

## **Análisis fundamentado de un taller de Trigonometría: las contribuciones para el desarrollo profesional**

**Vania Batista Flose Jardim**

[vaniaflose24@gmail.com](mailto:vaniaflose24@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0001-7325-267X>

*Universidade Federal do ABC (UFABC)*

*Instituto Federal de São Paulo (IFSP)*

São Paulo, Brasil

**Eduardo Goedert Doná**

[eduardogdona@gmail.com](mailto:eduardogdona@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-7549-5066>

*Universidade Federal do ABC (UFABC)*

São Paulo, Brasil

**Janaína Mendes Pereira da Silva**

[jana.mendes.ps@gmail.com](mailto:jana.mendes.ps@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-6540-1521>

*Universidade Federal do ABC (UFABC)*

São Paulo, Brasil

**Recibido:** 08/junio/2021 **Aceptado:** 08/octubre/2021

### **Resumen**

A partir de una oficina destinada a los alumnos del segundo grado, que tenía como objetivo oportunizar la visualización de los padrones existentes entre los ángulos y arcos de circunferencia trigonométrica y su relación con los valores del seno, coseno y tangente, con el uso de materiales manipulables y recursos visuales, este estudio tuvo el objetivo de comprender las posibles contribuciones del planeamiento, del desarrollo y de la reflexión de esa oficina para el desarrollo profesional de un grupo de profesoras. En esa práctica, estuvieron juntas una profesora formadora, que actúa en la educación básica y en la licenciatura en matemática, y dos futuras profesoras de matemática. Se trata de un informe de experiencia que se utilizó de los materiales disponibilizados por la profesora responsable y de un grupo de diálogo con todas las personas involucradas. Se observó que la oficina contribuyó para la formación de las futuras profesoras, en el sentido de envolverlas con los conocimientos de la didáctica de la matemática, evidenciados en sus relatos y, posteriormente, puestos en nota, por la búsqueda de la formación continuada. En relación a la profesora responsable, se nota que, a partir de la referida oficina, la docente también buscó la información continuada y pasó a destinar una atención más grande al planeamiento de sus clases.

**Palabras-clave:** Didáctica de la Matemática; Formación de Profesores; Análisis de la Práctica; Trigonometría.

## **Grounded analysis of a Trigonometry workshop: contributions to professional development**

### **Abstract**

Based on a workshop intended for high-school students with the objective of promoting the visualization of the existing patterns between the angles and arcs of the trigonometric circumference and its relation to sine, cosine and tangent through the use of manipulative materials and visual resources, this study aims to understand the possible contributions of planning, development of, and reflection upon this workshop to the professional and academic development of a group of teachers. This practice involved a teacher trainer who works in elementary education as well as in math graduation courses and two future math teachers. It consists of a experience report which relied on materials provided by the responsible trainer and on a roundtable with all involved parties for data collection. It was observed that the workshop had contributed to the future teachers' formation by providing them with knowledge of didactics for mathematics, which was made evident through their accounts of the process, and notable in their seek for further academic development. As far as the responsible teacher trainer is concerned, it was also noted that she pursued continued education and dedicated more attention to her lesson planning subsequently to the aforementioned workshop.

**Keywords:** Mathematics didactics; Teacher training; Practice analysis; Trigonometry.

## **Análise fundamentada de uma oficina de Trigonometria: as contribuições para o desenvolvimento profissional**

### **Resumo**

A partir de uma oficina destinada a alunos do ensino médio, que visava oportunizar a visualização dos padrões existentes entre os ângulos e arcos da circunferência trigonométrica e sua relação com os valores do seno, cosseno e tangente, com o uso de materiais manipuláveis e recursos visuais, este estudo teve o objetivo de compreender as possíveis contribuições do planejamento, do desenvolvimento e da reflexão dessa oficina para o desenvolvimento profissional de um grupo de professoras. Nessa prática, estiveram envolvidas uma professora formadora, que atua na educação básica e na licenciatura em matemática, e duas futuras professoras de matemática. Trata-se de um relato de experiência que, utilizou-se dos materiais disponibilizados pela professora responsável e de uma roda de conversa com todas as envolvidas. Observou-se que a oficina contribuiu para a formação das futuras professoras, no sentido de envolvê-las com os conhecimentos da didática da matemática, evidenciados em seus relatos e notabilizados, posteriormente, pela busca da formação continuada. Em relação à professora responsável, nota-se que, a partir da referida oficina, a docente também buscou a formação continuada e passou a destinar maior atenção ao planejamento de suas aulas.

**Palavras-chave:** Didática da Matemática; Formação de professores; Análise da prática; Trigonometria.

## **Introdução**

A trigonometria<sup>1</sup> é um conteúdo bastante valorizado como componente do currículo de matemática, pois a aplicação de seus métodos já existia muito antes do século XXI. Prova disso é a utilização de seu conteúdo em outras áreas do conhecimento, tais como a física, a astronomia, a computação gráfica, a óptica e as engenharias que requerem compreensão de suas funções. Na prática, os princípios da trigonometria estão presentes no trabalho de carpinteiros, agrimensores, navegadores, arquitetos etc. (JESUS; SOUZA, 2016; SOUZA, 2018). Apesar da sua importância para o ensino, os conceitos da trigonometria provocam desafios na aprendizagem na sala de aula, as opções da prática docente contribuem para o distanciamento deste conteúdo quando não aplicados à realidade dos estudantes (ALVES, 2016; FEIJÓ, 2018).

