

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**Б.Ю. Пінчук, В.Г. Колобродов, В.І. Микитенко,
В.М. Тягур, В.М. Боровицький**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І
ОБРОБКА СИГНАЛІВ В КОСМІЧНИХ
СИСТЕМАХ СПОСТЕРЕЖЕННЯ З
МАТРИЧНИМИ ПРИЙМАЧАМИ
ВИПРОМІНЮВАННЯ**

Монографія

Рекомендовано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського

КИЇВ

КПІ ім. Ігоря Сікорського

2022

УДК 681.7(02)
К61

Рецензенти: *Борисюк Л. В.*, доктор техн. наук, провідний інженер
НТК КП СПБ «Арсенал»
Сенаторов В. М., канд. техн. наук, доцент, ст.науковий
співробітник ЦНДІ ОВТ ЗСУ

Відповідальний редактор *Чиж І. Г.*, доктор техн. наук, професор

*Гриф надано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол №4 від 27.06.2022 р.)*

К61 Математичне моделювання і обробка сигналів в космічних системах спостереження з матричними приймачами випромінювання. Монографія [Електронний ресурс] / Б. Ю. Пінчук, В. Г. Колобродов, В. І. Микитенко, В. М. Тягур, В. М. Боровицький – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 172 с.

Розглянуто питання підвищення якості зображень та ефективності функціонування тепловізійних систем спостереження авіаційного та космічного базування за рахунок узгодження параметрів і характеристик системи, зміни фокусної відстані об'єктива, додаткового довороту передавальної камери за кутами візування.

Для наукових, інженерно-технічних працівників, які займаються розробкою оптико-електронних систем дистанційного спостереження, студентів галузі знань 15 «Автоматизація та приладобудування»

© Б. Ю. Пінчук, В. Г. Колобродов, В. І. Микитенко,
В. М. Тягур, В. М. Боровицький
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	6
ПЕРЕДМОВА	7
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ТЕПЛОВІЗІЙНИХ СИСТЕМ СПОСТЕРЕЖЕННЯ.....	8
1.1 Призначення та область застосування тепловізійних систем	8
1.1.1 Тепловізійні системи для безпілотних літальних апаратів.....	10
1.1.2 Авіаційні тепловізійні системи.....	13
1.1.3 Космічні тепловізійні системи.....	14
1.2 Основні параметри і характеристики тепловізійних систем	16
1.3 Сучасні вимоги до тепловізійних систем спостереження для дистанційного зондування Землі	25
1.3.1 Радіометричне калібрування.....	28
1.3.2 Геометричне калібрування.....	30
1.4 Методи підвищення якості тепловізійних зображень.....	33
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ «ОБ’ЄКТ – ТЕПЛОВІЗІЙНА СИСТЕМА – ОПЕРАТОР».....	41
2.1 Загальна математична модель тепловізійної системи.....	41
2.2 Швидкість переміщення ЛА	45
2.2.1 Швидкість переміщення підсупутникової точки.....	47
2.2.2 Лінійна і кутова швидкості переміщення зображення.....	53
2.3 Метод кутового руху	59
2.3.1 Проекція пікселів на площині.....	62
2.3.2 Кути нахилу стовпців і рядків проекції МПВ.....	65
2.4 МПФ оптико-електронного тракту за моделлю «об’єкт – ТСС – оператор»	70
2.4.1 Параметри об’єкта і фону.....	71
2.4.2 МПФ атмосфери.....	72

2.4.3 МПФ об'єктива.....	73
2.4.4 МПФ МПВ	75
2.4.5 МПФ за рахунок фазового розташування зображення об'єкта на МПВ	76
2.4.6 МПФ за рахунок вібрацій ЛА	77
2.4.7 МПФ за рахунок зміщення.....	78
2.4.8 МПФ за рахунок нестабільності положення осі КА.....	80
2.4.9 МПФ за рахунок нестабільності висоти	81
2.4.10 МПФ за рахунок обертання Землі	82
2.4.11 МПФ за рахунок зйомки із змінними кутами	84
2.4.12 МПФ за рахунок відхилення візирної осі від надиру.....	85
2.4.13 Результуюча МПФ ТСС.....	88
2.4.14 МПФ дисплея та ока оператора	90
2.5 Роздільна здатність тепловізійної системи.....	92
2.5.1 Просторове розділення	93
2.5.2 Лінійне розділення на місцевості	99
РОЗДІЛ 3. ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ ТЕПЛОВІЗІЙНИХ ЗОБРАЖЕНЬ.....	101
3.1 Залежність МПФ від схеми розташування МПВ і геометричних параметрів	101
3.2 Узгодження частоти зчитування приймача зі швидкістю переміщення точки спостереження	107
3.3 Узгодження радіуса кружка розсіювання об'єктива із МПВ	115
РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОВІЗІЙНИХ СИСТЕМ.....	118
4.1 Ефект паралельної лінії	118
4.2 Деформація проекції пікселів при зміні кутів візування	124
4.2.1 Моделювання деформації проекції МПВ за допомогою розробленої програми «Scanner».....	124
4.2.2 Практична перевірка моделі за допомогою цифрової камери.....	128
4.2.3 Перевірка моделі за допомогою 3D моделювання в програмі «Компас»	130
4.3 Залежність швидкості переміщення зображення від кутів візування.....	132

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	138
ДОДАТОК А.....	148
А.1 Кутова і лінійна швидкості точки візування на плоскій поверхні..	148
А.2 Кутова і лінійна швидкості точки візування на опуклій поверхні..	151
А.3 Кутова і лінійна швидкості точки візування на ввігнутій поверхні	155
ДОДАТОК Б	159
Б.1 Кут нахилу проекції стовпця МПВ на ЗП [17]	159
Б.2 Кут нахилу проекції рядка МПВ на ЗП	162
ДОДАТОК В	168
В.1 Визначення миттєвого поля зору пікселя МПВ	168
В.2 Визначення різниці між кутами, які утворюються діленням миттєвого поля зору медіаною	171

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

SNR – відношення сигнал шум

TDI – приймачі з часовою затримкою і накопиченням

АОС – абераційно обмежена система

БПЛА, UAV – безпілотний літальний апарат

ВРЗ – вихідний регістр зчитування

ГСК – глобальна система координат

ДЗЗ – дистанційне зондування Землі

ДОС – дифракційно обмежена система

ЗП – земна поверхня

ІЧ, IR – інфрачервоний діапазон

КА – космічний апарат

КРТ – кадмій ртуть телур

ЛА – літальний апарат

ЛРМ – лінійне розділення (розрізнення) на місцевості

ЛСК – локальна система координат

МПВ – матричний приймач випромінювання

МПФ, MTF – модуляційна передавальна функція

ОС – оптична система

РКР – радіус кружка розсіювання об'єктива

СК – система координат

ССО – сонячно-синхронна орбіта, Sun-synchronicity orbit

ТСС – тепловізійні системи спостереження

ММ – фізико-математична модель

ФРТ, PSF – функція розсіювання точки

ПЕРЕДМОВА

В даній монографії викладені результати досліджень щодо підвищення якості зображень, обробки сигналів, які формуються оптико-електронними системами спостереження з матричними приймачами випромінювання авіаційного і космічного базування. Дослідження конкретизовано для тепловізійних систем спостереження (ТСС), які наразі все активніше використовуються при вирішенні комплексу різних завдань пов'язаних із отриманням інформації про земну поверхню (ЗП) та розташованих на ній об'єктів в складних погодних умовах або в повній темряві [1, 2, 18, 90].

Сучасні ТСС, які встановлені на літальних та космічних апаратах (ЛА, КА), мають можливість змінювати кути спостереження (тангажу, крену і рискання) для отримання необхідної просторової інформації на відповідній ділянці ЗП, що безпосередньо впливає як на якість зображення, так і на його просторове розділення [51]. Просторове розділення залежить не лише від розмірів і постійної часу, але й від льотних характеристик носія ТСС. При відхиленні ТСС від надиру, форма проєкції матричного приймача випромінювання (МПВ) може значно деформуватися, що, в свою чергу, впливає на контраст, швидкість і напрямок зміщення зображення [29, 49, 54]. Тому актуальним є підвищення якості тепловізійних зображень за рахунок узгодження частоти формування рядка із швидкістю і напрямом переміщення зображення в фокальній площині об'єктива, зміни фокусної відстані об'єктива в залежності від кутів візування. Іншою важливою задачею є узгодження параметрів об'єктива і матричного приймача випромінювання.

В монографії частково використані результати досліджень, отриманих членами наукової школи в галузі теплобачення, яка майже півсторіччя функціонує в Україні під керівництвом лауреата Державної премії України в галузі науки і техніки професора Валентина Георгійовича Колобродова [17, 25, 34].

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ТЕПЛОВІЗІЙНИХ СИСТЕМ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

1.1 Призначення та область застосування тепловізійних систем

Серед сучасних оптико-електронних систем пошуку, виявлення, розпізнавання та ідентифікації об'єктів, а також вимірювання їх параметрів, важливе місце посідають тепловізійні системи. Тепловізійні системи призначені для спостереження за розподілом теплового випромінювання та вимірювання температур об'єктів, що знаходяться в заданому полі зору, формуючи теплове зображення у видимому для людського ока спектральному діапазоні. Тепловізійне зображення об'єкта і фону формується за рахунок власного теплового випромінювання під впливом температур та коефіцієнтів випромінювання їх поверхонь. Зміна температури поверхні об'єкта в зображенні, що спостерігається візуально, певною мірою відповідає деталям картини, тобто його формі і розміру [1, 2].

Під тепловим випромінюванням розуміють випромінювання світла в інфрачервоному (ІЧ) спектральному діапазоні з довжиною хвилі від 700 нм до 1 мм.

Тепловізори мають такі особливості:

- забезпечують спостереження вдень і вночі, при слабкій освітленості та повній темряві;
- працюють при низькому контрасті, задимлені, запиленні, тумані, дощі, снігопаді та за будь-яких інших погодних умов;

- не бояться прямого засвічування і засліплення прожекторами або фарами;
- не відображають тінь та відблиски.

Зогалом, тепловізори здатні працювати в умовах поганої видимості і мають суттєві переваги, які недоступні приладам нічного бачення, звичайним телекамерам і телекамерам із ІЧ підсвічуванням. Розподіл теплоконтрастного поля відображається на дисплеї або ж зберігається в пам'яті тепловізора, як чорно-біле або колірне поле, де певній температурі відповідає свій колір.

Тепловізійні системи застосовуються для:

- виявлення цілей і збору даних військовими і поліцейськими;
- формування безпеки кордонів (як їх незаконний перетин особами, так і карантинний контроль) і боротьби з тероризмом;
- охорони інфраструктурних об'єктів та об'єктів приватної власності;
- профілактичного технічного обслуговування (своєчасного виявлення несправностей, як механічні, так і електричні);
- управління технологічними процесами;
- виявлення і аналізу пожеж;
- контролю активних речовин (при вивантаженні вагонів та цистерн, рівня в ємності та стану деяких хімічних речовин);
- пошуково-рятувальних операцій підчас та після надзвичайних ситуацій;
- машинобудівній промисловості;
- огляду і аналізу ґрунту та контролю посівних полів;
- медицини, діагностики та ветеринарії;
- тестів якості у виробничому середовищі (електричних схем);
- виявлення забруднення та навали шкідників;
- визначення температури тіла, наприклад, для виявлення грипу;
- спостереження тварин в їх природному середовищі, для дослідження поведінки;

- спостереження за природними явищами (вулканами, гейзерами) та метеорологія (аналіз погодних умов);
- діагностика несправностей і усунення неполадок (аналіз теплових втрат стін, покрівлі будівель);
- виконання наукових спостережень (астрономія, прогнозування сонячної активності);
- нічного бачення в системах автокерування новітніми автомобілями для цивільної і військової техніки.

В основному, тепловізійні системи за застосуванням розділяють на системи спостереження та вимірювання. Але існують системи, які поєднують в собі переваги обох типів. Узагальнюючи, можна сказати, що тепловізійні вимірювальні системи більше застосовуються в медицині, діагностиці, виробничому середовищі тощо, тобто в областях де необхідні точні дані вимірювання температури об'єктів. При розрахунку і конструюванні тепловізійних вимірювальних систем більшу увагу приділяють підвищенню енергетичної роздільної здатності. На відміну від тепловізійних вимірювальних систем, проектуючи тепловізійні системи спостереження (ТСС) більшу перевагу віддають просторовій роздільній здатності. Зазвичай, військові користуються ТСС, оскільки для них є важливішими форма і розміри об'єктів, максимальна дальність їх виявлення розпізнавання і ідентифікації. Від перелічених основних параметрів залежить швидкодія прийняття відповідних рішень командирами, а, отже, вони відіграють важливу роль в забезпеченні безпеки як самих солдатів, так і держави та її кордонів, яку вони захищають.

1.1.1 Тепловізійні системи для безпілотних літальних апаратів

Безпілотний літальний апарат (БПЛА) – літальний апарат (ЛА), який здійснює польоти без фізичної присутності пілота на його борту (рис. 1.1) [4]. Одна із головних задач БПЛА для військових – це ведення

тактичної і стратегічної повітряної розвідки, в тому числі і під час бойових дій. Передові держави світу використовують БПЛА ще і для нанесення вогневих ударів по наземним цілям. Перш за все, для виконання відповідного завдання необхідно знати знаходження цілі, а це найефективніше зроби за допомогою ТСС. Переваги ТСС для БПЛА в тому, що він зможе виконувати поставлені завдання не лише вдень, коли імовірність його виявлення максимальна використовуючи навіть звичайні засоби, а і вночі та за умов, коли об'єкт знаходиться під камуфляжем.



Рис. 1.1. Безпілотний літальний апарат [5]

Не менш важливим є застосування БПЛА і в цивільних цілях для різного роду таких завдань як:

- моніторинг повітряного простору, земної й водної поверхонь;
- екологічний і енергетичний контроль;
- спостереження за дорожнім рухом;
- ведення пошукових робіт та геодезія;
- контроль нафтогазового сектора;
- контроль сільського господарства;
- обстеження багатоповерхових будинків та висотних споруд;
- виявлення водяних потоків під шаром рослинності;
- допомога службам з надзвичайних ситуацій та поліції.

Переваги БПЛА серед інших ЛА в тому, що вони є найменш енергозатратними, мобільними (потребує найменше місця для вильоту, посадки і зберігання), оперативними (здатними перебувати у високих ступенях бойової готовності) та найголовніше, що вони не несуть ризику для особового складу.

Мультикоптер – вид БПЛА з довільною кількістю несучих гвинтів, розміщених в одній площині, що обертаються діагонально в протилежних напрямках (рис. 1.2) [6]. Мультикоптери простіші в управлінні, але мають менший радіус дії в порівнянні із звичайними БПЛА, а отже призначенні як апарати «ближнього радіусу дії». Важливо звернути увагу на те, що мультикоптери працюють на електричних двигунах, що зменшує час польоту, але в свою чергу він не лишає за собою теплового сліду, за яким його можуть виявити.



Рис. 1.2. Мультикоптер [6]

Рій – крихітні автоматизовані БПЛА, яких у великих кількостях збирають у групу і вони діють як одне ціле [7]. Це нова технологія, яка наразі стрімко розвивається. Рої націлені застосовувати для шпигунства та розвідки, а також в бойових діях та при порятунку людей. Військові націлені використовувати рій для захоплення і атаки відповідних цілей (танки, кораблі, ракетні пускові установки), в результаті чого вони нападають на ціль із усіх боків одночасно, що викликає великі проблеми і робить ціль беззахисною. Рій є самоорганізованою системою в якій всі БПЛА є однаковими за рангом,

що дозволяє проводити швидке перегрупування на місцевості та літати разом не стикаючись, причому втрата частини апаратів не стане перепоною в продовженні виконання поставленого завдання. Достатньо лише одного оператора для контролю всього рою. США розробляють програмне забезпечення, яке дозволить відокремлювати частину рою для певних місій або підключати нові апарати до рою швидко і непомітно. Окрім військових призначень, рої оснащені тепловізійними камерами, використовуватимуть для знаходження потерпілих в стихійних лихах, осіб, що загубились або виявлення потерпілих під завалами куди звичайним БПЛА не дістатися.

1.1.2 Авіаційні тепловізійні системи

Авіаційні ТСС встановлюють на літаках (рис. 1.3) та вертольотах (гелікоптерах). БПЛА з'явилися відносно недавно, в порівнянні з авіаційними системами, і в, свою чергу, можуть виконувати значну частину завдань, які ставляться для авіаційних систем. Звичайно, авіаційні системи потребують суттєвих затрат в підтримці та навчанні персоналу для їх управління, але мають і свої переваги в тому, що вони є більш стійкими до впливу на них зовнішніх факторів (погодних) і є більш захищеними (від враження та перехвату їх керування). Переваги авіаційних ТСС в тому, що вони призначені працювати в жорсткіших умовах, тобто бути стійкими до більш ширшого діапазону зміни температур, мають більший запас енергії живлення (живляться від джерела авіаносія), що суттєво збільшує час їхньої роботи. Це в свою чергу дає можливість працювати на більших висотах, відстанях, мати більшу просторову і енергетичну роздільну здатність та більшу максимальну дальність виявлення і розпізнавання (менш критичним є питання маси і габаритів).



Рис. 1.3. Розміщення тепловізійної системи на літаку [8]

Авіаційні ТСС застосовують для:

- цілодобового контролю, патрулювання та авіарозвідки;
- ведення безперервного спостереження за об'єктами та їх станом;
- моніторингу стратегічних об'єктів;
- супроводження важливих осіб та техніки на довгі дистанції;
- картографування місцевості та виявлення теплових аномалій на земній та водній поверхні;
- систем виявлення і прицілювання за нагрітими частинами техніки та тепловими слідами;
- спостереження за високовольтним обладнанням;
- пошуку зниклих людей з великою смугою огляду;
- польотів і приземлення в повній темряві;
- виявлення об'єктів крізь пил, дим і хмари;
- роботи з декількома спектральними діапазонами;
- виявлення мінних полів тощо.

1.1.3 Космічні тепловізійні системи

ТСС які встановлені на космічних апаратах (КА), широко використовуються для дистанційного зондування Землі (ДЗЗ). КА ДЗЗ можуть використовуватись для цивільних завдань і для здійснення розвідки. Космічні ТСС для знімання земної поверхні дозволяють суттєво підвищити ефективність досліджень у різних галузях.

Основними перевагами ТСС в задачах ДЗЗ є:

- висока оглядовість, можливість одержання одночасно інформації про великі території;
- можливість переходу від дискретної до безперервної картини просторового розподілу показників стану навколишнього середовища;
- одержання інформації у важкодоступних місцях планети, що можуть становити загрозу для здоров'я людей;
- високий рівень генералізації зображення;
- можливість використання великогабаритних ТСС, які забезпечували б максимальну якість отриманого зображення;
- мала ймовірність навмисного пошкодження систем;
- відсутність людей на борту, що виключає радіаційне опромінення;
- практично відсутній природній вплив, що призводив би до швидкого виходу із строю обладнання.

ТСС ДЗЗ вирішують такі задачі:

- дослідження навколишнього середовища та його охоронний моніторинг;
- виявлення сировинних і енергетичних ресурсів;
- спостереження за погодою і кліматом;
- своєчасне отримання інформації про природні явища (наприклад, активність вулканів);
- моніторинг природних ресурсів, агротехнічного стану сільськогосподарських культур (прогнозування врожайності) та лісів;
- моніторинг розвитку інфраструктури міст;
- моніторинг надзвичайних ситуацій;

- контроль перетину кордонів, проведення військово-розвідувальних операцій, виявлення ракетно-пускових установок, розташування суден тощо;
- астрономічні дослідження;
- оцінка ландшафту та створення її тривимірної моделі;
- моніторинг сонячної активності Сонця для подальшого системного аналізу і прогнозування геомагнітних бурь, які можуть привести до погіршення здоров'я людей та виведення з ладу електричних станцій і високовольтних ліній, тобто залишити без електрики цілі міста.

1.2 Основні параметри і характеристики тепловізійних систем

При створенні ТСС зазвичай, для оптичних систем (ОС) наводять параметри лише для компонентів самої системи. Але в даному випадку, оскільки розглядаються ТСС для безпілотних, авіаційних та космічних приладів, дуже важливими є параметри середовища в якому вони працюватимуть, що в, свою чергу, суттєво впливатиме на їх ефективність.

Розглянемо найбільш важливі параметри, що використовуються при проектуванні ТСС.

Спектральний діапазон довжин хвиль. ТСС зазвичай працюють в ІЧ діапазоні довжин хвиль, який поділяють на декілька піддіапазонів в залежності від стандартів класифікації. В звичайній схемі класифікації, прийнято поділяти ІЧ діапазон на піддіапазони беручи за основу вікна прозорості атмосфери, рис. 1.4.

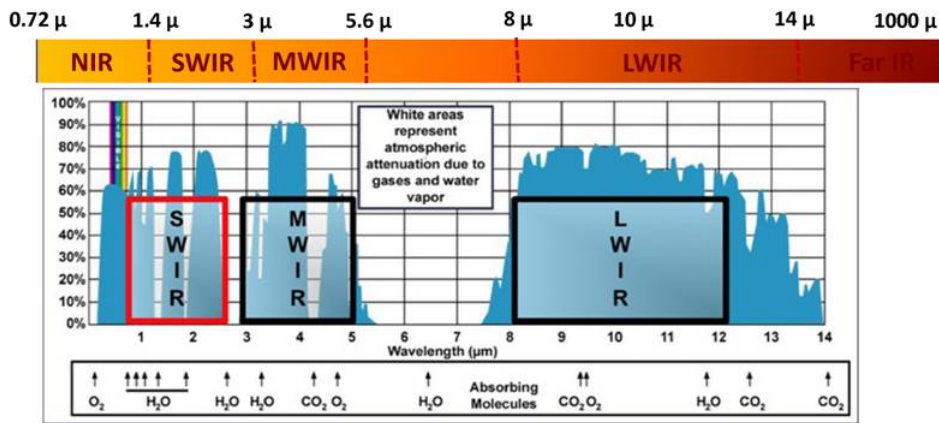


Рис. 1.4. ІЧ діапазон випромінювання [9]

Схема класифікації звичайного діапазону:

- (0,75 - 1,4) мкм – ближнє ІЧ випромінювання (NIR – Near-infrared);
- (1,4 - 3) мкм – короткохвильове ІЧ випромінювання (SWIR– Short-wavelength infrared);
- (3 - 8) мкм – середньохвильове ІЧ випромінювання (MWIR– Mid-wavelength infrared);
- (8 - 15) мкм – довгохвильове ІЧ випромінювання (LWIR – Long-wavelength infrared);
- (15 - 1000) мкм – дуже довгохвильове ІЧ випромінювання (FIR – Far-infrared).

Подібним чином, але з дещо зміщеними межами використовуються також інші схеми класифікації:

- СІЕ схема, за визначенням Міжнародної комісії з освітленості;
- ISO 20473 схема;
- Астрономічна схема класифікації;
- Схема класифікації, яка базується на чутливості певного типу детекторів.

Коефіцієнт пропускання атмосфери. Даний коефіцієнт є важливим для енергетичних розрахунків. Він вказує на те яка частина потоку випромінювання пройшла через атмосферу. Авіаційні та космічні ТСС,

які працюють на великих висотах, враховують турбулентність атмосфери.

Поле зору, миттєве поле зору і поле огляду. У зв'язку із розвитком ТСС і новими вимогами до розширення їх функціональності, з'явилась необхідність у відхиленні візирної осі за кутами візування (спостереження). Саме кути візування або ж кути зв'язаної системи координат КА задають поле огляду.

Кути візування в зв'язаній системі координат (рис. 1.5) є такими:

- крен ϕ – це кут повороту ЛА навколо повздовжньої осі, напрям якої співпадає з напрямком польоту;
- тангаж θ – кут повороту навколо поперечної осі;
- рискання ψ – кут повороту навколо нормальної осі.

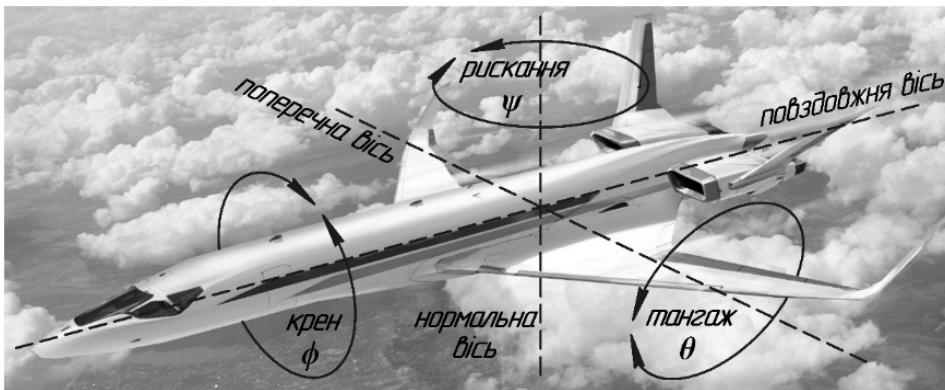


Рис. 1.5. Кути візування (спостереження) [10]

Висота і орбітальна висота. Звичайна висота задається для ТСС БПЛА і авіаційних, і є відстанню від ЗП до ЛА. Космічні ТСС потребують задання орбітальної висоти і координат їх розташування у відповідний момент часу. Орбітальна висота визначається відносно центра мас Землі і слугує заданням траєкторії польоту КА, та визначає швидкість руху по відповідній орбіті [11, 12]. Земля не має форму ідеальної сфери і в реальності описується геоїдом або квазігеоїдом [13, 14]. При проектуванні космічної ТСС, опираючись на допустиму точність в заданні форми Землі, зазвичай як форму приймають двовісний еліпсоїд. В результаті, задавшись координатами

розташування КА, орбітальною висотою і відповідною формою Землі – враховують звичайну висоту.

Параметри ТСС:

- фокусна відстань об'єктива;
- роздільна здатність матричного приймача випромінювання (МПВ), тобто кількість елементів розкладу (пікселів) по двох осях;
- період пікселів МПВ;
- коефіцієнт заповнення пікселів або ж розміри активної частини пікселя МПВ;
- діаметр вхідної зіниці;
- радіаційна стійкість оптичних елементів (важливо для космічних ДЗЗ);
- зміщення МПВ у фокальній площині відносно оптичної осі;
- швидкість обертання Землі навколо своєї осі і швидкість КА на орбіті;
- допустима амплітуда коливання вібрацій для ТСС;
- частота МПВ та діапазон і крок її зміни;
- динамічний діапазон МПВ та відношення сигнал/шум;
- спектральна чутливість МПВ.

Просторова роздільна здатність ТСС визначає можливість системи розрізняти (розділяти) окремо мінімальні просторові розміри об'єктів та їх елементів [1]. Якщо предмет знаходиться на нескінченності (наприклад, зоря), то використовують кутову роздільну здатність. Зазвичай, просторове розділення визначається:

- дифракцією об'єктивів, рідше роздільною здатністю об'єктивів з абераціями, які емпірично описують формулою Гауса;
- періодом чутливих елементів МПВ;
- розмірами чутливої площадки або коефіцієнтом заповнення пікселя МПВ;
- шириною частотної смуги пропускання МПВ;
- розділенням монітору.

Роздільна здатність об'єктива оцінюється критерієм Релея, функцією розсіювання точки (ФРТ, PSF), модуляційною передавальною функцією (МПФ), а дисплей – кількістю телевізійних ліній. Відомо, що просторове розділення – це мінімальна відстань між двома близько розташованими об'єктами, зображення які ще можна спостерігати окремо, тобто період і визначається в лінійних величинах, а просторова роздільна здатність – це величина обернена до просторового розділення, тобто частота яка визначається в обернених лінійних величинах.

Енергетична роздільна здатність ТСС або ж контрастна чутливість визначає можливість системи розділяти (виявляти) сигнали від об'єктів великих розмірів, які розміщені на фоні, за рахунок наявного контрасту. Енергетична роздільна здатність залежить від енергетичних характеристик ТСС, чутливості МПВ і шумів, але не залежить від просторової роздільної здатності [1].

Одним із основних критеріїв для оцінки якості ТСС вважають МПФ, яка математично описується як модуль передавальної функції, отриманої шляхом перетворення Фур'є від ФРТ. Фізично, МПФ – це відношення контрасту освітленості у площині зображення до контрасту яскравості синусоїдальної міри в площині предметів [1, 16]. Відображаючи графік МПФ відповідної ТСС, ми покажемо залежність контрасту від просторової частоти, тобто характеризуємо те на скільки якісно відповідна система передає штрихову міру (набір тестових ліній) з відповідною частотою (періодом). Зазвичай графіки МПФ відображають деякою кривою $MTF(\nu_n)$, яка інформативніша при розрахунках, але для практичного розуміння віддають перевагу представляючи у вигляді двовимірного зображення: де по осі Ox зображується тестова міра зі змінною синусоїдальною частотою, а по осі Oy – вплив контрасту, таким чином, можна наглядно оцінити якість ТСС (рис. 1.6).

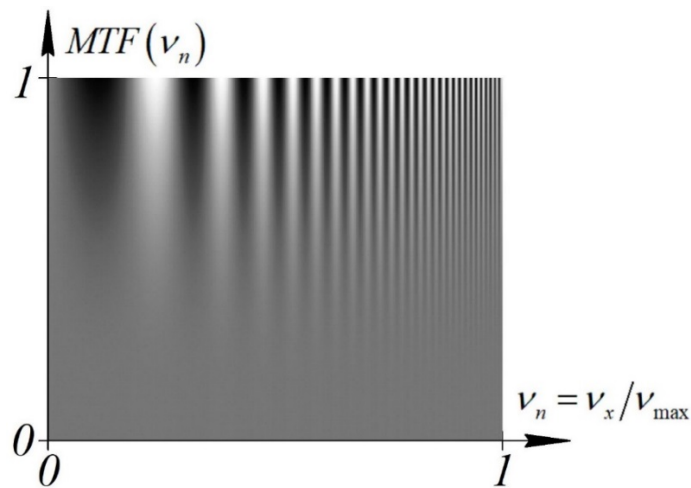


Рис. 1.6. Залежність контрасту від просторової частоти [15]

Відношення сигнал/шум характеризує здатність системи якісно перетворювати інформацію про оптичний сигнал з підстилаючої поверхні в цифровий вигляд. Визначальним є відношення середнього значення рівня корисного сигналу до його невизначеності, викликані різними шумовими складовими сумарного сигналу. Невизначеність рівня сигналу кількісно характеризується його середньоквадратичним відхиленням [17].

Ймовірність сприйняття або ж ймовірність вирішення поставленого завдання по тепловізійному зображенню залежить від:

- характеристик об'єкта спостереження (відношення сигнал/шум, контрасту, кутових розмірів, форми, розміщення, орієнтації і швидкості руху на екрані);
- характеристик загального зображення на екрані дисплея (яскравості фону, щільності та складності завад, розмірів екрана);
- характеристик ТСС (передавальної функції та пов'язаних із нею критеріїв розділення, частоти кадрів, кількості рядків, кутових розмірів екрана, передачею сірої шкали градацій яскравості, динамічного діапазону);
- характеристик спостерігача (особливостей зору, тренуваності, інтелекту).

Ймовірність сприйняття поєднує в собі два етапи, такі як ймовірність виявлення і розпізнавання, під час яких оператор виконує пошук об'єктів на зображенні (екрані дисплея) [1]. Математично, ймовірність сприйняття – це добуток ймовірностей виявлення і розпізнавання. Ймовірність виявлення – це ймовірність виділення об'єкта на неоднорідному фоні і віднесення його до класу об'єктів, які можуть становити потенційний інтерес. Ймовірність розпізнавання – це ймовірність віднесення виявленого об'єкта до вузького класу об'єктів, де його можна буде класифікувати.

Максимальна дальність спостереження (МДС) – це максимальна дальність, на якій ТСС забезпечує виявлення або розпізнавання об'єкта із заданою ймовірністю [1]. МДС є узагальнюючим терміном для:

- Максимальна дальність виявлення (MDR) – максимальна дальність між ТСС і стандартним тест-об'єктом, що випромінює як абсолютно чорне тіло (АЧТ), за якої тест-об'єкт виявляється на екрані дисплея із заданою ймовірністю виявлення у разі необмеженого часу спостереження;
- Максимальна дальність розпізнавання (MRR) – максимальна дальність між ТСС і стандартним тест-об'єктом у вигляді міри Фуко, що випромінює як АЧТ, за якої тест-об'єкт розпізнається на екрані дисплея із заданою ймовірністю розпізнавання у разі необмеженого часу спостереження;
- Максимальна дальність дії (NER) – максимальна відстань між ТСС і тест-об'єктом, що випромінює як АЧТ, за якої відношення пікового значення сигналу до середньоквадратичного значення шуму на виході еталонного фільтра дорівнює одиниці.

Основою для розрахунку МДС є критерій Джонсона, який пояснюється як необхідна кількість роздільних штрихів міри Фуко, які розміщуються вздовж його критичного розміру об'єкта, необхідних для розпізнавання із заданою ймовірністю [18 – 21]. На рис. 1.7 зображено принцип на якому будується критерій Джонсона.

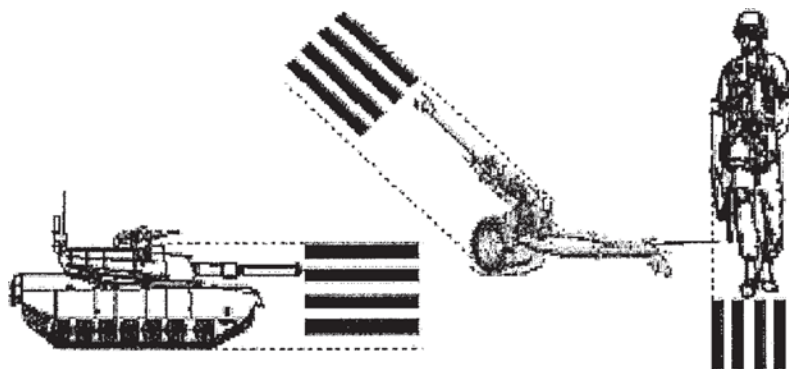


Рис. 1.7. Критерій Джонсона для розпізнавання [18]

Освітленість, еквівалентна шуму (NEI) – це освітленість у площині вхідної зіниці ТСС, яка створює електричний сигнал на виході МПВ, який є еквівалентним шумовому сигналу. *Еквівалентна шуму різниця температур (NETD)* – це різниця температур між стандартним тест-об’єктом і фоном, що випромінюють як АЧТ, за якої відношення пікового значення сигналу на виході стандартного еталонного фільтра ТСС, яка розглядає тест-об’єкт, до шуму дорівнює одиниці. *Мінімальна виявлювальна різниця температур (MDTD)* – це мінімальна різниця температур між тест-об’єктом і фоном, що випромінюють як АЧТ, потрібна для виявлення тест-об’єкта у разі необмеженого часу спостереження і заздалегідь відомого його розміщення на екрані. *Мінімальна роздільна різниця температур (MRTD)* – це мінімальна різниця ефективних температур між смугами (штрихами міри Фуко) тест-об’єкта із заданою просторовою частотою та фоном, яка дозволяє візуально розділяти штрихи об’єкта на дисплеї [1, 18, 22 – 24].

Вище перераховані основні характеристики є важливими для дослідників і розробників ТСС, оскільки вони дозволяють проаналізувати ефективність приладу та якість отриманого зображення при відповідних умовах спостереження, а також на основі отриманих результатів оптимізувати і покращити сам прилад. Замовника, що є «ключовою ланкою» в створенні ТСС, мало цікавлять більшість вище перелічених характеристик. Замовник, в першу чергу,

вимагає щоб кінцевий результат відповідав його вимогам, а тому він ставить такі завдання і запитання:

- що можна побачити з допомогою наявної ТСС, тобто, яку найменшу деталь можна розрізнити або ж при яких мінімальних розмірах об'єкта її можна виявити в реальних умовах (на відповідній висоті, при певних погодних умовах тощо)?
- які параметри мають бути у ТСС, для якісного виконання поставлених завдань, яка б в реальних умовах дозволяла розрізняти об'єкти з певним мінімальним розміром, або ж чітко бачити об'єкт заданих розмірів з відповідної висоти/відстані.

Зазвичай, розробники ТСС для КА вказують просторове розділення або ж так зване лінійне розрізнення (розділення) на місцевості (ЛРМ) поряд із шириною смуги зйомки, вагою, розмірами тощо. Тобто, увага звертається на те, що цікавить замовника.

ЛРМ – це здатність ТСС КА виявляти і розпізнавати об'єкти, які знаходяться на ЗП. ЛРМ ТСС визначається такими факторами як: геометричний, якісний, енергетичний та імовірнісний (ймовірність виявлення) [25, 26]. Якісний фактор є одним із основних, якому приділяють найбільше уваги. Він показує результат того на скільки чітко весь оптико-електронний тракт передає зображення, тобто – максимально контрастно. Отже, якість отриманого зображення визначатиметься МПФ, яка є основою для розрахунку ЛРМ. Отже, ЛРМ є характеристикою, яка охоплює і враховує вище перераховані характеристики (МДС, MRTD, NETD тощо), тобто дає оцінку тому, на скільки малих розмірів об'єкт можна побачити в реальних умовах.

1.3 Сучасні вимоги до тепловізійних систем спостереження для дистанційного зондування Землі

Збільшення кількості супутників для ДЗЗ збільшує і вибір продукції для користувача, який, в свою чергу, підвищує вимоги пов'язані із функціональністю ТСС і якістю отриманого зображення. На даний момент, згідно сучасних вимог, вже не достатньо просто розробити систему високої ефективності. Від розробника вимагається додаткового підтримувати свій продукт. Загалом, під підтримкою продукту розуміється радіометричне і геометричне калібрування отриманих даних [27]. Розширення функціональних вимог вимагає щоб зйомка відповідної місцевості із ЛА проводилася під різними кутами візування (тангаж, крен і рискання).

Раніше, коли зйомка на ЛА проводилася лише в надирі, то проекцію МПВ на ЗП розраховували доволі просто, а саме – «квадратна» форма пікселя МПВ відповідала «квадратній» масштабованій його проекції на ЗП і в розрахунках використовували: розміри пікселів, фокусну відстань об'єктива та висоту польоту. Такі розрахунки не становили труднощів, а тому всі інші операції, які пов'язані з обробкою знімків ЗП, виконували наземні комплекси, які підпорядковані космічним агентствам. Основна задача, для розробників ТСС, вимагала лише розробки високоефективної системи, яка здатна робити знімки ЗП високої якості. Комітет із супутникових спостережень Землі (СЕОС) ухвалив єдиний набір рівнів обробки матеріалів зйомок. Цифрова обробка знімків поділяється на 5 рівнів (від 0 до 4), а від розробників вимагався лише 0 рівень.

У зв'язку із підвищенням функціональних вимог для ТСС на ЛА, підвищилися і вимоги до забезпечення цифрової обробки (до 1 рівня включно). Оскільки ЛА відхиляється за кутами візування, то проекція пікселів на ЗП вже не має форму «квадрата», а перетворюється в «несиметричний дельтоїд». Іншими словами, відбувається суттєва, в залежності від параметрів ТСС, деформація проекції пікселів на ЗП, що

приводить не тільки до геометричного спотворення, а й до збільшення розмиття, зменшення контрасту, погіршення просторової роздільної здатності тощо. Зазвичай, розробники не розголошують всі дані по конструкції і принцип роботи їх приладу, а отже лише вони повинні знати як вирішити проблеми пов'язані із погіршенням якості отриманого зображення. Цифрова обробка зображень, хоч і розвинена на доволі високому рівні, але має свої обмеження і граничні можливості, тобто якщо на «передньому плані» обмеження виступають фізичні процеси і конструкція приладу, то в більшості випадків цифрова обробка не дасть суттєвих покращень.

Початком цифрової обробки знімків є процедури отримання та реєстрації первинних (необроблених) даних, тобто даних отриманих технічними засобами ДЗЗ. Наступними операціями обробки є [28]:

- ✓ Попереднє оброблення – «Рівень 0»:
 - Приймання електромагнітних сигналів;
 - Демодуляція сигналів;
 - Декодування засекреченої інформації;
 - Декомутація службових та інформаційних слів;
 - Реєстрація інформації;
 - Оперативний перегляд і конвертування інформації;
- ✓ Нормалізація – «Рівень 1»:
 - Координатна прив'язка;
 - Поділ за кадрами (сценами);
 - Оцінка якості рядків зображення;
 - «Рівень 1А»:
 - Радіометричне коригування;
 - Коригування пошкоджених пікселів;
 - «Рівень 1В»:
 - Геометричне коригування;
 - «Рівень 1С»:
 - Географічна прив'язка знімка до карти;

- Атмосферне коригування частин знімка, схованих під хмарами;
- «Рівень 1D»:
 - Географічна прив'язка знімка за опорними точками;
- ✓ Міжгалузеве оброблення – «Рівень 2»;
 - Перерахунок координат зображення у визначену картографічну проекцію;
 - «Рівень 2A»:
 - Повне радіометричне коригування;
 - «Рівень 2B»:
 - Повне геометричне коригування;
 - «Рівень 2C»:
 - Орторектифікація;
- ✓ Тематичне оброблення:
 - «Рівень 3»:
 - Формування тематичних шарів просторової інформації;
 - «Рівень 4»:
 - Формування просторових моделей (карт, блок-діаграм, проектів тощо).

Рівень 0 – це оброблення даних ДЗЗ, змістом якого є формування вихідного космічного зображення з первинних даних і доповнення його необхідними метаданими.

Рівень 1 – це оброблення даних ДЗЗ, змістом якого є виконання необхідних процедур геометричного й радіометричного коригування та просторового прив'язування за орбітальними даними.

Рівень 2 – це рівень оброблення даних ДЗЗ, змістом якого є його просторове прив'язування з використанням наземних опорних точок.

Рівень 3 – це рівень оброблення даних ДЗЗ, змістом якого є отримання значень дешифрувальних ознак або визначення фізичних параметрів об'єктів зондування.

Рівень 4 – це рівень оброблення даних ДЗЗ, змістом якого є дешифрування космічного знімка та складання легенди.

Реставрація знятих даних (знімків) направлена на підвищення їхньої якості, тобто на поліпшення сприйняття інформації користувачем. Загалом, реставрація розуміється як геометричне і атмосферне коригування та компенсація характеристик приймача, що змінилися. Також, сюди можна віднести і поновлення пропущених даних, заповнення ділянок, що закриті хмарами тощо.

1.3.1 Радіометричне калібрування

Радіометричне спотворення знімка – це порушення пропорційності відтворення характеристик яскравості об'єктів дистанційного зондування на зображенні. Для виправлення радіометричних спотворень знімків необхідне радіометричне коригування.

Радіометричні спотворення зумовлені несправністю детекторів, впливом рельєфу та атмосфери. Спотворення усувають шляхом перетворення знятих даних у фізичні одиниці яскравості, виправлення дефектів зображення і впливу відмінностей освітленості. Несправність детекторів призводить до «смугастості» зображення, якщо відбувається сканування, або до «точковості», якщо відбувається матрична зйомка. В залежності від виду несправності приймачів смуги і крапки бувають світлих і темних кольорів – це так звані явища «випадання» пікселів. Дані недоліки виправляються методами просторової фільтрації, інтерполяції та екстраполяції яскравостей сусідніх чи групи пікселів, статичними методами розраховуючи середньоквадратичне відхилення і середнє значення тощо [28].

Радіометричне коригування виконується шляхом калібрування, оскільки пов'язане із зміною значень яскравості пікселів. Калібрування – це кількісне визначення відгуку технічного засобу ДЗЗ на відомий вхідний сигнал. Калібрування даних – коригування даних ДЗЗ на основі використання інформації, отриманої з тестових полігонів і еталонів.

При коригуванні впливу атмосфери враховують:

- тип розсіювання;
- рівень видимості;
- географічне положення;
- сезон проведення зйомки;
- дані метеорологічних спостережень;
- дані наземних вимірювань відбивної здатності;
- стан атмосфери.

Перед запуском вимірювальна апаратура ретельно перевіряється та калібрується. Калібрування для БПЛА та авіаційних ТСС можна проводити практично перед кожним запуском, що ж стосується космічних ТСС, то калібрування відбувається під час їхнього польоту, оскільки за час функціонування апаратура деградує під впливом несприятливих умов та факторів космічного простору.

Вищеописані особливості радіометричного коригування застосовують вже після отримання знятої інформації. Але є радіометричне коригування, яке необхідно проводити під час розробки ТСС і в процесі польоту. В процесі польоту змінюється висота як за рахунок кривизни Землі, так і за рахунок ландшафту, змінюються і кути візування в залежності від того яку область оператору необхідно зняти, а це, в свою чергу, призводить до того, що змінюється швидкість переміщення зображення в площині МПВ. Щоб зменшити розмиття зображення необхідно синхронізувати частоту зчитування МПВ із швидкістю переміщення зображення, що є дуже важливим для матриць КРТ (кадмій-ртуть-телур) з TDI (з часовою затримкою та

накопиченням) [1]. Важливим є і розрахунок відносного насичення елемента МПВ на виході як для матриць КРТ з TDI, так і для фокальних матриць.

