

C 6

Modelar y experimentar en clases de matemáticas: Una propuesta con el uso de tecnologías digitales

Alexander Castrillón-Yepes¹
Ana Carolina González-Grisales²
Sebastián Mejía Arango³
Paula Andrea Rendón-Mesa⁴
Universidad de Antioquia
Colombia

Tanto en clases de matemáticas como en las de ciencias se utilizan diferentes estrategias, instrumentos, actividades o tareas para enseñar conceptos, desarrollar habilidades o competencias y preparar a los jóvenes para desempeñarse en el mundo [1-3]. Por otro lado, en algunos trabajos se describe la necesidad de incorporar procesos o estrategias para articular la modelación y la experimentación en clases de matemáticas utilizando tecnología [4-6]. El objetivo de este capítulo es presentar una propuesta de enseñanza de las matemáticas a través del estudio de la Ley de Hooke y el Movimiento Armónico Simple MAS, mediante el uso de Tecnologías Digitales (simulador) y los procesos de modelación y experimentación.

La modelación y la experimentación se conciben como procesos que permiten estudiar un fenómeno físico con el propósito de entenderlo y describirlo, y utilizar modelos matemáticos, al tiempo que se comprenden los conceptos y los procedimientos que se requieren para su producción, adaptación, ajuste o validación. Esta visión de la modelación y la experimentación se encuentra en correspondencia con los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional MEN [1, 2, 7] y la literatura relacionada [5, 6, 8, 9]. Por su parte, las tecnologías digitales se consideran el medio para desarrollar los procesos de modelación y experimentación. Se propone el uso de un simulador PhET (*Masas y resortes: Intro*) para realizar experiencias controladas, usar representaciones y manipular diferentes instrumentos de medida [10, 11].

1. METODOLOGÍA

1.1 Identificación de la situación

En el plan de estudios se plantea la importancia de desarrollar procesos que vinculen situaciones o contextos propios de otras ciencias para la enseñanza de las matemáticas, en particular, en los lineamientos curriculares [1] se afirman que las matemáticas se han desarrollado gracias a contribuciones de otras disciplinas y que es importante promover procesos interdisciplinarios en su enseñanza. Así mismo, el MEN [2] argumenta que el pensamiento matemático se puede promover a partir de contextos extra matemáticos, y que es necesario en otros campos del saber, como el científico.

Por su parte, el plan de estudios en ciencias plantea la necesidad de reconocer el entorno vivo, el entorno físico y las relaciones entre ciencia, tecnología y sociedad, por tanto, es importante comprender los procesos físicos para diferenciar problemas específicos relacionados con las Ciencias Naturales, en particular con la Física [2]. Estos reconocimientos posibilitan la transformación en la manera cómo se percibe el mundo y cómo se fundamenta el desarrollo de las capacidades investigativas [12], para interpretar y usar el conocimiento científico en situaciones no idénticas a aquellas en las que se adquiere inicialmente. Además,

¹ Contacto: alexander.castrillony@udea.edu.co

² Contacto: ana.gonzalez2@udea.edu.co

³ Contacto: sebastian.mejia4@udea.edu.co

⁴ Contacto: paula.rendon@udea.edu.co

el MEN [2] plantea que esta comprensión de los fenómenos requiere de los conocimientos matemáticos presentes en las descripciones y en los modelos científicos. Por ejemplo, en uno de los estándares en ciencias se plantea *modelar matemáticamente el movimiento de objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúan sobre ellos* [2].

En coherencia con estas ideas se desarrolla una situación de aprendizaje relacionada con el MAS y la Ley de Hooke, en clases de matemáticas para educación media (décimo y undécimo con población entre los 15 y 16 años). En ese sentido, se busca que los estudiantes establezcan relaciones entre los conceptos y los procesos matemáticos a través de una situación extra matemática. Además, la idea es que no solo es importante estudiar el conocimiento matemático, sino que se deben establecer conexiones con conceptos propios de la situación (en este caso de la Física), como la fuerza recuperadora, la constante de elasticidad, la elongación y la masa.

Para el desarrollo de la situación se conjugan elementos de la modelación y la experimentación como alternativa para unir dos procesos que convergen en la representación, la argumentación, el registro y la toma de datos, el reconocimiento de patrones, la identificación y la manipulación de variables. Estos elementos se pueden visualizar con el uso del simulador a partir de la identificación de regularidades y de características que permiten plantear hipótesis, corroborarlas o refutarlas, para llegar a la construcción de modelos matemáticos que describan y expliquen los fenómenos que se estudian.

En la Tabla 1 se presentan las metas de aprendizaje (evidencia de que los estudiantes deberían presentar en correspondencia con las competencias que se desarrollan), la relación con los referentes de calidad [2], la descripción de las habilidades y de las actitudes que la situación de aprendizaje pretende proporcionar.

