

UMA ABORDAGEM GEOMÉTRICA À COMPREENSÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS¹

Natercia de Souza Lima Bukowitz²

Resumo: O artigo apresenta proposta de práticas investigativas em matemática, no curso de pedagogia, por meio da dinâmica de oficinas, imbricando pesquisa e ensino. O material proveniente de diálogos estabelecidos nas oficinas, bem como das observações de situações de estágio, suscitou questões problematizadoras, convergindo para a opção metodológica da pesquisa-ação. As oficinas relatadas visaram intervir nas concepções e práticas dos participantes em relação à compreensão e ao ensino dos números racionais. A fundamentação teórica acerca das oficinas sustentou-se em Carvalho, Pavanello e Serrazina. No que se refere ao tema dos racionais, buscou-se embasamento em Campos e D'Ambrosio e em Imenes, Jakubovic e Lellis. Repercussões positivas da proposta vêm se materializando sob a forma de projetos interdisciplinares desenvolvidos nas Escolas Municipais onde atua grande parte dos pesquisados.

Palavras-chave: Formação de professores; Oficinas de matemática; Investigação; Números racionais; Geometria.

INTRODUÇÃO

Após a divulgação dos resultados de mais uma avaliação realizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep) revelando o desempenho “intermediário”³ na 4ª série, em matemática, criou-se uma grande expectativa em torno da responsabilidade dos cursos que formam os professores que irão atuar no Ensino Fundamental. A crescente demanda por educação de qualidade atrelada ao melhor aproveitamento dos conhecimentos inculcados na educação básica confere prioridade a esta área do ensino. Por conseguinte, defende-se a pertinência de uma motivação mais expressiva das instituições formadoras, por meio de seus gestores e docentes, no sentido de, efe-

tivamente, capacitar os graduandos em pedagogia para dar conta do déficit no aprendizado da matemática, já apontado anteriormente pelos indicadores do SAEB (2001 e 2003) e reiterado pelo mapeamento da Prova Brasil (INEP, 2006).

Saber da existência dos limites que impedem o desenvolvimento profissional do grupo ao qual se pertence é um dos fatores importantes para dar início a um processo de mudança. Constitui um desafio capacitar professores visando à ressignificação de conceitos e à alteração das práticas docentes de matemática no Ensino Fundamental. Serrazina defende que

os futuros professores devem, eles próprios, viver experiências de aprendizagem em matemática do tipo das que se espera que venham a proporcionar aos seus alunos, envolvendo-se, nomeadamente, em atividades de resolução de problemas e de investigação em matemática. (SERRAZINA, 2003, p. 67)

Guiar-se pelos caminhos propostos por Serrazina implica exigir dos professores um empenho cada vez maior, cabendo-lhes o desafio de lutar, mesmo e apesar das condições precárias de trabalho advindas da sobrecarga das turmas numerosas e dos salários nem sempre condizentes com sua atuação. Conforme ressalta Imbernón, “a formação é um elemento importante de desenvolvimento profissional, mas não é o único e talvez não seja o decisivo” (IMBERNÓN, 2001, p. 44). Para este educador, a formação não pode ser vista apenas como o domínio das disciplinas. Porém, em acordo com questionamento levantado na introdução deste artigo, existe uma expectativa de que pedagogos, no que se refere às séries iniciais do Ensino Fundamental, ao se depararem com uma turma de alunos, promovam o

¹ Parte deste artigo consiste num extrato da tese de Doutorado da autora (UFRJ, 2005).

² Doutora em Educação pela UFRJ, professora do curso de pedagogia da Universidade Estácio de Sá (UNESA), Petrópolis, RJ.

³ A escala completa do Prova Brasil vai de 0 a 500 pontos, mas, como cerca de 99% dos estudantes não alcançam a pontuação máxima, o Ministério da Educação considera a escala de 0 a 300 pontos, na 4ª série, em português e matemática. O nível intermediário refere-se à pontuação entre 175 e 250 (www.inep.gov.br, acessado em 30/06/2006).

aprendizado desses conteúdos disciplinares de matemática, entre os quais merece destaque o dos números racionais. A pesquisa na qual se baseia este artigo demonstrou que o estudo dos números racionais, interligado ao da geometria, no contexto de oficinas, favorece a compreensão e construção de ambos os conceitos.

PERCURSO METODOLÓGICO

A pesquisa foi levada a termo com a pesquisadora atuando em dupla função, como sujeito e como objeto da pesquisa. Além de ser parte do campo em que tentava operar mudanças, encontrava-se imersa nele. O objeto definido por inovação e reformulação do ensino da matemática convergiu para a escolha da *pesquisa-ação*, percurso metodológico compatível com as características desse processo investigativo, pontuado por tensões, conflitos, rejeições/aceitações.