Відносне насичення показує те, наскільки відсотків приймальний елемент є енергетично заповненим інформацією перед його опитуванням і перетворенням даних в електричний сигнал. Щоб розрахувати відносне насичення необхідно знати: характеристики ЗП, яка зніматиметься в залежності від розташування, висоту, параметри об'єктива та характеристики МПВ (чутливість, сигнал насичення тощо). Насичення розраховують так, щоб при максимально можливому потоці випромінювання, від відповідної ділянки ЗП, сигнал при зчитуванні елемента відповідав максимальному значенню динамічного діапазону, тобто амплітуда сигналу має бути максимально можливою без втрати інформації. Якщо не відкалібрувати налаштування ТСС за відносною насиченістю то можливі два випадки негативних результатів: перенасиченість і недостатність. При перенасиченості вихідне зображення буде максимально «засвіченим», тобто практично все біле, і навпаки, при недостатності вихідне зображення буде «затемненим», а шуми значно погіршуватимуть якість. При перенасиченні або недостатності суттєво погіршується контраст зображення. Важливим параметром, від якого залежить відносне насичення, є постійна часу для теплових МПВ і часова затримка та накопичення для фотонних МПВ. Враховуючи принцип дії матриць КРТ з TDI, то в даному випадку відносну насиченість можна регулювати за рахунок кількості TDI – елементів інтегрування.

1.3.2 Геометричне калібрування

Геометричне (просторове) спотворення знімка – це неоднаковість відтворення геометричних характеристик об'єкта дистанційного зондування на зображенні. Для виправлення помилок, які спричинені

розродженням між фактичними координатами елементів зображення та їхніми реальними координатами необхідне геометричне коригування.

Геометричні спотворення викликані внаслідок:

- викривлень у відносному позиціонуванні пікселів;
- кривизни Землі;
- обертання Землі та руху ЛА;
- недосконалості апаратури;
- нерівномірності руху ЛА;
- нахилу площини орбіти;
- зміщення рядків при формуванні сканованого зображення;
- відхилення і коливанням оптичної осі ТСС відносно надиру;
- похибок датчиків у вимірюванні положення ЛА та швидкостей;
- рельєфного зміщення.

Первинне систематичне геометричне коригування відбувається на рівні 1В оброблення цифрових знімків. Процес полягає у виправленні геометричних спотворень за орбітальними даними. Вторинне несистематичне геометричне коригування відбувається на рівні 2В. Даний процес полягає у трансформації невиправлених зображень із системи координат знімка в географічну систему координат за опорними точками з використанням поліномів перетворення – RPC-коефіцієнтів [28, 29]. Поліноми необхідні для розрахунку нової координатної сітки пікселів вихідного зображення за координатами контрольних точок. Опорні точки – це пари точок, які вибираються на вихідному і опорному знімках для побудови математичної моделі трансформування. Опорний знімок – вторинне зображення (карта) з відомою картографічною проекцією.

Геометричне коригування є ще більш складним і трудозатратним процесом цифрової обробки знімків. Більшу частину затраченого часу і ресурсів необхідно витратити на пошук і виявлення опорних точок. Зазвичай, в якості опорних точок обирають:

- перетин доріг;
- чіткі контури будівель;
- геодезичні знаки.

Небажаними є точки таких мінливих явищ як берегові лінії, контури рослинності тощо. Опорні точки повинні рівномірно розташовуватися на зображенні. Суттєвою проблемою є масштаб, який повинен не відрізнятися більше ніж в (2-4) рази, при порівнянні з еталоном при виявленні опорних точок.

Виявлення правильних опорних точок потребує або втручання людей в коригування і задання точок, що займатиме доволі багато часу, або застосування штучного інтелекту (машинного навчання), що потребуватиме громіздких обчислювальних затрат і багато часу для його початкового навчання. При відхиленні за кутами візування, проекція МПВ на ЗП матиме форму несиметричного дельтоїда, що суттєво ускладнює цифрову обробку знімків. Вибір опорних точок накладає обмеження на масштаб, а при відхиленні за кутами візування він суттєво відрізнятиметься і змінюватиметься в різних напрямках по різному (відносно центра проекції пікселів на ЗП). Отже для відповідних значень кутів візування буде своя деформація, що унеможлиблює застосування загальної моделі, яка б охопила всі випадки. Отже, виходячи з цього, доволі важливим є визначення координат проекцій центрів пікселів МПВ на ЗП. Знаючи координати, форму проекції і значення кутів відхилення проекцій рядків та стовпців, можна для рівня 1В провести попередню трансформацію, яка б трансформувала «дельтоїд» в «квадрат», для того щоб масштаб бував рівномірним в усіх напрямках. Після чого на рівні 2В можна було застосувати трансформацію по опорним точкам, щоб надати якісний знімок в певній проекції та системі координат.

1.4 Методи підвищення якості тепловізійних зображень

Всі методи підвищення якості отримуваних тепловізійних зображень можна поділити на дві групи:

- цифрова - програмна обробка вихідних зображень ТСС;
- технічна - вдосконалення і оптимізація конструкції ТСС.

До цифрової обробки зображень можна віднести [30 – 34]:

- субпіксельну обробку;
- гамма- і гістограмну корекцію;
- просторову, частотну, фазову і часову фільтрацію;
- морфологічну обробку;
- корекцію зображень на основі теорій Фур'є і вейвлет перетворень;
- сегментацію зображень;
- геометричні перетворення.

До технічного підвищення якості можна віднести [34 – 38]:

- застосування різних методів сканування;
- вдосконалення конструкції ТСС;
- використання МПВ різних типів і технологій зчитування;
- використання елементів ТСС вищої якості (із кращими характеристиками);
- узгодження елементів оптичної схеми (об'єктива і МПВ);
- підвищення якості оптичних елементів шляхом оптимізації (зміни конструктивних параметрів) за допомогою програмних пакетів для розрахунку ОС (Zemax, Абер).

Цифрова обробка є досить добре розвиненою і застосовується завжди при формуванні кінцевого зображення. Покращення якості зображення, за допомогою цифрової обробки, відбувається на етапі після того як ТСС сформувала зображення. Така обробка є ефективною при зменшенні шумів, геометричній корекції, яскравісної корекції

(збільшення або зменшення яскравості – гістограмна корекція), корекції пікселів, які «випали». Але на відміну від технологічного підвищення вона не здатна суттєво покращити просторове розділення зображення, збільшити динамічний діапазон і точність вимірювання, підвищити контрастну характеристику тощо. Покращення просторового розділення відбувається двома найбільш відомими способами: використанням інтерполяції та субпіксельною обробкою. В основі інтерполяції лежать методи регресії, прогнозування, математичної статистики тощо. Звичайно при цьому виникають похибки вимірювання. Наприклад, якщо в зображенні у відповідному місці розрахунку має бути чіткий (різкий) контур між двома об'єктами різних температур, то при інтерполяції там ймовірніше можна отримати близьке до середнього значення – плавний перехід від одного об'єкта до іншого. Аналогічно можна сказати і про розширення динамічного діапазону і точності вимірювання на основі інтерполяції. Під контрастною характеристикою розуміється не лише збільшення контрасту зображення, за рахунок гістограмної корекції, а й модифікація МПФ. Гістограмна корекція може включати корекцію кривої, яка відображає залежність певної яскравості зображення від кількості пікселів, які відповідають цій яскравості. Таким чином, можна як покращити, так і погіршити контраст у певному випадковому місці. Можливі й варіанти підвищення контрасту шляхом зменшення динамічного діапазону градієнта кольорів в діаграмі, що не завжди є ефективним. Субпіксельну обробку можна вважати одним із найбільш ефективних методів підвищення якості зображення. Але при цьому ТСС має давати на виході більше одного зображення, які мають спільну зону перетину.

Одним із очевидних варіантів технологічного підвищення якості зображення є використання елементів ТСС із кращими характеристиками. Якість об'єктива збільшується при: збільшенні діаметра вхідної зіниці та фокусної відстані, виправлення аберацій, а

для МПВ – це зменшення періоду пікселів, збільшення чутливості, зменшення шумів. Технологічне підвищення має і свої межі вдосконалення, які обмежуються найчастіше технологією виготовлення і контролем, або фізичними явищами, які починають проявлятися на квантовому рівні. У зв'язку із цим постає необхідність в зміні конструкції приладу, для того щоб обійти обмеження, які виникають, та створити економічно доступний прилад із максимально можливою якістю. Звичайно часто обмеженням є ціна технологічних заходів.

1. *Використання апертурної маски.* Принцип дії полягає в тому (рис. 1.8), що у площині, близькій до фокальної, де ТСС формує різке зображення об'єкта, розміщують непрозору діафрагму (маску) 1 з періодично розташованими в ній отворами [37]. Маска може зміщуватися, як показано на рис. 1.8, і формує розфокусоване зображення в площині МПВ 2. Відстань між площинами 1 і 2 вибирають такою, щоб розфокусовані зображення сусідніх фрагментів не перетиналися. В результаті сигнали двох детекторів 2 можуть бути однозначно пов'язані з сигналами віртуальних детекторів, поперечні розміри яких є в два рази меншими, ніж у реальних детекторів, які б мали розташовуватись в площині діафрагми. Отже, можна отримати зображення, яке має вдвічі більшу роздільну здатність [37].

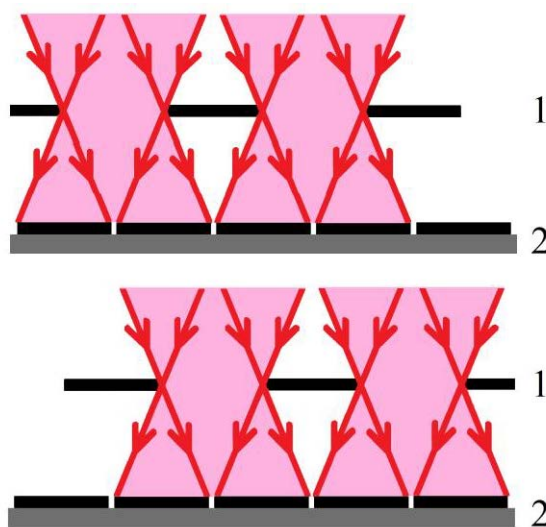


Рис. 1.8. Використання апертурної маски [37]

2. *Зміщені приймачі або пікселі.* Робота такої схеми (рис. 1.9), полягає в тому, що вхідний об'єктив фокусує потік випромінювання Φ в фокальній площині, де розташовано МПВ із зміщеними рядками. У фокальній площині може знаходитися один МПВ, в якому рядки зміщені один відносно одного на деяку величину ΔL або декілька МПВ центри яких зміщені один відносно одного на ΔL [34 – 36]. Стрілка вниз біля потоку $\Phi \downarrow$ означає, що ТСС знаходиться в польоті і потік від певної ділянки ЗП зміщується в часі, тобто відбувається сканування при якому зображення відповідної ділянки проходить по чергово всі МПВ або рядки МПВ. Таким чином, поперек польоту збільшується просторове розділення в залежності від величини зміщення ΔL і кількості МПВ або рядків.

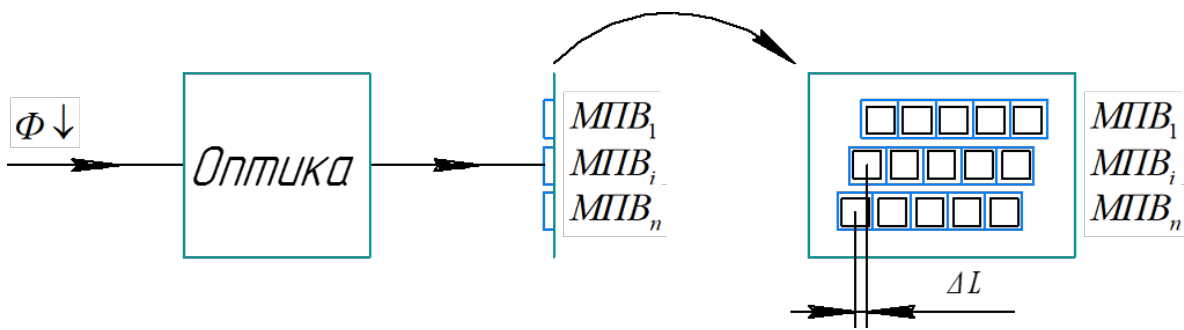


Рис. 1.9. Схема зі зміщеними приймачами

В схемах з кількома МПВ можна використовувати матриці КРТ з TDI. Це дає кращу енергетичну роздільну здатність і зменшення сигнал/шум, але вимагає від оптики більшого поля зору з виправленими аберациями. Особливістю даної конструкції є те, що для зміщення зображення використовується власний рух ЛА.

3. *Почергове зміщення вихідного потоку випромінювання.* Дана схема (рис. 1.10) полягає в тому, що на вхід ОС потрапляє певний потік у відповідний момент часу і фокусується на одному приймачі випромінювання [38]. Під ОС в даній схемі розуміється наявність фокусуємого елементу – об'єктива, та додаткових елементів конструкції, які дозволяють змістити вихідний потік в деякий момент

часу, наприклад за допомогою: обертового диску з похилими плоскопаралельними пластинами, рідкокристалічних пристроїв керування, конструкції на п'єзоелектричних елементах або рухомих клинах тощо. В даному випадку, процес зйомки вважають умовно стаціонарним. Тобто час формування зображення певної області ЗП є настільки малим, що рух ЛА можна не враховувати.

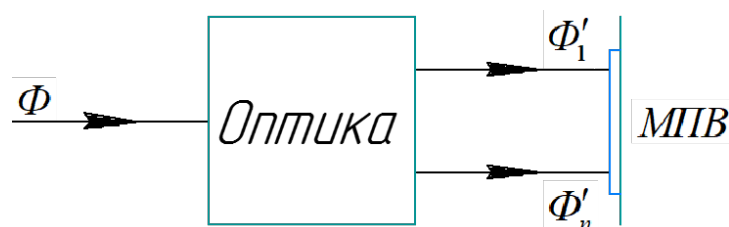


Рис. 1.10. Формування сигналу з почерговим зміщенням вихідного потоку

Принцип дії даної схеми полягає в тому, що вихідний потік Φ' зміщується і в певний момент часу центр знаходиться в місцях $\Phi'_1 \dots \Phi'_n$, при умові щоб вони мали спільну область перетину. Як МПВ застосовують фокальну матрицю. Можливий варіант, коли в ОС не застосовується жодних додаткових елементів для зміщення потоку, а зміщують сам МПВ на відповідні долі періоду. Переваги цієї конструкції в тому, що використовується один МПВ і потребує відносно невелике поле зору, а недоліки – необхідно ускладнювати конструкцію для зміщення потоку чи приймача і використовувати МПВ з більшою чутливістю і меншим часом формування кадру.

4. *Почерговий вибір вихідного потоку випромінювання.* В даній схемі (рис. 1.11) на вхід ОС потрапляють певні «виділені» із загального потоки, які у відповідний момент часу і фокусуються на одному МПВ [38]. Елементи конструкції можуть бути такими як і в попередньому випадку. В даному випадку, процес зйомки вважається стаціонарним. Принцип дії полягає в тому, що ОС почергово охоплює певні області ЗП, причому проекції МПВ на ЗП охоплені в різні моменти часу і повинні мати спільну область перетину, яка відповідала б зміщенню проекцій на долю періоду проекції одного пікселя. Відмінність цього

методу від попереднього в тому, що в ньому необхідна ОС з більшим полем зору і МПВ не повинен переміщуватися.



Рис. 1.11. Формування сигналу з почерговим вибором вхідного потоку

5. Зйомка за рахунок власного руху ЛА. Дана схема зображена на рис. 1.12 [34]. Як МПВ можна використовувати мікроболометричну матрицю.

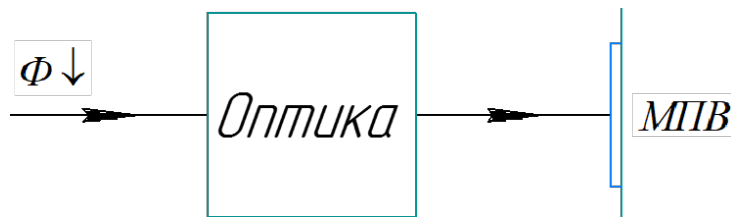


Рис. 1.12. Схема зйомки з використанням власного руху ЛА

Принцип дії полягає в тому, що за рахунок власного руху в процесі польоту відбувається зйомка декількох кадрів, проекції яких зміщенні на певну частину проекції пікселя на ЗП. Отже, спочатку обирається певна область зйомки і в залежності від швидкості руху ЛА над ЗП розраховується час інтегрування МПВ. Час інтегрування вибирають так щоб в процесі польоту проекції МПВ на ЗП були зміщенні одна відносно одної на частину проекції пікселя МПВ. Спочатку ЛА знаходиться в одному місці і знімає перший кадр протягом часу інтегрування, тоді за рахунок польоту зміщується на долю проекції пікселя і знімає іншу частину ЗП, яка повинна мати спільну область перетину залежно від того скільки кадрів задано для зйомки. В кожен момент, процес знімання вважають стаціонарним. Після зйомки заданої кількості послідовних кадрів, ЛА пролітає відстань приблизно рівну величині проекції всього МПВ, і починає знімати аналогічним

чином іншу ділянку. Переваги даної конструкції в тому, що в схема є простою і не потребує додаткових компонентів, в якій достатньо лише об'єктива і МПВ, а рух для субпіксельної реєстрації відбувається за рахунок власного руху ЛА. Недоліки схеми полягають в тому, що необхідно мати МПВ з великою чутливістю і швидкодією, світлосильний об'єктив та узгоджувати час інтегрування і час затримки між зміною ділянок сканування із швидкістю переміщення зображення в фокальній площині об'єктива.

6. *Зйомка за рахунок розділення потоку випромінювання.* Дана схема зображена на рис. 1.13. Якщо у фокальній площині умовно поєднати декілька МПВ, то їхні центральні пікселі повинні бути зміщені один відносно одного на деяку величину ΔL по обох координатах [37]. Іншими словами, проекції всіх центральних пікселів МПВ на ЗП повинні бути зміщені один відносно одного на певну долю проекції пікселя.

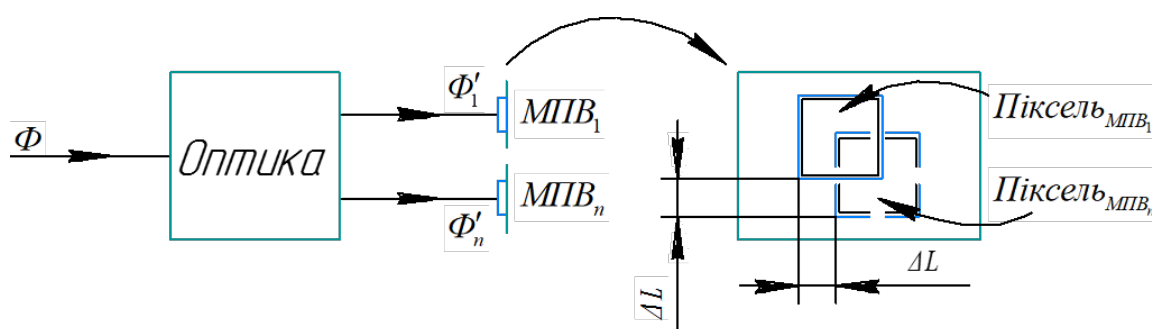


Рис. 1.13. Формування сигналу з розділенням потоку

ОС в даній схемі повинна містити світлоподільні оптичні елементи (призми і плоскопаралельні пластини) які розділятимуть вхідний потік Φ на декілька потоків меншої інтенсивності $\Phi'_1 \dots \Phi'_n$, які виведені і сфокусовані окремо на відповідний МПВ. В даному випадку, процес зйомки вважають стаціонарним. Переваги даної схеми полягають в тому, що вона позбавлена рухомих елементів і в ній можна використовувати МПВ як матриці КРТ з TDI, так і фокальні матриці. Для схем, які використовують фокальні матриці, переваги від попередньо розглянутих полягають в тому, що вони мають більший час

інтегрування і зміщення проєкцій МПВ на ЗП вже реалізовано в даній схемі і не потребують узгодження із швидкістю переміщення зображення в фокальній площині. Недоліком же є зменшення інтенсивності потоку в залежності від кількості МПВ. Використання КРТ з TDI дає переваги в тому, що нестачу потоку можна компенсувати за рахунок збільшення кількості TDI регістрів для накопичення. Але це, в свою чергу, вимагатиме більшого поля зору та при відхиленні за кутами візування - зменшення контрасту за рахунок більшого зміщення зображення певної ділянки ЗП у фокальній площині.

Даною схемою можна описати і схему, яка з певним періодом часу відбиватиме/відхилятиме потік випромінювання на певний кут (тобто в те місце де розташована відповідна МПВ) завдяки дзеркальним призмам та використанням п'єзоелектричних елементів. Перевагою є фокусування всього потоку на відповідну МПВ, а недоліками – необхідність використовувати МПВ з меншим часом інтегрування, більшою чутливістю і неможливість використання матриць КРТ з TDI.

Узагальнюючи вищеприведені схеми (окрім 1), маємо, що більша їх частина потребує узгодження між частотою сканування або часом інтегрування із швидкістю переміщення зображення в фокальній площині при відхиленні ТСС за кутами візування. Узгодження потребує точного визначення деформації МПВ на ЗП, зі значення якої можна розрахувати напрям і швидкість руху зображення ЗП у фокальній площині.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ «ОБ'ЄКТ – ТЕПЛОВІЗІЙНА СИСТЕМА – ОПЕРАТОР»

2.1 Загальна математична модель тепловізійної системи

ММ описує принцип дії усієї системи і наочно показує залежності між її параметрами, а також їх вплив на формування зображення.

Параметри і характеристики, що входять у ММ ТСС, можуть бути розділені на три основні групи:

- незалежні від розробника, наприклад, параметри і характеристики спостережуваного об'єкту або випромінювача, а також середовища поширення сигналу;
- критерії якості тепловізійної системи і деякі конструктивні параметри, що визначаються технічним завданням, наприклад відношення сигнал/шум, похибка вимірювань, габаритні розміри, маса, кутове поле об'єктиву;
- конструктивні параметри, які розробник може змінювати, підбираючи оптимальні поєднання ряду параметрів і характеристик приладу; до них відносяться, наприклад, габаритні параметри об'єктиву, параметри приймача або електронного тракту тощо.

Основою для побудови ММ є функціональна схема, яка роз'яснює процеси, що відбуваються у певних функціональних частинах ТСС або всього оптико-електронного тракту в цілому. Функціональну схему формування тепловізійного зображення показано на рис. 2.1.

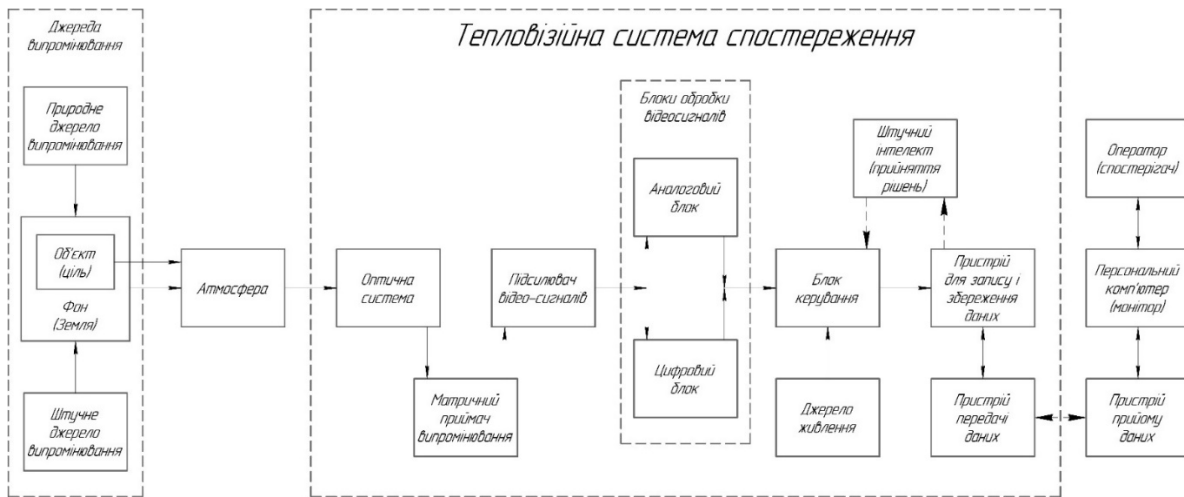


Рис. 2.1. Схема перетворень сигналів при спостереженнях ТСС

ІЧ випромінювання від нагрітих об'єктів спостереження та фонів проходить через атмосферу і потрапляє в об'єкти. Об'єкти формують теплове зображення об'єктів і фонів у площині МПВ. МПВ перетворює потік випромінювання в електричний відеосигнал, який підсилюється і надходить у блоки аналогової або цифрової обробки. Після необхідних перетворень відеосигнал надходить на монітор, на якому формуються видимі зображення об'єкта та фону, які сприймаються оператором.

Джерелами випромінювання для ТСС є нагріті до певної температури об'єкти (будинки, мости, автомобілі, кораблі, літаки, люди тощо) та фони (земна поверхня, небо, дерева тощо). Якщо температура об'єкта дорівнює 27°C (300K), то максимум їх власного випромінювання електромагнітної енергії знаходиться в області 10 мкм . Об'єкти та фони власного теплового випромінювання характеризуються просторовими (геометричними розмірами), енергетичними (світністю або яскравістю) і часовими (положення в просторі) параметрами. Зазвичай, за допомогою вказаних параметрів, об'єкти описуються детермінованими функціями, а фони – випадковими. На температуру об'єкта додатково можуть впливати природні і штучні джерела випромінювання. Вони можуть бути як корисними так і шкідливими.

Наприклад, якщо взяти до уваги сучасну військову техніку, де стрімко розвивається камуфляжний захист, задача якого зробити її непомітною у відповідних спектральних діапазонах, то в такому випадку ймовірність виявити ціль суттєво зменшується. Одним із варіантів для вирішення даної проблеми є спостереження за тепловим слідом рухомого об'єкта. В даному випадку, штучне випромінювання є корисним. Наступний приклад, коли зйомка відбувається в доволі жарких місцях Землі, де об'єкти можуть відбивати значну частину потоку ІЧ випромінювання, або ж фон може сильно нагріватися. В даному випадку, джерелом природнього випромінювання є Сонце, а відбитий і випромінюваний фоном потоки зменшують контраст в області спостереження (збільшується шумова складова). Таким чином, природнє випромінювання в таких умовах є шкідливим.

Атмосфера – це проміжне середовище між джерелами випромінювання і ТСС. В атмосфері відбувається зміна параметрів випромінювання об'єктів та фонів за рахунок поглинання, розсіювання і турбулентності. Поглинання обумовлене взаємодією потоку випромінювання із молекулами атмосферних газів та води, а розсіювання пов'язане із заломленням потоку на атмосферних газах, частинках пилу та каплях води. При цьому, може спостерігатися випадкова зміна в часі як просторових, так і енергетичних параметрів випромінювання [1, 2].

Оптична система складається з різного роду комбінацій лінз, дзеркал, призм, світлофільтрів, п'єзоелектричних елементів для керування напрямком потоку тощо. Важливою складовою частиною ТСС є ІЧ об'єктив, призначений для формування зображення об'єктів та фонів у площині МПВ в заданому спектральному діапазоні. Енергетична роздільна здатність визначається світлосилою об'єктива, а просторова роздільна здатність – абераціями.

Приймач випромінювання є основним елементом, який визначає можливості ТСС і служить для перетворення світлового потоку в

електричний сигнал. Існують різні визначення МПВ, проте усі вони відображають головну його властивість – здатність виявляти випромінювання шляхом перетворення його в електричну енергію для наступної реєстрації. Основною і необхідною умовою роботи МПВ у складі ТСС є його робочий спектральний діапазон в одному з вікон пропускання атмосфери (3 - 5) мкм або (7 - 14) мкм.

Підсилювач відеосигналів служить для підсилення досить слабкого вихідного електричного сигналу МПВ. Сигнал від МПВ надходить до підсилювача через вхідне узгоджене коло, що дозволяє збільшити відношення сигнал/шум. Основними характеристиками підсилювача є:

- коефіцієнт підсилення;
- смуга пропускання;
- рівень власних шумів.

Блоки аналогової та цифрової обробки призначені для виділення необхідної інформації із суміші корисного сигналу від об'єкта і шуму та перетворення їх у форму, зручну для сприйняття оператором. Аналогова обробка зводиться до спектральної фільтрації, γ -корекції та апертурної корекції, реверсування контрасту тощо. При цифровій обробці відбувається перетворення аналогового відеосигналу у цифрову форму, обробка цифрового сигналу (додавання та віднімання кадрів, псевдокольорове кодування, оконтурювання зображення об'єктів, зміна масштабу, визначення координат об'єкта тощо) та перетворення його в аналогову форму [1].

Монітор призначений для перетворення часового електричного відеосигналу у просторовий розподіл яскравості екрана, що відповідає розподілу теплових полів у площині об'єктів. При розробці системи намагаються досягти того щоб зображення, яке формується на моніторі, було синхронним із розгорткою МПВ при зйомці [2].

Оператор є споживачем інформації, яка формується на моніторі. Сприйнята оператором інформація залежить від:

- параметрів зображення на екрані – середньої яскравості, контрасту, розмірів екрана, спектрального складу випромінювання, швидкості руху зображення об'єкту тощо;
- умов спостереження – відстані до екрану, яскравості оточуючого фону, вібрацій тощо

Штучний інтелект (ШІ) все активно розвивається і охоплює все більше областей. ШІ характеризується як програма прийняття рішень на основі отриманих даних [41]. Сучасні оптичні системи все більше розробляються із змінною фокусною відстанню, що забезпечує фокусування на предметі і керування масштабом. Тому, як приклад, його можна застосовувати для аналізу знятих даних і в режимі реального часу корегувати фокусну відстань (фокусуватися на об'єктах), частоту приймача, кути візування тощо для покращення якості тепловізійного зображення. Як майбутній напрямок розвитку, ШІ можна застосовувати як програму для геометричного і радіометричного калібрування ТСС в процесі польоту. На сьогоднішній день активно розвивається застосування ШІ (нейронних мереж) в геології, яке використовується для прогнозування розташування і виявлення корисних природних ресурсів на основі даних ДЗЗ [42 – 47]. Використовуючи автопілот на БПЛА і ШІ для виявлення і розпізнавання об'єктів по тепловому випромінюванню, можна суттєво підвищити ефективність функціонування апаратури.

2.2 Швидкість переміщення ЛА

Безпілотні, авіаційні і космічні ТСС, що встановлені на ЛА, зазвичай рухаються з певною швидкістю в заданому напрямку польоту, тобто вважаються динамічними системами. Серед наведених груп ТСС, можна виділити дрони в БПЛА і гелікоптери в авіаційних ЛА, які є частково динамічними або ж практично статичними системами. Тобто вони можуть проводити зйомку ЗП не змінюючи координат

свого положення (не рухаючись). Зміна координат розташування для динамічних або частково динамічних ТСС в процесі зйомки грає важливу роль у формуванні якісного тепловізійного зображення. Перш за все, рух ЛА призводить до переміщення зображення у фокальній площині, а зміщення зображення визначає величину його розмиття, тобто чим більше зміщення за час інтегрування (експозиції), яке визначається у відносних величинах до розміру/періоду пікселів, тим більшим є розмиття і гіршою є якість зображення. У зв'язку з цим, необхідно забезпечити узгодження між часом інтегрування і швидкістю переміщення зображення, так щоб зміщення за цей час не перевищувало відповідну задану долю пікселя (наприклад, не більше половини періоду пікселя). Таке узгодження дозволяє розглядати динамічну ТСС як статичну.

Безпілотні і авіаційні ТСС враховують лише швидкість ЛА, а порівняно невелика висота дозволяє розглядати ЗП як плоску площину. Космічні ТСС літають на значних висотах і як швидкість ЛА використовують швидкість підсупутникової точки, яку розраховують із швидкості руху КА по орбіті, траєкторія якої залежить від орбітальної висоти та швидкості обертання Землі. Зйомка космічними ТСС, яка проводиться на великих висотах, вимагає врахування кривизни Землі. Щоб узагальнити поняття для всіх ТСС на ЛА, яке для космічних ТСС має назву швидкість підсупутникової точки, введемо поняття швидкість точки візування/спостереження.

Швидкість точки спостереження не залежить від кутів візування, якщо не брати до уваги постійний доворот по тангажу чи зйомку зі змінними кутами по крену. При кутах візування, відмінних від нуля, швидкість точки спостереження дорівнює швидкості точки в надирі, але розміри проекції пікселів МПВ збільшуються. Оскільки проекція пікселів МПВ збільшується при збільшенні кутів візування, а швидкість точки спостереження є сталою, то час необхідний для проходження відстані, яка відповідає проекції пікселя, збільшується. З цього

впливає, що при збільшенні кутів візування, швидкість переміщення зображення у фокальній площині зменшується в залежності від форми деформації проекції МПВ на ЗП.

2.2.1 Швидкість переміщення підсупутникової точки

Швидкість точки візування безпілотних і авіаційних ЛА визначається швидкістю самого ЛА, як вказувалося вище. Більш складнішим є визначення швидкості точки візування (швидкості підсупутникової точки) для космічних ТСС, оскільки вона залежить від вибраної траєкторії орбіти і швидкості обертання Землі. Зазвичай, КА для ДЗЗ переміщуються по сонячно-синхронній орбіті (ССО), яка зазвичай описується колом або фігурою, дуже близькою до форми кола [11, 12].

Більш точним є опис форми Землі не сфероїдом із загально прийнятим середнім радіусом Землі $R_z=6371,032$ км, а двовісним еліпсоїдом із радіусами Землі біля полюсів $R_{min}=6356,777$ км і на екваторі $R_{max}=6378,160$ км. Знаючи радіуси Землі, запишемо формулу, яка визначає радіус від центру до точки на поверхні Землі в залежності від широти γ :

$$R_t(\gamma) = \sqrt{R_{min}^2 \sin^2(\gamma) + R_{max}^2 \cos^2(\gamma)}, \quad (2.1)$$

де γ – географічна широта Землі, на якій знаходиться КА.

Різниця між радіусами на полюсі і екваторі становить приблизно 21 км, що суттєво впливає на розрахунки. Відомо, що екваторіальний переріз Землі описується формою еліпса, але різниця радіусів при цьому становить приблизно 0,2 км. Врахування форми екваторіального перерізу, тобто використання в ММ тривісного еліпсоїда, призводить до ускладнення формул та недоцільного збільшення затрат на розрахунки. Розглядаючи ландшафт Землі, можна побачити, що він змінюється в ще більших межах ніж 0,2 км, тому буде ефективно

віднести екваторіальну різницю радіусів до зміни висоти за рахунок ландшафту.

Земля обертається навколо своєї осі, яка проходить через географічні полюси. Оскільки Земля обертається навколо своєї осі, то лінійна швидкість точки, яка знаходиться на її поверхні, залежить від широти γ , на відміну від кутової, яка буде сталою в будь якій точці. Швидкість підсупутникової точки за рахунок лише обертання Землі:

$$v_3(\gamma) = \omega_3 R_t(\gamma) \cos(\gamma), \quad (2.2)$$

де $\omega_3 = 15''/c$ – кутова швидкість Землі.

КА зазвичай рухається по орбіті за рахунок сили тяжіння планети, що дозволяє зберегти паливо і збільшити термін роботи супутника, а паливо використовують для корекції або зміни траєкторії орбіти. Відповідно до визначення першої космічної швидкості, орбітальна кругова лінійна швидкість переміщення супутника по його орбіті дорівнює:

$$v_{KA} = \sqrt{\frac{\mu}{R_3 + h}} = \sqrt{\frac{\mu}{R_0}}, \quad (2.3)$$

де $\mu = 398602 \text{ км}^3/\text{с}^2$ – гравітаційний параметр Землі;

h – орбітальна висота КА, яка не залежить від координат КА (географічних широти і довготи).

Розглянемо два поняття, такі як орбітальна висота h і висота КА H . Орбітальна висота h згідно теорії орбітального руху залежить від маси небесного тіла навколо якого обертається, а точкою прив'язки є центр мас цього тіла. КА обертається за рахунок сили тяжіння небесного тіла, тому при зміні орбітальної висоти змінюється швидкість КА на орбіті. В даному випадку, для спрощення обчислень не враховується гравітаційне поле Землі [13, 14], яке деформує з певною похибкою траєкторію польоту КА. При ССО відстань від центра мас Землі до КА залишається практично сталою при заданій орбітальній висоті. Тобто,

орбітальну висоту можна описати як відстань від КА до поверхні Землі (яка апроксимується колом із радіусом R_3) в напрямку до центра мас. Звичайна висота КА H – це відстань від КА до поверхні Землі в напрямку до центра мас, але із врахуванням її кривизни. Відмінність між висотами h і H схематично зображено на рис. 2.2. Різниця між даними висотами - це похибка визначення висоти, яка дорівнює:

$$\Delta h(\gamma) = R_t(\gamma) - R_3. \quad (2.4)$$

Висота КА:

$$H(\gamma) = h + \Delta h(\gamma). \quad (2.5)$$

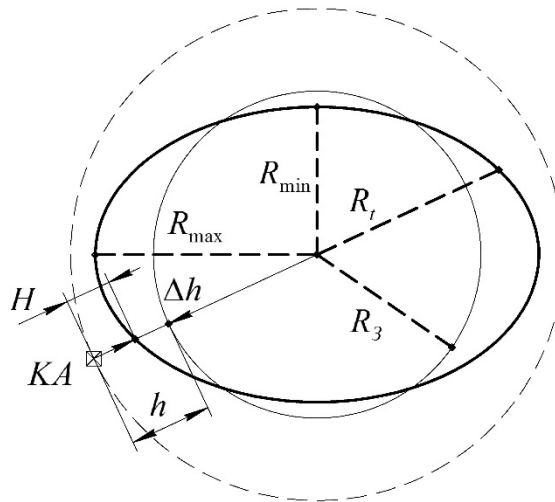


Рис. 2.2. Радіуси Землі, висоти і орбіта КА

Важливим параметром ССО який характеризує орбітальну висоту та траєкторію самої орбіти є кут її нахилу [11, 12], рис. 2.3. Загальна формула для визначення кута нахилу орбіти із врахуванням форми відмінної від кола, визначається як:

$$i = \arccos \left(-\frac{1}{k_3} \left(\frac{R_0}{R_3} \right)^{\frac{7}{2}} (1 - e^2)^2 \right),$$

де $e \in (0; 1)$ – ексцентриситет траєкторії ССО;

$k_3=10,10949$ – стала для Землі, яка означає, що для супутника в якого висота над рівнем моря $h = 0$ та $i = 0$, центральна прецесія

оцінюється в 10,11 разів більше ніж кутова швидкість Земної осі при руху навколо Сонця (наприклад для Марса $k_M = 29,0403$).

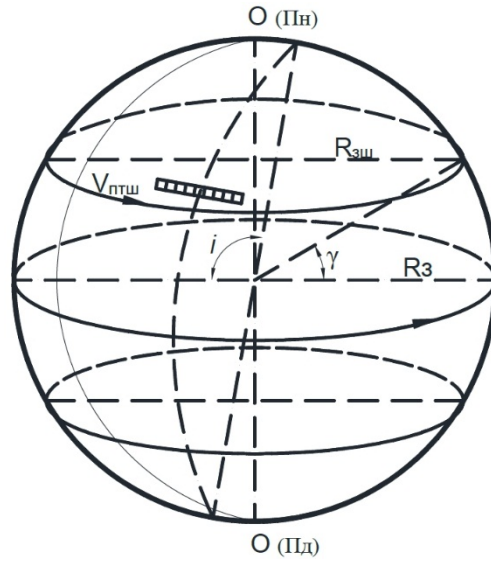


Рис. 2.3. Кут нахилу ССО і напрям обертання Землі

Зазвичай, для розрахунків форми траєкторії ССО приймають форму кола для якого $e = 0$. Тоді, вище представлена формула для розрахунку кута нахилу ССО запишеться як:

$$i = \arccos \left(-\frac{1}{k_3} \left(\frac{R_0}{R_3} \right)^{\frac{7}{2}} \right). \quad (2.6)$$

Розрахунки кута нахилу ССО, для декількох орбітальних висот на яких зазвичай літають КА, дають такі результати:

- при $h = 400$ км, маємо $i = 97,031^\circ$;
- при $h = 668$ км, маємо $i = 98,061^\circ$;
- при $h = 800$ км, маємо $i = 98,607^\circ$.

Звернемо увагу на те, що існують помилкові формули, які визначають результуючу v_3 із врахуванням кута ССО. Розглянемо Землю у формі сфери, де при обертанні навколо своєї осі кожна точка (в тому числі і на поверхні) обертається із однаковою кутовою швидкістю ω_3 . На відміну від кутової ω_3 , лінійна v_3 швидкість відрізняється та залежить від розташування точки, в якій її визначають,

тобто від радіуса (відстань від точки на поверхні ЗП до точки на осі обертання, причому даний відрізок перпендикулярний осі обертання), який залежить від широти γ . Швидкість v_3 на ЗП не може залежати від кута ССО, оскільки це можна інтерпретувати як зміну позиції спостереження за даною точкою і швидкість Землі не може залежати від кута спостереження. Кут ССО впливає лише на складові v_3 – перпендикулярну і паралельну проекції, які розкладають на відповідні координатні осі (наприклад на напрямок польоту).

Швидкість підсупутникової точки за рахунок швидкості КА із врахуванням (2.3) становить

$$v_{ka}(\gamma) = \frac{R_t(\gamma)}{R_0} v_{KA} = \frac{R_t(\gamma)}{R_0} \sqrt{\frac{\mu}{R_0}}. \quad (2.7)$$

Знаючи швидкості підсупутникових точок за рахунок обертання Землі (2.2) і швидкості КА на орбіті (2.7), можна знайти результуючу швидкість підсупутникової точки та її напрямок відносно напрямку польоту. Відповідно до рис. 2.3, схематично зобразимо вектори швидкостей, де за координатні осі візьмемо напрямок польоту КА рис. 2.4.

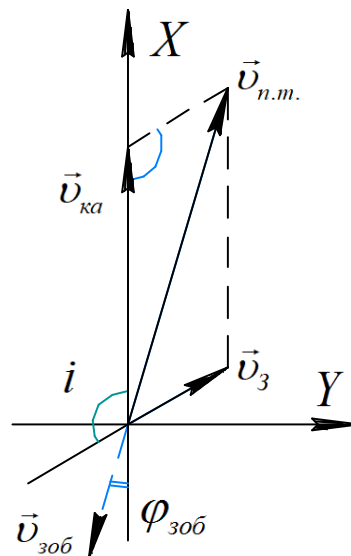


Рис. 2.4. Складання векторів швидкостей

Вектор швидкості v_3 направлений в напрямку вздовж паралелі Землі, вектор v_{ka} направлений вздовж траєкторії орбіти, яка становить кут i з паралеллю. Зауважимо, що траєкторія ССО завжди має сталий кут із кожною із географічних паралелей Землі та різні кути для кожного із меридіан [33]. Рухаючись по низхідній траєкторії орбіти (з півночі на південь рис. 2.3), вектор v_{ka} направлений як показано на рис. 2.4. Звернемо увагу на те, що v_3 визначається напрямом, при якому КА умовно нерухомий, а його підспутникова точка рухається по ЗП, а v_{ka} коли Земля умовно нерухома і підспутникова точка рухається по ЗП але в іншому напрямку. Дуже важливо складати вектори в одній координатній системі, від яких залежатиме напрямок результуючого вектору $v_{n.m.}$. На рис. 2.4, вектор $v_{зоб}$ є протилежно напрямленим результуючому вектору швидкості підспутникової точки $v_{n.m.}$, тобто даний вектор показує в якому напрямі зміщуватиметься зображення в фокальній площині об'єктива

Результуюча швидкість $v_{n.m.}$ визначається за теоремою косинусів згідно правила складання векторів швидкостей

$$v_{n.m.}^2(\gamma) = v_{ka}^2(\gamma) + v_3^2(\gamma) - 2 \cdot v_{ka}(\gamma)v_3(\gamma)\cos(i). \quad (2.8)$$

Після підстановки (2.2), (2.6) і (2.7) в (2.8) маємо:

$$v_{n.m.}(\gamma) = R_t(\gamma) \sqrt{\frac{\mu}{R_0^3} + \omega_3^2 \cos^2(\gamma) + 2\omega_3 \cos(\gamma) \frac{\sqrt{\mu}}{k_3} R_0^2 R_3^{\frac{7}{2}}}. \quad (2.9)$$

При цьому, якщо візирні вісь направлена в надир, то швидкість руху зображення в фокальній площині дорівнюватиме

$$v_{зоб}(\gamma) = v_{n.m.}(\gamma) \frac{f'_{ob}}{H(\gamma)}, \quad (2.10)$$

де f'_{ob} – фокусна відстань об'єктива.