Tabla 1. Intenciones formativas de la propuesta

| Metas de aprendizaje | Relación con referentes de calidad | | Habilidades y actitudes |
|--|--|---|---|
| | Estándar | Metas de aprendizaje | |
| Construir diferentes representaciones del MAS a partir del registro de datos. Identificar las principales magnitudes (y las relaciones) que intervienen en el MAS. | Formula hipótesis con respecto a cómo varía el período de un MAS cuando varía la amplitud. Describe la información recopilada en los experimentos o simulaciones del MAS por medio de tablas o gráficas. Propone modelos del MAS para predecir los resultados de experimentos y simulaciones, y establece relaciones causales y multicausales entre los datos. | Las hipótesis, modelos y representaciones se conciben como condición de posibilidad para estudiar el fenómeno físico, encontrar patrones y características que permitan comprenderlo y describirlo. | <i>Habilidades</i> Observación Exploración Experimentación |
| | Identifica variables dependientes e independientes que influyen en los resultados de un simulador o de un experimento físico. | Las variables dependientes e independientes que se identifican en el simulador, y otras que se pueden controlar y contrastar en la experiencia generan contraste con aquellas que se pueden reconocer en un experimento físico. | Recolección y sistematización de la información. Comunicación |
| | Realiza mediciones con instrumentos y equipos adecuados para estudiar el MAS. | Los instrumentos se utilizan para estudiar el movimiento, cuantificar magnitudes y reconocer las posibilidades de las herramientas. | <i>Actitudes</i> Curiosidad Flexibilidad Rigurosidad Creatividad Pensamiento crítico Trabajo colaborativo |
| | Comunica resultados por medio de gráficas y presenta la interpretación del experimento o simulación en forma oral o escrita. Comunica el proceso de indagación y los resultados a partir de gráficas, tablas y ecuaciones aritméticas y algebraicas. | La verbalización de los procesos experimentales y procedimentales permiten evidenciar comprensiones del fenómeno que se estudia. | |

Las metas de aprendizaje que se asocian al proceso se alcanzan a partir del registro de datos, la identificación de magnitudes y sus relaciones, el análisis de la variación de las magnitudes que se involucran

y la manipulación de instrumentos de medida y de artefactos en una simulación y, por tanto, requiere de una serie de actitudes y habilidades relacionadas con la observación del fenómeno, la rigurosidad en los procedimientos y los cálculos, la recolección y el análisis de datos y la creatividad para explorar otras alternativas de uso del simulador.

1.1.1 Referentes que soportan la situación de aprendizaje

Los procesos que se vinculan en las situaciones de aprendizaje que se presentan en este capítulo son: 1) la experimentación como proceso científico que contribuye al aprendizaje de las ciencias y que permite explicar, organizar y comprender los fenómenos [13]; y 2) la modelación entendida como el proceso para la construcción, comprensión y validación de modelos de una situación en contexto [14]. A continuación, se describen algunas nociones sobre la experimentación y la modelación que fundamentan los referentes de calidad del país [1, 2, 7] y otros en investigación en educación en matemáticas y educación en ciencias.

Según Romero y Aguilar [13] la experimentación es una herramienta básica en clases de ciencias que se adapta en la clase de matemáticas. El MEN [7] sostiene que la experimentación se puede entender por lo menos de dos formas: 1) como una actividad científica, que busca verificar o falsear teorías, y 2) como una actividad, que permite la construcción del conocimiento científico. En ese orden de ideas, la situación de aprendizaje que se presenta en este capítulo asume la segunda forma y, por tanto, las habilidades que se buscan desarrollar en el estudiante son la construcción de montajes (por medio del simulador PhET), la observación controlada, la identificación y manipulación de variables, procesos de medición, toma de datos y la construcción de representaciones, que se conectan con las intenciones formativas de la Tabla 1.

Para Gilbert y Justi [14] y Camarena [15], la modelación es un proceso que se centra en obtener y validar modelos a partir del análisis de una situación intra o extra matemática, y argumentan su importancia para el desarrollo de una situación problema que próximamente se explica en términos de entidades matemáticas. Según Camarena [15] la modelación consta de, al menos, tres momentos: 1) la identificación de variables e invariancias sobre la situación, 2) la relación entre las variables que se encuentran, y 3) validar la representación del modelo matemático que se obtiene con la situación que se estudia. La propuesta de aula se centra en el uso y análisis de los modelos y, como sostienen Villa-Ochoa et al. [8], en este tipo de dinámicas se proporciona una experiencia donde se estudian las matemáticas a partir de modelos ya construidos, así como el uso de diferentes registros de representación y la identificación de variables, y sus relaciones.

Estos planteamientos presentan que algunas de las acciones que se definen en el quehacer de los estudiantes en la modelación y la experimentación, convergen con el estudio del cambio y la variación. Al respecto, los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas [2] indican que, para el desarrollo de este pensamiento, el estudiante debe formular modelos matemáticos para explicar la diversidad de fenómenos. Además, comprender patrones y relaciones de orden, desarrollar habilidades para representar, analizar, validar y entender situaciones por medio de las matemáticas, y plantear y resolver problemas.

En la situación de aprendizaje se presentan dos fenómenos: la ley de Hooke y el estudio de un sistema de masa-resortes, donde se vincula la función lineal y las funciones trigonométricas, respectivamente. En correspondencia con las características del proceso de modelación y de experimentación, se plantea la exploración de situaciones y la generación de hipótesis, para luego representarlas. En esta medida el MEN [1] sostiene que la modelación es un proceso que debe existir en las clases de matemáticas, debido a permite relacionarlas con el contexto (intra o extra matemático) y porque la experimentación permite tanto verificar aquello que representa la realidad del fenómeno como la construcción de conocimiento.

