per } Eh, IF, NT(\text{nitr.}), NV(\text{nitr.}), NV(\text{nitrocar.}) \rightarrow y_\alpha = 0,075 \cdot f_{pb} \\ \text{Per engranatges amb materials diferents} \rightarrow y_\alpha = \frac{y_{\alpha 1} + y_{\alpha 2}}{2} \end{array} \right. \quad (4-27)$$

A més, s'ha de tenir en compte que cada fórmula de l'expressió (4-27) té un valor límit que pot assolir en funció de la velocitat perifèrica en el cercle de funcionament v'_t , tal i com mostra la Taula 13.

Taula 13: Valor límit del factor d'ajust de posada en marxa y_α en funció de la velocitat v'_t [Font: ISO 6336-1 (2006)]

Material	Velocitat perifèrica v'_t	Valor límit de y_α
<i>St, St(cast), V, V(cast), GGG(perl., bai.), GTS(perl.)</i>	$v'_t \leq 5 \text{ m/s}$	Cap restricció
	$5 \text{ m/s} < v'_t \leq 10 \text{ m/s}$	$12.800/\sigma_H \text{ límit } \mu\text{m} (f_{pb} = 80 \mu\text{m})$
	$v'_t > 10 \text{ m/s}$	$6.400/\sigma_H \text{ límit } \mu\text{m} (f_{pb} = 40 \mu\text{m})$
<i>GG, GGG(ferr.)</i>	$v'_t \leq 5 \text{ m/s}$	Cap restricció
	$5 \text{ m/s} < v'_t \leq 10 \text{ m/s}$	$22 \mu\text{m} (f_{pb} = 80 \mu\text{m})$
	$v'_t > 10 \text{ m/s}$	$11 \mu\text{m} (f_{pb} = 40 \mu\text{m})$
<i>Eh, IF, NT(nitr.), NV(nitr.), NV(nitrocar.)</i>	Qualsevol velocitat	$3 \mu\text{m} (f_{pb} = 40 \mu\text{m})$

Sabent que els engranatges de l'exercici acadèmic estan fets d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*) i són del tipus acer aliat (*alloy steels*) (la Taula 41 de l'Annex C mostra que l'abreviatura del material és la V) s'obté el factor d'ajust per posada en marxa y_α en funció de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ (1^a cas de l'expressió (4-27)). En l'apartat 5.2.2.1 s'ha obtingut la tensió de contacte admissible pel pinyó i per la roda, i el que s'utilitzarà pel càlcul del factor y_α és el que s'obté del pinyó ($\sigma_{H \text{ lím } 1}$). El motiu d'aquesta elecció és que en tot l'apartat 5.1.2.6 s'ha agafat com a referència els paràmetres del pinyó.

$$y_\alpha = \frac{160}{\sigma_{H \text{ lím } 1}} \cdot f_{pb} = \frac{160}{888,49} \cdot 16,51 = 2,97 \mu\text{m}$$

A continuació, s'ha de comprovar el valor límit que pot assolir el factor y_α sabent que la velocitat perifèrica v'_t és igual a 20,11 m/s (apartat 4.1.1.6) i el material de l'engranatge correspon amb l'abreviatura V.

$$y_{\alpha \text{ límit}} = \frac{6.400}{\sigma_{H \text{ lím } 1}} = \frac{6.400}{888,49} = 7,20 \mu\text{m} > 2,97 \mu\text{m} \rightarrow \text{No arriba al límit}$$

Com es pot veure, el valor calculat no sobrepassa el valor límit $y_{\alpha \text{ límit}}$, fent que el factor y_α sigui igual a 2,97 μm .

Seguidament, es substitueixen tots el valors obtinguts dels diferents factors que componen l'expressió (4-23) per tal d'obtenir el factor de càrrega transversal $K_{H\alpha}$.

$$K_{F\alpha} = 0,9 + 0,4 \sqrt{\frac{2 \cdot (\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma} \cdot \frac{c_{y\alpha}(f_{pb} - y_\alpha)}{F_{th}/b}}$$

$$K_{F\alpha} = 0,9 + 0,4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (3,2881 - 1)}{3,2881} \cdot \frac{20,31 \cdot (16,51 - 2,97)}{80.591,87/170}} = 1,17$$

Finalment, s'ha de comprovar que el factor de càrrega transversal $K_{F\alpha}$ no supera les condicions límits que marca l'expressió (4-28).

$$\begin{cases} \text{Si } K_{F\alpha} > \frac{\varepsilon_\gamma}{0,25 \cdot \varepsilon_\alpha + 0,75} \rightarrow K_{F\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{0,25 \cdot \varepsilon_\alpha + 0,75} \\ \text{Si } K_{F\alpha} < 1 \rightarrow K_{F\alpha} = 1 \end{cases} \quad (4-28)$$

Sabent que el factor de càrrega transversal $K_{F\alpha}$ no baixa del límit inferior, només queda comprovar el límit superior.

$$\frac{\varepsilon_{\gamma}}{0,25 \cdot \varepsilon_{\alpha} + 0,75} = \frac{3,2881}{0,25 \cdot 1,4301 + 0,75} = 2,97 > 1,17 \rightarrow \text{No supera el límit superior}$$

Així doncs, s'ha comprovat que el factor transversal al peu de la dent $K_{F\alpha}$ està dins dels límits establerts per la normativa ISO 6336-1, amb la qual cosa el seu valor és:

$$K_{F\alpha} = 1,17$$

4.1.3 Comparació dels mètodes i càlcul de la sol·licitació al peu de la dent

La finalitat d'aquest apartat és la de calcular i desglossar l'expressió de la sol·licitació de la dent causada per la flexió i realitzar una comparació horitzontal entre el mètode Henriot i la normativa ISO 6336.

Per poder fer aquesta comparació és necessari realitzar algunes modificacions a les expressions dels dos mètodes (expressió (4-29)), per tal que la comparació sigui coherent.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mètode Henriot} \rightarrow \sigma_{bi} = \frac{F_t}{b \cdot m_0} \cdot Y_{Fi} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot \frac{1}{K_A \cdot K_V \cdot K_M} \\ \text{Normativa ISO 6336} \rightarrow \sigma_{Fi} = \frac{F_t}{b \cdot m_0} \cdot Y_{Fi} \cdot Y_{Si} \cdot Y_{\beta} \cdot Y_{Bi} \cdot Y_{DT} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \end{array} \right. \quad (4-29)$$

L'únic factor que no necessita cap modificació és el factor d'inclinació o d'angle d'hèlix Y_{β} ja que és el mateix factor pels dos mètodes. Per altra banda, el factors de gruix de la llanta Y_{Bi} i de profunditat de la dent Y_{DT} són dos factors nous que afegeix la normativa ISO 6336.

Així doncs, a continuació s'enumeren les modificacions que s'han de realitzar:

1. Factor de forma.

Una de les versions anteriors de la normativa ISO 6336 explica que el factor de forma que es definia en aquesta corresponia al producte entre el factor de forma i el factor de recobriment del mètode Henriot. A més, és important destacar que la normativa ISO

6336 basa tots els càlculs del factor de forma en un engranatge virtual (o equivalent), ja que es disposa d'engranatges helocoidals; mentre que Henriot no.

D'aquesta manera, a la sol·licitació del mètode Henriot s'ha de realitzar la següent modificació:

$$Y'_{Fi}(\text{Henriot}) = Y_{Fi}(\text{Henriot}) \cdot Y_{\varepsilon}(\text{Henriot})$$

2. Factor de concentració tensions.

Com es pot observar a l'expressió (4-29), aquest factor de concentració de tensions apareix a la sol·licitació de la normativa ISO 6336, mentre que no ho fa a la del mètode Henriot.

Però, si s'analitza detalladament l'expressió (4-31) de la resistència a fatiga al peu de la dent del mètode Henriot es pot observar com apareix un factor de concentració de tensions Y_{Si} en el denominador de l'expressió. D'aquesta manera, per poder realitzar correctament la comparativa, la sol·licitació a flexió al peu de la dent ha d'anar multiplicada pel factor Y_{Si} que hi ha al denominador de la resistència a flexió al peu de la dent del mateix mètode. I això fa que a la resistència de l'expressió (4-31) desaparegui aquest factor de correcció de tensions Y_{Si} .

3. Factor de servei (Henriot) o d'aplicació (ISO 6336).

Tal i com s'observa a l'expressió (4-29), els dos mètodes defineixen un factor de servei o d'aplicació K_A , amb la peculiar diferència que en el mètode Henriot aquest es troba al denominador i a la ISO 6336 es defineix al numerador. Per tant, aquest factor K_A està definit a la inversa entre els mètodes.

Així doncs, a l'hora de comparar s'ha de fer la inversa del factor K_A d'un mètode per comparar-lo amb el de l'altre mètode. En aquest cas, es realitzarà la inversa del factor K_A del mètode Henriot ja que es troba al denominador.

$$K'_A(\text{Henriot}) = \frac{1}{K_A(\text{Henriot})}$$

4. Factor de velocitat (Henriot) o dinàmic (ISO 6336).

Al factor de velocitat o dinàmic K_V li succeeix el mateix que al factor de servei o d'aplicació explicat a la modificació 3, i es realitzarà la inversa d'aquest factor K_V del mètode Henriot.

$$K'_V (\text{Henriot}) = \frac{1}{K_V (\text{Henriot})}$$

5. Factor de distribució de la càrrega.

En primer lloc, al factor de distribució de la càrrega K_M li succeeix el mateix que al factor de servei o d'aplicació explicat a la modificació 3 però amb una lleu variació.

Aquesta lleu variació té en consideració els dos factors de càrrega que es defineixen a la ISO 6336, el factor de càrrega a al cara al peu de la dent $K_{F\beta}$ i el de càrrega transversal al peu de la dent $K_{F\alpha}$. Per tant, el factor de distribució de la càrrega K_M del mètode Henriot equival al producte dels factors $K_{F\beta}$ i $K_{F\alpha}$ de la normativa ISO 6336, amb la qual cosa es realitzaran les següents modificacions.

$$K'_M (\text{Henriot}) = \frac{1}{K_M (\text{Henriot})}$$

$$K_{MF} (\text{ISO 6336}) = K_{F\beta} (\text{ISO 6336}) \cdot K_{F\alpha} (\text{ISO 6336})$$

Així doncs, els diferents factors de la sol·licitació al peu de la dent causada per la flexió es comparen segons la Taula 14 i això provoca que la sol·licitació pels diferents mètodes s'expressi segons l'expressió (4-30).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mètode Henriot} \rightarrow \sigma_{bi} = \frac{F_t}{b \cdot m_0} \cdot Y_{Fi}' \cdot Y_{Si} \cdot Y_{\beta} \cdot K'_A \cdot K'_V \cdot K'_M \\ \text{Normativa ISO 6336} \rightarrow \sigma_{Fi} = \frac{F_t}{b \cdot m_0} \cdot Y_{Fi} \cdot Y_{Si} \cdot Y_{\beta} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{MF} \cdot Y_{Bi} \cdot Y_{DT} \end{array} \right. \quad (4-30)$$

Taula 14: Comparativa entre els factors de la sol·licitació al peu de la dent per la flexió [Font: elaboració pròpia]

Factors	Henriot	ISO 6336
Factor de forma	$Y_{Fi}' = Y_{Fi} \cdot Y_{\epsilon}$	Y_{Fi}
Factor de concentració o correcció de tensions	Y_{Si} (provinent del divisor de l'expressió de la resistència a fatiga)	Y_{Si}
Factor d'inclinació o d'angle d'hèlix	Y_{β}	Y_{β}
Factor de servei o d'aplicació	$K_A' = \frac{1}{K_A}$	K_A
Factor de velocitat o dinàmic	$K_V' = \frac{1}{K_V}$	K_V
Factor de distribució de la càrrega	$K_M' = \frac{1}{K_M}$	$K_{MF} = K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$
Factor de gruix de la llanta	-	Y_{Bi}
Factor de profunditat de la dent	-	Y_{DT}

Tenint en compte les modificacions recollides a la Taula 14 i l'expressió (4-30), a la Taula 15 es recullen els valors dels factors pels dos mètodes de càlcul, així com les sol·licitacions al peu de la dent causada per la flexió al pinyó i la roda.

Taula 15: Comparació dels factors i càlcul de la sol·licitació al peu de la dent [Font: elaboració pròpia]

	Henriot	ISO 6336
Factor de forma	$Y_{F1}' = 1,52$	$Y_{F1} = 1,16$
	$Y_{F2}' = 1,44$	$Y_{F2} = 1,19$
Factor de concentració de tensions	$Y_{S1} = 1,68$	$Y_{S1} = 2,30$
	$Y_{S2} = 1,88$	$Y_{S2} = 2,38$
Factor d'inclinació o d'angle d'hèlix	$Y_{\beta} = 0,79$	$Y_{\beta} = 0,85$
Factor de servei o d'aplicació	$K_A' = 1,25$	$K_A = 1,25$
Factor de velocitat o dinàmic	$K_V' = 1,75$	$K_V = 1,11$
Factor de distribució de la càrrega	$K_M' = 1,00$	$K_{MF} = 1,22$
Factor de gruix de la llanta	-	$Y_{B1} = Y_{B2} = 1,00$
Factor de profunditat de la dent	-	$Y_{DT} = 1,00$
Sol·licitació al peu de la dent causada per la flexió	$\sigma_{b1} = 157,39 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{F1} = 136,03 \text{ N/mm}^2$
	$\sigma_{b2} = 166,43 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{F2} = 145,27 \text{ N/mm}^2$

Analitzant els valors obtinguts de la sol·licitació es pot concloure que el mètode Henriot és lleugerament més conservador que el mètode que proposa la ISO 6336, ja que les sol·licitacions d'Henriot són superiors a la ISO 6336. D'aquesta manera, les diferències més notables es troben en els factors de forma, de concentració de tensions i el dinàmic. Pel que fa el factor de forma i el dinàmic, al mètode Henriot s'obtenen valors lleugerament majors a la ISO 6336, mentre que pel factor de concentració de tensions succeeix el contrari.

Això indica que els factors definits al mètode Henriot estan sobredimensionats respecte la ISO 6336 i això es justifica amb l'antiguitat del mètode Henriot. És a dir, fa mig segle es disposava de menys recursos d'assaig i de càlcul en engranatges, fent que aquesta incertesa incidís en valors més conservadors dels paràmetres de càlcul de la sol·licitació. Conseqüentment, la normativa ISO 6336, al disposar de molts més recursos, defineix els factors modificatius amb un nivell d'exactitud major al mètode Henriot.

4.2 Resistència a fatiga al peu de la dent per la flexió

La resistència a fatiga es defineix com la tensió resistent admissible que els engranatges són capaços de suportar i depèn de l'estat de càrrega en el qual estigui treballant. Com s'ha explicat anteriorment, s'analitzarà la situació on el motor treballa al 90% de la seva potència, ja que és la més desfavorable.

Per tant, en aquest apartat es calcularà la resistència a fatiga al peu de la dent per la flexió pels dos mètodes a estudiar, el mètode Henriot i la normativa ISO 6336.

Finalment, en aquest apartat es realitzarà una comparació per tal d'analitzar les similituds i diferències més significatives entre ambdós mètodes.

4.2.1 Mètode Henriot

El mètode Henriot defineix que la resistència a fatiga dels engranatges al peu de la dent ve determinada per l'expressió (4-31). Cal recordar que a partir d'ara el pinyó i la roda s'indicanen mitjançant els subíndexs 1 i 2, respectivament.

$$\sigma_{admi} = \sigma_{b \text{ lími}} \cdot K_{bLi} \cdot \left(\frac{k_c}{0,814}\right) \cdot \left(\frac{1,8}{Y_{Si}}\right) \quad (4-31)$$

On σ_{admi} és la resistència a fatiga de l'engranatge corresponent, $\sigma_{b \text{ lími}}$ és la resistència a fatiga límit, K_{bLi} és el factor de durada, k_c és el factor de probabilitat de fallada i Y_{Si} és el factor de concentració de tensions.

4.2.1.1 Resistència a fatiga $\sigma_{b \text{ lími}}$

La resistència $\sigma_{b \text{ lími}}$ correspon a la resistència a fatiga a flexió al peu de la dent quan es tenen les següents condicions de funcionament: una durada de 10^7 cicles, una probabilitat de fallada del 1% (fiabilitat del 99%), un coeficient de concentració de tensions al peu de la dent de $Y_s=1,8$ (valor mig per a dents tallats amb una cremallera normalitzada) i uns engranatges sotmesos a flexió unidireccional.

Quan les especificacions de funcionament no són les esmentades anteriorment, cal aplicar uns factors modificatius a aquesta resistència $\sigma_{b \text{ lími}}$ (aquests factors modificatius són els que s'han vist a l'expressió (4-31) de l'apartat 4.2.1).

A partir de la Figura 11 s'obté la resistència a fatiga $\sigma_{b \text{ lími}}$ en funció de la resistència a ruptura R_m en el nucli de la dent de l'engranatge. L'exercici acadèmic proporciona un rang de valor de la resistència a ruptura (Taula 1), però s'escollirà el valor més petit de cada engranatge ja que s'analitzarà el cas més desfavorable (quan menor és la R_m menor és la $\sigma_{b \text{ lími}}$, com es veu a la Figura 11).

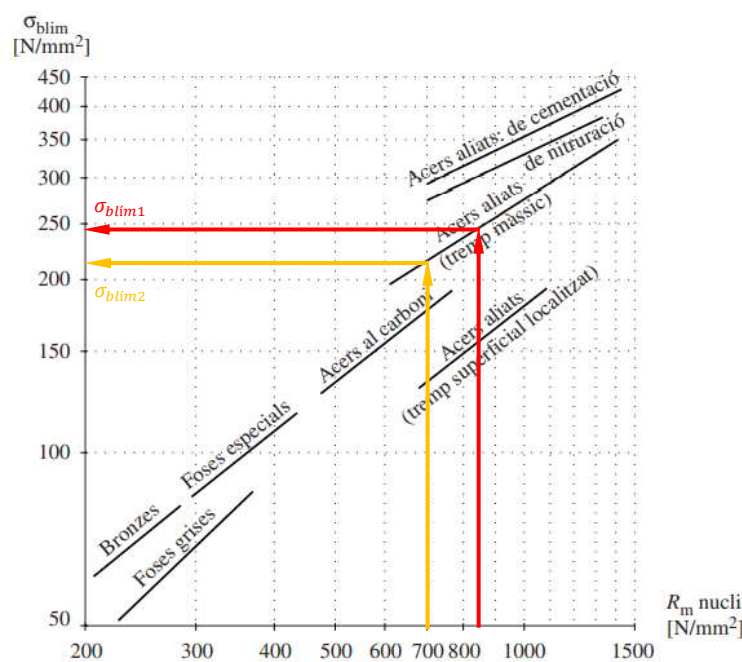


Figura 11: Obtenció de la resistència a fatiga de la dent $\sigma_{b \text{ lími}}$ per a diferents materials [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

Amb aquest criteri, s'obtenen les resistències a fatiga $\sigma_{b \text{ lími}}$ del pinyó ($R_m=850 \text{ N/mm}^2$ i acer aliat bonificat / tremp màssic) i de la roda ($R_m=700 \text{ N/mm}^2$ i acer aliat bonificat / tremp màssic).

$$\sigma_{b \text{ lími}1} = 245 \text{ N/mm}^2 \quad ; \quad \sigma_{b \text{ lími}2} = 220 \text{ N/mm}^2$$

4.2.1.2 Factor de durada K_{bLi}

El factor de durada K_{bLi} té en consideració el nombre de cicles que s'efectuen, ja que quan major és el nombre de cicles menor és la tensió de fatiga admissible i, consegüentment, menor serà aquest factor de durada. Tot i això, a partir d'un nombre concret de cicles la tensió

admissible es manté constant (i també el factor de durada). D'aquesta manera, tenint en compte el límit de fatiga que existeix s'obté a partir de l'expressió (4-32) aquest factor.

$$\begin{cases} K_{bLi} = \left(\frac{10^7}{N}\right)^{\frac{1}{10}} ; N \leq 10^9 \text{ cicles} \\ K_{bLi} = \left(\frac{10^7}{10^9}\right)^{\frac{1}{10}} = 0,63096 ; N > 10^9 \text{ cicles} \end{cases} \quad (4-32)$$

Tenir en compte que a l'apartat 4.2.1.1 s'ha comentat que la resistència a fatiga σ_{blim} varia si no es compleixen una sèrie d'especificacions, i una d'aquestes és que la durada ha de ser de 10^7 cicles. Com es pot veure a l'expressió (4-32), si es substitueix la condició de funcionament de 10^7 cicles, s'obté un factor de durada $K_{bL}=1$, tal i com s'esperava.

Al no conèixer els cicles que es duen a terme, se suposa el cas més desfavorable, el qual succeeix quan els engranatges treballen a vida infinita. Tenint en compte aquesta consideració i aplicant-la a l'expressió (4-32), s'obté el següent factor de durada K_{bL} .

$$N = \infty > 10^9 \text{ cicles} \rightarrow K_{bL1} = K_{bL2} = 0,63096$$

4.2.1.3 Factor de probabilitat de fallada k_c

El factor de probabilitat de fallada k_c té en consideració el nivell de fiabilitat que es desitja en els engranatges, i fa variar aquest factor en funció del nivell de fiabilitat desitjat (Taula 16).

Taula 16: Obtenció del factor de probabilitat de fallada k_c [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

Fiabilitat (%)	Factor de probabilitat de fallada k_c
50	1
90	0,897
95	0,868
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659
99,9999	0,62
99,99999	0,584

S'ha d'aplicar un factor modificatiu en el cas de no complir amb la condició de funcionament del 99% de fiabilitat. En el cas que es presenta la fiabilitat és del 99%, amb la qual cosa la

correcció referent a la probabilitat de fallada de l'expressió (4-31) s'anul·la. Així doncs, el factor de probabilitat de fallada k_c és:

$$k_c = 0,814$$

4.2.1.4 Factor de concentració de tensions Y_s

El factor de concentració de tensions Y_s es defineix com “la relació entre la tensió límit de fatiga polsant per a una proveta sense entallar i la tensió límit de fatiga a la dent considerada.”¹ La Figura 12 mostra els possibles valors del factor Y_s en funció del nombre de dents z_i o del nombre de dents equivalent (o virtuals) z_{vi} (en el cas de dentat helicoidal) i de les diferents cremalleres normalitzades (definides i identificades amb un número).

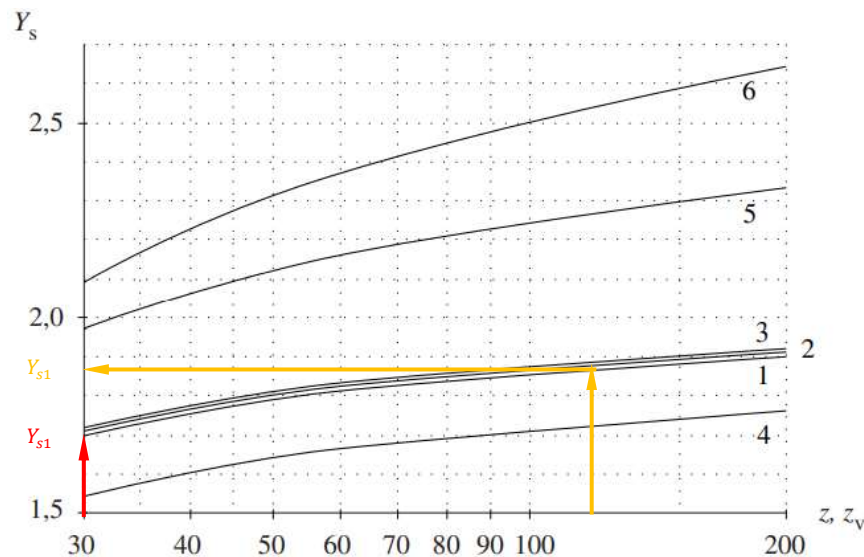


Figura 12: Obtenció del factor de concentració de tensions Y_s en funció del nombre de dents (z o z_v) per a les següents cremalleres normalitzades:

- | | |
|---|---|
| 1) $\alpha_0=20^\circ$; $h_{f0}/m_0=1,25$; $\rho_{f0}/m_0=0,38$ | 4) $\alpha_0=16^\circ$; $h_{f0}/m_0=1,55$; $\rho_{f0}/m_0=0,41$ |
| 2) $\alpha_0=18^\circ$; $h_{f0}/m_0=1,25$; $\rho_{f0}/m_0=0,36$ | 5) $\alpha_0=20^\circ$; $h_{f0}/m_0=7/6$; $\rho_{f0}/m_0=0,25$ |
| 3) $\alpha_0=16^\circ$; $h_{f0}/m_0=1,25$; $\rho_{f0}/m_0=0,34$ | 6) $\alpha_0=20^\circ$; $h_{f0}/m_0=1,25$; $\rho_{f0}/m_0=0,20$ |

[Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

Amb la hipòtesi que el tall de les dents dels engranatges s'ha realitzat amb una cremallera del tipus 1 i que el nombre de dents equivalent s'obté mitjançant l'Annex A.2, s'obtenen els següents factors de concentració de tensions:

$$z_{v1} = 29,06 \text{ dents} \rightarrow Y_{s1} = 1,68 ; \quad z_{v2} = 117,41 \text{ dents} \rightarrow Y_{s2} = 1,88$$

¹ Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)

4.2.2 ISO 6336-3

La 3^a part de la normativa ISO 6336 defineix que la màxima tensió de flexió que poden suportar els engranatges (resistència a fatiga) ve determinada per l'expressió (4-33).

$$\sigma_{FPi} = \frac{\sigma_{F \text{ lími}} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F \text{ mín}}} \cdot Y_{\delta \text{ rel-T}i} \cdot Y_{R \text{ rel-T}} \cdot Y_X \quad (4-33)$$

On σ_{FPi} és la tensió de flexió admissible de l'engrenatge (pinyó i roda), $\sigma_{F \text{ lími}}$ és la tensió de flexió admissible límit per a unes condicions de funcionament i dimensions de referència, Y_{ST} és el factor de concentració de tensions, Y_{NT} és el factor de durada, $S_{F \text{ mín}}$ és el factor de seguretat mínim per la durabilitat al peu de la dent, $Y_{\delta \text{ rel-T}}$ és el factor relatiu de sensibilitat de l'entalla, $Y_{R \text{ rel-T}i}$ és el factor de superfície relatiu i Y_X és el factor de mida.

4.2.2.1 Tensió de flexió admissible $\sigma_{F \text{ lími}}$

La tensió de flexió admissible $\sigma_{F \text{ lími}}$ és el mateix concepte que s'ha explicat a l'apartat 4.2.1.1. Aquesta tensió $\sigma_{F \text{ lími}}$ correspon a la tensió de flexió admissible σ_{FP} quan es donen les condicions de funcionament i dimensions de referència que mostra la Taula 17. Així mateix, en el cas que l'engrenatge no treballi en les condicions i les dimensions de la Taula 17, aquesta tensió de contacte admissible $\sigma_{F \text{ lími}}$ s'ha de corregir mitjançant uns factors modificatius tal i com es pot veure a l'expressió (4-33).

Taula 17: Condicions de funcionament i dimensions de referència de la tensió de flexió admissible $\sigma_{F \text{ lími}}$ [ISO 6336-5 (2016)]

Paràmetres	Valors
Angle de l'hèlix	$\beta_0 = 0^\circ (Y_\beta = 1)$
Mòdul	$m_0 = 3 - 5 \text{ mm} (Y_X = 1)$
Factor de correcció de tensions	$Y_{ST} = 2,0$
Paràmetre d'entalla	$q_{ST} = 2,5 (Y_{\delta \text{ rel-T}} = 1)$
Rugositat dels filets de les dents	$R_Z = 10 \mu\text{m} (Y_{R \text{ rel-T}} = 1)$
Grau de precisió de l'engrenatge	4 - 7 segons ISO 1328 - 1
Cremallera de referència	segons ISO 53
Amplada de l'engrenatge	$b = 10 - 50 \text{ mm}$
Factors d'influència de càrrega	$K_A = K_V = K_{F\beta} = K_{F\alpha} = 1$

D'aquesta manera, la tensió de flexió admissible $\sigma_{F \text{ lími}}$ s'obté a partir de l'expressió (4-34), la qual depèn únicament dels paràmetres A i B i de la duresa superficial de l'engrenatge (x). Els paràmetres A i B s'obtenen mitjançant la Taula 42 de l'Annex D, i la duresa superficial ha

d'estar expressada en unitats HV (Vickers). Per altra banda, les dureses superficials de la Taula 1 estan expressades en HB (Brinell), fent que les dureses en HV, una vegada feta la conversió; siguin de 284 HV pel pinyó (270 HB) i 237 HV per la roda (225 HB).

$$\sigma_{F \text{ lím}} = A \cdot x + B \quad (4-34)$$

Així doncs, l'obtenció dels paràmetres A i B de la Taula 42 (Annex D) depenen del material amb el que s'ha fabricat l'engranatge (Taula 41 de l'Annex C) i del grau de qualitat del material (ML, MQ i ME).

Sabent que els engranatges de l'exercici acadèmic estan fets d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*) i són del tipus acer aliat (*alloy steels*), tal i com s'ha definit a l'apartat 4.1.2.9; i suposant que el grau de qualitat és el més exigent (ME), degut a que la tasca que ha de realitzar l'engranatge requereix un alt grau de fiabilitat operativa; s'obtenen els següents paràmetres A i B en el cas de flexió:

$$\begin{cases} A = 0,358 \\ B = 231 \end{cases}$$

Substituint els dos paràmetres i les dureses superficials en HV d'ambdós engranatges a l'expressió (4-34), s'acaba obtenint la tensió de flexió admissible $\sigma_{F \text{ lím}}$ del pinyó i de la roda.

$$\sigma_{F \text{ lím}i} = A \cdot x + B$$

$$\begin{cases} \sigma_{F \text{ lím}1} = 0,358 \cdot 284 + 231 = 332,67 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{F \text{ lím}2} = 0,358 \cdot 237 + 231 = 315,85 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

4.2.2.2 Factor de correcció de tensions Y_{ST}

El factor de correcció de tensions Y_{ST} és un concepte similar al que s'ha explicat a l'apartat 4.1.2.2, el qual té en consideració la geometria de la dent a l'hora de distribuir les tensions.

