

## Tema 2. Dinàmica d'una partícula

Estudi dels efectes que produeixen el moviment

<http://www.biopsychology.org/apunts/mecanica/mecanica1.htm#unapartícula>

Apunts de mecànica clàssica [I. Barrull (1994)]

### *Cinemàtica i dinàmica*

En el capítol relatiu a la cinemàtica, hem discutit els elements que intervenen en la “descripció” del moviment d'una partícula. Investigarem ara la raó per la qual les partícules es mouen de la manera que ho fan. Per què els cossos prop de la superfície de la terra cauen amb acceleració constant? Per quina raó la Terra es mou al voltant del Sol en una òrbita el·líptica? Per què els àtoms s'uneixen per formar molècules? Per què oscil·la un ressort quan se estira i després es solta? Voldriem comprendre aquests i altres moviments que hem observat contínuament al nostre al voltant. Aquesta comprensió és important no solament des del punt de vista del coneixement bàsic de la naturalesa, sinó també des del punt de vista de l'enginyeria i les aplicacions pràctiques. La comprensió de com (per què?) es produeixen els moviments ens capacita per a dissenyar màquines i altres instruments pràctics que es mouen en la forma que nosaltres desitgem. L'estudi de la relació entre el moviment d'un cos i les causes d'aquest moviment es denomina **dinàmica**. (Alonso i Finn, 1, 156)]

### *Interaccions i forces*

Per la nostra experiència diària sabem que el moviment d'un cos és un resultat directe de les seves interaccions amb altres cossos que ho envolten... Les interaccions es descriuen convenientment per un concepte matemàtic denominat **força**. L'estudi de la dinàmica és bàsicament l'anàlisi de la relació entre la força i els canvis en el moviment d'un cos.

Les lleis del moviment que presentem en la següent discussió són generalitzacions que resulten d'una anàlisi curiosa dels moviments que hem observat al voltant nostre i l'extrapolació de les nostres observacions a certs experiments ideals o simplificats. (Alonso i Finn, 1, 156)

### *Definicions*

#### Partícula lliure

Una partícula lliure és aquella que no està subjecta a interacció alguna. Estrictament no existeix tal cosa, ja que tota partícula està subjecta a interaccions amb la resta de l'univers. Una partícula lliure haurà d'estar completament aïllada, o ser l'única partícula en el món. Però llavors seria impossible observar-la perquè, en el procés de l'observació, hi ha sempre una interacció entre l'observador i la partícula. En la pràctica, no obstant això, hi ha algunes partícules que podem considerar lliures, ja sigui perquè es troba suficientment lluny d'unes altres i les seves interaccions són menyspreables, o perquè les interaccions amb les altres partícules es cancel·len, donant una interacció total nul·la. (Alonso i Finn, 1, 156)

#### Momentum lineal

El momentum lineal, o quantitat de moviment, d'una partícula es defineix com el producte de la seva massa  $m$  per la seva velocitat  $\vec{v}$ . Designant-lo per  $\vec{p}$ , tenim

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

El momentum lineal és una quantitat vectorial i té la mateixa direcció que la velocitat. És un concepte físic de molta importància perquè combina els dos elements que caracteritzen l'estat dinàmic d'una partícula: la seva massa i la seva velocitat. (Alonso i Finn, 1, 158)

## 2.1 Lleis de Newton Teoria del moviment. [definició operativa de força]

Sir Isaac Newton (1642-1727) va publicar "*Principia Mathematica*" en 1686 on exposava els principis de la dinàmica sobre la base de tres "lleis" anomenades les lleis de Newton.

### Llei d'inèrcia; primera llei de Newton

*Una partícula lliure es mou sempre amb velocitat constant, o (el que és el mateix) sense acceleració.*

Això és, una partícula lliure es mou en línia recta amb una velocitat constant o es troba en repòs, velocitat zero. (Alonso i Finn, 1, 156-157)

Una conseqüència immediata de la llei d'inèrcia és que un observador inercial reconeix que una partícula no és lliure (és a dir, que interactua amb altres partícules) quan observa que la velocitat o el momentum de la partícula deixa de romandre constant; o en altres paraules, quan la partícula experimenta una acceleració. (Alonso i Finn, 1, 159)]

### Definició de força, segona llei de Newton

Designarem el canvi pel que fa al temps del momentum d'una partícula amb el nom de "força". Això és, la força que "actua" sobre una partícula és

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

La paraula "actua" no és apropiada ja que suggereix la idea d'alguna cosa aplicada a la partícula. La força és un concepte matemàtic, el qual, per definició, és igual a la derivada pel que fa al temps del momentum d'una partícula donada, el valor de la qual al seu torn depèn de la seva interacció amb altres partícules. Per tant, físicament, podem considerar la força com l'expressió d'una interacció. Si la partícula és lliure,  $\vec{p} = \text{constant}$  i  $\vec{F} = 0$ . Per tant, podem dir que no actuen forces sobre una partícula lliure.