Важливе значення для розрахунку МПФ має і сам кут зміщення зображення відносно напрямку польоту $\varphi_{зоб}$, що вказуватиме на скільки зміщуватиметься центр проекції відповідного пікселя або регістра TDI

в стовбці по відношенню до наступних елементів, що в свою чергу призводить до розмиття зображення. Проекції векторів для кожної із швидкостей, де паралельна складова є проекцією вектора швидкості в напрямку польоту КА, а перпендикулярна - це проекція на вісь впоперек напрямку польоту (рис. 2.4) визначатиметься як:

$$\begin{cases} v_{ka}^{\parallel} = v_{ka}(\gamma), \\ v_{ka}^{\perp} = 0. \end{cases} \text{ i } \begin{cases} v_3^{\parallel} = -v_3(\gamma)\cos(i), \\ v_3^{\perp} = v_3(\gamma)\sin(i). \end{cases}$$

Тангенс кута вектору $v_{n.m.}$ відносно напрямку польоту дорівнюватиме

$$\operatorname{tg}(\varphi_{зоб}) = \frac{v_{ka}^{\perp} + v_3^{\perp}}{v_{ka}^{\parallel} + v_3^{\parallel}} = \frac{v_3(\gamma)\sin(i)}{v_{ka}(\gamma) - v_3(\gamma)\cos(i)}. \quad (2.11)$$

Підставимо (2.2) і (2.7) в (2.11). Маємо

$$\operatorname{tg}(\varphi_{зоб}) = \frac{R_0^{1.5} \omega_3 \cos(\gamma) \sin(i)}{\sqrt{\mu} - R_0^{1.5} \omega_3 \cos(\gamma) \cos(i)}. \quad (2.12)$$

Розглядаючи приймачі КРТ з TDI, можна відмітити те, що якщо центр проекції МПВ знаходиться в надирі і стовпці МПВ розташовані паралельно напрямку польоту, то для того щоб зображення не зміщувалося з одного стовпця на інший необхідно повернути КА по куту ризику на кут $\varphi_{зоб}$, але тільки для надиру. МПФ для фокальних матриць також враховує напрямок зміщення зображення $\varphi_{зоб}$.

2.2.2 Лінійна і кутова швидкості переміщення зображення

Розглянемо випадок зйомки ТСС при кутах візування відмінних від нуля, але без додаткового довороту. Як вказано вище, швидкість переміщення точки спостереження не залежить від кутів візування. Але від кутів візування залежить швидкість переміщення зображення у фокальній площині. В надирі проекція пікселів МПВ на ЗП має найменші розміри і всі проекції однакової форми, а враховуючи те, що

швидкість переміщення для всіх точок проекції однакова, то і швидкість в фокальній площині однакова в будь якій точці МПВ. Дане твердження справедливе лише для безпілотних і авіаційних ЛА, оскільки в їхньому випадку ЗП є плоскою поверхнею, але дане твердження не виконується для космічних ТСС, які знаходяться на доволі великих висотах, де значну роль грає кривизна Землі.

Розглядаючи ТСС, для яких ЗП є плоскою поверхнею, маємо, що при відхиленні від надіру проекції пікселів збільшуються і деформуються, тим більше чим на більші кути відхилено ТСС. При чому, при значній кількості пікселів в МПВ і великих відхиленнях за кутами візування, проекції пікселів в одній МПВ можуть помітно відрізнятися. У зв'язку із тим, що проекції пікселів збільшуються а швидкість точки візування є сталою, то і об'єкт проходить проекцію кожного пікселя за різний час. Швидкість перетину відповідної проекції пікселя визначає з якою швидкістю рухатиметься зображення на даному пікселі у фокальній площині.

Відмінність швидкостей у фокальній площині вказує на те, що відносне зміщення зображення для різних ділянок МПВ буде різним, а отже і МПФ, і якість зображення відрізнятиметься в залежності від розташування пікселя в МПВ. Відмінність необхідно прорахувати та оцінити, для того щоб перевірити чи в допустимих межах знаходиться якість зображення або/чи необхідно змінювати конструктивні параметри системи – оптимізувати її до допустимої якості.

Формула (2.10) використовується лише для випадків коли ЗП є плоскою поверхнею, а зйомка відбувається в надирі. Коли ж зйомка відбувається при кутах візування, відмінних від нуля, необхідно скористатися формулою отриманою в додатку А, при чому розмежувати площину предметів і площину зображень. В процесі польоту ЛА відхиляється на деякий кут θ в напрямку польоту і проводить зйомку, тоді кутова швидкість руху зображення в точці візування A_0 (рис. 2.5) становитиме:

$$\omega_0 = \frac{v_{n.m.}}{H} \cos^2(\theta). \quad (2.13)$$

де θ – один із кутів візування тангажа θ або крена ϕ .

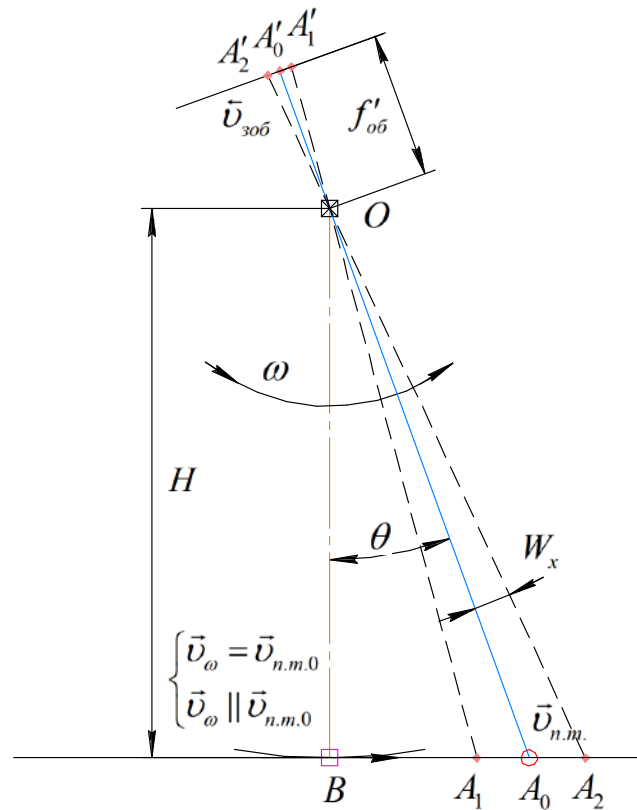


Рис. 2.5. Схема обертання ТСС при проектуванні точки на плоску поверхню

Об'єктив ТСС можна вважати практично ідеальним, а кути, які утворюються при проходженні променів через центр об'єктива, є вертикальними. Оскільки кути вертикальні, то і кутові швидкості в просторі предметів і зображень є однаковими: $\omega' = \omega$. Якщо необхідно знайти швидкість переміщення зображення для позаосьового пікселя A'_2 з кутовою координатою $W_{x,y}$, то його проекцію визначають на ЗП A_2 і розраховують на скільки відрізняється кутова величина відносно оптичної осі A'_0A_0 і отримують кутову швидкість для даної проекції:

$$\omega_2 = \frac{v_{n.m.}}{H} \cos^2(\theta + W_x). \quad (2.14)$$

Лінійна швидкість переміщення зображення в просторі зображень визначається із кутової:

$$v_{зоб} = \frac{\omega'_2 \cdot f'_{об}}{\cos^2(W_x)}, \quad (2.15)$$

де $W_{x,y}$ – кутова координата пікселя по одній із координатних осей.

Використовуючи умову, що $\omega' = \omega$ маємо:

$$v_{зоб} = v_{n.m.} \frac{f'_{об} \cos^2(\theta + W_x)}{H \cos^2(W_x)},$$

$$v_{зоб} = v_{n.m.} \frac{f'_{об}}{H} (\cos(\theta) + \operatorname{tg}(W_x) \sin(\theta))^2. \quad (2.16)$$

Для двовимірного випадку, вектор $v_{n.m.}$ в залежності від напрямку $\varphi_{зоб}$ розкладається на дві складові – паралельну і перпендикулярну, відносно напрямку польоту і за (2.16) розраховується кожна із складових. Також, формула (2.16) є справедливою і для умови коли ЛА проводить зйомку в надирі, коли з виразу (2.16) отримуємо (2.10) при $\theta=0^\circ$.

Розглянемо аналогічну ситуацію для космічних ТСС, де важливо врахувати кривизну Землі. Посилаючись на додаток А, запишемо кутову швидкість в просторі предметів як:

$$\omega_2 = v_{n.m.} \frac{H + (H + R_3)(1 - \cos(\gamma'))}{H^2 + 2R_3(H + R_3)(1 - \cos(\gamma'))}, \quad (2.17)$$

де

$$\gamma' = \arcsin \left(\sin(\theta + W_x) \frac{H + R_3}{R_3} \right) - (\theta + W_x). \quad (2.18)$$

Аналогічно попередньому випадку, скориставшись (2.15), маємо, що швидкість переміщення зображення в фокальній площині для відповідного пікселя космічної ТСС дорівнює:

$$v_{зоб} = \frac{v_{n.m.} \cdot f'_{об}}{\cos^2(W_x)} \cdot \frac{H + (H + R_3)(1 - \cos(\gamma'))}{H^2 + 2R_3(H + R_3)(1 - \cos(\gamma'))}. \quad (2.19)$$

Теплові приймачі мають значно більшу постійну часу в порівнянні із фотонними приймачами. Оскільки постійна часу у теплових приймачів значно більша, а період пікселів практично є таким же як і у фотонних, то відповідно і якість тепловізійного зображення є значно гіршою через більше відносне зміщення зображення за час інтегрування. Одним із варіантів вирішення даної проблеми є використання вище приведених формул для розрахунку кутового довороту, що дозволить компенсувати зміщення.

Часто формулюється завдання, в якому необхідно розрахувати і визначити потрібні кути довороту по тангажу і крену, щоб в процесі зйомки слідкувати за важливим об'єктом чи областю на ЗП, які знаходяться в полі огляду. Завдання формулюється наступним чином: «Як тільки об'єкт потрапляє в поле огляду, ТСС відхиляється на відповідні кути спостереження, для того щоб об'єкт попав в поле зору ТСС. Після потрапляння об'єкта в поле зору ТСС, за ним необхідно слідкувати в процесі польоту доки він знаходиться в полі огляду».

Швидкості руху точки візування ЛА і об'єкта складаються за правилом векторів. Знаючи результуючу швидкість руху об'єкта і напрямок відносно ЛА, її розкладають на паралельну і перпендикулярну складові відносно напрямку польоту, і визначають окремо на який кут по кожній із осей додатково відхилити ТСС для того щоб об'єкт знаходився в полі зору (наприклад в центрі МПВ). Знаючи початкові кутові координати візування ТСС, з яких починається спостереження, визначаємо як вони повинні змінюватися залежно від часу в процесі польоту:

$$\theta_i(t) = \arctg\left(\operatorname{tg}(\theta_0) - \frac{v_{об} \cdot t}{H}\right), \quad (2.20)$$

де θ_0 – початкова кутова координата візування ТСС (тангаж або крен);

θ_i – кутова координата візування ТСС, в якій повинен бути ТСС, щоб об'єкт був в полі зору;

$v_{об}$ – швидкість переміщення об'єкта відносно ЛА, по відповідній із осей координат;

t – момент часу, в який проводиться зйомка.

Окрім, визначення кутових координат візування в залежності від моменту зйомки, важливо знати кутову швидкість, з якою необхідно відхиляти ТСС, щоб виконувалась умова (2.20). Кутова швидкість відхилення для безпілотних і авіаційних ТСС у відповідний момент зйомки t , із врахуванням (2.13) становить

$$\omega_i(t) = \frac{v_{об}}{H} \cos^2(\theta_i(t)).$$

Скористаємось формулою поєднання тригонометричних і обернених їм функцій:

$$\cos^2(\arctg(x)) = \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right)^2 = \frac{1}{1+x^2}.$$

З врахуванням (2.20) і вище наведеної формули, маємо:

$$\omega_i(t) = \frac{v_{об} \cdot H}{H^2 + (H \cdot \operatorname{tg}(\theta_0) - v_{об} \cdot t)^2}. \quad (2.21)$$

Кутову швидкість відхилення для космічних ТСС, можна визначити застосовуючи сферичну геометрію для знаходження відстані, яку проходить об'єкт по кривій [48]. Аналогічно вище приведеному випадку, початковий кут γ'_0 , з якого починається спостереження, по відповідній координатній осі, визначається як (додаток А):

$$\gamma'_0 = \arcsin\left(\sin(\theta_0) \frac{H + R_3}{R_3}\right) - \theta_0. \quad (2.22)$$

Кутове значення γ'_i у відповідний момент часу дорівнює:

$$\gamma'_i(t) = \arcsin\left(\sin(\theta_0) \frac{H + R_3}{R_3}\right) - \theta_0 - \frac{v_{об} \cdot t}{R_3}. \quad (2.23)$$

Кутова швидкість відхилення для космічних ТСС у відповідний момент зйомки t , із врахуванням (2.17) дорівнює

$$\omega_i(t) = v_{об} \frac{H + (H + R_3)(1 - \cos(\gamma'_i(t)))}{H^2 + 2R_3(H + R_3)(1 - \cos(\gamma'_i(t)))}. \quad (2.24)$$

Підсумовуючи вище описане, можна сказати, що розрахунок швидкості переміщення зображення в площині МПВ за (2.10) справедливе лише при зйомці в надирі. Розрахунок системи за (2.10) може призвести до погіршення якості тепловізійного зображення і вибору неоптимальних параметрів для ТСС, що обумовлюється додатковими ефективними затратами.

2.3 Метод кутового руху

Сучасні ТСС, що встановлені на ЛА, мають можливість змінювати кути спостереження (тангаж θ , крен ϕ і рискання ψ) для отримання необхідної просторової інформації на відповідній ділянці ЗП, що, в свою чергу, впливає на якість зображення [49, 50]. Серед великої кількості факторів від яких залежить МПФ, можна виділити вплив умов спостереження. Більшість робіт, в яких представлені ММ ТСС, дозволяють розрахувати МПФ за умови, коли вісь візування в надирі і набагато менше в яких враховується відхилення за одним із кутів візування [51 – 44].

Значні успіхи, в розрахунку проекції пікселя на ЗП, досягнуто в області геодезії, але дані ММ розраховують проекцію лише для центрального пікселя за двома кутами візування. Перевагою таких ММ є врахування ландшафту відповідної місцевості, що корисно при створенні тривимірних (стереоскопічних) знімків та при визначенні поліноміальних коефіцієнтів для геометричної корекції спотворених знімків.

Більш доцільним було б створення ММ, яка б могла врахувати, як деформується проекція кожного пікселя МПВ і проаналізувати як погіршується МПФ.

Оцінка ТСС за МПФ дозволяє:

- ✓ виявити в якій мірі і як впливають на якість зображення величини кутів візування та деформація форми проекції пікселів;
- ✓ проаналізувати ТСС для встановлення допустимого діапазону зміни деяких конструктивних параметрів системи;
- ✓ виявити оптимальні кількісні параметри елементів системи, при яких їх використання не вимагатиме додаткових затрат, наприклад визначення допустимої максимальної кількості елементів МПВ;
- ✓ задати допустимі відхилення, наприклад на величину амплітуди вібрацій;
- ✓ виявити і провести узгодження між компонентами системи, наприклад, узгодити час інтегрування із швидкістю переміщення точки спостереження;
- ✓ розрахувати ЛРМ для визначення реальної роздільної здатності тощо.

Згідно з рис. 1.5 і рис. 2.6, напрямок польоту визначається віссю Ox , а напрямок перпендикулярний польоту віссю Oy . Крен ϕ – це кут повороту ЛА навколо повздовжньої осі, напрям якої співпадає з напрямком польоту. Аналогічно тангаж θ – кут повороту навколо поперечної осі, а рискання ψ – кут повороту навколо нормальної осі. Прилади для визначення орієнтації, такі як гіроскоп, строго прив'язуються до вказаних вище осей, а результати кутів розраховуються відносно них. Тому, в подальшому всі розрахунки опиратимуться на дану систему координат (СК). Нехай повздовжня вісь – вісь Ox , поперечна вісь – вісь Oy , а вісь рискання – вісь Oz .

Розглянемо геометричну схему зйомки за допомогою ТСС (рис. 2.6), на якій зображено МПВ, об'єктив і проекція МПВ на ЗП. ТСС задається параметрами: p_D і q_D – кількість активних елементів розкладу (пікселів) по вертикалі (осі Ox) і горизонталі (осі Oy) відповідно; $v_D \times w_D$ – розмір чутливого елемента пікселя, а $V_D \times W_D$ – період чутливих елементів; f'_o – фокусна відстань об'єктива; h або H – висота на якій знаходиться ЛА; α – кут нахилу ТСС; $L_{\theta, \phi}$ – просторове геометричне розділення на ЗП вздовж і поперек напрямку польоту. При зміні ЛА кутів візування, під час зйомки ЗП, проекції пікселів у вигляді квадратів (якщо $v_D=w_D$) перетворюються в опуклі несиметричні дельтоїди (рис. 1.15).

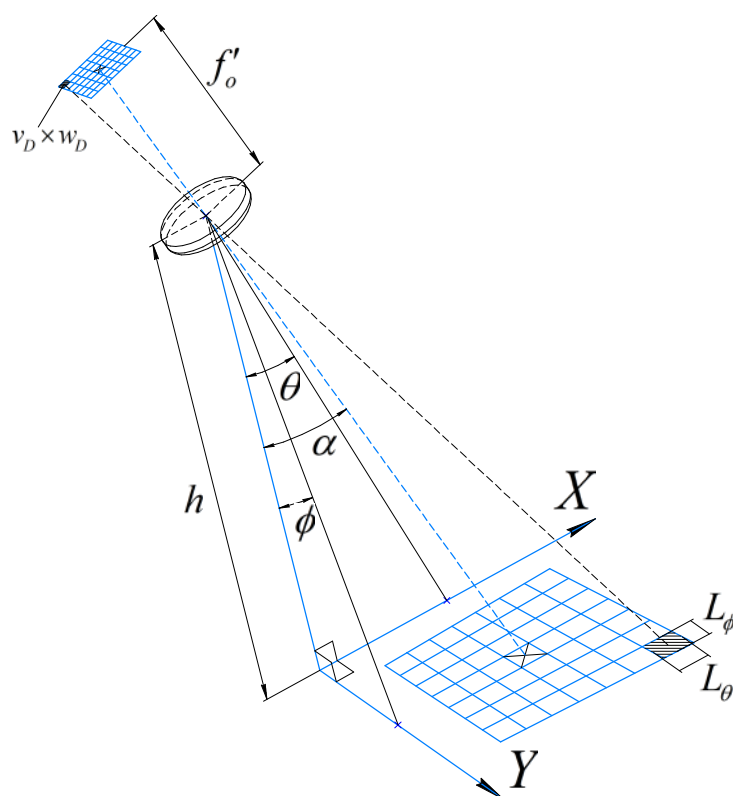


Рис. 2.6. Геометрична схема ДЗЗ

Схему розглядають в кутових координатах при знаходженні відповідної проекційної точки. Всі розрахунки проводяться в кутових величинах, що дозволяє позбутися залежності від лінійних параметрів (наприклад висоти). Лінійні розміри є результатом розрахунків для оцінки спотворень проекції. Методика отримала назву *методики*

кутового руху, оскільки в розрахунках використовують лише кутові координати проекційних ліній [49].

2.3.1 Проекція пікселів на площині

Існують два типи відхилень оптичної осі системи:

- ✓ по глобальній системі координат (ГСК) ТСС;
- ✓ по локальній системі координат (ЛСК) ТСС.

Формули для розрахунку по ГСК і ЛСК ідентичні, але мають свої особливості пов'язані із конструкцією системи повороту за кутами візування.

Відхилення по ГСК – це відхилення системи лише в одній системі координат, тобто ТСС спочатку відхиляється по тангажу, де точка надиру переміщається лише по осі Ox , а тоді нова точка надиру, яка утворилася після першого відхилення, переміщується по осі Oy , тобто відбувається відхилення за креном. В даному випадку описана послідовність відхилення «тангаж-крен», але можна робити відхилення і в послідовності «крен-тангаж» аналогічним способом.

Відхилення по ЛСК – це відхилення системи за двома системами координат, тобто ТСС спочатку відхиляється по тангажу, де точка надиру переміщається лише по осі Ox , потім умовно утворюється нова локальна система координат в якій осі попередньої і нової системи координат Ox співпадають, а вісь Oy проводиться перпендикулярно через точку, яка утворюється перетином оптичної осі і осі Ox , тобто проекція точки центру МПВ. Умовна нова вісь Oy в новій локальній системі координат є паралельною старій Oy . В утвореній новій локальній системі координат стара точка надиру відхиляється на кут крену, причому рух цієї точки відбувається по новій осі Oy .

На рис. 2.7 представлені можливі типи конструкції поворотів за кутами візування. На рис. 2.7, *a – з*, всі конструкції з відхиленням по ЛСК поділені на блоки: плата (платформа); перший блок, що закріплений на платформі і який відхиляється по тангажу чи по крену; другий блок, що закріплений на першому який відхиляється по крену чи по тангажу (взаємо перпендикулярно першому); і третій блок МПВ, який закріплений на другому. На рис. 2.7, *г і д*, зображені конструкції з відхиленням по ГСК, які поділені на блоки: плата; перший блок, що закріплений на платформі і який може рухатися як по тангажу так і по крену; і другий блок МПВ, який закріплений на першому.

Рис. 2.7, *a, в і д* відображає варіант, коли поворот на кут рискання відбувається самим МПВ. На рис. 2.7, *б, г і ж* показано варіант, коли поворот на кут рискання відбувається платформою на якій закріплені всі блоки. Якщо ТСС була попередньо відхилена за кутами тангажа і крена (не зважаючи на послідовність), то при відхиленні за кутом рискання всією платформою – форма деформованих проекцій пікселів МПВ на площині не зміниться, а зміняться лише їхні координати розташування (*б, г і ж*), тобто поворот відбудеться навколо точки надиру. Якщо ж в аналогічному випадку проводити відхилення за кутом рискання лише самим МПВ – форма деформованих проекцій пікселів МПВ буде змінюватися, а координати центра проекції МПВ не змінюватимуться, тобто відбудеться поворот з деформацією навколо проекції центральної точки МПВ. Порівняння відхилень за кутом рискання показують, що якщо повертати на кут рискання платформою, то просторове розділення не змінюється, а при повороті самим МПВ – змінюється. Зауважимо, що при повороті на 90° по рисканню за допомогою платформи, схема з послідовністю «тангаж-крен» зміниться на схему з послідовністю «крен-тангаж» або навпаки, чого не відбудеться при повороті тільки МПВ.

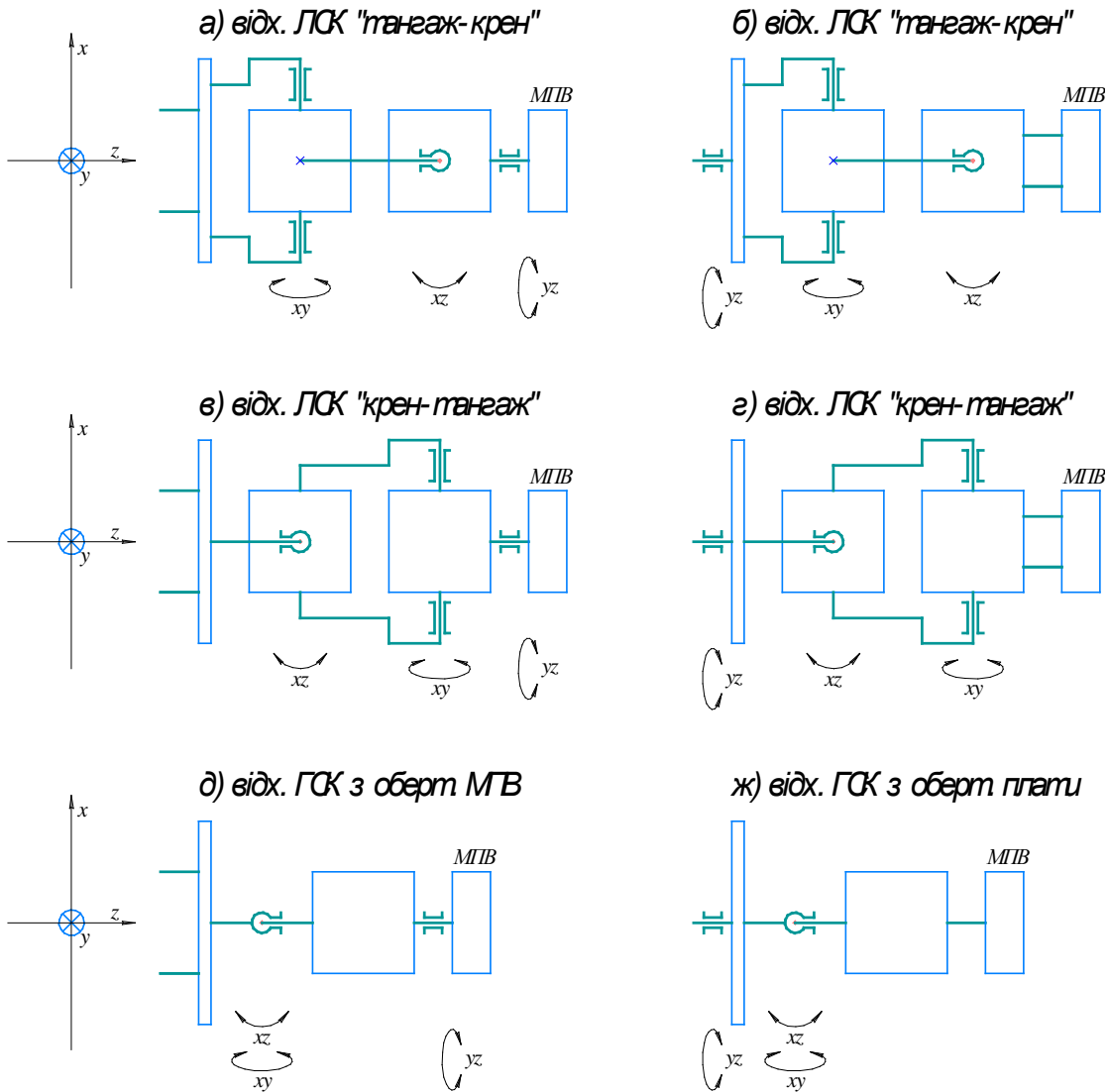


Рис. 2.7. Типи конструкції обертання ТСС за кутами візування

Рис. 2.7, а і б відображає відхилення за послідовністю «тангаж-крен», тобто ключовим блоком є перший, який відхиляє 2-й і 3-й блоки по тангажу (в площині Oxy), а далі 2-й блок в новій ЛСК відхиляється відносно 1-го по крену (в площині Oxz). Рис. 2.7, в і г, працюють за протилежним принципом, де 1-й блок відхиляється по крену (в площині Oxz), а 2-й блок відхиляється в новій ЛСК по тангажу (в площині Oxy) відносно 1-го блоку. Тому, основна ідея «послідовності відхилення» ЛСК полягає не в тому, за яким кутом візування (тангажем чи креном) спочатку відхиляють, а в конструкції, тобто за яким кутом відхиляється 1-й і 2-й блоки. Конструкції ЛСК частіше зустрічаються

в техніці, а ГСК в природі. ГСК на відміну від ЛСК залежить від «послідовності відхилення» і не залежить від конструкції.

Відхилення по ГСК і ЛСК згідно своєї конструкції мають різні алгоритми руху і визначення траєкторії переміщення, але в кінцевому спрощенні отримуються ідентичні формули. Відхилення по ГСК простіше в розумінні фізики формування проекції, але складніше в реалізації конструкції, і навпаки для відхилення по ЛСК.

2.3.2 Кути нахилу стовпців і рядків проекції МПВ

Приймач випромінювання з технологією TDI поелементно вздовж стовпця інтегрує з накопиченням електричний сигнал. У зв'язку із відхиленням ТСС на кути візування проекція МПВ деформується. Це призводить до того, що проекції стовпців і рядків утворюють деякі кути відносно напрямку польоту. Оскільки стовпець має деякий кут φ_c і враховуючи принцип дії детектора, отримуємо зміщення початкової області зйомки на ЗП відносно центрів наступних пікселів (регістрів TDI), яке, в свою чергу, погіршує якість зображення, і чим більше елементів приймає участь інтегруванні тим більшим буде зміщення.

Фотонні і теплові фокальні матриці накопичують інформацію кожним елементом окремо. Це в свою чергу зменшує вплив зміщення на якість зображення, але дає менше відношення сигнал/шум і менше насичення зарядами кожного елемента. Мікроболометричні матриці мають на декілька порядків меншу швидкість роботи (великий час відгуку), тобто мають більшу постійну часу. В залежності від постійної часу, швидкості і напрямку переміщення точки візування (підсупутникової точки для космічних ТСС) і величину проекції відповідного пікселя – визначають величину зміщення в залежності від напрямку вибраних осей координат (рис. 2.8).

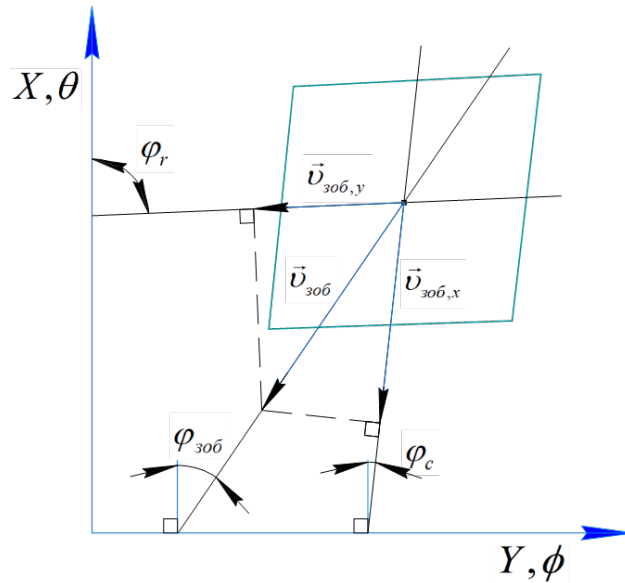


Рис. 2.8. Проекція пікселя на ЗП

МПФ системи розраховують по двом координатним осям, які визначаються лінією стовпця Ox і рядка Oy , і саме в цих координатах оператор сприйматиме зображення з екрану монітора. Координатні осі в площині предметів на ЗП, тобто в напрямку і поперек польоту необхідні для систематизації – визначення кутів нахилу проєкцій стовпців і рядків МПВ, напрямку вектору руху точки спостереження та визначення координат розташування точок проєкції для геоприв'язки.

Використовуючи методику кутового руху, визначають координати точок центрів проєкцій пікселів, за якими розраховують кути нахилу φ_c і φ_r відносно напрямку польоту. Значення кутів для кожного стовпця φ_c і рядка φ_r при відхиленні за кутами візування – відрізняються. Особливість кутів φ_c і φ_r в тому, що в площині ЗП вони визначають величину проєкції вектора швидкості, яка визначатиме величину зміщення в системі координат площини МПВ. Знаючи результуючу величину вектору швидкості і напрямком, кути нахилу стовпця і рядка, в яких знаходиться відповідний піксель, із системи рівнянь знаходять проєкцію швидкості переміщення точки спостереження на проєкцію стовпця і рядка:

$$\begin{cases} v_{n.m.,c} = v_{n.m.} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c), \\ v_{n.m.,r} = v_{n.m.} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_r). \end{cases} \quad (2.25)$$

Швидкість переміщення зображення для безпілотних і авіаційних ТСС по відповідним координатам із врахуванням (2.16), (2.25) і рис. 2.9:

$$\begin{cases} v_{зоб,x} = v_{n.m.} \frac{f'_{об}}{H} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c) (\cos(\theta) + \operatorname{tg}(W_x) \sin(\theta))^2, \\ v_{зоб,y} = v_{n.m.} \frac{f'_{об}}{H} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_r) (\cos(\phi) + \operatorname{tg}(W_y) \sin(\phi))^2. \end{cases} \quad (2.26)$$

Швидкість переміщення зображення для космічних ТСС по відповідним координатам із врахуванням (2.18), (2.19) набирає наступного вигляду

$$\begin{cases} v_{зоб,x} = v_{n.m.} f'_{об} \frac{\cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c)}{\cos^2(W_x)} \frac{H + (H + R_k)(1 - \cos(\gamma'_x))}{H^2 + 2R_k(H + R_k)(1 - \cos(\gamma'_x))}, \\ v_{зоб,y} = v_{n.m.} f'_{об} \frac{\cos(\varphi_{зоб} - \varphi_r)}{\cos^2(W_y)} \frac{H + (H + R_k)(1 - \cos(\gamma'_y))}{H^2 + 2R_k(H + R_k)(1 - \cos(\gamma'_y))}. \end{cases} \quad (2.27)$$

де

$$\begin{cases} \gamma'_x = \arcsin\left(\sin(\theta^* + W_x) \frac{H + R_k}{R_k}\right) - (\theta^* + W_x), \\ \gamma'_y = \arcsin\left(\sin(\phi^* + W_y) \frac{H + R_k}{R_k}\right) - (\phi^* + W_y). \end{cases} \quad (2.28)$$

На рис. 2.9 показано: D – центр об'єктива, OA і OC – осі координат в площині МПВ в напрямку рядка Oy і стовпця Ox відповідно, $AOCB$ – фокальна площина об'єктива і площина МПВ, OD – фокусна відстань об'єктива, B – центр деякого пікселя.

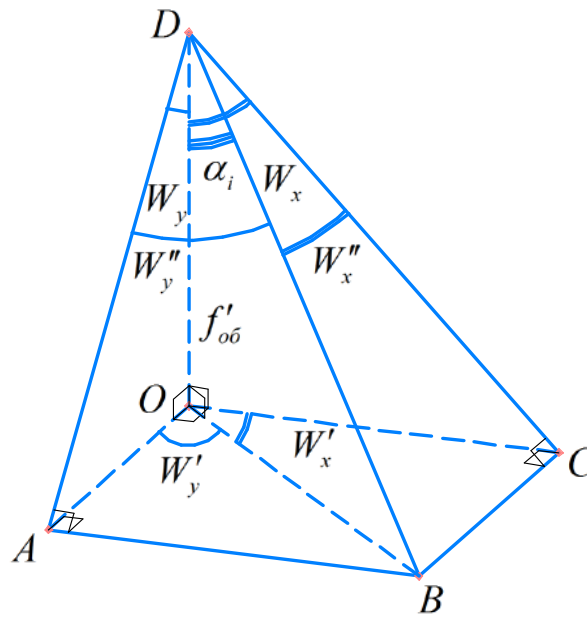


Рис. 2.9. Кутові координати центрів пікселів

МПВ, які працюють в режимі TDI, потребують визначення кута нахилу стовпця φ_c для визначення величини зміщення. Згідно принципом роботи, такі МПВ не потребують кутів нахилу рядків φ_r , взамін цьому необхідно оцінювати швидкість переміщення заряду по регістрах і швидкість переміщення зображення у фокальній площині. Звичайні МПВ потребують визначення кутів нахилу φ_c і φ_r .

Встановлено, що висота не впливає на результат відхилення рядків і стовпців, а тому кути нахилу φ_c і φ_r можна розрахувати за допомогою кутових координат без переходу в лінійні. Знайдемо кути нахилу φ_c і φ_r , які відраховуватимуться від напрямку польоту (рис. 1.15 і 2.8), при цьому якщо лінія нахилена за годинниковою стрілкою, то кут буде більшим нуля, а проти – меншим.

Для стовпців φ_c :

$$\varphi_{c[j]} = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg}(\phi_{2[0,j]}) - \operatorname{tg}(\phi_{2[p_D-1,j]})}{\operatorname{tg}(\theta_{2[0,j]}) - \operatorname{tg}(\theta_{2[p_D-1,j]})} \right), \quad (2.29)$$

де $(\theta_{2[0,j]}; \phi_{2[0,j]})$ і $(\theta_{2[p_D-1,j]}; \phi_{2[p_D-1,j]})$ – кутові координати центрів проєкцій пікселів для першого і останнього елемента в колонці, при « j » заданому номері стовпця.

$$\varphi_{r[i]} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg}(\theta_{2[i,0]}) - \operatorname{tg}(\theta_{2[i,q_D-1]})}{\operatorname{tg}(\phi_{2[i,0]}) - \operatorname{tg}(\phi_{2[i,q_D-1]})} \right), \quad (2.30)$$

де $(\theta_{2[i,0]}; \phi_{2[i,0]})$ і $(\theta_{2[i,q_D-1]}; \phi_{2[i,q_D-1]})$ – кутові координати центрів проєкцій пікселів для першого і останнього елемента в рядку, при « i » заданому номері рядка.

Запишемо формули, які дозволяють розрахувати кут нахилу стовпців і рядків для відхилення по ГСК при послідовності відхилення «тангаж-крен»:

$$\operatorname{tg} \left(\varphi_r - \frac{\pi}{2} \right) = \operatorname{tg}(W_x + \phi'') \sin(\phi), \quad (2.31)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi_c) = \frac{\sin(\phi'') \operatorname{tg}(W_y)}{\cos(\phi) - \sin(\phi) \cos(\phi'') \operatorname{tg}(W_y)}. \quad (2.32)$$

Запишемо формули, які дозволяють розрахувати кут нахилу стовпців і рядків для відхилення по ГСК при послідовності відхилення «крен-тангаж»:

$$\operatorname{tg} \left(\varphi_r - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x)}{\cos(\theta) - \sin(\theta) \cos(\theta'') \operatorname{tg}(W_x)}, \quad (2.33)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi_c) = \operatorname{tg}(W_y + \theta'') \sin(\theta). \quad (2.34)$$

Аналогічно підрозділу 2.3.1, кути нахилу стовпців і рядків при відхиленні по ЛСК для послідовності «тангаж-крен» та відхилення по ГСК для послідовності «крен-тангаж» описуються формулами (2.33) і (2.34). Кути нахилу стовпців і рядків при відхиленні по ЛСК для послідовності «крен-тангаж» та відхилення по ГСК для послідовності «тангаж-крен» описуються формулами (2.31) і (2.32).

2.4 МПФ оптико-електронного тракту за моделлю «об'єкт – ТСС – оператор»

Модуляційна передавальна функція (МПФ) або функція передачі модуляції (ФПМ), є одною із основних характеристик, на даний момент, за допомогою якої можна оцінити ефективність системи та якість тепловізійного зображення. МПФ відображає залежність контрасту від просторової роздільної здатності, тобто поєднує в собі одночасно як енергетичну роздільну здатність так і просторову. МПФ це не лише число або крива, яка дає оцінку тому, на скільки у вихідному зображенні погіршується контраст відносно вхідного, а й дозволяє за допомогою комп'ютерного моделювання показати формування тепловізійного зображення, тобто показати дуже близьку до реальної картинку, яку формуватиме ТСС при відповідних параметрах і зйомці відповідної області [57].

В більшості наукової літератури, МПФ вхідного блоку ТСС визначається лише двома складовими: МПФ об'єктива і МПФ МПВ. Таке визначення МПФ системи є достатнім, якщо тепловізійна система в подальшому працюватиме: в лабораторних умовах, в медичних центрах, на виробництві для перевірки приладів чи оцінки будівель тощо. Зазвичай, в таких умовах не потрібна велика відстань до об'єкта спостереження, принцип зйомки практично повністю є стаціонарним (статичним), а вплив додаткових факторів настільки малий, що їх можна не враховувати. Розраховуючи ТСС для ЛА, беручи до уваги лише об'єктив і МПВ, матимемо велику ймовірність того, що вона формуватиме тепловізійне зображення суттєво нижчої якості на відміну від теоретично розрахованої. Тому для ТСС на ЛА важливо враховувати в результуючій МПФ вплив таких додаткових факторів як: вібрації, швидкість переміщення точки спостереження, частоту приймача, нестабільність висоти, атмосферу тощо.

Основна ідея врахування в результуючій МПФ більшості факторів в тому щоб:

- оцінити (близьку до реальної) ефективність ТСС або ж якість зображення;
- виявити який із компонентів чи факторів вносить найбільше погіршення, щоб в подальшому вирішити цю проблему;
- узгодити як компоненти системи (об'єктів і МПВ) так і параметри (швидкість переміщення точки спостереження із швидкістю руху зарядових пакетів для КРТ з TDI);
- порівнювати між собою різні конструкції та елементи системи, для визначення при яких умовах чи типах систем їх краще використовувати;
- перевірити на скільки ефективним виявиться той чи інший підхід для вирішення проблеми щоб підвищити якість тепловізійного зображення.

2.4.1 Параметри об'єкта і фону

Об'єкти і фони характеризуються енергетичними параметрами (яскравістю) і просторовими (геометричними розмірами). Телевізійні системи спостереження, які сприймають видиме випромінювання характеризуються фотометричними величинами, а ТСС, які сприймають ІЧ випромінювання – енергетичними величинами. ТСС сприймають випромінювання від об'єктів і фонів, яке утворюється за рахунок власного випромінювання [1]. В більшості випадків, для ТСС на ЛА припускають, що об'єкти і фони є ламбертівськими випромінювачами, що дозволяє спростити розрахунки.

Спектральний коефіцієнт випромінювання $\varepsilon(\lambda)$ – основна характеристика за допомогою якої описують контраст об'єкта відносно фону в ІЧ діапазоні. Контраст об'єкта відносно фону визначається як [1, 25, 26]:

$$C_o = \frac{\varepsilon_o - \varepsilon_\phi}{\varepsilon_o + \varepsilon_\phi} = \frac{\Delta\varepsilon}{2\varepsilon_\phi + \Delta\varepsilon} = \frac{\Delta\varepsilon}{2\varepsilon_o - \Delta\varepsilon}, \quad (2.35)$$

де $\varepsilon_{o,\phi}$ – коефіцієнти випромінювання об'єкта і фону відповідно;

$\Delta\varepsilon$ – різниця між коефіцієнтами випромінювання об'єкта і фону.

Іншою важливою характеристикою є пороговий контраст, який залежить від відношення сигнал/шум і середньоквадратичної величини шуму. Пороговий контраст є ймовірнісною характеристикою, при якому об'єкт може бути виявленим на фоні. Пороговий контраст розраховується як [11, 12]:

$$C_{пор} = \frac{SNR_g}{2 \cdot SNR + SNR_g}, \quad (2.36)$$

де SNR – середньоквадратична величина шуму;

SNR_g – задана ймовірність виявлення, при пороговому перепаді освітлення між об'єктом і фоном, при якому об'єкт може бути виявлений на фоні.

2.4.2 МПФ атмосфери

Під час проходження випромінювання через атмосферу воно не тільки ослаблюється, але й зазнає структурних спотворень, зумовлених градієнтом температури та турбулентністю, які спричинені неоднорідністю показника заломлення повітря.

МПФ атмосфери визначається двома складовими:

$$MTF_{atm}(v_r) = MTF_{tur}(v_r) \cdot MTF_{aer}(v_r), \quad (2.37)$$

де $v_r = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ – просторова частота в полярній системі координат.

Аерозольна МПФ за рахунок розсіювання і поглинання молекулами і аерозолями [1, 2, 18]:

$$MTF_{aer}(v_r) = \begin{cases} \exp\left[-R\left(\kappa_a + \kappa_s\left(\frac{v_r}{v_A}\right)^2\right)\right] & \text{при } v_r \leq v_A, \\ \exp[-R(\kappa_a + \kappa_s)] & \text{при } v_r > v_A. \end{cases} \quad (2.38)$$

де κ_a і κ_s – показники ослаблення атмосфери за рахунок поглинання і розсіювання відповідно;

$v_r \approx r_a/\lambda$ – просторова частота зрізу, що апроксимується відношенням середнього радіусу аерозольної частинки до довжини хвилі;

R – зазвичай відстань між об'єктом спостереження і ТСС, в даному ж випадку це дорівнюватиме товщині атмосфери Землі, що становить (20-30) км;

МПФ за рахунок турбулентності атмосфери, що є випадковою змінною показника заломлення атмосфери, визначається як [1, 18]:

$$MTF_{tur}(v_r) = \begin{cases} \exp\left[-57,53 \cdot v_r^{\frac{5}{3}} C_t^2 \lambda^{\frac{1}{3}} R\right] & \text{при } 10^{-3} < t_E < 10^{-2}, \\ \exp\left[-57,53 \cdot v_r^{\frac{5}{3}} C_t^2 \lambda^{\frac{1}{3}} R \left(1 - \mu \cdot \sqrt[3]{\frac{\lambda v_r}{D_{ob}}}\right)\right] & \text{при } t_E < 10^{-3}. \end{cases} \quad (2.39)$$

де t_E – час експозиції пікселя МПВ;

C_t^2 – коефіцієнт турбулентності (для «кращих» умов спостереження $1,516 \cdot 10^{-17}$ і для «гірших» $3,146 \cdot 10^{-15}$);

μ – дорівнює 1 для ближнього поля ($D_{ob} > \sqrt{\lambda R}$) і 0,5 для дальнього ($D_{ob} < \sqrt{\lambda R}$).