Como uma alternativa ao tradicionalismo velado no ensino da trigonometria, ainda existente e perpetuado entre os professores de matemática (JESUS; SOUZA, 2016; ALVES, 2016) este estudo propõe-se compreender as possíveis contribuições do planejamento, do desenvolvimento e da reflexão de uma oficina para o desenvolvimento profissional de um grupo de professoras. Para a produção dos dados, utilizou-se dos materiais disponibilizados pela professora responsável, também autora deste artigo, acerca do planejamento e desenvolvimento da oficina, como notas, materiais didáticos e fotografias, bem como o vídeo de uma roda de conversa sobre a avaliação com a própria professora e as duas futuras professoras de matemática, envolvidas na prática. O aspecto relevante deste estudo foi o trabalho desenvolvido pela professora responsável ao realizar uma oficina pedagógica que une o ensino para alunos da educação básica e futuros professores de matemática.

Para a elucidação deste trabalho, apresenta-se o referencial teórico que nos serviu de aporte, os percursos metodológicos, as análises e, por fim, as discussões. Encerramos o trabalho com as considerações finais, discorrendo acerca do que foi feito e das contribuições da oficina analisada.

---

<sup>1</sup> Ramo da matemática que trata do cálculo dos elementos de um triângulo plano pelos dados numéricos, e da aplicação dessas funções ao estudo das figuras geométricas (DICIONÁRIO ONLINE DE PORTUGUÊS) <https://www.dicio.com.br/trigonometria/>.

## **Referencial Teórico**

Nesta seção, apresentamos algumas caracterizações relacionadas ao ensino de trigonometria com o uso de recursos didáticos; posteriormente, trazemos alguns referenciais da didática da matemática que elucidam a importância do planejamento, do desenvolvimento e da reflexão da oficina para a prática docente. Por fim, discorremos sobre a teoria dos Três Mundos e da importância da demonstração em sala de aula, demonstração esta que guiará a análise.

### **A trigonometria e seu ensino por meio de materiais manipuláveis**

A trigonometria se origina no estudo da geometria, concentra-se no triângulo retângulo por meio da constituição de proporções entre os comprimentos de seus lados e entre seus semelhantes. Com a observação da relação entre uma corda de um círculo e seu arco, com auxílio dos conceitos da trigonometria no triângulo retângulo, é possível ampliar a ideia para os ângulos de uma circunferência (HERTEL; CULLEN, 2011).

Historicamente, muitos dos resultados geométricos, que agora declaramos trigonométricos, receberam uma abordagem inicial e exclusiva da geometria de Euclides. Ptolomeu foi um dos primeiros astrônomos que foi além de Euclides, utilizando uma tábua de cordas para construir uma tabela com os valores de seno dentro do intervalo de  $0^\circ$  e  $90^\circ$  (ALVES, 2016; SILVA, 2013). A construção da primeira tabela trigonométrica, nos moldes de como conhecemos hoje, é atribuída à Hiparco, o que o levou a ser conhecido como “o pai da Trigonometria” (JESUS; SOUZA, 2016, p. 2).

O conteúdo da trigonometria, no Brasil, é abordado de forma explícita somente a partir dos anos finais do ensino fundamental e a trigonometria é considerada uma área da Matemática importante para a educação básica, pois seus elementos encontram-se facilmente em aplicações no cotidiano. O ensino da trigonometria inicia-se com o desenvolvimento das relações trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente).

O estudo da trigonometria normalmente começa com o foco nas proporções formadas pelos lados dos triângulos retângulos. Nesta abordagem moderna, considera o ensino tanto dos triângulos quanto dos círculos, ao longo de um período de três anos, conforme os alunos progredirem nos anos finais da Educação Básica (ALVES, 2016, p. 26).

Porém, os conceitos e aprofundamentos deste conteúdo são estudados com mais ênfase apenas no ensino médio, período de escolaridade em que se introduz o uso do radiano como uma unidade de medida relacionada ao ângulo. Entretanto, é possível observar dificuldades

como a falta de domínio com o conceito de radiano e dificuldades na visualização de ângulos maiores que  $\pi/2$  ou negativos (FEIJÓ, 2018).

Visando contribuir com a compreensão dos conteúdos de trigonometria por parte dos estudantes do ensino médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento orientador dos currículos escolares no Brasil, direciona para a contextualização dos conteúdos dos componentes curriculares. O documento indica que cabe ao professor identificar estratégias, contextualizar/apresentar/representar/exemplificar esses conteúdos:

No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área (BRASIL, 2018, p. 470).

No mesmo sentido apontado pela BNCC, estudos refletem a utilização de materiais manipuláveis e recursos tecnológicos para o ensino da matemática (FIORENTINI; MIORIM, 1990; LORENZATO, 2006; PASSOS, 2006) e, em especial, o uso destes materiais e recursos para o ensino de trigonometria (CARDOSO, 2013; SOUZA, 2018).

Nesse sentido, Souza (2018) afirma que, para o ensino de trigonometria, é possível utilizar materiais didáticos manipuláveis e agregar os recursos digitais, como aplicativos gratuitos para uso em sala de aula, tais como o *Winmat*, *Winplot* e o *GeoGebra*, e propõem que ambos podem ser experimentados simultaneamente:

Considerando, por exemplo, o ensino de Trigonometria, os dois enfoques podem ser considerados com a construção de um material manipulável e na sequência a representação computacional deste modelo prático por meio de um software de geometria dinâmica tal como o *GeoGebra* (SOUZA, 2018, p. 17).