Estar orientando estágios e acompanhando-os de perto nas escolas, conforme preceituam determinações legais (Resolução CNE/CP2 de 19 de fevereiro de 2002), além de acontecimento incomum e desafiador, consistiu em situação privilegiada para a consecução dos objetivos almejados no decorrer da proposta. Mais que todos esses fatores, a atuação envolvente e comprometida da pesquisadora como docente da disciplina Conteúdo e Metodologia do Ensino da Matemática concorreu efetivamente para que o estudo se encaminhasse sob a forma de *pesquisa-ação*.

Investigar ações em curso e refletir sobre essas ações é considerá-las como iniciativas fundamentais para intervir na realidade. A *pesquisa-ação* participativa adequou-se aos propósitos deste estudo, pois envolveu um processo de investigação, de educação e de ação. Sendo assim, a preocupação com o processo e com a mudança foi a marca determinante neste estudo, pois transcendeu a coleta de dados, instigando os participantes a ressignificarem sua prática relativa ao ensino da matemática. A opção por esta metodologia é decorrência das necessidades e questionamentos originados no grupo de pesquisa, considerado também pesquisador, conforme indicado por Thiollent (2002). Tais considerações permitem esclarecer que a proposta desenvolveu-se baseando-se em:

- Concepção de conhecimento como problema, como objeto de investigação, conforme defendida por Giroux (1997, p. 83), para quem o conhecimento é “mais do que uma representação neutra do fato. As estruturas teóricas e os fatos são parte inseparável do que chamamos conhecimento”.

- *Construção de conceitos matemáticos* pelo grupo pesquisado visando alcançar a renovação de concepções e de práticas acerca da matemática e de seu en-

sino. Neste artigo, enfocou-se especialmente o ensino dos números naturais.

Esses balizadores permearam as narrativas das *oficinas* realizadas para fins de ensino e de pesquisa, bem como os registros dos diários, dos memoriais e das aulas, selecionados para compor este relatório, do qual sobressaíram os seguintes aspectos:

- O objeto de estudo convergiu para a problemática suscitada pelo grupo de pesquisa, considerado também “pesquisador”, conforme observado nos diálogos mantidos nas oficinas relatadas na próxima seção.

- Para coleta de dados, estiveram disponíveis instrumentos diversificados: debates, discussões em grupo, relatórios de estágios, mapas conceituais, cópias de cadernos de estudantes de escolas públicas, observações de aulas nos estágios, diários reflexivos. Neste artigo, os instrumentos se restringem aos relatos das oficinas, aos depoimentos dos pesquisados e aos diários reflexivos da autora.

- O desenvolvimento da investigação, passível de transformação ao longo da pesquisa, foi sendo elaborado em conjunto com o grupo. Com isso, gerou-se conhecimento dentro da ação da pesquisa em que todos os envolvidos se beneficiaram das experiências uns dos outros, conforme atestam as narrativas das *oficinas*.

- Ao longo das *oficinas*, a análise e discussão dos dados redefiniram questões levantadas, como pode ser visto nos registros dessas narrativas.

As *oficinas*, tais como concebidas por Carvalho (1990) e sugeridas por Serrazina (2003), permitiram observância aos princípios da *pesquisa-ação*, estabelecendo-se como laboratório de idéias, *locus* das vinculações de aspectos teórico-prático-metodológicos do ensino da matemática.

- Por tratar-se de *pesquisa-ação*, a descrição e a interpretação dos fenômenos não se restringiram a momentos estanques. As fases, por vezes apenas sutilmente demarcadas, não se circunscreveram linearmente. Assemelhando-se à noção da espiral característica do ensino proposto por Bruner (1973), Pires (2000) e Bigode (2005), essa dinâmica pode ser percebida nos relatos das oficinas quando são descritas as interações, as intervenções e a fundamentação teórica.

- A riqueza do processo da *pesquisa-ação*-ensino-aprendizagem adveio do envolvimento de estudantes do *Curso de Pedagogia de duas Instituições Privadas, de Ensino Superior, em Petrópolis, nas disciplinas Prática Pedagógica, Prática Supervisionada e Conteúdo e Metodologia do Ensino da Matemática, em 2003, 2004 e 2005*. O alunado das duas instituições, na maioria, provém de classe média baixa, já exercendo a docência em escolas municipais ou privadas, no ensino infantil e fundamental.