D_{ob} – зовнішній діаметр об'єктива.

2.4.3 МПФ об'єктива

Об'єktiv є одним із найважливіших компонентів ТСС, який формує зображення фоноцільової обстановки. МПФ об'єктива визначається

дифракційною МПФ і МПФ за рахунок аберацій:

$$MTF_{ob}(v_r) = MTF_{dif}(v_r) \cdot MTF_{ab}(v_r). \quad (2.40)$$

МПФ дифракційно обмеженого об'єктива, в тому числі з екрануванням [18, 58] визначається як

$$MTF_{dif}(v_r) = \begin{cases} A & \text{при } k_{ob} = 0, \\ \frac{A+B+C}{1-k_{ob}^2} & \text{при } k_{ob} \neq 0. \end{cases} \quad (2.41)$$

$$v_{r\max} = \frac{D_{ob}}{\lambda f'_{ob}}, \quad X = \frac{v_r}{v_{r\max}}, \quad Y = \frac{X}{k_{ob}}, \quad \alpha = \arccos\left(\frac{1+k_{ob}^2-4X^2}{2k_{ob}}\right),$$

$$\beta = \arccos(X), \quad A = \begin{cases} \frac{2}{\pi}(\beta - X \cdot \sin(\beta)) & \text{при } 0 \leq X \leq 1, \\ 0 & \text{при } X > 1. \end{cases},$$

$$\gamma = \arccos(Y), \quad B = \begin{cases} \frac{2k_{ob}^2}{\pi}(\gamma - Y \cdot \sin(\gamma)) & \text{при } 0 \leq Y \leq 1, \\ 0 & \text{при } Y > 1. \end{cases},$$

$$C = \begin{cases} -2k_{ob}^2 & \text{при } 0 < X \leq 0,5(1-k_{ob}), \\ 0 & \text{при } X > 0,5(1+k_{ob}), \\ \frac{2k_{ob}}{\pi} \sin(\alpha) - \frac{2(1-k_{ob}^2)}{\pi} \arctg\left(\frac{1+k_{ob}}{1-k_{ob}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) + \dots & \\ \dots + \frac{1+k_{ob}^2}{\pi} \alpha - 2k_{ob}^2 & \text{при } 0,5(1-k_{ob}) < X \leq 0,5(1+k_{ob}). \end{cases}.$$

де $k_{ob} = d_{ob}/D_{ob}$ – коефіцієнт екранування об'єктива, відношення внутрішнього діаметра об'єктива до зовнішнього.

Оптичне погіршення (вплив аберацій) моделюється як оптичний якісний коефіцієнт (OQF) МПФ [25, 58]. Загальна модель для OQF отримана Шаноном:

$$MTF_{ab.S}(v_r) = \begin{cases} 1 - A_{ab} \cdot W_{RMS}^2 \left(1 - 4 \left(\frac{v_r}{v_{r\max}} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) & \text{при } 0 \leq v_r \leq v_{r\max}, \\ 0 & \text{при } v_r > v_{r\max}. \end{cases} \quad (2.42)$$

де W_{RMS} – середньо-квадратичне відхилення аберацій хвильового фронту в довжинах хвиль, за критерієм Марешаля $(0...0,07)\lambda$ для ідеальної системи, $(0,07...0,15)\lambda$ для систем які найчастіше зустрічаються і $(0,15...0,2)\lambda$ для геометричних систем;

A_{ab} – стала в діапазоні $30...32$, зазвичай приймають 31 або $(1/0,18)^2$.

2.4.4 МПФ МПВ

МПФ приймача випромінювання описують добутком двох функцій - просторової МПФ (обумовлена геометричною формою) і часової МПФ (обумовленою інерційністю приймача):

$$MTF_D(v_x, v_y) = MTF_{Ds}(v_x, v_y) \cdot MTF_{Dt} \approx MTF_{Ds}(v_x, v_y). \quad (2.43)$$

Часова МПФ (МПФ низькочастотного фільтра) (зазвичай ≈ 1) [1, 2]:

$$MTF_{Dt} = \left[1 + (2\pi t_D f)^2 \right]^{-0.5}, \quad (2.44)$$

де t_D – стала часу приймача;

f – часова частота модуляції потоку випромінювання.

В [59] наголошується, що розрахунок МПФ (обумовленої геометричною формою) лише за рахунок періоду пікселів є невірним, тобто не повним. На МПФ впливає як активна частина пікселя так і період їх розташування. Дискретна МПФ еквівалентна середньому значенню МПФ, яке могло б бути реалізовано для сукупності джерел розташування, однорідно розподілених по відношенню до дискретного розташування, тобто вона є середнім можливих МПФ. Тому геометрична МПФ приймача:

$$MTF_{Ds}(\nu_x, \nu_y) = MTF_{fp}(\nu_x, \nu_y) MTF_{samp}(\nu_x, \nu_y). \quad (2.45)$$

МПФ за рахунок активної частини пікселя визначається як:

$$MTF_{fp}(\nu_x, \nu_y) = \left| \text{sinc}(\nu_x \nu_D, \nu_y \nu_D) \right|, \quad (2.46)$$

де $\nu_D \times \nu_D$ – розмір чутливого елемента пікселя;

$\text{sinc}(x) = \text{sinc}(\pi x) / (\pi x)$ – кардинальний синус, при $\text{sinc}(0) = 1$.

Примітка, що до спрощення запису: $f(a, b) = f(a) \cdot f(b)$.

МПФ за рахунок періоду пікселів для не скануючого МПВ:

$$MTF_{samp}(\nu_x, \nu_y) = \left| \text{sinc}(\nu_x V_D, \nu_y W_D) \right|, \quad (2.47)$$

де $V_D \times W_D$ – період чутливих елементів стовпець і рядках.

2.4.5 МПФ за рахунок фазового розташування зображення об'єкта на МПВ

Через наявність пікселів, тобто внаслідок дискретності МПВ, «тест-об'єкт» із косинусним розподілом освітленості може розташовуватись довільно по відношенню до центра пікселя. При цьому максимум і мінімум освітленості на пікселях від світлої до темної полоси буде змінюватись, що призводитиме до зменшення контрасту зображення, причому «тест-об'єкти» із різною просторовою частотою $\nu_{x,y}$ матимуть і різні падіння контрасту. Максимальний контраст на частоті Найквіста $\nu_N = 0,5/w_D$ досягається за умови, коли кожному пікселю МПВ відповідатиме максимум або мінімум розподілу освітленості. Вплив фазового зсуву «тест-об'єкта» відносно центра пікселя визначається як [25, 59]:

$$MTF_{ph}(\nu_x, \nu_y) = \left| \cos \left(2\pi \nu_x \left(\frac{V_D}{4} \right), 2\pi \nu_y \left(\frac{W_D}{4} \right) \right) \right|. \quad (2.48)$$

На рис. 2.10 продемонстровано ефект фазового зсуву «тест-об'єкта». Чверть пікселя ($\Delta y = 0,25w_D$) рис. 2.10 - це математичне очікування рівномірно розподіленої величини, що відповідає середньому значенню інтервалу можливих значень цієї величини. Зауважимо, що для розрахунку сумарної МПФ необхідно використовувати або (2.47) або (2.48), оскільки це практично одне і те ж тільки в різних інтерпретаціях, де в одному випадку розрахунок виконується по заданому математичному очікуванню (2.48), а в іншому випадку береться середнє однорідно розподілене значення (2.47).

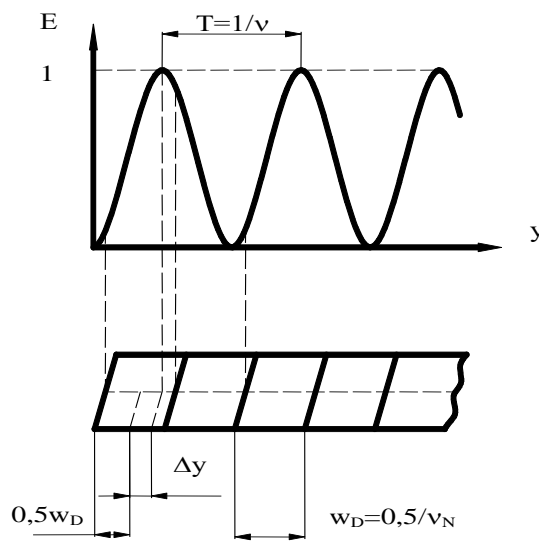


Рис. 2.10. Фазовий зсув «тест-об'єкта»

2.4.6 МПФ за рахунок вібрацій ЛА

На борту будь-якого ЛА, в тому числі і на КА, присутні вібрації, які, в свою чергу, приводять до періодичного зміщення зображення на МПВ. Зазвичай можна вважати, що коливання КА відбуваються за гармонічним законом, а їх траєкторія описується за формулою:

$$d(t) = 0,5b \cdot \cos(\omega t),$$

де ω – циклічна частота; $0,5b$ – амплітуда коливань.

Лінійна амплітуда коливань на МПВ, в залежності від пікселя який розглядається, визначається із врахуванням (2.15):

$$2b_{x,y} = \int_{-0,5t_D}^{+0,5t_D} \frac{\omega \cdot f'_{ob}}{\cos^2(W_{x,y} + \omega \cdot t)} dt = f'_{ob} \int_{-0,5t_D}^{+0,5t_D} \frac{d(W_{x,y} + \omega \cdot t)}{\cos^2(W_{x,y} + \omega \cdot t)} =$$

$$= f'_{ob} \cdot \operatorname{tg}(W_{x,y} + \omega \cdot t) \Big|_{-0,5t_D}^{+0,5t_D} = f'_{ob} \cdot (\operatorname{tg}(W_{x,y} + 0,5\omega \cdot t_D) - \operatorname{tg}(W_{x,y} - 0,5\omega \cdot t_D)).$$

Кутова амплітуда коливань визначається як:

$$\sigma_v = 0,5\omega \cdot t_D.$$

В результаті отримаємо:

$$b_{x,y} = 0,5f'_{ob} (\operatorname{tg}(W_{x,y} + \sigma_v) - \operatorname{tg}(W_{x,y} - \sigma_v)),$$

де $W_{x,y}$ – розташування пікселя в кутових координатах [49]; σ_v – кутова амплітуда коливань (наприклад 0,2 кутові секунди).

Якщо період коливань є меншим від часу експозиції, то МПФ за рахунок вібрацій визначається як [59]:

$$MTF_{vib}(v_x, v_y) = \left| J_0(2\pi v_x b_x, 2\pi v_y b_y) \right|, \quad (2.49)$$

де $J_0(x)$ – функція Бесселя нульового порядку.

Якщо період коливань є більшим часу експозиції, то:

$$MTF_{vib}(v_x, v_y) = \left| \operatorname{sinc}(2v_x b_x, 2v_y b_y) \right|. \quad (2.50)$$

2.4.7 МПФ за рахунок зміщення

КА під час польоту має практично постійну швидкість $v_{n.m.}$, тому за час t_E відбувається зміщення зображення в фокальній площині. Враховуючи те, що вектор швидкості $v_{n.m.}$ не завжди паралельний напрямку польоту, якщо розглядати космічні ТСС, то необхідно врахувати його проекцію на вісь направлену в напрямку польоту.

Відстань L_{TDI} за замовчуванням повинна розраховуватись як проекція на напрям польоту, так як показано на рис. 2.11.

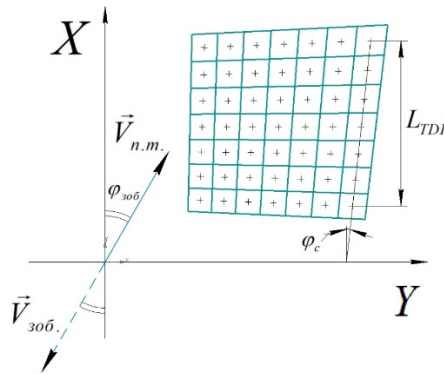


Рис. 2.11. Проекція матриці КРТ з TDI

Швидкість переміщення підсупутникової точки на ЗП навіть при кутах візування є сталою. Отже величина проекції стовпця МПВ без довороту під час сканування – також стала величина. Враховуючи це, маємо, що для приймачів КРТ з TDI зображення в площині МПВ зміститься на величину:

$$\Delta X_{zm} = V_D k_{es} t_{str} v_{n.m.} \frac{(N_{TDI} - 1)}{L_{TDI}} \cos(\varphi_{306}), \quad (2.51)$$

де t_{str} – час формування рядка;

k_{es} – коефіцієнт відношення часу експозиції t_E до часу t_{str} (зазвичай $(0,9 - 1)$).

L_{TDI} – проекція відстані на напрямок польоту між центрами першого і останнього регістра TDI відповідного стовпця.

Фокальні приймачі випромінювання, такі, як фотонні КРТ і мікроболометричні матриці, згідно свого принципу дії, не потребують розрахунку величини проекції всього рядка чи стовпця. Достатнім є лише розрахувати зміщення для одного відповідного елемента за час інтегрування t_D . В результаті, зміщення зображення в напрямку Ox площини МПВ за час експозиції дорівнює:

$$\Delta X_{zm} = t_D v_{306,x}, \quad (2.52)$$

де $v_{зоб,x}$ – вектор швидкості руху зображення в фокальній площині вздовж стовпців, який розраховується для безпілотних і авіаційних ТСС за формулою (2.26), а для космічних ТСС за формулою (2.27) і (2.28).

В результаті, знайшовши зміщення (2.52), можемо розрахувати МПФ [25]:

$$MTF_{zm}(v_x) = \left| \text{sinc}(v_x \cdot \Delta X_{zm}) \right|. \quad (2.53)$$

2.4.8 МПФ за рахунок нестабільності положення осі КА

В процесі польоту КА з різних причин орієнтація осей зв'язаної системи координат може змінюватись. Наприклад, із-за особливостей орієнтації супутника в польоті навколо небесного тіла з вимогою додаткового довороту, щоб витримати певний кут між площиною МПВ і деякою площиною Землі. Нестабільність положення осі $\omega_{x,y}$ описують кутовою швидкістю зміщення осі в напрямку польоту і перпендикулярно польоту відповідно (наприклад $0,002^\circ/\text{с}$). Зауважимо, що дана МПФ використовується лише для космічних ТСС.

Зміщення за рахунок $\omega_{x,y}$ із врахуванням (2.15) для КРТ з TDI становить

$$\begin{cases} \Delta X_\omega = f'_{ob} \left(\text{tg}(W_x + t_{str} \omega_x N_{TDI}) - \text{tg}(W_x) \right), \\ \Delta Y_\omega = f'_{ob} \left(\text{tg}(W_y + t_{str} \omega_y N_{TDI}) - \text{tg}(W_y) \right). \end{cases} \quad (2.54)$$

де N_{TDI} – кількість TDI регістрів в стовбці.

Зміщення за рахунок $\omega_{x,y}$ із врахуванням (2.15) для фокальних МПВ становить

$$\begin{cases} \Delta X_\omega = f'_{ob} \left(\text{tg}(W_x + t_D \omega_x) - \text{tg}(W_x) \right), \\ \Delta Y_\omega = f'_{ob} \left(\text{tg}(W_y + t_D \omega_y) - \text{tg}(W_y) \right). \end{cases} \quad (2.55)$$

МПФ за рахунок нестабільності положення осі КА [25]:

$$MTF_{\omega}(v_x, v_y) = \left| \text{sinc}(v_x \cdot \Delta X_{\omega}, v_y \cdot \Delta Y_{\omega}) \right|. \quad (2.56)$$

2.4.9 МПФ за рахунок нестабільності висоти

Одним із важливих параметрів при формуванні зображення є висота ЛА H , від якої залежить швидкість $v_{n.m.}$ переміщення підсупутникової точки. В космічних ТСС не розглядається зміна орбітальної висоти h (рис. 2.2), оскільки б це призвело до зміни кута ССО, тобто траєкторії польоту КА. Не розглядається і варіант зміни H за рахунок зміни КА широти γ , оскільки для цього необхідно задаватися початковим і кінцевим її значенням. Це дозволить отримати різницю широт $\Delta\gamma$, але навіть за однакової $\Delta\gamma$ але для різних початкових широт, матимемо різні різниці висот ΔH . Тому найбільш правильним варіантом буде розгляд КА на заданій широті γ , із заданою траєкторією польоту, тобто розташування КА в деякій точці. А ΔH можна інтерпретувати як ймовірну зміну висоти за рахунок ландшафту. Тобто таким чином враховується квазігеоїдність форми Землі [13, 14].

Оскільки, використання формул (2.27) і (2.28) для врахування кривизни Землі є доволі громіздким, то скористаємося формулами (2.26). В результаті отримаємо різницю швидкостей у фокальній площині для космічних ТСС:

$$\Delta v_{зоб} = v_{зоб,1} - v_{зоб,2},$$

$$\begin{cases} \Delta v_{зоб,x} = \frac{f'_{об} \cdot v_{n.m.} \cdot \Delta H}{H(H + \Delta H)} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c) \left(\cos(\theta^*) + \text{tg}(W_x) \sin(\theta^*) \right)^2, \\ \Delta v_{зоб,y} = \frac{f'_{об} \cdot v_{n.m.} \cdot \Delta H}{H(H + \Delta H)} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_r) \left(\cos(\phi^*) + \text{tg}(W_y) \sin(\phi^*) \right)^2. \end{cases} \quad (2.57)$$

Різниця швидкостей у фокальній площині для безпілотних і авіаційних ТСС:

$$\begin{cases} \Delta v_{зоб,x} = \frac{f'_{об} \cdot v_{n.m.} \Delta H}{H(H + \Delta H)} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c) (\cos(\theta) + \operatorname{tg}(W_x) \sin(\theta))^2, \\ \Delta v_{зоб,y} = \frac{f'_{об} \cdot v_{n.m.} \Delta H}{H(H + \Delta H)} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_r) (\cos(\phi) + \operatorname{tg}(W_y) \sin(\phi))^2. \end{cases} \quad (2.58)$$

Зазвичай для безпілотних і авіаційних ЛА напрямком польоту $\varphi_{зоб}=0$, тобто швидкість обертання Землі не впливає на процес.

Середнє зміщення зображення в площині МПВ відносно центра пікселя для матриць КРТ з TDI:

$$\Delta S_{зоб}^{\parallel} = 0,5 \cdot t_{str} N_{TDI} \cdot \Delta v_{зоб}. \quad (2.59)$$

Зміщення зображення в площині МПВ відносно центра пікселя для фокальних матриць:

$$\Delta S_{зоб}^{\parallel} = t_D \cdot \Delta v_{зоб}. \quad (2.60)$$

МПФ за рахунок нестабільності висоти дорівнює [25]:

$$MTF_h(v_x) = \left| \cos\left(2\pi v_x \cdot \Delta S_{зоб,x}^{\parallel}, 2\pi v_x \cdot \Delta S_{зоб,y}^{\parallel}\right) \right|. \quad (2.61)$$

Оскільки перпендикулярна складова швидкості $v_{n.m.}$ є значно меншою від паралельної (в напрямку польоту) для космічних ТСС і відсутня для безпілотних і авіаційних, то зміщення по координаті Oy можна не враховувати.

2.4.10 МПФ за рахунок обертання Землі

Земля обертається із круговою швидкістю ω_z , що в свою чергу призводить до зміщення зображення поперек напрямку польоту. Це необхідно враховувати лише для космічних ТСС. Для матриць КРТ з TDI, крім того, що на зміщення впливає обертання Землі, ще необхідно додатково врахувати відхилення стовпців, що, в свою чергу, може як компенсувати зміщення, так і збільшувати його для кожного стовпця по різному, в залежності від того, на скільки великим є кут відхилення

оптичної осі ТСС від надіру. Зручніше показати даний принцип на висхідній траєкторії орбіти (рух КА з півдня на північ, рис. 2.12). Тут Δy є зміщенням за рахунок нахилу проекції стовпця на ЗП, а $\Delta S_{зоб}^\perp$ зміщенням за рахунок обертання Землі.

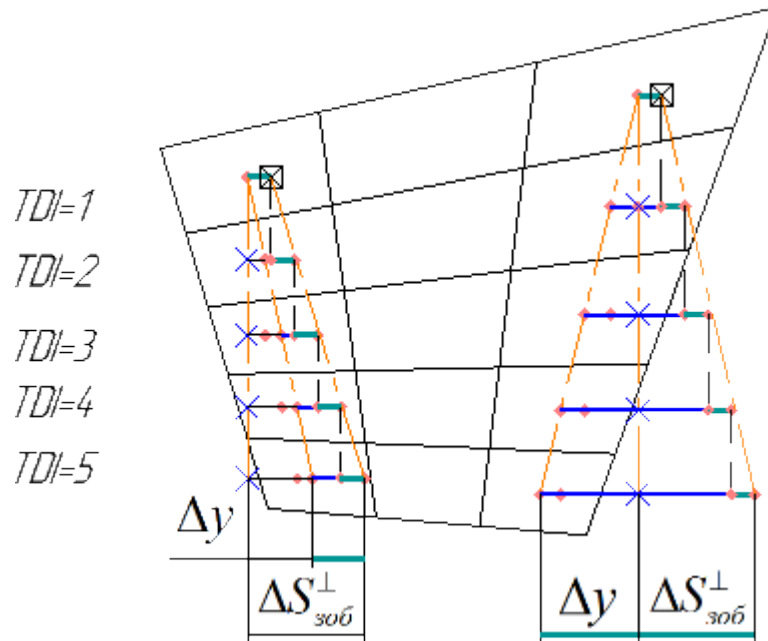


Рис. 2.12. Зміщення за рахунок обертання Землі по висхідній траєкторії орбіти

Зміщення зображення в площині МПВ за рахунок обертання Землі для КРТ з TDI складає

$$\Delta S_{зоб}^\perp = t_{str} (N_{TDI} - 1) v_{зоб} \cdot \sin(\varphi_{зоб}). \quad (2.62)$$

Різниця координат між центрами першого і останнього TDI при проектуванні на перпендикулярний польоту напрямку становить

$$\Delta y = L_{TDI} \operatorname{tg}(\varphi_c). \quad (2.63)$$

Зменшення МПФ за рахунок поперечного зміщення для КРТ з TDI [25]:

$$MTF_E(v_y) = \left| \operatorname{sinc}(v_y (\Delta y - \Delta S_{зоб}^\perp)) \right|. \quad (2.64)$$

Фокальні матриці для космічних ТСС не потребують врахування розмірів всього стовпця, тому в Δy (2.63) не враховується. Зміщення зображення в площині МПВ за рахунок обертання Землі:

$$\Delta S_{зоб}^{\perp} = t_D v_{зоб,y}, \quad (2.65)$$

де $v_{зоб,y}$ – вектор швидкості руху зображення в фокальній площині вздовж рядків, який розраховується для безпілотних і авіаційних ТСС за формулою (2.26), а для космічних ТСС за формулою (2.27) і (2.28).

Зменшення МПФ за рахунок поперечного зміщення [25] для фокальних МПВ:

$$MTF_E(v_y) = \left| \text{sinc}(v_y \Delta S_{зоб}^{\perp}) \right|. \quad (2.66)$$

Зауважимо, що для безпілотних і авіаційних ТСС не враховують зміщення за рахунок обертання Землі, оскільки воно практично відсутнє, але у зв'язку із тим, що проекція пікселя на ЗП деформується, то виникає зміщення вздовж рядків, подібно рис. 2.8

$$MTF_{zm}(v_y) = \left| \text{sinc}(v_y \Delta S_{зоб}^{\perp}) \right|. \quad (2.67)$$

2.4.11 МПФ за рахунок зйомки із змінними кутами

В ряді випадків виникає потреба у спостереженні об'єкта, який знаходиться поза полем зору, але доволі близько від границі огляду. Щоб не марнувати час (щоб дочекатись моменту, коли об'єкт попаде на відповідний виток траєкторії сканування для космічних ТСС) і ресурси, а інколи за необхідності негайної зйомки чи навіть слідкування виникає потреба додатково примусово відхиляти ТСС по крену з деякою кутовою швидкістю ω_{ϕ} .

Зміщення за рахунок примусового довороту по крену для КРТ з ТДІ із врахуванням (2.15) становить

$$\Delta Y_{\phi} = f'_{ob} \left(\text{tg}(W_y + t_{str} \omega_{\phi} N_{TDI}) - \text{tg}(W_y) \right). \quad (2.68)$$

Зміщення за рахунок примусового довороту по крену для фокальних МПВ із врахуванням (2.15) дорівнює

$$\Delta Y_{\phi} = f'_{ob} \left(\operatorname{tg}(W_y + t_D \omega_{\phi}) - \operatorname{tg}(W_y) \right). \quad (2.69)$$

Падіння МПФ за рахунок примусового довороту по крену [25]

$$MTF_{\phi}(v_y) = \left| \operatorname{sinc}(v_y \cdot \Delta Y_{\phi}) \right|. \quad (2.70)$$

Згідно теорії імовірності залежних подій перемножуються, а незалежних - додаються. Формула (2.68) визначає додаткове зміщення упоперек польоту, яке необхідно додавати в (2.64) і (2.66), оскільки всі події є залежними. Отже, (2.70) не враховуватиметься в результуючій МПФ, а слугуватиме лише для довідкової інформації. Враховуючи вище сказане і (2.68), маємо, що МПФ (2.64) для космічних ТСС із приймачами КРТ з ТДІ набуде вигляду

$$MTF_E(v_y) = \left| \operatorname{sinc}\left(v_y \left(\Delta y + \Delta Y_{\phi} - \Delta S_{зоб}^{\perp}\right)\right) \right|. \quad (2.71)$$

МПФ для фокальних МПВ:

$$MTF_E(v_y) = \left| \operatorname{sinc}\left(v_y \left(\Delta Y_{\phi} - \Delta S_{зоб}^{\perp}\right)\right) \right|. \quad (2.72)$$

МПФ для безпілотних і авіаційних приймачів:

$$MTF_{zm}(v_y) = \left| \operatorname{sinc}\left(v_y \left(\Delta Y_{\phi} - \Delta S_{зоб}^{\perp}\right)\right) \right|. \quad (2.73)$$

2.4.12 МПФ за рахунок відхилення візирної осі від надиру

Подібно до примусового довороту по крену ω_{ϕ} на практиці користуються також і примусовим доворотом по тангажу ω_{θ} . Доворот по тангажу використовують не тільки для спостереження за об'єктом на ЗП, але й для компенсації погіршення контрасту зображення для матриць КРТ з ТДІ. Згідно [49] при відхиленні КА від надиру геометрична проекція збільшується, причому розміри всіх елементів є різними, особливо у крайніх елементів МПВ з великою кількістю пікселів. Вслід за цим, якщо кожен піксель збільшується на свою

величину, то це означає, що відстані між проекціями крайніх регістрів TDI для кожного стовпця також є різними L_{TDI} (рис. 2.11).

Спочатку розглянемо відхилення лише по тангажу. Відхиляючись по тангажу, проекції відстаней (між крайніми елементами TDI) на координатну вісь в напрямку польоту однакові. Ще один важливий фактор, який впливає на якість зображення, це частота МПВ – частота формування рядка $f_{str} = 1/t_{str}$. В сучасних приймачах можна змінювати частоту рядка, але з недостатньо малими кроками і в обмеженому діапазоні. Якщо МПВ налаштований на деяку частоту f_{str} , то можна розрахувати відстань, яку пройде підсупутникова точка за час, який проходить інформація від першого до останнього регістру TDI по одному стовпцю:

$$L_{det} = t_{str} v_{n.m.}^{\parallel} (N_{TDI} - 1) = \frac{v_{n.m.}}{f_{str}} (N_{TDI} - 1) \cos(\varphi_c).$$

Проекція ж відповідного стовпця має свою відстань L_{TDI} . В результаті відмінності двох довжин $\Delta L = L_{TDI} - L_{det}$, маємо зміщення, яке поступово наростає від другого до останнього елемента. Дане зміщення означає, що центр проекції попереднього пікселя не співпадає із центром проекції, який сканується в даний момент, через причину більш раннього або пізнішого «ввімкнення» сканування. Для того щоб компенсувати різницю ΔL використовують примусовий доворот по тангажу, де в залежності від знаку ΔL відхиляють у відповідному напрямку.

Розглядаючи відхилення КА за тангажем і креном (навіть не беручи до уваги кут ристання), для кожного стовпця маємо різний L_{TDI} . При доволі великій кількості елементів і немалих відхиленнях за кутами візування матимемо значну відмінність для L_{TDI} . Зазвичай, доворот ω_{θ} підбирають по проекції центральних стовпців і паспортних даних МПВ (частоти f_{str} , періоду елементів і діапазону зміни частоти). На даний момент, не вирішено питання компенсації погіршення зображення через, відмінність L_{TDI} відносно центрального стовпця, але

представлена модель дозволяє оцінити на скільки зменшується якість зображення при віддаленні від неї.

Зміна відстані L_{TDI} за рахунок примусового довороту дорівнює:

$$\Delta X_{\theta} = 2f'_{ob} \operatorname{tg} \left(0,5t_{str} \omega_{\theta} (N_{TDI} - 1) + \operatorname{arctg} \left(\frac{V_D (N_{TDI} - 1)}{2f'_{ob}} \right) \right) - V_D (N_{TDI} - 1). \quad (2.74)$$

Середня швидкість зображення в фокальній площині відносно проєкції вибраного стовпця становить

$$\bar{v}_{зоб} = V_D \frac{v_{n.m.} (N_{TDI} - 1)}{L_{TDI}} \cos(\varphi_c).$$

Швидкість переміщення інформації по TDI під час зчитування

$$v_{TDI} = V_D f_{str}.$$

Різниця швидкостей між необхідною (щоб виконувалась умова $\Delta L=0$) і установленою робочою швидкістю складає

$$\Delta v_f = \bar{v}_{зоб} - v_{TDI}.$$

Різниця відстаней за рахунок Δv_f в площині МПВ становитиме

$$\Delta S_f = \Delta v_f \cdot t_{str} (N_{TDI} - 1).$$

Середнє зміщення зображення в площині МПВ із врахуванням (2.74):

$$\bar{S}_f = 0,5(\Delta S_f - \Delta X_{\theta}). \quad (2.75)$$

Величина зміни МПФ при відхиленні від надиру визначається як [25]

$$MTF_{\theta}(v_x) = \left| \cos(2\pi v_x \cdot \bar{S}_f) \right|. \quad (2.76)$$

Зауважимо, що подібно до (2.71), додатковий доворот впливає і на МПФ за рахунок зміщення при експозиції (2.53). Оскільки дані процеси є взаємозалежними, то (2.53) для КРТ з TDI перепишеться як:

$$MTF_{zm}(v_x) = \left| \text{sinc} \left(v_x \left(\Delta X_{zm} - \frac{\Delta X_{\theta}}{(N_{TDI} - 1)} \right) \right) \right|. \quad (2.77)$$

Як говорилося вище, примусовий доворот по тангажу ω_{θ} може використовуватися для спостереження за об'єктом. Це можна реалізувати лише за допомогою фокальних МПВ аналогічно алгоритму, описаному в підрозділі 2.4.11. Зміщення за рахунок примусового довороту по крену для фокальних МПВ із врахуванням (2.15) дорівнює

$$\Delta X_{\theta} = f'_{ob} (\text{tg}(W_x + t_D \omega_{\theta}) - \text{tg}(W_x)). \quad (2.78)$$

Падіння МПФ за рахунок примусового довороту по тангажу:

$$MTF_{\theta}(v_x) = \left| \text{sinc}(v_x \cdot \Delta X_{\theta}) \right|. \quad (2.79)$$

Аналогічно (2.77), додатковий доворот впливає і на МПФ за рахунок зміщення при експозиції (2.53). Оскільки дані процеси є взаємозалежними, то (2.82) для фокальних МПВ переписеться як

$$MTF_{zm}(v_x) = \left| \text{sinc}(v_x (\Delta X_{zm} + \Delta X_{\theta})) \right|. \quad (2.80)$$

2.4.13 Результуюча МПФ ТСС

Розглянувши кожен складову оптико-електронного тракту, в результаті можемо записати результуючу МПФ всього тракту в залежності від типу приймача і ЛА. Приймачі КРТ з TDI зазвичай використовуються при доволі високих швидкостях ЛА, тому в безпілотних ТСС їх не використовують.

Сумарна МПФ ТСС для безпілотних і авіаційних ЛА (матриці КРТ з TDI і фокальні МПВ):

- в напрямку польоту:

$$\begin{aligned}
 MTF_{\Sigma x}(v_x) = & MTF_{atm}(v_x) MTF_{ob}(v_x) MTF_D(v_x) \times \\
 & \times MTF_{ph}(v_x) MTF_{vib}(v_x) MTF_{zm}(v_x) MTF_h(v_x)
 \end{aligned}
 \quad (2.81)$$

○ впоперек польоту:

$$\begin{aligned}
 MTF_{\Sigma y}(v_y) = & MTF_{atm}(v_y) MTF_{ob}(v_y) MTF_D(v_y) \times \\
 & \times MTF_{ph}(v_y) MTF_{vib}(v_y) MTF_{zm}(v_y)
 \end{aligned}
 \quad (2.82)$$

Сумарна МПФ ТСС для КА (матриці КРТ з ТДІ і фокальні МПВ):

○ в напрямку польоту:

$$\begin{aligned}
 MTF_{\Sigma x}(v_x) = & MTF_{atm}(v_x) MTF_{ob}(v_x) MTF_D(v_x) MTF_{ph}(v_x) \times \\
 & \times MTF_{vib}(v_x) MTF_{zm}(v_x) MTF_{\omega}(v_x) MTF_h(v_x)
 \end{aligned}
 \quad (2.83)$$

○ впоперек польоту:

$$\begin{aligned}
 MTF_{\Sigma y}(v_y) = & MTF_{atm}(v_y) MTF_{ob}(v_y) MTF_D(v_y) \times \\
 & \times MTF_{ph}(v_y) MTF_{vib}(v_y) MTF_{\omega}(v_y) MTF_E(v_y)
 \end{aligned}
 \quad (2.84)$$

Формули (2.71) – (2.84) показують лише, які складові враховуються для певного ЛА із відповідним типом МПВ. Важливо звернути увагу на те, що однакові складові для декількох різних ЛА чи типів МПВ розраховуються за різними формулами. Отже, необхідно використовувати те зміщення, яке відповідає певному типові МПВ чи ЛА.

Посилаючись на [61–63], формули (2.71) – (2.84) можна застосовувати для відновлення зображення під час ДЗЗ, що базується на компенсації функції передачі модуляції. Це дозволяє поліпшити характеристики світлового режиму космічних оптичних дистанційних датчиків та якості зображень ДЗЗ.

На даному етапі від розробника залежатиме вихідна якість тепловізійного зображення, де в процесі створення ТСС він може впливати на результат і ефективність приладу. Згідно функціональної схеми, яка представлена на рис. 2.1, математична модель системи враховує і оператора. Від розробника не залежить етап після

формування тепловізійного зображення, тобто те як зображення сприйматиметься оператором, оскільки він має свої особливості зору.

Знаючи те, якої саме якості отримується інформація на виході ТСС, тобто з яким контрастом передається відповідна просторова частота, можна на основі статистичних даних людського зору підібрати монітор з необхідними параметрами, або ж встановити рекомендації по вибору, при яких оператор найкраще сприйматиме інформацію.

2.4.14 МПФ дисплея та ока оператора

Відеосигнал після аналогової і цифрової обробки надходить на дисплей, який повинен сформувати зображення у видимій області спектра, що відповідає розподілу яскравості у площині спостереження. При розрахунках, дисплей вважають лінійною інваріантною системою, до якої можна застосувати поняття МПФ. МПФ дисплея [1]

$$MTF_S(v'_x, v'_y) = \left| \text{sinc}(v'_x v_S, v'_y w_S) \right|, \quad (2.85)$$

де $v_S \times w_S$ – період пікселів дисплея.

Розглянемо випадок, коли зображення, сформоване в площині МПВ по-піксельно, відповідає зображенню на моніторі. Якщо період пікселів МПВ $V_D \times W_D$ відрізняється від періоду пікселів дисплею $v_S \times w_S$ то відрізнятимуться і їх просторові частоти. Тобто, якщо на МПВ формується зображення одного розміру, яке наприклад займає 2 пікселя і має розмір 50 мкм, то при по-піксельній передачі на дисплеї воно займатиме також 2 пікселя але уже з розміром, наприклад, в 100 мкм, якщо період пікселів монітора вдвічі більший від періоду пікселів МПВ. В результаті, при передачі від МПВ до дисплею просторова частота зменшується вдвічі, згідно наведеного прикладу. Тому, щоб зберегти просторові частоти ТСС при передачі на дисплей і мати можливість поєднати результуючу МПФ ТСС (2.81) – (2.84) із МПФ

дисплея, для оцінки якості зображення, яке формуватиметься на екрані в процесі зйомки, запишемо наступну систему рівнянь

$$\begin{cases} v'_x = v_x \frac{V_D}{v_S}, \\ v'_y = v_y \frac{W_D}{w_S}. \end{cases}$$

Сучасні програмні продукти дозволяють масштабувати (збільшувати або зменшувати) отримане тепловізійне зображення на екрані монітору. Аналогічно попередньому прикладу, масштаб впливає і на просторове розділення. Просторове розділення на екрані із врахуванням масштабу обраховується як

$$\begin{cases} v'_x = v_x \frac{V_D}{v_S k_{s,x}}, \\ v'_y = v_y \frac{W_D}{w_S k_{s,y}}. \end{cases} \quad (2.86)$$

де $k_{s,x,y}$ – коефіцієнти масштабування по відповідних осях.

Аналізуючи (2.86), можна побачити, що якщо період пікселів дисплея більший від періоду пікселів МПВ, то просторова частота зменшується, що збільшує МПФ. Аналогічно і з масштабом, якщо масштаб збільшує зображення, то просторова частота зменшується. Підставимо (2.86) в (2.85):

$$MTF_S(v_x, v_y) = \left| \text{sinc} \left(v_x \frac{V_D}{k_{s,x}}, v_y \frac{W_D}{k_{s,y}} \right) \right|. \quad (2.87)$$

Формула (2.87) показує, як змінюватиметься контраст зображення на екрані в залежності від просторових частот ТСС.

Зорове сприйняття – це процес цілісного відображення об'єктів, фонів, ситуацій, що виникають під час дії світлового поля на органи зору. Сприйняття охоплює такі процеси як виявлення, розпізнавання та ідентифікацію. Основою зорового сприйняття є оцінка розмірів, його яскравості і контрасту. Щоб оператор міг ефективно здійснювати

виявлення, розпізнавання та ідентифікацію необхідно знати, як оператор сприймає зображення і на скільки воно може відрізнитися від реального. При низькому контрасті зображення в обмеженому полі зору, сприйняття зображення оком розглядають як просторово-інваріантний процес. В цьому випадку до зорової системи можна застосовувати поняття МПФ. Щоб пов'язати зорове сприйняття із лінійними частотами ТСС із врахуванням дисплея (2.86), запишемо:

$$\begin{cases} \psi_x = v'_x R_{SE} = v_x \frac{V_D R_{SE}}{v_S k_{s,x}}, \\ \psi_y = v'_y R_{SE} = v_y \frac{W_D R_{SE}}{w_S k_{s,y}}. \end{cases} \quad (2.88)$$

де R_{SE} – відстань між екраном і оком оператора.

Використовуючи (2.88) запишемо деякі розповсюджені апроксимації МПФ ока в одновимірному вигляді [1]:

- апроксимація Ніла:

$$MTF_e(v_x) = 2,71 \left[0,19 + 0,81 \left(\frac{v_x V_D R_{SE}}{v_E v_S k_{s,x}} \right) \right] \exp \left(- \frac{v_x V_D R_{SE}}{v_E v_S k_{s,x}} \right), \quad (2.89)$$

де $v_{SE} \approx 0,35$ мрад⁻¹ кутова частота, при якій досягається максимальна контрастна чутливість ока.

- апроксимація Шульца:

$$MTF_e(v_x) = 2,71 \left[\exp \left(-0,11 v_x \frac{V_D R_{SE}}{v_S k_{s,x}} \right) - \exp \left(-0,325 v_x \frac{V_D R_{SE}}{v_S k_{s,x}} \right) \right]. \quad (2.90)$$

2.5 Роздільна здатність тепловізійної системи

Роздільну здатність ТСС визначають просторовим розділенням і ЛРМ. Просторове розділення це розмір проекції пікселя який визначається геометрично. ЛРМ це здатність ТСС виявляти і

розпізнавати об'єкти певних розмірів, які знаходяться на ЗП. ЛРМ включає в себе просторове і енергетичне розділення. Тому наступним кроком є визначення просторового розділення на ЗП.

2.5.1 Просторове розділення

Математична модель для розрахунку проекції кожної точки МПВ, при відхиленні за кутами візування, представлена в підрозділі 2.3. На основі даної ММ створений алгоритм розрахунку просторового розділення на площині з врахуванням кривизни Землі.

Розглянемо ТСС ЛА з наступними параметрами $p_D \times q_D$, $v_D \times w_D$ і $V_D \times W_D$, f_o і h . Різниця між $v_D \times w_D$ і $V_D \times W_D$ характеризує коефіцієнт заповнення пікселів [64], який враховує дана модель. Оскільки, МПВ має роздільну здатність $p_D \times q_D$, то необхідно сформулювати порядкову нумерацію для кожного елемента записавши дані у вигляді масиву.

Задамо порядок нумерації елементів МПВ як

$$i = \overline{0, p_D - 1} \text{ і } j = \overline{0, q_D - 1}.$$

Визначимо координати розташування центра пікселя крайнього елемента як

$$\begin{pmatrix} L_{p0} \\ L_{q0} \end{pmatrix} = 0,5 \begin{pmatrix} V_D \\ W_D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 - p_D \\ 1 - q_D \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} dL_p \\ dL_q \end{pmatrix},$$

де $dL_{p,q}$ – лінійне зміщення центра МПВ по відповідним осям координат.

Розрахуємо значення розташування кожного пікселя:

$$\begin{pmatrix} L_{pi} \\ L_{qj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{p0} \\ L_{q0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_D \\ W_D \end{pmatrix}.$$

Переходимо від лінійних розмірів розташування пікселів до кутових:

$$\operatorname{tg} \begin{pmatrix} W_{xi} \\ W_{yj} \end{pmatrix} = \frac{1}{f'_0} \begin{pmatrix} L_{pi} \\ L_{qj} \end{pmatrix}.$$

Зауважимо, що W_{xi} це той же кут, що і W_x , який використовувався в раніше описаних формулах, де індекс i – порядковий номер кута відповідного пікселя вздовж осі Ox (аналогічно і для осі Oy).

Визначення просторового розділення схематично можна показати на геометричній схемі, що наведена на рис. 2.13.