En investigación en educación matemática se presenta una amplia variedad de experiencias para estudiar la función lineal y las funciones periódicas, algunas relacionadas con contextos como la física. Por ejemplo, Molina-Toro et al. [5] construyen una experiencia con el uso del aplicativo Modellus, para modelar fenómenos como el MAS y el movimiento de un reloj con las funciones senoidales y triangulares, y mencionan que el uso de la tecnología ayuda a conceptualizar y construir modelos matemáticos del fenómeno y favorece la producción del conocimiento. En otros trabajos se reportan experiencias sobre la

función lineal desde una perspectiva variacional [16] y se recurre a la tecnología y a procesos de modelación y de experimentación, además, sostienen que la consideración del concepto de función como modelo matemático adquiere relevancia cuando se piensa a partir del punto de vista del cambio o de la variación.

En la situación de aprendizaje que se expone en este capítulo se usan tecnologías como los simuladores para desarrollar la experiencia de un fenómeno que requiere conocimientos de matemáticas y física. Al respecto, existe evidencia de experiencias bajo el enfoque Science, Technology, Engineering and Mathematics STEM que integran matemáticas, ciencias y tecnologías con el uso de simuladores [17]. Además, en la literatura acerca del uso de tecnologías para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias se afirma que estos materiales pueden vincular a los estudiantes en aprendizajes significativos; proporcionan experimentos que necesitan desprestigiar condiciones ideales como la fuerza de resistencia del aire; permiten extraer representaciones como gráficas y toma de medidas, entre otros; posibilitan el desarrollo de habilidades como el pensamiento crítico; y permiten acceder a otras fuentes para complementar lo que se observa en la experiencia [10].

Por su parte, Contreras et al. [11] sostienen que una de las funcionalidades de los simuladores es que se convierten en un apoyo para el profesor en la transferencia del conocimiento, además de ser una alternativa para reducir costos para quienes no tienen cómo realizar la experiencia presencial.

Se considera que el uso de tecnologías digitales es un recurso que favorece el estudio de fenómenos, dado que adapta las condiciones de la situación que son imposibles en una experiencia real, además de favorecer la construcción del conocimiento. Por lo tanto, el proceso de modelación y de experimentación, y su vínculo con el uso de este tipo de tecnologías, favorece el desarrollo de habilidades conceptuales y procedimentales en el estudiante.

1.2 Desarrollo de las situaciones

La primera situación hace referencia a la ley de Hooke, donde se incluye el estudio de la función lineal, y la segunda presenta un sistema masa-resorte en la que se involucran las funciones periódicas. Sin embargo, ambas se relacionan en tanto la primera permite establecer un acercamiento a los fenómenos de variación y una aproximación a conceptos como la constante del resorte, la existencia de fuerzas y la posición de equilibrio, entre otros elementos, que también están presentes en la segunda situación. Asimismo, las dos situaciones permiten atender a las intenciones educativas que se vinculan con el uso y la construcción de diferentes representaciones, el registro de datos, la identificación de magnitudes y sus relaciones, y el desarrollo de procesos de modelación y de experimentación a través de fenómenos físicos.

Para garantizar la estructura y un proceso secuencial e interconectado, en las propuestas se describen los diferentes momentos en los que se dinamizan las situaciones de aprendizaje y bajo que se podría implementar. Además, se presentan las indicaciones referentes al manejo de un simulador y algunas sugerencias para su implementación en el entorno escolar.

En este capítulo las situaciones se presentan de manera grupal a los estudiantes, sin embargo, el profesor puede promover dinámicas de trabajo acordes a la cantidad de estudiantes o a los propósitos con los que decida implementar este tipo de intervenciones. A partir de la manipulación del simulador, los estudiantes observan e identifican magnitudes que intervienen en el MAS y reconocen variaciones de la posición respecto al tiempo. Para ello es necesario utilizar recursos como computadores, dispositivos móviles o digitales que vinculen el simulador y, de ser necesario, complementar las situaciones con otras herramientas ofimáticas como hojas de cálculo, o software como GeoGebra.

1.2.1 Presentación del simulador

Se presenta y explica el simulador PhET (https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs-basics/latest/masses-and-springs-basics_es_MX.html), tanto para el profesor como para los estudiantes, algunas de las herramientas que vincula para clarificar la ubicación y las funciones de cada una. Para un referente visual, en la Figura 1 se presenta la pantalla inicial de la entrada laboratorio del simulador PhET.

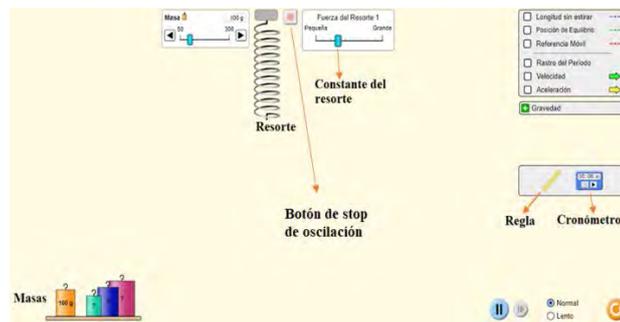


Figura 1. Pantalla inicial del laboratorio del simulador PhET

A continuación, se presentan las herramientas del simulador: instrumentos de medida, manipulación de magnitudes y otras opciones para desarrollar las diferentes situaciones y sus respectivas funciones:

- La fuerza del resorte indica la constante del resorte.
- La longitud sin estirar indica el punto donde se ubica un extremo del resorte cuando no hay una masa.
- La posición de equilibrio sirve para ubicar el punto de equilibrio del resorte al ubicar una masa.
- La regla sirve para medir y orientar las experiencias con el resorte.
- El cronómetro sirve para medir el tiempo.
- La referencia móvil sirve como punto de comparación para realizar mediciones.
- El rastro del periodo sirve para determinar cuándo se realiza una oscilación completa y para observar el recorrido de la masa durante ese intervalo de tiempo.
- La velocidad y aceleración permiten observar los vectores en el movimiento del resorte al colocarle una masa. La longitud del vector da una idea de la cuantificación de estas variables. Además, al seleccionar estas opciones, se visualiza el centro de oscilación, que representa el punto de equilibrio estable a partir del cual oscila la masa.