Ainda sobre os materiais manipuláveis, Lorenzato (2006, p. 18) apresenta que o material didático pode ser compreendido como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem”, bem como destaca que o material didático concreto pode ter duas explanações “ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla, inclui também imagens gráficas” (LORENZATO, 2006, p. 22-23).

Pensando dessa forma, Lorenzato (2006) ainda estabelece duas classificações para os tipos de materiais didáticos: (i) material manipulável estático, que é aquele que não é possível ser transformado, pois sua estrutura física não pode ser alterada, mas permite o sujeito apenas manusear e observar o objeto e o (ii) material manipulável dinâmico, que seria um material

concreto que proporciona a transformação, visto que sua estrutura física se modifica à medida em que sofre alterações, por meio de operações realizadas pelo sujeito que o manipula (LORENZATO, 2006). Ao analisar as duas classificações de materiais, o autor considera vantajoso o segundo material em relação ao primeiro, pois observa que a transformação se torna um facilitador para as possíveis percepções de propriedades.

Sem perder de vista o que foi colocado por Souza (2018) e Lorenzato (2006) sobre a utilização de materiais manipuláveis como recursos em sala de aula, atualmente, tem-se à disposição diversas possibilidades de uso de recursos digitais, como calculadoras, lousas digitais, projetores, computadores, *laptops* e *smartphones*. Tais recursos podem ser de uso tanto dos professores, quanto dos alunos. A apropriação e o desenvolvimento de ferramentas digitais com vistas a contribuir e/ou potencializar o ensino da matemática tem se mostrado um espaço frutífero em meio as pesquisas na área (BORBA, 1999; BORBA; VILLARREAL, 2005; NÓBRIGA, 2015; SOUZA, 2018).

Nesse sentido, os materiais manipuláveis e digitais se tornam significativos no processo de ensino e de aprendizagem da trigonometria, visto que, ao serem empregados, eles se caracterizam como uma alternativa metodológica que permite visualização e representação geométrica por meio do movimento e da interatividade. Consta-se que tanto o uso dos materiais manipuláveis e/ou uso de recursos tecnológicos, quando fazem parte do planejamento do professor, contribuem no ensino dos conteúdos de trigonometria (SOUZA, 2018).

Dedicamos essa primeira subseção à compreensão e apresentação elementar de aspectos relacionados ao ensino da trigonometria na educação básica. Após compreendermos a importância da utilização de materiais manipuláveis e/ou recursos digitais para o ensino da trigonometria, direcionamos os olhares aos elementos da didática da matemática que contribuirão para pensarmos a formação de professores, voltada ao ensino da matemática, em especial da trigonometria. Esse elemento se faz importante nesse trabalho, pois a oficina também envolve duas futuras professoras, que têm a oportunidade do contato direto com a prática, conforme será apresentado na sequência deste texto.

### **Alguns elementos da didática da matemática**

A didática é um caminho para o desenvolvimento do “aprender a ensinar” que não é atrelado apenas ao conhecimento científico, mas visa atingir o desenvolvimento dos alunos quanto a sua capacidade intelectual. Para Libâneo (2019), a didática estabelece uma relação com a aprendizagem prática do professor, visto que, “ela é o meio mais importante para um profissional aprender a ensinar visando o desenvolvimento das capacidades intelectuais dos alunos e o desenvolvimento da personalidade” (LIBÂNEO, 2019, p. 159).

Sobre a didática da matemática, D’Amore (2007, p. 183) a considera como a “arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito”. O autor acrescenta a necessidade de compreensão como “um conjunto de modificações de comportamentos” e que carece de gestão de diversos domínios, conhecimentos e representações, permeadas de práticas didáticas. No sentido apontado pelo autor, também, ressaltamos a importância de desenvolver os aspectos relacionados à didática da matemática durante a formação inicial e compreendemos que um meio de oportunizar essa concretização é dispor de espaços de prática, como é o caso da oficina em que as futuras professoras foram convidadas a participar.

Nesse sentido, Ponte (1999) descreve como as experiências vividas pelos professores podem proporcionar momentos de aprendizagem, pois:

[...] um aluno aprende Matemática trabalhando em tarefas matemáticas que define para si próprio ou que lhe são propostas pelo professor e falando sobre elas com os seus colegas ou reflectindo sobre os seus raciocínios e os seus resultados [...] Também os professores e os futuros professores aprendem sobretudo a partir da sua actividade e da reflexão sobre a sua actividade realizada num contexto de práticas enquadradas numa cultura profissional bem definida. (PONTE, 1999, p. 7).

Ao apontar a importância da participação em práticas profissionais na formação de professores, seja inicial ou continuada, Ponte (2000) define a didática da matemática como um campo científico misto, que se apoia em teorias e metodologias de outros campos das ciências sociais e humanas, porém com seus desafios e problemas próprios, dentro do ensino, da aprendizagem da matemática e dos profissionais inseridos nela, que são docentes que atuam na formação de professores, na academia e na escola básica. O autor também reflete sobre o papel da didática da matemática associado ao domínio de problemas sociais, na análise, formulação e no modo como se comporta ou:

[...] defronta o ensino e a aprendizagem desta disciplina, proporcionando conceitos, estratégias e instrumentos que podem ser de algum modo úteis para os que actuam no

terreno profissional e na formação, para a administração educativa e para todos os que se interessam pelos problemas do ensino (PONTE, 2000, p. 330).