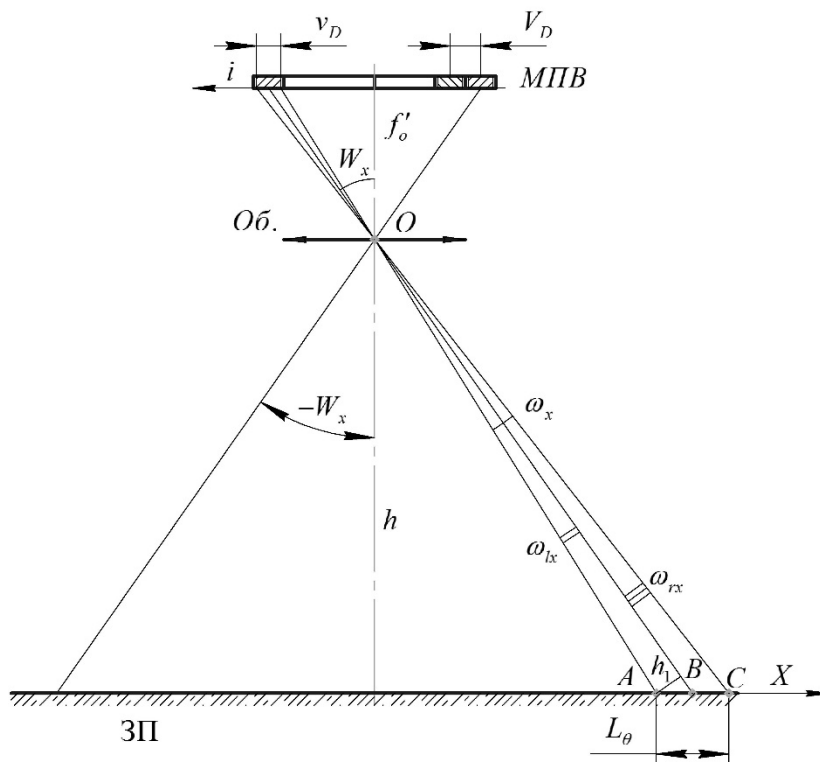


Рис. 2.13. Геометрична схема для визначення просторового розділення

Важливою складовою подальших розрахунків є $\omega_{x,y}$ – проекція $\omega^r_{x,y}$ реального кутового розміру чутливого елемента МПВ (миттєве поле зору) на одну із осей для будь-якого пікселя (додаток В)

$$\operatorname{ctg} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{pmatrix} = f'_0 \begin{pmatrix} 1/(v_D \cdot \cos^2(W_x)) \\ 1/(w_D \cdot \cos^2(W_y)) \end{pmatrix} - \frac{1}{4f'_0} \begin{pmatrix} v_D \\ w_D \end{pmatrix}. \quad (2.91)$$

При цьому, реальне кутове розділення позаосьового пікселя визначатиметься як

$$\operatorname{ctg} \begin{pmatrix} \omega_x^r \\ \omega_y^r \end{pmatrix} = f'_o \begin{pmatrix} 1/(v_D \cdot \cos^2(W_x'') \cdot \cos(W_y'')) \\ 1/(w_D \cdot \cos^2(W_y'') \cdot \cos(W_x'')) \end{pmatrix} - \frac{1}{4f'_o} \begin{pmatrix} v_D \cdot \cos(W_y'') \\ w_D \cdot \cos(W_x'') \end{pmatrix}.$$

Окрім миттєвого поля зору, необхідно визначити різницю кутів ω_{lx} і ω_{rx} (рис. 2.13), що дозволяє розрахувати крайні точки проєкції пікселів (додаток В):

$$\begin{pmatrix} \Delta\omega_x \\ \Delta\omega_y \end{pmatrix} = \operatorname{sign} \begin{pmatrix} W_x \\ W_y \end{pmatrix} \arccos \left(\frac{1}{2f'_o} \begin{pmatrix} v_D \\ w_D \end{pmatrix} \cos^2 \begin{pmatrix} W_x \\ W_y \end{pmatrix} \sin \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{pmatrix} + \cos \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{pmatrix} \right), \quad (2.92)$$

де $\operatorname{sign}(x)$ – функція визначення знака числа, яка приймає значення $-1, 0$ і $+1$ при $x < 0, x = 0$ і $x > 0$ відповідно.

Розглянемо принцип розрахунку точок пікселя, які дозволять визначити просторе розділення та проєкцію відповідного пікселя (рис. 2.14). На рисунку зображено 9 точок, які умовно розділено на рівні їх розташування $m_{x,y}$.

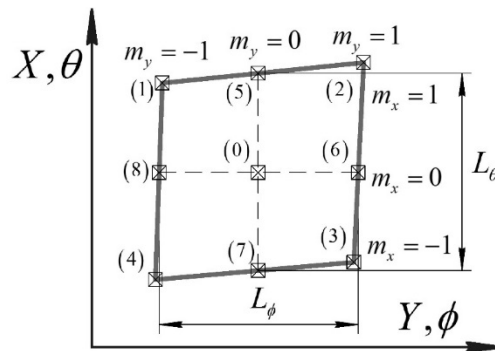


Рис. 2.14. Проєкція пікселя на ЗП

Запишемо через $W^l_{x,y}$ нові значення координат точок пікселя:

$$\begin{pmatrix} W_x^1(m_x) \\ W_y^1(m_y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_x \\ W_y \end{pmatrix} + 0,5 \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\omega_x \\ \Delta\omega_y \end{pmatrix} \right). \quad (2.93)$$

Зауважимо, що для $W^l_{x,y}$ позначення «1» та «2» це не степінь, а лише індекс.

Відповідно до рис. 2.14, просторова роздільна здатність L_θ (величина проєкції пікселя вздовж осі Ox) визначається точками $\{5, 7\}$, L_ϕ (величина проєкції пікселя вздовж осі Oy) – $\{6, 8\}$, а проєкція пікселя

– {1 – 4}. Зауважимо, що проекція пікселя описується активною частиною пікселя $v_D \times w_D$, а просторове розділення визначається періодом МПВ $V_D \times W_D$. Тому для розрахунку просторової роздільної здатності в (2.91) і (2.92) слід зробити заміну: $v_D = V_D$ і $w_D = W_D$.

В деформацію проекції пікселя значний вклад вносить кут рискання ψ . Оскільки поворот за кутом рискання відбувається по «нормальній осі» в зв'язаній СК, то в даному випадку це можна інтерпретувати як поворот МПВ навколо оптичної осі і представити як зміну координат пікселів. Вплив даного кута на розташування (орієнтацію) проекцій пікселів можна розрахувати використовуючи формули повороту, які описані за допомогою афінних перетворень [65]. Після повороту, значення координат точок пікселя $W^2_{x,y}$ набувають величини

$$\begin{pmatrix} W^2_x(m_x, m_y) \\ W^2_y(m_x, m_y) \end{pmatrix} = \arctg \left[\begin{matrix} \operatorname{tg} \left(\frac{W^1_x(m_x)}{W^1_y(m_y)} \right) \cos(\psi) + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \operatorname{tg} \left(\frac{W^1_y(m_y)}{W^1_x(m_x)} \right) \sin(\psi) \end{matrix} \right]. \quad (2.94)$$

В результаті, залишається врахувати лише вплив двох інших кутів. Для прикладу запишемо рух по «тангажу-крену», скориставшись (2.28), (2.29) і (2.53):

$$\phi_2(m_x, m_y) = \phi^* + \arctg \left(\frac{\operatorname{tg}(W^2_y(m_x, m_y)) \cos(W^2_x(m_x, m_y))}{\cos(W^2_x(m_x, m_y) + \phi^{**})} \right), \quad (2.95)$$

$$\theta_2(m_x, m_y) = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg}(W^2_x(m_x, m_y) + \phi^{**})}{\cos(\phi_2(m_x, m_y))} \cos(\phi_2(m_x, m_y) - \phi^*) \right), \quad (2.96)$$

де

$$\operatorname{tg} \begin{pmatrix} \theta^{**} \\ \phi^{**} \end{pmatrix} = \operatorname{tg} \begin{pmatrix} \phi^* \\ \theta^* \end{pmatrix} \cos \begin{pmatrix} \theta^* \\ \phi^* \end{pmatrix}.$$

Знаючи кутові координати точок проекцій пікселів можемо перейти до лінійних координат. Позначимо лінійні координати точок вздовж осі Ox як M_θ , а вздовж осі Oy як M_ϕ . Кутові координати можна перерахувати в лінійні як:

$$\begin{pmatrix} M_{\phi}(m_x, m_y) \\ M_{\theta}(m_x, m_y) \end{pmatrix} = H \cdot \operatorname{tg} \begin{pmatrix} \phi_2(m_x, m_y) \\ \theta_2(m_x, m_y) \end{pmatrix}. \quad (2.97)$$

Згідно рис. 2.14, для визначення координат точок пікселя необхідно задавати правильні значення розташування $m_{x,y}$. Дані по вибору $m_{x,y}$ представлені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Координати точок проекції пікселя

для визначення роздільної здатності			для визначення країв проекції пікселя		
точки	m_x	m_y	точки	m_x	m_y
(5)	+1	0	(1)	+1	-1
(7)	-1	0	(2)	+1	+1
(6)	0	+1	(3)	-1	+1
(8)	0	-1	(4)	-1	-1

В результаті, користуючись табл. 2.1 та формулами (2.93) – (2.97) визначаємо точки {5 – 8}, які необхідні для визначення просторового розділення відповідного пікселя. Просторове розділення проекції пікселя на ЗП є відстанню між відповідними точками, яку можна розрахувати як:

$$\begin{pmatrix} L_{\theta} \\ L_{\phi} \end{pmatrix} = \sqrt{\left(\begin{pmatrix} M_{\theta 5} \\ M_{\theta 6} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} M_{\theta 7} \\ M_{\theta 8} \end{pmatrix} \right)^2 + \left(\begin{pmatrix} M_{\phi 5} \\ M_{\phi 6} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} M_{\phi 7} \\ M_{\phi 8} \end{pmatrix} \right)^2}. \quad (2.98)$$

Просторова роздільна здатність при цьому визначається як:

$$\begin{pmatrix} v_{\theta} \\ v_{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/(2L_{\theta}) \\ 1/(2L_{\phi}) \end{pmatrix}. \quad (2.99)$$

Вище наведений алгоритм використовується для розрахунку просторового розділення на площині, тобто найчастіше для безпілотних і авіаційних ТСС, і для космічних ТСС коли враховують

кривизну Землі через апроксимовану площину. Щоб отримати більш реальні результати необхідно розраховувати просторове розділення враховуючи криву між двома точками, які визначають просторове розділення на поверхні Землі для космічних ТСС.

Розглянемо рис. 2.15, де точка A показує розташування КА, B і C – точки, що знаходяться на поверхні Землі та визначатимуть просторове розділення, O – центр Землі, $H=AD$ – висота КА, $R_k=OB=OC=OD$ – радіус кривизни Землі, l_{ij} – відстані від КА до точок B і C , α_{ij} – кути відхилення точок B і C проєкції пікселя від лінії надіру AD , γ_{ij} – відповідні кути (до α_{ij}) в середині апроксимованої сфери, ω_i – миттєве поле зору пікселя по одній із координат, β – еквівалентний кут ω_i в середині сфери.

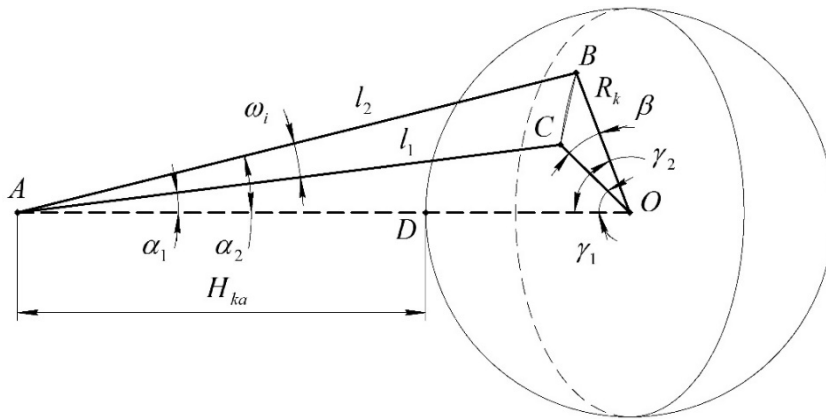


Рис. 2.15. Схема визначення просторового розділення по кривій

Дуга $\cap BC$, яка проходить по поверхні Землі, є найкоротшою відстанню між двома точками, а BC - пряма лінія (хорда), яка з'єднує дві точки B і C . Якщо R_k набуває великих значень, то значення довжин $\cap BC \approx BC$, де L - довжина дуги $\cap BC$, а t - довжина хорди BC .

Для визначення реального просторового розділення на ЗП, спочатку необхідно встановити кутові відхилення від надіру точок проєкцій пікселів

$$\operatorname{tg}^2(\alpha_{ij}(m_x, m_y)) = \operatorname{tg}^2(\theta_{2ij}(m_x, m_y)) + \operatorname{tg}^2(\phi_{2ij}(m_x, m_y)). \quad (2.100)$$

Тоді маючи необхідний кут α_{ij} , вираховуємо γ_{ij} :

$$\gamma'_{ij} = \arcsin\left(\sin(\alpha_{ij}) \frac{H + R_k}{R_k}\right) - \alpha_{ij}. \quad (2.101)$$

Згідно рис. 2.15, можна розрахувати відстані l_{ij} :

$$l_{ij} = \frac{1}{\cos(\alpha_{ij})} \left(H + R_k \left(1 - \cos(\gamma'_{ij}) \right) \right). \quad (2.102)$$

В трикутниках $\triangle ACB$ і $\triangle OCB$ сторона $BC=t$ є спільною. Сторона BC визначається за теоремою косинусів:

$$t_{ij} = \sqrt{l_{1ij}^2 + l_{2ij}^2 - 2l_{1ij}l_{2ij} \cos(\omega'_{ij})}. \quad (2.103)$$

Кут, який відповідає миттєвому полю зору пікселя, дорівнює

$$\beta_{ij} = 2 \arcsin\left(\frac{t_{ij}}{2R_k}\right). \quad (2.104)$$

В результаті в секторі OCB всі сторони дорівнюють R_k . Тоді можемо визначити довжину дуги $\cap BC$:

$$L_{ij} = R_k \beta_{ij}. \quad (2.105)$$

2.5.2 Лінійне розділення на місцевості

Знаючи сумарну МПФ ТСС $MTF_{\Sigma}(v_x, v_y)$, можна записати функцію результуючого контрасту тепловізійного зображення [25, 26] для об'єктів з різними коефіцієнтами випромінювання із врахуванням (2.35):

$$C_{\Sigma}(v_x, v_y) = C_o \cdot MTF_{\Sigma}(v_x, v_y). \quad (2.106)$$

Необхідні умови для виявлення об'єкта на фоні повинні задовольняти умові із врахуванням (2.36), а саме

$$C_{\Sigma}(v_{нор,x}, v_{нор,y}) = C_{нор}. \quad (2.107)$$

Просторова порогова частота для кожного об'єкта в залежності від коефіцієнта випромінювання відповідно до (2.106) і (2.107) становить

$$\begin{cases} v_{пор,x} = MTF_{\Sigma x}^{-1} \left(\frac{C_{пор}}{C_o} \right), \\ v_{пор,y} = MTF_{\Sigma y}^{-1} \left(\frac{C_{пор}}{C_o} \right). \end{cases} \quad (2.108)$$

де $MTF^{-1}(x)$ – обернена функція сумарної МПФ.

ЛРМ залежить від геометричного фактору (2.98), якості зображення (2.81) – (2.84), енергетичного та ймовірнісного факторів, які забезпечують порогову просторову частоту виявлення об'єкта [25, 26]. ЛРМ, враховуючи вище сказане, розраховується як:

$$\begin{cases} LRM_x = \frac{v_N}{v_{пор,x}} L_{\theta}, \\ LRM_y = \frac{v_N}{v_{пор,y}} L_{\phi}. \end{cases} \quad (2.109)$$

Таким чином, за допомогою МПФ можна аналізувати і проводити узгодження відповідних компонентів і параметрів в системі для підвищення якості, а ЛРМ використовується як результуюча оцінка всієї ТСС.

РОЗДІЛ 3

ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ ТЕПЛОВІЗІЙНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

3.1 Залежність МПФ від схеми розташування МПВ і геометричних параметрів

МПВ є одним із основних елементів ТСС, що перетворює потік випромінювання електричний сигнал, а потім - в цифрову інформацію. В попередньому підрозділі наведено основні формули для розрахунку МПФ МПВ. Але враховуючи, що конструкція ТСС може бути різною і геометрія розташування пікселів МПВ може суттєво відрізнятись, то і МПФ МПВ залежатиме від вибраної схеми. Зауважимо, що МПФ за рахунок фазового розташування розраховують при використанні одного МПВ, в інших же випадках необхідно використовувати для розрахунку МПФ за періодом і за розміром чутливої площадки.

На рис. 3.1 представлена зйомка за допомогою одного МПВ, який має коефіцієнт заповнення 100%, що визначається як:

$$k_D = \frac{v_D w_D}{V_D W_D}, \quad (3.1)$$

де $v_D \times w_D$ – розмір чутливого елемента пікселя;

$V_D \times W_D$ – період чутливих елементів.

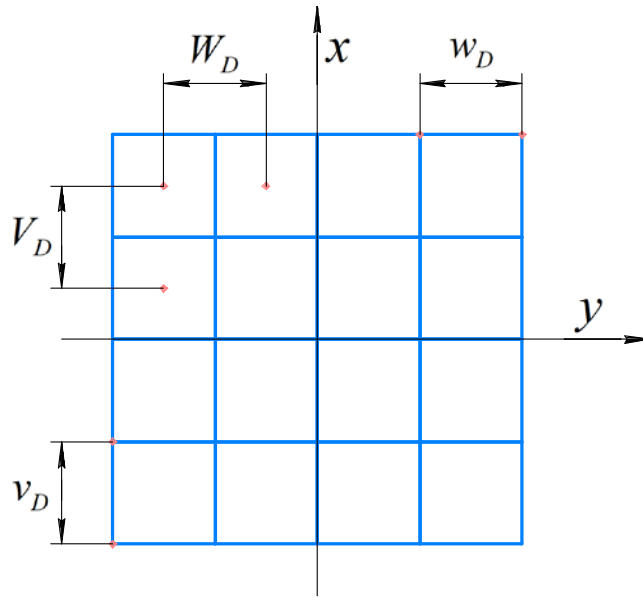


Рис. 3.1. Схема для визначення МПФ із одним МПВ і коефіцієнтом заповнення 100%

Частота Найквіста визначається як

$$\begin{pmatrix} v_{N,x} \\ v_{N,y} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} V_D \\ W_D \end{pmatrix}^{-1}. \quad (3.2)$$

Припустимо, що: $V_D \times W_D = 20 \times 20$ мкм, $v_D \times w_D = 20 \times 20$ мкм, $k_D = 100\%$. Оскільки розміри по двом осям є однаковими, то розрахунки проводитимуться по одній із осей. Частота Найквіста дорівнює $v_N = 25$ мм⁻¹. Результат МПФ розраховується за (2.45) – (2.47).

В сучасній літературі прийнято представляти графіки в нормованих величинах, як зображено на рис. 3.2, де вісь просторових частот представлена в нормованих величинах, а нормована частота визначається як:

$$v_n = \frac{v_x}{v_{\max}}, \quad (3.3)$$

де

$$v_{\max} = \frac{1}{V_D}. \quad (3.4)$$

На рис. 3.2, крива МПФ активної частини $MTF_{fp}(\nu_x)$ співпадає із МПФ періодом пікселів $MTF_{samp}(\nu_x)$.

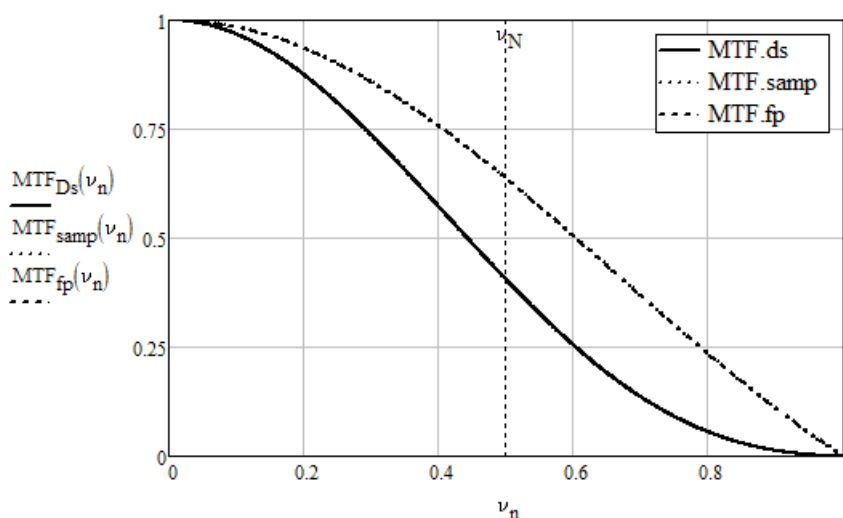


Рис. 3.2. МПФ МПВ за схемою до рис. 3.1

Розглянемо схему з одним МПВ, в якому коефіцієнт заповнення є меншим 100% (рис. 3.3).

Нехай: $V_D \times W_D = 20 \times 20$ мкм, $\nu_D \times w_D = 15 \times 15$ мкм. Тоді $k_D = 56,25$ % і $\nu_N = 25$ мм⁻¹.

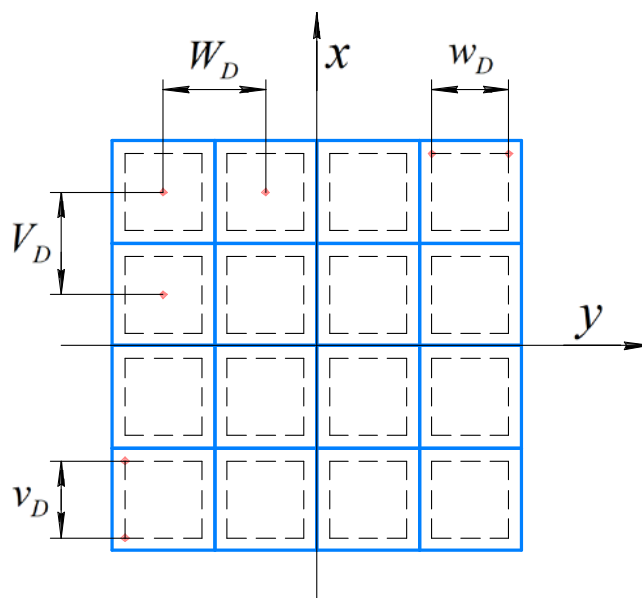


Рис. 3.3. Схема для визначення МПФ із одним МПВ і коефіцієнтом заповнення < 100%

В результаті, МПФ підвищиться за рахунок зменшення активної частини пікселя. Недоліком при цьому є зменшення величини потоку, який надходить на детектор, рис. 3.4.

Із рис 3.4 видно, що частота Найквіста не змінилася, але якщо б розмір активної частини залишився незмінним, а збільшився період пікселів, то частота Найквіста зменшилась би. З фізичної точки зору це не змінило б кількості потоку який надходить на детектор, але зменшилась би роздільна здатність ТСС. Тобто розмір мінімально елемента, який система може розрізнити, збільшився б.

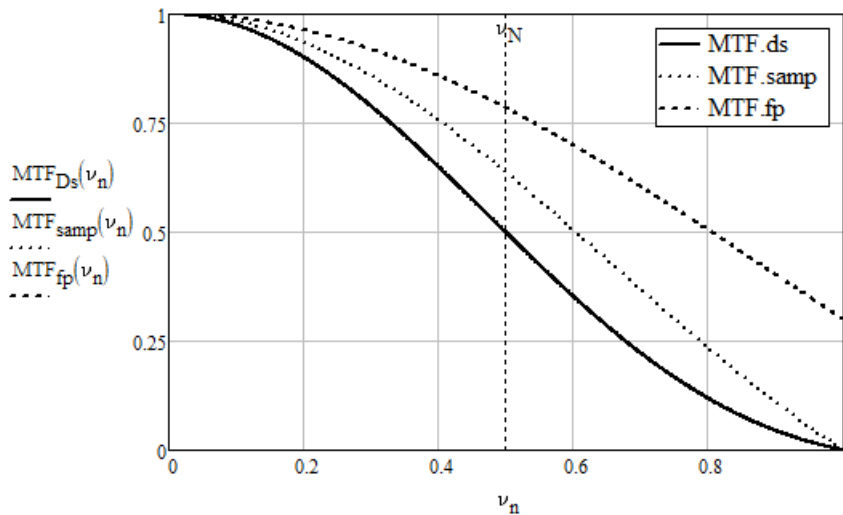


Рис. 3.4. МПФ МПВ за схемою до рис. 3.3

Схема, яку зображено на рис. 3.5, використовується для підвищення просторового розділення по одній із осей при зміщенні на деяку величину одного рядка відносно іншого.

Відповідно рис. 3.5, спочатку зйомку певної місцевості проводить верхній рядок, після прольоту ЛА, ту ж саму місцевість знімає інший рядок, але зміщений на величину Δu , яку вибирають кратною періоду пікселів. При такій схемі фактичні розміри пікселів по перпендикулярним осям є неоднаковими і МПФ по різним осям відрізнятимуться.

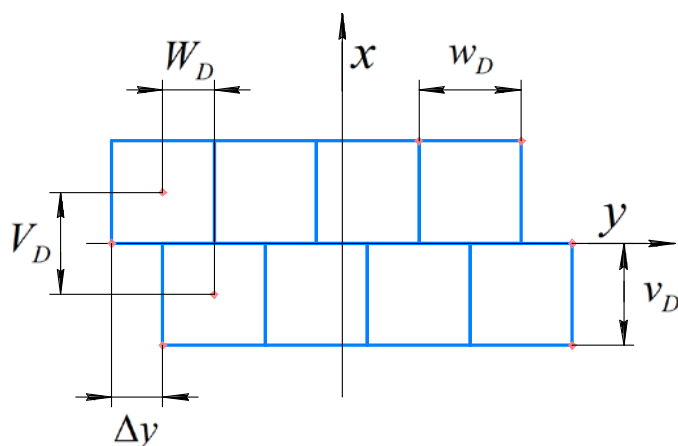


Рис. 3.5. Схема для визначення МПФ із одним МПВ зі зміщеними рядками

Нехай: $V_D=20$ мкм, $v_D \times w_D = 20 \times 20$ мкм, $k_D=100$ %, $\Delta y=0,5 \cdot W_D=10$ мкм. У зв'язку зі зміщенням маємо, що: $W_D=10$ мкм, $v_{N,x}=25$ мм⁻¹, $v_{N,y}=50$ мм⁻¹.

На графіках рис. 3.6 показано результуючі МПФ (2.45) для двох осей.

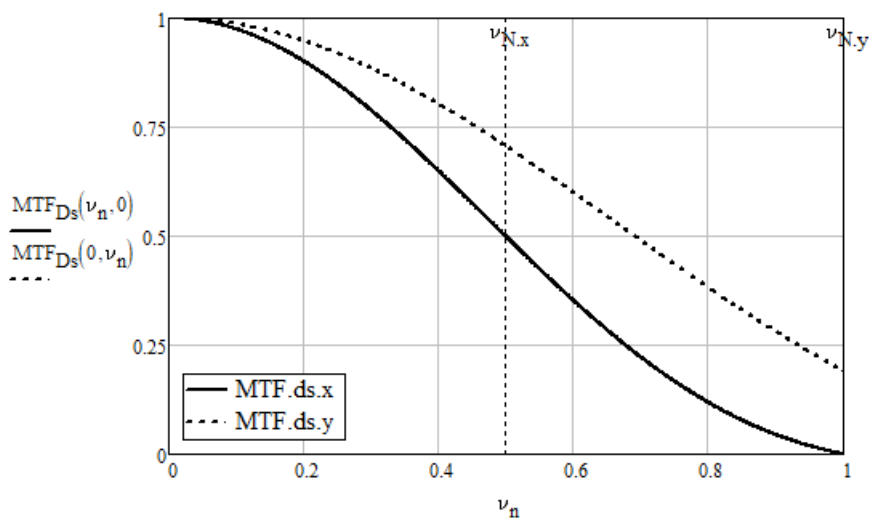


Рис. 3.6. МПФ МПВ за схемою до рис. 3.5

Аналізуючи графіки можна помітити, що кількість потоку, який надходить на детектор, не зменшилась. За рахунок зміщення рядків збільшилась МПФ вздовж осі Oy , тобто покращилась роздільна здатність ТСС. Щоб досягти покращення якості, необхідно вздовж осі

Оу застосовувати методи цифрової обробки зображень, щоб із декількох зміщених пікселів гіршої якості отримати один піксель кращої якості.

Схема (рис. 3.7) часто використовується, при розділених потоках випромінювання або ж використанні мікросканування чи сканування за рахунок власного польоту ЛА.

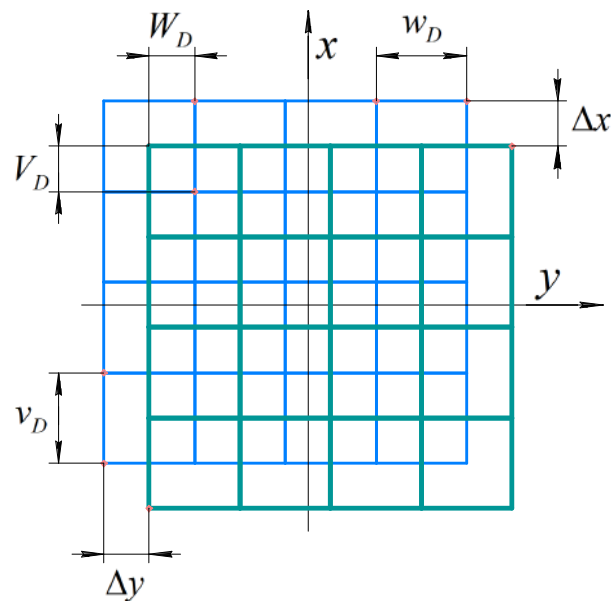


Рис. 3.7. Схема для визначення МПФ із мікроскануванням

Нехай: $v_D \times w_D = 20 \times 20$ мкм, $k_D = 100\%$, $\Delta x = 0,5 \cdot V_D = 10$ мкм, $\Delta y = 0,5 \cdot W_D = 10$ мкм. При зміщенні (рис. 3.7) маємо, що: $V_D \times W_D = 10 \times 10$ мкм, $v_{N,x,y} = 50$ мм⁻¹.

На рис. 3.8 представлені результуючі МПФ по двом координатним осям. Щоб можна було порівняти всі графіки між собою, в даному випадку, не змінюватимемо максимальну просторову частоту за (3.4) із 50 мм⁻¹ на 100 мм⁻¹.

Аналогічно попередньому випадку, для даної схеми необхідно застосовувати цифрову обробку та збільшувати накопичення потоку, оскільки він розділяється на кожену із матриць приблизно порівну. Роздільна здатність збільшилась по двох осях.

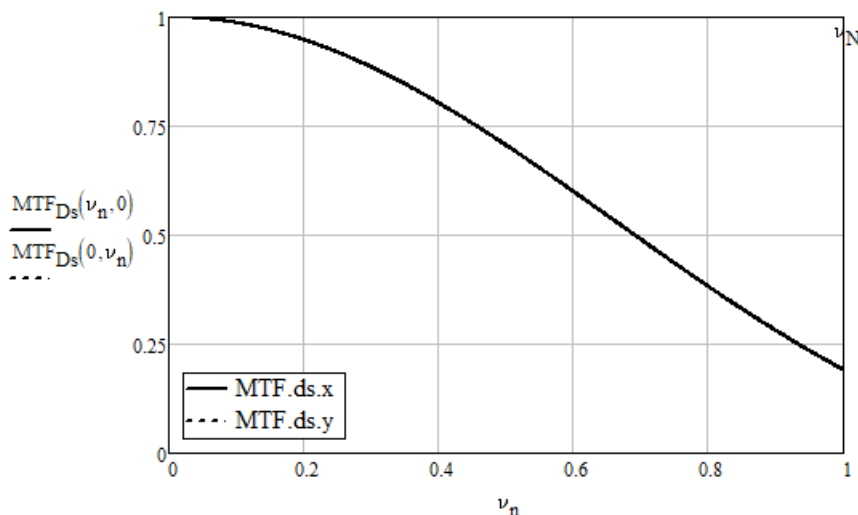


Рис. 3.8. МПФ МПВ за схемою до рис. 3.7

Представлені схеми показують, що МПФ ТСС залежить від вибраної схеми розташування МПВ або конструкції самого приймача. Правильне визначення МПФ МПВ необхідне для правильного узгодження компонентів системи.

3.2 Узгодження частоти зчитування приймача зі швидкістю переміщення точки спостереження

Звичайні наземні ТСС працюють в статичному режимі, який практично не вимагає брати до уваги частоту зчитування кадру чи постійну часу чутливого елемента. ТСС для ЛА знаходяться в русі і для них необхідно узгоджувати частоту зйомки і швидкість переміщення точки візування. Швидкість переміщення зображення у фокальній площині залежить від швидкості переміщення точки спостереження, а величина зміщення зображення визначатиме величину розмиття і якість отриманого зображення.

Проектування наземних ТСС зазвичай ґрунтується на формулі

$$\begin{pmatrix} L_{\theta} \\ L_{\phi} \end{pmatrix} = \frac{H}{f'_{ob}} \begin{pmatrix} V_D \\ W_D \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

де H – для статичних систем приймається як відстань до об'єкта;

$L_{\theta, \phi}$ – просторове геометричне розділення.

Відповідно до (3.5), маючи обмеження в одних параметрах, можна компенсувати погіршення якості змінюючи інші параметри. Це розширяє область можливостей для покращення системи при синтезі ТСС. ТСС для ЛА не має настільки широкої області для варіації параметрами і вимагає враховувати в першу чергу льотні характеристики ЛА.

Проектуючи ТСС для ЛА, важливо враховувати основні льотні характеристики, табл. 3.1. Важливу роль при формуванні тепловізійного зображення відіграє його зміщення у фокальній площині, яке залежить від робочої висоти і швидкості ЛА.

Таблиця 3.1

Основні льотні характеристики ЛА [66 – 71]

Назва	Тип ЛА	Максимальна висота	Максимальна швидкість
А1-С «Фурія»	БПЛА	2,5 км	130 км/год = = 36,11 м/с
People's Drone PD-1	БПЛА	2 км	140 км/год = = 38,89 м/с
Ту-143 «Рейс»	Розвідувальний БПЛА	1 км	950 км/год = = 263,89 м/с
Ту-141 «Стриж»	Розвідувальний БПЛА	6 км	1110 км/год = = 308,33 м/с
Ан-30 «Брязкіт»	Літак- розвідник	8,3 км	430 км/год = = 119,44 м/с
Су-24МР	Літак- розвідник	11 км	1200 км/год = = 333,33 м/с
–	КА для ДЗЗ	490 км	7124,43 м/с 7182,03 м/с
–	КА для ДЗЗ	668 км	6810,99 м/с 6874,28 м/с

В таблиці вказані дві швидкості КА - перша швидкість КА на орбіті, а друга – швидкість підсупутникової точки без проекції на будь яку із

осей. Приклад наведено для КА, який знаходиться на широті $35,288^\circ$, із врахуванням траєкторії ССО.

За формулами (2.53) і (2.67) розраховується вплив зміщення зображення на МПФ, а формули (2.52) і (2.65) дозволяють врахувати льотні характеристики. В результуючій МПФ ТСС (2.81) – (2.84) враховується як МПФ за рахунок зміщення, так і МПФ приймача, який характеризується параметрами МПВ. Беручи до уваги лише МПФ приймача і МПФ за рахунок зміщення, можна побачити, що льотні характеристики можуть обмежувати максимальну просторову частоту, яка задається МПВ. Виходячи з цього, можна сформулювати критерій, за яким визначатиметься допустиме зміщення:

$$MTF_{zm}(v_x, v_y) \leq MTF_{Ds}(v_x, v_y). \quad (3.6)$$

Згідно підрозділу 3.1, можна помітити, що параметром який обмежує просторову частоту МПВ є період пікселів, тому (3.6) можна переписати як:

$$MTF_{zm}(v_x, v_y) \leq MTF_{samp}(v_x, v_y). \quad (3.7)$$

Підставимо в (3.7) формули (2.47), (2.53) і (2.67):

$$\left| \text{sinc}(v_x \Delta X_{zm}, v_y \Delta S_{зоб}^\perp) \right| \leq \left| \text{sinc}(v_x V_D, v_y W_D) \right|. \quad (3.8)$$

Із (3.8) і використанням (2.52) і (2.65), можна записати систему

$$\begin{cases} v_x : t_D v_{зоб,x} \leq V_D, \\ v_y : t_D v_{зоб,y} \leq W_D. \end{cases} \quad (3.9)$$

Швидкість переміщення зображення є найбільшою в надирі. Враховуючи характеристики безпілотних і авіаційних ЛА, де $\varphi_{зоб} = 0^\circ$, маємо, що складову осі Oy можна не враховувати. В космічних ЛА швидкість по осі Oy є набагато меншою від складової по осі Ox (враховуючи висоти КА із табл. 3.1), тому її можна не використовувати.

Враховуючи (2.26), швидкість переміщення зображення в надирі для центрального пікселя становить

$$v_{зоб,x} = v_{n.m.} \frac{f'_{об}}{H}. \quad (3.10)$$

Враховуючи (2.27) і (2.28) для космічних ТСС маємо

$$v_{зоб,x} = v_{n.m.} \frac{f'_{об}}{H} \cos(\varphi_{зоб}). \quad (3.11)$$

Формули (3.11) і (3.10) можна об'єднати, із врахуванням того, що для безпілотних і авіаційних ТСС $\varphi_{зоб} = 0^\circ$, і користуватись лише (3.11). Тоді, нерівність (3.9) із врахуванням (3.11) перепишеться як

$$f'_{об} \leq \frac{V_D H}{t_D v_{n.m.} \cos(\varphi_{зоб})}. \quad (3.12)$$

Одним із важливих параметрів ТСС є просторове розділення L_θ , яким задаються при синтезі ТСС і яке для надиру обраховують як

$$L_\theta = V_D \frac{H}{f'_{об}}. \quad (3.13)$$

Підставляючи (3.13) в (3.12), отримаємо результат критерію (3.6), за яким необхідно починати синтез ТСС

$$L_\theta \geq t_D v_{n.m.} \cos(\varphi_{зоб}). \quad (3.14)$$

Згідно [1, 39], середня постійна часу для теплових приймачів становить $t_D=40$ мс, а для фотонних $t_D=20$ мкс. Враховуючи ці параметри і табл. 3.1, можна підібрати необхідний тип приймача під відповідну ТСС.

Розглянемо космічні ТСС для КА, який знаходиться на орбітальній висоті в 490 км. Кут напрямку переміщення зображення (2.12) становить $\varphi_{зоб}=2,991^\circ$ і його швидкість підсупутникової точки в напрямку польоту $v_{n.m.}=7126,43$ м/с, а для КА на орбітальній висоті в 668 км – $\varphi_{зоб}=3,096^\circ$ і $v_{n.m.}=6864,24$ м/с.

Враховуючи параметри МПВ [1, 39], отримаємо мінімальне просторове розділення за критерієм (3.14). Відповідні значення показано в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Мінімальне просторове розділення L_{θ} для КА

Висота КА, км	Фотонні МПВ			Теплові МПВ		
	13 мкс min, м	20 мкс сер., м	40 мкс max, м	10 мс min, м	40 мс сер., м	50 мс max, м
490	0,09	0,14	0,29	71,26	285,06	356,32
668	0,09	0,14	0,27	68,64	274,57	343,21

В табл. 3.2, фотонні і теплові МПВ поділені по мінімальній, максимальній і середньостатистичній постійній часу.

Визначившись із мінімальним просторовим розділенням і постійною часу приймача із заданим періодом пікселів, можна розраховувати необхідну фокусну відстань за (3.12). В табл. 3.3, фотонні і теплові МПВ поділені по мінімальній, максимальній і середньостатистичній постійній часу, але значення періодів пікселів записані у відповідності до значень постійних часу табл. 3.2.

Таблиця 3.3

Фокусна відстань для космічних ТСС

Висота КА, км	Фотонні МПВ			Теплові МПВ		
	25 мкм min, м	30 мкм сер., м	15 мкм max, м	50 мкм min, мм	25 мкм сер., мм	50 мкм max, мм
490	132,23	103,14	25,78	171,9	51,57	20,63
668	187,15	145,97	36,49	243,29	72,99	29,19

Аналізуючи табл. 3.2 і 3.3, можна помітити, що за рахунок своєї швидкодії фотонні МПВ дозволяють отримати хороше просторове розділення менше 1 метра, але враховуючи (3.12) для цього необхідно щоб ТСС мала об'єктиви із надзвичайно великими фокусними

відстанями. У зв'язку із тим, що таких параметрів системи досягнути нереально, то обмеженням виступає фокусна відстань відповідно до якої розраховують нове просторове розділення за (3.13) і яке не суперечить (3.12) і (3.14). В теплових приймачів (мікроболометричних матриць), в даному випадку, обмеженням виступає критерій (3.14), що пов'язано із суттєво більшою постійною часу на відміну від фотонних приймачів. З технологічної точки зору, фокусні відстані реальні і їх можна досягнути, але системи при цьому не даватимуть хорошої якості тепловізійного зображення і високої роздільної здатності. Аналізуючи комірки, які виділено кольором для теплових приймачів, то вони мають доволі низьку якість об'єктиву і якість тепловізійного зображення обмежуватиметься уже якістю об'єктива.

Проаналізуємо приймачі, які наведено в табл. 3.2 і 3.3 із безпілотними і авіаційними ЛА табл. 3.1, при $\varphi_{зоб} = 0^\circ$.

В табл. 3.4, комірки, які виділено кольором для теплових приймачів, дають незадовільне просторове розділення ТСС для військових цілей. Але для інших цивільних завдань, як, наприклад, аналіз територій агрокультур можуть застосовуватися. Фотонні приймачі, дають хороші результати і потребують перевірки технічної реалізації, тобто необхідної фокусної відстані для досягнення таких показників.

Таблиця 3.4

Мінімальне просторове розділення L_θ

Назва	Фотонні МПВ			Теплові МПВ		
	13 мкс min, мм	20 мкс сер., мм	40 мкс max, мм	10 мс min, м	40 мс сер., м	50 мс max, м
A1-C	0,5	0,72	1,44	0,36	1,44	1,81
PD-1	0,51	0,78	1,56	0,39	1,56	1,94
Ту-143	3,43	5,28	10,56	2,64	10,56	13,19
Ту-141	4,01	6,17	12,33	3,08	12,33	15,42
АН-30	1,55	2,39	4,78	1,19	4,78	5,97
Су-24MP	4,33	6,67	13,33	3,33	13,33	16,67

Аналогічно табл. 3.3, враховуючи параметри приймачів і максимальну висоту на якій знаходитимуться ТСС, можна розрахувати фокусну відстань, яка покаже який із критеріїв накладає обмеження на ТСС (табл. 3.5).

Таблиця 3.5

Необхідна фокусна відстань

Назва	Фотонні МПВ			Теплові МПВ		
	25 мкм min, м	30 мкм сер., м	15 мкм max, м	50 мкм min, мм	25 мкм сер., мм	50 мкм max, мм
A1-C	133,14	51,92	43,27	207,7	86,54	69,23
PD-1	98,9	38,57	32,14	154,28	64,28	51,43
Ty-143	7,29	2,84	2,37	11,37	4,74	3,79
Ty-141	37,42	14,59	12,16	58,38	24,32	19,46
Ан-30	133,64	52,12	43,43	208,47	86,86	69,49
Су-24MP	63,46	24,75	20,63	99	41,25	33

В табл. 3.5, комірки, які виділено кольором для фотонних приймачів, можуть бути технічно реалізовані. Зазвичай об'єктиви такої високої якості установлюють на космічні ТСС. Враховуючи висоту польоту даних ЛА і високу вартість ТСС, не доцільно використовувати таку систему у військових завданнях. Аналогічно космічним ТСС, таких фокусних відстаней досягнути нереально, тому розраховують нове просторове розділення за (3.13), що не суперечить (3.12) і (3.14) із заданою фокусною відстанню. Аналіз комірок таблиці, які виділено кольором для теплових приймачів, показує, що вони мають доволі низьку якість об'єктиву і якість тепловізійного зображення обмежуватиметься якістю об'єктива.

В даному підрозділі, розглядається вибір параметрів ТСС застосовуючи геометричні розрахунки, що є вірним для оглядової оцінки ефективності ТСС, а для більш точних розрахунків необхідно враховувати і енергетичні параметри.

Якщо система узгоджена і спроектована при спостереженні в надирі, можна проаналізувати як змінюватиметься якість зображення при відхиленні за кутами візування. Безпілотні, авіаційні і космічні ТСС, швидкість переміщення зображення для яких розраховується за (2.26) – (2.28), показують, що при збільшенні кутів візування швидкість відносно надиру зменшується, згідно із рис. 3.9.

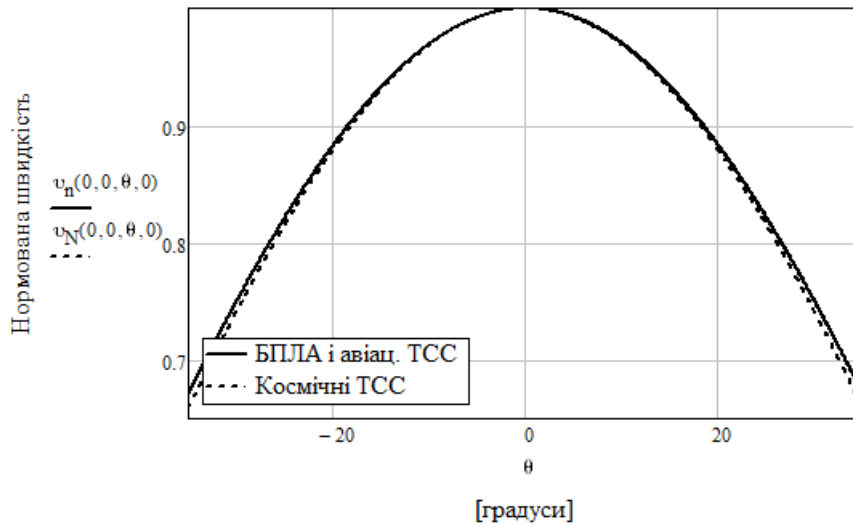


Рис. 3.9. Залежність нормованої швидкості переміщення зображення від відхилення за тангажем

На рис. 3.9, використана нормована швидкість, тобто у скільки разів змінюється швидкість переміщення зображення при відхиленні від надиру відносно швидкості в надирі. Для прикладу взято центральний піксель і без відхилень за креном, оскільки результати відрізнятимуться не сильно, а відхилення кривої буде подібним.