1.2.2 Situación 1. Ley de Hooke

Los objetivos son:

- Determinar las variables que se involucran en el estudio de la Ley de Hooke.
- Construir un modelo matemático sobre la Ley de Hooke.
- Comprender la Ley de Hooke y sus relaciones con el concepto de función lineal.
- *Relación con las intenciones formativas.* A través de esta primera situación se promueven acciones como la exploración del simulador, el diseño de montajes experimentales virtuales, la observación de un fenómeno, la recolección y la sistematización de datos a través del uso de instrumentos de medida. En ese sentido, se pretende aportar elementos para la identificación de magnitudes presentes en el fenómeno y el uso de diferentes representaciones. En este proceso se debe trabajar de manera colaborativa, ser flexible en los procesos de exploración, pero también riguroso para tomar datos, generar hipótesis y validarlas.
- *Descripción de la actividad*
 1. Ingresar al simulador *Estiramiento* y activar las opciones *Longitud sin estirar* y *Posición de equilibrio*. Explora el simulador y responder:
 - ¿Qué sucede si ubican dos masas de diferente magnitud en cada resorte cuando la fuerza de resorte es la misma?
 - ¿Qué sucede si ubican dos masas de la misma magnitud en cada resorte y se modifica la fuerza de uno de ellos?
 - ¿Qué variables se deberían modificar y de qué manera para que, en dos sistemas con diferente masa, los cuerpos se ubiquen en una misma posición de equilibrio?
 - A partir de las actividades anteriores generar hipótesis sobre la relación entre las variables que se estudian, por ejemplo, a mayor masa, menor elongación.

- Realizar un diagrama de cuerpo libre para cuando uno de los sistemas esté en equilibrio.
- Ir al simulador *Laboratorio* y ubicar una escala para la opción fuerza de resorte (se llamará primera fuerza de resorte), habilitar las opciones *Longitud sin estirar* y *Posición de equilibrio* y medir la distancia con la regla (indica la elongación) para cada una de las masas que se presenta en la tabla. Repetir el procedimiento para otro valor en la fuerza de resorte (se conocerá como segunda fuerza de resorte), y completar la Tabla 2.

Tabla 2. Datos para el simulador *Laboratorio*

| Masa (g) | Peso (N) (considere $g= 9.8m/s^2$) | Elongación para la primera fuerza de resorte (m) | Elongación para la segunda fuerza de resorte (m) |
|----------|-------------------------------------|--|--|
| 50 | | | |
| 80 | | | |
| 100 | | | |
| 120 | | | |
| 150 | | | |
| 180 | | | |
| 200 | | | |
| 250 | | | |
| 300 | | | |

- Construir una gráfica de peso vs elongación para las fuerzas de resorte en el plano coordenado de la Figura 2. Después compartirla. Además, mencionar si los resultados coinciden o no con las hipótesis que se plantearon en el numeral 1.

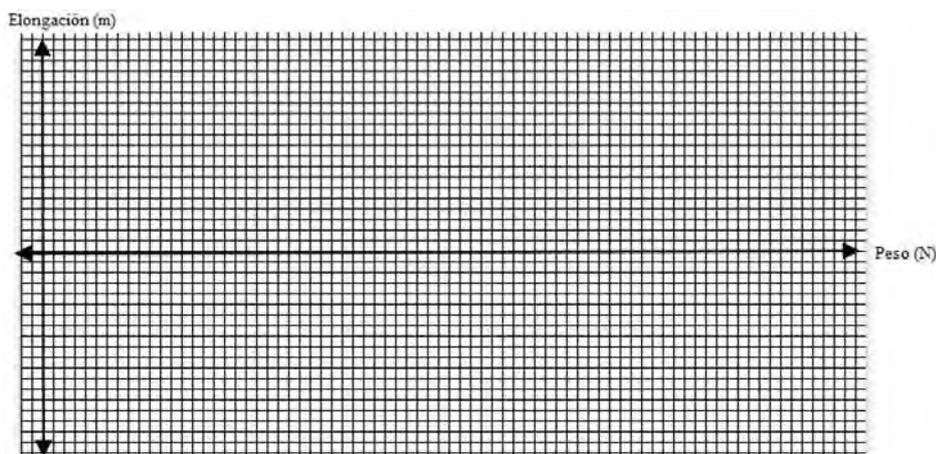


Figura 2. Plano coordenado para construir la gráfica de peso vs elongación

- De acuerdo con los valores hallados y las gráficas construidas, predecir para cada una:
 - ¿Cuál es la elongación que genera un cuerpo de 500g?
 - ¿Cuál es la elongación que genera un cuerpo de 350 g?
 - ¿Qué masa se requiere para obtener una elongación de 0,2 m?
 - ¿Qué masa se requiere para obtener una elongación de 0,25 m?
- Construir una expresión algebraica para cada una de las dos situaciones (primera fuerza del resorte y segunda fuerza del resorte), que describa el fenómeno estudiado. Tener en cuenta la información que brinda el simulador y los datos registrados en la Tabla 1 y la Figura 2.
- Verificar la correspondencia entre las expresiones construidas con otros datos que podría registrar del simulador, con las Tablas y con las gráficas.
- ¿Qué diferencias hay entre ambos modelos? Construir una expresión general para cualquier fuerza de resorte.