Així doncs, mitjançant unes proves en engranatges estàndards de referència, la ISO 6336-5 determina que el factor de correcció de tensions, quan a l'arrel de la dent es tenen tensions límits; és equivalent a $Y_{ST} = 2,00$.

4.2.2.3 Factor de durada Y_{NT}

El factor de durada Y_{NT} té en consideració la major tensió a l'arrel de la dent que pot assumir l'engranatge per un determinat nombre de cicles, comparat amb la tensió permesa per a $3 \cdot 10^6$ cicles. El factor de durada del pinyó i de la roda seran diferents ja que el nombre de cicles que realitza cadascun és diferent al de l'altre (el pinyó fa més cicles que la roda).

La normativa ISO 6336-3 contempla dues alternatives per obtenir el factor de durada Y_{NT} , de la mateixa manera que ha fet amb altres factors. La primera alternativa és la gràfica mitjançant la Figura 13, mentre que la segona alternativa és a través de la Taula 19.

Taula 18: Grups de materials per a la Figura 13 [Font: ISO 6336-3 (2006)]

Grup	Materials
1	St, V, GGG, (perl., bai.), GTS (perl.)
2	Eh, IF (arrel)
3	GG, GGG (ferr.), NT, NV (nitr.)
4	NV (nitrocar.)

Consultar la Taula 42 de l'Annex C per desxifrar quin material correspon a cadascuna de les abreviacions que ofereix la Taula 18.

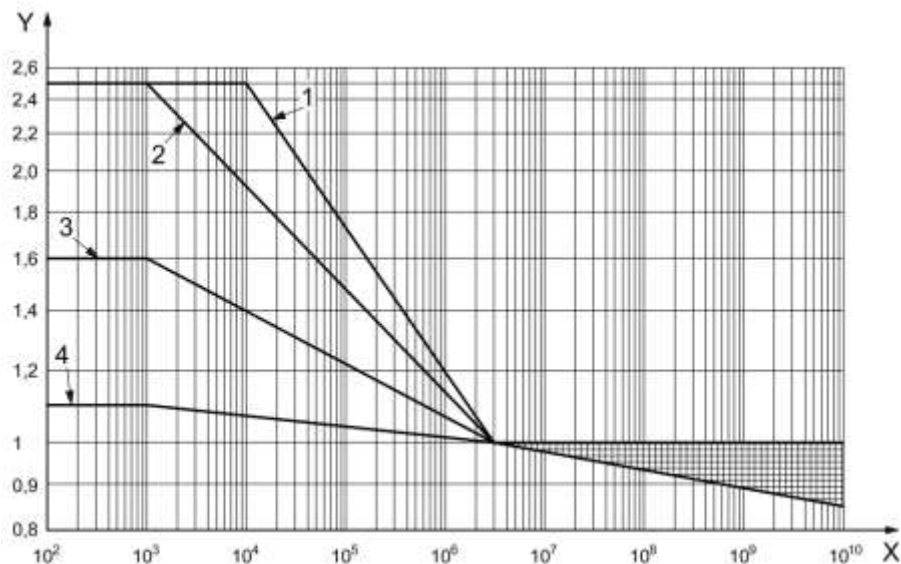


Figura 13: Obtenció del factor de durada Y_{NT} (Y) en funció del nombre de cicles (X) i del material de l'engranatge (1, 2, 3 o 4: consultar Taula 18) [Font: ISO 6336-3 (2006)]

Taula 19: Obtenició del factor de durada Y_{NT} [Font: ISO 6336-3 (2006)]

Material ^a	Number of load cycles, N_L	Life Factor, Y_{NT}
St, V, GGG (perf. bai.), GTS (perf.)	$N_L \leq 10^3$, static	2,5
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 ^b
Eh, IF (root)	$N_L \leq 10^3$, static	2,5
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 ^b
GG, GGG (ferr.), NT, NV (nitr.)	$N_L \leq 10^3$, static	1,5
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 ^b
NV (nitrocar.)	$N_L \leq 10^3$, static	1,1
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 ^b

^a See ISO 6336-1:2006, Table 2, for an explanation of the abbreviations used.
^b The lower value of Z_{NT} may be used for critical service, where pitting must be minimal. Values between 0,85 and 1,0 may be used for general purpose gearing. With optimum lubrication, material, manufacturing and experience 1,0 may be used.

Per tal d'obtenir un factor Y_{NT} més exacte, l'alternativa escollida és la de la Taula 19.

Es coneix que els engranatges de l'exercici acadèmic estan fets d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*) i són del tipus acer aliat (*alloy steels*), tal i com s'ha definit en l'apartat 4.1.2.9; amb la qual cosa els engranatges corresponen al grup 1 de la Taula 18.

Per altra banda, al no conèixer els cicles que es duen a terme se suposa el cas més desfavorable, quan els engranatges treballen a vida infinita. En cas que en la comprovació a fatiga superficial de l'apartat 4.3.2 es demostrï que l'engrenatge falla a fatiga, ja es calcularà el nombre de cicles abans de fallar. Aquesta consideració comporta que el valor del factor de durada del pinyó i de la roda siguin iguals.

Llavors, tenint en compte aquesta consideració i que el material dels engranatges formen part del grup 1, s'obté que el factor de durada Y_{NT} pot prendre un valor entre 0,85 i 1 (succeeix el mateix per a cada grup de material amb un nombre de cicle igual a 10^{10}). La Taula 20 mostra el criteri a seguir per seleccionar el valor més adient del factor de durada Y_{NT} .

Taula 20: Criteri de selecció del factor de durada Y_{NT} per a 10^{10} cicles [Font: ISO 6336-3 (2006)]

Criteri	Factor de durada Z_{NT}
Emprat per serveis crítics	0,85
Emprat per aplicacions de propòsit general	0,85-1
Emprat en condicions òptimes de lubricació, material, fabricació i experiència	1

Suposant que el motor del vaixell està dins del criteri d'aplicacions de propòsit general, se selecciona un valor intermedi dins del rang de 0,85-1.

$$Y_{NT} = 0,90$$

4.2.2.4 Factor de seguretat mínim $S_{F\ min}$

El factor de seguretat $S_{F\ min}$ es defineix com la tensió en excés que disposa l'engranatge, és a dir, per sobre de la seva sol·licitació.

El mètode Henriot no ha tingut en compte cap factor de seguretat en el càlcul i no el té definit en les seves expressions. Tanmateix, el mètode Henriot contempla que el seu dimensionant d'engranatges permet sobrecàrregues instantànies de fins a dos vegades la càrrega de càlcul. Per tal de poder realitzar correctament la comparació entre mètodes, es defineix un factor de seguretat de 1.

$$S_{F\ min} = 1$$

4.2.2.5 Factor relatiu de sensibilitat de l'entalla $Y_{\delta\ rel-T}$

El factor relatiu de sensibilitat de l'entalla $Y_{\delta\ rel-T}$ té en consideració la sensibilitat del material de l'engranatge a l'entalla de la dent. Així doncs, aquest factor depèn de la geometria de la dent i de paràmetres propis del material de l'engranatge, com poden ser la resistència a ruptura R_m , el límit elàstic R_p i el límit elàstic amb un 0,2% d'allargament $R_{p0,2}$.

A més, el factor $Y_{\delta\ rel-T}$ prendrà valors diferents pel pinyó i per la roda degut a la diferència entre els paràmetres geomètrics d'ambdós engranatges. La normativa ISO 6336 permet obtenir aquest factor mitjançant l'expressió (4-35).

$$Y_{\delta\ rel-Ti} = \frac{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*_i}}{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*_T}} \quad (4-35)$$

On ρ' és el gruix de la capa de lliscament, el qual s'obté a partir de la Taula 21; χ^* és el gradient relatiu de tensió, el qual es calcula a partir de l'expressió (4-36); i χ^*_T és el gradient relatiu de tensió per un test de referència estàndard, el qual es calcula mitjançant una variació de l'expressió (4-36).

$$\chi^*_i = \chi^*_p \cdot (1 + 2 \cdot q_{si}) \quad (4-36)$$

Taula 21: Obtenció del valor del gruix de la capa de lliscament ρ' [Font: ISO 6336-3 (2006)]

Item	Material ^a	ρ'^b [mm]
1	GG $\sigma_B = 150 \text{ N/mm}^2$	0,312 4
2	GG, GGG (ferr.); $\sigma_B = 300 \text{ N/mm}^2$	0,309 5
3	NT, NV; for all hardness	0,100 5
4	St; $\sigma_B = 300 \text{ N/mm}^2$	0,083 3
5	St; $\sigma_B = 400 \text{ N/mm}^2$	0,044 5
6	V, GTS, GGG (perf. bai.); $\sigma_B = 500 \text{ N/mm}^2$	0,028 1
7	V, GTS, GGG (perf. bai.); $\sigma_B = 600 \text{ N/mm}^2$	0,019 4
8	V, GTS, GGG (perf. bai.); $\sigma_{B,2} = 800 \text{ N/mm}^2$	0,006 4
9	V, GTS, GGG (perf. bai.); $\sigma_{B,2} = 1000 \text{ N/mm}^2$	0,001 4
10	Eh, IF (root); for all hardness	0,003 0

^a See ISO 6336-1:2006, Table 2, for an explanation of the abbreviations used.
^b For the same category of material the given values of ρ' can be interpolated for other values of σ_B , σ_S or $\sigma_{S0,2}$ (σ_{S1})

On el paràmetre χ^*_p pren un valor de 1/5 i el paràmetre d'entalla pren els valors obtinguts en l'apartat 4.1.2.2 ($q_{s1} = 2,59$ i $q_{s2} = 3,00$).

Per altra banda, el gradient χ^*_T s'obté modificant el paràmetre d'entalla q_{si} pel paràmetre d'entalla del test de referència estàndard q_{sT} , el qual pren un valor de 2,5.

D'aquesta manera, en primer lloc es determina el gruix de la capa de lliscament ρ' . Es coneix que els engranatges de l'exercici acadèmic estan fets d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*) i són del tipus acer aliat (*alloy steels*), tal i com s'ha definit a l'apartat 4.1.2.9; amb la qual cosa només s'han d'analitzar les quatre categories de material compreses entre la categoria 6 i la 9 de la Taula 21. De la mateixa manera que ha succeït en altres apartats, l'exercici acadèmic no proporciona tota les dades necessàries per realitzar els càlculs, com són el límit elàstic R_p (a la Taula 21 es representa amb σ_S) i el límit elàstic amb un 0,2% d'allargament $R_{p0,2}$ (a la Taula 21 es representa amb $\sigma_{S0,2}$); amb la qual cosa a continuació es realitzaran diverses suposicions.

Coneixent la resistència a ruptura d'ambdós engranatges a partir de la Taula 1 ($R_{m1} = 850\text{-}950 \text{ N/mm}^2$ i $R_{m2} = 700\text{-}800 \text{ N/mm}^2$; a la Taula 21 es representa amb σ_B), es descarten les categories 8 i 9 de la Taula 21, ja que els valors de resistència a ruptura dels engranatges coincideixen o són superiors al límit elàstic $R_{p0,2}$

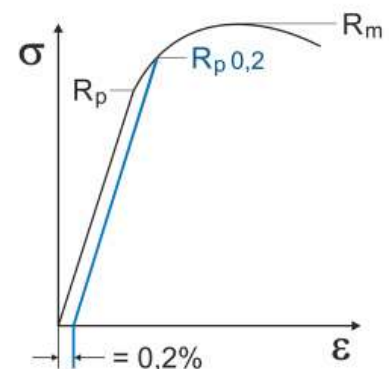


Figura 14: Gràfica tensió-allargament [Font: Gutekunst Info (2021)]

d'aquestes dues categories. En la majoria de materials d'acer la resistència a ruptura R_m és superior al límit elàstic amb un 0,2% d'allargament $R_{p0,2}$, mentre que aquest últim és lleugerament superior al límit elàstic R_p , tal i com s'observa en l'exemple de la gràfica tensió-allargament de la Figura 14.

Així doncs, només queden analitzar les categories 6 i 7 ja que són les úniques que són vàlides. Però, al desconèixer el valor exacte del límit elàstic R_p de cada engranatge, es realitzarà una mitjana aritmètica d'aquestes dues categories.

$$\rho' = \frac{0,0281 + 0,0194}{2} = 0,0238$$

En segon lloc, es determina el gradient relatiu de tensió χ^* a partir de l'expressió (4-36), mentre que el gradient relatiu de tensió per un test de referència estàndard χ^*_T es determina mitjançant la modificació de l'expressió (4-36) esmentada anteriorment.

$$\chi^*_1 = \chi^*_p \cdot (1 + 2 \cdot q_{s1}) = \frac{1}{5} \cdot (1 + 2 \cdot 2,59) = 1,23$$

$$\chi^*_2 = \chi^*_p \cdot (1 + 2 \cdot q_{s2}) = \frac{1}{5} \cdot (1 + 2 \cdot 3,00) = 1,40$$

$$\chi^*_T = \chi^*_p \cdot (1 + 2 \cdot q_{sT}) = \frac{1}{5} \cdot (1 + 2 \cdot 2,5) = 1,20$$

Una vegada s'ha calculat aquests valors, s'introdueixen a l'expressió (4-35) per tal d'obtenir factor relatiu de sensibilitat de l'entalla $Y_{\delta rel-T}$ per a cada engranatge.

$$Y_{\delta rel-T1} = \frac{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*_1}}{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*_T}} = \frac{1 + \sqrt{0,0238 \cdot 1,23}}{1 + \sqrt{0,0238 \cdot 1,20}} = \mathbf{1,00}$$

$$Y_{\delta rel-T2} = \frac{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*_2}}{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*_T}} = \frac{1 + \sqrt{0,0238 \cdot 1,40}}{1 + \sqrt{0,0238 \cdot 1,20}} = \mathbf{1,01}$$

4.2.2.6 Factor de superfície relatiu $Y_{R\ rel-T}$

El factor de superfície relatiu $Y_{R\ rel-T}$ té en consideració com afecta la superfície de l'engrenatge a la tensió a l'arrel de la dent. Així doncs, aquest factor depèn del material de fabricació dels engranatges, el qual s'ha definit a l'apartat 4.1.2.9 (material amb abreviatura V segons la Taula 41 de l'Annex C), i de la rugositat de la dent de l'engrenatge R_Z , la qual s'ha calculat a l'apartat 5.2.2.6 ($R_Z = 6\ \mu\text{m}$).

A més, el factor $Y_{R\ rel-T}$ prendrà el mateix valor pel pinyó i per la roda degut a que estan fabricats amb la mateixa categoria de material i amb la mateixa rugositat R_Z . Així doncs, seguint la tendència d'altres apartats, es contempen dues alternatives per obtenir el factor $Y_{R\ rel-T}$ a partir de la normativa ISO 6336-3. La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 15, mentre que la segona alternativa és analítica a través de l'expressió (4-37), per quan la rugositat $R_Z < 1\ \mu\text{m}$; o l'expressió (4-38), per quan $1\ \mu\text{m} \leq R_Z \leq 40\ \mu\text{m}$.

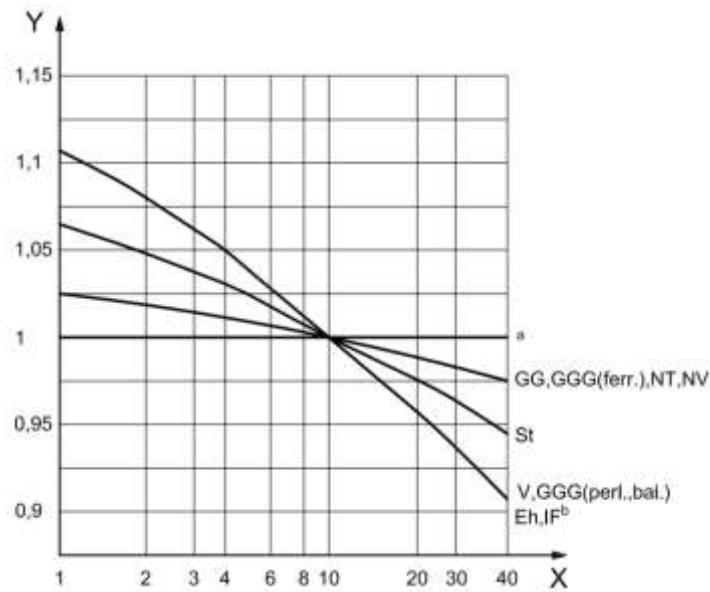


Figura 15: Obtenció del factor de superfície relatiu $Y_{R\ rel-T}$ (Y) en funció de la rugositat R_Z (X) i del material de l'engrenatge [Font: ISO 6336-3 (2006)]

$$\begin{cases} \text{Si } V, GGG (\text{perl.}, \text{bai.}), Eh \text{ i } IF (\text{arrel}) \rightarrow Y_{R\ rel-T} = 1,12 \\ \text{Si } St \rightarrow Y_{R\ rel-T} = 1,07 \\ \text{Si } GG, GGG (\text{ferr.}), NT \text{ i } NV \rightarrow Y_{R\ rel-T} = 1,025 \end{cases} \quad (4-37)$$

$$\begin{cases} \text{Si } V, GGG (\text{perl.}, \text{bai.}), Eh \text{ i } IF (\text{arrel}) \rightarrow Y_{R\ rel-T} = 1,674 - 0,529 \cdot (R_Z + 1)^{0,1} \\ \text{Si } St \rightarrow Y_{R\ rel-T} = 5,306 - 4,203 \cdot (R_Z + 1)^{0,01} \\ \text{Si } GG, GGG (\text{ferr.}), NT \text{ i } NV \rightarrow Y_{R\ rel-T} = 4,299 - 3,259 \cdot (R_Z + 1)^{0,0058} \end{cases} \quad (4-38)$$

De la mateixa manera que s'ha estat fent al llarg del treball, per tal d'obtenir un factor $Y_{R\ rel-T}$ més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix l'expressió (4-38), ja que la rugositat superficial dels engranatges és de $R_Z = 6 \mu\text{m}$. I sabent que el material dels engranatges és el definit amb l'abreviatura V, s'acaba obtenint el següent factor de superfície relatiu $Y_{R\ rel-T}$:

$$Y_{R\ rel-T} = 1,674 - 0,529 \cdot (R_Z + 1)^{0,1} = 1,674 - 0,529 \cdot (6 + 1)^{0,1} = \mathbf{1,03}$$

4.2.2.7 Factor de mida Y_X

El factor de mida Y_X té en consideració la influència de la mida de l'engranatge en la qualitat del material. En altres paraules, el factor Y_X analitza el col·lapse del material a fatiga en funció de la seva mida, i l'obtenció d'aquest factor depèn del material de l'engranatge i del mòdul normal m_0 . Per tant, el factor Y_X prendrà el mateix valor pel pinyó i per la roda degut a que estan fabricats amb el mateix material i presenten el mateix mòdul normal ($m_0 = 9 \text{ mm}$).

La normativa ISO 6336-3 contempla dues alternatives per obtenir el factor Y_X . La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 16, mentre que la segona alternativa és analítica a través de la Taula 22.

Taula 22: Obtenció del factor Y_X en funció del mòdul m_0 i del material [Font: ISO 6336-3 (2006)]

Material ^a		Normal module, m_n	Size factor, Y_X
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.)	For 3×10^6 cycles	$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 30$	$Y_X = 1,03 - 0,006 m_n$
		$30 \leq m_n$	$Y_X = 0,85$
Eh, IF (root), NT, NV	For 3×10^6 cycles	$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 25$	$Y_X = 1,05 - 0,01 m_n$
		$25 \leq m_n$	$Y_X = 0,8$
GG, GGG (ferr.)	For 3×10^6 cycles	$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 25$	$Y_X = 1,075 - 0,015 m_n$
		$25 \leq m_n$	$Y_X = 0,7$
All materials for static stress		—	$Y_X = 1,0$

^a See ISO 6336-1:2006, Table 2 for an explanation of the abbreviations used.

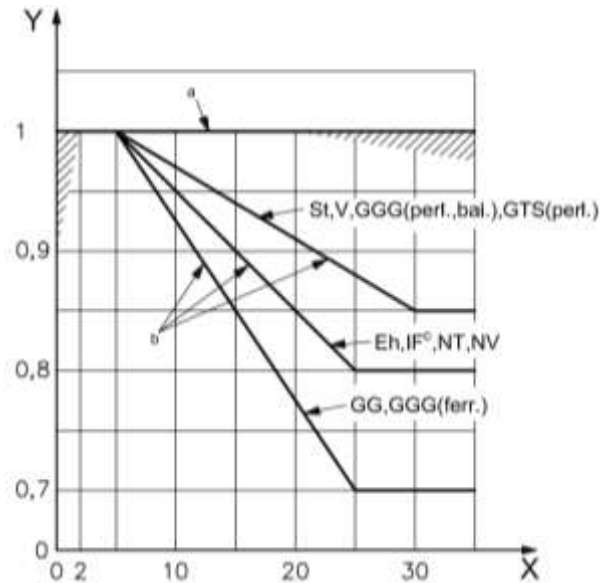


Figura 16: Obtenció del factor de mida Y_X en funció del mòdul m_0 (X) i del material de l'engranatge [Font: ISO 6336-3 (2006)]

De la mateixa manera que s'ha estat fent al llarg del treball, per tal d'obtenir un factor Y_X més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix Taula 22. Així doncs, sabent que el material dels engranatges és defineix a partir de l'abreviatura V i que el mòdul normal $m_0 = 9$ mm, s'obté el factor de mida Y_X .

$$Y_X = 1,03 - 0,006 \cdot m_0 = 1,03 - 0,006 \cdot 9 = 0,98$$

4.2.3 Comparació dels mètodes i càlcul de la resistència a fatiga al peu de la dent

La finalitat d'aquest apartat és la de calcular i desglossar l'expressió de la resistència de la dent causada per la flexió i realitzar una comparació horitzontal entre el mètode Henriot i la normativa ISO 6336.

Seguint l'estratègia de la comparació de la sol·licitació de l'apartat 4.1.3, s'ha de realitzar una modificació a l'expressió (4-31) de la resistència a fatiga del mètode Henriot, la qual ja s'ha comentat amb anterioritat a la modificació 2 de l'apartat 4.1.3. Aquesta modificació fa referència al factor de concentracions de tensions Y_{Si} que apareix al denominador de l'expressió (4-31), el qual passa multiplicat a la sol·licitació al peu de la dent d'aquest mètode Henriot. Això succeeix com a conseqüència de disposar del factor de correcció de tensions Y_{Si} (mateix concepte que el factor de concentració de tensions definit al mètode Henriot) a la

sol·licitació de la normativa ISO 6336, fent que per dur a terme una comparació correcte i coherent s'hagi de passar multiplicant aquest factor Y_{Si} a la sol·licitació del mètode Henriot. Conseqüentment, a l'expressió (4-31) desapareix aquest factor de correcció de tensions Y_{Si} .

Així doncs, l'expressió (4-39) recopila la resistència a fatiga dels dos mètodes aplicant aquesta modificació.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mètode Henriot} \rightarrow \sigma_{admi} = \sigma_{b \text{ lími}} \cdot K_{bLi} \cdot \left(\frac{k_c}{0,814} \right) \cdot 1,8 \\ \text{Normativa ISO 6336} \rightarrow \sigma_{FPi} = \frac{\sigma_{F \text{ lími}} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F \text{ mín}}} \cdot Y_{\delta \text{ rel-Ti}} \cdot Y_{R \text{ rel-T}} \cdot Y_X \end{array} \right. \quad (4-39)$$

Seguidament, es realitzarà un anàlisi per detectar quins són els factors que es poden comparar entre els dos mètodes i quins són els que afegeix la normativa ISO 6336.

En primer lloc, la resistència a fatiga $\sigma_{b \text{ lími}}$ (Henriot) i la tensió de flexió admissible $\sigma_{F \text{ lími}}$ (ISO 6336) equivalen al mateix concepte, ja que ambdues calculen la tensió resistent admissible que els engranatges són capaços de suportar (consultar apartats 4.2.1.1 i 4.2.2.1).

En segon lloc, el factor de durada K_{bLi} (Henriot) equival al factor de durada Y_{NT} (ISO 6336), ja que les descripcions dels factors són idèntiques (consultar apartats 4.2.1.2 i 4.2.2.3).

En tercer lloc, el factor de probabilitat de fallada k_c del mètode Henriot és un factor que no incorpora la normativa ISO 6336, amb la qual cosa no es pot comparar. A més, al tenir una fiabilitat del 99% s'assoleix un factor k_c de 0,814, fent que tot el coeficient que correspon al parèntesi sigui la unitat.

En quart lloc, es pot observar que al mètode Henriot apareix un coeficient multiplicatiu igual a 1,8. Aquest correspon al valor mig del coeficient de concentració de tensions Y_S que s'obté per a la cremallera normalitzada de generació més usual (cremallera 1 de la Figura 12), i no varia molt amb el nombre de dents. D'aquesta manera, aquest coeficient del mètode Henriot equival al factor de correcció de tensions Y_{ST} de la ISO 6336, donat que aquest s'obté mitjançant unes proves en engranatges estàndards de referència i el seu valor és constant, independentment del nombre de dents ($Y_{ST} = 2,00$).

En cinquè lloc, el factor de seguretat $S_{F \text{ mín}}$ és un coeficient de seguretat mínim que no inclou el mètode Henriot. Tal i com s'ha comentat a l'apartat 4.2.2.4, no té sentit donar-li un valor al factor de seguretat ja que en el mètode Henriot no s'ha tingut en compte cap factor de

seguretat en el càlcul, i per això es defineix un factor de seguretat de 1. D'aquesta manera, al ser un valor unitari no és un factor que s'hagi de tenir en compte.

En sisè lloc, la normativa ISO 6336 afegeix 3 factors nous respecte el mètode Henriot en el càlcul de la resistència a fatiga, els quals són el factor relatiu de sensibilitat de l'entalla $Y_{\delta rel-Ti}$, el de superfície relatiu $Y_{R rel-T}$ i el de mida Y_X . Aquests corresponen a factors que s'han estudiat a l'assignatura de Tecnologia de Màquines, en concret al tema referent a fallada a fatiga, on aquests factors modificatius són alguns dels que defineixen el límit a fatiga d'una peça. Per ser més específics el factor relatiu de sensibilitat de l'entalla $Y_{\delta rel-Ti}$ de la ISO 6336 correspon al factor de sensibilitat a l'entalla q , el factor de superfície relatiu $Y_{R rel-T}$ correspon al factor d'acabat superficial k_s i el factor de mida Y_X correspon al factor de grandària k_d .

D'aquesta manera, afegir aquests factors a la ISO 6336 suposa una evolució del càlcul de la resistència a fatiga ja que permet obtenir un valor més realista.

Així doncs, els diferents factors de la resistència a fatiga al peu de la dent causada per la flexió es comparen segons la Taula 23.

Taula 23: Comparativa entre els factors de la resistència a fatiga al peu de la dent causada per la flexió [Font: elaboració pròpia]

Factors	Henriot	ISO 6336
Tensió de flexió admissible	$\sigma_b \text{ lími}$	$\sigma_F \text{ lími}$
Factor de durada	K_{bLi}	Y_{NT}
Factor de probabilitat de fallada	k_c	-
Factor de correcció de tensions	1,8	Y_{ST}
Factor relatiu de sensibilitat de l'entalla	-	$Y_{\delta rel-Ti}$
Factor de superfície relatiu	-	$Y_{R rel-T}$
Factor de mida	-	Y_X

Tenint en compte els diferents factors dels dos mètodes recollits a la Taula 23 i les expressions del càlcul de la resistència a fatiga recollides a l'expressió (4-39), a la Taula 24 es recullen els valors dels factors pels dos mètodes de càlcul, així com les resistències a fatiga al peu de la dent causada per la flexió al pinyó i la roda.

Taula 24: Comparació dels factors i càlcul de la resistència a fatiga al peu de la dent [Font: elaboració pròpia]

	Henriot	ISO 6336
Tensió de flexió admissible	$\sigma_{b \text{ lím1}} = 245,00 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{F \text{ lím1}} = 332,67 \text{ N/mm}^2$
	$\sigma_{b \text{ lím2}} = 220,00 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{F \text{ lím2}} = 315,85 \text{ N/mm}^2$
Factor de durada	$K_{bL1} = K_{bL2} = 0,63096$	$Y_{NT} = 0,90$
Factor de probabilitat de fallada	$k_c = 0,814$	-
Factor de correcció de tensions	1,8	$Y_{ST} = 2,00$
Factor relatiu de sensibilitat de l'entalla	-	$Y_{\delta \text{ rel-T1}} = 1,00$
		$Y_{\delta \text{ rel-T2}} = 1,01$
Factor de superfície relatiu	-	$Y_{R \text{ rel-T}} = 1,03$
Factor de mida	-	$Y_X = 0,98$
Resistència a fatiga al peu de la dent causada per la flexió	$\sigma_{adm1} = 278,25 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{FP1} = 604,00 \text{ N/mm}^2$
	$\sigma_{adm2} = 249,86 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{FP2} = 578,96 \text{ N/mm}^2$

Analitzant els valors obtinguts de la resistència es pot observar una gran diferència en el resultat obtingut en els dos mètodes.

En primer lloc, cal comentar que els 3 factors que afegeix la ISO 6336 respecte el mètode Henriot no són significatius en aquesta gran diferència esmentada, ja que aquests prenen valors molt pròxims a la unitat. Llavors, on realment s'ha generat aquesta diferència substancial ha estat en els valors de la tensió de flexió admissible i del factor de durada.

En aquest primer, amb la normativa ISO 6336 s'obtenen tensions de flexió admissible 100 N/mm^2 més gran que amb el mètode Henriot, fent que sigui la principal font d'aquesta diferència. A més, si aquesta diferència ja és gran de per si, ho és més després d'aplicar els diferents factors modificatius.