Ainda enfatizando o "aprender a ensinar", Serrazina (2017) indica a importância do planejamento. Segundo a autora, é necessário envolver futuros professores em práticas de ensino exploratório<sup>2</sup>, de modo que eles sejam capazes de delinear objetivos de aprendizagem, planejar e avaliar o seu ensino. Para Serrazina (2017), tais ações contribuem para a formação do professor e, assim, possibilita a implementação de métodos de ensino diferentes daqueles aos quais foram submetidos quando alunos da educação básica.

Serrazina (2017) apresenta um conjunto de orientações para o planejamento de uma aula que utilize o ensino exploratório. Dentre essas orientações, a autora enfatiza que a antecipação do professor quanto às possíveis resoluções dos alunos, interpretações e equívocos devem ser refletidos e, quando planejados adequadamente, tais etapas possibilitarão uma melhor participação no processo de ensino.

Nesse sentido, também entendemos que a didática da matemática, de maneira específica devido ao conhecimento matemático que a envolve, pode estabelecer caminhos para a aprendizagem do professor, ou seja, auxilia no aprender, como promover boas práticas, ainda durante a formação inicial, e permanece como uma impulsionadora no desenvolvimento profissional do professor durante o exercício de sua profissão FIORENTINI; CRECCI, 2013, p. 13).

Na próxima subseção, apresentaremos a teoria dos Três mundos da matemática (TALL, 2008) e as reflexões sobre as demonstrações no ensino, que serviram como aporte teórico para a análise da oficina a qual nos propusemos apresentar e tecer as fundamentações.

### **A teoria dos três mundos e a demonstração no ambiente escolar**

A teoria de David Tall (2008), intitulada "*Três mundos da Matemática*", apresenta estruturas para o desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático avançado com base nas atividades humanas de percepção, ação e reflexão na construção de processos e no entendimento de conceitos até o uso da linguagem formal na relação entre o objeto e o indivíduo.

---

<sup>2</sup> Segundo Ponte (2005), o ensino exploratório é uma metodologia de ensino que tem como característica principal deixar uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem.



Os mundos descritos por ele são: *mundo conceitual-corporificado*, que tem por base a percepção e a reflexão sobre as propriedades dos objetos vistos no mundo real e interiorizados pela mente; o *mundo simbólico-proceitual*, que cresce fora do mundo real por meio da ação e é simbolizado como conceitos concebíveis que funcionam, tanto como processos realizados quanto como conceitos (preceitos), e o *mundo axiomático-formal*, que tem por base as definições e provas que invertem a sequência de construção de significado e que partilham de definições baseadas em objetos conhecidos para conceitos formais, baseados em definições teóricas.

David Tall (2008) aponta para a importância de se discutir a relação entre os mundos, de modo que a corporificação e o simbolismo podem servir como uma base de ideias para o mundo formal, assim como teoremas de estrutura, concebidos de forma axiomática, podem revelar aspectos de uma estrutura matemática de forma corporificada ou simbólica, o que proporciona um aprendizado transitório entre os mundos. Porém, o autor defende que nem sempre o ensino da matemática deve objetivar alcançar o mundo formal, mas a consolidação dos conceitos dependerá da idade e da série em que eles estão sendo trabalhados, por isso, a importância da transição entre os mundos.

O mundo formal é caracterizado pela demonstração; nesse sentido, Boavida (2001) considera as várias e possíveis funções atribuídas a este ato no contexto escolar. Ela relaciona que uma boa demonstração vai além do convencimento, pois pode elucidar, como uma relação funcional, ou ainda se esta estabelece uma verdade na busca de compreensão de resultados. Para a autora, “mais importante do que o formato final de uma demonstração é a atividade de a produzir, é a sensibilidade ao seu interesse e necessidade, é a comunicação clara e correta das ideias matemáticas que estão em jogo” (BOAVIDA, 2001, p. 11).

Boavida (2001, p. 13) indica que os argumentos, para que sejam “matematicamente válidos”, necessitam utilizar fatos anteriormente conhecidos, aceitos como verdadeiros, baseados em justificações logicamente deduzidas a partir de conclusões. Sobre a “gênese da aprendizagem da demonstração” nos primeiros anos escolares, a autora reflete que:

Aceitar que a aprendizagem da actividade de demonstrar se deve iniciar muito cedo remete para a importância de dedicar, desde os primeiros anos, uma atenção especial à seleção de tarefas que ajudem os alunos a criarem, descreverem e examinarem padrões para detectarem regularidades, a formularem conjecturas, a explorarem estas conjecturas e a produzirem argumentos para as validarem ou rejeitarem baseados no trabalho que desenvolvem (BOAVIDA, 2001, p. 15).

Para finalizar, a autora enfatiza que as ações do professor devem possibilitar que os alunos sejam responsáveis pelas articulações de seus raciocínios, bem como suas ações também devem criar oportunidades para o envolvimento deles nas discussões matemáticas, de forma que fomentem a apresentação de modos de justificação que estejam ao alcance dos estudantes, apoiadas em propriedades e relações matemáticas (BOAVIDA, 2001).

Pensando na importância apresentada pela demonstração (BOAVIDA, 2001) e no modo como Tall (2008) nos chama a atenção para transitar entre os mundos, acreditamos no equilíbrio entre as ideias de forma a trabalhar na educação básica com demonstrações que partam do mundo corporificado, transite no mundo proceitual e culmine no mundo formal, dentro do que é esperado para a idade escolar dos alunos. Após termos apresentado o referencial teórico que nos servirá de aporte para a análise da oficina, partimos para o percurso metodológico, visando apresentar o desenho do estudo e as informações referentes a ele.