1.2.3 Situación 2: MAS

Los objetivos son:

- Reconocer el MAS en un sistema masa-resorte a través de un simulador.
 - Determinar las variables que se involucran en un MAS.
- *Momento 1. Exploración*
 - *Relación con las intenciones formativas.* En este primer momento se promueve la exploración, la observación de un fenómeno y la identificación de magnitudes presentes en un fenómeno. Así mismo, se promueve la generación de hipótesis y su validación. Para ello, se requiere de una actitud curiosa y creativa para identificar elementos presentes en el simulador.
 - *Descripción de la actividad*
 1. Ingresar al simulador *Laboratorio* y ubicar en el resorte una masa de 100 g, activar las opciones *Longitud sin estirar del resorte* y *Posición de equilibrio*, seleccionar el botón rojo para que la masa se ubique en la posición de equilibrio. Si se aplica una fuerza a la masa (deslizándola hacia arriba o hacia abajo) se podrá observar el movimiento. En ocasiones es necesario repetir la simulación con las mismas condiciones (masa, fuerza del resorte y fuerza aplicada), por lo que se debe diseñar una estrategia para hacer que la fuerza aplicada sea siempre la misma (o aproximadamente la misma) al usar las funcionalidades del simulador y describirla.
 2. Estudiar el movimiento. Ubicar en el resorte una masa de 100 g y detener el movimiento con el botón rojo. Aplicar una fuerza y explicar por qué el movimiento que se observa es o no periódico.
 3. Tratar de identificar aspectos como las magnitudes que cambian, las que no cambian y la manera en que lo hacen al:
 - Cambiar las *masas* y dejar las otras magnitudes constantes.
 - Cambiar la *fuerza del resorte* y dejar las otras magnitudes constantes.
 - Cambiar la *gravedad* y dejar las otras magnitudes constantes.
 4. Mencionar qué características o supuestos se puede identificar en el funcionamiento del simulador.
 5. ¿Qué variables se involucran en el movimiento?

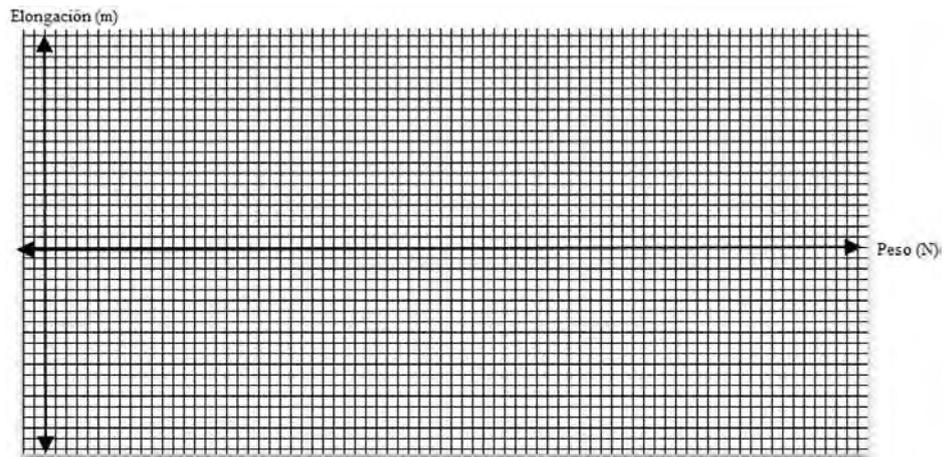
- *Momento 2: Conceptualización*
 - *Relación con las intenciones formativas.* En este momento, se busca aportar insumos para alcanzar ambas metas formativas, tanto en la construcción de diferentes representaciones y la identificación de diferentes magnitudes. Para ello, se promueve el diseño de montajes experimentales, la observación de un fenómeno, la recolección y sistematización de datos a través del uso de instrumentos de medida y el establecimiento de relaciones con otros saberes previos. Este proceso requiere de trabajo colaborativo, rigurosidad y creatividad.
 - *Descripción de la actividad.* Ingresar al simulador *Laboratorio* y situar una masa de cualquier magnitud sobre el resorte. Habilitar las opciones *Longitud sin estirar* y *Posición de equilibrio*; hacer que la masa esté en posición de equilibrio. Ubicar la regla y el cronómetro de tal manera que sean convenientes para realizar las mediciones de la posición en la que se encontrará la masa al transcurrir cierto tiempo (es recomendable habilitar la opción lento, del extremo inferior derecho).

1. Aplicar una fuerza que genere movimiento y registrar las posiciones de la masa que se obtienen en ciertos instantes de tiempo en la Tabla 3.

Tabla 3. Para registrar las posiciones de la masa

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| x(m) | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| t(s) | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

2. Graficar en el plano coordenado de la Figura 3 los puntos de la Tabla anterior (x vs t, y responder las siguientes preguntas:



- Según la gráfica, ¿cuál sería la posición del resorte en el momento igual a 20 segundos? Justificar y comprobar la predicción con el simulador.
 - Analizar la gráfica, plantear hipótesis e identificar aspectos como patrones, regularidades, tipo de movimiento (constante o acelerado). Justificar las respuestas.
 - ¿Existe alguna función matemática que se parezca a la gráfica? ¿Cuál? ¿Qué información suministra esa función?
3. ¿Cuáles son las variables que se involucran en el fenómeno?
 4. Categorizar las variables en la Tabla 4.