QUADRO TEÓRICO E O CAMPO DA PESQUISA

“Criar – e, sobretudo, manter – um interesse vital pela pesquisa desinteressada não é o primeiro dever do educador em qualquer estágio da formação?” (BACHELARD, 1996, p. 12). Essa indagação tem servido de inspiração e estímulo para, no Curso de Pedagogia, manter a continuidade da estratégia didática das *oficinas*, que trazem subjacentes as concepções imbricadas de ensino e pesquisa. Atenta a esse tipo de metodologia de trabalho, Pavanello sublinha a urgência da *criação de um novo paradigma didático que supere a orientação atual consubstanciada em aulas eminentemente teóricas, em que se adote uma perspectiva metodológica configurada por aulas teórico-práticas, nas quais a prática da investigação pedagógica se transforme em efeito catalisador das mudanças necessárias* (PAVANELLO, 2003, p. 12).

Tal como o tópico frações, a geometria é igualmente considerada o “calcanhar de Aquiles”, no que diz respeito ao ensino da matemática. Além do despreparo dos professores, contribui para essa problemática a forma como a geometria, durante cerca de 50 anos, encontrava-se inserida nos livros didáticos, incluída somente nos capítulos finais, quase como um apêndice desses manuais escolares. Sendo ainda hoje, quase exclusivamente, o único recurso que a maioria dos professores dispõe e utiliza, a menção ao livro didático é cabível nessa discussão. Por esse motivo, somente em situações excepcionais, a geometria se fazia presente nas aulas das séries iniciais da escola básica. A insuficiência de tempo do calendário escolar era a justificativa para marginalizar essa parte do conhecimento matemático. Com isso, os professores, inseguros por não dominarem esses conteúdos pertinentes à geometria, se resguardavam de qualquer cobrança, passando a dedicar-se, principalmente, às tabuadas, às contas e às expressões aritméticas. Hoje há livros didáticos que mudaram consideravelmente em função das pesquisas avançadas sobre aprendizagem, adquirindo características interdisciplinares, como em Imenes, Jakubo e Lellis (1998) e em Bigode e Gimenez (2005), do currículo em espiral, como em Bongiovanni, Vissotto e Laureano (1990), e do currículo em rede, como em Pires (2000).

No entanto, em virtude do já mencionado despreparo, do descompromisso ou até mesmo devido às resistências à mudança, as inovações propaladas nesses

livros didáticos deixam de ser incorporadas à prática desses professores, prejudicando todo o processo de construção do conhecimento. Como consequência, estudantes e profissionais das mais diversas áreas, tendo passado pela escola, enfrentam dificuldades quando precisam resolver situações que demandam recorrer a medições e a projetar no espaço. Nos Cursos de Pedagogia, essas dificuldades se revestem de maior importância porque irão formar profissionais responsáveis pela mediação do conhecimento junto aos alunos, nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Depoimentos colhidos desses professores-estudantes nas turmas que se constituem como objeto deste estudo, corroboram os argumentos aqui apresentados:

- Não sei geometria.
- É a parte mais difícil da matemática.
- Não gosto de geometria porque nunca entendi.

(Depoimentos de estudantes de Pedagogia, 2004)

A *oficina*⁴, uma forma de trabalhar simultaneamente conteúdo e metodologia do ensino da matemática, encontra-se descrita por Carvalho, que a caracteriza por *colocar o aluno diante de uma situação-problema cuja abordagem o leve a construir o seu conhecimento. É desejável que a situação desafiadora seja suficientemente rica e aberta, de maneira que o próprio grupo-classe possa levantar inúmeros problemas cuja resolução permita abordar, num sentido amplo, os conteúdos que se deseja estudar.* (CARVALHO 1990, p. 24)

Essas proposições de Carvalho harmonizam-se com o que estabelece Serrazina ao defender que *“os cursos de formação de professores devem ser organizados de modo a permitir-lhes viver experiências de aprendizagem que se quer que os seus alunos experimentem e que constituam um desafio intelectual”* (SERRAZINA, 2003, p. 68).

Essa didática, além de favorecer uma análise dos contextos das situações de ensino das escolas onde atuam os graduandos, oferece ao docente da graduação oportunidades de intervenção: as interações advindas desse tipo de abordagem constituem campo fértil para promover alterações nas práticas docentes desses estudantes que, na maioria, já exercem o magistério. Nesses momentos de diálogo e problematizações, sobressai o aspecto investigativo da proposta: emergem questões esclarecedoras quanto ao nível de conheci-

⁴ Para que no registro das oficinas possam ser identificadas as vozes dos atores, adotou-se a seguinte formatação:

- elaboração teórica da autora: a mesma fonte utilizada no desenvolvimento do artigo;
- citações dos autores fundadores: a fonte recomendada para tal fim, de acordo com as normas da ABNT;
- intervenções da autora: mesma fonte do artigo, em itálico;
- estudantes e diários reflexivos da autora: mesma fonte do artigo, porém em itálico, tamanho menor e com recuo.