### **O percurso metodológico: produção e organização dos dados**

O presente artigo trata-se de um relato de experiência, o qual foi necessário estar em contato com as experiências diretas dos envolvidos como agentes formadores de uma prática docente, no caso a oficina, para ser analisado (LUDKE; ANDRÉ, 2015).

A produção dos dados constituiu-se por uma roda de conversa<sup>3</sup> na busca das memórias individuais dos sujeitos<sup>4</sup>, bem como os registros de preparação e de prática, disponibilizados pelas professoras envolvidas. É preciso considerar que a roda de conversa, neste caso específico, possui as mesmas características de uma entrevista estimulada (LUDKE; ANDRÉ, 2015), porém, ela é viabilizada sem um roteiro definido em um ambiente virtual descontraído. Utilizamos dessa ferramenta para que as professoras, envolvidas na oficina, pudessem relatar sobre a prática de maneira mais livre. Vale ressaltar que este relato apresenta a visão das três professoras que apresentam como as memórias de tal experiência contribuíram para o seu desenvolvimento profissional.

---

<sup>3</sup> A roda de conversa ocorreu em um ambiente virtual e a gravação foi realizada por meio do aplicativo de reuniões remotas “Zoom” (Videoconferência Empresarial e Web Conferência), <https://zoom.us/pt-pt/meetings.html>.

<sup>4</sup> Como sujeitos integrantes dessa oficina enquanto formadoras têm-se três professoras, sendo que duas delas na época em que foi desenvolvida a oficina eram estudantes de licenciatura em matemática, como já foi reforçado e a outra, professora responsável pelas turmas e também formadora no referido curso de licenciatura.

Durante a conversa, os principais tópicos abordados pelas professoras foram o planejamento, o desenvolvimento e a reflexão da oficina.

### **Contexto**

A referida oficina foi planejada e desenvolvida para duas turmas do ensino médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), campus São Paulo. Nessa instituição de ensino, é oferecida a educação profissional e tecnológica desde o nível médio até a pós-graduação.

O IFSP, como é popularmente conhecido, foi instituído em 2008, mediante transformação do Centro Federal de Educação Tecnológica de São Paulo por meio da Lei nº 11.892 em Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, juntamente com outros 38 institutos em todo o país. Nele, metade das vagas é destinada à oferta de cursos para a educação profissional técnica de nível médio, prioritariamente na forma de cursos integrados e o mínimo 20% das vagas para cursos de licenciatura e programas de formação pedagógica.

O campus São Paulo é o maior e o mais antigo dos 37 campi que compõem o IFSP, e os trabalhos neste campus iniciou-se em 1909, como Escola de Aprendizes Artífices, passou a ser a Escola Técnica Federal de São Paulo em 1965 e, após a implementação dos primeiros cursos de nível superior em 1999, recebeu a denominação de Centro Federal de Educação Tecnológica de São Paulo (CEFET-SP). Martins (2016) complementa que o Campus São Paulo é

[...] o que possui maior gama de cursos ofertados pelo IFSP. É também o mais antigo, tem sua história diretamente relacionada com a sua fundação em 1909, onde se deu origem a primeira escola desse sistema educacional no estado de São Paulo. O IFSP foi criado em conformidade com a Lei 11.892, de 29 de dezembro de 2008 (MARTINS, 2016, p. 10).

Atualmente, o campus oferece cinco cursos técnicos integrados ao ensino médio, sendo quatro deles com a duração de quatro anos (mecânica, eletrônica, eletrotécnica e informática) e um na modalidade de educação de jovens e adultos de técnico de qualidade, com duração de três anos. Os alunos matriculados nos cursos integrados ao ensino médio cursam as disciplinas da Educação Básica, concomitantemente ao curso profissionalizante, em um período de três ou quatro anos, dependendo do plano de cada curso que é elaborado nos diversos campi.

Também em nível médio, são oferecidos ainda os cursos técnicos de edificações, eletrotécnica e telecomunicações. Em nível superior, são oferecidos cinco cursos de tecnologia,

sete cursos de bacharelado na área de engenharia e arquitetura e seis cursos de licenciatura, entre eles, o curso de licenciatura em matemática, em andamento desde 2008.

Em um ambiente educacional com tamanha variedade de níveis e modalidades em seus cursos, algumas vantagens são proporcionadas aos estudantes quanto ao seu desenvolvimento profissional. Por exemplo, um aluno do curso de licenciatura tem, no seu espaço de formação, o contato com os alunos da educação básica que, por sua vez, podem participar de atividades, como nas feiras e semanas acadêmicas<sup>5</sup>, em conjunto com os alunos dos cursos de nível superior de áreas correlatas ao seu curso técnico.

### **A oficina**

Foi no contexto descrito anteriormente, que uma das autoras deste artigo, professora de matemática de duas turmas de 1º ano do curso técnico integrado ao médio durante o ano de 2018, também formadora do curso de licenciatura em matemática deste campus, encontrou a oportunidade para desenvolver uma oficina para seus alunos, com duração de quatro horas, durante a Semana de Educação Ciência e Tecnologia. Intencionada em reservar um tempo maior em relação ao período de aula<sup>6</sup>, a oficina, baseada no ensino exploratório (SERRAZINA, 2017), tinha o objetivo de oportunizar a visualização dos padrões existentes entre os ângulos e arcos da circunferência trigonométrica e a relação deles com os valores do seno, cosseno e tangente, a partir dos materiais manipuláveis e recursos visuais. Desse modo, a oficina foi destinada apenas aos alunos destas turmas, já que eram poucas as opções no evento com foco principal nestes alunos, mas era aberta para a observação dos alunos da licenciatura em matemática.