Порівнюючи отримані дані із критерієм (3.12), можна зробити висновки, що при відхиленні нерівність не порушується, а зміщення зменшується, що призводить до покращення контрасту зображення і підвищення ЛРМ, але вслід за цим при відхиленні від надиру збільшуються розміри проекції пікселів на ЗП, що в свою чергу призводить до зменшення ЛРМ.

3.3 Узгодження радіуса кружка розсіювання об'єктива із МПВ

В підрозділі 3.2.2, сформульовано умову (3.14) за якою попередньо оцінюють можливості системи виходячи із льотних характеристик носія ТСС і параметрів вибраного МПВ. Отримавши результат, визначають фокусну відстань об'єктива за (3.12), оцінюючи технологічні можливості і доцільність виготовлення. При умові, якщо значення фокусної відстані є незадовільним, її перераховують змінюючи в невеликому діапазоні льотні параметри. Якщо фокусну відстань вибрано, то важливим кроком в проектуванні ТСС є узгодження радіусу кружка розсіювання об'єктива (РКР) із розмірами пікселя МПВ [1, 81 – 88].

Ідея узгодження РКР з МПВ базується на варіантах формування тепловізійного зображення системою «об'єктив – МПВ» [81]:

1. МПВ звичайної якості і об'єктив високої якості (малий абераційний кружок). В даному випадку на скільки б якісним не був об'єктив, якість зображення буде обмежена МПВ;
2. Об'єктив звичайної якості і МПВ високої якості (малий період матриці). В даному випадку, аналогічний попередньому, на скільки б якісну матрицю не взяти, якість зображення буде обмежена абераціями об'єктива;
3. МПВ і об'єктив однакової якості. В даному випадку для отримання якісного зображення необхідно узгодити параметри об'єктива r_o і приймача випромінювання V_D .

Маємо, що найбільш ефектним та економічно доцільним є дотримання 3-го варіанту, тому на його основі і проводяться узгодження РКР і МПВ.

Найбільш поширеними є такі критерії узгодження [1, 81, 82]:

1. Рівність значень МПФ об'єктива і МПВ на просторовій частоті Найквіста (3.2), тобто коли виконується умова:

$$MTF_{ob}(v_N) = MTF_{Ds}(v_N) = M_I. \quad (3.15)$$

2. Рівність значень МПФ об'єктива і МПВ на просторовій частоті ν_x , яка відповідає 50% контрасту, тобто коли виконується умова:

$$MTF_{ob}(\nu_x) = MTF_{Ds}(\nu_x) = M_{II} = 0,5. \quad (3.16)$$

3. Рівність значень МПФ об'єктива і МПВ на деякій просторовій частоті ν_x , тобто коли виконується умова:

$$MTF_{ob}(\nu_x) = MTF_{Ds}(\nu_x) = M_{III}. \quad (3.17)$$

Третій критерій є узагальнюючим для двох інших. Тому представлимо результати загальною формулою, яка охоплюватиме наведені критерії.

В більшості літературних джерел часто для МПФ об'єктива використовують формулу дифракційно обмеженого об'єктива [1, 53, 54]:

$$MTF_{ob}(\nu_r) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} (2\alpha(\nu_r) - \sin(2\alpha(\nu_r))), & 0 \leq \nu_r \leq \nu_{r,\max}, \\ 0, & \nu_r > \nu_{r,\max}. \end{cases} \quad (3.18)$$

де

$$\begin{cases} \alpha(\nu_r) = \arccos\left(\frac{r_E \nu_r}{1,22}\right), \\ \nu_{r,\max} = \frac{1,22}{r_E}. \end{cases} \quad (3.19)$$

Для практичного застосування МПФ її апроксимують функцією:

$$MTF_{ap}(\nu_r) = \begin{cases} 1 - \frac{1,22}{\eta_d} \cos(\alpha(\nu_r)), & 0 \leq \cos(\alpha(\nu_r)) \leq \eta_d, \\ 0, & \cos(\alpha(\nu_r)) > \eta_d, \end{cases} \quad (3.20)$$

де η_d – параметр, який визначає відносне відхилення МПФ об'єктива з абераціями від дифракційно обмеженої МПФ. Наприклад, 80% дифракційного обмеження якості зображення відповідає значенню параметра $\eta_d = 0,8$, а для дифракційно обмеженого об'єктива $\eta_d = 1$.

Підставимо (3.20) і (2.47) в (3.17). Маємо

$$1 - \frac{r_E v_r}{\eta_d} = \text{sinc}(v_r V_D) = M_{III}. \quad (3.21)$$

Звідки

$$v_r = \frac{1}{V_D} \text{sinc}^{-1}(M_{III}), \quad (3.22)$$

де $\text{sinc}^{-1}(x)$ – обернена функція, до функції кардинального синуса $\text{sinc}(x)$.

Підставимо (3.22) в (3.21):

$$1 - \frac{r_E}{V_D \eta_d} \text{sinc}^{-1}(M_{III}) = M_{III}.$$

Звідки

$$r_E = V_D \eta_d \frac{1 - M_{III}}{\text{sinc}^{-1}(M_{III})}. \quad (3.23)$$

Для першого критерію (3.15) узгодження виглядатиме

$$r_E = 2 \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) V_D \eta_d = 0,727 \cdot V_D \eta_d. \quad (3.24)$$

Для другого критерію (3.16) маємо

$$r_E = \frac{0,5}{0,603} V_D \eta_d = 0,829 \cdot V_D \eta_d. \quad (3.25)$$

Визначившись із критерієм узгодження РКР і МПВ і знаючи фокусну відстань, за формулою (3.39) можна розрахувати діаметр об'єктива. В загальному вигляді маємо

$$D_{ob} = 1,22 \frac{\lambda f'_{ob} \text{sinc}^{-1}(M_{III})}{V_D \eta_d (1 - M_{III})}. \quad (3.26)$$

Для першого критерію:

$$D_{ob} = 1,679 \frac{\lambda f'_{ob}}{V_D \eta_d}. \quad (3.27)$$

Для другого критерію:

$$D_{ob} = 1,472 \frac{\lambda f'_{ob}}{V_D \eta_d}. \quad (3.28)$$

РОЗДІЛ 4

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОВІЗІЙНИХ СИСТЕМ

4.1 Ефект паралельної лінії

Так званий «ефект паралельної лінії» виникає при деформації проєкції пікселів на ЗП при відхиленні за кутами візування. За його допомогою можна визначити послідовність відхилення ТСС і підтвердити методику кутового руху без додаткових розрахунків нахилу кутів. Головна особливість ефекту полягає в тому, що якщо умовно взяти лінію (наприклад, це може бути центральний стовпець або рядок, в залежності від випадку), яка проходить через вісь надиру, то після відхилень за кутами візування (тангажа і/або крена), вона не змінить свій напрям/кут в обраній системі координат (наприклад, відносно напрямку польоту).

Фізичний принцип виникнення даного ефекту краще зобразити по глобальній системі відхилень або в ГСК. Відхилення для стовпців, рядків і деформації зображено на рис. 4.1 для послідовності «тангаж-крен» і рис. 4.2 для послідовності «крен-тангаж».

На рис. 4.1 і 4.2, позначені як «*a*» – вертикальні лінії (стовпці), а «*b*» – горизонтальні лінії (рядки). Запишемо «*x_ay*» для пояснення.

Нумерація зліва « x » від позначення лінії « a » – крок (порядок) відхилення, а справа « y » – нумерація (координати) розташування самої лінії. Позначення біля координатних осей – назви координатних осей і позначення кута візування, за яким відбувається відхилення по відповідній осі.

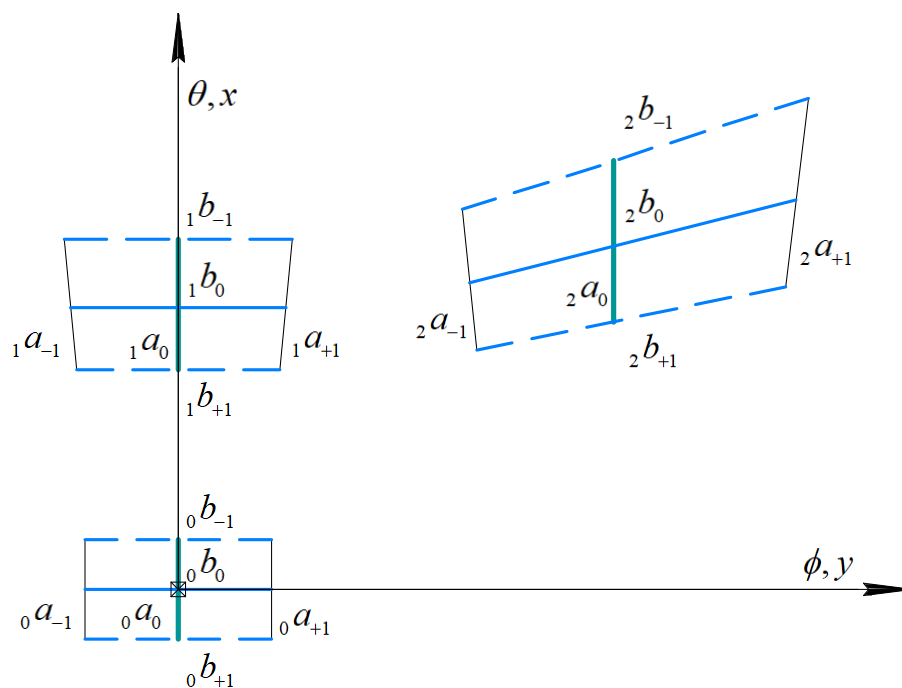


Рис. 4.1. Схематичне відхилення за послідовністю «тангаж-крен» для стовпців і рядків

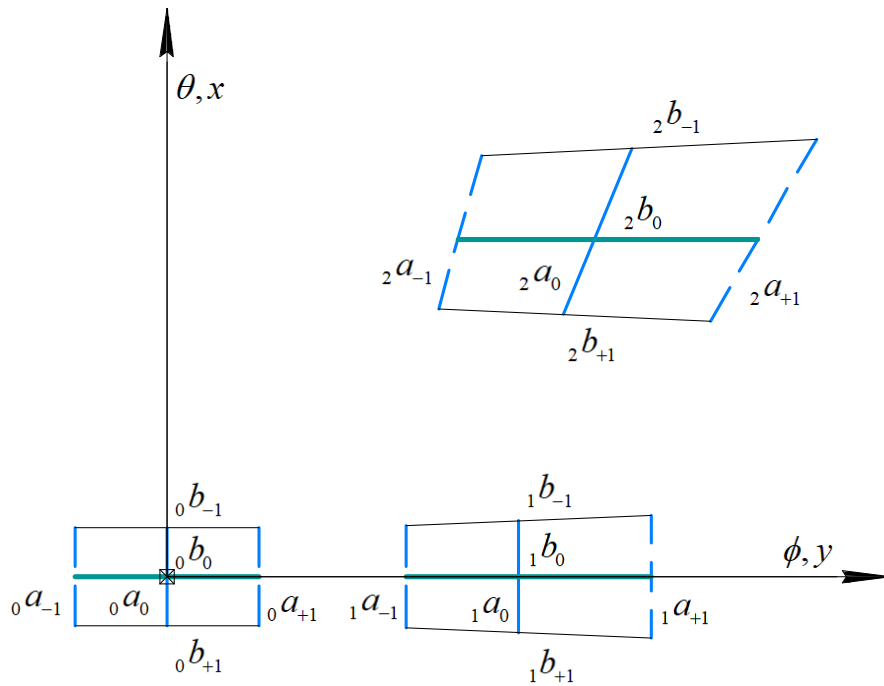


Рис. 4.2. Схематичне відхилення за послідовністю «крен-тангаж» для стовпців і рядків

Крок №0. Зйомка в надирі. Рис. 4.1 і 4.2, лінії oa_0 і ob_0 – перетинають точку надиру, а інші лінії паралельні координатним осям.

Крок №1. Після відхилення за одним із кутів візування. Всі лінії або їх продовження, які перетинають точку надиру – не змінюють своїх кутів (нахил). Всі лінії, які паралельні лінії осі координат, яка, в свою чергу, перпендикулярна до тієї по якій має бути відхилення – залишаються паралельними і після відхилення, але відстань між ними змінюється. Всі лінії які паралельні лінії осі координат, по якій в свою чергу відбуватиметься відхилення відхилятимуться в різні сторони, відносно лінії яка проходить через надир.

На рис. 4.1, відхилення за тангажем θ :

- oa_0 і ob_0 – перетинають вісь надиру, і не змінюють своїх кутів;
- ob_{-1} і ob_{+1} – лінії паралельні до лінії осі координат Oy , тому вони залишаються паралельними;

- oa_{-1} і oa_{+1} – лінії паралельні до лінії осі координат Ox , по якій відбувається відхилення, тому вони відхиляються в різні сторони.

На рис. 4.2, відхилення за креном ϕ :

- oa_0 і ob_0 – перетинають вісь надиру, і не змінюють своїх кутів;
- oa_{-1} і oa_{+1} – лінії паралельні до лінії осі координат Ox , тому вони залишаються паралельними;
- ob_{-1} і ob_{+1} – лінії паралельні до лінії осі координат Oy , по якій відбувається відхилення, тому вони відхиляються в різні сторони.

Крок №2. Після відхилення за іншим кутом візування. Випадок подібний кроку №1 і все діє за аналогічними правилами.

На рис. 4.1, відхилення за креном ϕ :

- $1a_0$ продовження лінії oa_0 – перетинає точку надиру, тому вона не змінить свій кут;
- лінії $1b_{-1}$, $1b_0$ і $1b_{+1}$ – паралельні до лінії осі координат Oy , по якій відбувається відхилення і знаходяться по один бік відносно координатної осі Oy , тому і відхилятимуться в один бік.

На рис. 4.2, відхилення за тангажем θ :

- $1b_0$ продовження лінії ob_0 – перетинає точку надиру, тому вона не змінить свій кут;
- лінії $1a_{-1}$, $1a_0$ і $1a_{+1}$ – паралельні до лінії осі координат Ox , по якій відбувається відхилення і знаходяться по один бік відносно координатної осі Ox , тому і відхилятимуться в один бік.

Аналізуючи всі кроки, можна помітити, що лінії або їхні продовження, які перетинають точку надиру, не змінюють своїх кутів нахилу. На рис. 4.1 лінія $2a_0$ є паралельною осі Ox , або перпендикулярною до Oy . На рис. 4.2 лінія $2b_0$ є паралельною осі Oy , або перпендикулярною до Ox .

Величини кутів нахилу відносно напрямку польоту для рядків:

$$\operatorname{tg}\left(\varphi_r - \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{tg}(W_x + \phi'') \sin(\phi). \quad (4.1)$$

Величини кутів нахилу відносно напрямку польоту для стовпців:

$$\operatorname{tg}(\varphi_c) = \frac{\sin(\phi'') \operatorname{tg}(W_y)}{\cos(\phi) - \sin(\phi) \cos(\phi'') \operatorname{tg}(W_y)}. \quad (4.2)$$

Допоміжні кути візування визначаються як

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta''}{\phi''}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\phi}{\theta}\right) \cos\left(\frac{\theta}{\phi}\right). \quad (4.3)$$

Крок №0. Кути візування становлять $\theta = 0^\circ$ і $\phi = 0^\circ$, тоді:

$$\phi'' = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\theta) \cos(\phi)) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(0^\circ) \cos(0^\circ)) = \operatorname{arctg}(0 \cdot 1) = 0^\circ,$$

$$\varphi_r = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(W_x + 0^\circ) \sin(0^\circ)) = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(0) = 90^\circ,$$

$$\varphi_c = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin(0^\circ) \operatorname{tg}(W_y)}{\cos(0^\circ) - \sin(0^\circ) \cos(0^\circ) \operatorname{tg}(W_y)}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{0 \cdot \operatorname{tg}(W_y)}{1 - 0 \cdot 1 \cdot \operatorname{tg}(W_y)}\right) = 0^\circ.$$

Крок №1. Кути візування становлять $\theta > 0^\circ$ і $\phi = 0^\circ$, тоді:

$$\phi'' = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\theta) \cos(\phi)) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\theta) \cos(0^\circ)) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\theta)) = \theta,$$

$$\varphi_r = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(W_x + \theta) \sin(0^\circ)) = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(0) = 90^\circ.$$

Для позаосьових стовпців маємо:

$$\varphi_c = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin(\theta) \operatorname{tg}(W_y)}{\cos(0^\circ) - \sin(0^\circ) \cos(\theta) \operatorname{tg}(W_y)}\right) = \operatorname{arctg}(\sin(\theta) \operatorname{tg}(W_y)).$$

Помітно, що кут відхилення залежить від кутових координат пікселя W_y .

Для осьового стовпця маємо:

$$\varphi_c = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin(\theta) \operatorname{tg}(0^\circ)}{\cos(0^\circ) - \sin(0^\circ) \cos(\theta) \operatorname{tg}(0^\circ)} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin(\theta) \cdot 0}{1 - 0 \cdot \cos(\theta) \cdot 0} \right) = 0^\circ.$$

Крок №2. Кути візування становлять $\theta > 0^\circ$ і $\phi > 0^\circ$, тоді:

$$\phi'' = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\theta) \cos(\phi)),$$

де знак визначається θ .

$$\varphi_r = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(W_x + \phi'') \sin(\phi)).$$

Враховуючи, те що величина W_x є меншою будь якого кута, всі лінії направлені в одну сторону.

Для позаосьових стовпців маємо:

$$\varphi_c = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin(\phi'') \operatorname{tg}(W_y)}{\cos(\phi) - \sin(\phi) \cos(\phi'') \operatorname{tg}(W_y)} \right),$$

де знак визначається W_y , а отже лінії направлені в різні сторони відносно центрального стовпця.

Для осьового стовпця:

$$\varphi_c = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin(\theta) \operatorname{tg}(0^\circ)}{\cos(\phi) - \sin(\phi) \cos(\theta) \operatorname{tg}(0^\circ)} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin(\theta) \cdot 0}{\cos(\phi) - \sin(\phi) \cos(\theta) \cdot 0} \right) = 0^\circ.$$

Подібним способом доводиться і порядок відхилення «крен-тангаж».

Аналіз показує, що результати розрахунків за формулами збігаються із фізичним принципом. Також, даний ефект є помітним на рис. 2.14 – 2.17 та рис.3.13, 3.14.

Можна зробити висновок, що якщо в результаті відхилень за двома кутами візування паралельним є лише центральний стовпець, то це відхилення за послідовністю «тангаж-крен». Якщо після двох відхилень паралельний лише рядок до лінії осі, яка є перпендикулярною напрямку польоту, то це відхилення за послідовністю «крен-тангаж». Аналогічна система працює і для відхилень по ЛСК, по якій зазвичай будують всі конструкції, але лише

за оберненим принципом: там де має бути послідовність «тангаж-крен», для відхилень по ЛСК буде – «крен-тангаж» тощо.

4.2 Деформація проекції пікселів при зміні кутів візування

Змоделюємо деформацію проекції за теоретичною ММ і порівняємо із результатами на практиці і за допомогою відомих програмних продуктів.

4.2.1 Моделювання деформації проекції МПВ за допомогою розробленої програми «Scanner»

Варіант моделювання за розробленою ММ був представлений в програмі «Scanner 1.6».

Вихідними параметрами є: ТСС встановлено на борту КА, який знаходиться на орбіті висотою в $h = 668$ км; об'єктив має фокусну відстань $f_o = 1000$ мм; приймач випромінювання є матрицею КРТ з TDI, в якій $q_D = 4097$ пікселів і $p_D = TDI = 33$ регістра, період пікселів становить $V_D \times W_D = 17 \times 17$ мкм, коефіцієнт заповнення пікселя 100%; географічна широта розташування КА $\gamma = 50^\circ$.

Зображуватимемо відхилення за схемою, показаною на рис. 4.3. Тут зображена схема, яка умовно показує розташування проекції МПВ при різних кутах візування, де цифрами позначено випадки:

- випадок № 0: $\theta = 0^\circ, \phi = 0^\circ$;
- випадок № 1: $\theta = 35^\circ, \phi = 0^\circ$;
- випадок № 2: $\theta = 0^\circ, \phi = 35^\circ$;
- випадок № 3: $\theta = 35^\circ, \phi = 35^\circ$.

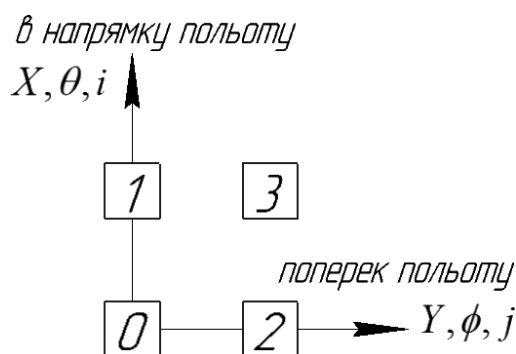


Рис. 4.3. Схема розглянутих випадків відхилень КА

На рис. 4.4 – 4.8 наведено результати моделювання в розробленій програмі.

В програмі представлена реалізація при відхиленні по глобальній системі координат. Рис. 4.4 зображує результат моделювання за послідовністю «тангаж-крен». Послідовність «крен-тангаж» є подібною до послідовності «тангаж-крен». Тому в подальшому, якщо реалізації відрізнятимуться, то на це звертатиметься увага окремо, а якщо однакові, то за замовчуванням відобразатиметься одна із розумінням того, що на другій реалізації маємо аналогічний результат.

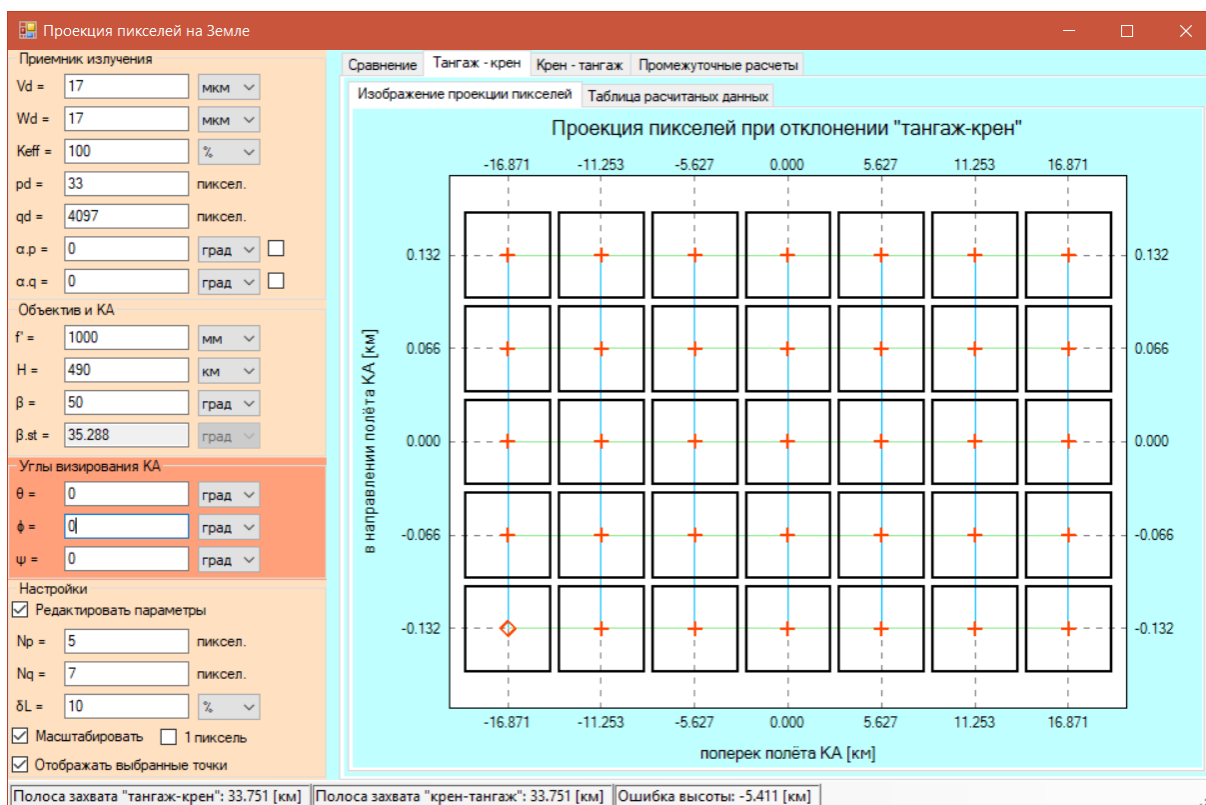


Рис. 4.4. Проекція пікселів на ЗП, вип. №0

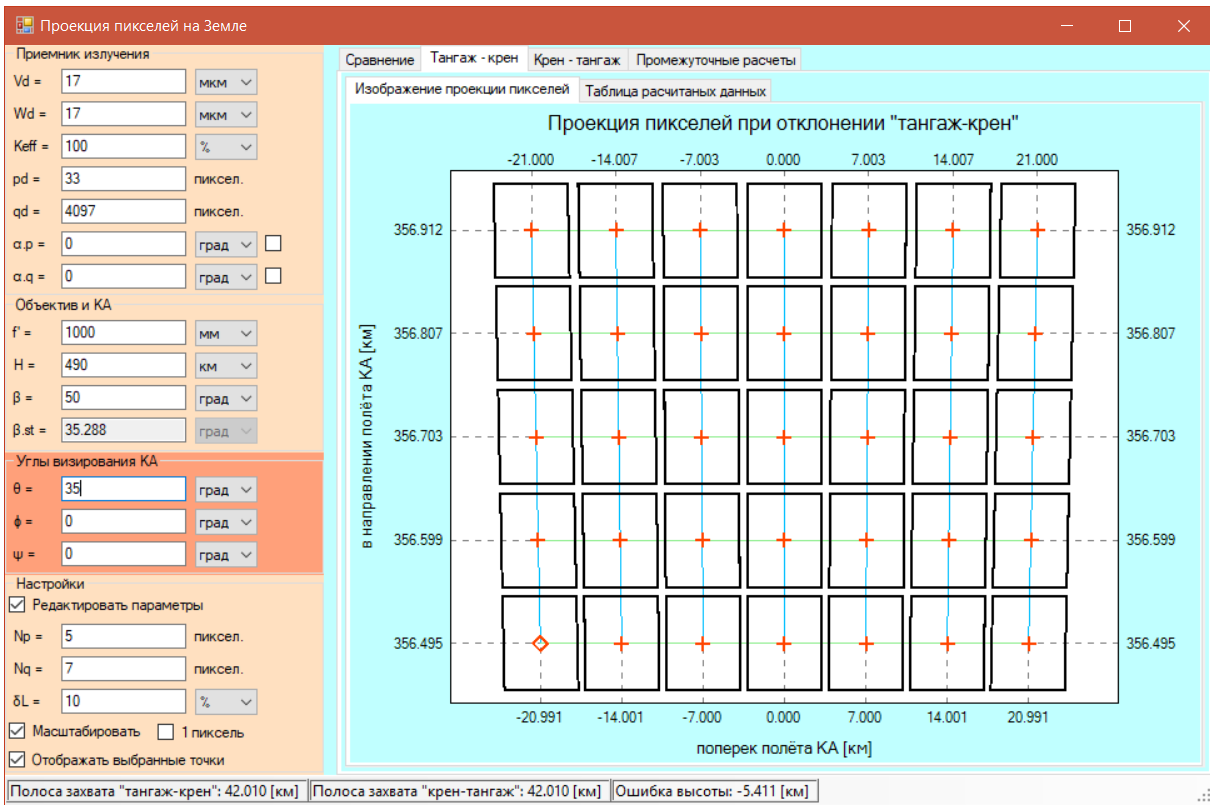


Рис. 4.5. Проекція пікселів на ЗП, вип. №1

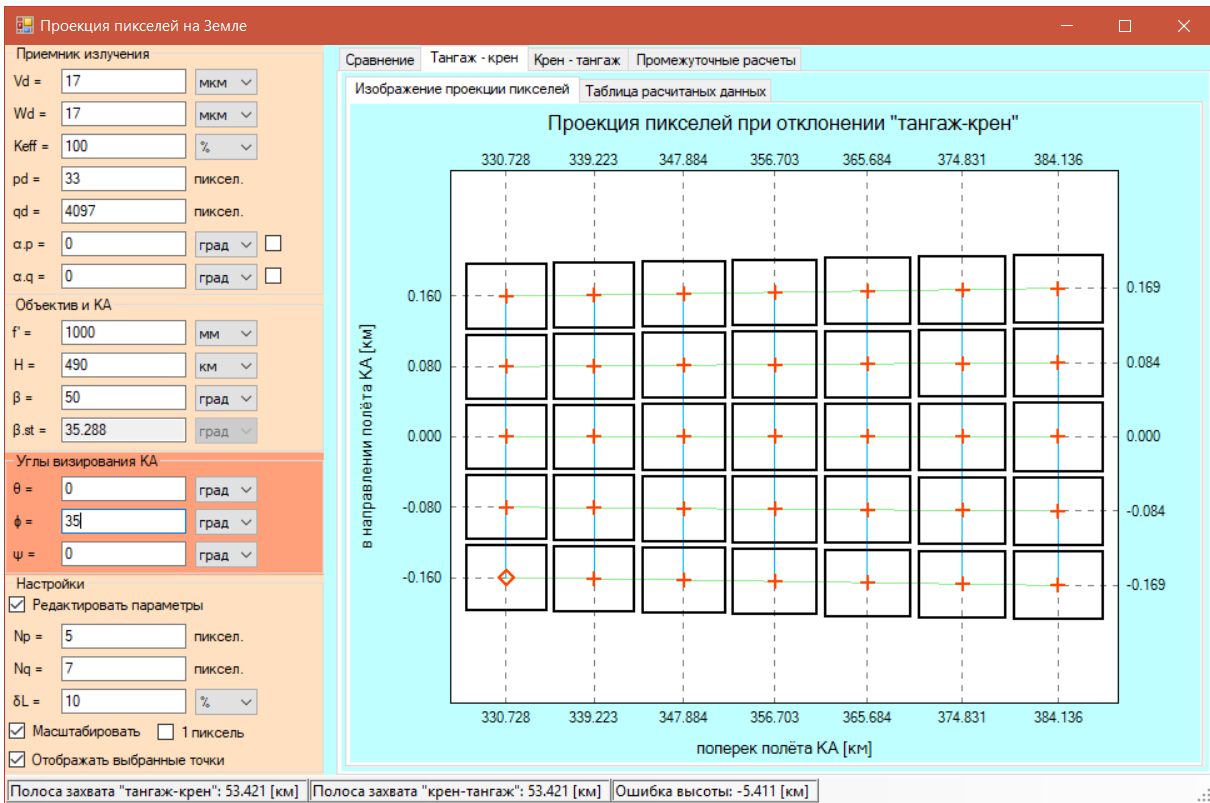


Рис. 4.6. Проекція пікселів на ЗП, вип. №2

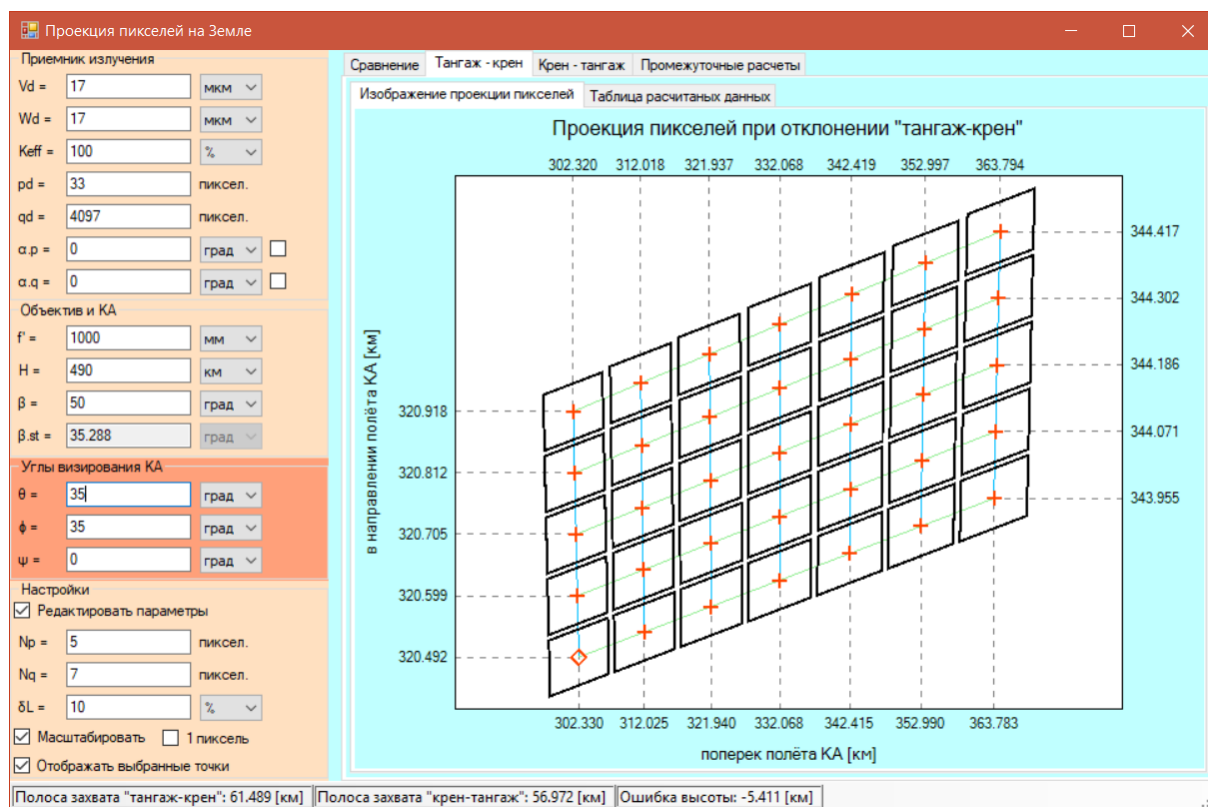


Рис. 4.7. Проекція пікселів на ЗП, вип. №3, «тангаж-крен»

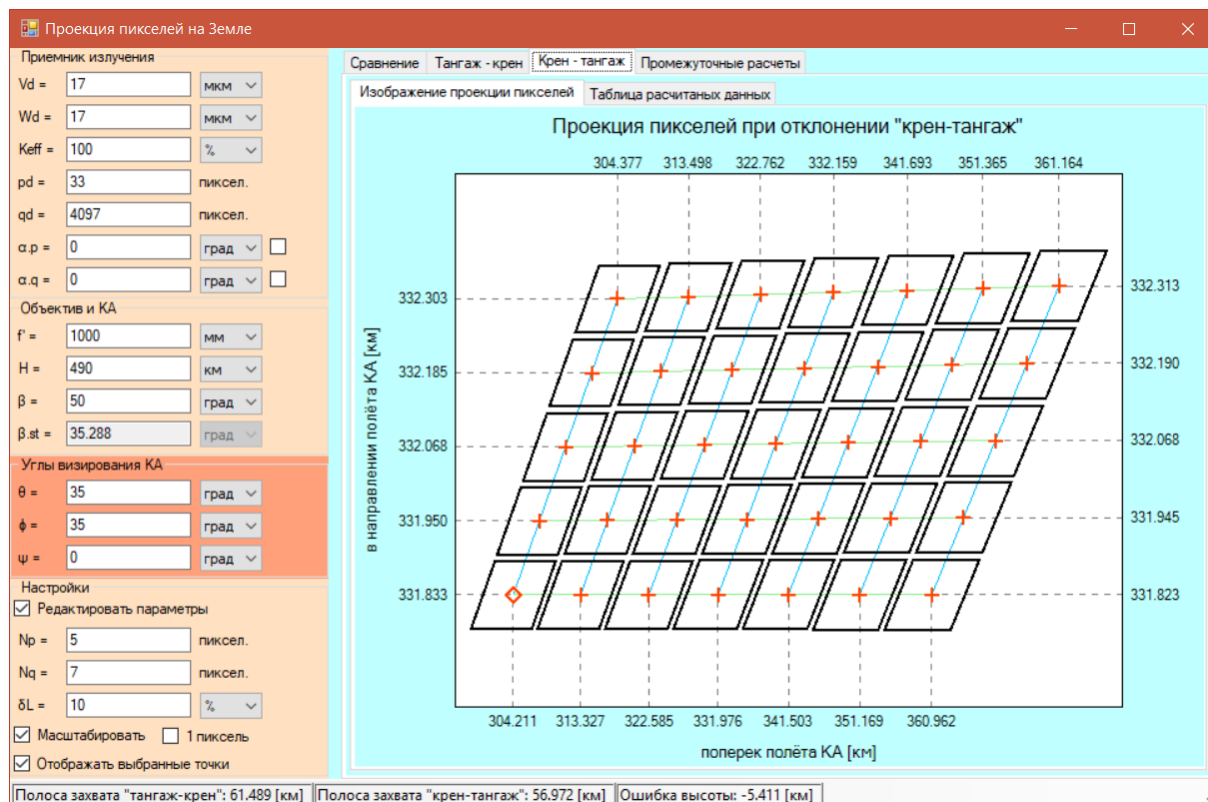


Рис. 4.8. Проекція пікселів на ЗП, вип. №3, «крен-тангаж»

У зв'язку із особливостями усунення проміжків між вибраними пікселями, дані можуть відображатися не зовсім коректно. Тому краще враховувати координати проєкцій центрів пікселів, які знаходяться навкруги зображення самої проєкції.

4.2.2 Практична перевірка моделі за допомогою цифрової камери

Досліди проводились з використанням цифрової камери і міліметрового паперу. Результати показані на рис. 4.9 – 4.12. Тут окрім відображення сітки, додатково нанесена координатна вісь для орієнтації та прямокутник чорного кольору, сторони якого є паралельними сітці. Даний прямокутник зображено так, що одна із сторін знаходиться близько до тієї лінії на якій спостерігається ефект.

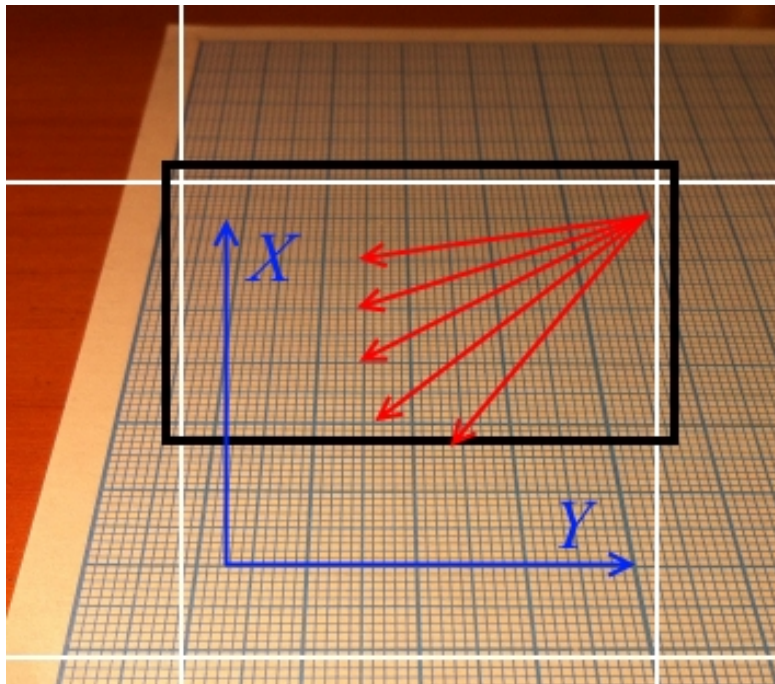


Рис. 4.9. Зйомка при відхиленні за тангажем

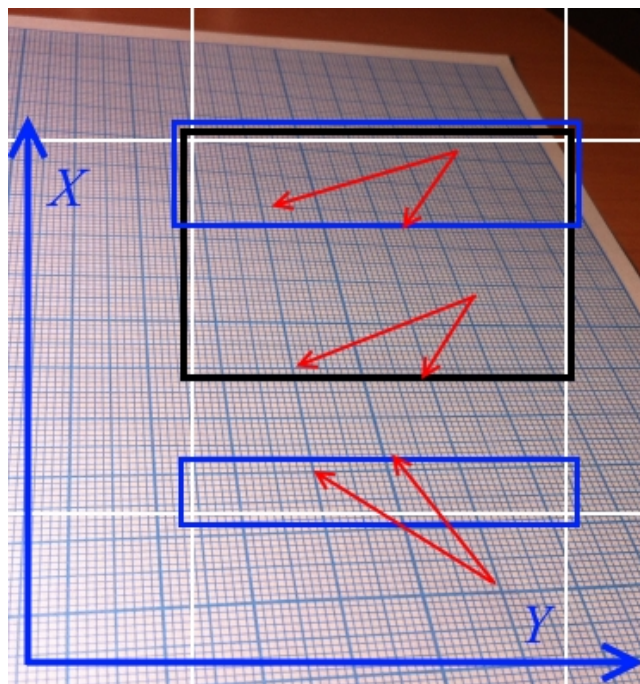


Рис. 4.10. Зйомка при відхиленні послідовністю «тангаж-крен»

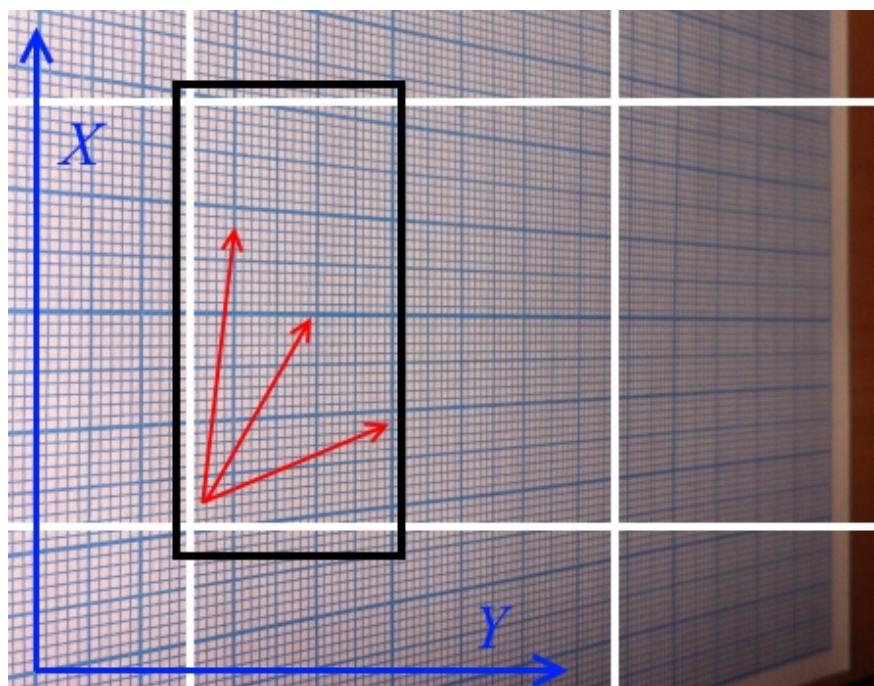


Рис. 4.11. Зйомка при відхиленні за креном

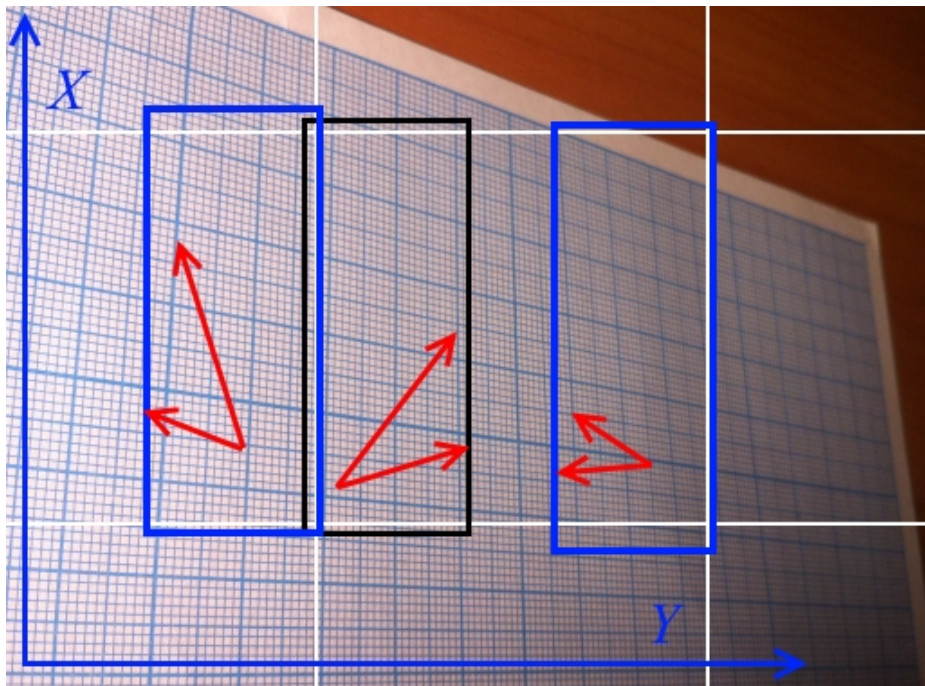


Рис. 4.12. Зйомка при відхиленні за послідовністю «крен-тангаж»

Рис. 4.9, 4.11 відображають паралельність ліній осі перпендикулярній напрямку відхилення, що збігається із теоретичними результатами. Рис. 4.10 і 4.12, відображають ефект паралельної лінії. Додатково синьою рамкою відображено сусідні лінії, які показують, що лише одна лінія паралельна відповідній координатній осі, що також підтверджує теоретичні результати.