mentos matemáticos, como explicitado por um grupo considerável de estudantes do curso ao admitir que:

– *Sempre tive sérias dificuldades com frações e decimais na vida escolar.*

– *Não sei isso nem para mim, quanto mais para ensinar aos alunos.*

(*Depoimentos de estudantes de Pedagogia, 2005*)

Dessa forma, a inclusão do tema *fração* justifica-se neste artigo porque, apesar de o contato com as representações fracionárias ser menos freqüente nas situações cotidianas do mundo atual, “*seu estudo fundamenta outros conteúdos matemáticos tais quais proporções e equações*” (PCNs de matemática, 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, p. 92). De fato, principalmente em razão de os computadores e as calculadoras mais acessíveis ao público utilizarem predominantemente a representação decimal, existe conseqüentemente uma tendência à gradativa redução do estudo das *frações* nos currículos escolares das séries iniciais do ensino fundamental.

No entanto, observações da prática nessas escolas, além de revelarem o desconhecimento dessa tendência, mostram exatamente o contrário, ou seja, a ocorrência do excesso de cálculos fracionários propostos aos alunos por professores que, na maioria, desconhecem princípios matemáticos básicos subjacentes ao tema das *frações*. Essa afirmação se apóia em situações vivenciadas pela pesquisadora e autora como constata-das no seguinte registro:

Buscando atender ao compromisso assumido de acompanhar “in loco” (8/10/2003) as atividades docentes dos professores-graduandos do 7º período de Pedagogia, estive co-participando da aula da professora S. na data supracitada. Nessas atividades, características da atuação na disciplina Prática Supervisionada, ocorrem com freqüência situações qualificadas pelas estudantes como desconfortáveis, e como invasão de privacidade. Isso em geral acontece porque, para estes professores-estudantes, a avaliação tem sido vista apenas como momento estanque e formal, e não como processo contínuo, dinâmico, de fluxo e refluxo, de possibilidade de revisão e de transformação do sistema escolar. Além disso, e como conseqüência, percebem os professores na graduação como meros repassadores de informação. Fundamental nessas circunstâncias argumentar junto a esses colegas de profissão, valendo-se do pensamento de Bachelard (1996, p. 24), para quem “o educador não tem o senso do fracasso, justamente, porque se acha um mestre”. Aprender com este

pensador que “o espírito científico vence os diversos obstáculos epistemológicos e se constitui como conjunto de erros retificados” (idem, p. 293) é, por isso, essencial quando se deseja a melhoria do ensino. Sobre essa questão, é oportuno assinalar o ponto de vista de Castro (2003, p.16) quando diz que “o professor consome seu tempo com teorias pedagógicas que não consegue aplicar – e quase não tem oportunidade de praticar na presença de um mestre que comente e corrija seu desempenho”.

(*Diário Reflexivo da autora, 2003*)

A situação descrita, a seguir, encontra-se, pelo menos em parte, em conformidade com a referência “ao desconforto” explicitado pelos professores-estudantes quando colocados na condição de observados e avaliados:

S. ficou sem ação nos momentos que se sucederam imediatamente à minha chegada à turma. Pediu que a ajudasse no sentido de sugerir-lhe uma atividade para seus alunos. Estimulei-a a desenvolver com eles um trabalho que os ajudasse a melhor esclarecer pontos obscuros do conteúdo programático. A partir dessa indicação, começou a passar no quadro “exercícios de adição e subtração de frações com denominadores diferentes. A professora repassou com eles ‘as regras’ (técnicas de cálculo) para resolver esse tipo de operações. As crianças demonstraram ‘saber de cor’ essas regras. No entanto, quando foram efetuar $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$, a própria professora enganou-se ao orientá-los a adicionar; numa etapa inicial, as duas primeiras frações para multiplicar; posteriormente, esse resultado pela terceira fração. Percebendo o equívoco, pediu desculpas à turma e recitou com eles a regra que consiste em priorizar a operação de multiplicação quando estas vêm junto de adições, nas expressões aritméticas.