Aproveitando a proximidade com os cursos de licenciatura, proporcionada pela instituição, a professora convidou duas alunas do curso de licenciatura em Matemática para o planejamento e a implementação da oficina, o que possibilitou momentos de discussão durante o planejamento, o que nem sempre é possível fazer nas aulas recorrentes. Esse fato, possivelmente, contribuiu para a formação docente das alunas de licenciatura, bem como para o desenvolvimento profissional da professora, o que buscaremos descrever a partir de agora. Nas próximas subseções, descrevemos detalhadamente a oficina. Portanto, trazemos os

---

<sup>5</sup> Um desses eventos trata-se da Semana de Educação Ciência e Tecnologia, que acontece geralmente no mês de setembro. Os centros acadêmicos, professores e técnicos-administrativos do campus promovem palestras, minicursos, mesas redondas e oficinas relacionadas às áreas de atuação profissional e diversos temas ligados à atualidade. Neste evento, os professores têm a liberdade de promover oficinas tanto para os alunos quanto para a comunidade acadêmica e, assim, proporcionar momentos de integração e inovação.

<sup>6</sup> As aulas no campus São Paulo possuem 45 minutos cada.

objetivos que foram traçados para a mesma, os métodos e recursos utilizados, bem como a avaliação. Para operacionalizar tal detalhamento e facilitar as análises, dividimos a apresentação da oficina em três partes: (i) planejamento, (ii) desenvolvimento e (iii) reflexão.

### Planejamento

A escolha do conteúdo de trigonometria se deu pela sua proximidade com o currículo, visto que o plano dos cursos técnicos integrados ao médio do IFSP coloca que este conteúdo deve ser tratado ao final do 1º ano. Além disso, a escolha também foi pautada nas dificuldades apresentadas pelos alunos ao trabalharem com tal conteúdo, o que vai de encontro ao que foi descrito por Feijó (2018).

Para dar início ao planejamento da oficina, o grupo de professoras<sup>7</sup> optou em partir das dificuldades apresentadas pelos alunos acerca do conteúdo de trigonometria, que foram observadas pela professora responsável durante anos anteriores de sua docência. Desse modo, elas discutiram como seria abordado os conhecimentos prévios dos alunos e como eles seriam direcionados em determinados momentos da oficina, bem como quais estratégias de ensino seriam utilizadas. Com vistas ao que foi discutido, optou-se pelo uso de materiais manipuláveis dinâmicos, confeccionados pelas próprias professoras (Figura 1) com o intuito de tornar "mais visível" o objeto matemático que seria trabalhado, além do uso recorrente do *software Geogebra*, como uma alternativa tecnológica.

**Figura 1** – Materiais confeccionados pelas professoras



Fonte: Acervo próprio, 2021.

Os recursos escolhidos, durante o planejamento, visavam auxiliar os alunos na construção de uma circunferência trigonométrica, que apresentasse seus ângulos, arcos e valores das principais razões (seno, cosseno e tangente). Entretanto, foi discutido pelo grupo de

---

<sup>7</sup> Durante a descrição e análise da oficina, optamos por utilizar o termo "grupo de professoras" para se referir à professora responsável pelas turmas e as duas futuras professoras envolvidas, pois entendemos que a primeira deu voz às demais na construção e desenvolvimento da oficina.

professoras a necessidade em retomar alguns conceitos a partir da trigonometria no triângulo retângulo, que foi revisado com os alunos no início do ano letivo, e o conceito de arco. Para a retomada desses conceitos, utilizaram-se materiais manipuláveis (triângulos coloridos) e, na sequência, com o uso de barbantes e papéis coloridos, desenvolveram-se estratégias para facilitar o entendimento do conceito de arco de circunferência.

A oficina foi dividida em três partes: i) revisão sobre trigonometria no triângulo retângulo, ii) definição de radiano e relações entre radianos e ângulos; e iii) a construção da circunferência trigonométrica com auxílio de quatro tabelas abordadas na tarefa matemática. Em síntese, o grupo de professoras, em seu planejamento, procurou articular materiais manipuláveis combinados com questões e tabelas em uma tarefa matemática para oportunizar discussões que amparassem os alunos na construção da circunferência, ao mesmo tempo em que se utilizasse dos recursos como uma forma de justificar algumas propriedades referentes à circunferência da trigonométrica.

Para orientação dos alunos e sistematização dos resultados que seriam encontrados por eles, foi elaborada pelo grupo de professoras uma tarefa matemática com a finalidade de nortear os momentos de "*hands-on*"<sup>8</sup>, que os auxiliou na observação dos padrões e regularidades e serviram como um registro que possibilitou, posteriormente, uma avaliação do entendimento dos alunos sobre o conteúdo matemático abordado. A tarefa matemática apresentava tabelas a serem preenchidas e questões norteadoras que visavam auxiliar o entendimento dos alunos quanto às relações entre ângulos e os arcos na circunferência trigonométrica.

### **Desenvolvimento**

A oficina foi ministrada duas vezes (uma para cada turma do 1º ano) e teve duração de três horas cada. No início da oficina, os alunos eram instruídos a se organizarem em grupos com 5 ou 6 integrantes. Em seguida, cada grupo recebia um conjunto de materiais, contendo régua, compasso, tesoura, cola, barbantes, folhas de sulfite coloridas e a tarefa matemática.