En el segon factor diferencial, s'observa que el factor de durada al mètode Henriot és inferior al de la normativa ISO 6336. Tenint en compte la gran diferència entre les tensions de flexió admissible, aquest factor de durada fa més gran aquesta diferència.

D'aquesta manera, es pot concloure que el principal factor diferencial és el que introdueix la tensió de flexió admissible. Per tant, es pot dir que la normativa ISO 6336 proposa resultats de la resistència a fatiga majors que el mètode Henriot, probablement com a conseqüència de l'experiència i recursos de càlcul disponibles a l'actualitat en comparació amb la de fa 50 anys.

4.3 Comprovació i estimació de vida

La comprovació de la vida té la finalitat de determinar si s'assolirà una vida a fatiga infinita o finita. Per tant, es realitzarà la comparació entre la sol·licitació i la resistència al peu de la dent dels dos engranatges.

Per tant, en aquest apartat es calcularà la vida que tindran els engranatges quan es genera fatiga al peu de la dent per la flexió pels dos mètodes a estudiats, el mètode Henriot i la normativa ISO 6336.

Finalment, en aquest apartat es realitzarà una comparació per tal d'analitzar les similituds i diferències més significatives entre ambdós mètodes.

4.3.1 Mètode Henriot

La comprovació de la vida es realitza comparant la sol·licitació σ_{bi} i la resistència σ_{admi} a fatiga al peu de la dent dels dos engranatges (pinyó i roda) i a partir de l'expressió (4-40) es determinarà quina vida tindran els engranatges.

$$\begin{cases} \sigma_{bi} < \sigma_{admi} \rightarrow \text{Vida infinita} \\ \sigma_{bi} > \sigma_{admi} \rightarrow \text{Vida finita} \end{cases} \quad (4-40)$$

Per tant, el primer pas és determinar que si la vida serà infinita o no. En cas que així sigui, el càlcul de la vida s'acabarà aquí, mentre que en el cas contrari, s'haurà de fer una sèrie de càlculs per estimar la vida.

Així doncs, seguint l'expressió (4-40), es comprova que tant el pinyó com la roda tenen una vida infinita a fatiga pel que fa al peu de la dent, ja que la sol·licitació que rep la dent és inferior a la que pot arribar a suportar. Per tant, a fatiga al peu de la dent els dos engranatges podran aguantar les 25.000 hores de funcionament.

$$\text{Pinyó} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{b1} = 157,39 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{adm1} = 278,25 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_{b1} < \sigma_{adm1} \rightarrow \text{Vida infinita}$$

$$\text{Roda} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{b2} = 166,43 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{adm2} = 249,86 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_{b2} < \sigma_{adm2} \rightarrow \text{Vida infinita}$$

4.3.2 ISO 6336-3

La comprovació de la vida es realitza comparant la sol·licitació σ_{Fi} i la tensió admissible σ_{FPi} a fatiga al peu de la dent dels dos engranatges (pinyó i roda) i a partir de l'expressió (4-41) es determinarà quina vida tindran els engranatges.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{Fi} < \sigma_{FPi} \rightarrow \text{Vida infinita} \\ \sigma_{Fi} > \sigma_{FPi} \rightarrow \text{Vida finita} \end{array} \right. \quad (4-41)$$

Per tant, el primer pas és determinar que si la vida serà infinita o no. En cas que així sigui, el càlcul de la vida s'acabarà aquí, mentre que en el cas contrari, s'haurà de fer una sèrie de càlculs per estimar la vida.

Així doncs, seguint l'expressió (4-41), es comprova que tant el pinyó com la roda tenen una vida infinita a fatiga pel que fa al peu de la dent, ja que la sol·licitació que rep la dent és inferior a la que pot arribar a suportar. Per tant, a fatiga al peu de la dent els dos engranatges podran aguantar les 25.000 hores de funcionament.

$$\text{Pinyó} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{F1} = 136,03 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{FP1} = 604,00 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_{F1} < \sigma_{FP1} \rightarrow \text{Vida infinita}$$

$$\text{Roda} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{F2} = 145,27 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{FP2} = 578,96 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_{F2} < \sigma_{FP2} \rightarrow \text{Vida infinita}$$

4.3.3 Comparació dels mètodes

Si es comparen ambdós mètodes de càlcul, s'observa que pels dos s'assoleix vida infinita a fatiga al peu de la dent. Tal i com s'ha esmentat a l'apartat 4.2.3, la diferència més notable ha estat amb la resistència a fatiga entre el mètode Henriot i la ISO 6336. Degut a això, la vida infinita amb el mètode de la ISO 6336 es pot assegurar amb major rotunditat ja que els

coeficients de seguretat que s'obtenen són substancialment majors als del mètode Henriot, tal i com es pot observar a la Taula 25.

Taula 25: Coeficients de seguretat dels engranatges [Font: elaboració pròpia]

Coeficient de seguretat	Henriot	ISO 6336
Pinyó c_{s1}	1,77	4,44
Roda c_{s2}	1,50	3,99

5 FATIGA SUPERFICIAL

Els principals modes de fallada en engranatges són els causats per la fatiga causada per la flexió en el peu de la dent i la fatiga causada per la pressió superficial, anomenat també fallada per picat. El primer s'ha explicat en detall a l'apartat 4 i el segon fenomen s'explica en aquest apartat 5, en el qual s'analitzarà la fatiga que es genera en les superfícies de contacte de les dents dels engranatges quan hi actua una força normal a aquestes superfícies. L'estudi referent a aquesta pressió superficial que es genera en les superfícies de contacte es basa en la pressió de Hertz.

Així doncs, en primer lloc es realitzaran els càlculs pertinents de la sol·licitació dels flancs de les dents mitjançant una sèrie de supòsits pels dos mètodes a estudiar (apartat 5.1). Seguidament es calcularà la resistència a fatiga superficial dels flancs de les dents pels dos mètodes (apartat 5.2) i es realitzarà una comprovació de si hi haurà fallada a fatiga (apartat 5.3). D'aquesta manera, es coneixerà el comportament de les rodes pel que fa referència a la seva vida.

5.1 Sol·licitació causada per la pressió superficial

La sol·licitació es defineix com la tensió que rep l'engrenatge quan està realitzant la seva activitat, i aquesta depèn de l'estat de càrrega en el qual estigui treballant. Com s'ha explicat anteriorment a l'apartat 3, s'analitzarà la situació on el motor treballa al 90% de la seva potència, ja que és la més desfavorable.

En aquest apartat es calcularà la sol·licitació causada per la pressió superficial (o de Hertz) als flancs de les dents pels dos mètodes a estudiar, el mètode Henriot i la normativa ISO 6336. Cal recordar que la ISO 6336 és una normativa bastant actual i és una evolució del mètode Henriot, el qual és un mètode antic de l'any 1968.

Finalment, en aquest apartat es realitzarà una comparació per tal d'analitzar les similituds i diferències més significatives entre ambdós mètodes.

5.1.1 Mètode Henriot

El mètode Henriot defineix que la sol·licitació dels flancs de les dents dels engranatges causada per la pressió superficial ve determinada per l'expressió (5-1). Cal recordar que totes les expressions que s'utilitzen en el mètode Henriot es basen en la formulació de Hertz i aquesta varia en funció del tipus d'engranatges. En engranatges helicoidals, referent al cas que s'està estudiant, es considera una secció normal al flanc de les dents i es realitza una aproximació del contacte lineal dels flancs de les dents en el contacte de dos cons equivalents.

Cal tenir present que el contacte entre ambdues superfícies dels engranatges provoca que la deformació elàstica generi una superfície de contacte plana, és a dir, que es deforma la mateixa superfície del pinyó i de la roda. D'aquesta manera, al generar-se la mateixa superfície plana de contacte pels dos engranatges, es produirà la mateixa pressió superficial (o de Hertz) a ambdues rodes.

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F'_t}{b \cdot d'_1} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \frac{1}{K_A \cdot K_V \cdot K_M}} \cdot Z_C \cdot Z_E \cdot Z_\beta \quad (5-1)$$

On σ_H és la sol·licitació de l'engranatge (pinyó i roda), F'_t és la força tangencial en el cercle de funcionament, b és l'amplada de l'engranatge, d'_1 és el diàmetre de funcionament del pinyó, i és la relació de transmissió, K_A és el factor de servei, K_V és el factor de velocitat, K_M és el factor de distribució de la càrrega, Z_C és el factor geomètric, Z_E és el factor de material i Z_β és el factor de recobriment.

Els factors de servei K_A , de velocitat K_V i de distribució de la càrrega K_M són factors coneguts, ja que s'han calculat prèviament als apartats 4.1.1.5, 4.1.1.6 i 4.1.1.7, respectivament.

5.1.1.1 Força tangencial en el cercle de funcionament F'_t

Sabent quina és l'expressió de la sol·licitació (5-1), en primer lloc es calcula la força tangencial en el cercle de funcionament F'_t . A partir de l'esquema representat a la Figura 17, el qual mostra una representació del pinyó i la roda entre els seus diàmetres de funcionament, i sabent que M_{t1} és el parell que transmet el pinyó, es dedueix que la força tangencial es calcula segons l'expressió (5-2).

$$F'_t = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d'_1} \quad (5-2)$$

Tenint el valor del diàmetre de funcionament del pinyó (Annex A.9) i el parell que transmet, que és el que s'ha decidit a l'apartat 3, s'obté el valor de la força tangencial en el cercle de funcionament a partir de l'expressió (5-2):

$$F'_t = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d'_1} = \frac{2 \cdot 6.445,78}{240,08 \cdot 10^{-3}} = 53.696,59 \text{ N}$$

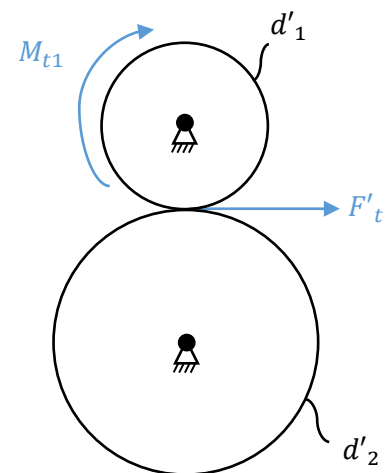


Figura 17: Esquema contacte entre pinyó i roda entre els diàmetres de funcionament [Font: elaboració pròpia]

5.1.1.2 Relació de transmissió i

La relació de transmissió i relaciona les velocitats de rotació dels 2 engranatges, on un dels dos realitza força sobre l'altre, i es calcula amb l'expressió (5-3).

$$i = \frac{z_2}{z_1} \quad (5-3)$$

$$i = \frac{101}{25} = 4,04$$

5.1.1.3 Factor geomètric Z_c

El factor geomètric Z_c té en consideració la forma amb la que ha estat fabricat l'engranatge, i per tant, aquest factor és diferent en funció del dentat que té l'engranatge. En el cas que s'està estudiant es tenen engranatges amb dentat helicoidal i es determinen per l'expressió (5-4).

$$Z_c = \sqrt{\frac{\cos \beta_b}{\sin \alpha'_t \cdot \cos \alpha'_t}} \quad (5-4)$$

On β_b és l'angle d'hèlix sobre el cilindre base i es calcula seguint l'expressió (5-5).

$$\sin \beta_b = \sin \beta_0 \cdot \cos \alpha_0 \quad (5-5)$$

$$\beta_b = \sin^{-1}(\sin \beta_0 \cdot \cos \alpha_0) = \sin^{-1}(\sin 18 \cdot \cos 20) = 16,8808^\circ$$

Sabent el valor de l'angle β_b , s'obté el següent factor geomètric Z_C (expressió (5-4)):

$$Z_C = \sqrt{\frac{\cos \beta_b}{\sin \alpha'_t \cdot \cos \alpha'_t}} = \sqrt{\frac{\cos 16,8808}{\sin 23,0273 \cdot \cos 23,0273}} = 1,6304$$

5.1.1.4 Factor de material Z_E

El factor de material Z_E té en consideració el material amb el que ha estat fabricat l'engranatge, i ve determinat per l'expressió (5-6) en el supòsit d'un coeficient de Poisson $\nu=0,3$ en ambdós materials.

$$Z_E = \sqrt{0,35 \cdot \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}} \quad (5-6)$$

$$\text{Quan els 2 engranatges són del mateix material} \rightarrow Z_E = \sqrt{0,35 \cdot E}$$

On E_i és el mòdul de Young de cada engranatge. En l'exercici acadèmic, tant el pinyó com la roda són d'acer ($E=2,1 \cdot 10^5$ N/mm²) i s'obté el següent factor de material:

$$Z_E = \sqrt{0,35 \cdot E} = \sqrt{0,35 \cdot 2,1 \cdot 10^5} = 271,11 \left[\frac{N}{mm^2} \right]^{1/2}$$

5.1.1.5 Factor de recobriment Z_β

El factor de recobriment Z_β té en consideració el parell de dents que engranen en cada posició d'engranatge i es basa en tot el que s'ha explicat anteriorment a l'apartat 4.1.1.3. Així doncs, i tenint una certa similitud amb el factor de recobriment Y_β d'aquest apartat 4.1.1.3, el factor Z_β ve determinat per l'expressió (5-7).

$$Z_\beta = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \quad (5-7)$$

Però, el càlcul del factor Z_β amb aquesta expressió només és vàlid per a recobriments helicoidals $\varepsilon_\beta \geq 1$. Així doncs, a partir de l'Annex A.7 s'obté aquest recobriment helicoidal ε_β i es comprova que és major que 1, amb la qual cosa és vàlida l'expressió (5-7).

$$\varepsilon_\beta = 1,8580 \geq 1$$

$$Z_\beta = \sqrt{\frac{1}{1,4301}} = 0,8362$$

5.1.2 ISO 6336-2

A continuació es procedirà a realitzar el càlcul de la sol·licitació dels flancs de les dents mitjançant la normativa ISO 6336, i en concret la 2ª part d'aquesta normativa (ISO 6336-2). La ISO 6336-2 defineix que la sol·licitació dels flancs de les dents dels engranatges causada per la pressió superficial es determina a través de l'expressió (4-6).

$$\sigma_{Hi} = (Z_B \text{ ó } Z_D) \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \quad (5-8)$$

On σ_{Hi} és la sol·licitació de l'engranatge (pinyó i roda), Z_B és el factor de contacte per cada parell de dents del pinyó, Z_D és el factor de contacte per cada parell de dents de la roda, σ_{H0} és la tensió nominal de contacte en el punt primitiu (centre instantani de rotació entre el pinyó i la roda), K_A és el factor d'aplicació, K_V és el factor dinàmic, $K_{H\beta}$ és el factor de càrrega a la cara i $K_{H\alpha}$ és el factor de càrrega transversal.

Els factors d'aplicació K_A i el factor dinàmic K_V ja s'han calculat prèviament als apartats 4.1.2.6 i 4.1.2.7, respectivament.

Per altra banda, en el cas ideal en que no hi hagués cap mena de defectes en el pinyó i la roda, la sol·licitació que rebrien seria aquesta tensió nominal de contacte σ_{H0} , la qual es calcula a partir de l'expressió (5-9).

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F'_t}{b \cdot d'_1} \cdot \frac{i+1}{i}} \quad (5-9)$$

On F'_t és la força tangencial en el cercle primitiu, b és l'amplada de l'engrenatge, d'_1 és el diàmetre primitiu de funcionament del pinyó, i és la relació de transmissió, Z_H és el factor de zona, Z_E és el factor d'elasticitat, Z_ϵ és el factor del grau de recobriment i Z_β és el factor de l'angle de l'hèlix.

La força tangencial i la relació de transmissió s'han calculat prèviament als apartats 5.1.1.1 i 5.1.1.2, respectivament, mentre que el diàmetre primitiu del pinyó s'ha calculat a l'Annex A.9.

5.1.2.1 Factor de zona Z_H

El factor de zona Z_H té en consideració la influència de la curvatura del flanc de la dent en el punt de funcionament sobre la pressió de Hertz. La normativa ISO 6336-2 permet obtenir aquest factor geomètric mitjançant unes gràfiques (Figura 18) o un càlcul (expressió (5-10)).

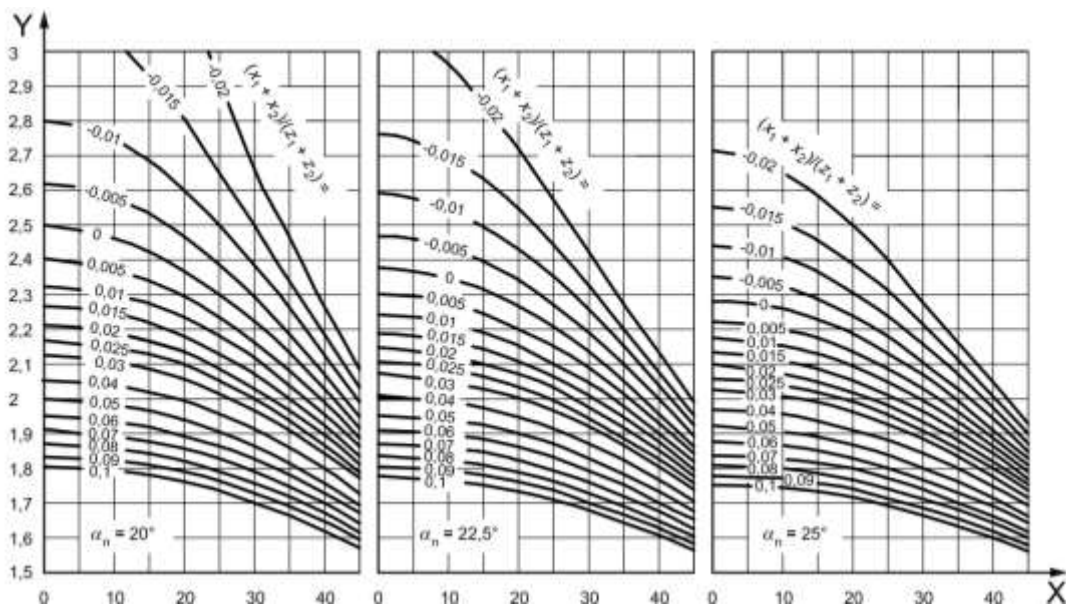


Figura 18: Obtenció del factor de zona Z_H , en funció de l'angle de pressió normal: α_n i el resultat $(x_1+x_2)/(z_1+z_2)$ [Font: ISO 6336-2 (2006)]

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b \cdot \cos \alpha'_t}{\cos^2 \alpha_{0t} \cdot \sin \alpha'_t}} \quad (5-10)$$

Per tal d'obtenir resultats més exactes, el factor de zona s'obté a partir del càlcul de l'expressió (5-10), on tots els angles que intervenen en l'expressió han estat calculats als Annexos A.3 i A.5, pel que fa α_{0t} i α'_t ; i a l'apartat 5.1.1.3, pel que fa β_b .

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b \cdot \cos \alpha'_t}{\cos^2 \alpha_{0t} \cdot \sin \alpha'_t}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos 16,8808 \cdot \cos 23,0273}{\cos^2 20,9419 \cdot \sin 23,0273}} = 2,2720$$

5.1.2.2 Factor d'elasticitat Z_E

El factor d'elasticitat Z_E té en consideració les propietats del material amb el que ha estat fabricat l'engranatge, i la normativa ISO 6336 permet obtenir aquest factor mitjançant l'expressió (5-11) o a partir de la Taula 26, la qual permet obtenir el factor d'elasticitat a partir d'algunes combinacions de materials.

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (5-11)$$

$$\text{Quan 2 engranatges són del mateix material} \rightarrow Z_E = \sqrt{\frac{E}{2\pi \cdot (1 - \nu^2)}}$$

On E_i és el mòdul de Young i ν_i és el coeficient de Poisson de cada engranatge.

Taula 26: Obtenció del factor d'elasticitat Z_E per a algunes combinacions de materials [Font: ISO 6336-2 (2006)]

Wheel 1			Wheel 2			Z_E $\sqrt{N/mm^2}$
Material ^a	Modulus of elasticity, E N/mm ²	Poisson's ratio, ν	Material	Modulus of elasticity, E N/mm ²	Poisson's ratio, ν	
St, V, Eh, IF, NT, NV	206 000	0,3	St, V, Eh, IF, NT, NV	206 000	0,3	189,8
			St(cast)	202 000		188,9
			GGG, GTS	173 000		181,4
			GG	126 000 to 118 000		165,4 to 162,0
St(cast)	202 000		St(cast)	202 000		188,0
GGG, GTS	173 000		GGG, GTS	173 000		180,5
			GG	118 000		161,4
GG	126 000 to 118 000		GGG, GTS	173 000		173,9
			GG	118 000		156,6
			GG	118 000		146,0 to 143,7

Consultar la Taula 42 de l'Annex C per desxifrar quin material correspon a cadascuna de les abreviacions que ofereix la Taula 26.

Per tal d'obtenir un factor Z_E més exacte, l'alternativa escollida és la que ofereix l'expressió (5-11). Llavors, tenint en compte que tant el pinyó com la roda són d'acer ($E=2,1 \cdot 10^5$ N/mm² i $\nu=0,3$), s'obté el següent factor d'elasticitat:

$$Z_E = \sqrt{\frac{E}{2\pi \cdot (1 - \nu^2)}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5}{2\pi \cdot (1 - 0,3^2)}} = 191,65 \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right]^{1/2}$$

Per altra banda, si s'obtingués a partir de la Taula 26 aquest factor $Z_E = 189,8 \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right]^{1/2}$, ja que ambdós engranatges estan fets d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*) i són del tipus acer aliat (*alloy steels*) (consultar la Taula 42 de l'Annex C). Com es pot comprovar, els resultats obtinguts en ambdós mètodes no varien significativament.

5.1.2.3 Factor del grau de recobriment Z_ε

El factor del grau de recobriment Z_ε és el mateix concepte que s'ha explicat anteriorment a l'apartat 4.1.1.3, però amb l'afegit que en la ISO 6336-2 també es té en consideració l'efecte del recobriment helicoidal ε_β (pels casos que el dentat sigui helicoidal).

D'aquesta manera, i seguint amb la dinàmica dels darrers apartats, la normativa ISO 6336 proporciona dues alternatives per obtenir el factor del grau de recobriment Z_ε . La primera de manera gràfica, amb la Figura 19; i la segona de manera analítica amb l'expressió (5-12), per a dentats rectes; o l'expressió (5-13), per a dentats helicoidals; en funció dels valors de recobriment de perfil ε_α i helicoidal ε_β que tinguin els engranatges. Per altra banda, en els casos on es té un dentat recte amb un recobriment de perfil $\varepsilon_\alpha > 2$, el factor Z_ε serà igual a 1.

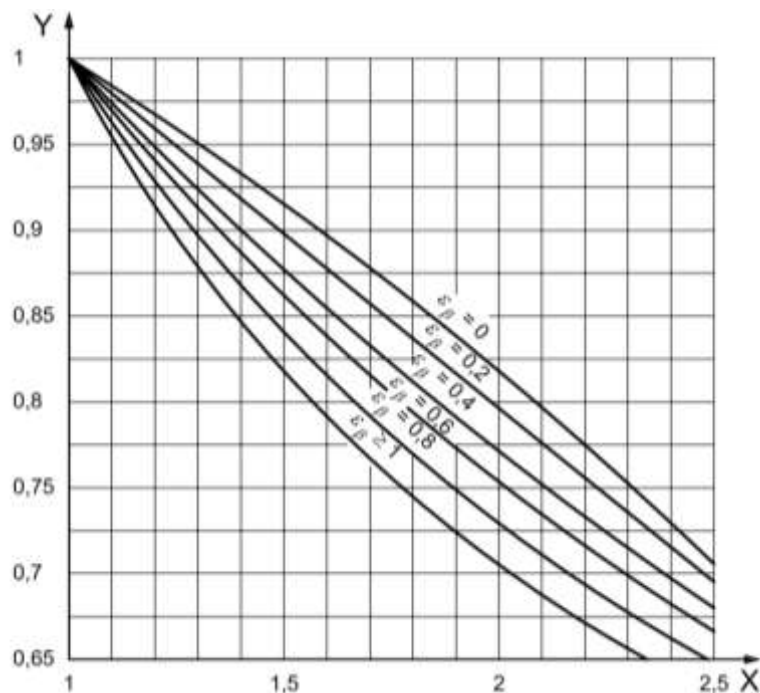


Figura 19: Obtenció del factor del grau de recobriment Z_ε (Y) en funció del recobriment de perfil ε_α (X) i el recobriment helicoidal ε_β [Font: ISO 6336-2 (2006)]

$$Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_{\alpha}}{3}} \quad (5-12)$$

$$Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_{\alpha}}{3} \cdot (1 - \varepsilon_{\beta}) + \frac{\varepsilon_{\beta}}{\varepsilon_{\alpha}}}; \varepsilon_{\beta} < 1 \quad (5-13)$$

$$Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha}}}; \varepsilon_{\beta} \geq 1$$

Per tal d'obtenir un factor Z_{ε} més exacte, el mètode emprat és l'analític mitjançant l'expressió (5-13) ja que ambdós engranatges són helicoidals. Així doncs, el recobriment de perfil ε_{α} i helicoidal ε_{β} s'han calculat a l'Annex A (A.6 i A.7, respectivament) i s'han obtingut els següents valors:

$$\varepsilon_{\alpha} = 1,4301 \quad ; \quad \varepsilon_{\beta} = 1,8580$$

Coneixent els valors d'aquests recobriments i sabent que els engranatges són helicoidals, s'aplica l'expressió (5-13) per a la condició de $\varepsilon_{\beta} \geq 1$ per obtenir el factor de grau de recobriment Z_{ε} .

$$Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha}}} = \sqrt{\frac{1}{1,4301}} = \mathbf{0,8362}$$

5.1.2.4 Factor de l'angle de l'hèlix Z_{β}

El factor de l'angle de l'hèlix Z_{β} té en consideració la influència d'aquest angle en la capacitat de càrrega superficial i com es distribueix aquesta càrrega per tota la línia de contacte. La normativa ISO 6336 contempla dues alternatives per obtenir el factor de l'angle de l'hèlix: gràficament, mitjançant la Figura 20; i analíticament, mitjançant l'expressió (5-14).

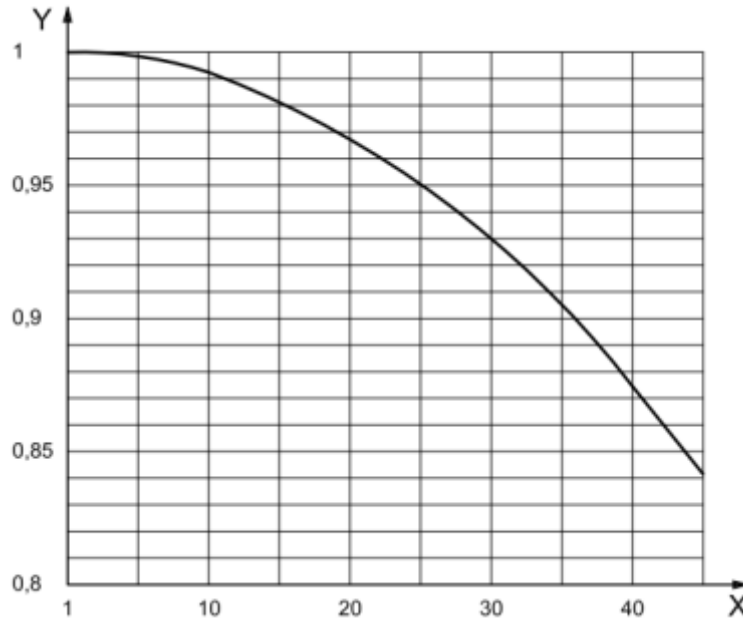


Figura 20: Obtenció del factor de l'angle de l'hèlix Z_β (Y) en funció de l'angle β_0 (X) [Font: ISO 6336-2 (2006)]

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta_0} \quad (5-14)$$

Com es porta realitzant en tots els subapartats de l'apartat 5.1.2, l'obtenció del factor Z_β es realitza mitjançant l'alternativa analítica (expressió (5-14)) ja que es busca obtenir un factor de l'angle d'hèlix Z_β més exacte.

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta_0} = \sqrt{\cos 18^\circ} = 0,9752$$

5.1.2.5 Factor de contacte per cada parell de dents Z_B i Z_D

Els factors de contacte per cada parell de dents Z_B i Z_D tenen en compte la variació de la pressió superficial de Hertz al llarg del segment d'engranament en funció del recobriment de perfil ε_α i helicoidal ε_β que tinguin els engranatges. En alguns casos, el punt de pressió de Hertz màxim no es troba situat al voltant del punt primitiu (punt C a la Figura 21), com se suposa en el càlcul pel mètode Henriot, sinó al voltant del primer punt de contacte d'una parella de dents o del darrer punt de contacte d'una parella de dents. En aquests casos, els factors Z_B i Z_D tenen la funció de compensar el càlcul de la pressió de Hertz en el punt primitiu perquè s'assemblin més al punt de pressió de Hertz màxima.