(*Diário Reflexivo da autora, 2003*)

Esse episódio de ensino refletiu não apenas o desconhecimento de S. a respeito de conceitos fundamentais da matemática, referentes ao tema *fração*, mas, sobretudo, uma postura ainda bastante arraigada a uma visão tradicional e mecânica do ensino da matemática. Serrazina lembra que

o futuro professor necessita ter uma profunda compreensão da matemática que não se limite a um conhecimento tácito do tipo saber fazer; mas se traduza num conhecimento explícito. Este envolve ser capaz de conversar sobre a matemática, não apenas descrever os passos para seguir um algoritmo, mas também explicitar os juízos feitos e os significados e razões para certas relações e procedimentos. (SERRAZINA, 2003, p. 68)

Da situação de sala de aula, tal como se observou, foi possível inferir que não apenas as crianças, mas também a professora não tinham como explícitos os significados para aquelas relações subjacentes às operações com frações. Do ponto de vista didático, o que mais sobressaiu nessa aula de S. é que a atividade proposta à turma se deu sem qualquer contextualização, desprovida de problematização, cabendo, portanto, chamá-la apenas de "exercício". Essa constatação e esse registro de recentes abordagens ao tema das frações, em escolas públicas do Ensino Fundamental, servem para mostrar como permanecem oportunas as críticas e os questionamentos, fruto dos resultados da pesquisa coordenada por Tânia Campos e orientada por Beatriz D'Ambrosio, na PUC de São Paulo, em 1991. Essas conclusões, publicadas na revista *Nova Escola* em reportagem de Ana Lagôa (1991), demonstram que, mesmo depois de transcorrido tanto tempo e apesar da evolução das discussões nessa área, os resultados então apresentados mantêm-se compatíveis com a forma como a maioria dos professores vêm se conduzindo, ainda hoje, em relação ao ensino das frações. Dentre as conclusões a que chegaram estes educadores matemáticos, nessa pesquisa da PUC de São Paulo, destacam-se:

- Os alunos não sabem o conceito de fração e não têm idéia de como usá-la fora da escola.
- A noção de divisão encontra-se na gênese desse problema porque também é trabalhada mecanicamente, sem que o aluno perceba que a operação divisão se aplica tanto a todos discretos⁵ como a todos contínuos⁶. Essa diferenciação não é clara, na maioria dos casos, nem mesmo para os professores.
- Erros ocorrem porque os alunos são condicionados e viciados em responder mecanicamente os exercícios.

A noção de práxis, definida como "ação (motora, perceptiva, reflexiva) do sujeito sobre o objeto a ser conhecido" (PIMENTA e ANASTASIOU, 2002, p. 216), permeia toda a postura pedagógica e, consequentemente, toda a pesquisa desenvolvida pela autora deste trabalho. Por esse motivo, suas co-participações em aulas das escolas de Ensino Fundamental, como supervisora de estágio, bem como discussões surgidas ao longo das aulas que ministra no Curso de Pedagogia, são essenciais para a geração de novos conhecimentos e para a criação de estratégias que favoreçam, de início, desequilíbrio e possibilidade de desconstrução, pois, como afirma Bachelard,

não se pode basear nada na opinião: antes de tudo, é preciso destruí-la. Ela é o primeiro obstáculo a ser superado. [...] O espírito científico

proibe que tenhamos uma opinião sobre questões que não sabemos formular com clareza. Em primeiro lugar, é preciso saber formular problemas. (BACHELARD, 1996, p.18)

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS: AS OFICINAS

Na primeira oficina descrita a seguir, são distribuídas quantidades aleatórias de tampinhas de garrafas PET para as duplas de participantes trabalharem com agrupamentos e deslocamentos das peças que poderão ser organizadas em diferentes arranjos geométricos. Na segunda oficina, são propostos problemas para que cada estudante faça dobraduras em folhas de papel, visando o trabalho com equivalência de frações. Na terceira, são propostas situações-problema para serem resolvidas na malha quadriculada, articulando geometria e conceituação dos racionais. Nas três propostas, buscou-se enfatizar a relevância da abordagem aos todos discretos e contínuos.

Oficina 1

Como se vê nas problematizações a seguir, as tampinhas de garrafa PET foram utilizadas como motivação inicial e fonte de investigação e reflexão. Na primeira situação, enfatizam-se os todos discretos para iniciar um estudo do conceito de fração.

1. *Retire apenas a parte indicada pelas frações:*

a)



b)



2. *Carlos comeu 1/6 de uma pizza e Noel comeu 1/3 da metade da mesma pizza.*

Quem comeu mais pizza? Utilize a representação geométrica, por meio de desenho, para justificar sua resposta.

Já na segunda situação, a ênfase recaiu sobre os contínuos, um exemplo clássico dos livros didáticos

(ROSA NETO, 1990, p. 132) que, em geral, iniciam essa abordagem antes de mencionar os discretos. Na prática, observa-se a dificuldade de haver a transferência de aprendizagem quando o início do trabalho é com os contínuos e, posteriormente, passa-se para os discretos. Daí a proposta de trabalhar, simultaneamente, discretos e contínuos.