Na primeira parte da oficina, houve uma conversa entre a professora responsável e os alunos. Para direcionar e ilustrar os conceitos envolvidos na conversa, ela utilizou os triângulos coloridos. Após a conversa, os alunos foram convidados para o preenchimento da primeira

---

<sup>8</sup> Expressão utilizada na educação e/ou empresa que indica "mão na massa" ou "aprender fazendo", com vistas ao favorecimento da aprendizagem.

tabela da tarefa matemática, sobre os valores de seno, cosseno e tangente para os ângulos notáveis.

A segunda parte da oficina contou com dois momentos: i) o entendimento do conceito de radianos, e ii) o preenchimento de uma outra tabela que relaciona valores de ângulos e seus arcos correspondentes. Para o primeiro momento da segunda parte, foi pedido aos alunos que desenhassem com o compasso uma circunferência de raio qualquer; depois, sem o uso da régua, eles deviam cortar pedaços de barbantes com o mesmo tamanho do raio, demarcado na folha de sulfite, e colocar sobre a circunferência (Figura 2).

**Figura 2** – Circunferência feita pelos alunos



Fonte: Acervo próprio, 2021.

Como antecipado e planejado pelo grupo de professoras, todos os grupos de alunos utilizaram seis pedaços de barbante; entretanto, uma pequena parte da circunferência ainda ficou descoberta. O grupo de professoras circulava pelos grupos de alunos, fazendo questionamentos como: *Existe alguma explicação matemática para isso? Quanto do pedaço de barbante, com medida igual ao raio, vocês estimam que ainda precisa para cobrir o resto da circunferência? Vocês já fizeram isso [a atividade de cobrir a circunferência] antes?*

Para chegar à estimativa solicitada, alguns alunos utilizaram um pedaço do barbante com a mesma medida do raio e dobraram em três partes, observando que a medida faltante era próxima de 30% do raio. Fazendo uma comparação com a fórmula já conhecida por eles de anos escolares anteriores e a atividade desenvolvida, a professora justifica o porquê do comprimento de uma circunferência ser dado por  $2\pi$  vezes o raio, utilizando-se do desenho da circunferência coberta por barbantes.

Além desta justificativa, a construção dirigida pelo grupo de professoras, também, permitiu a construção do conceito de radiano, o qual se refere à medida de um arco a partir do tamanho do raio da própria circunferência. O tratamento dado ao conceito de radiano permitiu

aos alunos um entendimento a partir da manipulação com os materiais e a corporificação de uma fórmula já conhecida por eles, mas aparentemente sem significado.

Após o entendimento do conceito de radiano e da relação do comprimento da circunferência com o ângulo de  $360^\circ$ , iniciou-se o segundo momento da segunda parte da oficina, na qual foi solicitado aos alunos o uso da proporção para encontrar os valores, em radianos, para os ângulos que seriam utilizados na circunferência trigonométrica, no caso, alguns múltiplos dos ângulos notáveis.

A estratégia adotada pelo grupo professoras, nesse momento, consistiu na disposição dos valores dos ângulos, por exemplo: na primeira linha pedia-se o valor em radianos para  $360^\circ$  seguido da sua metade,  $180^\circ$  que resulta em  $\pi$  radianos. De forma semelhante, voltou-se a comparar os ângulos  $60^\circ$  com  $180^\circ$  e em seguida  $120^\circ$  com  $60^\circ$ , o que leva ao triplo e o dobro do valor em radianos para o ângulo de  $60^\circ$ , respectivamente. De forma recorrente, os alunos encontraram os valores em radianos dos ângulos propostos, realizando divisões e multiplicações a partir de uma relação já conhecida entre ângulos e radianos.

A intenção do grupo de professoras, nesta parte da tarefa, era que os alunos chegassem ao valor em radianos para um determinado ângulo a partir dos valores de ângulos já conhecidos anteriormente. Os alunos realizaram tal tarefa de forma recorrente, apenas utilizando a divisão ou a multiplicação entre os valores já conhecidos para encontrar os valores (em radianos) dos ângulos pedidos na tarefa. Para essa observação acerca das possíveis semelhanças entre os valores listados, foi elaborada a seguinte questão para a tarefa: *Se você fosse agrupar esses ângulos levando em consideração a medida em radianos, como você faria?*

A terceira parte da oficina abordou o estudo da circunferência trigonométrica. Para tal, o grupo de professoras utilizou três recursos, além da tarefa matemática, quais sejam: i) a circunferência confeccionada por elas fixa na lousa (Figura 1), ii) a projeção do *software Geogebra*, e iii) uma folha de sulfite, acompanhada de régua e compasso para que cada aluno pudesse confeccionar sua própria circunferência trigonométrica a partir das instruções e discussões direcionadas pelas professoras.

Na tarefa matemática, além de completar a tabela com os valores requeridos, os alunos deveriam apresentar uma justificativa para as semelhanças nos valores observados. Neste momento da oficina, o grupo de professoras direcionou uma discussão com o uso dos materiais manipuláveis para que, junto dos alunos, fosse estabelecida uma justificativa, ainda que visual,



para a igualdade entre os valores de  $\sin 30^\circ$  e  $\sin 150^\circ$ , que era consequência da simetria da circunferência trigonométrica em relação ao eixo das ordenadas. A partir dessa discussão, os alunos, ainda em seus grupos, desenvolveram o restante da tarefa, que solicitava os valores em radianos e das razões trigonométricas de todos os ângulos que foram trabalhados na segunda parte, agrupados em quatro tabelas, sendo a primeira para  $30^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $210^\circ$  e  $330^\circ$ , a segunda para  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$  e  $315^\circ$ , a terceira para  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $240^\circ$  e  $300^\circ$  e a última com  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$ .