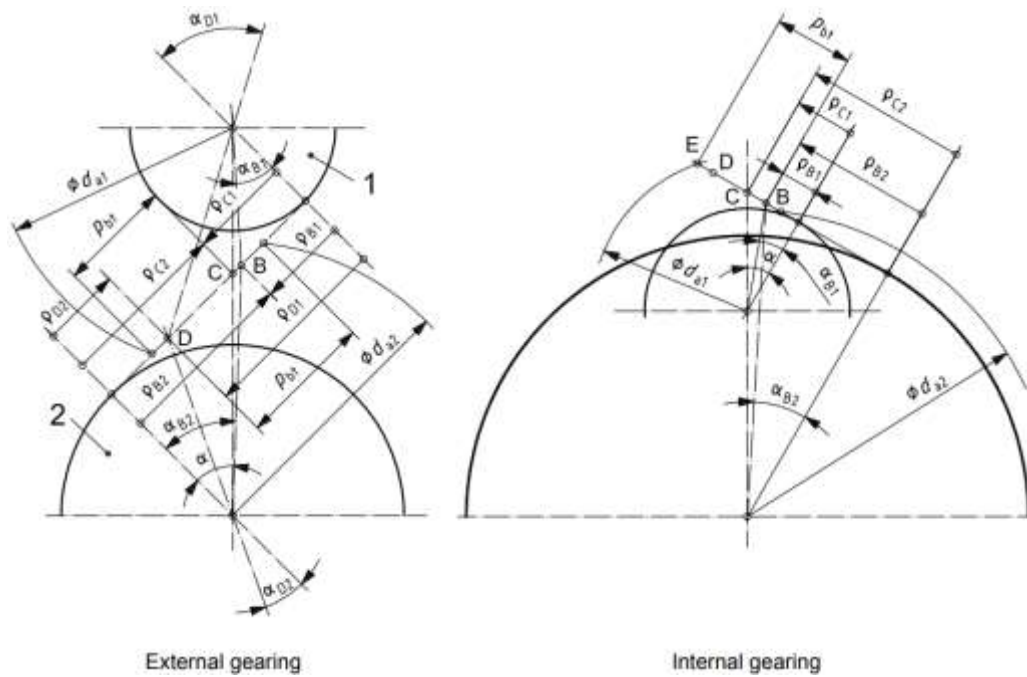


Figura 21: Representació engranatge extern i intern (1-pinyó, 2-roda) [Font: ISO 6336-2 (2006)]

Aquest parell de factors de contacte es calculen mitjançant paràmetres geomètrics (M_1 i M_2), els quals s'obtenen a partir de les expressions (5-15) i (5-16); el tipus de dentat que presenta l'engranatge i el recobriment de perfil ε_α i helicoidal ε_β . La normativa també indica que el factor Z_D només s'ha de determinar en els casos amb una relació de transmissió $i < 1,5$. En cas de disposar d'una relació de transmissió major de 1,5, el paràmetre M_2 acostuma a ser menor que 1 i, consegüentment, $Z_D=1$. A més, la ISO 6336 també indica que $Z_D=1$ quan es disposi d'engranatges interns (la part dreta de la Figura 21 representa l'engranatge intern que es genera entre el pinyó i la roda).

$$M_1 = \sqrt{\frac{\rho_{C1} \cdot \rho_{C2}}{\rho_{B1} \cdot \rho_{B2}}} = \frac{\tan \alpha' t}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \frac{2\pi}{Z_1}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{Z_2}\right)}} \quad (5-15)$$

$$M_1 = \sqrt{\frac{\rho_{C1} \cdot \rho_{C2}}{\rho_{D1} \cdot \rho_{D2}}} = \frac{\tan \alpha' t}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \frac{2\pi}{Z_2}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{Z_1}\right)}} \quad (5-16)$$

Els factors de contacte Z_B i Z_D per a engranatges rectes amb un $\varepsilon_\alpha > 1$ es determinen a partir de l'expressió (5-17), per a engranatges helicoidals amb $\varepsilon_\alpha > 1$ i amb $\varepsilon_\beta \geq 1$ es determinen a partir de l'expressió (5-18), i per a engranatges helicoidals amb $\varepsilon_\alpha > 1$ i amb $\varepsilon_\beta < 1$ es determinem a partir de l'expressió (5-19). En aquest darrer cas, els factors es

determinem mitjançant una interpolació lineal entre els valors obtinguts per a engranatges rectes i helicoidals amb un $\varepsilon_\beta \geq 1$.

$$\begin{cases} \text{si } M_1 \leq 1 \rightarrow Z_B = 1 \\ \text{si } M_1 > 1 \rightarrow Z_B = M_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{si } M_2 \leq 1 \rightarrow Z_D = 1 \\ \text{si } M_2 > 1 \rightarrow Z_D = M_2 \end{cases} \quad (5-17)$$

$$Z_B = Z_D = 1 \quad (5-18)$$

$$\begin{cases} Z_B = M_1 - \varepsilon_\beta \cdot (M_1 - 1) \text{ i } Z_B \geq 1 \\ Z_D = M_2 - \varepsilon_\beta \cdot (M_2 - 1) \text{ i } Z_D \geq 1 \end{cases} \quad (5-19)$$

D'aquesta manera, amb els recobriments de perfil ε_α i helicoidal ε_β calculats als Annexos A.6 i A.7 ($\varepsilon_\alpha=1,4301$ i $\varepsilon_\beta=1,8580$) i sabent que els engranatges són helicoidals, els factors de contacte es determinem mitjançant l'expressió (5-18).

$$Z_B = Z_D = 1$$

5.1.2.6 Factor de càrrega a la cara $K_{H\beta}$

El factor de càrrega a la cara té en consideració l'impacte que genera la no uniformitat de la distribució de la càrrega sobre l'amplada de cara de l'engranatge a la superfície ($K_{H\beta}$). De la mateixa manera, el factor de càrrega a la cara $K_{F\beta}$, el qual es calcula a l'apartat 4.1.2.8, fa referència a aquesta no uniformitat de la càrrega a l'arrel de la dent.

De la mateixa manera que s'ha fet en altres apartats, el factor de càrrega $K_{H\beta}$ s'obté mitjançant el càlcul que proporciona el mètode C de la normativa ISO 6336-1 degut a la seva simplificació respecte als altres dos mètodes. Aquesta simplificació implica que es realitzin diverses suposicions com la de suposar que el desalineament degut a deformacions elàstiques segueix una línia recta al llarg de l'amplada de cara dels flancs de treball.

El mètode C determina que el càlcul del factor de càrrega $K_{H\beta}$ distingeix entre dos possibles casos, tal i com mostra l'expressió (5-20).

$$\begin{cases} \text{Si } b_{cat}/b \leq 1 \text{ ó } \frac{F_{\beta y} \cdot c_{\gamma\beta}}{2 \cdot F_m/b} \geq 1 \rightarrow K_{H\beta} = \sqrt{\frac{2 \cdot F_{\beta y} \cdot c_{\gamma\beta}}{F_m/b}} \geq 2 \\ \text{Si } b_{cat}/b > 1 \text{ ó } \frac{F_{\beta y} \cdot c_{\gamma\beta}}{2 \cdot F_m/b} < 1 \rightarrow K_{H\beta} = 1 + \frac{F_{\beta y} \cdot c_{\gamma\beta}}{2 \cdot F_m/b} \end{cases} \quad (5-20)$$

On b_{cal} és l'amplada de cara calculada, $F_{\beta y}$ és la desalineació efectiva equivalent, $c_{\gamma\beta}$ és la rigidesa de la malla, F_m és la càrrega tangencial al cercle primitiu de funcionament i b és l'amplada de la dent.

En primer lloc, la desalineació efectiva equivalent $F_{\beta y}$ es determina a partir de l'expressió (5-21), on $F_{\beta x}$ és la desalineació equivalent inicial (abans de rodar l'engrenatge) i χ_β és el factor que caracteritza la desalineació equivalent després de rodar.

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} \cdot \chi_\beta \quad (5-21)$$

En segon lloc, la rigidesa de la malla $c_{\gamma\beta}$ es determina a partir de l'expressió (5-22) i depèn únicament de la rigidesa de la malla $c_{\gamma\alpha}$.

$$c_{\gamma\beta} = 0,85 \cdot c_{\gamma\alpha} \quad (5-22)$$

En tercer lloc, la càrrega tangencial al cercle primitiu de funcionament F_m es determina a partir de l'expressió (5-23), on els paràmetres que componen el càlcul són coneguts ja que s'han calculat en anteriors apartats (F_t a l'apartat 4.1.1.1, K_A a l'apartat 4.1.2.6 i K_V a l'apartat 4.1.2.7).

$$F_m = F_t \cdot K_A \cdot K_V \quad (5-23)$$

Desalineació equivalent inicial $F_{\beta x}$:

La desalineació equivalent inicial $F_{\beta x}$ s'explica molt detalladament a l'Annex D de la ISO-6336-1 i correspon a la suma dels valors mitjans de les deflexions de torsió (f_{tm}) i flexió (f_{bm}). L'expressió (5-24) mostra com obtenir aquesta desalineació equivalent inicial i la Figura 22 mostra una representació de les deflexions que es generen al llarg de l'engrenatge.

$$\frac{1}{2} \cdot F_{\beta x} = f_{bm} + f_{tm} \rightarrow F_{\beta x} = 2 \cdot (f_{bm} + f_{tm}) \quad (5-24)$$

Ambdues deflexions es poden aproximar a 2/3 de la seva deflexió màxima. D'aquesta manera i analitzant les deflexions que es generen en l'engrenatge (Figura 22) s'observa que la deflexió màxima de torsió $f_{t \text{ màx}}$ es genera quan $\xi = 1$, mentre que la deflexió màxima de flexió $f_{b \text{ màx}}$ es genera quan $\xi = 0,5$. El paràmetre ξ representa un paràmetre adimensional que determina la posició relativa al llarg de l'amplada de l'engrenatge. L'expressió (5-25)

determina la deflexió màxima de torsió i l'expressió (5-26) determina la deflexió màxima de flexió segons el paràmetre ξ que s'ha definit.

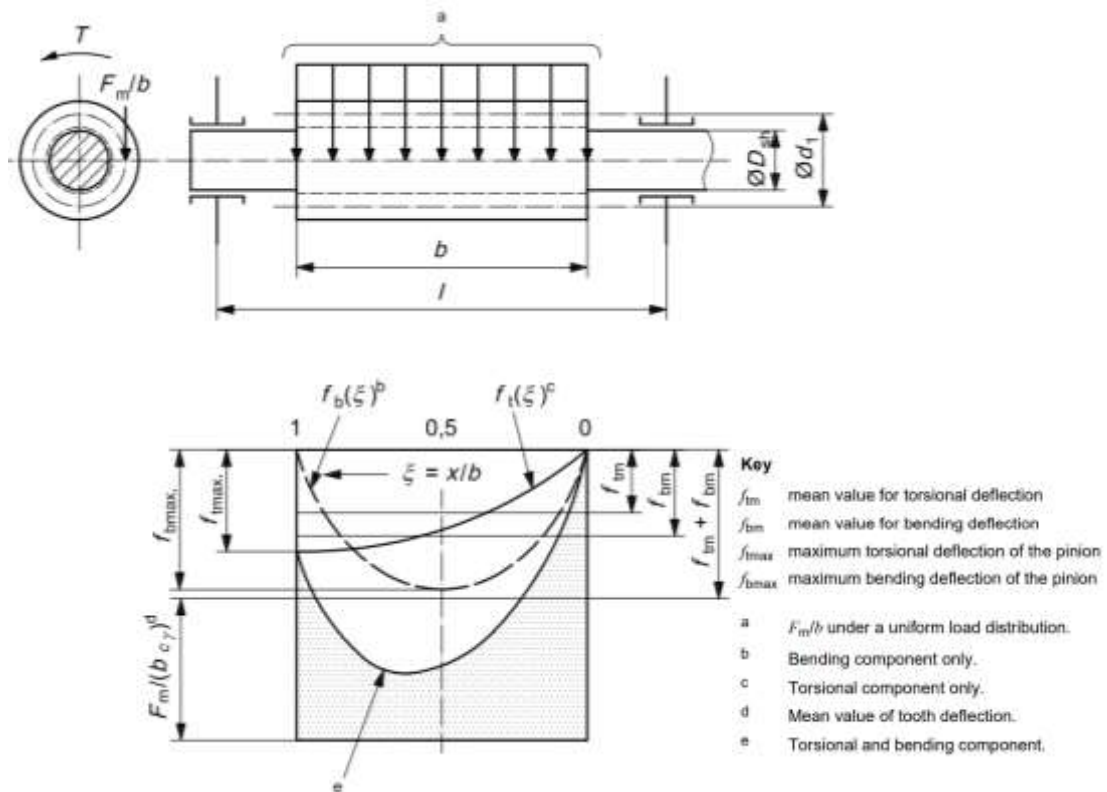


Figura 22: Deflexions de l'eix del pinyó i de la dent del pinyó en engranatge [Font: ISO 6336-1 (2006)]

$$f_{t \max}(\xi = 1) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{F_m/b}{0,39 \cdot E} \cdot \left(\frac{b}{d'_1}\right)^2 \quad (5-25)$$

$$f_{b \max}(\xi = 1/2) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_m/b}{E} \cdot \left(\frac{b}{d'_1}\right)^4 \cdot \left(\frac{l}{b} - \frac{7}{12}\right) \quad (5-26)$$

L'enunciat acadèmic no proporciona la longitud de l'eix del pinyó, amb la qual cosa se suposarà que aquesta és el doble de l'amplada de l'engrenatge. Això dona una longitud $l = 340$ mm.

Tenint en compte que les deflexions es poden aproximar a 2/3 de la seva deflexió màxima, s'introdueixen les expressions (5-23), (5-25) i (5-26) a l'expressió (5-24) per tal d'obtenir la desalineació equivalent inicial $F_{\beta x}$ a partir de l'expressió (5-27).

$$F_{\beta x} = \frac{8}{3 \cdot \pi} \cdot \frac{(F_t \cdot K_A \cdot K_V)/b}{E} \cdot \left(\frac{b}{d'_1}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{b}{d'_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{l}{b} - \frac{7}{12}\right) + \frac{2}{0,39} \right] \quad (5-27)$$

Substituint els valors dels diferents paràmetres que conformen l'expressió (5-27) s'obté la desalineació equivalent inicial.

$$F_{\beta x} = \frac{8}{3 \cdot \pi} \cdot \frac{(54.491,52 \cdot 1,25 \cdot 1,11)/170}{2,1 \cdot 10^5} \cdot \left(\frac{170}{240,08}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{170}{240,08}\right)^2 \cdot \left(\frac{340}{170} - \frac{7}{12}\right) + \frac{2}{0,39}\right]$$

$$F_{\beta x} = 5,26 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 5,26 \mu\text{m}$$

Factor χ_{β} :

El factor χ_{β} pren un determinat valor en funció del material amb el que s'han fabricat els engranatges. D'aquesta manera, la Taula 27 mostra els diferents valors de χ_{β} que es poden obtenir. Per tal de saber quins són els materials de les abreviacions de la Taula 27 s'ha de consultar la Taula 42 de l'Annex C.

Taula 27: Factor χ_{β} en funció del material [Font: elaboració pròpia]

Material	χ_{β}
St, St (Cast), V, V (Cast), GGG (perl., bai.), GTS (perl.)	$1 - \frac{320}{\sigma_{H \text{ lím}}}$
GG, GGG (ferr.)	0,45
Eh, IF, NT (nitr.), NV (nitr.), NV (nitrocar.)	0,85

En uns dels casos apareix la tensió admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$, la qual s'explica i es calcula posteriorment en l'apartat 5.2.2.1.

Sabent que els engranatges de l'exercici acadèmic estan fets d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*) i són del tipus acer aliat (*alloy steels*) (la Taula 41 de l'Annex C mostra que l'abreviatura del material és la V) s'obté el factor χ_{β} en funció de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$. A l'apartat 5.2.2.1 s'ha obtingut la tensió de contacte admissible pel pinyó i per la roda, i el que s'utilitzarà pel càlcul del factor χ_{β} és el que s'obté del pinyó ($\sigma_{H \text{ lím} 1}$). El motiu d'aquesta elecció és que en tot l'apartat 5.1.2.6 s'ha agafat com a referència els paràmetres del pinyó.

$$\chi_{\beta} = 1 - \frac{320}{\sigma_{H \text{ lím}}} = 1 - \frac{320}{888,49} = 0,6398$$

El càlcul del factor χ_β permet calcular la desalineació efectiva equivalent $F_{\beta y}$ mitjançant l'expressió (5-21).

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} \cdot \chi_\beta = 5,26 \cdot 0,6398 = 3,37 \mu m$$

Rigidesa de la malla $c_{\gamma\alpha}$:

La rigidesa de malla $c_{\gamma\alpha}$ es determina mitjançant l'expressió (5-28) si es compleix que el recobriment de perfil $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$ i l'angle d'inclinació primitiu $\beta_0 \leq 30^\circ$.

$$c_{\gamma\alpha} = c' \cdot (0,75 \cdot \varepsilon_\alpha + 0,25) \quad (5-28)$$

On c' és la rigidesa única que es determina mitjançant l'expressió (5-29).

$$c' = c'_{th} \cdot C_M \cdot C_R \cdot C_B \cdot \cos \beta_0 \quad (5-29)$$

On c'_{th} és la rigidesa única teòrica, C_M és el factor de correcció, C_R és el factor de buit de l'engrenatge i C_B és el factor de bastidor bàsic.

La rigidesa única teòrica c'_{th} , que es determina mitjançant l'expressió (5-30), es defineix com la inversa del valor mínim per a la flexibilitat d'un parell de dents q' , que a la vegada es determina a partir de l'expressió (5-31).

$$c'_{th} = \frac{1}{q'} \quad (5-30)$$

$$q' = C_1 + \frac{C_2}{z_{v1}} + \frac{C_3}{z_{v2}} + C_4 x_1 + \frac{C_5 x_1}{z_{v1}} + C_6 x_2 + \frac{C_7 x_2}{z_{v2}} + C_8 x_1^2 + C_9 x_2^2 \quad (5-31)$$

On C_i són diferents coeficients que s'obtenen a partir de la Taula 28, x_i són els coeficients de desplaçament del pinyó i de la roda que proporciona la Taula 1 i z_{vi} són els dents equivalents.

Taula 28: Coeficients C_1 - C_9 [Font: ISO 6336-1 (2006)]

C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
0,047 23	0,155 51	0,257 91	-0,006 35	-0,116 54	-0,001 93	-0,241 88	0,005 29	0,001 82

Per altra banda, els factors de correcció C_M , de buit de l'engranatge C_R i de bastidor bàsic C_B s'obtenen a partir de les expressions (5-32), (5-33) i (5-34); respectivament.

$$C_M = 0,8 \quad (5-32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Per a engranatges de disc sòlid} \rightarrow C_R = 1,0 \\ \text{Per a engranatges de disc buit} \rightarrow C_R = 1 + \frac{\ln(b_s/b)}{5 \cdot e^{SR/(5 \cdot m_0)}} \end{array} \right. \quad (5-33)$$

$$C_B = [1,0 + 0,5 \cdot (1,25 - h_{fp}/m_0)] \cdot [1,0 - 0,02 \cdot (20^\circ - \alpha_{pn})] \quad (5-34)$$

On h_{fp} és l'alçària de peu mesurada des de la línia mitjana i α_{pn} és l'angle de pressió normal de la cremallera de referència. Es suposa que els engranatges s'han tallat mitjançant una cremallera de referència, amb la qual cosa aquests dos paràmetres són estàndards, en funció del mòdul. La ISO 53 és la normativa que recull tota la informació referent al perfil bàsic estàndard de les dents de la cremallera de referència, la qual ofereix la Figura 23 amb la representació i les mesures per a una cremallera de referència i la Taula 29 amb les seves proporcions estàndards.

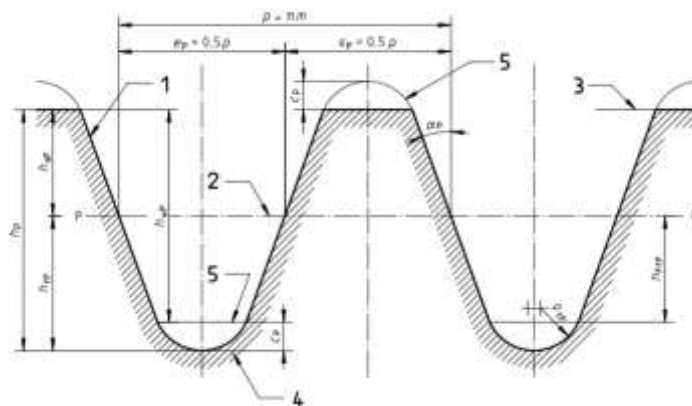


Figura 23: Representació de la cremallera de referència [Font: ISO 53 (1998)]

Taula 29: Proporcions estàndards cremallera de referència [Font: ISO 53 (1998)]

Paràmetres	Proporcions estàndards cremallera
α_{pn} ó α_0	20°
h_{fp}	$1,25 \cdot m_0$
h_{ap}	$1 \cdot m_0$
c_p	$0,25 \cdot m_0$
ρ_{fp}	$0,38 \cdot m_0$

En primer lloc, es calcula el valor mínim per a la flexibilitat d'un parell de dents q' a partir de l'expressió (5-31) i la rigidesa única teòrica c'_{th} amb l'expressió (5-30).

$$q' = 0,04723 + \frac{0,15551}{29,06} + \frac{0,25791}{117,41} - 0,00635 \cdot 0,436 - \frac{0,11654 \cdot 0,436}{29,06} - 0,00193 \cdot 0,592 - \frac{0,24188 \cdot 0,592}{117,41} + 0,00529 \cdot 0,436^2 + 0,00182 \cdot 0,592^2 = 0,0495 \text{ mm} \cdot \mu\text{m}/\text{N}$$

$$c'_{th} = \frac{1}{q'} = \frac{1}{0,0495} = 20,18 \text{ N/mm} \cdot \mu\text{m}$$

En segon lloc, se suposa que els engranatges són de disc sòlid, amb la qual cosa el factor de buit de l'engrenatge és $C_R=1,00$.

En tercer lloc, es calcula el factor de bastidor bàsic C_B a partir de l'expressió (5-34) i tenint en compte els paràmetres definits en la Taula 29 per la ISO 53.

$$C_B = \left[1,0 + 0,5 \cdot \left(1,25 - \frac{1,25 \cdot m_0}{m_0} \right) \right] \cdot [1,0 - 0,02 \cdot (20^\circ - \alpha_{pn})]$$

$$C_B = [1,0 + 0,5 \cdot 0] \cdot [1,0 - 0,02 \cdot (20^\circ - 20^\circ)] = 1,00$$

Amb els càlculs dels darrers factors, es calcula la rigidesa única c' amb l'expressió (5-29).

$$c' = 20,18 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 18^\circ = 15,36 \text{ N/mm} \cdot \mu\text{m}$$

A continuació, es calcula la rigidesa de la malla $c_{\gamma\alpha}$ a partir de l'expressió (5-28). Cal recalcar que aquesta expressió només és vàlida quan es té un recobriment de perfil $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$ i un angle d'inclinació primitiu $\beta_0 \leq 30^\circ$. Com s'ha vist en anteriors apartats, aquestes condicions es compleixen ($\varepsilon_\alpha = 1,4301$, $\beta_0 = 18^\circ$) i s'obté la rigidesa de la malla.

$$c_{\gamma\alpha} = c' \cdot (0,75 \cdot \varepsilon_\alpha + 0,25) = 15,36 \cdot (0,75 \cdot 1,4301 + 0,25) = 20,31 \text{ N/mm} \cdot \mu\text{m}$$

Coneguda la rigidesa de la malla $c_{\gamma\alpha}$, s'introdueix a l'expressió (5-22) per obtenir la rigidesa de la malla $c_{\gamma\beta}$.

$$c_{\gamma\beta} = 0,85 \cdot c_{\gamma\alpha} = 0,85 \cdot 20,31 = 17,26 \text{ N/mm} \cdot \mu\text{m}$$

Finalment, ja s'han calculat totes les variables necessàries per calcular el factor de càrrega $K_{H\beta}$ i només queda determinar quina fórmula s'ha d'aplicar de l'expressió (5-20).

$$\frac{F_{\beta\gamma} \cdot c_{\gamma\beta}}{2 \cdot F_m/b} = \frac{3,37 \cdot 17,26}{2 \cdot (54.491,52 \cdot 1,25 \cdot 1,11)/170} = 0,0663 < 1 \rightarrow K_{H\beta} = 1 + \frac{F_{\beta\gamma} \cdot c_{\gamma\beta}}{2 \cdot F_m/b}$$

$$K_{H\beta} = 1 + 0,0663 = 1,07$$

5.1.2.7 Factor de càrrega transversal al flanc de la dent $K_{H\alpha}$

El factor de càrrega transversal al flanc de la dent $K_{H\alpha}$ té en consideració l'impacte que genera la no uniformitat de la distribució de la càrrega entre diverses parelles de dents en contacte de manera simultània. De la mateixa manera, el factor de càrrega transversal al peu de la dent $K_{F\alpha}$, el qual s'ha calculat anteriorment a l'apartat 4.1.2.9, fa referència a aquesta no uniformitat de la càrrega a l'arrel de la dent.

La normativa ISO 6336-1 defineix que el càlcul del factor de càrrega transversal al flanc de la dent $K_{H\alpha}$ és el mateix que al peu de la dent $K_{F\alpha}$. És a dir, el procediment de càlcul és idèntic, amb la qual cosa s'obté el factor $K_{H\alpha}$ a partir de l'expressió (4-23).

$$K_{H\alpha} = 1,17$$

Tot i això, s'ha de comprovar que el factor de càrrega transversal $K_{H\alpha}$ no supera les condicions límits que marca l'expressió (5-35).

$$\begin{cases} \text{Si } K_{H\alpha} > \frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\alpha \cdot Z_\varepsilon^2} \rightarrow K_{H\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\alpha \cdot Z_\varepsilon^2} \\ \text{Si } K_{H\alpha} < 1 \rightarrow K_{H\alpha} = 1 \end{cases} \quad (5-35)$$

Sabent que el factor de càrrega transversal $K_{H\alpha}$ no baixa del límit inferior, només queda comprovar el límit superior.

$$\frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\alpha \cdot Z_\varepsilon^2} = \frac{3,2881}{1,4301 \cdot 0,8362^2} = 3,29 > 1,17 \rightarrow \text{No supera el límit superior}$$

Així doncs, s'ha comprovat que el factor $K_{H\alpha}$ està dins dels límits establerts per la normativa ISO 6336-1, amb la qual cosa el seu valor és:

$$K_{H\alpha} = 1,17$$

5.1.3 Comparació dels mètodes i càlcul de la sol·licitació als flancs de les dents

La finalitat d'aquest apartat és la de calcular i desglossar l'expressió de la sol·licitació dels flancs de les dents causada per la pressió superficial, amb la finalitat de realitzar una comparació horitzontal entre el mètode Henriot i la normativa ISO 6336.

Per poder fer aquesta comparació és necessari realitzar algunes modificacions a les expressions dels dos mètodes (expressió (5-36)), per tal que la comparació sigui coherent.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mètode Henriot} \rightarrow \sigma_H = \sqrt{\frac{F'_t}{b \cdot d'_1} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \frac{1}{K_A \cdot K_V \cdot K_M}} \cdot Z_C \cdot Z_E \cdot Z_\beta \\ \text{ISO 6336} \rightarrow \sigma_{Hi} = (Z_B \text{ ó } Z_D) \cdot Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F'_t}{b \cdot d'_1} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}} \end{array} \right. \quad (5-36)$$

Abans de comentar les modificacions a realitzar, es comenten tots els factors que no necessiten cap modificació o aquells que s'afegeixen respecte l'altre mètode.

En primer lloc, el factor de recobriment de recobriment Z_β (Henriot) equival al factor del grau de recobriment Z_ε (ISO 6336) ja que les descripcions d'aquests són idèntiques (consultar apartats 5.1.1.5 i 5.1.2.3).

En segon lloc, el factor de l'angle de l'hèlix Z_β el factor de contacte per cada parell de dents Z_B i Z_D són tres factors que afegeix la normativa ISO respecte el mètode Henriot. Aquests darrers factors Z_B i Z_D permeten el càlcul de la pressió superficial (o de Hertz) en un punt diferent al punt primitiu. Aquest fet és útil en algunes combinacions de recobriment de perfil i helicoidal que facin que el punt de major pressió de Hertz no sigui el punt primitiu. Pel cas que s'està estudiant, i per la gran majoria de casos, el recobriment de perfil i helicoidal són superiors a la unitat, fet que provoca que el punt de major pressió sigui el punt primitiu i que els factors Z_B i Z_D també siguin igual a la unitat. Per altra banda, el mètode Henriot només contempla el cas de càlcul en el punt primitiu, amb la qual cosa és coherent que els factors Z_B i Z_D siguin igual a 1.

Seguidament, s'enumeren les modificacions que s'han de realitzar per efectuar una correcta comparació:

1. Factor de material (Henriot) o d'elasticitat (ISO 6336).

El mètode Henriot i la ISO 6336 defineixen els factors de material i d'elasticitat de la mateixa manera, fet que significaria obtenir factors de magnitud similar. Però, això no és el que succeeix i mitjançant la següent justificació es demostra que el factor Z_E del mètode Henriot és $\sqrt{2}$ més gran que el factor Z_E de la ISO 6336.

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_E (\text{Henriot}) = \sqrt{0,35 \cdot E} \\ Z_E (\text{ISO 6336}) = \sqrt{\frac{E}{2\pi \cdot (1 - \nu^2)}} \rightarrow \nu = 0,3 \rightarrow Z_E = \sqrt{0,175 \cdot E} \end{array} \right\}^2$$

$$Z_E (\text{Henriot}) = Z_E (\text{ISO 6336}) \cdot \sqrt{2}$$

Aquest fet va molt lligat amb el que s'esmenta a continuació a la modificació 2.

2. Factor geomètric (Henriot) o de zona (ISO 6336).

Amb el factor geomètric o de zona succeeix un fet similar al que s'ha esmentat a la modificació 1, ja que ambdós es defineixen de la mateixa manera però els seus valors són diferents. Així doncs, de la mateixa manera que s'ha realitzat anteriorment, es demostra mitjançant una justificació que el factor de zona Z_H de la ISO 6336 és $\sqrt{2}$ més gran que el factor geomètric Z_C del mètode Henriot.

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_C (\text{Henriot}) = \sqrt{\frac{\cos \beta_b}{\sin \alpha'_t \cdot \cos \alpha'_t}} \\ Z_H (\text{ISO 6336}) = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b \cdot \cos \alpha'_t}{\cos^2 \alpha_{0t} \cdot \sin \alpha'_t}} \rightarrow \alpha_{0t} \approx \alpha'_t \rightarrow Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b}{\sin \alpha'_t \cdot \cos \alpha'_t}} \end{array} \right\}^3$$

$$Z_C (\text{Henriot}) = Z_H (\text{ISO 6336}) / \sqrt{2}$$

Això indica que hi ha hagut una evolució en el criteri per definir cada factor, ja que en el mètode Henriot la constant $\sqrt{2}$ apareix al factor de material (o d'elasticitat) mentre que a la ISO 6336 aquesta constant apareix al factor geomètric (o de zona). A efectes

² El coeficient de Poisson més comú és el 0,3 per la gran majoria de materials, com pot ser l'acer.