4.2.3 Перевірка моделі за допомогою 3D моделювання в програмі «Компас»

В наступному варіанті підтвердження правильності теоретично отриманих результатів використовувались відомі програмні продукти. В даному випадку використовується програма «Компас 3D», в якій реалізовані афінні перетворення для моделювання об'ємних зображень.

Як модель заготовки використовується піраміда, яка складається із безлічі менших елементів, кожен елемент якої моделює миттєве поле зору рис. 4.13.

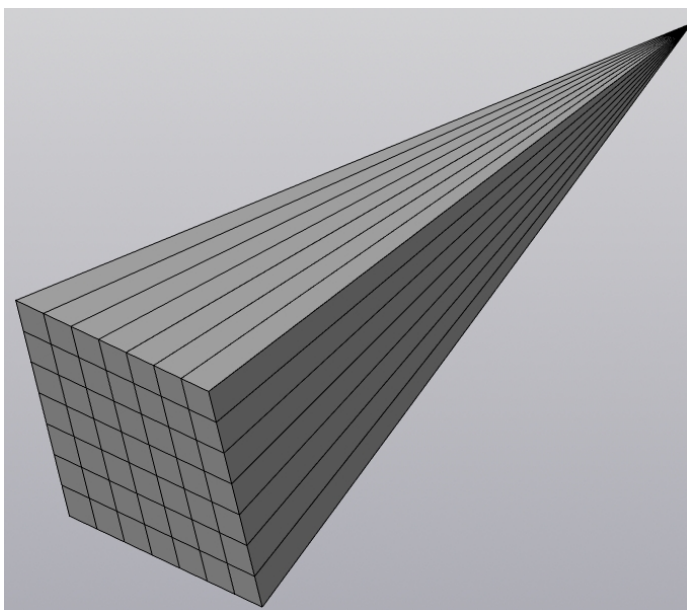
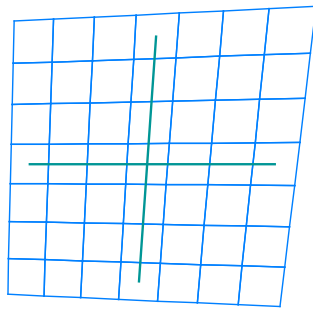


Рис. 4.13. Заготовка для моделювання за допомогою програми «Компас 3D»

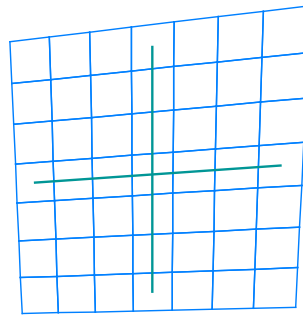
Моделювання в програмі «Компас 3D» полягало в тому, що спочатку бралася заготовка (рис. 4.13), а потім дану деталь відхиляли за необхідними кутами в необхідні напрямки.

Після відхилення утворювали січну площину, яка робила зріз паралельно площині Oxy . Отриманий зріз, в особливості лінії меж кожного елемента, проектувався на площину двовимірного креслення, результати яких представлені на рис. 4.14, що, в свою чергу, підтверджує теоретичну ММ.

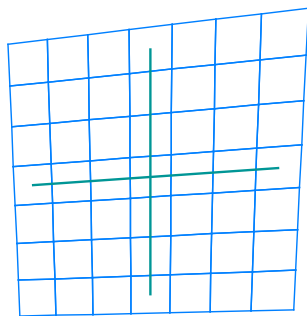
а) тангаж-крен (ГСК)



в) тангаж-крен (ГСК)



б) крен-тангаж (ГСК)



г) крен-тангаж (ГСК)

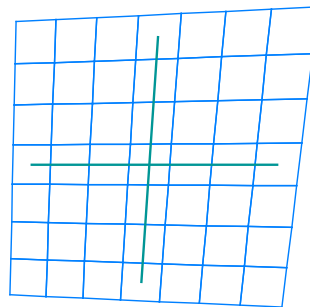


Рис. 4.14. Результаты моделирования за допомогою програми
«Компас 3D»

4.3 Залежність швидкості переміщення зображення від кутів візування

Окрім розробленої методики кутового руху, яка описує деформацію форми проекції пікселів на ЗП, отримано вираз для розрахунку лінійної і кутової швидкості переміщення зображення у фокальній площині або точки візування. За допомогою даного виразу можна пояснити і деформацію проекції пікселів на ЗП.

Вираз, який визначає швидкість переміщення точки візування чи зображення, в більшій мірі, враховує динаміку руху, ніж спотворення, та використовується для узгодження параметрів роботи системи чи в моделях підвищення просторового розділення. Результати розрахунків показали, що із збільшенням відхилення від надиру зменшується швидкість переміщення зображення (рис. 3.9).

Перевірити достовірність розробленої моделі можна за допомогою цифрової камери та подібного до точкового джерела світла. Джерело світла повинно рухатися від або в напрямку цифрової камери. Наприклад, фізичною моделлю експерименту може бути зйомка потоку автомобілів над трасою в темну пору доби. Фари автомобілів є умовно точковими джерелами світла, а їх рух практично є рівномірним і прямолінійним.

Перший варіант, який дозволить підтвердити вираз, базується на записі цифрового відео переміщення транспорту (точкових джерел). На відео необхідно аналізувати швидкість переміщення транспорту. Недоліки даного варіанту в тому, що необхідно потокове відео та програмні продукти для виявлення, розпізнавання і слідкування за об'єктом. Даний варіант є затратним по ресурсам і часу.

За другим варіантом за допомогою вбудованого програмного забезпечення цифрової камери необхідно керувати часом експозиції. Під час експозиції камера інтегрує весь світловий потік за тривалий період часу. Оскільки джерело світла рухається в певному напрямку, то за час експозиції джерело світла (фари) лишають світлий слід, довжина якого буде пропорційною швидкості переміщення зображення на МПВ. Очевидно, що при збільшенні експозиції буде збільшуватися і слід об'єкта на зображенні.

Наведені рис. 4.15 – 4.19, підтверджують, що при збільшенні експозиції збільшується слід від джерел випромінювання.



Рис. 4.15. Зйомка при експозиції в 1/8 секунди



Рис. 4.16. Зйомка при експозиції в 1/4 секунди



Рис. 4.17. Зйомка при експозиції в 1/2 секунди

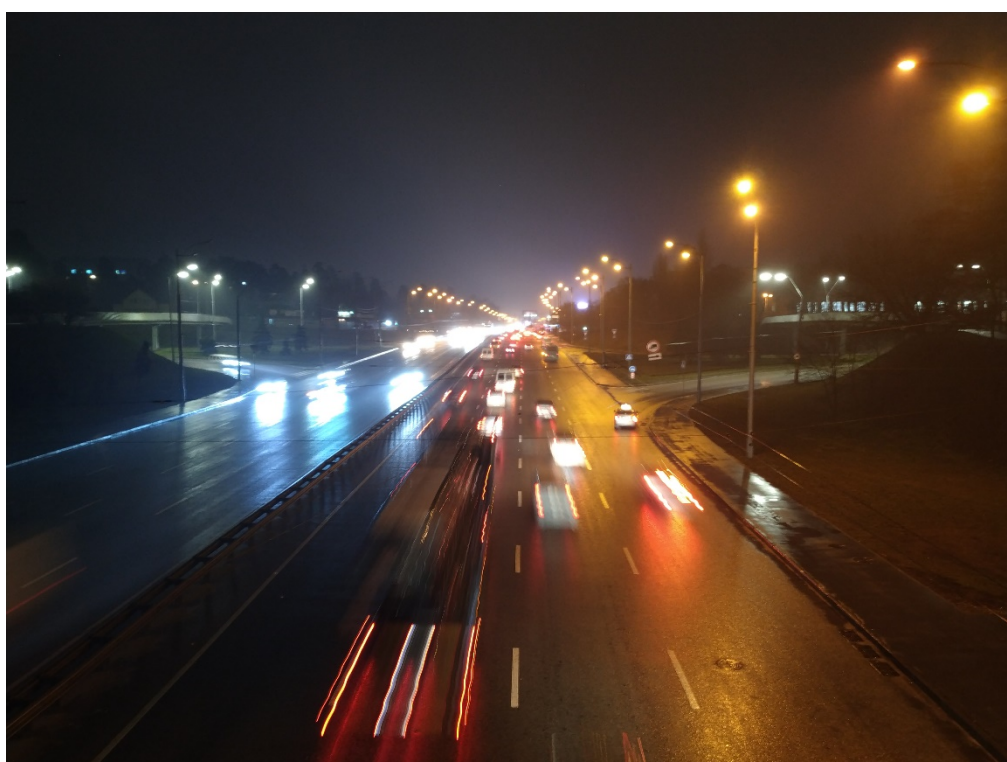


Рис. 4.18. Зйомка при експозиції в 1/2 секунди



Рис. 4.19. Зйомка при експозиції в 1 секунду

Проаналізуємо рис. 4.17 і 4.18, де помітно, що при віддаленні від точки надіру зменшується слід. Зауважимо, що аналіз необхідно виконувати по одній із дорожніх смуг, оскільки на різних смугах транспорт рухається з різною швидкістю. Наприклад, на рис. 4.17 в першій і другій смугах зліва помітно, що на одному рівні/розташуванні ліве джерело випромінювання має більший слід від правого. Проаналізувавши рис.4.18, помітно, що знизу по смузі зліва, рухається вантажівка, яка є доволі протяжною і має на собі багато джерел світла. Оскільки всі джерела випромінювання на вантажівці рухаються з однією швидкістю, а сліди в них різні в залежності від розташування, то і розміри слідів є різними і зменшуються при віддаленні. Це підтверджує отриману формулу.

Оцінку розмірів слідів від джерел випромінювання проведено за допомогою написаної авторами програми «Difdisofil» [100]. Програмою аналізується зображення із рис. 4.17. Для кращого контрасту вибрана блакитна компонента субтрактивної колірної

моделі СМУК. Підсвічений стовпець «L» вказує на розмір кожної із позначених ліній в пікселях.

На рис. 4.20, виділено об'єкти 4 лініями, які рухаються по одній дорожній смузі.

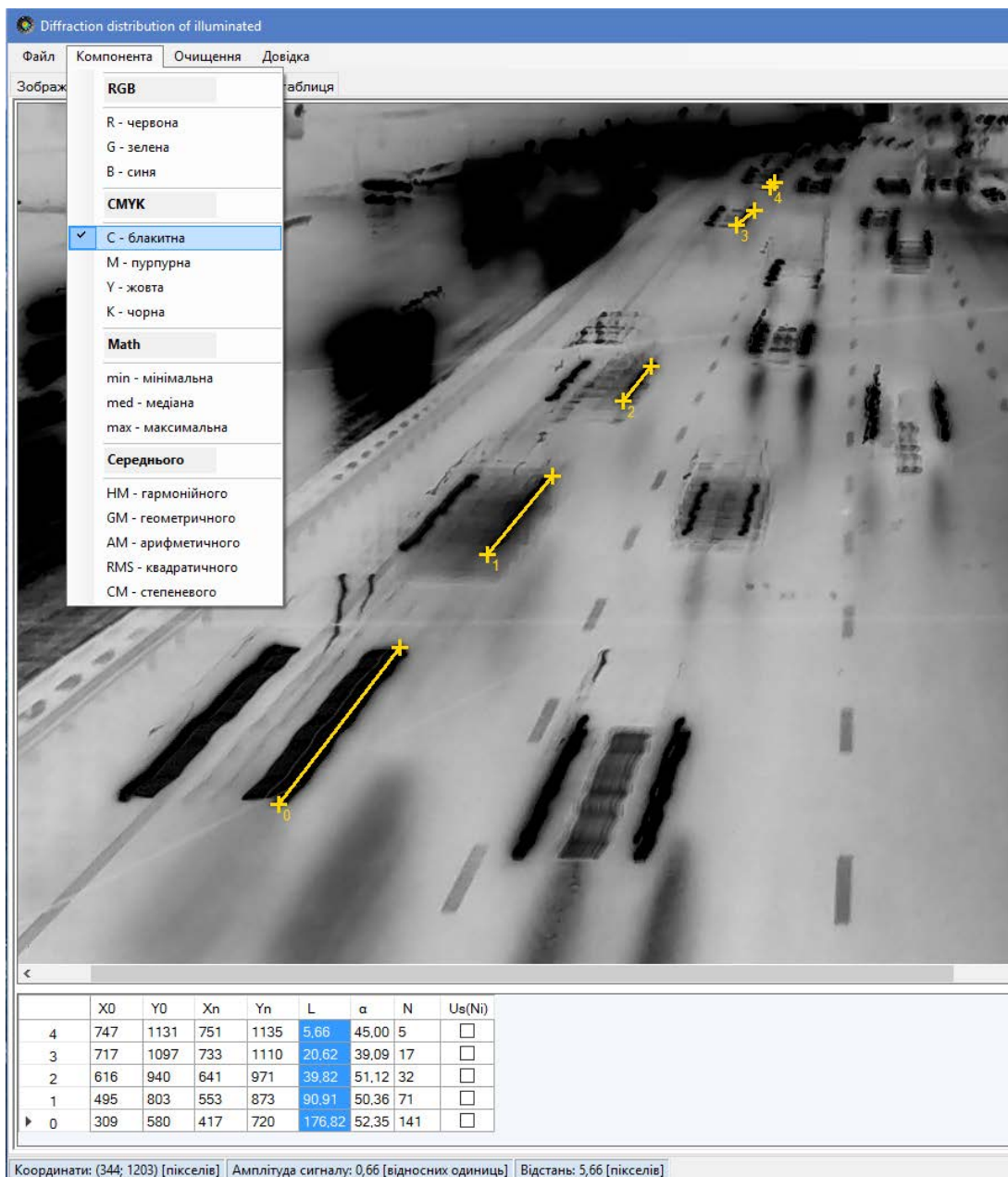


Рис. 4.20. Аналіз розмірів слідів джерел випромінювання за допомогою програми «Difdisofil»

В таблиці, яка наведена в програмі, виділено колонку в якій вказані лінійні розміри ліній. Збільшення довжин підтверджує отриманий вираз для розрахунку швидкості переміщення зображення.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Колобродов В. Г., Лихоліт М. І. Проектування тепловізійних і телевізійних систем спостереження. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 364 с.
2. Колобродов В. Г., Шустер Н. Тепловізійні системи (фізичні основи, методи проектування і контролю, застосування). – К.: 1999. – 340 с.
3. Wikipedia. Інфрачервоне випромінювання. 2018. [Online]. Available: https://uk.wikipedia.org/wiki/Інфрачервоне_випромінювання. Accessed on: 08.05.2019.
4. Wikipedia. Безпілотний літальний апарат. 2018. [Online]. Available: https://uk.wikipedia.org/wiki/Безпілотний_літальний_апарат. Accessed on: 28.10.2018.
5. Trident - реальні новини України. Новий український комплекс Фурія рівня А1-СМ не поступається закордонним комплексам. 2018. [Online]. Available: <https://trident-ua.info/novyny/vijna-na-shodi/novij-ukraïnskij-kompleks-furiya-rivnya-a1-sm-ne-postupayetsya-zakordonnim-kompleksam/>. Accessed on: 26.10.2016.
6. Wikipedia. Мультикоптер. 2018. [Online]. Available: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Мультикоптер>. Accessed on: 29.06.2018.
7. Ліга Інженерів України. Ми входимо в наступну епоху дронів. 2018. [Online]. Available: <https://uaengineer.com.ua/mi-vходимо-v-nastupnu-epoxu-droniv/>. Accessed on: 26.05.2017.
8. Royal Aeronautical Society. Airborne Early Warning and Control: Detecting the Battlespace. 2018. [Online]. Available: <https://www.aerosociety.com/news/airborne-early-warning-and-control-detecting-the-battlespace/>. Accessed on: 18.09.2018.
9. ИнфраКристалл. Мировой рынок инфракрасных камер – прогнозы развития. 2018. [Online]. Available: http://infracrystal.ru/mainnews/news_post/mirovoy-rynok-infrakrasnykh-kamer-prognozy-razvitiya. Accessed on: 11.10.2017.

10. PRECOLUMBIANWEAPONS.COM. New Concept Aircraft Unique Concept Ships the Ghost by Maxim Revin. 2018. [Online]. Available: <http://precolumbianweapons.com/new-concept-aircraft/new-concept-aircraft-unique-concept-ships-the-ghost-by-maxim-revin/>. Accessed on: 14.03.2017.
11. Michel Capderou, «Satellites Orbits and Missions». – Springer-Verlag France, 2005, 558 pp., ISBN 2-287-21317-1.
12. Michel Capderou, «Handbook of Satellite Orbits from Kepler to GPS ». – Springer International Publishing Switzerland, 2014, 922 pp., ISBN 978-3-319-03415-7, doi: 10.1007/978-3-319-03416-4.
13. Пантелеєв В. Л. Теорія фігури Землі. – М.: МГУ ім. М. В. Ломоносова, 2000. – 98 с.
14. Молоденський М. С. Гравітаційне поле, фігура і внутрішнє строєння Землі. – М.: Наука, 2001. – 569 с., ISBN 5-02-002331-0.
15. Geoffrey M. Boynton, Contrast Gain in the Brain // Elsevier, pp 476-477, 2005, doi: 10.1016/j.neuron.2005.08.003.
16. Колобродов В. Г., Тимчик Г. С. Дифракційна теорія оптичних систем. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – 148 с.
17. Пінчук Б. Ю. Тепловізійні системи спостереження безпілотних авіаційних та космічних приладів: дис. канд. тех. наук: 05.11.07 / Пінчук Богдан Юрійович; КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, 2021 – 243 с.
18. Ronald G. Driggers, ect., «Introduction to Infrared and Electro-Optical Systems» Second Edition. – Artech House, 2012, 583 pp.
19. Thomas Williams «Thermal Imaging Cameras: Characteristics and Performance» – CRC Press, 2009, 238 pp., ISBN 9781420071856.
20. Norman S. Kopeika, «A System Engineering Approach to Imaging». – Washington.: SPIE Optical Engineering Press, 1998. 706 p.
21. Gerald C. Holst, «Common Sense Approach to Thermal Imaging». – SPIE Optical Engineering Press, 2000. 370 p.

22. Pieter A. Jacobs, «Thermal infrared characterization of ground targets and backgrounds» Second Edition. – SPIE Publications, 2006, 190 pp.
23. Krzysztof Chrzanowski, «Testing Thermal Imagers: Practical Guidebook». – Warsaw: Military University of Technology, 2010, 164 pp.
24. Ronald G. Driggers, ect., «Signal Processing and Performance Analysis for Imaging Systems». – Artech House, 2008, 304 pp.
25. Тягур В. М. Роздільна здатність оптичних систем космічних багатоспектральних сканерів дистанційного зондування Землі: дис. канд. тех. наук: 05.11.07 / Тягур Володимир Михайлович; НТУУ «КПІ», Київ, 2008 – 276 с.
26. Тягур В. М. Лінійна роздільна здатність на місцевості космічних оптико-електронних систем дистанційного зондування / В.М. Тягур, М.І. Лихоліт, В.Г. Колобродов // Наукові вісті НТТУ «КПІ». – 2007. - №4 – С. 95-100.
27. Rainer Sandau «Digital Airborne Camera Introduction and Technology» – Springer, 2010, 343 pp., doi: 10.1007/978-1-4020-8878-0.
28. Білоус В.В., Боднар С.П. тощо Дистанційне зондування з основами фотограмметрії: навчальний посібник / В. В. Білоус, С. П. Боднар, Т. М. Курач, А. М. Молочко, Г. О. Патиченко, І. О. Плісецька; упоряд. Т. М. Курач. - К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2011. - 367 с.
29. Толстохатко В. А. Конспект лекцій по курсу «Фотограмметрия и дистанционное зондирование» / В. А. Толстохатко, В. А. Пеньков; Харьк. нац. акад. гор. хоз-ва. – Х.: ХНАГХ, 2013. – 113 с.
30. Краснящих А.В. Обработка оптических изображений. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 129 с.
31. Красильников Н. Н. Цифровая обработка 2D- и 3D-изображений: учеб. пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 608 с.
32. Гонсалес Р. «Цифровая обработка изображений» / Р. Гонсалес, Р. Вудс, 3-е изд. испр. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.

33. Гонсалес Р. «Цифровая обработка изображений в среде MATLAB» / Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.
34. Добровольська К. В. Підвищення просторової роздільної здатності мікроболометричної камери для супутника: дис. канд. тех. наук: 05.11.07 / Добровольська Катерина Володимирівна; НТУУ «КПІ», Київ, 2018 – 238 с.
35. Гришенцев А. Ю. К вопросу о сверхразрешении чувствительных матриц / А.Ю. Гришенцев, А.Г. Коробейников, И.Б. Бондаренко // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 10. С. 12.
36. Блажевич С. В. Повышения разрешения цифровых изображений с использованием субпиксельного сканирования / С.В. Блажевич, Е.С. Селютина // Журнал Научный аспект – Самара, «Инсома-пресс», 2013. – выпуск №1, С. 204-211.
37. Фабіровський С. Є. Субпiксельна обробка зображень у системах моніторингу видимого діапазону хвиль / С. Є. Фабіровський // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2014. - № 796. - С. 49-53.
38. Тарасов В. В. Некоторые пути совершенствования тепловизионных систем [Электронный ресурс] / В. В. Тарасов, Ю. Г. Якушенко // БНТИ. – 2006. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.bnti.ru/showart.asp?aid=648&lvl=10.01>.
39. Сизов Ф. Ф. ИК-фотоэлектроника: фотонные или тепловые детекторы? Перспективы / Ф. Ф. Сизов // Сенсорна електроніка і мікросистемні технології. - 2015. - Т. 12, № 1. - С. 26-52.
40. Тепловизоры. Факторы, влияющие на качество изображения тепловизора. 2018. [Online]. Available: <http://teplovizo.ru/factory-vliyayushhie-na-kachestvo-izobrazheniya-teplovizora.htm>. Accessed on: 10.11.2016.
41. Бідюк П. І. Системи підтримки прийняття рішень на основі статистично-ймовірнісних методів / П. І. Бідюк, С. О. Довгий, О. М. Трофимчук. – К.: Логос, 2014. – 419 с.

42. Qihao Weng «Advances in Environmental Remote Sensing: Sensors, Algorithms, and Applications» – CRC Press, 2011, 610 pp., ISBN 9781420091816.
43. James B. Campbell, Randolph H. Wynne, «Introduction to Remote Sensing» 5th Edition. – The Guilford Press, 2011, 667 pp., ISBN 978-1609181765.
44. Chen C. H. «Signal and Image Processing for Remote Sensing» Second Edition – CRC Press, 2012, 619 pp., ISBN 9781439855966.
45. Prasad S. Thenkabail «Remote Sensing Handbook» Three Volume Set – CRC Press, 2015, 2020 pp., ISBN 9781482218015.
46. Paul Mather, Brandt Tso «Classification Methods for Remotely Sensed Data» Second Edition – CRC Press, 2009, 376 pp., ISBN 9781420090727.
47. Ruiliang Pu «Hyperspectral Remote Sensing: Fundamentals and Practices». – CRC Press, 2017, 466 pp., ISBN 9781138747173.
48. Данилевський М. П. Основи сферичної геометрії і тригонометрії: навч. посібник / М. П. Данилевський, А. І. Колосов, А. В. Якутін; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2011. – 92 с.
49. Пінчук Б. Ю., Колобродов В. Г., Тягур В.М. Просторове розділення системи дистанційного зондування при зміні кута візування // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2018. – №1. – С. 54–64, doi: 10.20535/1810-0546.2018.1.111880.
50. Qin Deng et al., Study on MTF of remote sensing imaging under arbitrary known vibration // Proc. of SPIE, vol. 8420, pp 84200W-1–84200W-6, 2012, doi: 10.1117/12.966412.
51. Kolobrodov V.G., et al., Spaceborne linear array imager's spatial resolution for arbitrary viewing angles // Proc. of SPIE. – Vol. 10445. – 2017. – pp. 104450J-1– 104450J-9, doi: 10.1117/12.2280909.
52. John R. Schott «Remote sensing: the image chain approach» 2nd ed. – Oxford University Press, 2007, 701 pp., ISBN 978-0-19-517817-3.

53. Dowman, I., et al., High Resolution Optical Satellite Imagery. – Whittles Publishing, 2012, 230 pp., ISBN 978-184995-046-6, doi: 10.1080/01431161.2012.748512.
54. Auelmann, R. R. Image Quality Metrics. 2012. [Online]. Available: <http://www.techarchive.org/wp-content/themes/boilerplate/largerdocs/Image%20Quality%20Metrics.pdf>. Accessed on: 15.03.2014.
55. Daniel Zwillinger «Table of Integrals, Series, and Products» 8rd ed. – Academic Press, 2014, 1184 pp., ISBN 978-0-12-384933-5.
56. Лурье И.К. Косиков А.Г. Теория и практика цифровой обработки изображений / Дистанционное зондирование и географические информационные системы. Под ред. А.М. Берлянта. - М.: Научный мир, 2003. – 168 с.
57. Домненко В.М., Бурсов М.В. «Моделирование формирования оптического изображения. Учебное пособие.» – СПб: НИУ ИТМО, 2011. – 141 с.
58. Robert D. Fiete «Modeling the imaging chain of digital cameras». – SPIE, 2010, 225 pp, ISBN 978-0-8194-8339-3.
59. Boreman, Glenn D., «Modulation transfer function in optical and electro-optical systems». – SPIE Press, 2001, 111 pp.
60. Norman S. Kopeika, «A System Engineering Approach to Imaging». – Washington.: SPIE Optical Engineering Press, 1998. 706 p.
61. Xin Mu, et al., Remote Sensing Image Restoration with Modulation Transfer Function Compensation Technology In-orbit // Proc. of SPIE. – Vol. 8768. – 2012. – pp. 87681K-1– 87681K-5, doi: 10.1117/12.2010775.
62. Jin Li, et al., Image quality enhancement method for on-orbit remote sensing cameras using invariable modulation transfer function // Optical Society of America. pp 17134- 17149, 2017, doi: 10.1364/OE.25.017134.
63. Jin Li, et al., Using sub-resolution features for self-compensation of the modulation transfer function in remote sensing //

Optical Society of America. pp 4018 - 4037, 2017, doi: 10.1364/OE.25.004018.

64. Колобродов В. Г., Гордієнко В. І. Вплив фактора заповнення чутливими елементами інфрачервоної матриці на якість тепловізійного зображення // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2010. – №1. – С. 135–139.

65. Шикин Е. В., Боресков А. В. Компьютерная графика. Динамика, реалистические изображения. – Москва: Диалог-МИФИ, 1995. – 288 с.

66. Wikipedia. Фурия (БПЛА). 2019. [Online]. Available: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Фурия_\(БПЛА\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/Фурия_(БПЛА)). Accessed on: 30.10.2019.

67. Wikipedia. PD-1. 2019. [Online]. Available: <https://uk.wikipedia.org/wiki/PD-1>. Accessed on: 20.06.2019.

68. Wikipedia. Ту-143. 2019. [Online]. Available: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Ту-143>. Accessed on: 09.05.2019.

69. Wikipedia. Ту-141. 2019. [Online]. Available: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Ту-141>. Accessed on: 24.08.2019.

70. Wikipedia. АН-30. 2019. [Online]. Available: <https://uk.wikipedia.org/wiki/АН-30>. Accessed on: 23.08.2019.

71. Wikipedia. Су-24МР. 2019. [Online]. Available: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Су-24МР>. Accessed on: 22.08.2019.

72. Earth Observation Portal. TopSat. 2019. [Online]. Available: <https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/t/topsat>. Accessed on: 30.10.2019.

73. ImageSat International. EROS Imagery Products Guide. 2012. [Online]. Available: <http://www.geosoluciones.cl/documentos/eros/EROS-Imagery-Products-guide.pdf>. Accessed on: 28.05.2019.

74. Leonardo DRS. Tamarisk 640. 2019. [Online]. Available: <https://www.leonardodrs.com/commercial-infrared/products/uncooled-camera-modules/tamarisk-camera-modules/tamarisk-640/>. Accessed on: 08.04.2019.

75. Allen Mann, *Infrared optics and zoom lenses*, 2nd Edition. – SPIE, 2009, 164 pp.
76. Hengyi Lv, et al., Autofocus method for scanning remote sensing cameras // *Optical Society of America*. pp 6351-6359, 2015, doi: 10.1364/AO.54.006351.
77. Колобродов В. Г., Пінчук Б. Ю. Взаємозв'язок функцій розсіювання точки абераційного і дифракційно обмеженого об'єктивів матричних тепловізорів // *Наукові вісті НТУУ «КПІ»*. – 2016. – №5(109). – С. 92–98, doi: 10.20535/1810-0546.2016.5.72034.
78. Vollmerhausen R.H. et al., *Analysis and evaluation of sampled imaging systems*. – Washington: SPIE Press, 2010, 304 p. doi: 10.1117/3.853462.
79. Грей Э., Мэтьюз Г. Б. *Функции Бесселя и их приложения к физике и механике*. – М.: Изд-во иностр. лит., 1953. – 371 с.
80. Колобродов В. Г., Протасов В. Г., Піронер Я. М. Функція розсіювання точки телевізійної системи спостереження з матричним приймачем випромінювання // *Наукові вісті НТУУ "КПІ"*. – 2003. – №4. – С. 103–108.
81. Аль-Мзіраві А. М. Методи визначення просторової роздільної здатності медичного тепловізора / А. М. Аль-Мзіраві, М. С. Колобродов, Б. Ю. Пінчук. // *Вісник НТУУ «КПІ». Сер. : Приладобудування*. – 2014. – №47. – С. 149–156.
82. Колобродов В.Г. Визначення оптимального нормованого радіуса розсіювання об'єктива тепловізора / В. Г. Колобродов, Б. Ю. Пінчук. // *Вісник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут"*. Сер. : Приладобудування. – 2015. – №49(1). – С. 101–108.
83. Колобродов В.Г. Узгодження роздільної здатності об'єктива і матричного приймача випромінювання медичного тепловізора / Ахмед Малік Лазім Аль-Мзіраві, Балінський Є. Г., Колобродов В. Г. // *Наукові вісті НТУУ «КПІ»*. – 2012. – № 1. – С. 117–120.

84. Овсянников В. А. Согласование размеров кружка рассеяния объектива с элементом фотоприемного устройства тепловизионного прибора / В. А. Овсянников, В. Л. Филиппов. // Оптический журнал: Науч.-техн. журн. – 2007. – №1. – С. 77–79.

85. Light D. A Basis for Estimating Digital Camera Parameters / Don Light. // American Society for Photogrammetry and Remote Sensing. – 2004. – №3. – С. 297–300.

86. Федосеев, В.И. Анализ оптических сигналов матричными фотоприемниками / В.И. Федосеев // Известия высших учебных заведений «Приборостроение». – 1984. – Т. XXVII, № 7. – С. 70-78.

87. Кружилов И. С. О влиянии относительного размера изображения на погрешность определения координат / И. С. Кружилов // Компьютерная оптика. – 2009. – Том 33, № 2. – С. 210–215.

88. Ronald G. Driggers, et al., Infrared detector size: how low should you go? // Proc. of SPIE. – Vol. 51(6). – 2012. – pp. 063202-1–063202-6, doi: 10.1117/1.OE.51.6.063202.

89. Antoni Rogalski «Infrared and Terahertz Detectors » Third Edition – CRC Press, 2019, 1066 pp., ISBN 978-1-138-19800-5.

90. Michael Vollmer, Klaus-Peter Möllmann, «Infrared Thermal Imaging. Fundamentals, Research and Applications», 2nd Edition. – Wiley-VCH, 2018, 769 pp.

91. Cole-Parmer. Emissivity of Specific Materials. 2018. [Online]. Available: <https://www.coleparmer.com/tech-article/emissivity-of-specific-materials>. Accessed on: 15.05.2019.

92. Engineering ToolBox. Emissivity Coefficients Materials. 2003. [Online]. Available: https://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d_447.html. Accessed on: 15.05.2019.

93. Thermalinfo.ru. Степень черноты поверхности материалов (металлов, диэлектриков, стройматериалов, оксидов). 2003. [Online]. Available: <http://thermalinfo.ru/eto-interesno/stepen-chernoty-poverhnosti-materialov-metallov-dielektrikov>. Accessed on: 15.05.2019.

94. Криксунов Л. З. Справочник по основам инфракрасной техники / Л. З. Криксунов. – М.: Советское радио, 1978. – 400 с.
95. Arnold Daniels, Field guide to infrared systems, detectors, and FPAs, 2nd Edition. – SPIE, 2010, 192 pp.
96. Paul W. Kruse, Uncooled thermal imaging arrays, systems and applications. – SPIE, 2001, 110 pp.
97. Antoni Rogalski, Infrared detectors, 2nd Edition. – CRC Press, 2010, 898 pp.
98. Shen-En Qian, Optical Satellite Signal Processing and Enhancement. – SPIE Press, 2013, 554 p. doi: 10.1117/3.1000981.
99. Колобродов В. Г. Оптимізація параметрів об'єктива і мікроболометричної матриці тепловізора // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2015. – № 1(99). – С. 91–95.
100. BogdanPinchuk. Difdisofil. 2019. [Online]. Available: <https://github.com/BogdanPinchuk/Difdisofil>. Accessed on: 06.09.2019.
101. Пінчук Б. Ю., Колобродов В. Г., Тягур В.М. Вплив кутів візування та кривизни поверхні Землі на просторове розділення космічної оптико-електронної системи спостереження // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2018. – №5. – С. 63–75, doi: 10.20535/1810-0546.2018.5.140106.
102. Пінчук Б. Ю., Колобродов В. Г., Тягур В.М. Модуляційна передавальна функція системи дистанційного зондування при відхиленні осі візування від надиру // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2018. – №6. – С. 66–80, doi: 10.20535/1810-0546.2018.6.149681.
103. Kolobrodov V. G. Influence of the aberrations of Fourier-lens on the resolution of the digital optical processor/ V. G. Kolobrodov, H. S. Tymchyk, M. S. Kolobrodov, B. Y. Pinchuk, et al., – 2018. – 110450U-1 – 110450U-5, doi: 10.1117/12.2522310.

ДОДАТОК А

А.1 Кутова і лінійна швидкості точки візування на плоскій поверхні

Нехай в точці O (рис. А.1) на деякій висоті H знаходиться камера або лазер, які направлені на площину або ж ЗП. Перше завдання можна сформулювати наступним чином: камера в точці O обертається зі сталою кутовою швидкістю ω , а необхідно знайти як змінюється швидкість переміщення точки візування $v_{n.m.}$ на ЗП. Друге завдання, обернене до першого: деякий об'єкт із сталою швидкістю $v_{n.m.}$ рухається по ЗП, а необхідно знайти із якою кутовою швидкістю ω необхідно обертати камеру, щоб об'єкт спостереження знаходився на оптичній осі камери, тобто його зображення формувалося в центрі МПВ [17].

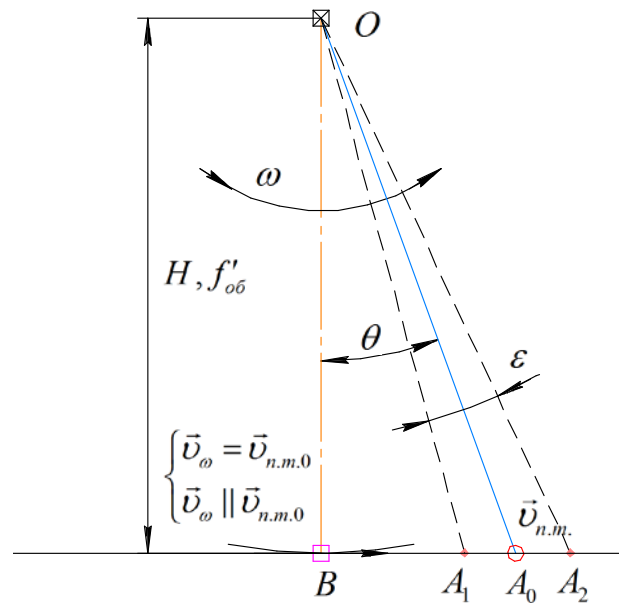


Рис. А.1 Схема обертання камери при проектуванні точки на плоскій поверхні

На рис. А.1 показано рух камери і переміщення точки візування A_0 на поверхні ЗП. Точка B – точка надіру, а пряма проведена через точки BA_i ЗП на якій проводиться зйомка. Згідно сформульованого першого завдання, маємо, що коли точка A_0 співпадає в певний момент часу із точкою B , то швидкості переміщення точки $v_{n.m.}$ і швидкість переміщення точки кола (умовного кола з радіусом H) будуть

однаковими $v_{n.m.0} = v_{\omega}$ а їх вектори паралельними і однонаправленими $v_{n.m.0} \parallel v_{\omega}$. Швидкість переміщення точок умовного кола дорівнює:

$$\vec{v}_{\omega} = \omega \cdot H. \quad (\text{A.1})$$

Вектори швидкостей $v_{n.m.}$ і v_{ω} однакові, оскільки v_{ω} є дотичною до умовно описаного кола. Щоб визначити $v_{n.m.}$ в точці відмінній від надиру, розглянемо наступний випадок, де швидкість – це відстань ΔS , яку проходить точка за певний час t :

$$v = \frac{dS}{dt} \approx \frac{\Delta S}{t}. \quad (\text{A.2})$$

Виходячи із (A.2) додатково побудуємо дві точки A_1 і A_2 , відстань між якими дорівнюватиме ΔS . Можна бачити, що прямі OA_1 і OA_2 утворюють деякий кут ε , при цьому пряма OA_0 є його бісектрисою. Фізично маємо, що чим менше ΔS і ε тим точніше можна визначити середню швидкість $v_{n.m.}$. Із $\triangle OBA_1$ і $\triangle OBA_2$ де $\angle B = 90^\circ$, маємо:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\left(\theta - \frac{\varepsilon}{2}\right) = \frac{BA_1}{OB} = \frac{S_1}{H} \\ \operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\varepsilon}{2}\right) = \frac{BA_2}{OB} = \frac{S_2}{H} \end{cases}. \quad (\text{A.3})$$

Тоді із (A.3) маємо, що відстань між точками A_1 і A_2 дорівнюватиме:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = H \left(\operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\varepsilon}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(\theta - \frac{\varepsilon}{2}\right) \right). \quad (\text{A.4})$$

Знайшовши відстань ΔS підставимо (A.4) в (A.2) і знайдемо середню швидкість переміщення точки візування:

$$\bar{v}_{n.m.} = \frac{\Delta S}{t} = \frac{H}{t} \left(\operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\varepsilon}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(\theta - \frac{\varepsilon}{2}\right) \right). \quad (\text{A.5})$$

Згідно рис. А.1, маємо: постійну кутову швидкість ω і кут ε , на який необхідно обернутись камері, щоб пройти відстань ΔS , тому звідси можна визначити за який час t це відбудеться:

$$t = \frac{\varepsilon}{\omega}. \quad (\text{A.6})$$

Знаючи час t , підставимо (A.6) в (A.5), таким чином позбуваємося часової складової і отримуємо, що:

$$\bar{v}_{n.m.} = \frac{\omega H}{\varepsilon} \left(\operatorname{tg} \left(\theta + \frac{\varepsilon}{2} \right) - \operatorname{tg} \left(\theta - \frac{\varepsilon}{2} \right) \right). \quad (\text{A.7})$$

Аналізуючи (A.7), видно, що дана формула не зручна для використання, тому постає завдання позбутися кута ε , тому застосуємо тригонометричні формули перетворення:

$$\operatorname{tg}(\alpha) \pm \operatorname{tg}(\beta) = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}.$$

Розпишемо детально праву частину (A.7):

$$\operatorname{tg} \left(\theta + \frac{\varepsilon}{2} \right) - \operatorname{tg} \left(\theta - \frac{\varepsilon}{2} \right) = \frac{\sin \left(\theta + \frac{\varepsilon}{2} - \left(\theta - \frac{\varepsilon}{2} \right) \right)}{\cos \left(\theta + \frac{\varepsilon}{2} \right) \cos \left(\theta - \frac{\varepsilon}{2} \right)} = \frac{\sin(\varepsilon)}{\cos \left(\theta + \frac{\varepsilon}{2} \right) \cos \left(\theta - \frac{\varepsilon}{2} \right)}.$$

В результаті, перепишемо (A.7) у вигляді:

$$\bar{v}_{n.m.} = \frac{\omega H \cdot \sin(\varepsilon)}{\varepsilon \cdot \cos \left(\theta + \frac{\varepsilon}{2} \right) \cos \left(\theta - \frac{\varepsilon}{2} \right)}. \quad (\text{A.8})$$

Із рис. A.1 можна помітити, що чим менший кут ε , тим точніше можна визначити швидкість переміщення точки. Отже, в даному випадку формується наступна умова: $\varepsilon \rightarrow 0$.

Застосуємо дану умову для (A.8) і запишемо як:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\bar{v}_{n.m.}(\varepsilon)) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\omega H \cdot \sin(\varepsilon)}{\varepsilon \cdot \cos \left(\theta + \frac{\varepsilon}{2} \right) \cos \left(\theta - \frac{\varepsilon}{2} \right)} \right). \quad (\text{A.9})$$

Скориставшись «чудовими границями» для (A.9) отримаємо:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\bar{v}_{n.m.}(\varepsilon)) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\omega H \cdot \sin(\varepsilon)}{\varepsilon \cdot \cos\left(\theta + \frac{\varepsilon}{2}\right) \cos\left(\theta - \frac{\varepsilon}{2}\right)} \right) = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\omega H \cdot \varepsilon}{\varepsilon \cdot \cos(\theta + 0) \cos(\theta - 0)} \right) = \frac{\omega H}{\cos^2(\theta)} \end{aligned}$$

В результаті коли $\varepsilon \rightarrow 0$, то отримуємо точну формулу швидкості переміщення точки візування у відповідний момент часу або ж при деякому куті спостереження θ :

$$\bar{v}_{n.m.} = \frac{\omega \cdot H}{\cos^2(\theta)}. \quad (\text{A.10})$$

Щоб, упевнитись у правильності отриманого результату, необхідно перевірити контрольні значення або точки. Розглянемо випадок, коли точка A_0 знаходиться в надирі в певний момент часу, тобто коли $\theta = 0^\circ$, то із (A.10) ми отримуємо, що:

$$\bar{v}_{n.m.0} = \frac{\omega \cdot H}{\cos^2(0^\circ)} = \omega \cdot H.$$

Формула (A.10) дозволяє вирішити перше поставлене завдання. Аналізуючи (A.10) можна отримати вирішення і для другого поставленого завдання:

$$\omega = \frac{\bar{v}_{n.m.}}{H} \cos^2(\theta). \quad (\text{A.11})$$

A.2 Кутова і лінійна швидкості точки візування на опуклій поверхні

Аналогічно пункту A.1, в даному випадку ставляться такі ж самі завдання, а змінюється лише поверхня із плоскої на опуклу. В A.1 отримані формули для застосування при умовах коли використовуються безпілотні та авіаційні ТСС, а також коли необхідно знайти з якою швидкістю рухатиметься зображення у фокальній площині, тобто в площині МПВ. В даному випадку, це завдання

стосується КА, які знаходять на значній висоті і важливо враховувати кривизну Землі [17].

Нехай в точці O (рис. А.2) на деякій висоті H знаходиться ТСС, яка направлена на ЗП.