A solução para essas situações-problema, propostas acima, demandou muita reflexão, surgindo no grupo soluções diversificadas para um mesmo problema. Exigiu de todos os alunos desconstruir procedimentos embasados em fórmulas memorizadas, de modo a possibilitar o ato de conhecer, tal qual indicado por Bachelard (1996, p. 17): “no fundo, o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização”. Para as soluções dos casos A e B do problema 1, alguns estudantes dividiam o número total de objetos pelo denominador e multiplicavam o resultado pelo numerador. Mas não sabiam explicar o porquê desses cálculos.

Nesse estudo das frações, tendo ainda como horizonte as conclusões da pesquisa da PUC-SP, coordenada por Campos e D’Ambrosio (1991), admitiu-se a relevância de alicerçar tal abordagem na noção de *equivalência*. Essa noção é primordial, sobretudo, quando se refere à compreensão das operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes e tendo-se em mente evitar o mecanicismo decorrente do distanciamento entre a ação e a reflexão sobre as ações realizadas. Pode-se encontrar, nos livros didáticos tradicionais de matemática, a predominância desse caráter mecanicista. Esse aspecto ainda vigora em considerável número de publicações recentes nas quais os autores continuam apresentando o conceito de fração, restrito a *todos contínuos*, e, mais que isso, enfatizam o uso da técnica da redução das frações ao mesmo denominador, por intermédio do cálculo do mínimo múltiplo comum (m.m.c.). Conforme vem sendo discutido neste trabalho, **ater-se à reprodução da técnica conduz apenas a uma nova reprodução, dificultando a compreensão e a construção do conhecimento.**

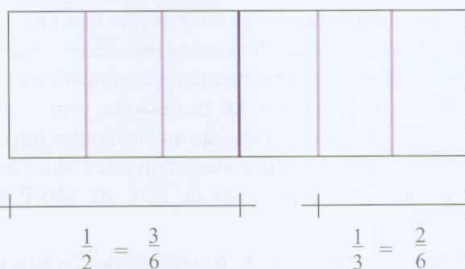
Oficina 2

Como adicionar $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{3}$ utilizando apenas a solução gráfica ou na dobradura?

Esta situação-problema teve por objetivo levar ao significado da operação, de modo a provocar o levantamento de hipóteses e a criação de soluções distintas das já conhecidas e mencionadas nos manuais de ma-

temática. Dada a originalidade da questão, os alunos mostraram-se presos a hábitos mecânicos, enrijecedores do raciocínio, impedindo-os de visualizar outros tipos de solução. A dificuldade percebida no grupo originou uma segunda proposição que consistiu em desempenhar a tarefa por meio de dobraduras, uma forma concreta e palpável de entender o conceito de equivalência e, conseqüentemente, a possibilidade da soma das frações dadas.

Sendo assim, iniciou-se com a turma a “dobra” de uma folha de papel, na sua metade ($\frac{1}{2}$). Daí, partiu-se para a dobra, na mesma metade, de terças partes ($\frac{1}{3}$), o que originou no papel a divisão em seis partes iguais. Esse procedimento permitiu então a visualização das equivalências: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ e $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, bem como a de suas respectivas somas, como se vê a seguir:



Por fim, os estudantes puderam não apenas construir o conceito, mas principalmente compreender a relação existente entre o conceito e a “técnica” já formalizada para esse tipo de operação. As reflexões compartilhadas com o grupo, no contexto dessas oficinas, remeteram aos ensinamentos de Bachelard quando preconiza que:

Sem dívida, seria mais simples ensinar só o resultado. Mas o ensino dos resultados da ciência nunca é um ensino científico. Se não for explicada a linha de produção espiritual que levou ao resultado, pode-se ter a certeza de que o aluno vai associar o resultado a suas imagens mais conhecidas. É preciso “que ele compreenda”. Só se consegue guardar o que se compreende (BACHELARD, 1996, p. 289).

Em acordo com Bachelard e para dar conta do questionamento de estudantes da turma sobre uma professora do curso de pedagogia que havia descontado 25 “décimos” devido a erros pouco relevantes cometidos em questões de prova, realizou-se a oficina descrita a seguir objetivando investigar e esclarecer o equívoco dos “décimos”, bem como favorecer a compreensão da notação decimal dos números racionais. Eis, a seguir, o relato de como se desenvolveu a 3ª oficina.

Oficina 3

Representem geometricamente, na folha quadriculada, um quadrado de área 100 utilizando um quadradinho como unidade de medida.