³ Al mètode Henriot es realitza la suposició que $\alpha_{0t} \approx \alpha'_t$, fet que provoca la petita variació entre els factors geomètric Z_C i de zona Z_H després de la modificació, ja que realment no tenen el mateix valor.

pràctics, el resultat dels dos factors de cada mètode acaba resultant en el mateix per l'altre mètode, ja que simplement la constant $\sqrt{2}$ ha passat d'un factor a un altre.

D'aquesta manera, s'ha decidit realitzar les modificacions sobre el mètode Henriot, ja que el més actual és el de la ISO 6336. Per tant, tant pel factor de material (o d'elasticitat) com pel factor geomètric (o de zona) les modificacions són les següents:

$$Z'_E (\text{Henriot}) = Z_E (\text{Henriot}) / \sqrt{2} ; Z'_C (\text{Henriot}) = Z_C (\text{Henriot}) \cdot \sqrt{2}$$

3. Factor de servei (Henriot) o d'aplicació (ISO 6336).

La modificació d'aquesta factor K_A és la mateixa que s'ha definit a l'apartat 4.1.3.

$$K'_A (\text{Henriot}) = \frac{1}{K_A (\text{Henriot})}$$

4. Factor de velocitat (Henriot) o dinàmic (ISO 6336).

La modificació d'aquesta factor K_V és la mateixa que s'ha definit a l'apartat 4.1.3.

$$K'_V (\text{Henriot}) = \frac{1}{K_V (\text{Henriot})}$$

5. Factor de distribució de la càrrega.

La modificació d'aquesta factor K_M és la mateixa que s'ha definit a l'apartat 4.1.3.

$$K'_M (\text{Henriot}) = \frac{1}{K_M (\text{Henriot})}$$

$$K_{MH} (\text{ISO 6336}) = K_{H\beta} (\text{ISO 6336}) \cdot K_{H\alpha} (\text{ISO 6336})$$

Així doncs, els diferents factors de la sol·licitació dels flancs de les dents causada per la pressió superficial es comparen segons la Taula 30 i les modificacions esmentades anteriorment provoquen que la sol·licitació pels diferents mètodes s'expressi segons l'expressió (5-37).

Taula 30: Comparativa entre els factors de la sol·licitació dels flancs de les dent per la pressió superficial [Font: elaboració pròpia]

Factors	Henriot	ISO 6336
Factor geomètric o de zona	$Z_C' = Z_C \cdot \sqrt{2}$	Z_H
Factor de material o d'elasticitat	$Z_E' = Z_E / \sqrt{2}$	Z_E
Factor de recobriment	Z_β	Z_ε
Factor de servei o d'aplicació	$K_A' = 1/K_A$	K_A
Factor de velocitat o dinàmic	$K_V' = 1/K_V$	K_V
Factor de distribució de la càrrega	$K_M' = 1/K_M$	$K_{HF} = K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}$
Factor de l'angle d'hèlix	-	Z_β
Factor de contacte per cada parell de dents	-	$Z_B \text{ ó } Z_D$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mètode Henriot} \rightarrow \sigma_H = \sqrt{\frac{F'_t}{b \cdot d'_1} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot K_A' \cdot K_V' \cdot K_M' \cdot Z_C' \cdot Z_E' \cdot Z_\beta} \\ \text{ISO 6336} \rightarrow \sigma_{Hi} = \sqrt{\frac{F'_t}{b \cdot d'_1} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{MH} \cdot (Z_B \text{ ó } Z_D) \cdot Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta} \end{array} \right. \quad (5-37)$$

Tenint en compte les modificacions recollides a la Taula 30 i l'expressió (5-37), a la Taula 31 es recullen els valors dels factors pels dos mètodes de càlcul, així com les sol·licitacions dels flancs de les dents causada per la pressió superficial al pinyó i la roda.

Taula 31: Comparació dels factors i càlcul de la sol·licitació dels flancs de les dents [Font: elaboració pròpia]

	Henriot	ISO 6336
Factor geomètric o de zona	$Z_C' = 2,31$	$Z_C = 2,27$
Factor de material o d'elasticitat	$Z_E' = 191,70 \left[\frac{N}{mm^2} \right]^{1/2}$	$Z_E = 191,65 \left[\frac{N}{mm^2} \right]^{1/2}$
Factor de recobriment	$Z_\beta = 0,8362$	$Z_\varepsilon = 0,8362$
Factor de servei o d'aplicació	$K_A' = 1,25$	$K_A = 1,25$
Factor de velocitat o dinàmic	$K_V' = 1,75$	$K_V = 1,11$
Factor de distribució de la càrrega	$K_M' = 1,00$	$K_{HF} = 1,25$
Factor de l'angle d'hèlix	-	$Z_\beta = 0,9752$
Factor de contacte per cada parell de dents	-	$Z_B = Z_D = 1,00$
Sol·licitació al peu de la dent causada per la flexió	$\sigma_H = 699,84 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{H1,2} = 599,37 \text{ N/mm}^2$

Analitzant els valors obtinguts de la sol·licitació es pot concloure que el mètode Henriot és lleugerament més conservador que el mètode que proposa la ISO 6336, ja que les sol·licitacions d'Henriot són superiors a la ISO 6336.

Les diferències més notables es troben en 2 dels 3 factors que afecten a la magnitud de la càrrega, els quals són el factor de velocitat (o dinàmic) K_V i el factor de distribució de la càrrega K_M . Aquests són els principals responsables de la variació entre ambdós mètodes. Per altra banda, els factors que s'afegeixen a la ISO 6336 no generen un canvi substancial al resultat de la sol·licitació, ja que el valor del factor de l'angle d'hèlix és molt proper a 1 i ambdós factors Z_B i Z_D equivalen a 1.

Això indica que els factors definits al mètode Henriot estan sobredimensionats respecte la ISO 6336 i això es justifica amb l'antiguitat del mètode Henriot. És a dir, fa mig segle es disposava de menys recursos d'assaig i de càlcul en engranatges, fent que no es poguessin definir amb tanta exactitud els diferents factors que modifiquen la sol·licitació. Conseqüentment, la normativa ISO 6336, al disposar de molts més recursos, defineix els factors modificatius amb un nivell d'exactitud major al mètode Henriot.

5.2 Resistència superficial dels flancs de les dents

La resistència a fatiga es defineix com la tensió resistent admissible que els engranatges són capaços de suportar i depèn de l'estat de càrrega en el qual estigui treballant. Com s'ha explicat anteriorment, s'analitzarà la situació on el motor treballa al 90% de la seva potència, ja que és la més desfavorable.

Per tant, en aquest apartat es calcularà la resistència superficial dels flancs de les dents pels dos mètodes a estudiar, el mètode Henriot i la normativa ISO 6336.

Finalment, en aquest apartat es realitzarà una comparació per tal d'analitzar les similituds i diferències més significatives entre ambdós mètodes.

5.2.1 Mètode Henriot

El mètode Henriot defineix que la resistència superficial dels flancs de les dents ve determinada per l'expressió (5-38).

A l'apartat 5.1.1 s'ha comentat que ambdós engranatges rebrien la mateixa pressió superficial, però això no significa que la resistència superficial d'aquests sigui la mateixa. D'aquesta manera, el càlcul d'aquesta resistència superficial té en consideració el nombre de cicles realitzats i la duresa superficial dels engranatges.

$$\sigma_{admi} = \sigma_{H \text{ límit}} \cdot \sqrt{K_{HLi}} \cdot \left(\frac{k_c}{0,814} \right) \quad (5-38)$$

On σ_{admi} és la resistència a fatiga, $\sigma_{H \text{ límit}}$ és la resistència a fatiga límit, K_{HLi} és el factor de durada i k_c és el factor de probabilitat de fallada (calculat anteriorment en l'apartat 4.2.1.3).

5.2.1.1 Resistència a fatiga límit $\sigma_{H \text{ límit}}$

La resistència $\sigma_{H \text{ límit}}$ correspon a la tensió admissible a fatiga superficial dels flancs de les dents quan es donen les següents condicions de funcionament (similar al cas de fatiga al peu de la dent de l'apartat 4.2.1.1): una durada de 10^7 cicles i una probabilitat de fallada del 1% (fiabilitat del 99%).

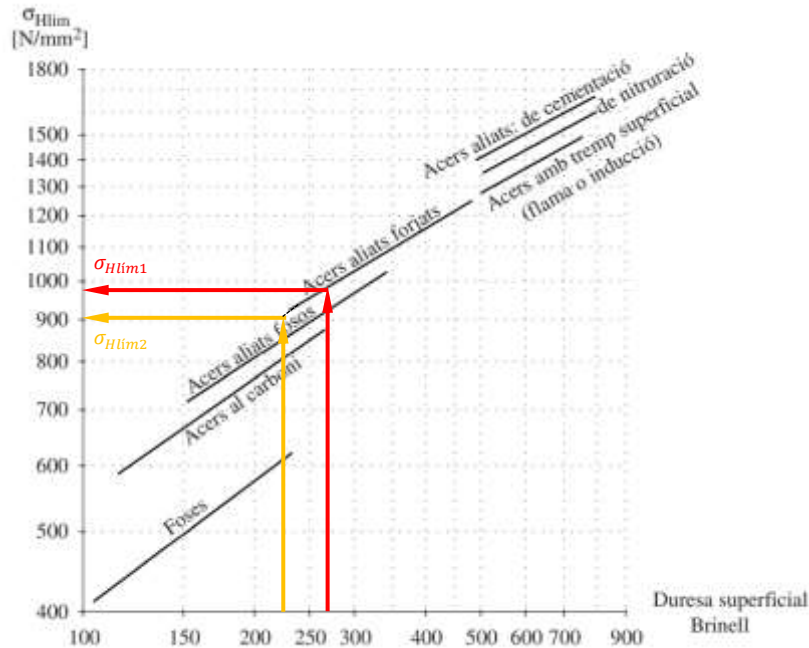


Figura 24: Obtenció de la resistència superficial σ_{Hlim} per a diferents materials [Font: Veciana Fontanet & Martínez Miralles (2017)]

De la mateixa manera que s'ha esmentat a l'apartat 4.2.1.1, en cas que l'engranatge no treballi en les condicions de funcionament s'ha de corregir aquesta resistència σ_{Hlim} mitjançant uns factors modificatius, tal i com es pot veure a l'expressió (5-38).

Així doncs, a partir de la Figura 24 s'obté la resistència a fatiga σ_{Hlim} en funció de la duresa superficial de les dents en escala Brinell i per a diferents materials. Ambdós engranatges estan fets amb acer aliat bonificat, i les seves dureses superficials són de 270 HB (pinyó) i 225 HB (roda).

$$\sigma_{Hlim1} = 975 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Hlim2} = 900 \text{ N/mm}^2$$

5.2.1.2 Factor de durada K_{HLi}

De la mateixa manera que s'ha comentat a l'apartat 4.2.1.2 referent al factor de durada quan es té fatiga a flexió al peu de la dent, el nombre de cicles també és un factor a tenir en compte quan es calcula la tensió superficial admissible. Així doncs, el factor de durada K_{HLi} presenta una expressió similar a la utilitzada a l'apartat 4.2.1.2, tal i com mostra l'expressió (5-39).

$$\begin{cases} K_{HLi} = \left(\frac{10^7}{N}\right)^{\frac{1}{6}} ; N \leq 10^9 \text{ cycles} \\ K_{HLi} = \left(\frac{10^7}{10^9}\right)^{\frac{1}{6}} = 0,4642 ; N > 10^9 \text{ cycles} \end{cases} \quad (5-39)$$

Al no conèixer els cicles que es duen a terme se suposa el cas més desfavorable, quan els engranatges treballen a vida infinita. Tenint en compte aquesta consideració i aplicant-la a l'expressió (5-39), s'obté el següent factor de durada K_{HLi} .

$$N = \infty > 10^9 \text{ cycles} \rightarrow K_{HL1} = K_{HL2} = \mathbf{0,4642}$$

5.2.2 ISO 6336-2

La 2^a part de la normativa ISO 6336 defineix que la màxima tensió de contacte admissible que poden suportar els engranatges (resistència a fatiga) ve determinada per l'expressió (5-40).

$$\sigma_{HPi} = \frac{\sigma_{H \text{ lími}} \cdot Z_{NT}}{S_{H \text{ mín}}} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X \quad (5-40)$$

On σ_{HPi} és la tensió de contacte admissible de l'engranatge (pinyó i roda), $\sigma_{H \text{ lími}}$ és la tensió de contacte admissible límit per a unes condicions de funcionament i dimensions de referència, Z_{NT} és el factor de durada, $S_{H \text{ mín}}$ és el factor de seguretat mínim per la durabilitat de la superfície de contacte, Z_L és el factor de lubricació, Z_V és el factor de velocitat, Z_R és el factor de rugositat, Z_W és el factor d'enduriment per deformació i Z_X és el factor de mida.

5.2.2.1 Tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lími}}$

La tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lími}}$ és el mateix concepte que s'ha explicat a l'apartat 5.2.1.1. Aquesta tensió $\sigma_{H \text{ lími}}$ equival a la tensió de contacte admissible σ_{HP} quan es donen les condicions de funcionament i dimensions de referència que mostra la Taula 32. Així mateix, en el cas que l'engranatge no treballi en les condicions i les dimensions de la Taula 32, aquesta tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lími}}$ s'ha de corregir mitjançant uns factors modificatius tal i com es pot veure a l'expressió (5-41).

Taula 32: Condicions de funcionament i dimensions de referència de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ [ISO 6336-5 (2016)]

Paràmetres	Valors
Distància entre centres	$a = 100 \text{ mm}$
Angle de l'hèlix	$\beta_0 = 0^\circ (Z_\beta = 1)$
Mòdul	$m_0 = 3 - 5 \text{ mm} (Z_x = 1)$
Rugositat dels flancs de les dents	$R_z = 3 \mu\text{m} (Z_R = 1)$
Velocitat tangencial	$v'_t = 10 \text{ m/s} (Z_V = 1)$
Viscositat del lubricant	$\nu_{50} = 100 \text{ mm}^2/\text{s} (Z_L = 1)$
Engranatges del mateix material	$(Z_W = 1)$
Grau de precisió de l'engranatge	$4 - 6 \text{ segons ISO 1328} - 1$
Amplada de l'engranatge	$b = 10 - 20 \text{ mm}$
Factors d'influència de càrrega	$K_A = K_V = K_{H\beta} = K_{H\alpha} = 1$

D'aquesta manera, la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ s'obté a partir de l'expressió (5-41), la qual depèn únicament dels paràmetres A i B i de la duresa superficial de l'engranatge (x). Els paràmetres A i B s'obtenen mitjançant la Taula 42 de l'Annex D, i la duresa superficial ha d'estar expressada en unitats HV (Vickers). Conseqüentment, s'ha de realitzar una conversió a les dureses superficials que ofereix la Taula 1, ja que estan expressades en HB (Brinell). Per tant, la conversió dona lloc a unes dureses de 284 HV pel pinyó (270 HB) i 237 HV per la roda (225 HB).

$$\sigma_{H \text{ lím}} = A \cdot x + B \quad (5-41)$$

Així doncs, l'obtenció dels paràmetres A i B de la Taula 42 (Annex D) depenen del material amb el que s'ha fabricat l'engranatge (Taula 41 de l'Annex C) i del grau de qualitat del material (ML, MQ i ME).

Sabent que els engranatges de l'exercici acadèmic estan fets d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*) i són del tipus acer aliat (*alloy steels*), tal i com s'ha definit en l'apartat 5.1.2.2; i suposant que el grau de qualitat és el més exigent (ME), degut a que la tasca que ha de realitzar l'engranatge requereix un alt grau de fiabilitat operativa; s'obtenen els següents paràmetres A i B en el cas de contacte:

$$\begin{cases} A = 2,213 \\ B = 260 \end{cases}$$

Substituint els dos paràmetres i les dureses superficials en HV d'ambdós engranatges a l'expressió (5-41), s'acaba obtenint la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ del pinyó i de la roda.

$$\sigma_{H \text{ lím}i} = A \cdot x + B$$

$$\begin{cases} \sigma_{H \text{ lím}1} = 2,213 \cdot 284 + 260 = \mathbf{888,49 \text{ N/mm}^2} \\ \sigma_{H \text{ lím}2} = 2,213 \cdot 237 + 260 = \mathbf{784,48 \text{ N/mm}^2} \end{cases}$$

5.2.2.2 Factor de durada Z_{NT}

El factor de durada Z_{NT} té en consideració la major tensió de contacte que pot assumir l'engranatge per un determinat nombre de cicles. El factor de durada del pinyó i de la roda seran diferents ja que el nombre de cicles que realitza cadascun és diferent al de l'altre (el pinyó fa més cicles que la roda).

La normativa ISO 6336-2 contempla dues alternatives per obtenir el factor de durada Z_{NT} , de la mateixa manera que ha fet amb altres factors. La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 25, mentre que la segona alternativa és a través de la Taula 33.

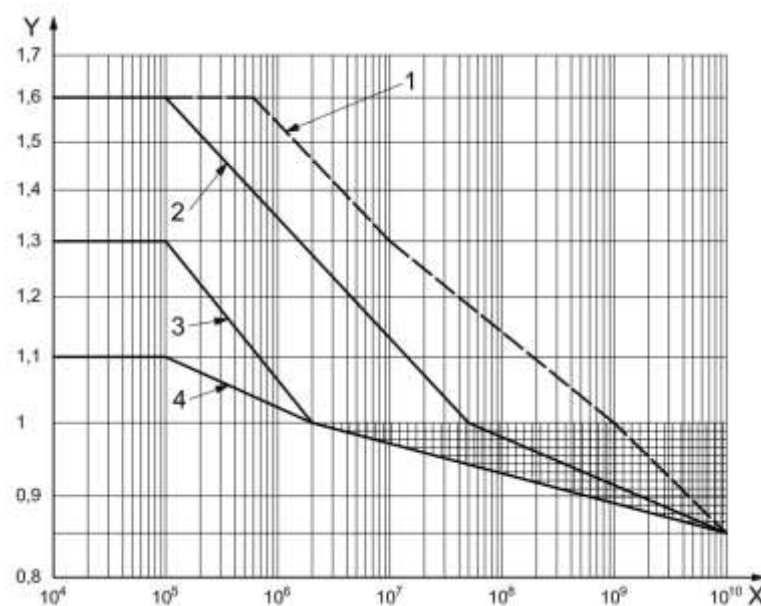


Figura 25: Obtenció del factor de durada Z_{NT} (Y) en funció del nombre de cicles (X) i del material de l'engranatge (1, 2, 3 o 4: consultar Taula 34) [Font: ISO 6336-2 (2006)]

Taula 33: Obtenció del factor de durada Z_{NT} [Font: ISO 6336-2 (2006)]

Material ^a	Number of load cycles	Life factor, Z_{NT}
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF; only when a certain degree of pitting is permissible	$N_L \leq 6 \times 10^5$, static	1,6
	$N_L = 10^7$	1,3
	$N_L = 10^8$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 ^b
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF	$N_L \leq 10^5$, static	1,6
	$N_L = 5 \times 10^7$	1,0
	$N_L = 10^8$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0
GG, GGG (ferr.), NT (nitr.), NV (nitr.)	$N_L \leq 10^5$, static	1,3
	$N_L = 2 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0
NV (nitrocar.)	$N_L \leq 10^5$, static	1,1
	$N_L = 2 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0

^a See ISO 6336-1:2006, Table 2 for explanation of abbreviations used.
^b The lower value of Z_{NT} may be used for critical service, where pitting must be minimal. Values between 0,85 and 1,0 may be used for general purpose gearing. With optimum lubrication, material, manufacturing and experience 1,0 may be used.

Taula 34: Grups de materials per a la Figura 25 [Font: ISO 6336-2 (2006)]

Grup	Materials
1	St, V, GGG, (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF [picat límit permès]
2	St, V, GGG, (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF
3	GG, GGG (ferr.), NT (nitr.), NV (nitr.)
4	NV (nitrocar.)

Consultar la Taula 42 de l'Annex C per desxifrar quin material correspon a cadascuna de les abreviacions que ofereix la Taula 34.

Per tal d'obtenir un factor Z_{NT} més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix la Taula 33.

Es coneix que els engranatges de l'exercici acadèmic estan fets d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*) i són del tipus acer aliat (*alloy steels*), tal i com s'ha definit en l'apartat 5.1.2.2; i se suposa els engranatges corresponen al grup 2 de la Taula 34, degut a que no es permet el picat límit.

Per altra banda, al no conèixer els cicles que es duen a terme se suposa el cas més desfavorable, quan els engranatges treballen a vida infinita. En cas que en la comprovació a fatiga superficial de l'apartat 5.3.2 es demostrï que l'engrenatge falla a fatiga, ja es calcularà el nombre de cicles abans de fallar. Aquesta consideració comporta que el valor del factor de durada del pinyó i de la roda siguin iguals.

Llavors, tenint en compte aquesta consideració i que el material dels engranatges formen part del grup 2, s'obté que el factor de durada Z_{NT} pot prendre un valor entre 0,85 i 1 (succeeix el mateix per a cada grup de material amb un nombre de cicle igual a 10^{10}). La Taula 35 mostra el criteri a seguir per seleccionar el valor més adient del factor de durada Z_{NT} .

Taula 35: Criteri de selecció del factor de durada Z_{NT} per a 10^{10} cicles [Font: ISO 6336-2 (2006)]

Criteri	Factor de durada Z_{NT}
Emprat per serveis crítics	0,85
Emprat per aplicacions de propòsit general	0,85-1
Emprat en condicions òptimes de lubricació, material, fabricació i experiència	1

Suposant que el motor del vaixell està dins del criteri d'aplicacions de propòsit general, se selecciona un valor intermedi dins del rang de 0,85-1.

$$Z_{NT} = 0,90$$

5.2.2.3 Factor de seguretat mínim $S_{H \min}$

El factor de seguretat $S_{H \min}$ es defineix com la tensió en excés que disposa l'objecte, en aquest cas l'engranatge, per sobre de la seva sol·licitació.

El mètode Henriot no ha tingut en compte cap factor de seguretat en el càlcul i no el té definit en les seves expressions. Tanmateix, el mètode Henriot contempla que el seu dimensionat d'engranatges permet sobrecàrregues instantànies de fins a tres vegades la càrrega de càlcul. Per tal de poder realitzar correctament la comparació entre mètodes, es defineix un factor de seguretat de 1.

$$S_{H \min} = 1$$

5.2.2.4 Factor de lubricació Z_L

El factor de lubricació Z_L té en consideració l'afectació de la viscositat nominal del lubricant sobre l'efecte de la pel·lícula lubricant. Aquest factor prendrà el mateix valor pel pinyó i per la roda.

La normativa ISO 6336-2 contempla dues alternatives per obtenir el factor de durada Z_{NT} , de la mateixa manera que ha fet amb altres factors. La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 26, mentre que la segona alternativa és analítica a través de l'expressió (5-42).

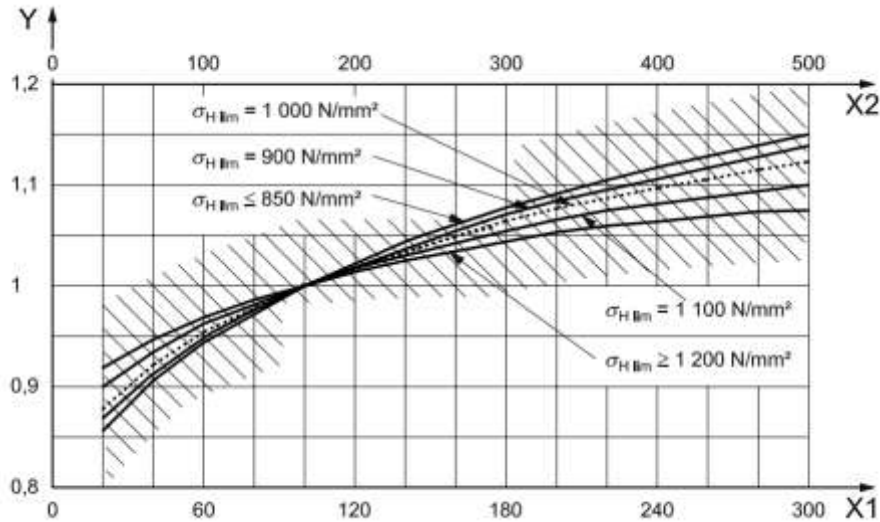


Figura 26: Obtenció del factor de lubricació Z_L (Y) en funció de la viscositat nominal a 50°C (X1) o a 40°C (X2) i en funció de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ (de l'engranatge amb menor tensió de contacte admissible) [Font: ISO 6336-2 (2006)]

$$Z_L = C_{ZL} + 4 \cdot (1 - C_{ZL}) \cdot \nu_f \quad (5-42)$$

On C_{ZL} és un paràmetre del factor de lubricació que s'obté a partir de l'expressió (5-43) i ν_f és el paràmetre de viscositat que s'obté a partir de la Taula 36.

$$\begin{cases} \text{Per } \sigma_{H \text{ lím}} \in [850, 1200] \text{ N/mm}^2 \rightarrow C_{ZL} = \frac{\sigma_{H \text{ lím}}}{4.375} + 0,6357 \\ \text{Per } \sigma_{H \text{ lím}} < 850 \text{ N/mm}^2 \rightarrow C_{ZL} = 0,83 \\ \text{Per } \sigma_{H \text{ lím}} > 1.200 \text{ N/mm}^2 \rightarrow C_{ZL} = 0,91 \end{cases} \quad (5-43)$$

On la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ correspon a la de l'engranatge amb menor tensió. A partir de l'apartat 5.2.2.1 es determina que l'engranatge amb menor tensió de contacte admissible és la roda, coherent degut a que el pinyó realitza més cicles; amb una tensió $\sigma_{H \text{ lím}}=784,48 \text{ N/mm}^2$.

Taula 36: Obtenció de la viscositat nominal a 40°C (ν_{40}), 50°C (ν_{50}) i del paràmetre de viscositat (ν_f) en funció de la classe de viscositat ISO [Font: ISO 6336-2 (2006)]

ISO viscosity class (grade)		VG 32 ^a	VG 46 ^a	VG 68 ^a	VG 100	VG 150	VG 220	VG 320
Nominal viscosity, mm ² /s	ν_{40}	32	46	68	100	150	220	320
	ν_{50}	21	30	43	61	89	125	180
Viscosity parameter	ν_f	0,040	0,067	0,107	0,158	0,227	0,295	0,370

^a Only for high speed transmission.

Per tal d'obtenir un factor Z_L més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix l'expressió (5-42).

Per tant, a partir de l'expressió (5-43) i sabent que $\sigma_{H \text{ lím}} = 784,48 \text{ N/mm}^2$, es determina que s'està en el cas de $\sigma_{H \text{ lím}} < 850 \text{ N/mm}^2$, obtenint així el següent factor C_{ZL} :

$$C_{ZL} = 0,83$$

Donat que l'enunciat acadèmic no proporciona cap informació relativa a la lubricació dels engranatges, s'ha seleccionat un lubricant de la casa REPSOL, el qual està disponible a l'Annex E. Aquest lubricant presenta dos productes, AURELIA TI 3030 i AURELIA TI 4030; amb una viscositat nominal a 40°C ν_{40} de 110 mm²/s i 140 mm²/s, respectivament. Analitzant aquestes viscositats nominals a 40°C i comparant-los amb els que presenta la Taula 36, s'observa que aquests valors es troben entre la classe de viscositat VG 100 i VG 150. S'escull la classe VG 100 degut a que és el cas més desfavorable, ja que una baixa viscositat provoca major desgast en l'engrenatge com a conseqüència de l'escassetat del coixí hidrodinàmic.

D'aquesta manera, tenint una classe de viscositat VG 100 s'obté el paràmetre de viscositat ν_f mitjançant la Taula 36.

$$VG 100 \rightarrow \nu_f = 0,158$$

Substituint el paràmetre de viscositat ν_f i el factor C_{ZL} a l'expressió (5-42) s'obté el factor de lubricació Z_L .

$$Z_L = C_{ZL} + 4 \cdot (1 - C_{ZL}) \cdot \nu_f = 0,83 + 4 \cdot (1 - 0,83) \cdot 0,158 = \mathbf{0,9374}$$

5.2.2.5 Factor de velocitat Z_V

El factor de velocitat Z_V té en consideració l'afectació de la velocitat perifèrica en el cercle primitiu de funcionament ν'_t sobre la pel·lícula lubricant. Aquest factor prendrà el mateix valor pel pinyó i per la roda, i depèn també de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ (a l'apartat 5.2.2.4 s'ha definit la que la tensió $\sigma_{H \text{ lím}}=784,48 \text{ N/mm}^2$).

La normativa ISO 6336-2 contempla dues alternatives per obtenir el factor de durada Z_V , de la mateixa manera que ha fet amb altres factors. La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 27, mentre que la segona alternativa és analítica a través de l'expressió (5-44).