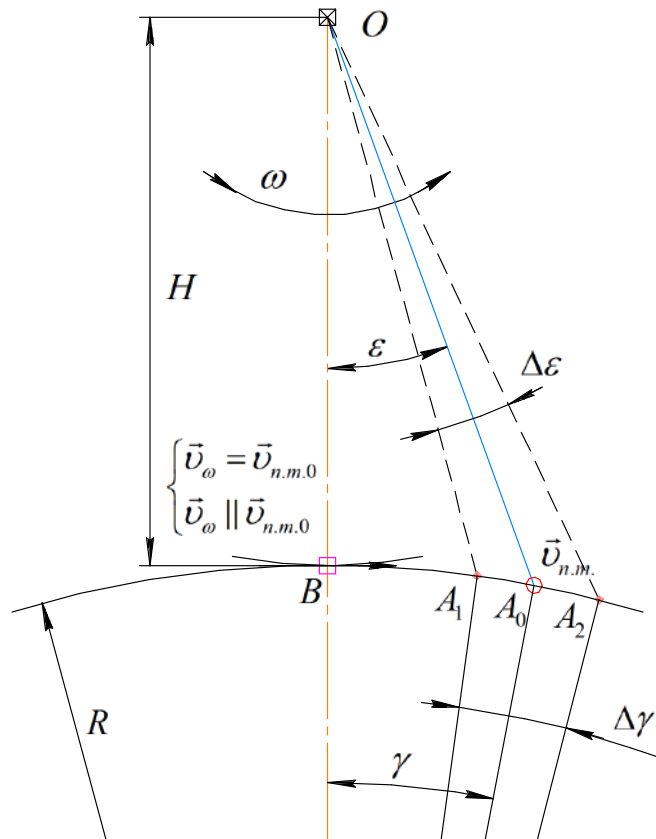


Рис. А.2 Схема обертання камери при проектуванні точки на опуклій поверхні

Поняття швидкості можна описати формулою (А.2). Час обертання зі сталою кутовою швидкістю ω на деякий кут $\Delta\varepsilon$ становить:

$$t = \frac{\Delta\varepsilon}{\omega}. \quad (\text{А.12})$$

Відстань по кривій, яку пройде підспутникова точка дорівнюватиме:

$$\Delta S = R(\gamma_2 - \gamma_1) = R \cdot \Delta\gamma. \quad (\text{А.13})$$

де R – радіус кривизни Землі;

γ – еквівалентний кут ε в середині сфери радіусом R , тобто кут між прямою яка з'єднує точку візування A_0 і центр сфери та прямою яка з'єднує точку надиру і центр сфери.

Підставимо (A.12) і (A.13) в (A.2):

$$\vec{v}_{n.m.} = \omega R \frac{\Delta\gamma}{\Delta\varepsilon}. \quad (\text{A.14})$$

Відповідно до рис. A.2, залежність між кутами ε і γ визначається як

$$\begin{aligned} \sin(\gamma) \operatorname{ctg}(\varepsilon) + \cos(\gamma) &= \frac{H + R}{R}, \\ \operatorname{tg}(\varepsilon) &= \frac{R \sin(\gamma)}{H + R(1 - \cos(\gamma))}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Тоді кут на який відхилиться камера дорівнюватиме:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{R \sin(\gamma_2)}{H + R(1 - \cos(\gamma_2))}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{R \sin(\gamma_1)}{H + R(1 - \cos(\gamma_1))}\right). \quad (\text{A.16})$$

Скористаємося формулою обернених тригонометричних функцій:

$$\operatorname{arctg}(x) - \operatorname{arctg}(y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x - y}{1 + xy}\right).$$

Розпишемо (A.16) як:

$$\Delta\varepsilon = \operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{R \sin(\gamma_2)}{H + R(1 - \cos(\gamma_2))} - \frac{R \sin(\gamma_1)}{H + R(1 - \cos(\gamma_1))}}{1 + \frac{R \sin(\gamma_2)}{H + R(1 - \cos(\gamma_2))} \cdot \frac{R \sin(\gamma_1)}{H + R(1 - \cos(\gamma_1))}}\right). \quad (\text{A.17})$$

Спростимо вираз в дужках:

$$R \frac{2(H + R) \sin\left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma_2 + \gamma_1}{2}\right) - R \sin(\gamma_2 - \gamma_1)}{(H + R)^2 - 2R(H + R) \cos\left(\frac{\gamma_2 + \gamma_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2}\right) + R^2 \cos(\gamma_2 - \gamma_1)}.$$

Враховуючи, що:

$$\begin{cases} \gamma_2 = \gamma + 0.5\Delta\gamma \\ \gamma_1 = \gamma - 0.5\Delta\gamma \end{cases},$$

(A.17) запишеться як:

$$\Delta\varepsilon = \operatorname{arctg} \left(R \frac{2(H+R)\sin\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right)\cos(\gamma) - R\sin(\Delta\gamma)}{(H+R)^2 - 2R(H+R)\cos(\gamma)\cos\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right) + R^2\cos(\Delta\gamma)} \right). \quad (\text{A.18})$$

Аналогічно пункту А.1 маємо, що чим менший кут $\Delta\varepsilon$ тим точніше визначатиметься середня швидкість підсупутникової точки. Отже, запишемо наступну умову:

$$\Delta\varepsilon \rightarrow 0.$$

Скористаємося в даному випадку «чудовими границями» і запишемо наступне:

$$\lim_{\Delta\varepsilon \rightarrow 0} (\operatorname{tg}(\Delta\varepsilon)) = \Delta\varepsilon. \quad (\text{A.19})$$

Аналізуючи (A.18) і (A.19) можна записати наступне:

$$\Delta\varepsilon = R \frac{2(H+R)\sin\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right)\cos(\gamma) - R\sin(\Delta\gamma)}{(H+R)^2 - 2R(H+R)\cos(\gamma)\cos\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right) + R^2\cos(\Delta\gamma)}. \quad (\text{A.20})$$

Підставимо (A.20) в (A.14) і отримаємо:

$$\vec{v}_{n.m.} = \omega \cdot \Delta\gamma \frac{(H+R)^2 - 2R(H+R)\cos(\gamma)\cos\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right) + R^2\cos(\Delta\gamma)}{2(H+R)\sin\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right)\cos(\gamma) - R\sin(\Delta\gamma)}. \quad (\text{A.21})$$

Кути $\Delta\varepsilon$ і $\Delta\gamma$ залежні, а тому якщо один кут прямує до нуля то і інший також. Звідси запишемо умову:

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon \rightarrow 0 \\ \Delta\gamma \rightarrow 0 \end{cases}.$$

Підставимо, отриману умову в (А.21) і скористаємося «чудовими границями»:

$$\vec{v}_{n.m.} = \omega \cdot \Delta\gamma \frac{(H+R)^2 - 2R(H+R)\cos(\gamma) + R^2}{2(H+R)\frac{\Delta\gamma}{2}\cos(\gamma) - R\Delta\gamma}.$$

В результаті спрощень, запишемо формулу, яка визначатиме швидкість переміщення точки візування у відповідний момент часу при сталій кутовій швидкості:

$$\vec{v}_{n.m.} = \omega \frac{H^2 + 2R(H+R)(1 - \cos(\gamma))}{H + (H+R)(1 - \cos(\gamma))}. \quad (\text{A.22})$$

Зробимо перевірку правильності отриманої формули, при умові коли кут $\gamma = 0$:

$$\vec{v}_{n.m.0} = \omega \frac{H^2 + 2R(H+R)(1-1)}{H + (H+R)(1-1)} = \omega \frac{H^2}{H} = \omega H.$$

Для визначення кута γ через кут ε скористаємося формулою, яка отримується із (А.15), скориставшись методом Юніса [34]:

$$a \sin(x) \pm b \cos(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} \left(x \pm \begin{cases} \arcsin \\ -\arccos \end{cases} \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \right). \quad (\text{A.23})$$

В результаті отримаємо:

$$\gamma = \arcsin \left(\sin(\varepsilon) \frac{H+R}{R} \right) - \varepsilon. \quad (\text{A.24})$$

А.3 Кутова і лінійна швидкості точки візування на ввігнутий поверхні

Подібно до пункту А.2, в даному випадку ставляться такі ж самі завдання, а змінюється лише поверхня із опуклої на ввігнуту. В А.2 описувалося в яких випадках необхідно використовувати відповідні формули. Відповідно, до даного випадку, то його можна інтерпретувати наступним чином: в точці O встановлена камера, яка

знаходиться на ЗП і слідує за КА який рухається по ССО на висоті H над ЗП, і задача полягає в тому щоб визначити з якою кутовою швидкістю необхідно обертати камеру щоб вести спостереження за КА. Дане виведення також можна використовувати і для розв'язання завдань які ставляться в А.2 визначаючи швидкості відносно точки на ЗП, але такий варіант буде суттєво складнішим.

Нехай в точці O (рис. А.3), яка знаходиться на ЗП, знаходиться ТСС, яка направлена на КА, який знаходиться деякій висоті H . Поняття швидкості аналогічно описується формулою (А.2), час обертання – (А.12), відстань по кривій, яку проходить точка спостереження – (А.13), швидкість польоту КА на ССО – (А.14). Відповідно до рис. А.3, залежність між кутами ε і γ визначається як [17]:

$$\sin(\gamma)\operatorname{ctg}(\varepsilon) - \cos(\gamma) = \frac{H - R}{R},$$

$$\operatorname{tg}(\varepsilon) = \frac{R \sin(\gamma)}{H - R(1 - \cos(\gamma))}. \quad (\text{A.25})$$

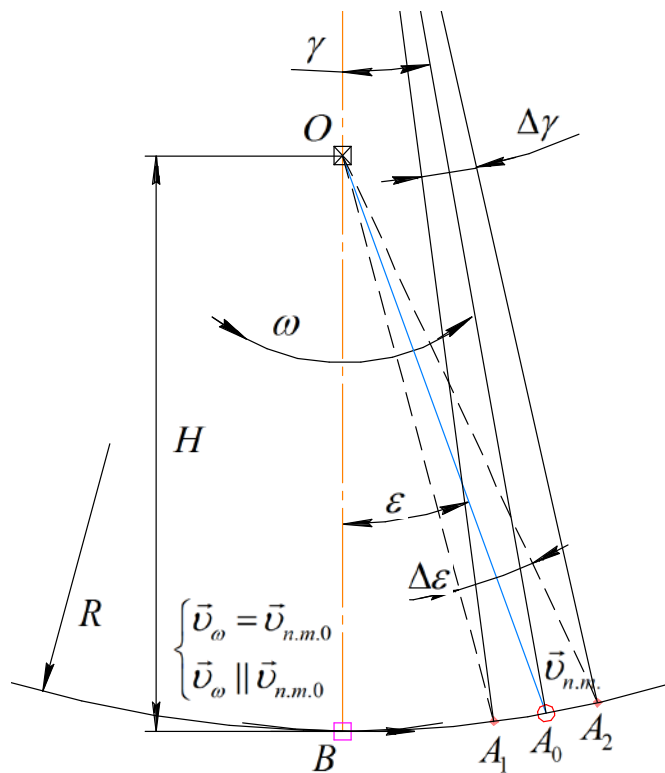


Рис. А.3. Схема обертання камери при
проектуванні точки на ввігнутій
поверхні

Тоді кут на який відхилиться камера дорівнюватиме:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{R\sin(\gamma_2)}{H - R(1 - \cos(\gamma_2))}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{R\sin(\gamma_1)}{H - R(1 - \cos(\gamma_1))}\right). \quad (\text{A.26})$$

Аналогічно пункту А.2 маємо:

$$\Delta\varepsilon = \operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{R\sin(\gamma_2)}{H - R(1 - \cos(\gamma_2))} - \frac{R\sin(\gamma_1)}{H - R(1 - \cos(\gamma_1))}}{1 + \frac{R\sin(\gamma_2)}{H - R(1 - \cos(\gamma_2))} \cdot \frac{R\sin(\gamma_1)}{H - R(1 - \cos(\gamma_1))}}\right). \quad (\text{A.27})$$

Спростимо вираз в дужках:

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{R\sin(\gamma_2)}{H - R(1 - \cos(\gamma_2))} - \frac{R\sin(\gamma_1)}{H - R(1 - \cos(\gamma_1))}}{1 + \frac{R\sin(\gamma_2)}{H - R(1 - \cos(\gamma_2))} \cdot \frac{R\sin(\gamma_1)}{H - R(1 - \cos(\gamma_1))}} = \\ & = R \frac{(H - R)(\sin(\gamma_2) - \sin(\gamma_1)) + R(\sin(\gamma_2)\cos(\gamma_1) - \cos(\gamma_2)\sin(\gamma_1))}{(H - R)^2 + R(H - R)(\cos(\gamma_2) + \cos(\gamma_1)) + R^2(\cos(\gamma_2)\cos(\gamma_1) + \sin(\gamma_2)\sin(\gamma_1))} \end{aligned}$$

Аналогічно пункту А.2, скористаємося тригонометричними формулами і перепишемо вираз в дужках як:

$$R \frac{2(H - R)\sin\left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma_2 + \gamma_1}{2}\right) + R\sin(\gamma_2 - \gamma_1)}{(H - R)^2 + 2R(H - R)\cos\left(\frac{\gamma_2 + \gamma_1}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2}\right) + R^2\cos(\gamma_2 - \gamma_1)}.$$

Формула (А.27) запишеться як:

$$\Delta\varepsilon = \operatorname{arctg} \left(R \frac{2(H-R)\sin\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right)\cos(\gamma) + R\sin(\Delta\gamma)}{(H-R)^2 + 2R(H-R)\cos(\gamma)\cos\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right) + R^2\cos(\Delta\gamma)} \right). \quad (\text{A.28})$$

Аналогічно пункту А.2 маємо, що чим менший кут $\Delta\varepsilon$ тим точніше визначатиметься середня швидкість точки спостереження. Отже, запишемо наступну умову:

$$\Delta\varepsilon \rightarrow 0.$$

Скористаємося виразом (А.19) і перепишемо (А.28) як:

$$\Delta\varepsilon = R \frac{2(H-R)\sin\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right)\cos(\gamma) + R\sin(\Delta\gamma)}{(H-R)^2 + 2R(H-R)\cos(\gamma)\cos\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right) + R^2\cos(\Delta\gamma)}. \quad (\text{A.29})$$

Підставимо (А.28) в (А.14) і отримаємо:

$$\vec{v}_{n.m.} = \omega \cdot \Delta\gamma \frac{(H-R)^2 + 2R(H-R)\cos(\gamma)\cos\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right) + R^2\cos(\Delta\gamma)}{2(H-R)\sin\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right)\cos(\gamma) + R\sin(\Delta\gamma)}. \quad (\text{A.30})$$

Кути $\Delta\varepsilon$ і $\Delta\gamma$ залежні, а тому якщо один кут прямує до нуля то і інший також. Звідси запишемо умову:

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon \rightarrow 0 \\ \Delta\gamma \rightarrow 0 \end{cases}.$$

Підставимо, отриману умову в (А.30) і скористаємося «чудовими границями»:

$$\vec{v}_{n.m.} = \omega \cdot \Delta\gamma \frac{(H-R)^2 + 2R(H-R)\cos(\gamma) + R^2}{2(H-R)\frac{\Delta\gamma}{2}\cos(\gamma) + R\Delta\gamma}.$$

В результаті спрощень, запишемо формулу, яка визначатиме швидкість переміщення точки спостереження у відповідний момент часу при відомій кутовій швидкості обертання камери:

$$\vec{v}_{n.m.} = \omega \frac{H^2 - 2R(H - R)(1 - \cos(\gamma))}{H - (H - R)(1 - \cos(\gamma))}. \quad (\text{A.31})$$

Зробимо перевірку правильності отриманої формули, при умові коли кут $\gamma = 0$:

$$\vec{v}_{n.m.0} = \omega \frac{H^2 - 2R(H - R)(1 - 1)}{H - (H - R)(1 - 1)} = \omega \frac{H^2}{H} = \omega H.$$

Для визначення кута γ через кут ε скористаємося формулою, яка отримується із (A.24), скориставшись методом Юніса (A.22) [34]:

$$\gamma = \arcsin\left(\sin(\varepsilon) \frac{H - R}{R}\right) + \varepsilon. \quad (\text{A.32})$$

ДОДАТОК Б

Б.1 Кут нахилу проекції стовпця МПВ на ЗП [17]

Отримаємо кут нахилу проекції стовпця МПВ на ЗП для відхилення по ГСК і послідовності «крен-тангаж»:

$$\operatorname{tg}(\theta_i) = \operatorname{tg}\left(\theta + \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')}\right)\right), \quad (\text{Б.1})$$

$$\operatorname{tg}(\phi_i) = \operatorname{tg}(W_y + \theta'') \frac{\cos(\theta_i - \theta)}{\cos(\theta_i)}, \quad (\text{Б.2})$$

де θ_i і ϕ_i – результуючі кутові проекції на осі Oxy , при чому в даному випадку « i » являється деяким номером пікселя; $W_{x,y}$ – кутова координата пікселя по одній із координатних осей; θ'' і ϕ'' – допоміжні кути, рис. 2.7; θ і ϕ – кути відхилення ТСС за тангажем і креном відповідно.

Згідно рис. 1.15, умовно проведені лінії через центри проекцій пікселів по рядках і стовпцях являються лініями і не перетворюються в криві, при проектуванні на площину. Для визначення нахилу проекції рядка (стовпця) необхідно взяти будь-які два центри проекції пікселів

в даному рядку (колонці). Тобто, посилаючись на рис. 2.9, для визначення нахилу рядка $W_x = const$, а $W_y = var$ (тобто змінна) і для стовпця $W_y = const$, а $W_x = var$.

Згідно (2.29), кут нахилу стовпця φ_c при параметрах $W_y = const$ і $W_x = var$ визначається:

$$tg(\varphi_c) = \frac{tg(\phi_2) - tg(\phi_1)}{tg(\theta_2) - tg(\theta_1)} = \frac{\Delta tg(\phi_i)}{\Delta tg(\theta_i)}, \quad (\text{Б.3})$$

де

$$tg(\theta_2) = tg\left(\theta + arctg\left(tg(W_x + \Delta x) \frac{\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')}\right)\right),$$

$$tg(\theta_1) = tg\left(\theta + arctg\left(tg(W_x - \Delta x) \frac{\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')}\right)\right).$$

В свою чергу Δx – це відступ від вибраного пікселя вздовж стовпця. Для отримання числового значення зручно приймати, що Δx дорівнює періоду пікселя по даній координаті, тобто до уваги беруть два сусідні пікселі в колонці. Але задача полягає в тому щоб отримати формулу при якій задавшись лише номером стовпця, що відповідає його кутовій координаті W_y отримати кут нахилу, тобто таким чином розуміється, що $\Delta x \rightarrow 0$.

Спростимо формулу (Б.2) скориставшись:

$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y).$$

Маємо:

$$tg(\phi_i) = tg(W_y + \theta'')(\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta)), \quad (\text{Б.4})$$

де

$$tg(\phi_2) = tg(W_y + \theta'')(\cos(\theta) + tg(\theta_2)\sin(\theta)),$$

$$tg(\phi_1) = tg(W_y + \theta'')(\cos(\theta) + tg(\theta_1)\sin(\theta)).$$

Відомо, що $W_y = const$ а $W_x = var$, то можна отримати задачу отримання функції $\varphi_c(W_y)$, тобто показати залежність кута нахилу стовпця від кутових координат пікселя. Так як вказувалося вище, проєкції рядка є лінією, то це її можна представити у вигляді канонічного рівняння:

$$\underbrace{h \cdot tg(W_y)}_{y(x)} = \underbrace{tg(\varphi_c)}_k \cdot \underbrace{h \cdot tg(W_x)}_x + \underbrace{const}_b, \quad (Б.5)$$

де $const$ – деяка стала, яка не впливає на значення кута нахилу, а лише змінює розташування самої прямої.

Звідси, для знаходження кута нахилу необхідно продиференціювати рівняння (Б.5), тобто (Б.3) по W_x . Згідно теореми Коші, (Б.3) можна переписати як:

$$tg(\varphi_c) = \frac{tg(\phi_2) - tg(\phi_1)}{tg(\theta_2) - tg(\theta_1)} = \frac{\frac{d}{dW_x}[tg(\phi_i)]}{\frac{d}{dW_x}[tg(\theta_i)]}. \quad (Б.6)$$

Продиференціюємо (Б.4):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dW_x}[tg(\phi_i)] &= \frac{d}{dW_x}[tg(W_y + \theta'')(\cos(\theta) + tg(\theta_1)\sin(\theta))] = \\ &= tg(W_y + \theta'')\sin(\theta)\frac{d}{dW_x}[tg(\theta_1)], \\ \frac{d}{dW_x}[tg(\phi_i)] &= tg(W_y + \theta'')\sin(\theta)\frac{d}{dW_x}[tg(\theta_i)]. \end{aligned} \quad (Б.7)$$

Підставимо (Б.7) в (Б.6):

$$tg(\varphi_c) = \frac{tg(W_y + \theta'')\sin(\theta)\frac{d}{dW_x}[tg(\theta_i)]}{\frac{d}{dW_x}[tg(\theta_i)]},$$

$$\operatorname{tg}(\varphi_c) = \operatorname{tg}(W_y + \theta'') \sin(\theta). \quad (\text{Б.8})$$

Формула (Б.8) дозволяє розрахувати кут нахилу стовпця в залежності від кутової координати W_y центра пікселя відповідного стовпця.

Б.2 Кут нахилу проекції рядка МПВ на ЗП

Більш складним є отримання результату для нахилу рядка. Спочатку отримаємо додаткову формулу із (Б.1). Скористаємося формулою:

$$\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)} \quad (\text{Б.9})$$

Розпишемо (Б.1) через (Б.9):

$$\operatorname{tg}(\theta_i) = \frac{\operatorname{tg}(\theta) + \operatorname{tg}(W_x) \frac{\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')}}{\operatorname{tg}(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \frac{\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')}} = \frac{\operatorname{tg}(\theta) \cos(W_y + \theta'') + \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'') - \operatorname{tg}(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}$$

$$\operatorname{tg}(\theta_i) = \frac{\operatorname{tg}(\theta) \cos(W_y + \theta'') + \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'') - \operatorname{tg}(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}. \quad (\text{Б.9})$$

Згідно (2.59) і аналогічно виведенню кута нахилу для стовпця (Б.6), за допомогою диференціювання отримаємо формулу для розрахунку кута нахилу рядка:

$$\operatorname{tg}\left(\varphi_r - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\frac{d}{dW_y} [\operatorname{tg}(\theta_i)]}{\frac{d}{dW_y} [\operatorname{tg}(\phi_i)]}. \quad (\text{Б.10})$$

Почергово продиференціюємо кожен із складових формули (24). Спочатку знайдемо диференціал для (Б.10):

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dW_y} [tg(\phi_i)] &= \frac{d}{dW_y} [tg(W_y + \theta'')(\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta))] = \\
&= (\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta)) \frac{d}{dW_y} [tg(W_y + \theta'')] + \\
&\quad + tg(W_y + \theta'') \frac{d}{dW_y} [\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta)] = \\
&= \frac{\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} + tg(W_y + \theta'')\sin(\theta) \frac{d}{dW_y} [tg(\theta_i)].
\end{aligned}$$

Маємо:

$$\frac{d}{dW_y} [tg(\phi_i)] = \frac{\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} + tg(W_y + \theta'')\sin(\theta) \frac{d}{dW_y} [tg(\theta_i)]. \quad (\text{Б.11})$$

Аналізуючи формулу (Б.10) її можна тимчасово переписати в більш зручному вигляді для подальших доведень:

$$tg\left(\varphi_r - \frac{\pi}{2}\right) = -tg\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_r\right) = -ctg(\varphi_r) = -\frac{1}{tg(\varphi_r)}.$$

Отже (Б.10) можна переписати як:

$$-tg(\varphi_r) = \frac{\frac{d}{dW_y} [tg(\phi_i)]}{\frac{d}{dW_y} [tg(\theta_i)]}. \quad (\text{Б.12})$$

Підставимо (Б.11) в (Б.12):

$$\begin{aligned}
-tg(\varphi_r) &= \frac{\frac{\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} + tg(W_y + \theta'')\sin(\theta) \frac{d}{dW_y} [tg(\theta_i)]}{\frac{d}{dW_y} [tg(\theta_i)]} = \\
&= \frac{\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} \frac{d}{dW_y} [tg(\theta_i)] + tg(W_y + \theta'')\sin(\theta).
\end{aligned}$$

Маємо:

$$-tg(\varphi_r) = \frac{\cos(\theta) + tg(\theta_i)\sin(\theta)}{\cos^2(W_y + \theta'') \frac{d}{dW_y} [tg(\theta_i)]} + tg(W_y + \theta'')\sin(\theta). \quad (\text{Б.13})$$

Далі знаходимо диференціал формули (Б.1):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dW_y} tg(\theta_i) &= \frac{d}{dW_y} \left[tg \left(\theta + \arctg \left(\frac{tg(W_x)\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')} \right) \right) \right] = \\ &= \left(1 + tg^2 \left(\theta + \arctg \left(\frac{tg(W_x)\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')} \right) \right) \right) \frac{d}{dW_y} \left[\arctg \left(\frac{tg(W_x)\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{\cos^2(\theta_i)} \frac{1}{1 + tg^2(W_x) \frac{\cos^2(W_y)}{\cos^2(W_y + \theta'')}} \frac{d}{dW_y} \left[\frac{tg(W_x)\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')} \right] = \\ &= \frac{1}{\cos^2(\theta_i)} \frac{\cos^2(W_y + \theta'') tg(W_x)}{\cos^2(W_y + \theta'') + tg^2(W_x)\cos^2(W_y)} \frac{d}{dW_y} \left[\frac{\cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')} \right] = \\ &= \frac{1}{\cos^2(\theta_i)} \frac{\cos^2(W_y + \theta'') tg(W_x)}{\cos^2(W_y + \theta'') + tg^2(W_x)\cos^2(W_y)} \times \\ &\times \frac{\cos(W_y + \theta'') \frac{d}{dW_y} [\cos(W_y)] - \cos(W_y) \frac{d}{dW_y} [\cos(W_y + \theta'')]}{\cos^2(W_y + \theta'')} = \\ &= \frac{tg(W_x) (\cos(W_y)\sin(W_y + \theta'') - \cos(W_y + \theta'')\sin(W_y))}{\cos^2(\theta_i) (\cos^2(W_y + \theta'') + tg^2(W_x)\cos^2(W_y))}. \end{aligned}$$

Маємо:

$$\frac{d}{dW_y} tg(\theta_i) = \frac{tg(W_x) (\cos(W_y)\sin(W_y + \theta'') - \cos(W_y + \theta'')\sin(W_y))}{\cos^2(\theta_i) (\cos^2(W_y + \theta'') + tg^2(W_x)\cos^2(W_y))}. \quad (\text{Б.14})$$

Щоб спростити чисельних (Б.14) скористаємося формулою:

$$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y), \quad (\text{Б.15})$$

$$\sin(W_y + \theta'')\cos(W_y) - \cos(W_y + \theta'')\sin(W_y) = \sin(W_y + \theta'' - W_y) = \sin(\theta'').$$

Підставимо отриманий результат в (Б.14):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dW_y} \operatorname{tg}(\theta_i) &= \frac{\operatorname{tg}(W_x)\sin(\theta'')}{\cos^2(\theta_i)(\cos^2(W_y + \theta'') + \operatorname{tg}^2(W_x)\cos^2(W_y))} = \\ &= \frac{1}{\cos^2(\theta_i)} \frac{\operatorname{tg}(W_x)\sin(\theta'')}{\cos^2(W_y + \theta'') - \cos^2(W_y) + (1 + \operatorname{tg}^2(W_x))\cos^2(W_y)} = \\ &= \frac{1}{\cos^2(\theta_i)} \frac{\operatorname{tg}(W_x)\sin(\theta'')}{\cos^2(W_y + \theta'') - \cos^2(W_y) + \frac{\cos^2(W_y)}{\cos^2(W_x)}} = \\ &= \frac{1}{\cos^2(\theta_i)} \frac{\operatorname{tg}(W_x)\cos^2(W_x)\sin(\theta'')}{\cos^2(W_x)(\cos^2(W_y + \theta'') - \cos^2(W_y)) + \cos^2(W_y)}. \end{aligned}$$

В результаті маємо:

$$\frac{d}{dW_y} \operatorname{tg}(\theta_i) = \frac{\operatorname{tg}(W_x)\cos^2(W_x)\sin(\theta'')}{\cos^2(\theta_i) \left[\cos^2(W_x)(\cos^2(W_y + \theta'') - \cos^2(W_y)) + \cos^2(W_y) \right]}. \quad (\text{Б.16})$$

Підставимо отриманий результат (Б.16) в (Б.13):

$$\begin{aligned} -\operatorname{tg}(\varphi_r) &= \operatorname{tg}(W_y + \theta'')\sin(\theta) + \frac{\cos(\theta) + \operatorname{tg}(\theta_i)\sin(\theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} \times \\ &\times \frac{\cos^2(\theta_i) \left[\cos^2(W_x)(\cos^2(W_y + \theta'') - \cos^2(W_y)) + \cos^2(W_y) \right]}{\operatorname{tg}(W_x)\cos^2(W_x)\sin(\theta'')}. \end{aligned} \quad (\text{Б.17})$$

Розглянемо окремо другий член формули (Б.17). Скористаємося формулою, яка була використана для отримання (Б.4):

$$\frac{\cos(\theta_i - \theta)}{\cos(\theta_i)} = \frac{\cos(\theta_i)\cos(\theta) + \sin(\theta_i)\sin(\theta)}{\cos(\theta_i)} = \cos(\theta) + \operatorname{tg}(\theta_i)\sin(\theta).$$

Зробимо заміну в (Б.17):

$$\begin{aligned}
& \cos^2(\theta_i) \frac{\cos(\theta) + \operatorname{tg}(\theta_i) \sin(\theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} \cdot \frac{\cos^2(W_x) (\cos^2(W_y + \theta'') - \cos^2(W_y)) + \cos^2(W_y)}{\operatorname{tg}(W_x) \cos^2(W_x) \sin(\theta'')} = \\
& = \frac{\cos(\theta_i) [\cos(\theta_i) \cos(\theta) + \sin(\theta_i) \sin(\theta)]}{\cos^2(W_y + \theta'')} \cdot \frac{\cos^2(W_x) (\cos^2(W_y + \theta'') - \cos^2(W_y)) + \cos^2(W_y)}{\sin(W_x) \cos(W_x) \sin(\theta'')} = \\
& = 2 \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_i - \theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} \cdot \frac{\cos^2(W_x) (\cos^2(W_y + \theta'') - \cos^2(W_y)) + \cos^2(W_y)}{\sin(2W_x) \sin(\theta'')} = \\
& = 2 \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_i - \theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} \cdot \frac{\cos^2(W_x) \cos^2(W_y + \theta'') + \cos^2(W_y) (1 - \cos^2(W_x))}{\sin(2W_x) \sin(\theta'')} = \\
& = 2 \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_i - \theta)}{\cos^2(W_y + \theta'')} \cdot \frac{\cos^2(W_x) \cos^2(W_y + \theta'') + \sin^2(W_x) \cos^2(W_y)}{\sin(2W_x) \sin(\theta'')} = \\
& = 2 \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_i - \theta)}{\sin(\theta'') \sin(2W_x)} \left[\cos^2(W_x) + \sin^2(W_x) \frac{\cos^2(W_y)}{\cos^2(W_y + \theta'')} \right] = \\
& = 2 \cos^2(W_x) \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_i - \theta)}{\sin(\theta'') \sin(2W_x)} \left[1 + \operatorname{tg}^2(W_x) \frac{\cos^2(W_y)}{\cos^2(W_y + \theta'')} \right].
\end{aligned}$$

Перепишемо (Б.1) в наступному вигляді і скористаємося формулою (Б.9):

$$\operatorname{tg}(\theta_i - \theta) = \frac{\operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'')}. \quad (\text{Б.18})$$

Згідно із (Б.18) запишемо:

$$\begin{aligned}
& 2 \cos^2(W_x) \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_i - \theta)}{\sin(\theta'') \sin(2W_x)} [1 + \operatorname{tg}^2(\theta_i - \theta)] = \\
& = 2 \cos^2(W_x) \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_i - \theta)}{\sin(\theta'') \sin(2W_x) \cos^2(\theta_i - \theta)} = \frac{2 \cos^2(W_x) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta'') \sin(2W_x) \cos(\theta_i - \theta)} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2 \cos^2(W_x) \cos(\theta_i)}{2 \sin(\theta'') \sin(W_x) \cos(W_x) \cos(\theta_i - \theta)} = \frac{\cos(W_x) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta'') \sin(W_x) \cos(\theta_i - \theta)} = \\
&= \frac{1}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x)} \frac{1}{\cos(\theta) + \operatorname{tg}(\theta_i) \sin(\theta)}.
\end{aligned}$$

Підставимо отриманий результат в (Б.17):

$$-\operatorname{tg}(\varphi_r) = \operatorname{tg}(W_y + \theta'') \sin(\theta) + \frac{1}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x) (\cos(\theta) + \operatorname{tg}(\theta_i) \sin(\theta))} \quad (\text{Б.19})$$

Підставимо (Б.9) в (Б.19) і розглянемо окремо другий член:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x) (\cos(\theta) + \operatorname{tg}(\theta_i) \sin(\theta))} = \\
&= \frac{1}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x) \cos(\theta) \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2(\theta) \cos(W_y + \theta'') + \operatorname{tg}(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}{\cos(W_y + \theta'') - \operatorname{tg}(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)} \right)} = \\
&= \frac{1}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x) \cos(\theta) \frac{\cos(W_y + \theta'') (1 + \operatorname{tg}^2(\theta))}{\cos(W_y + \theta'') - \operatorname{tg}(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}} = \\
&= \frac{\cos^2(\theta)}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x) \cos(\theta) \cos(W_y + \theta'')} = \cos(\theta) \frac{\cos(W_y + \theta'') - \operatorname{tg}(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y + \theta'')} = \\
&= \frac{\cos(\theta) \cos(W_y + \theta'') - \sin(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y + \theta'')}.
\end{aligned}$$

Тоді (Б.19) перепишемо як:

$$-\operatorname{tg}(\varphi_r) = \frac{\cos(\theta) \cos(W_y + \theta'') - \sin(\theta) \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y)}{\sin(\theta'') \operatorname{tg}(W_x) \cos(W_y + \theta'')} + \operatorname{tg}(W_y + \theta'') \sin(\theta) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\cos(\theta)\cos(W_y + \theta'') - \sin(\theta)\operatorname{tg}(W_x)\cos(W_y)}{\sin(\theta'')\operatorname{tg}(W_x)\cos(W_y + \theta'')} + \frac{\sin(W_y + \theta'')\sin(\theta)}{\cos(W_y + \theta'')} = \\
&= \frac{\cos(\theta)\cos(W_y + \theta'') - \sin(\theta)\operatorname{tg}(W_x)(\cos(W_y) - \sin(W_y + \theta'')\sin(\theta''))}{\sin(\theta'')\operatorname{tg}(W_x)\cos(W_y + \theta'')} \quad \square
\end{aligned}$$

Розпишемо частину чисельника наступним чином:

$$\begin{aligned}
\cos(W_y) - \sin(W_y + \theta'')\sin(\theta'') &= \cos(W_y) - \frac{1}{2}(\cos(W_y) - \cos(W_y + 2\theta'')) = \\
&= \frac{1}{2}(\cos(W_y) + \cos(W_y + 2\theta'')) = \cos(W_y + \theta'')\cos(\theta'').
\end{aligned}$$

Тоді підставимо отриманий результат у виведення вище:

$$\begin{aligned}
&\square \frac{\cos(\theta)\cos(W_y + \theta'') - \sin(\theta)\operatorname{tg}(W_x)\cos(W_y + \theta'')\cos(\theta'')}{\sin(\theta'')\operatorname{tg}(W_x)\cos(W_y + \theta'')} = \\
&= \frac{\cos(W_y + \theta'')(\cos(\theta) - \sin(\theta)\cos(\theta'')\operatorname{tg}(W_x))}{\sin(\theta'')\operatorname{tg}(W_x)\cos(W_y + \theta'')} = \frac{\cos(\theta) - \sin(\theta)\cos(\theta'')\operatorname{tg}(W_x)}{\sin(\theta'')\operatorname{tg}(W_x)}
\end{aligned}$$

Представимо отриманий результат у вигляді (Б.10):

$$\operatorname{tg}\left(\varphi_r - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin(\theta'')\operatorname{tg}(W_x)}{\cos(\theta) - \sin(\theta)\cos(\theta'')\operatorname{tg}(W_x)}. \quad (\text{Б.20})$$

Формула (Б.20) дозволяє розрахувати кут нахилу рядка в залежності від W_x .

ДОДАТОК В

В.1 Визначення миттєвого поля зору пікселя МПВ

При розрахунку проекції пікселів і просторового розділення важливо знати миттєве поле зору відповідного пікселя. Згідно із рис. В.1: $CB = a$ – розмір пікселя, який ділиться на дві рівні частини $CD = DB$ точкою D ; точка O – оптична вісь об'єктива, а $OA = f$ – фокусна

відстань. Завдання формулюється наступним чином, піксель розміром a , розташований на відстані OD від оптичної осі у фокальній площині; необхідно знайти миттєве поле зору $\angle CAB = \omega_0$, а точніше отримати залежність при якій визначатиметься поле зору при відомому розмірові пікселя a і його кутовому розташуванню W_i [17].

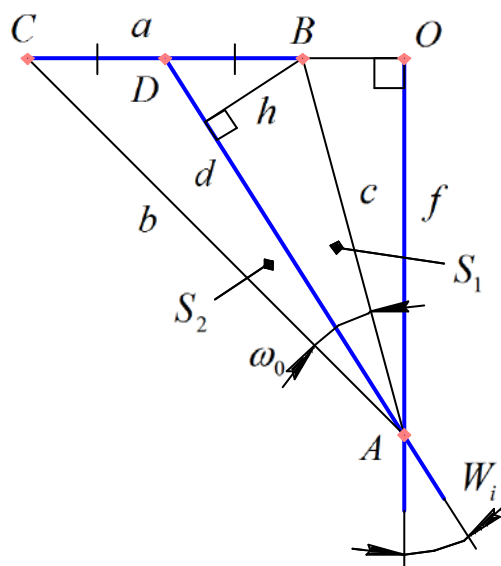


Рис. В.1 Схема визначення миттєвого поля зору

Можна помітити, що миттєве поле зору зменшується при віддаленні від оптичної осі. Висота h визначається як:

$$h = \frac{a}{2} \sin(90^\circ - W_i) = \frac{a}{2} \cos(W_i).$$

Медіана d :

$$\begin{cases} d = \frac{f}{\cos(W_i)}, \\ d = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \cos(\omega_0)}. \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Відомо, що площі утворених трикутників $\triangle CAD$ і $\triangle DAB$ пропорційні сторонам CD і DB . Тому із врахуванням попередніх формул, площа трикутників дорівнює:

$$S_1 = S_2 = \frac{1}{2} hd = \frac{af}{4}.$$

Площа всього $\triangle CAB$:

$$\begin{cases} S = 2S_1 = \frac{af}{2}, \\ S = \frac{1}{2}bc \sin(\omega_0). \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Із (B.2) можна записати, що:

$$bc = \frac{af}{\sin(\omega_0)}. \quad (\text{B.2})$$

Важливим у визначенні сторін трикутників є формула косинусів:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\omega_0). \quad (\text{B.3})$$

Піднесемо медіану до квадрату (B.1) і запишемо систему із (B.3):

$$\begin{cases} 4d^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos(\omega_0), \\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\omega_0). \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Із (B.4) можна отримати:

$$bc = \frac{4d^2 - a^2}{4 \cos(\omega_0)}. \quad (\text{B.5})$$

Прирівнявши (B.2) і (B.5), маємо:

$$\frac{af}{\sin(\omega_0)} = \frac{4d^2 - a^2}{4 \cos(\omega_0)}.$$

Зробивши деякі перетворення:

$$4af \operatorname{ctg}(\omega_0) = 4d^2 - a^2.$$

Підставимо в це рівняння (B.1):

$$4af \operatorname{ctg}(\omega_0) = \frac{4f^2}{\cos^2(\omega_0)} - a^2.$$

В результаті отримаємо:

$$\operatorname{ctg}(\omega_0) = \frac{f}{a \cdot \cos^2(W_i)} - \frac{a}{4f}. \quad (\text{B.6})$$

В.2 Визначення різниці між кутами, які утворюються діленням миттєвого поля зору медіаною

Із рис. В.1, позначимо через $\angle CAD = \omega_l$ і $\angle DAB = \omega_r$. Якщо $\omega_l < \omega_r$, то:

$$\begin{cases} \omega_r - \omega_l = \Delta\omega, \\ \omega_r + \omega_l = \omega_0, \\ \omega_r = 0,5(\omega_0 + \Delta\omega), \\ \omega_l = 0,5(\omega_0 - \Delta\omega). \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

Позначимо через $\angle ACD = \beta$ і $\angle ABD = \gamma$, $\angle ADC = \beta'$ і $\angle ADB = \gamma'$.

$$\begin{cases} \sin(\gamma') = \sin(90^\circ - W_i) = \cos(W_i), \\ \sin(\beta') = \sin(90^\circ + W_i) = \cos(W_i). \end{cases}$$

За теоремою синусів запишемо:

$$\begin{cases} \frac{\cos(W_i)}{c} = \frac{\sin(\gamma)}{d} = \frac{2\sin(\omega_r)}{a}, \\ \frac{\cos(W_i)}{b} = \frac{\sin(\beta)}{d} = \frac{2\sin(\omega_l)}{a}, \\ \frac{\sin(\omega_0)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{c} = \frac{\sin(\gamma)}{b}. \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

Із (B.8) виразимо:

$$\begin{cases} c = \frac{a \cdot \cos(W_i)}{2\sin(\omega_r)} = \frac{a \cdot \sin(\beta)}{\sin(\omega_0)}, \\ b = \frac{a \cdot \cos(W_i)}{2\sin(\omega_l)} = \frac{a \cdot \sin(\gamma)}{\sin(\omega_0)}. \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

Підставимо із (B.8) β і γ в (B.9):

$$\begin{cases} \frac{\cos(W_i)}{2\sin(\omega_r)} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\omega_0)} = \frac{2d\sin(\omega_l)}{a\sin(\omega_0)}, \\ \frac{\cos(W_i)}{2\sin(\omega_l)} = \frac{\sin(\gamma)}{\sin(\omega_0)} = \frac{2d\sin(\omega_r)}{a\sin(\omega_0)}. \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

Обидва рівняння із системи (B.10) спрощуються до вигляду:

$$a \cdot \cos(W_i) \sin(\omega_0) = 4d \sin(\omega_l) \sin(\omega_r). \quad (\text{B.11})$$

Праву частину (B.11) із врахуванням (B.7), можна розписати як:

$$\sin(\omega_l) \sin(\omega_r) = \frac{1}{2} (\cos(\omega_l - \omega_r) - \cos(\omega_l + \omega_r)) = \frac{1}{2} (\cos(\Delta\omega) - \cos(\omega_0)).$$

Підставимо отриманий вираз і (B.1) в (B.11):

$$a \cdot \cos(W_i) \sin(\omega_0) = \frac{2f}{\cos(W_i)} (\cos(\Delta\omega) - \cos(\omega_0)). \quad (\text{B.12})$$

Виразимо із (B.12) $\Delta\omega$:

$$\Delta\omega = \arccos\left(\frac{a}{2f} \cos(W_i) \sin(\omega_0) + \cos(\omega_0)\right). \quad (\text{B.13})$$

В розрахунках важливе значення має знак, тому (B.13) перепишемо як:

$$\Delta\omega = \text{sign}(W_i) \cdot \arccos\left(\frac{a}{2f} \cos(W_i) \sin(\omega_0) + \cos(\omega_0)\right). \quad (\text{B.14})$$

де $\text{sign}(x)$ – функція визначення знака числа, яка приймає значення $-1, 0$ і $+1$ при $x < 0, x = 0$ і $x > 0$ відповідно.

Наукове видання

Пінчук Богдан Юрійович
Колобродов Валентин Георгійович
Микитенко Володимир Іванович
Тягур Володимир Михайлович
Боровицький Володимир Миколайович

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І
ОБРОБКА СИГНАЛІВ В КОСМІЧНИХ
СИСТЕМАХ СПОСТЕРЕЖЕННЯ З
МАТРИЧНИМИ ПРИЙМАЧАМИ
ВИПРОМІНЮВАННЯ**

Монографія

В авторській редакції

Підп. до друку 15.12.2021. Формат 60x84¹/₁₆. Папір офс.

Поліграфічний центр «АВЕРС»
03056, Київ-56, вул. Польова, 26
Тел./факс (044) 241-86-00