Tabla 4. Categorización de las variables

| Dependientes | Independientes |
|--------------|----------------|
| | |
| | |

- *Momento 3: Uso y análisis de modelos*
 - *Relación con las intenciones formativas.* Se promueven acciones como la comunicación, la sistematización de información, el establecimiento de relaciones entre diferentes tipos de representaciones y la identificación de magnitudes y su variación. Para ello se requiere pensamiento crítico, que permita no solo identificar y analizar situaciones, sino también su validación, extrapolación a situaciones similares y la reflexión sobre el proceso que se llevó a cabo.
 - *Descripción de la actividad.* Dos estudiantes del curso se remitieron a libros diferentes de física para consultar un modelo matemático que les permitiera encontrar la posición de la masa para un tiempo determinado:
 Modelo estudiante 1: $x = A \sin(\omega t)$
 Modelo estudiante 2: $x = A \cos(\omega t) + P.E.$

Donde ω representa la frecuencia angular, A es la amplitud, t es el tiempo y $P.E.$ el punto de equilibrio estable. Para el caso del sistema masa-resorte $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, k es la constante del resorte.

1. ¿Cómo se pueden validar los modelos que consultaron los estudiantes?
2. Construir, adaptar o aplicar un modelo que describa el comportamiento del oscilador para la experiencia realizada en el momento 2.
3. Diseñar un procedimiento para validar su modelo con la experiencia del simulador.
4. Mencionar los factores que intervienen en un experimento físico y que no se contemplaron en el simulador ¿Se puede aplicar el modelo en la vida real? ¿Qué se debería considerar?

5. Mencionar las relaciones entre los datos escritos en las Tablas, gráficas y expresiones algebraicas.
6. Realizar una presentación, infografía, vídeo o *podcast* haciendo una síntesis de los procesos desarrollados en este trabajo, las mayores dificultades y los aprendizajes que se promovieron.

2. EVALUACIÓN

De acuerdo con los planteamientos presentados a lo largo del capítulo se propone que, para esta situación de aprendizaje, se evalúen los procedimientos que los estudiantes realizan a través de la valoración que hace tanto profesor (coevaluación) como los estudiantes (autoevaluación), por medio de rúbricas como instrumentos evaluativos. Con el ánimo de alcanzar los objetivos propuestos para cada situación de aprendizaje, se propone valorar los procesos que los estudiantes realizan como constructores de conocimiento, conocer los ritmos de aprendizaje, e identificar las dificultades que se puedan presentar en el desarrollo de la experiencia [7, 18].

La primera rúbrica se refiere a la valoración que el profesor puede realizar acerca de las habilidades y las actitudes que reconoce en los estudiantes, mientras que la autoevaluación consiste en el proceso a partir del cual el estudiante reflexiona sobre las habilidades y las actitudes que él mismo desarrolla en las situaciones de aprendizaje. Durante la autoevaluación el estudiante se asigna una valoración numérica, propia del sistema educativo colombiano, que debe corresponder con la escala propuesta para desempeño Superior, Alto, Básico y Bajo (Decreto 1290, 2009). A continuación, se presenta la equivalencia entre la escala propuesta para Colombia y una valoración numérica que se suele utilizar en diferentes instituciones:

- De 1.0 a 2.9 Bajo
- De 3.0 a 3.9 Básico
- De 4.0 a 4.5 Alto
- De 4.6 a 5.0 Superior

La adopción de esta rúbrica se debe a que esta técnica permite, según Martín [19], evaluar competencias, indicadores y metas de aprendizaje, entre otros elementos que alcanzan los estudiantes, por lo que resulta útil como herramienta para muchas asignaturas. Asimismo, Martínez-Rojas [20] menciona que la rúbrica *es un conjunto de criterios o de parámetros desde los cuales se juzga, valora, califica y conceptúa sobre un determinado aspecto del proceso educativo*, lo cual entra en consonancia con los propósitos en este trabajo. En coherencia con ello, la rúbrica sería el instrumento a partir del cual el profesor y los estudiantes identifican los desempeños de los diferentes indicadores. A continuación, se presenta la rúbrica propuesta.

2.1 Rúbrica propuesta

Este instrumento tiene como finalidad que tanto los estudiantes como los profesores evalúen las habilidades y las actitudes que se promueven durante las actividades en las situaciones 1 y 2. Se les pide contestar de manera objetiva y honesta. El profesor debe indicarle al estudiante cómo ponderar su desempeño en correspondencia con cada uno de los indicadores, donde dice *Valoración* (Tabla 5) el estudiante debe de colocar el valor cuantitativo que considere para cada indicador, según la descripción. Además, en la columna *Descripción* se espera que el estudiante o el profesor especifique las razones para asignar la valoración.