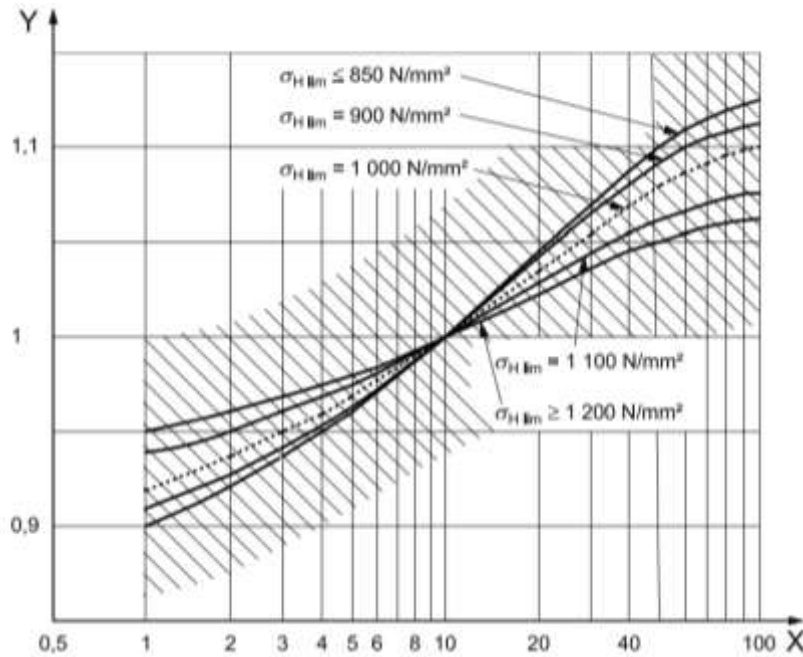


Figura 27: Obtenció del factor de velocitat Z_V (Y) en funció de la velocitat perifèrica v'_t (X) i en funció de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lim}}$ (de l'engrenatge amb menor tensió de contacte admissible) [Font: ISO 6336-2 (2006)]

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2 \cdot (1 - C_{ZV})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{v'_t}}} \quad (5-44)$$

On C_{ZV} és un paràmetre del factor de velocitat, el qual depèn únicament del paràmetre C_{ZL} (obtingut a l'apartat 5.2.2.4) i s'obté a partir de l'expressió (5-45); i v'_t és la velocitat perifèrica en el cercle primitiu de funcionament, la qual s'ha calculat a l'apartat 4.1.1.6 ($v'_t = 20,11$ m/s).

$$C_{ZV} = C_{ZL} + 0,02 \quad (5-45)$$

De la mateixa manera que s'ha estat fent al llarg del treball, per tal d'obtenir un factor Z_V més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix l'expressió (5-44).

Així doncs, es calcula el factor C_{ZV} a partir de l'expressió (5-45) i, seguidament, s'obté el factor de velocitat Z_V a partir de l'expressió (5-44).

$$C_{ZV} = C_{ZL} + 0,02 = 0,83 + 0,02 = 0,85$$

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2 \cdot (1 - C_{ZV})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{v'_t}}} = 0,85 + \frac{2 \cdot (1 - 0,85)}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{20,11}}} = 1,04$$

5.2.2.6 Factor de rugositat Z_R

El factor de rugositat Z_R té en consideració com afecta la rugositat superficial dels flancs, quan el pinyó i la roda engranen; sobre la pel·lícula lubricant. Aquest factor prendrà el mateix valor pel pinyó i per la roda, i depèn també de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ (a l'apartat 5.2.2.4 s'ha definit la que la tensió $\sigma_{H \text{ lím}}=784,48 \text{ N/mm}^2$).

La normativa ISO 6336-2 contempla dues alternatives per obtenir el factor de rugositat Z_R , de la mateixa manera que ha fet amb altres factors. La primera alternativa és gràfica mitjançant la Figura 28, mentre que la segona alternativa és analítica a través de l'expressió (5-46).

De la mateixa manera que s'ha estat fent al llarg del treball, per tal d'obtenir un factor Z_V més exacte, l'alternativa emprada és la que ofereix l'expressió (5-46).

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{Z10}} \right)^{C_{ZR}} \quad (5-46)$$

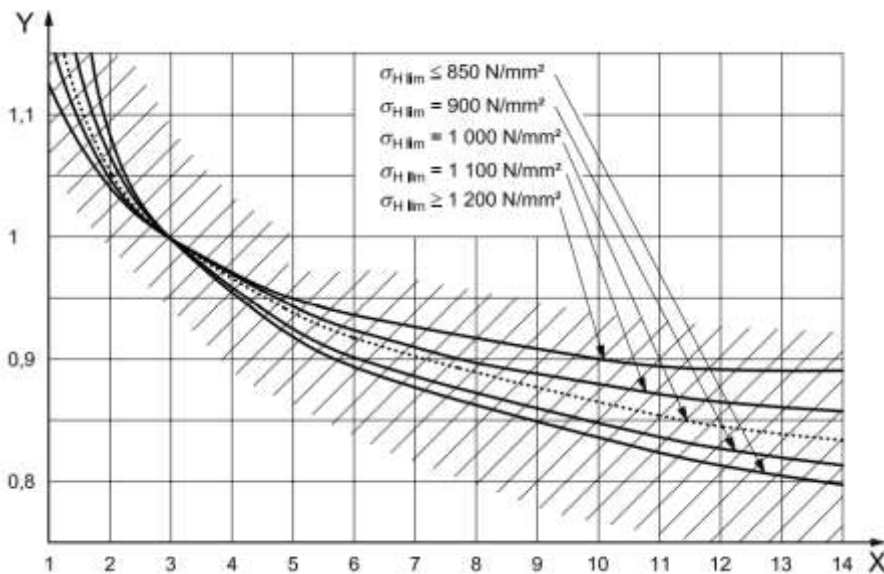


Figura 28: Obtenció del factor de rugositat Z_R (Y) en funció de la rugositat mitjana relativa R_{Z10} (X) i en funció de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ (de l'engrenatge amb menor tensió de contacte admissible) [Font: ISO 6336-2 (2006)]

On C_{ZR} és un paràmetre del factor de rugositat que s'obté a partir de l'expressió (5-47) i R_{Z10} és la rugositat mitjana relativa pel parell d'engrenatges que s'obté a partir de l'expressió (5-48).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Per } \sigma_H \text{ lím} \in [850, 1200] \text{ N/mm}^2 \rightarrow C_{ZR} = 0,32 - 0,0002 \cdot \sigma_H \text{ lím} \\ \text{Per } \sigma_H \text{ lím} < 850 \text{ N/mm}^2 \rightarrow C_{ZR} = 0,15 \\ \text{Per } \sigma_H \text{ lím} > 1.200 \text{ N/mm}^2 \rightarrow C_{ZR} = 0,08 \end{array} \right. \quad (5-47)$$

$$R_{Z10} = R_Z \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{\rho_{red}}} \quad (5-48)$$

On R_Z és la rugositat mitjana del parell d'engranatges, la qual és una mitjana entre les rugositats mitjanes del pinyó R_{Z1} i de la roda R_{Z2} i s'obté amb l'expressió (5-49); i ρ_{red} és el radi de curvatura relatiu que s'obté a partir de l'expressió (5-50).

$$R_Z = \frac{R_{Z1} + R_{Z2}}{2} \quad (5-49)$$

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (5-50)$$

Aquest radi de curvatura relatiu ρ_{red} depèn únicament dels radis de curvatura del pinyó ρ_1 i de la roda ρ_2 , els quals s'obtenen amb l'expressió (5-51). Aquest radi de cada engranatge depèn del seu diàmetre de base d_{bi} i de l'angle de pressió frontal de funcionament α'_t , els quals s'han calculat als Annexos A.4 i A.5.

$$\rho_i = 0,5 \cdot d_{bi} \cdot \tan \alpha'_t \quad (5-51)$$

Així doncs, el primer pas consisteix en determinar el factor C_{ZR} . A partir de l'expressió (5-47) i sabent que $\sigma_H \text{ lím} = 784,48 \text{ N/mm}^2$, es determina que s'està en el cas de $\sigma_H \text{ lím} < 850 \text{ N/mm}^2$, el qual suposa que el factor C_{ZR} assoleixi el següent valor:

$$C_{ZR} = 0,15$$

En segon lloc, es determinen les rugositats mitjanes del pinyó R_{Z1} i de la roda R_{Z2} , les quals no són proporcionades per l'enunciat acadèmic. Així doncs, se suposa que els engranatges han estat fabricats amb un procés de rectificat per acabat, que proporciona rugositats R_{ai} entre 0,8 i 0,2 μm . S'escull la rugositat de 0,8 μm ja que és la més desfavorable.

Però, és necessari obtenir la rugositat R_{Zi} per poder fer els càlculs pertinents. Per poder obtenir amb més exactitud la rugositat R_{Zi} s'hauria de dur a terme un anàlisi més curós i

detallat amb la instrumentació adequada. Però, per tal de facilitar l'obtenció d'aquesta rugositat R_{Zi} es fa una aproximació empírica a través de l'expressió (5-52).

$$R_{Zi} = R_{ai} \cdot 7,2 \quad (5-52)$$

D'aquesta manera, suposant que el pinyó i la roda s'han fet mitjançant el mateix procés, s'obté la rugositat mitjana de cada engranatge R_{Zi} juntament amb la rugositat mitjana del parell d'engranatges R_Z .

$$R_{Z1} = R_{Z2} = 0,8 \cdot 7,2 = 5,76 \approx 6 \mu m$$

$$R_Z = \frac{R_{Z1} + R_{Z2}}{2} = \frac{2 \cdot R_{Z1}}{2} = R_{Z1} = 6 \mu m$$

En tercer lloc, es determinen els radis de curvatura del pinyó ρ_1 i de la roda ρ_2 , amb l'expressió (5-51); juntament el radi de curvatura relatiu ρ_{red} , amb l'expressió (5-50).

$$\rho_1 = 0,5 \cdot d_{b1} \cdot \tan \alpha'_t = 0,5 \cdot 220,95 \cdot \tan 23,0273 = 46,96 \text{ mm}$$

$$\rho_2 = 0,5 \cdot d_{b2} \cdot \tan \alpha'_t = 0,5 \cdot 892,64 \cdot \tan 23,0273 = 189,70 \text{ mm}$$

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{46,96 \cdot 189,70}{46,96 + 189,70} = 37,64 \text{ mm}$$

Seguidament, es substitueixen a l'expressió (5-48) la rugositat mitjana del parell d'engranatges R_Z i el radi de curvatura relatiu ρ_{red} per tal d'obtenir la rugositat mitjana relativa pel parell d'engranatges $R_{Z_{10}}$.

$$R_{Z_{10}} = R_Z \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{\rho_{red}}} = 6 \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{37,64}} = 3,86 \mu m$$

I finalment, s'obté el factor Z_V substituint la rugositat $R_{Z_{10}}$ i el factor C_{ZR} a l'expressió (5-46).

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{Z_{10}}} \right)^{C_{ZR}} = \left(\frac{3}{3,86} \right)^{0,15} = 0,9630$$

5.2.2.7 Factor d'enduriment per deformació Z_W

El factor d'enduriment per deformació Z_W té en consideració l'increment en la durabilitat de la superfície com a conseqüència de l'acoblament de la roda engranant amb el pinyó amb major duresa. Aquest factor pren valors diferents pel pinyó i per la roda, ja que depèn de la rugositat que presenti cada engranatge. D'aquesta manera, si els engranatges presenten la mateixa rugositat, el factor d'enduriment Z_W serà el mateix pels dos.

La normativa ISO 6336-2 contempla dos mètodes per obtenir el factor d'enduriment per deformació Z_W en funció de l'acabat superficial del pinyó i la roda. D'aquesta manera, la ISO 6336-2 distingeix dos casos:

- Quan el pinyó està endurit superficialment (*surface-hardened*) i la roda està endurida temperada (*through-hardened*).
- Quan el pinyó i la roda estan endurits temperats (*through-hardened*).

Així doncs, de la mateixa manera que s'ha estat fent amb altres factors, per a cada cas es disposa de dues alternatives per obtenir el factor d'enduriment per deformació Z_W , l'alternativa gràfica i l'alternativa analítica. D'aquesta manera, la finalitat de la Taula 37 és la de mostrar de manera eficaç quines figures i expressions s'han d'aplicar per a cada cas.

Taula 37: Resum de les expressions i figures per obtenir el factor en funció de l'acabat superficial dels engranatges [Font: Elaboració pròpia]

Acabat superficial engranatges	Factor Z_W (gràfica)	Factor Z_W (expressions)	Expressions complementàries per obtenir Z_W
Pinyó endurit superficialment i roda endurida temperada	Figura 29	Expressió (5-53)	Expressions (5-54) i (5-55)
Pinyó i roda endurits temperats	Figura 30	Expressió (5-56)	Expressió (5-57)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Per } HB \in [130, 470] \rightarrow Z_W = \left(1,2 - \frac{HB - 130}{1700}\right) \cdot \left(\frac{3}{R_{ZH}}\right)^{0,15} \\ \text{Per } HB < 130 \rightarrow Z_W = 1,2 \cdot \left(\frac{3}{R_{ZH}}\right)^{0,15} \\ \text{Per } HB > 470 \rightarrow Z_W = \left(\frac{3}{R_{ZH}}\right)^{0,15} \end{array} \right. \quad (5-53)$$

IMPORTANT: HB correspon a la duresa superficial de l'engranatge amb menor duresa superficial.

$$R_{ZH} = \frac{R_{Z1} \cdot \left(\frac{10}{\rho_{red}}\right)^{0,33} \cdot \left(\frac{R_{Z1}}{R_{Z2}}\right)^{0,66}}{\left(\frac{v_{40} \cdot v'_t}{1500}\right)^{0,33}} \quad (5-54)$$

$$\begin{cases} \text{Si } R_{ZH} > 16 \rightarrow R_{ZH} = 16 \mu\text{m} \\ \text{Si } R_{ZH} < 3 \rightarrow R_{ZH} = 3 \mu\text{m} \end{cases} \quad (5-55)$$

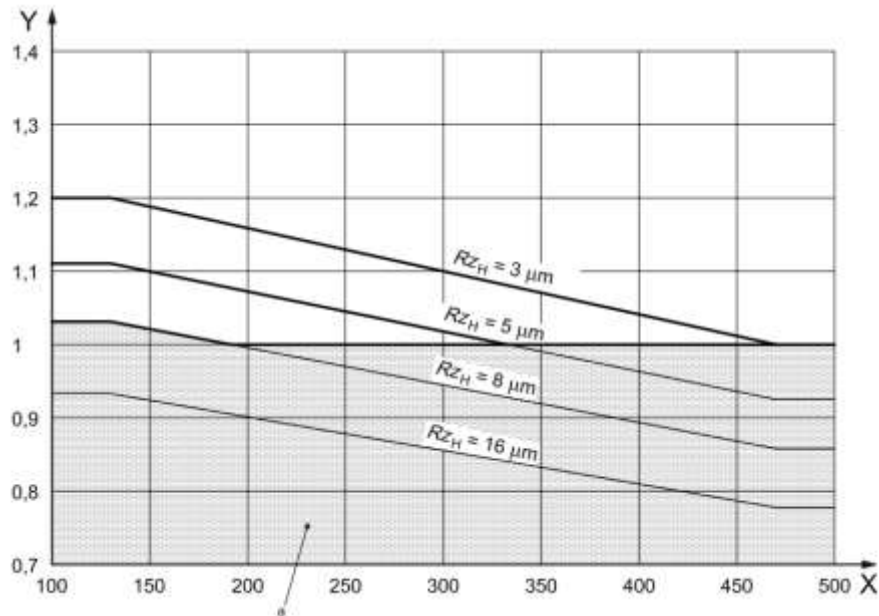


Figura 29: Obtenció del factor Z_W (Y) en funció de la duresa superficial de l'engrenatge amb menor duresa superficial HB (X) i en funció de la rugositat equivalent R_{ZH} [Font: ISO 6336-2 (2006)]

On R_{ZH} és la rugositat equivalent, és ρ_{red} el radi de curvatura relatiu, calculat a l'apartat 5.2.2.6 ($\rho_{red} = 37,64$ mm); R_{Zi} és la rugositat mitjana de cada engranatge, calculades en l'apartat 5.2.2.6 ($R_{Z1} = R_{Z2} = 6$ μm); v_{40} és la viscositat nominal a 40°C, obtinguda indirectament a l'apartat 5.2.2.4 ($v_{40} = 100$ mm²/s); i v'_t és la velocitat perifèrica en el cercle primitiu de funcionament, calculada a l'apartat 4.1.1.6 ($v'_t = 20,11$ m/s).

$$\begin{cases} \text{Per } HB_1/HB_2 \in [1,2, 1,7] \rightarrow Z_W = 1 + A \cdot (i - 1) \\ \text{Per } HB_1/HB_2 < 1,2 \rightarrow Z_W = 1 \\ \text{Per } HB_1/HB_2 > 1,7 \rightarrow Z_W = 1 + 0,00698 \cdot (i - 1) \end{cases} \quad (5-56)$$

$$A = 0,00898 \cdot \frac{HB_1}{HB_2} - 0,00829 \quad (5-57)$$

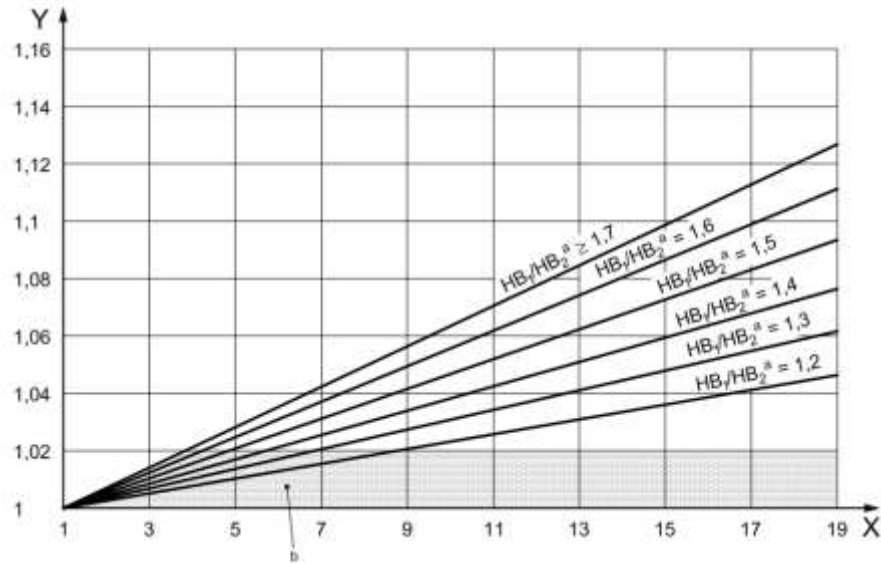


Figura 30: Obtenció del factor d'enduriment per deformació Z_W (Y) en funció de la relació de transmissió i (X) i en funció de la relació de les dureses superficials del pinyó i de la roda HB_1/HB_2 [Font: ISO 6336-2 (2006)]

On HB_1 és la duresa superficial Brinell (HB) del pinyó, valor conegut a partir de l'enunciat acadèmic de la Taula 1 ($HB_1 = 270$ HB); HB_2 és la duresa superficial Brinell (HB) de la roda, valor conegut a partir de l'enunciat acadèmic de la Taula 1 ($HB_2 = 225$ HB); A és un paràmetre que relaciona les dureses superficials d'ambdós engranatges i i és la relació de transmissió, prèviament calculat en l'apartat 5.1.1.2 ($i = 4,04$).

Així doncs, el primer pas consisteix en determinar en quin cas d'acabat superficial es troben els engranatges. Tal i com s'ha definit a l'apartat 5.1.2.2, ambdós engranatges s'han fet d'acer forjat endurit (*through-hardened wrought steels*), fet que implica que s'estigui en el segon cas (pinyó i roda endurits temperats).

En segon lloc, es determinarà el factor d'enduriment per deformació Z_W pel segon cas a partir de l'alternativa més exacte, sent aquesta la que ofereix l'expressió (5-56). Llavors, es calcula la relació entre les dureses superficials del pinyó i de la roda.

$$\frac{HB_1}{HB_2} = \frac{270}{225} = 1,2 \rightarrow Z_W = 1 + A \cdot (i - 1)$$

A partir de l'expressió (5-56) i amb el resultat obtingut ($HB_1/HB_2 = 1,2$), es determina la fórmula utilitzada pel càlcul d'aquest factor Z_W . Però abans d'obtenir aquest factor Z_W és necessari calcular el paràmetre A a partir de l'expressió (5-57).

$$A = 0,00898 \cdot \frac{HB_1}{HB_2} - 0,00829 = 0,00898 \cdot 1,2 - 0,00829 = 0,00249$$

$$Z_W = 1 + A \cdot (i - 1) = 1 + 0,00249 \cdot (4,04 - 1) = 1,01$$

5.2.2.8 Factor de mida Z_X

El factor de mida Z_X té en consideració la influència de la mida de l'engranatge en la qualitat del material. En altres paraules, el factor Z_X analitza el col·lapse del material a fatiga en funció de la seva mida i estableix que la tensió a la qual es produeix la fatiga disminueix a mesura que augmenta la mida de l'engranatge.

La normativa ISO 6336 indica que l'obtenció del factor de mida Z_X depèn principalment d'una sèrie de paràmetres, com són la qualitat del material, el tractament tèrmic o el radi de curvatura del flanc de la dent. Tanmateix, la ISO 6336 estableix per defecte que el factor Z_X és unitari i pren el mateix valor tant pel pinyó i per la roda.

$$Z_X = 1,00$$

5.2.3 Comparació dels mètodes i càlcul de la resistència als flancs de les dents

Seguint la tendència de totes les comparacions realitzades, a continuació es durà a terme una comparació entre els dos mètodes estudiats i es calcularà la resistència superficial dels flancs de les dents.

En aquesta comparació només s'ha de realitzar una única modificació i aquesta fa referència al factor de durada. D'aquesta manera, s'ha definit que el factor de durada Z_{NT} de la ISO 6336 equival a l'arrel del factor de durada $\sqrt{K_{HLi}}$ del mètode Henriot, amb la qual cosa la modificació a implementar és la següent:

$$K_{HLi}' = \sqrt{K_{HLi}}$$

Així doncs, l'expressió (5-58) recopila la resistència a fatiga superficial dels dos mètodes aplicant aquesta modificació.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mètode Henriot} \rightarrow \sigma_{admi} = \sigma_{H \text{ lími}} \cdot K_{HLi}' \cdot \left(\frac{k_c}{0,814} \right) \\ \text{Normativa ISO 6336} \rightarrow \sigma_{HPi} = \frac{\sigma_{H \text{ lími}} \cdot Z_{NT}}{S_{H \text{ mín}}} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X \end{array} \right. \quad (5-58)$$

Seguidament, es realitzarà un anàlisi per detectar quins són els factors que es poden comparar entre els dos mètodes i quins són els que afegeix la normativa ISO 6336.

En primer lloc, la resistència a fatiga $\sigma_{H \text{ lími}}$ (Henriot) i la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lími}}$ (ISO 6336) equivalen al mateix concepte, ja que ambdues calculen la tensió resistent admissible que els engranatges són capaços de suportar (consultar apartats 5.2.1.1 i 5.2.2.1).

En segon lloc, el factor de probabilitat de fallada k_c del mètode Henriot és un factor que no incorpora la normativa ISO 6336, amb la qual cosa no es pot comparar. A més, al tenir una fiabilitat del 99% s'assoleix un factor k_c de 0,814, fent que tot el coeficient que correspon al parèntesi sigui la unitat.

En tercer lloc, el factor de seguretat $S_{H \text{ mín}}$ és un coeficient de seguretat mínim que no inclou el mètode Henriot. Tal i com s'ha comentat a l'apartat 5.2.2.3, no té sentit donar-li un valor al factor de seguretat ja que en el mètode Henriot no s'ha tingut en compte cap factor de seguretat en el càlcul, i per això es defineix un factor de seguretat de 1. D'aquesta manera, al ser un valor unitari no és un factor que s'hagi de tenir en compte.

En quart lloc, la normativa ISO 6336 afegeix 5 factors nous respecte el mètode Henriot en el càlcul de la resistència a fatiga, els quals són el factor de lubricació Z_L , el de velocitat Z_V , el de rugositat Z_R , el d'enduriment per deformació Z_W i el de mida Z_X . Els tres primers corresponen a factors que tenen en compte la pel·lícula lubricant, mentre que el factor d'enduriment per deformació Z_W té en compte la influència de la duresa superficial. Per altra banda, el factor de mida Z_X com afecta la distribució d'esforços en funció de la mida de l'engranatge, i en aquest cas la seva influència és nul·la ja que la ISO 6336 el defineix com un factor unitari.

D'aquesta manera, afegir aquests factors a la ISO 6336 suposa una evolució del càlcul de la resistència a fatiga ja que permet obtenir un valor més realista.

Així doncs, els diferents factors de la resistència a fatiga superficial dels flancs de les dents es comparen segons la Taula 42.

Taula 38: Comparativa entre els factors de la resistència superficial dels flancs de les dents
[Font: elaboració pròpia]

Factors	Henriot	ISO 6336
Tensió de contacte admissible	$\sigma_H \text{ lími}$	$\sigma_H \text{ lími}$
Factor de durada	$K_{HLi}' = \sqrt{K_{HLi}}$	Z_{NT}
Factor de probabilitat de fallada	k_c	-
Factor de lubricació	-	Z_L
Factor de velocitat	-	Z_V
Factor de rugositat	-	Z_R
Factor d'enduriment per deformació	-	Z_W
Factor de mida	-	Z_X

Tenint en compte els diferents factors dels dos mètodes recollits a la Taula 38 i les expressions del càlcul de la resistència a fatiga recollides a l'expressió (5-58), a la Taula 39 es recullen els valors dels factors pels dos mètodes de càlcul, així com les resistències a fatiga superficial dels flancs de les dents del pinyó i de la roda.

Taula 39: Comparació dels factors i càlcul de la resistència superficial dels flancs de les dents
[Font: elaboració pròpia]

	Henriot	ISO 6336
Tensió de contacte admissible	$\sigma_H \text{ lím1} = 975,00 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_H \text{ lím1} = 888,49 \text{ N/mm}^2$
	$\sigma_H \text{ lím2} = 900,00 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_H \text{ lím2} = 784,48 \text{ N/mm}^2$
Factor de durada	$K_{bL1}' = K_{bL2}' = 0,6813$	$Z_{NT} = 0,9$
Factor de probabilitat de fallada	$k_c = 0,814$	-
Factor de lubricació	-	$Z_L = 0,9374$
Factor de velocitat	-	$Z_V = 1,04$
Factor de rugositat	-	$Z_R = 0,9630$
Factor d'enduriment per deformació	-	$Z_W = 1,01$
Factor de mida	-	$Z_X = 1,00$
Resistència a fatiga al peu de la dent causada per la flexió	$\sigma_{adm1} = 664,26 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{HP1} = 759,35 \text{ N/mm}^2$
	$\sigma_{adm2} = 613,16 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{HP2} = 670,46 \text{ N/mm}^2$

Analitzant els valors obtinguts de la resistència es pot observar una significativa similitud entre els mètodes, ja que els resultats d'un mètode no disten molt de l'altre.

D'aquesta manera, és important comentar que els 5 factors que afegeix la ISO 6336 respecte el mètode Henriot no són significatius, ja que aquests prenen valors molt pròxims a la unitat i modifiquen de manera ínfima el valor final de la resistència a fatiga.

Per altra banda, les diferències més notables es troben en les tensions de contacte admissible i en el factor de durada. Pel que fa la tensió de contacte admissible, s'obtenen tensions aproximadament 100 N/mm² més gran al mètode Henriot que amb la ISO 6336, fent que sigui la principal font d'aquesta diferència. I pel que fa el factor de durada, s'observa que el factor de durada al mètode Henriot és inferior al de la normativa ISO 6336.

D'aquesta manera, es pot concloure que el principal factor diferencial és el que introdueix la tensió de contacte admissible, però no és comparable amb la diferència que produïa la tensió de flexió admissible en la resistència a fatiga al peu de la dent. Per tant, es pot dir que la normativa ISO 6336 proposa resultats de la resistència a fatiga majors que el mètode Henriot, probablement com a conseqüència de l'experiència i recursos de càlcul disponibles a l'actualitat en comparació amb la de fa 50 anys.

5.3 Comprovació i estimació de vida

La comprovació de la vida té la finalitat de determinar si s'assolirà una vida a fatiga infinita o finita. Per tant, es realitzarà la comparació entre la sol·licitació i la resistència dels flancs de les dents dels dos engranatges.

Per tant, en aquest apartat es calcularà la vida que tindran els engranatges quan es genera fatiga superficial dels flancs de les dents pels dos mètodes a estudiats, el mètode Henriot i la normativa ISO 6336. Cal tenir en compte que la fallada a fatiga depèn principalment de les característiques superficials, amb la qual cosa fallarà abans l'engranatge amb menor duresa superficial en el cas que ambdós engranatges realitzessin el mateix nombre de cicles. Però això no succeeix ja que el pinyó i la roda mai realitzaran els mateixos cicles, degut a la diferència de dimensions entre ells.

Finalment, en aquest apartat es realitzarà una comparació per tal d'analitzar les similituds i diferències més significatives entre ambdós mètodes.

5.3.1 Mètode Henriot

La comprovació de la vida es realitza comparant la sol·licitació σ_H i la resistència σ_{admi} a fatiga superficial dels flancs de les dents dels dos engranatges (pinyó i roda) i a partir de l'expressió (5-59) es determinarà quina vida tindran els engranatges.

$$\begin{cases} \sigma_H < \sigma_{admi} \rightarrow \text{Vida infinita} \\ \sigma_H > \sigma_{admi} \rightarrow \text{Vida finita} \end{cases} \quad (5-59)$$

Per tant, el primer pas és determinar que si la vida serà infinita o no. En cas que així sigui, el càlcul de la vida s'acabarà aquí, mentre que en el cas contrari, s'haurà de fer una sèrie de càlculs per estimar la vida.