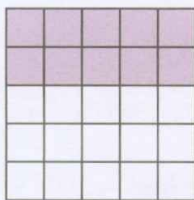
Num primeiro momento, a solução para este problema constituiu-se em considerável desafio para a maioria da turma. Após vencidas as primeiras dificuldades, a etapa posterior consistiu em colorir 25 centésimos da figura para, depois, fazer o registro da respectiva notação decimal da área colorida. Nessa última tarefa, o desempenho da turma foi satisfatório, porém o desequilíbrio se instalou quando proposto o problema dos 25 “décimos” que motivaram o desenvolvimento da oficina:

- *Desenhem agora 25 décimos, na malha quadriculada, utilizando raciocínio semelhante ao procedimento do problema anterior.*

- *Professora, como é que pode? Não dá pra fazer!*
- *Não entendo, não sei fazer!*

(Estudantes de Pedagogia, 2005)

Uma das soluções apresentadas pela turma foi:



A resposta para este problema demandou bastante tempo, reflexões e conjecturas diversas até que percebessem que seriam necessários mais de dois inteiros, divididos em 10 partes iguais cada um, para que a representação geométrica dos 25 décimos se tornasse possível.

Quando o educador matemático lança mão de estratégias como a das oficinas, cria espaços para investigar e avaliar o modo de raciocinar dos estudantes sob sua orientação. Dessa forma, adota simultaneamente a postura investigativa do pesquisador, tanto quanto a do professor reflexivo que refaz os percursos de sua prática a partir das interações estabelecidas nessas dinâmicas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A identificação da proposta com a metodologia da pesquisa-ação explicitou o descompromisso com o levantamento de dados quantitativos. Embora a pesquisadora dispusesse em seus arquivos de provas documentais suficientes para a apresentação de uma análise quantitativa, este não foi o propósito da pesquisa, pois, como indica Morin,

a significação dos fatos e a complexidade das variáveis superam os modelos estatísticos demasiadamente experimentais. Afastamos os designs estatísticos após ter constatado que seria impossível avaliar um sistema aberto por meio de quantificações (MORIN 2004, p. 175-176).

Por conseguinte, os procedimentos metodológicos adotados, por meio de seus instrumentos, permitiram inferir a significância atribuída à matemática pelos pesquisados/participantes das oficinas e das demais dinâmicas que se somaram para constituir essas atividades de ensino e pesquisa. A realização da proposta representou exemplaridade para que trabalhos semelhantes se multipliquem em outras universidades e em diferentes municípios do país, já que *“reconhece-se que, para incitar uma comunidade a se auto-organizar, não há nada melhor que uma experiência similar bem-sucedida”* (MORIN, 2004, p. 180).

Resultados positivos do trabalho com as oficinas ficaram evidentes nos depoimentos dos pesquisados, como o que vem a seguir:

Uma boa maneira de trabalhar os conteúdos matemáticos de forma que o aluno participe ativamente é através da realização de oficinas. Elas contribuem para uma prática que seja problematizadora, fazendo com que o aluno levante diversas hipóteses. Todas as oficinas têm contribuído para o meu crescimento profissional, transformando as minhas antigas concepções acerca da matemática.

(Estudante F, de Pedagogia, 2005)

Repercussões positivas da proposta aqui apresentada vêm se materializando sob a forma de projetos interdisciplinares elaborados não tão-somente para atender ao que requisitam e propõem os conteúdos curriculares das disciplinas do Curso de Pedagogia, mas, sobretudo, para solucionar problemas percebidos nas escolas e no seu entorno sociohistórico-geográfico. Além de atenderem a essas expectativas, pode-se destacar a viabilidade dos objetivos alcançados na pesquisa:

- O desenvolvimento de estratégias pedagógicas, no Curso de Pedagogia, direcionadas para a reflexão e a investigação em matemática. As oficinas são exemplo disso, proporcionando articulação entre teoria-prática-teoria e conteúdo/metodologia do ensino da matemática;

- A mudança de concepções sobre a matemática e de práticas para seu ensino, especialmente o dos números racionais, ressaltados limites e impedimentos, conforme descritos e analisados nesse relatório, representa alvo acessível e conquista realizável;

- O conhecimento matemático percebido por todos, em especial pelos docentes das séries iniciais do Ensino Fundamental, como fruto da construção que o sujeito empreende partindo de sua atividade mental, direcionando-a para as provocações e problematizações provenientes dos contextos, dos sujeitos e dos grupos culturais com os quais estabelece relações.