Tala 5. Rúbrica propuesta

| Indicador | Superior | Alto | Básico | Bajo | Valoración | Descripción |
|---|---|--|---|---|------------|-------------|
| <i>Conceptos</i> Reconoce los conceptos físicos y matemáticos, las variables y las relaciones involucradas en la ley de Hooke. | Reconoce adecuadamente los conceptos, las variables y sus relaciones involucradas en los fenómenos. | Reconoce adecuadamente los conceptos, las variables y sus relaciones, aunque algunas de ellas son incompletas. | Hay evidencias de reconocer los conceptos, las variables y las relaciones, pero se dejan de lado algunas porque no las comprende. | Reconoce pocos (o no reconoce) conceptos, variables o relaciones, algunas de las cuales son erróneas. | | |

| | | | | |
|---|--|--|---|---|
| <i>Modelo matemático</i> Construye y valida el modelo matemático de la ley de Hooke, de acuerdo con los puntos propuestos en la actividad. | Construye correctamente y valida el modelo de acuerdo con los puntos propuestos en la actividad. | Construye correctamente un modelo, aunque sin validación. | Construye un modelo incompleto. En consecuencia, la validación es incompleta o errónea. | El modelo propuesto difiere del fenómeno estudiado. La validación está ausente. |
| <i>Rigurosidad</i> Realiza de manera adecuada las actividades propuestas en la situación. | Realiza en totalidad y de manera adecuada las actividades propuestas en la situación. | Realiza en totalidad las actividades propuestas, con algunos errores conceptuales o procedimentales. | Realiza la mayoría de los puntos, aunque se observan errores en los conceptos o procedimientos. | Realiza pocos puntos o ninguno de manera adecuada. |
| <i>Comprensión instrucciones</i> Comprende la totalidad de las instrucciones dadas para las actividades propuestas de la situación y las acata en totalidad. | Comprende en totalidad las instrucciones dadas para las actividades propuestas de la situación y las acata en totalidad. | Comprende y acata la mayoría de instrucciones dadas para las actividades propuestas de la situación. | Comprende y acata algunas de las instrucciones dadas para las actividades propuestas de la situación. | Demuestra dificultades para entender y seguir instrucciones o, aunque se comprenden, no se acatan. También se incluye cuando el estudiante comprende pocas de las indicaciones. |
| <i>Trabajo en equipo</i> Demuestra habilidades para trabajar con los compañeros en las diferentes actividades. | Demuestra actitudes y habilidades para atender las situaciones propuestas en colaboración con compañeros. | En ocasiones demuestra algunas actitudes y habilidades para atender las situaciones propuestas con los demás compañeros. | Demuestra algunas habilidades para el trabajo en equipo, sin embargo, algunas actitudes no son adecuadas. | Demuestra dificultades para trabajar en equipo, ya sea por falta de habilidades o actitudes. |

De acuerdo con la escala de valoración para la evaluación cuantitativa propuesta para Colombia, se le pide al estudiante realizar los siguientes cálculos, de acuerdo con los puntajes obtenidos en la autoevaluación: Calificación: Puntaje obtenido/puntaje máximo: ____/5 =

La rúbrica se elabora de tal manera que se implemente para la evaluación de ambas situaciones, en función de lo que el profesor considere prudente, es decir, se utiliza para realizar cambios o ajustes en función de las actividades que se implementan en el aula.

3. TRANSFERENCIA O AMPLIACIÓN A OTRAS SITUACIONES O CONTEXTOS

En el capítulo se presentan algunas ideas para la incorporación de la modelación y la experimentación en la enseñanza de las matemáticas en Educación Media. La ley de Hooke y el MAS se presentan como un contexto que posibilita este acercamiento, pero existen otras experiencias y recursos que pueden brindar insumos para potenciar estas situaciones. En la Tabla 6 se presentan algunas sugerencias.

Los ejemplos brindan ofrecen ideas para el aula frente a las posibles acciones de estudiantes y de profesores para incorporar la modelación y la experimentación; también muestran otras simulaciones que pueden complementar el estudio de las temáticas abordadas al contemplar conceptos, variables y magnitudes que no están al alcance de esta experiencia, como la energía. Estos aspectos contribuyen a que se amplíe el uso de los modelos a otros fenómenos físicos con un comportamiento similar, o a que se estudien aspectos específicos de una situación en correspondencia con los propósitos formativos y los recursos disponibles.

Tabla 6. Experiencias y recursos sugeridos

| Referencia | Posibilidades de ampliación | Sugerencias |
|--|--|---|
| Domínguez A. et al. (2015). Models and modelling in an integrated physics and mathematics course. | Presenta una experiencia basada en el MAS a través de experimentos físicos; aborda conceptos como energía y fuerza de fricción, que pueden ayudar a ampliar la tarea con el simulador. También presenta cómo se orienta la evaluación de la actividad. | Es posible contrastarla usando el simulador y la experimentación física, reflexionar sobre las posibilidades y limitaciones de cada una y sobre cómo se podrían complementar para tener una comprensión amplia del fenómeno. Se recomienda promover el trabajo en equipo y generar espacios de discusión donde los participantes presenten sus planteamientos, reflexiones y procedimientos. |
| Ley de Hooke: http://www.educaplus.org/game/ley-de-hooke | Es posible incorporar y hacer registros tabulares de información en el mismo simulador, lo cual puede simplificar los procesos de medición y prestar mayor atención a la manera en que se relacionan y cambian las variables. | En caso de ampliar la situación y el estudio de ciertas magnitudes y modelos, se recomienda masas y resortes. En el simulador es posible trabajar con magnitudes, tanto escalares como vectoriales, y la manera en que cambian. Se tiene la posibilidad de encontrar similitudes y diferencias entre el sistema masa-resorte y un sistema de péndulo simple, tanto en las variables que se involucran como en las magnitudes y los modelos que describen el fenómeno. |
| Masas y resortes: https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_es.html | Brinda la posibilidad de realizar un análisis en términos energéticos sobre el MAS. | |
| Péndulos: https://phet.colorado.edu/sims/html/pendulum-lab/latest/pendulum-lab_es.html | Este recurso permite estudiar el MAS y los conceptos que involucra. Además, permite identificar las variables que caracterizan el fenómeno. | |

4. CONCLUSIONES

El uso de simuladores para el estudio de la Ley de Hooke y el MAS contribuyen a la comprensión de estos fenómenos, mediante el uso de instrumentos de medida y de modelos que permiten describirlos y cuantificarlos.