Si  $m$  és constant, tenim

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Podem expressar aquesta equació dient:

*La força és igual a la massa multiplicada per l'acceleració, si la massa és constant.*

$$\vec{F} = m\vec{a}; \quad [\vec{F}] = \text{kg } \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N (Newton)}$$

En aquest cas la força té la mateixa direcció que l'acceleració. (Alonso i Finn, 1, 164-165)]

Hem introduït el concepte de força com una noció matemàtica convenient per a descriure la variació del canvi de momentum d'una partícula a causa de les seves interaccions amb altres partícules. No obstant això, en la vida diària tenim una imatge una mica diferent del concepte de força. Nosaltres 'sentim' una força quan un martell copeja un clau, un boxador copeja la cara del seu oponent, o un pes hala una corda. I òbviament és difícil reconciliar aquesta imatge sensorial de força amb la força o interacció entre el Sol i la Terra. En ambdós casos, no obstant això, tenim una interacció entre dos cossos... No importa quan compacte pugui semblar un sòlid, els seus àtoms estan separats i mantenen les seves posicions en la mateixa manera que els planetes mantenen la seva posició com resultat de les seves interaccions amb el Sol. El "martell" mai està en contacte amb el "clau" en el sentit microscòpic, encara que les seves molècules s'acosten molt a aquelles del clau, produint una alteració temporal en les seves posicions com resultat de les seves interaccions. Així totes les forces

en la naturalesa corresponen a interaccions entre cossos situats a certa distància entre ells. (Alonso i Finn, 1, 166-7)]

### Impuls

Al resoldre l'equació fonamental de la dinàmica d'una partícula, , podem sempre realitzar una primera integració si coneixem la força en funció del temps, ja que d'aquesta equació obtenim per

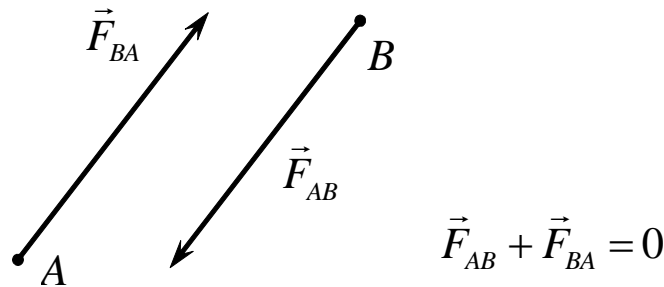
integració  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \int_{\vec{p}_o}^{\vec{p}} d\vec{p} = \int_{t_o}^t \vec{F} dt$  o sigui

$$I \equiv \vec{p} - \vec{p}_o = \int_{t_o}^t \vec{F} dt$$

La magnitud  $I$  que apareix a la esquerra es diu impuls. Per tant la anterior equació ens diu que  
*el canvi de momentum d'una partícula és igual a l'impuls.*

### **Acció i reacció, tercera llei de Newton**

Les forces es presenten per parelles. Si un objecte  $A$  fa una força sobre un objecte  $B$  -  $\vec{F}_{AB}$  - l'objecte  $B$  fa una força sobre  $A$  igual i oposada a la que fa  $A$ .



## **2.2 Tipus de força**

En mecànica parlem de forces amb independència de la seva naturalesa. Per tant, davant un problema o fenomen determinat, serà necessari determinar la naturalesa de totes les forces que intervenen en ell.

Coneixem només quatre forces bàsiques que poden interaccionar la matèria. És a dir, existeixen quatre interaccions fonamentals que expliquen les forces conegudes de l'univers:

- interacció gravitatòria
- interacció electromagnètica
- interacció forta
- interacció feble

La interacció gravitatòria, que és la més feble de totes, manté globalment la Terra, enllaça el Sol i els planetes dintre del sistema solar i agrupa les estrelles en les galàxies.

La interacció electromagnètica enllaça els electrons als àtoms i els àtoms entre si per formar molècules i cristalls. Constitueix la interacció més significativa per a tota la química i la biologia.

La interacció forta aglutina els nucleons; agrupa íntimament neutrons i protons per a formar els nuclis de tots els elements. La força més intensa coneguda en la naturalesa és també d'abast molt curt. És la interacció dominant de la física nuclear d'alta energia.