Així doncs, seguint l'expressió (5-59), es comprova que tant el pinyó com la roda tenen una vida finita a fatiga a fatiga superficial, ja que la sol·licitació que rep la dent és superior a la que pot arribar a suportar.

$$\text{Pinyó} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_H = 699,84 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{adm1} = 664,26 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_H > \sigma_{adm1} \rightarrow \text{Vida finita}$$

$$\text{Roda} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_H = 699,84 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{adm2} = 613,16 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_H > \sigma_{adm2} \rightarrow \text{Vida finita}$$

Per conèixer les hores de funcionament estimades que tindran ambdós engranatges, primer s'ha de calcular els cicles esperats que realitzaran aquests. Aquests cicles s'obtenen suposant que la tensió màxima admissible σ_{admi} que pot aguantar l'engranatge és igual a la sol·licitació que rep σ_H . D'aquesta manera, desenvolupant l'expressió (5-38) s'obtenen els cicles que poden suportar els engranatges abans de fallar a fatiga superficial.

$$\sigma_{admi} = \sigma_H = \sigma_{Hlími} \cdot \sqrt{\left(\frac{10^7}{N_i}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot (0,814)} \rightarrow N_i = \frac{10^7}{\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{Hlími}} \cdot \frac{0,814}{k_c}\right)^{12}}$$

$$N_{\text{cicles pinyó}} = \frac{10^7}{\left(\frac{699,84}{975} \cdot \frac{0,814}{0,814}\right)^{12}} = \mathbf{534.689.240 \text{ cicles}}$$

$$N_{\text{cicles roda}} = \frac{10^7}{\left(\frac{699,84}{900} \cdot \frac{0,814}{0,814}\right)^{12}} = \mathbf{204.623.811 \text{ cicles}}$$

Tot seguit, es calculen els cicles equivalents que realitzarien els engranatges si funcionessin ininterrompudament tot el temps (5.952,38 hores) que s'ha calculat a l'apartat 3 a parell màxim.

$$N_{\text{cicles pinyó equivalent parell màxim}} = 5.952,38 \text{ h} \cdot 1600 \frac{\text{cicles}}{\text{min}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} = \mathbf{571.428.571 \text{ cicles}}$$

$$N_{\text{cicles roda equivalent parell màxim}} = \frac{N_{\text{cicles pinyó equivalent parell màxim}}}{i} = \frac{571.428.571}{4,04} \\ = \mathbf{141.442.715 \text{ cicles}}$$

Tenint aquestes dades, s'obtenen les hores de funcionament d'ambdós engranatges.

$$t_{\text{pinyó}} = 25.000 \text{ h} \cdot \frac{534.689.240 \text{ cicles}}{571.428.571 \text{ cicles}} = \mathbf{23.392 \text{ hores}}$$

$$t_{\text{roda}} = 25.000 \text{ h} \cdot \frac{204.623.811 \text{ cicles}}{141.442.715 \text{ cicles}} = \mathbf{36.167 \text{ hores}}$$

D'aquesta manera, es comprova que el pinyó no podrà aguantar les 25.000 hores de funcionament, mentre que la roda sí que podrà amb aquestes hores de funcionament.

5.3.2 ISO 6336-2

La comprovació de la vida es realitza comparant la sol·licitació σ_{Hi} i la tensió admissible σ_{HPi} fatiga superficial dels flancs de les dents dels dos engranatges (pinyó i roda) i, segons les condicions que es tinguin, com s'observa a l'expressió (5-60); es tindrà una vida o una altra.

$$\begin{cases} \sigma_{Hi} < \sigma_{HPi} \rightarrow \text{Vida infinita} \\ \sigma_{Hi} > \sigma_{HPi} \rightarrow \text{Vida finita} \end{cases} \quad (5-60)$$

Per tant, el primer pas és determinar que si la vida serà infinita o no. En cas que així sigui, el càlcul de la vida s'acabarà aquí, mentre que en el cas contrari, s'haurà de fer una sèrie de càlculs per estimar la vida.

Així doncs, seguint l'expressió (5-60), es comprova que tant el pinyó com la roda tenen una vida infinita a fatiga superficial, ja que la sol·licitació a pressió superficial és inferior a la que pot arribar a suportar. Per tant, a fatiga superficial els dos engranatges podran aguantar les 25.000 hores de funcionament.

$$\text{Pinyó} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{H1} = 599,37 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{HP1} = 759,35 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_{H1} < \sigma_{HP1} \rightarrow \text{Vida infinita}$$

$$\text{Roda} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{H2} = 599,37 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{HP2} = 670,46 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_{H2} < \sigma_{HP2} \rightarrow \text{Vida infinita}$$

5.3.3 Comparació dels mètodes

Si es comparen ambdós mètodes de càlcul, s'observa que per la ISO 6336 s'assoleix vida infinita a fatiga superficial dels flancs de les dents, mentre que amb el mètode Henriot no

s'assoleix la vida infinita, on s'estima que només la roda assoleixi les 25.000 hores de funcionament que es sol·licita a l'exercici acadèmic.

La conclusió a la qual s'arriba és que el mètode Henriot presenten sol·licitacions més grans que la ISO 6336 i resistències més petites. Això provoca que la ISO 6336 disposi de més marge per assolir la vida infinita que el mètode Henriot, ja que la diferència entre la sol·licitació i la resistència a fatiga és major. Llavors, això significa que la ISO 6336 ha corregit possibles errors de càlcul que hi havia al mètode Henriot, amb la finalitat d'obtenir resultats més propers a la realitat.

6 ESTUDI ECONÒMIC

Aquest apartat té com a objectiu mostrar la valoració econòmica que ha suposat la realització del present treball.

Costos d'execució			
Descripció	Hores	€/hora	Cost (€)
Investigació i recerca	50	45	2.250,00
Anàlisi i interpretació de la normativa	60	45	2.700,00
Càlculs	150	55	8.250,00
Redacció	70	30	2.100,00
TOTAL Costos d'execució (sense IVA)			15.300,00
Costos dels recursos			
Descripció			Cost (€)
<i>Traité Théorique et Pratique des Engrenages</i> (G. Henriot)			120,00
ISO 6336-1			200,90
ISO 6336-2			160,30
ISO 6336-3			180,60
ISO 6336-5			160,30
ISO 6336-6			160,30
ISO 1328-1			159,90
ISO 53			38,50
TOTAL Costos dels recursos (sense IVA)			1.180,80
Resum dels costos			
Subtotal (€)			16.480,80
21% IVA			3.461,00
TOTAL (€)			19.941,80

7 IMPACTE AMBIENTAL

El terme impacte ambiental s'utilitza per avaluar en quina mesura afecta al medi ambient la implementació dels projectes d'enginyeria, incloent tots els seus processos d'execució. (Sánchez, 2011) D'aquesta manera, l'objectiu és quantificar com afecta la realització d'aquest treball al medi ambient.

El present treball ha consistit en un estudi analític comparant dos mètodes de càlcul, amb la qual cosa l'impacte mediambiental es podria considerar nul. Tot i això, s'avaluarà l'impacte que hagin generat totes les eines emprades per poder realitzar l'estudi.

La realització del present treball ha suposat la inversió d'una quantia d'hores específiques, la qual es recull a l'apartat 7 de costos d'execució del pressupost. En total s'han dedicat unes 330 hores, de les quals en totes aquestes s'ha fet ús de l'ordinador. Conseqüentment, tenint en compte que l'ordinador s'ha carregat aproximadament durant 1/4 d'aquestes 330 hores i que el carregador té una potència de 45,1 W, s'obté el consum elèctric que ha suposat la utilització de l'ordinador.

$$\text{Consum ordinador} = \left(330 \cdot \frac{1}{4}\right) h \cdot 45,1 W = 3.720,75 Wh = 3,72 kWh$$

A més, durant el transcurs del present treball també hi ha hagut un consum elèctric dels diferents dispositius elèctrics que conformen la lluminària de l'entorn de treball. Els dispositius utilitzats han estat una làmpada de sostre i un flexo, amb una potència de les bombetes de 10 W i 5 W, respectivament. Com a conseqüència d'haver realitzat majoritàriament el treball durant l'hivern i la primavera, el consum elèctric ha sigut major al disposar d'escasses hores de llum natural. Per tant, considerant que la làmpada de sostre s'ha utilitzat durant 3/5 parts de les hores de realització del treball i el flexo durant 4/5, s'obté el consum elèctric de la lluminària.

$$\text{Consum lluminària} = \left(330 \cdot \frac{4}{5}\right) h \cdot 5 W + \left(330 \cdot \frac{3}{5}\right) h \cdot 10 W = 3.300 Wh = 3,30 kWh$$

Actualment, la generació d'electricitat a Espanya es produeix mitjançant un mix energètic compost per energies renovables i no renovables. Tot i que la tendència del país sigui la d'abandonar les energies no renovables i apostar per les renovables, encara no s'ha assolit aquest nivell de dependència i es necessiten les no renovables per assegurar un abastiment de les necessitats energètiques del país. D'aquesta manera, la producció d'electricitat suposa l'emissió de CO₂ a l'atmosfera, principal causant de l'escalfament global del planeta, i la realització d'aquest treball ha provocat l'emissió d'una quantitat de CO₂.

El departament d'Acció Climàtica, Alimentació i Agenda Rural de la Generalitat de Catalunya informa periòdicament de l'impacte mediambiental en emissions de CO₂ que provoca el mix energètic a partir de les dades que proporciona la Comissió Nacional dels Mercats i la Competència (CNMC). Les últimes xifres daten del 20 d'abril de 2022, on el mix de la xarxa elèctrica espanyola ha generat de mitja uns 259 g CO₂/kWh. (Gencat, 2022) Per tant, les emissions de CO₂ provinents del consum elèctric per realitzar el treball es quantifiquen a continuació:

$$\text{Emissions de CO}_2 \text{ electr.} = (3,72 + 3,30) \text{ kWh} \cdot \frac{259 \text{ g CO}_2}{\text{kWh}} = 1.818,37 \text{ g CO}_2 = 1,82 \text{ kg CO}_2$$

Per altra banda, el paper també ha estat un consumible utilitzat en la realització del treball i el seu ús implica, indirectament, un dany al medi ambient. Aquest fet, juntament amb la finalitat de minimitzar aquest impacte mediambiental, ha donat peu a utilitzar fulles de paper 100% reciclades per tal de no contribuir al fenomen de la desforestació que tant afecta al planeta. Tot i això, la producció d'aquesta tipologia de fulles genera emissions de CO₂ i la Universitat Politècnica de València, mitjançant l'estudi *Buenas prácticas ambientales para el consumo de papel* (Universitat Politècnica de València, 2013), quantifica que per cada tona de paper reciclat es generen 428 kg de CO₂.

Tenint en compte el l'extensió de la normativa ISO 6336 i dels apunts de les assignatures de Tecnologia de Màquines i Càlcul de Màquines del màster, es comptabilitzen unes 700 fulles de paper 100% reciclat emprats en la realització del present treball. Així doncs, les emissions de CO₂ referents a l'ús de les fulles de paper reciclat es quantifiquen a continuació:

$$\text{Emissions de CO}_2 \text{ paper} = 700 \text{ fulles} \cdot \frac{5 \text{ g}}{1 \text{ fulla}} \cdot \frac{428 \text{ kg CO}_2}{10^6 \text{ g}} = 1,50 \text{ kg CO}_2$$

A grosso modo, es conclou que el present treball ha suposat la emissió de 3,32 kg de CO₂ a l'atmosfera. Tal i com s'ha esmentat a l'inici de l'anàlisi, l'impacte ambiental és insignificant

ja que 3,32 kg de CO₂ no suposa res en comparació a les tones de CO₂ emeses en un sol dia a tot el planeta. Tot i això, aquestes emissions es podrien haver reduït amb el consum de les fulles de paper, ja que es podria haver treballat mitjançant dispositius electrònics.

8 CONCLUSIONS

L'objectiu principal d'aquest treball és comparar el mètode de càlcul resistent d'engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels que ofereix la normativa ISO 6336 amb el mètode proposat per G. Henriot, el qual constitueix la base del càlcul d'aquesta normativa ISO. Per dur-ho a terme, s'han estudiat àmpliament ambdós mètodes de càlcul i s'ha decidit realitzar aquesta comparació en base a un exercici acadèmic amb la finalitat de comprendre millor els conceptes que expliquen els mètodes de càlcul i identificar fàcilment els canvis més significatius entre aquests.

En general, s'espera que l'evolució de la normativa ISO 6336 respecte la seva primera versió suposi una millora de la precisió dels mètodes de càlcul resistent, amb la finalitat d'abandonar els mètodes conservadors de les primeres versions. D'aquesta manera, en aquest treball s'han obtingut les següents conclusions respecte als dos càlculs a fatiga, fatiga al peu de la dent i fatiga superficial, que ofereixen ambdós mètodes de càlcul:

- La normativa ISO 6336 afegeix nous factors modificatius o d'influència, cosa que significa que s'han anat descobrint noves fonts que contribueixen a la modificació del càlcul sol·licitant i resistent dels engranatges. Analitzant els valors obtinguts d'aquests nous factors, s'observa que la gran majoria tendeix a assolir valors propers a la unitat, fent que la variació que aporten al resultat final sigui poc significatiu. El factor que més dista de la unitat és el factor de lubricació emprat en el càlcul de la resistència superficial dels flancs de les dents (apartat 5.2.2.4), on s'obté un valor de 0,9374 i ja s'observa que la variació que pugui aportar al resultat final també es pot considerar molt petita.
- Pel que fan els factors modificatius que comparteixen ambdues normatives, s'ha observat com molts d'aquests han patit modificacions en el seu valor i altres han romàs amb el mateix valor. Aquests factors que han canviat el seu valor no segueixen una tendència conjunta de disminució o augment, és a dir, alguns han disminuït el seu valor i altres l'han augmentat. Això no significa que alguns siguin més precisos i altres més conservadors, sinó que s'ha vist com els nous recursos de càlcul i eines que aporta la tecnologia han fet evolucionar aquests factors cap a

valors més propers a la realitat. En alguns casos això ha suposat disminuir-los i en altres casos a augmentar-los.

- Deixant de banda els factors modificatius, s'ha identificat que la forma amb la qual s'obté la tensió admissible, tant la de flexió com la de contacte o Hertz, és un dels canvis més substancial que introdueixen les darreres versions de la ISO 6336, ja que afegeixen el paràmetre del grau de qualitat del material que necessita l'engrenatge segons les exigències d'ús. Aquest paràmetre se suma al material de l'engrenatge i a la duresa superficial. En aquest darrer paràmetre també s'ha detectat un canvi de criteri, ja que a la primera versió (Henriot) s'utilitzava la resistència a ruptura per la fatiga al peu de la dent i la duresa superficial per la fatiga superficial, mentre que a l'actual normativa ISO 6336 s'ha estandarditzat únicament amb la duresa superficial en HV.

D'aquesta manera, aquests canvis han comportat l'obtenció de tensions admissibles notablement diferents al mètode Henriot, destacant l'augment de la tensió de flexió admissible $\sigma_{F \text{ lím}}$ en el càlcul de la fatiga al peu de la dent i la disminució de la tensió de contacte admissible $\sigma_{H \text{ lím}}$ en el càlcul de la fatiga superficial.

- En línies generals, s'observa que la normativa ISO 6336 proposa valors de les sol·licitacions més petits que el mètode Henriot i valors de les resistències més grans. Aquesta tendència de la ISO 6336 amb la sol·licitació i la resistència s'interpreta com una millora dels resultats que s'obtenen del càlcul resistent, i un augment dels valors de les resistències s'interpreta com un canvi de criteri per tal d'aproximar-se a la realitat. Tot i això, destaca molt la diferència de la resistència a fatiga superficial, on s'obtenen valors que disten aproximadament 300 N/mm^2 i aquesta es justifica amb les petites diferències que hi ha entre els diferents factors modificatius i la tensió de flexió admissible que, combinant-los entre ells, fan que el còmput general produeixi una diferència notable entre ambdós resultats.
- Així doncs, tots aquests canvis s'han donat com a conseqüència dels avenços tecnològics que s'han produït en el marge temporal d'ambdós mètodes de càlcul. Això ha permès avaluar en quins punts ha evolucionat la normativa 6336 i com de significativa ha estat la diferència en comparació al mètode de Georges Henriot.

9 AGRAÏMENTS

En primer lloc, m'agradaria agrair-li al meu tutor Joaquim Maria Veciana per l'oportunitat i la confiança de participar en aquest treball, això com l'ajuda aportada durant els mesos de realització del treball.

Per últim, voldria agrair-li a la meva família, parella i amics pel suport rebut durant la realització d'aquest treball, han sigut una font constant de motivació.

10 BIBLIOGRAFIA

- Gencat.* (25 / 04 / 2022). Consultat el 18 / 07 / 2022, a https://canviclimatic.gencat.cat/es/actua/factors_demissio_associats_a_lenergia
- Gutekunst Info.* (21 / 12 / 2021). Consultat el 31 / 05 / 2022, a Gutekunst Info: <https://info.formfedern.com/en/stress-strain-diagram-spring-steel/>
- Henriot, G. (1968). *Traité Théorique et Pratique des Engrenages*. Paris: Dunod. Consultat el 14 / 07 / 2022
- ISO 1328-1. (2013). *International Organization for Standardization*. Consultat el 28 / 04 / 2022
- ISO 53. (1998). *International Organization for Standardization*. Consultat el 19 / 04 / 2022
- ISO 6336. (1996). *International Organization for Standardization*. Consultat el 08 / 03 / 2022, a <https://www.iso.org/standard/12632.html>
- ISO 6336-1. (2006). *International Organization for Standardization*. Consultat el 29 / 03 / 2022
- ISO 6336-2. (2006). *International Organization for Standardization*. Consultat el 29 / 03 / 2022
- ISO 6336-3. (2006). *International Organization for Standardization*. Consultat el 29 / 03 / 2022
- ISO 6336-5. (2016). *International Organization for Standardization*. Consultat el 26 / 04 / 2022
- ISO 6336-6. (2006). *International Organization for Standardization*. Consultat el 06 / 04 / 2022
- Lewis, W. (1893). *Investigations of the Strength of Gear Teeth*. Philadelphia: Engineers Club. Consultat el 14 / 07 / 2022
- Paul, B. (1979). *Kinematics and Dynamics of Planar Machinery*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc. Consultat el 12 / 07 / 2022

- REPSOL. (10 / 2013). Consultat el 03 / 05 / 2022, a <https://www.repsol.com/es/productos-y-servicios/lubricantes/marinos/4t/index.cshtml>
- Rodríguez Galbarro, H. (2021). *Ingemecánica*. Consultat el 08 / 03 / 2022, a Fundamentos de las Transmisiones por Engranajes (Parte I): <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn150.html>
- Sánchez, L. E. (2011). *Evaluación de impacto ambiental*. Bogotá: Eco Ediciones. Consultat el 19 / 07 / 2022, a https://www.ucipfg.com/Repositorio/MAES/MAES-07/BLOQUE-ACADEMICO/Unidad-5/lecturas/Evaluacion_de_Impacto_Ambiental.pdf
- Schneider, W., & Sappert, D. (1990). *Manual práctico de dibujo técnico: introducción a los fundamentos de dibujo técnico industrial* (3a ed.). Editorial Reverté, S. A. Consultat el 12 / 07 / 2022
- Universitat Politècnica de València. (09 / 2013). *Buenas prácticas ambientales*. Consultat el 18 / 07 / 2022, a <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/33734/20131030-Guia.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Veciana Fontanet, J., & Martínez Miralles, J. (2017). *Engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels - Geometria i càlcul resistent*. Barcelona. Consultat el 09 / 03 / 2022

II. ANNEXOS

**A. PARÀMETRES
ENGRANATGES**

GEOMÈTRICS

DELS

El propòsit de l'Annex A és el de recollir tots els càlculs referents a la geometria d'ambdós engranatges, del pinyó i de la roda; amb la finalitat de que la memòria únicament disposi dels càlculs referents al mètode Henriot i a la normativa ISO 6336 i que, paral·lelament, es pugui cercar de manera ràpida i còmode el paràmetre geomètric que es necessiti.

Així doncs, a continuació es calculen els diferents paràmetres geomètrics dels engranatges.

A.1 Diàmetres primitius de generació d_{0i} i mòdul frontal de generació m_{0t}

$$d_{0i} = m_{0t} \cdot z_i \quad (A-1)$$

On m_{0t} correspon al mòdul frontal de generació, el qual s'obté a partir de l'expressió (A-2); i z_i correspon al nombre de dents de l'engranatge, el qual es troba recollit a la Taula 1. És important entendre que el mòdul frontal de generació m_{0t} s'aplica pels engranatges amb dentat helicoidal i és una modificació del mòdul normal m_0 , el qual s'aplica pels engranatges amb dentat recte.

$$m_{0t} = \frac{m_0}{\cos \beta_0} \quad (A-2)$$

β_0 correspon a l'angle d'inclinació primitiu i es troba recollit a la Taula 1, el qual pren un valor de 18° . D'aquesta manera, es calcula el mòdul frontal de generació i els corresponents diàmetres primitius de generació amb les corresponents expressions (A-1) i (A-2):

$$m_{0t} = \frac{m_0}{\cos \beta_0} = \frac{9,0}{\cos 18^\circ} = 9,46 \text{ mm}$$

$$d_{01} = m_{0t} \cdot z_1 = 9,46 \cdot 25 = 236,58 \text{ mm}$$

$$d_{02} = m_{0t} \cdot z_2 = 9,46 \cdot 101 = 955,78 \text{ mm}$$

A.2 Nombre de dents equivalent z_{vi}

El nombre de dents equivalent z_{vi} s'utilitza quan es tenen engranatges amb dentat helicoidal. El motiu d'aquest nombre de dents equivalent és que la secció d'un engranatge amb aquest dentat segons el pla normal a les dents és el·líptica, fent que els diàmetres de

generació, de base i de funcionament no existeixin. Llavors, a efectes de càlcul resistent de les dents, es realitza una aproximació del nombre de dents equivalent mitjançant l'expressió (A-3).

$$z_{vi} \approx \frac{z_i}{(\cos \beta_0)^3} \quad (\text{A-3})$$

Si es substitueixen els valors de l'expressió (A-3) s'obtenen el nombre de dents equivalent del pinyó i la roda.

$$z_{v1} \approx \frac{z_1}{(\cos \beta_0)^3} = \frac{25}{(\cos 18)^3} = 29,06 \text{ dents}; \quad z_{v2} \approx \frac{z_2}{(\cos \beta_0)^3} = \frac{101}{(\cos 18)^3} = 117,41 \text{ dents}$$

A.3 Angle de pressió frontal de generació $\alpha_o t$

Com a conseqüència de disposar d'engranatges de dentat helicoidal, no és correcte utilitzar l'angle de pressió normal α_0 per realitzar els càlculs. D'aquesta manera, molts dels paràmetres de la Taula 1 són per dentats rectes i se'ls hi ha d'aplicar una modificació perquè siguin vàlids pels càlculs per dentat helicoidal. Aquest factor modificatiu a aplicar és l'angle d'inclinació primitiu β_0 , el qual correspon a l'angle amb el que s'inclina la cremallera per realitzar el tall horitzontal.

Aquest angle de pressió frontal de generació s'obté a partir de l'expressió (A-4). A més, aquesta expressió també és vàlida per a engranatges amb dentat recte ja que quan $\beta_0 = 0^\circ$, el $\cos \beta_0 = 1$ i això provoca que $\alpha_o t = \alpha_0$.

$$\tan \alpha_o t = \frac{\tan \alpha_0}{\cos \beta_0} \quad (\text{A-4})$$

$$\alpha_o t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \alpha_0}{\cos \beta_0} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\tan 20}{\cos 18} \right) = 20,9419^\circ$$

A.4 Diàmetres de base d_{bi}

$$d_{bi} = d_{oi} \cdot \cos \alpha_o t \quad (\text{A-5})$$

$$d_{b1} = d_{o1} \cdot \cos \alpha_o t = 236,58 \cdot \cos 20,9419 = 220,95 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_{o2} \cdot \cos \alpha_o t = 955,78 \cdot \cos 20,9419 = 892,64 \text{ mm}$$

A.5 Angle de pressió frontal de funcionament $\alpha't$

L'angle de pressió frontal de funcionament $\alpha't$ es determina a partir de l'expressió (A-6) i s'ha de tenir en compte que l'evolvent equival a: $Ev \theta = \tan \theta - \theta$.

$$Ev \alpha't = Ev \alpha_{0t} + \frac{2 \cdot (x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \cdot \tan \alpha_0 \quad (A-6)$$

$$\tan \alpha't - \alpha't = \tan \alpha_{0t} - \alpha_{0t} + \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \tan \alpha_0$$

$$\tan \alpha't - \alpha't \cdot \frac{\pi}{180} = \tan 20,9419 - 20,9419 \cdot \frac{\pi}{180} + \frac{2 \cdot (0,436 + 0,592)}{25 + 101} \cdot \tan 20$$

$$\alpha't = 23,0273^\circ$$

A.6 Recobriment de perfil ε_α

El recobriment de perfil és un paràmetre que mesura la mitjana de dents que estan sempre en contacte. (Rodríguez Galbarro, 2021) És a dir, amb un $\varepsilon_\alpha > 1$ hi ha com a mínim un parell de dents engranant en cada posició d'engranatge, i la normativa recomana que $\varepsilon_\alpha > 1,2$. Amb el compliment d'aquesta condició es garanteix una major transmissió per a càrregues elevades, s'aconsegueix un funcionament més uniforme i amb menys soroll, d'entre d'altres avantatges.

Cada mètode proposa un càlcul diferent del recobriment de perfil ε_α , on el mètode Henriot ofereix l'expressió (A-7) pel seu càlcul i la normativa ISO 6336 ofereix l'expressió (A-8).

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{d_{b1}}\right)^2 - 1} - \tan \alpha't \right] + \frac{z_2}{2\pi} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{d_{b2}}\right)^2 - 1} - \tan \alpha't \right] \quad (A-7)$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{25}{2\pi} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{261,5}{220,95}\right)^2 - 1} - \tan 23,0273 \right] + \frac{101}{2\pi} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{983,5}{892,64}\right)^2 - 1} - \tan 23,0273 \right] = 1,4301$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \cdot \left[\tan \left(\cos^{-1} \left(\frac{d_{b1}}{d_{a1}} \right) \right) - \tan \alpha't \right] + \frac{z_2}{2\pi} \cdot \left[\tan \left(\cos^{-1} \left(\frac{d_{b2}}{d_{a2}} \right) \right) - \tan \alpha't \right] \quad (A-8)$$

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{25}{2\pi} \left[\tan \left(\cos^{-1} \left(\frac{220,95}{261,5} \right) \right) - \tan 23,027 \right] + \frac{101}{2\pi} \left[\tan \left(\cos^{-1} \left(\frac{892,64}{983,5} \right) \right) - \tan 23,027 \right]$$

$$\varepsilon_{\alpha} = 1,4301$$

A.7 Recobriment helicoidal ε_{β}

El recobriment helicoidal ε_{β} s'obté a partir de l'expressió (A-9), tant pel mètode Henriot com per la normativa ISO 6336.

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b \cdot \sin \beta_0}{\pi \cdot m_0} \quad (\text{A-9})$$

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{170 \cdot \sin 18}{\pi \cdot 9} = 1,8580$$

A.8 Recobriment total ε_{γ}

El recobriment total es defineix com la suma del recobriment de perfil i l'helicoidal, tal i com mostra l'expressió (A-10).

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} \quad (\text{A-10})$$

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} = 1,4301 + 1,8580 = 3,2881$$

A.9 Diàmetres primitius de funcionament d'_i

$$d'_i = d_{0i} \cdot \frac{\cos \alpha_o t}{\cos \alpha' t} \quad (\text{A-11})$$

$$d'_1 = d_{01} \cdot \frac{\cos \alpha_o t}{\cos \alpha' t} = 236,58 \frac{\cos 20,9419}{\cos 23,0273} = 240,08 \text{ mm}$$

$$d'_2 = d_{02} \cdot \frac{\cos \alpha_o t}{\cos \alpha' t} = 955,78 \frac{\cos 20,9419}{\cos 23,0273} = 969,93 \text{ mm}$$

A.10 Braç del moment flector h_{Fe} , corda del peu de la dent a la secció crítica s_{Fn} i radi del filet del peu de la dent ρ_F

Aquests paràmetres geomètrics es troben representats a la Figura 31 cosa que ajuda a comprendre el significat d'aquests. Recalcar que la Figura 31-A mostra aquests paràmetres a la secció crítica del peu de la dent en engranatges externs, mentre que la Figura 31-B les mostra en engranatges interns.

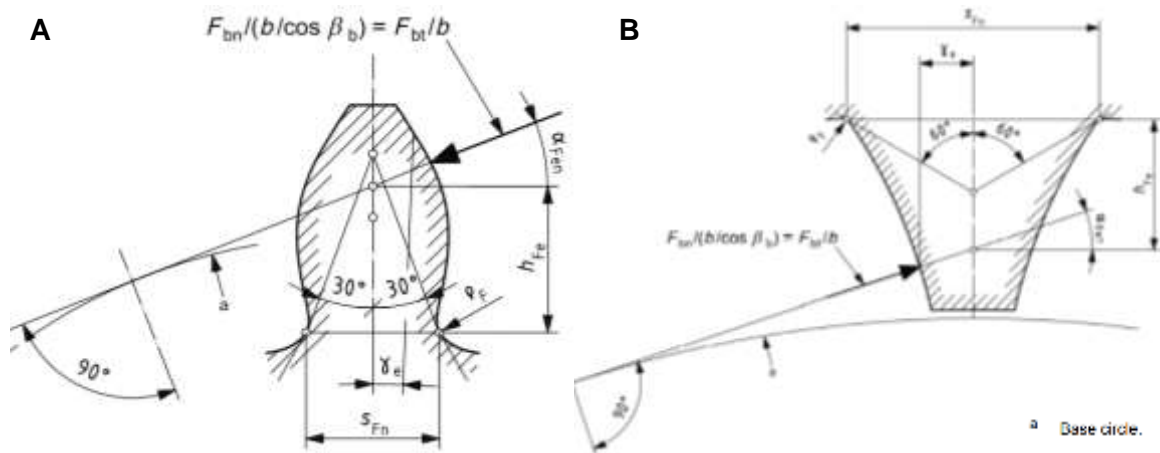


Figura 31: Dimensions cordals normals de la secció crítica del peu de la dent (A: engranatges externs, B: engranatges interns) [Font: ISO 6336-3 (2006)]

A continuació es realitzarà el càlcul d'aquests paràmetres i, com es obvi, pel pinyó i per la roda s'obtidran valors diferents d'aquests paràmetres geomètrics.

Els diferents paràmetres que s'han de calcular han de seguir el següent procediment:

➤ **Determinar el valor auxiliar E .**

El valor auxiliar E ve determinat per l'expressió (A-12) i la Figura 32 mostra on es troba aquesta dimensió.