Las situaciones que se proponen en este capítulo permiten desarrollar experiencias en las clases de matemáticas, donde se posibilite el establecimiento de relaciones con la física, y se pueda reconocer el conocimiento que dichas relaciones promueven, como la comprensión de magnitudes que intervienen en fenómenos físicos y la manera en que cambian (o no) y se relacionan.

Además, muestra las posibilidades del simulador, no como un sustituto de la realidad, sino como herramienta para experimentar bajo el control de ciertas variables, la manipulación de instrumentos de medida y una aproximación a la actividad científica con el uso de recursos disponibles.

El uso de diferentes representaciones (gráfica, tabular y algebraica) permiten identificar las variables que se involucran en el fenómeno y la manera en que cambian. Además, brindan una idea de cómo el conocimiento matemático es necesario para comprender situaciones extra matemáticas, al tiempo que permite el desarrollo del conocimiento matemático escolar. Estos aspectos se podrían extender a otras situaciones para la comprensión de sistemas donde interviene el MAS y las matemáticas involucradas.

En coherencia con lo anterior, la modelación y la experimentación en este trabajo no son solo acciones que se desarrollan para construir una expresión que describe el movimiento, sino que son procesos que implican la comprensión de conceptos y de procedimientos necesarios para el estudio de un fenómeno físico. En ese orden de ideas, las matemáticas que se involucran y el simulador se constituyen como elementos necesarios para la comprensión del mundo físico.

Agradecimientos

Al Comité para el Desarrollo de la Investigación CODI de la Universidad de Antioquia por el financiamiento del proyecto *Fundamentación y desarrollo de una propuesta de formación STEM para futuros profesores de matemáticas*". Código: 2018-22989.

REFERENCIAS

- [1] MEN. (1998). Lineamientos Curriculares: Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional.
- [2] MEN. (2006). Estándares básicos de competencias. Ministerio de Educación Nacional.
- [3] Rojas H. (2015). Una mirada actual al aprendizaje de las matemáticas. *Revista de psicología* 12(1), 259-328.
- [4] Rangel D. (2016). El proceso de modelación matemática mediado por los videojuegos. Tesis de maestría. Universidad de Antioquia.
- [5] Molina-Toro J. et al. (2018). La modelación en el aula como un ambiente de experimentación con graficación y tecnología. Un estudio con funciones trigonométricas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática* 11(1), 87-115.
- [6] Rodríguez R. et al. (2016). El rol de la experimentación en la modelación matemática. *Educación matemática* 28(3), 91-110.
- [7] MEN. (1998). Lineamientos Curriculares: Ciencias Naturales. Ministerio de Educación Nacional.
- [8] Villa-Ochoa J. et al. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural* 18(36), 219-251.
- [9] Rubio L. et al. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation* (5), 90-111.
- [10] Waldegg G. (2002). El uso de las nuevas tecnologías para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. *Revista electrónica de investigación educativa* 4(1), 01-22.
- [11] Contreras G. et al. (2010). Uso de simuladores como recurso digital para la transferencia de conocimiento. *Revista de Innovación Educativa* 2(1), 86-100.
- [12] Tacca D. (2010). La enseñanza de las ciencias naturales en la educación básica. *Investigación Educativa* 14 (26), 139-152.
- [13] Romero A. y Aguilar Y. (2013). La experimentación y el desarrollo del pensamiento físico. Un análisis histórico y epistemológico con fines didácticos. Universidad de Antioquia.
- [14] Gilbert J. y Justi R. (2018). Introducing modelling into school science. In Yeo J. et al. (Eds.), *Science education research and practice in Asia-Pacific and beyond* (pp. 25-38). Springer.
- [15] Camarena P. (2012). La matemática en el contexto de las ciencias y la modelación. *Innovación educativa*, 9(46), 15-25.
- [16] Posada-Balvin F. y Villa-Ochoa J. (2006). Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional. Tesis de Maestría. Universidad de Antioquia.
- [17] Carmona-Mesa J. et al. (2020). Estudio de fenómenos físicos en la formación inicial de profesores de matemáticas. Una experiencia con enfoque STEM. *Uni-Pluriversidad*, 20(1), 18-38.
- [18] Allal L. (1980). Estrategias de evaluación formativa: Concepciones psicopedagógicas y modalidades de aplicación. *Infancia y aprendizaje* 3(11), 4-22.
- [19] Martín M. (2014). Evaluación de competencias mediante rúbrica. Importancia de las matemáticas en la evaluación de competencias genéricas. *Historia y comunicación social* 18, 243-255.
- [20] Martínez-Rojas J. (2008). Las rúbricas en la evaluación escolar: Su construcción y su uso. *Avances en medición* 6(38), 129-137.