La interacció feble existeix entre les partícules elementals lleugeres (els leptons: electrons, neutrins i muons) i entre aquestes i les partícules més pesades... Aquest tipus d'interacció no pot formar estats estables de la matèria en el sentit que la força gravitatòria pot formar un sistema solar. (Berkeley, 1, 457-8)

Ha de quedar clara la idea que qualsevol interacció entre una partícula i el seu entorn pot expressar-se en termes d'una força que actua sobre la partícula. I més generalment, qualsevol interacció entre un sistema de partícules i el seu entorn pot expressar-se en termes d'una força que actua sobre el sistema de partícules. Així com les interaccions entre les partícules d'un sistema poden expressar-se mitjançant forces internes del sistema. Aquest concepte *no té cap restricció*, és a dir, és vàlid tant per a partícules atòmiques elementals, per a sistemes de partícules homogenis, com una bola de ferro, com per a un sistema de partícules molt heterogeni, com un ésser humà.

### Estudi clàssic:

- Pes:  $P = m g$  on  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
- Tensió:  $T$ ; als extrems de les cordes,...
- Normal:  $N$ ; força de contacte entre dos objectes, perpendicular a la superfície de contacte.
- Fricció:  $F_R = \mu N$ ; on  $\mu$  representa el coeficient de fregament. Aquesta és una força paral·lela a la superfície de contacte i oposada al moviment. Si el coeficient de fregament és estàtic ( $\mu_s$ ), la expressió anterior dona el límit superior per la força de fregament. El coeficient de fregament dinàmic ( $\mu_k$ ) és inferior a l'estàtic ( $\mu_k < \mu_s$ )

### Taules de valors dels coeficients de fregament

Coeficients de fregament dinàmic per lliscament per diferents materials

| Superfícies en contacte                  | $\mu_k$   |
|--|-----------|
| Acer – acer                              | 0.18      |
| Acer – gel (patins)                      | 0.02-0.03 |
| Acer – gel                               | 0.19      |
| Gel – gel                                | 0.028     |
| Patins de fusta – gel i neu              | 0.035     |
| Goma (pneumatic) – terreny ferm          | 0.4-0.6   |
| Corretxa de cuir (seca) - metall         | 0.56      |
| Bronze – bronze                          | 0.2       |
| Bronze – acer                            | 0.18      |
| Roure – roure en la direcció de la fibra | 0.48      |

Coeficientes de rozamiento estático y cinético

| Superfícies en contacte           | $\mu_s$  | $\mu_k$ |
|-----------------------------------|----------|---------|
| Coure - acer                      | 0.53     | 0.36    |
| Acer – acer                       | 0.74     | 0.57    |
| Alumini – acer                    | 0.61     | 0.47    |
| Fusta - fusta                     | 0.25-0.5 | 0.2     |
| Fusta encerada - neu húmida       | 0.14     | 0.1     |
| Teflón - teflón                   | 0.04     | 0.04    |
| Articulacions sinovials en humans | 0.01     | 0.003   |

Fuente: Serway R. A.. *Física*. Editorial McGraw-Hill. (1992)

Font: Koshkin N. I., Shirkévich M. G.. *Manual de Física Elemental*. Editorial Mir 1975.

No obstant això, en els problemes importants que sorgeixen en la física, la força sobre una partícula no es coneix com funció del temps, sinó com funció de la posició especificada per  $\vec{r} = (x, y, z)$ ; és a dir, com  $\vec{F}(r)$  o  $\vec{F}(x, y, z)$ . Per a sortir d'aquest aparent cercle viciós hem de recórrer a altres tècniques matemàtiques que ens conduiran a definir dos nous conceptes: **treball i energia**. (Alonso i Finn, 1, 202-203)

## 2.3 Resolució de problemes mitjançant les lleis de Newton

1. Dibuixar un diagrama clar.
2. Aïllar l'objecte (partícula) que ens interessa i dibuixar un diagrama de sistema lliure que mostri totes les forces que actuen sobre l'objecte. Sí existeix més d'un objecte d'interès en el problema, dibuixar un diagrama anàleg per a cadascun d'ells.
3. Triar un sistema de coordenades convenient per a cada objecte i aplicar la segona llei de Newton,  $\vec{F} = m\vec{a}$  . en forma de components. Sí es coneix la direcció de l'acceleració, escollir un eix de coordenades paral·lel a aquesta direcció. Per als objectes que es llisquen per una superfície, triar un eix de coordenades paral·lel a la superfície i l'altre perpendicular a aquest.
4. Aïllar les incògnites de les equacions resultants.
5. Comprovar si els resultats tenen les unitats correctes i semblen raonables. Substituir valors extrems en la solució és un bon sistema per a comprovar si s'han comès errors.

## Exemples