Aquest E valor depèn del mòdul normal m_0 , de l'angle de pressió normal α_0 , del dedendum (o peu de la dent) de la cremallera de referència d'engranatges cilíndrics h_{fP} , paràmetre conegut a partir de la Taula 29 de l'apartat 5.1.2.6; del tall del filet residual s_{pr} i del radi del filet del peu de la dent de la cremallera de referència d'engranatges cilíndrics ρ_{fP} , paràmetre conegut a partir de la Taula 29 de l'apartat 5.1.2.6.

$$E = \frac{\pi}{4} \cdot m_0 - h_{fp} \cdot \tan \alpha_0 + \frac{s_{pr}}{\cos \alpha_0} - (1 - \sin \alpha_0) \cdot \frac{\rho_{fp}}{\cos \alpha_0} \quad (\text{A-12})$$

Així doncs, l'únic paràmetre desconegut de l'expressió (A-12) és el tall del filet residual s_{pr} , el qual es determina a partir de les opcions que proporciona l'expressió (A-13) i la Figura 32 mostra la representació d'aquesta dimensió s_{pr} .

$$\begin{cases} \text{Per engranatges tallats amb desplaçament} \rightarrow s_{pr} = pr - q \\ \text{Per engranatges tallats sense desplaçament} \rightarrow s_{pr} = 0 \end{cases} \quad (\text{A-13})$$

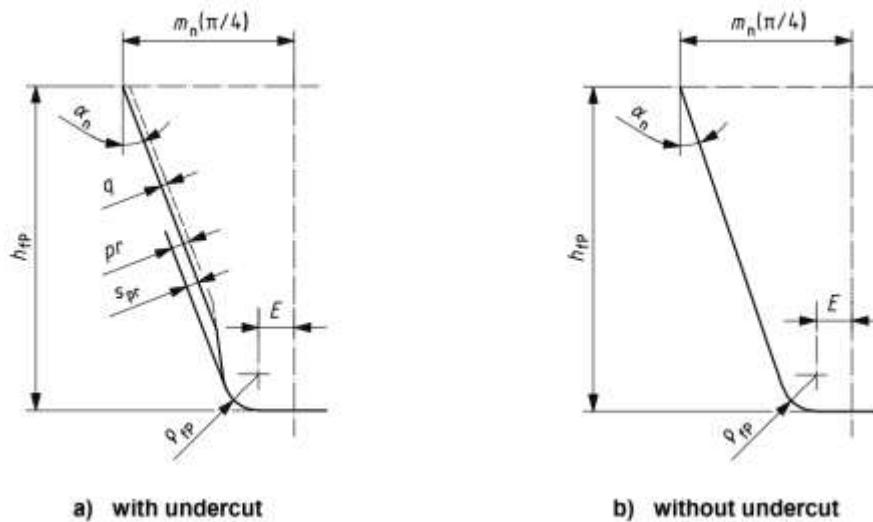


Figura 32: Dimensions i perfil de la dent de la cremallera de referència (a: amb tall, b: sense tall) [Font: ISO 6336-3 (2006)]

D'aquesta manera, donat que es desconeixen les característiques de les cremalleres de referència amb les que s'han mecanitzat els engranatges, se suposa que els engranatges s'han mecanitzat amb una cremallera estàndard sense tall (*undercut*). A més, cal destacar que les cremalleres tipus A de la Figura 32 s'utilitzen molt poc i es solen utilitzar més les cremalleres tipus B.

$$s_{pr} = 0$$

➤ **Determinar el radi del filet del peu de la dent ρ_{fpv} .**

Aquest radi del filet del peu de la dent ρ_{fpv} es determina a partir de les opcions que proporciona l'expressió (A-14).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Per engranatges externs} \rightarrow \rho_{fPv} = \rho_{fP} \\ \text{Per engranatges interns} \rightarrow \rho_{fPv} \approx \rho_{fP} + m_0 \cdot \frac{(x_{0i} + h_{fP}/m_0 - \rho_{fP}/m_0)^{1,95}}{3,156 \cdot 1,036^{z_{0i}}} \end{array} \right. \quad (\text{A-14})$$

On x_{0i} és el coeficient de desplaçament de la cremallera que s'utilitza per tallar cada engranatge, z_{0i} és el nombre de dents de la cremallera per tallar cada engranatge i els altres paràmetres són coneguts d'altres apartats. De la mateixa manera que s'ha comentat abans, no es desconeixen les dades sobre les cremalleres amb les que s'han mecanitzat els engranatges. Així doncs, el coeficient x_{0i} i el nombre de dents z_{0i} de la cremallera se suposaran que són els del propi engranatge (consultant la Taula 1 de l'apartat 2.2: $x_1 = 0,436$, $x_2 = 0,592$, $z_1 = 25$, $z_2 = 101$).

D'aquesta manera, sabent que els engranatges de l'exercici acadèmic són externs s'aplicarà la primera opció de l'expressió (A-14).

$$\rho_{fPv} = \rho_{fP}$$

➤ **Determinar els paràmetres G i H.**

Els paràmetres G i H es determinen mitjançant les expressions (A-15) i (A-16).

$$G = \frac{\rho_{fPv}}{m_0} - \frac{h_{fP}}{m_0} + x_i \quad (\text{A-15})$$

$$H = \frac{2}{z_{vi}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m_0} \right) - T \quad (\text{A-16})$$

On z_{vi} és el nombre de dents equivalent de cada engranatge, valors obtinguts a l'Annex A.2 ($z_{v1} = 29,06$ dents i $z_{v2} = 117,41$ dents); T és un paràmetre angular, el qual s'obté a partir de l'expressió (A-17); i els altres paràmetres són coneguts.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Per engranatges externs} \rightarrow T = \pi/3 \text{ rad} \\ \text{Per engranatges interns} \rightarrow T = \pi/6 \text{ rad} \end{array} \right. \quad (\text{A-17})$$

➤ **Determinar l'angle θ .**

L'angle θ es determina mitjançant l'expressió (A-18), i s'ha de fer un procediment iteratiu per tal d'obtenir-lo (l'angle θ s'estabilitza després de 5 iteracions

aproximadament). Així doncs, la normativa ISO 6336 marca que la iteració s'ha d'iniciar amb el valor $\theta = \pi/6$ radiants per a engranatges externs i $\theta = \pi/3$ radiants per a engranatges interns.

$$\theta = \frac{2 \cdot G}{z_{vi}} \cdot \tan \theta - H \quad (\text{A-18})$$

- **Determinar la corda del peu de la dent a la secció crítica s_{Fn} .**

$$\begin{cases} \text{Per engranatges externs} \rightarrow \frac{s_{Fni}}{m_0} = z_{vi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_0}\right) \\ \text{Per engranatges interns} \rightarrow \frac{s_{Fni}}{m_0} = z_{vi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) + \left(\frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_0}\right) \end{cases} \quad (\text{A-19})$$

- **Determinar el braç del moment flector h_{Fe} .**

$$\begin{cases} \text{Per engranatges externs} \rightarrow \\ \frac{h_{Fei}}{m_0} = \frac{1}{2} \cdot \left[(\cos \gamma_{ei} - \sin \gamma_{ei} \cdot \tan \alpha_{Feni}) \cdot \frac{d_{eni}}{m_0} - z_{vi} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) - \left(\frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_0}\right) \right] \\ \text{Per engranatges interns} \rightarrow \\ \frac{h_{Fei}}{m_0} = \frac{1}{2} \cdot \left[(\cos \gamma_{ei} - \sin \gamma_{ei} \cdot \tan \alpha_{Feni}) \cdot \frac{d_{eni}}{m_0} - z_{vi} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) - \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_0}\right) \right] \end{cases} \quad (\text{A-20})$$

On tots els paràmetres desconeguts són paràmetres virtuals dels engranatges. És a dir, si s'analitza la secció d'un engranatge de dentat helicoidal segons el pla normal a les dents es veu que aquesta és el·líptica. Per aquest motiu, pels engranatges helicoidals se suposa una circumferència de radi igual al radi de curvatura més gran de l'el·lipse, fent que s'hagin de calcular diferents paràmetres virtuals.

Per tal de no saturar tots els càlculs que s'estan realitzant en aquest apartat i facilitar la comprensió d'aquests càlculs, tots els paràmetres geomètrics virtuals es calculen a l'Annex B.

- **Determinar el radi del filet del peu de la dent ρ_F .**

$$\frac{\rho_F}{m_0} = \frac{\rho_{fPv}}{m_0} + \frac{2 \cdot G^2}{\cos \theta \cdot (z_{vi} \cdot \cos^2 \theta - 2 \cdot G)} \quad (\text{A-21})$$

Una vegada s'ha definit el procediment a seguir per aquests paràmetres, s'executa aquest procediment pels dos engranatges (1-pinyó i 2-roda).

Amb la finalitat de no fer tan llarg aquest apartat i per tal de facilitar la comprensió, s'ha realitzat la Taula 40 que recull els valors dels diferents paràmetres del procediment definit anteriorment, tant pel pinyó com per la roda.

Taula 40: Valors dels paràmetres definits al procediment pel pinyó i per la roda [Font: Elaboració pròpia]

Procediment	Paràmetres	Pinyó (1)	Roda (2)
1	s_{pr}	0 mm	
	E	0,58 mm	
2	ρ_{fPv}	3,42 mm	
3	G	-0,4340	-0,2780
	T	$\pi/3$ rad	
	H	-0,9435 rad	-1,0215 rad
4	θ	0,9055 rad	1,0139 rad
5	$\frac{S_{Fn}}{m_0}$	2,23	2,34
6	$\frac{h_{Fe}}{m_0}$	0,9740	1,1021
7	$\frac{\rho_F}{m_0}$	0,4311	0,3888

A.11 Alçada dels engranatges h_i

La ISO 6336 defineix l'alçada dels engranatges com la diferència entre el diàmetre de cap d_a i el de base d_b .

$$h_i = d_{ai} - d_{bi} \quad (\text{A-22})$$

$$h_1 = d_{a1} - d_{b1} = 261,5 - 220,95 = 40,55 \text{ mm}$$

$$h_2 = d_{a2} - d_{b2} = 983,5 - 892,64 = 90,86 \text{ mm}$$

B. PARÀMETRES DELS ENGRANATGES VIRTUALS

La finalitat de l'Annex B consisteix en calcular tots els paràmetres dels engranatges virtuals que s'utilitzen per dur a terme l'exercici acadèmic. Així doncs, en aquest Annex B es recull tots els paràmetres, s'hagin calculat o no al llarg del treball.

Així doncs, en primer lloc es recullen els paràmetres virtuals ja calculats, que són l'angle d'hèlix sobre el cilindre base β_b , calculat a l'apartat 5.1.1.3; i el nombre de dents equivalent z_{vi} , calculat a l'Annex A.2.

$$\beta_b = 16,8808^\circ$$

$$\begin{cases} z_{v1} = 29,06 \text{ dents} \\ z_{v2} = 117,41 \text{ dents} \end{cases}$$

Seguidament, es calcula la resta de paràmetres virtuals.

B.1 Recobriment de perfil virtual ε_{an}

$$\varepsilon_{an} = \frac{\varepsilon_\alpha}{\cos^2 \beta_b} \quad (\text{B-23})$$

On el recobriment de perfil ε_α s'ha calculat a l'Annex A.6 ($\varepsilon_\alpha = 1,4301$).

$$\varepsilon_{an} = \frac{1,4301}{\cos^2 16,8808} = 1,5618$$

B.2 Diàmetre primitiu de generació virtual d_{vi}

$$d_{vi} = \frac{d_{0i}}{\cos^2 \beta_b} = m_0 \cdot z_{vi} \quad (\text{B-24})$$

On el diàmetre primitiu de generació d_{0i} s'ha calculat a l'Annex A.1 ($d_{01} = 236,58 \text{ mm}$ i $d_{02} = 955,78 \text{ mm}$).

$$d_{v1} = m_0 \cdot z_{v1} = 9 \cdot 29,06 = 261,56 \text{ mm}$$

$$d_{v2} = m_0 \cdot z_{v2} = 9 \cdot 117,41 = 1.056,68 \text{ mm}$$

B.3 Pas de base normal p_{bn}

$$p_{bn} = \pi \cdot m_0 \cdot \cos \alpha_0 \quad (\text{B-25})$$

$$p_{bn} = \pi \cdot 9 \cdot \cos 20 = 26,57 \text{ mm}$$

B.4 Diàmetre de base virtual d_{bvi}

$$d_{bvi} = d_{vi} \cdot \cos \alpha_0 \quad (\text{B-26})$$

$$d_{bv1} = d_{v1} \cdot \cos \alpha_0 = 261,56 \cdot \cos 20 = 245,78 \text{ mm}$$

$$d_{bv2} = d_{v2} \cdot \cos \alpha_0 = 1.056,68 \cdot \cos 20 = 992,96 \text{ mm}$$

B.5 Diàmetre de cap virtual d_{avi}

$$d_{avi} = d_{vi} + d_{ai} - d_{0i} \quad (\text{B-27})$$

On el diàmetre de cap d_{ai} s'obté a partir de la Taula 1 de l'apartat 2.2 ($d_{a1} = 261,5 \text{ mm}$ i $d_{a2} = 983,5 \text{ mm}$).

$$d_{av1} = d_{v1} + d_{a1} - d_{01} = 261,56 + 261,5 - 236,58 = 286,48 \text{ mm}$$

$$d_{av2} = d_{v2} + d_{a2} - d_{02} = 1.056,68 + 983,5 - 955,78 = 1.084,40 \text{ mm}$$

B.6 Diàmetre del cercle que passa pel punt exterior del contacte d'un parell de dents virtual d_{evi}

$$d_{evi} = \frac{2z_i}{|z_i|} \sqrt{\left[\sqrt{\left(\frac{d_{avi}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{bvi}}{2}\right)^2} - \frac{\pi \cdot d_{0i} \cdot \cos \beta_0 \cdot \cos \alpha_0}{|z_i|} \cdot (\varepsilon_{an} - 1) \right]^2 + \left(\frac{d_{bvi}}{2}\right)^2} \quad (\text{B-28})$$

On z_i és el nombre de dents de cada engranatge, el qual pren un valor positiu per engranatges externs i un valor negatiu per engranatges interns.

Com que els engranatges de l'exercici acadèmic són externs, el nombre de dents d'aquests prendrà un valor positiu.

$$\begin{aligned}
 d_{ev1} &= \frac{2z_1}{|z_1|} \sqrt{\left[\sqrt{\left(\frac{d_{av1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{bv1}}{2}\right)^2} - \frac{\pi \cdot d_{01} \cdot \cos \beta_0 \cdot \cos \alpha_0}{|z_1|} \cdot (\varepsilon_{an} - 1) \right]^2 + \left(\frac{d_{bv1}}{2}\right)^2} \\
 &= \frac{2 \cdot 25}{|25|} \sqrt{\left[\sqrt{\left(\frac{286,48}{2}\right)^2 - \left(\frac{245,78}{2}\right)^2} - \frac{\pi \cdot 236,58 \cdot \cos 18 \cdot \cos 20}{|25|} \cdot (1,5618 - 1) \right]^2 + \left(\frac{245,78}{2}\right)^2} \\
 &= 272,35 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{ev2} &= \frac{2 \cdot 101}{|101|} \sqrt{\left[\sqrt{\left(\frac{1.084,40}{2}\right)^2 - \left(\frac{992,96}{2}\right)^2} - \frac{\pi \cdot 955,78 \cdot \cos 18 \cdot \cos 20}{|101|} \cdot (1,5618 - 1) \right]^2 + \left(\frac{992,96}{2}\right)^2} \\
 &= 1.072,75 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

B.7 Angle de pressió del cercle que passa pel punt exterior del contacte d'un parell de dents entre engranatges virtuals α_{eni}

$$\alpha_{eni} = \cos^{-1} \left(\frac{d_{bvi}}{d_{evi}} \right) \quad (\text{B-29})$$

$$\alpha_{en1} = \cos^{-1} \left(\frac{d_{bv1}}{d_{ev1}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{245,78}{272,35} \right) = 25,5168^\circ$$

$$\alpha_{en2} = \cos^{-1} \left(\frac{d_{bv2}}{d_{ev2}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{992,96}{1.081,46} \right) = 22,2386^\circ$$

B.8 Angle γ_{ei}

$$\gamma_{ei} = \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan \alpha_0 \cdot x_i}{z_{vi}} + E_v \alpha_0 - E_v \alpha_{eni} \quad (\text{B-30})$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_{e1} &= \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan \alpha_0 \cdot x_1}{z_{v1}} + \tan \alpha_0 - \alpha_0 - \tan \alpha_{en1} + \alpha_{en1} \\
 &= \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan 20 \cdot 0,436}{29,06} + \tan 20 - 20 \cdot \frac{\pi}{180} - \tan 25,5168 \\
 &\quad + 25,516820 \cdot \frac{\pi}{180} = 0,0479 \text{ rad} \rightarrow 2,7440^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{e2} &= \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan 20 \cdot 0,592}{117,41} + \tan 20 - 20 \cdot \frac{\pi}{180} - \tan 22,2386 + 22,2386 \cdot \frac{\pi}{180} \\ &= 0,0112 \text{ rad} \rightarrow 0,6424^\circ \end{aligned}$$

B.9 Angle de direcció de la càrrega α_{Feni}

$$\alpha_{Feni} = \tan \alpha_{eni} - Ev \alpha_0 - \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan \alpha_0 \cdot x_i}{Z_{vi}} \quad (\text{B-31})$$

On el coeficient de desplaçament x_i s'obté a partir de la Taula 1 de l'apartat 2.2 ($x_1 = 0,436$ i $x_2 = 0,592$) i $Ev \alpha_0$ correspon a l'evolvent de l'angle de pressió, la qual equival a: $Ev \alpha_0 = \tan \alpha_0 - \alpha_0$. És important recordar que s'ha de treballar en radians per calcular l'evolvent.

$$\begin{aligned} \alpha_{Fen1} &= \tan \alpha_{en1} - \tan \alpha_0 + \alpha_0 - \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan \alpha_0 \cdot x_1}{Z_{v1}} \\ &= \tan 25,5168 - \tan 20 + 20 \cdot \frac{\pi}{180} - \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan 20 \cdot 0,436}{29,06} \\ &= 0,3975 \text{ rad} \rightarrow 22,7728^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{Fen2} &= \tan \alpha_{en2} - \tan \alpha_0 + \alpha_0 - \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan \alpha_0 \cdot x_2}{Z_{v2}} \\ &= \tan 22,2386 - \tan 20 + 20 \cdot \frac{\pi}{180} - \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot \tan 20 \cdot 0,592}{117,41} \\ &= 0,3769 \text{ rad} \rightarrow 21,5962^\circ \end{aligned}$$

L'angle de direcció de la càrrega α_{Feni} sempre prendrà el mateix valor tant pel pinyó com per la roda. Com es pot veure en els càlculs obtinguts, després de tot el procediment es veu que ambdós angles tenen un valor molt similar, tal i ha de ser. Així doncs, l'angle de direcció de la càrrega α_{Fen} prendrà un valor mitjà entre ambdós angles calculats.

$$\alpha_{Fen2} = \frac{\alpha_{Fen1} + \alpha_{Fen2}}{2} = \frac{22,7728 + 21,5962}{2} = 22,1845^\circ$$

C. ABREVIACIONS DE MATERIALS

L'Annex C conté les abreviacions que la normativa ISO 6336 assigna a cada material segons el seu tipus a la Taula 41.

Taula 41: Abreviacions dels materials [Font: ISO 6336-1 (2006)]

Material	Type	Abbreviation
Normalized low carbon steels / cast steels	Wrought normalized low carbon steels	St
	Cast steels	St (cast)
Cast iron materials	Black malleable cast iron (perlitic structure)	GTS (perl.)
	Nodular cast iron (perlitic, bainitic, ferritic structure)	GGG (perl., bai., ferr.)
	Grey cast iron	GG
Through-hardened wrought steels	Carbon steels, alloy steels	V
Through-hardened cast steels	Carbon steels, alloy steels	V(cast)
Case-hardened wrought steels		Eh
Flame or induction hardened wrought or cast steels		IF
Nitrided wrought steels / nitriding steels / through-hardening steels, nitrided	Nitriding steels	NT(nitr.)
	Through hardening steels	NV (nitr.)
Wrought steels, nitrocarburized	Through hardening steels	NV (nitrocar.)

D. TAULES DE TENSIÓ DE CONTACTE ADMISSIBLE

σ_H lím I TENSIÓ DE FLEXIÓ NOMINAL σ_F lím

La Taula 42 conté els paràmetres A i B necessaris pel càlcul de la tensió de contacte admissible $\sigma_H \text{ lím}$ i la tensió de flexió nominal $\sigma_F \text{ lím}$.

Taula 42: Obtenció dels paràmetres A i B pel càlcul de $\sigma_H \text{ lím}$ i $\sigma_F \text{ lím}$ [Font: ISO 6336-5 (2016)]

No.	Material	Stress	Type	Abbrevia-tion	Fig.	Quality	A	B	Hard-ness	Min. hard-ness	Max. hard-ness
1	Normal-ized low carbon steels/cast steels ^a	Contact	Wrought normal-ized low carbon steels	St	1 a)	ML/MQ	1,000	190	HBW	110	210
2				ME	1,520	250	110	210			
3		Cast steels	St (cast)	1 b)	ML/MQ	0,986	131	HBW	140	210	
4				ME	1,143	237	140		210		
5		Bending	Wrought normal-ized low carbon steels	St	2 a)	ML/MQ	0,455	69	HBW	110	210
6				ME	0,386	147	110	210			
7		Cast steels	St (cast)	2 b)	ML/MQ	0,313	62	HBW	140	210	
8				ME	0,254	137	140		210		
9	Cast iron materials	Contact	Black malleable cast iron	GTS (perl.)	3 a)	ML/MQ	1,371	143	HBW	135	250
10				ME	1,333	267	175	250			
11			Nodular cast iron	GGG	3 b)	ML/MQ	1,434	211	HBW	175	300
12		ME	1,500	250	200	300					
13		Grey cast iron	GG	3 c)	ML/MQ	1,033	132	HBW	150	240	
14				ME	1,465	122	175		275		
15		Bending	Black malleable cast iron	GTS (perl.)	4 a)	ML/MQ	0,345	77	HBW	135	250
16				ME	0,403	128	175	250			
17			Nodular cast iron	GGG	4 b)	ML/MQ	0,350	119	HBW	175	300
18		ME	0,380	134	200	300					
19	Grey cast iron	GG	4 c)	ML/MQ	0,256	8	HBW	150	240		
20			ME	0,200	53	175		275			
21	Through hardened wrought steels ^b	Contact	Carbon steels	V	5	ML	0,963	283	HV	135	210
22				MQ	0,925	360	135	210			
23				ME	0,838	432	135	210			
24		Alloy steels	V	5	ML	1,313	188	HV	200	360	
25					MQ	1,313	373		200	360	
26					ME	2,213	260		200	390	
27		Bending	Carbon steels	V	6	ML	0,250	108	HV	115	215
28						MQ	0,240	163		115	215
29						ME	0,283	202		115	215
30		Alloy steels	V	6	ML	0,423	104	HV	200	360	
31					MQ	0,425	187		200	360	
32					ME	0,358	231		200	390	
33	Through hardened cast steels	Contact	Carbon steels	V	7	ML/MQ	0,831	300	HV	130	215
34				(cast)	ME	0,951	345	130		215	
35		Alloy steels	V	7	ML/MQ	1,276	298	HV	200	360	
36					(cast)	ME	1,350		356	200	360
37		Bending	Carbon steels	V	8	ML/MQ	0,224	117	HV	130	215
38						(cast)	ME	0,286		167	130
39	Alloy steels	V	8	ML/MQ	0,364	161	HV	200	360		
40				(cast)	ME	0,356		186	200	360	

No.	Material	Stress	Type	Abbreviation	Fig.	Quality	A	B	Hardness	Min. hardness	Max. hardness	
41	Case hardened wrought steels ^c	Contact		Eh	9	ML	0,000	1 300	HV	600	800	
42						MQ	0,000	1 500		660	800	
43						ME	0,000	1 650		660	800	
44		Bending	Core hardness: ≥25 HRC, lower ≥25 HRC, upper ≥30 HRC	Eh	10	ML	0,000	312	HV	600	800	
45						MQ	0,000	425		660	800	
46							0,000	461		660	800	
47							0,000	500		660	800	
48						ME	0,000	525		660	800	
49	Flame- or induction-hardened wrought and cast steels	Contact		IF	11	ML	0,740	602	HV	485	615	
50						MQ	0,541	882		500	615	
51						ME	0,505	1 013		500	615	
52		Bending		IF	12	ML	0,305	76	HV	485	615	
53						MQ	0,138	290		500	570	
54							0,000	369		570	615	
55							0,271	237		500	615	
56						Nitrided wrought steels/nitriding steels ^d / through hardening steels ^b nitride	Contact	Nitriding steels		NT (nitr.)	13 a)	ML
57	MQ	0,000	1 250	650	900							
58	ME	0,000	1 450	650	900							
59		Through hardening steels	NV (nitr.)	13 b)	ML		0,000	788	HV	450	650	
60					MQ		0,000	998		450	650	
61					ME		0,000	1 217		450	650	
62	Bending	Nitriding steels	NT (nitr.)	14 a)	ML		0,000	270	HV	650	900	
63					MQ		0,000	420		650	900	
64					ME		0,000	468		650	900	
65			Through hardening steels	NV (nitr.)	14 b)		ML	0,000	258	HV	450	650
66							MQ	0,000	363		450	650
67	ME					0,000	432	450	650			
68	Wrought steels nitro-carburized ^e	Contact	Through hardening steels	NV (nitro-car.)	15	ML	0,000	650	HV	300	650	
69						MQ/ME	1,167	425		300	450	
70							0,000	950		450	650	
71		Bending	Through hardening steels	NV (nitro-car.)	16	ML	0,000	224	HV	300	650	
72						MQ/ME	0,653	94		300	450	
73							0,000	388		450	650	

NOTE [Table 1](#) shall be used together with footnotes from the corresponding [Figures 1 to 16](#).

^a In accordance with ISO 4948-2.

^b In accordance with ISO 683-1 and ISO 683-2.

^c In accordance with ISO 683-3.

^d In accordance with ISO 683-5.

^e In accordance with ISO 683-1, ISO 683-2, ISO 683-3 or ISO 683-5.

Per altra banda, la Taula 42 també ofereix diferents paràmetres A i B en funció del grau de qualitat del material (ML, MQ i ME). La Taula 43 descriu les característiques i aspectes generals de cada grau de qualitat.

Taula 43: Característiques i aspectes generals segons el grau de qualitat [Font: ISO 6336-5 (2016)]

Grau qualitat	Descripció
ML	Per a exigències moderades sobre la qualitat del material i el procés de tractament tèrmic del material durant la fabricació.
MQ	Per a requisits que poden complir fabricants experimentats a un cost moderat.
ME	Per a requisits que s'han de complir quan es requereix un alt grau de fiabilitat operativa.

E. FITXA TÈCNICA LUBRICANT MOTOR DE VAIXELLS

L'Annex E conté la fitxa tècnica d'un lubricant d'oli per a motors de vaixells (REPSOL, 2013). La finalitat de la fitxa és determinar la classe de viscositat ISO del lubricant per poder obtenir el paràmetre de viscositat ν_f de l'apartat 5.2.2.4.



Descripción

AURELIA TI es una nueva gama de lubricantes para motores de 4T de tronco desarrollado para uso tanto en motores marinos como estacionarios de media velocidad que utilizan combustibles residuales. AURELIA TI combina una exclusiva y novedosa formulación de los mejores aditivos de última tecnología junto con bases altamente refinadas que proporcionan al aceite final un margen sustancial de prestaciones, dado los altos niveles de stress a los que es sometido el lubricante en los motores de última generación e incluso en los futuros desarrollos de motores diesel. Están indicados para:

- Motores de tronco Diesel de media velocidad empleados tanto para la propulsión en aplicaciones marinas como en motores de generación eléctrica en plantas de cogeneración, que queman combustibles pesados de baja calidad y con contenidos varios en azufre.
- Particularmente presenta buenas prestaciones en aquellos motores de muy bajo consumo específico de lubricante que emplean combustibles residuales de baja calidad.
- Apropiado para lubricación de reductoras, cojinetes y bocinas

Cualidades

- Excede nivel de calidad API CF
- Asegura la total limpieza de las partes calientes y frías del motor, debido a las excelentes capacidades detergentes y dispersantes del aceite.
- Excelente resistencia a los efectos negativos de la contaminación por fuel.
- Excelente resistencia térmica y alta resistencia ante la oxidación a alta temperatura.
- Debido a su buen control sobre la viscosidad, se reducen los rellenos y consumo de aceite.
- Buena resistencia frente a contaminaciones por agua, con capacidad de desemulsibilidad que le permite proteger al motor y eliminar rápidamente el agua después de una fuga.
- Buena protección antidesgaste y muy buena protección de la película lubricante bajo altas presiones.

Niveles de calidad

AURELIA TI posee las homologaciones de los principales fabricantes de motores de media velocidad como son: WÄRTSILÄ, MAN diesel, Caterpillar MaK, Yanmar, Daihatsu, HIMSEN, Rolls Royce...

Características técnicas

	UNIDAD	METODO	AURELIA TI 3030	AURELIA TI 4030
Grado S.A.E.			30	40
Densidad a 15° C	g/cm ³	ASTM D 4052	0,908	0,910
Viscosidad cinemática a 40° C	cSt	ASTM D 445	110	140
Viscosidad cinemática a 100° C	cSt	ASTM D 445	12,0	14,0
Punto de inflamación (VC)	°C	ASTM D 92	230 mín.	230 mín.
Punto de congelación	°C	ASTM D 97	- 12	- 12
TBN	mg KOH/g	ASTM D 2896	30	30

Existe una ficha de datos de seguridad disponible bajo petición.

repsol.com
+34 901 111 999

Ficha técnica Lubricantes. Revisión 2. Octubre 2013.