Para cumprir a atribuição creditada às universidades de, em parceria com o Ensino Fundamental, assumir o compromisso de superar as dificuldades com o aprendizado da matemática, admite-se a urgência da adoção de políticas públicas emergenciais direcionadas à educação. Dessa forma, tornar-se-ia viável a realização do que sugeriu Bukowitz (2005, p. 87 e 118), a partir do que pesquisou em cursos de pedagogia de duas instituições privadas de ensino superior:

- Os saberes adquiridos no Curso de Pedagogia serão fundamentais para favorecer o aprendizado de conceitos-chave da matemática, como o dos racionais, de seus futuros educandos;

- O processo de construção dos conceitos deve ser enfatizado em detrimento do destaque exclusivo aos resultados;

- Há necessidade da adequação e ajuste dos conteúdos ao nível de compreensão dos educandos e aos recursos didáticos, científicos e tecnológicos do mundo contemporâneo;

- A transformação das práticas repetidoras do passado, em *práticas investigativas*, exige, além do domínio conteúdo/metodologia, o compromisso político do educador com a mudança do ensino da matemática.

- Valorização do estágio supervisionado como elo entre a prática, o ensino e a pesquisa, assim como forma de promover a almejada mudança.

Quando houver a necessária força e empreendimento coletivos no sentido da consolidação dessas iniciativas, haverá a possibilidade de visualizar um novo horizonte para o aprendizado da matemática.

Referências Bibliográficas

- BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BIGODE, Antonio José Lopes e GIMENEZ, Joaquim. **Matemática do cotidiano e suas conexões**. 4ª série. São Paulo: FTD, 2005.
- BONGIOVANNI, Vincenzo; VISSOTTO, Olimpio R. e LAUREANO, José Luiz Tavares. **Matemática e vida, uma proposta inovadora de ensino da matemática**. São Paulo: Ática, 1990.
- BONGIOVANNI, Vincenzo; VISSOTTO, Olimpio R. e LAUREANO, José Luiz Tavares. **Histórias de matemática e de vida**. São Paulo: Ática, 1992.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Resolução CNE/CP2 de 19 de fevereiro de 2002. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de Formação de Professores da Educação Básica, em Nível Superior. **Diário Oficial da União no 42**, Brasília. 04 de março de 2002. Seção 01, p.09.
- BRUNER, Jerome. **Uma nova teoria de aprendizagem**. Rio de Janeiro: Bloch: 1973.
- BUKOWITZ, Natercia de Souza Lima. **Práticas investigativas em matemática: uma proposta de trabalho no curso de pedagogia**. 2005. 157 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.
- CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1990.
- CASTRO, Cláudio de Moura. Professores e pianistas. **Nova Escola**. Janeiro/Fevereiro 2003.
- GIROUX, Henry. **Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- IMBERNÓN, Francesc. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. São Paulo: Cortez, 2001.

- IMENES, Luiz M. P., JAKUBOVIC, José. E LELLIS, Marcelo. **Novo caminho** – 2ª série. São Paulo: Scipione, 1998.
- KAMII, Constance. **A criança e o número**. Campinas: Papyrus, 1990.
- KAMII, Constance e HOUSMAN, Leslie Baker. **Crianças pequenas reinventam a aritmética**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2002.
- LAGÔA, Ana. Por que as crianças acham tão difícil entender frações? **Nova Escola**. Ano 6, nº. 47. Abril 1991.
- MARX, Karl e ENGELS, Friedrich. **A ideologia alemã**. (1-F Feuerbach). São Paulo: HUCITEC, 1996.
- MORIN, André. **Pesquisa-ação integral e sistêmica: uma antropopedagogia renovada**. Rio de Janeiro: DP & A, 2004.
- PAVANELLO, Regina Maria. A pesquisa na formação de professores de matemática para a Escola Básica. **Educação Matemática em Revista**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. Ano 10, nº. 15, dez. 2003.
- PIMENTA, Selma Garrido e ANASTASIOU, Léa das Graças. **Docência no ensino superior**. Vol 1. São Paulo: Cortez, 2002.
- PIRES, Célia Maria Carolino. **Currículos de matemática: da organização linear à idéia de rede**. São Paulo: FTD, 2000.
- PROVA BRASIL. www.inep.gov.br. Acesso em 04/08/2006.
- RELATÓRIO SAEB 2001-Matemática www.inep.gov.br.
- RELATÓRIO SAEB 2003-Matemática. www.inep.gov.br.
- ROSA NETO, Ernesto. MENDONÇA, Eliana e SMITH, Maria Lúcia. **Matemática para o magistério**. São Paulo: Ática, 1990.
- SERRAZINA, Lurdes. A formação para o ensino da matemática: perspectivas futuras. **Educação Matemática em Revista**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano 10, nº. 14, agosto de 2003.
- THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2002.



Sociedade
Brasileira de
Educação
Matemática

VISITE REGULARMENTE
NOSSA PÁGINA

www.sbem.com.br