Para auxiliar na realização dessa etapa da oficina, durante todo o processo de preenchimento das tabelas e de construção da circunferência, os alunos recorreram aos materiais que ficaram expostos na lousa para explicar suas dúvidas. Da mesma forma, as professoras também dispuseram desses materiais para responder sobre os questionamentos que visassem à compreensão das relações entre os valores das razões trigonométricas na circunferência.

Finalizando a oficina, os alunos foram direcionados a responder as últimas questões norteadoras da tarefa, de forma a sistematizar os conhecimentos oportunizados. Para conduzir a sistematização, o grupo de professoras formulou as seguintes questões: *Você observou alguma relação entre os valores obtidos para seno, cosseno e tangente dos ângulos, quais? Como você explicaria isso? O que você observou ao completar essas tabelas? Existe alguma relação entre os ângulos escolhidos para cada tabela? Descreva.*

Com essas questões, acredita-se que o objetivo do grupo de professoras foi atingido, isto é, oportunizar aos alunos a visualização dos padrões existentes entre os ângulos e arcos da circunferência, além de explorarem esses padrões com os valores do seno, cosseno e tangente a partir dos materiais manipuláveis e recursos visuais. Mediante o propósito e o contexto no qual a oficina foi oferecida, a professora responsável pela turma deu continuidade ao conteúdo de trigonometria em suas aulas subsequentes. Algumas impressões, decorrentes da participação dos alunos na oficina, foram mencionadas na roda de conversa que foi analisada para este artigo. Algumas destas impressões estão descritas na subseção de reflexão.

### **Reflexão**

Para a reflexão sobre a oficina, utilizamos dos relatos feitos pelo grupo de professoras durante a roda de conversa. Visando operacionalizar a apresentação, além do termo “grupo de professoras”, optamos por utilizar um codinome para identificar cada uma das participantes; esses codinomes representam nomes de flores. Portanto, a partir desse momento, o grupo de

professoras é constituído pela professora responsável, Flor de Maio (uma das futuras professoras) e Lavanda (a outra futura professora).

Durante a conversa realizada com o grupo de professoras, foi possível observar a reflexão que elas realizaram acerca da oficina. Elas relataram a importância da realização de aulas que envolvam discussões e materiais manipulativos e do engajamento no planejamento mais detalhado das ações a serem tomadas, bem como no uso de recursos e estratégias que oportunizem a maior participação dos alunos.

A professora responsável relatou que, nas aulas posteriores à oficina, ao tratar sobre trigonometria na circunferência, os alunos apresentaram melhor desenvoltura no uso de valores das razões trigonométricas e nas relações entre ângulos e radianos em comparação a outras experiências vivenciadas anteriormente por ela. Foi percebido pela professora que os alunos, quando indagados sobre o conteúdo, buscavam lembrar-se das construções realizadas durante a oficina para encontrar as respostas, o que demonstrou uma aderência à proposta realizada na oficina ao utilizar os recursos didáticos manipuláveis de modo a ajudar no entendimento dos conceitos por parte dos alunos.

*[...] eles [os alunos] estavam mais seguros, mais tranquilos [...]. Até quando entramos na parte de funções trigonométricas, eles já entraram mais seguros, [...] como eles a começaram a pensar com o conteúdo de trigonometria vendo que tinha padrões, quando nós começamos a tratar das funções trigonométricas, eles já já foram procurando por padrões, [a oficina] ajudou até nisso (Professora responsável, roda de conversa).*

Conforme relatado pela professora, os alunos se mostraram mais confiantes em relação ao conteúdo em comparação aos outros bimestres e apresentaram, além de melhor envolvimento durante as aulas, um desempenho superior nas avaliações institucionais sobre o tema em comparação a outras turmas que não participaram da oficina.

Em relação às professoras em formação, que participaram do planejamento e do desenvolvimento da oficina, há relatos sobre a importância da participação nas experiências em aulas durante a formação inicial com a utilização de diversos materiais e abordagens didáticas exploratórias e investigativas. Para elas, além da aprendizagem profissional, referente ao uso de diversos recursos e da gestão da sala de aula, que lhes foi oferecida, foi possível entender a importância da Didática da Matemática para sua futura prática como professora.

Flor de Maio enfatizou o uso de materiais manipuláveis em sala de aula como positivo, pois acredita que os alunos, apesar de não manifestarem essa necessidade, precisam do visual

na construção de alguns conceitos, ainda que tal prática demande por mais tempo para a preparação ou desenvolvimento; as discussões, questões e curiosidades, promovidas nesses momentos, ajudam no processo de sistematização da matemática. Ela ainda afirmou que:

*[o planejamento da oficina] para a minha formação contribuiu muito. Foi um começo para pensar na educação matemática durante a minha formação. Foi daí que eu vi que tudo o que eu fazia deveria ter um sentido para o aluno eu não poderia simplesmente dar a minha aula [...] e esperar que o aluno venha com uma dúvida (Flor de Maio, roda de conversa).*

Lavanda afirmou que, em sua prática atual, como docente dos anos finais do ensino fundamental, tem utilizado recursos que valorizam o visual, além de propor trabalhos e atividades de investigação, mesmo atuando no ensino remoto, devido à pandemia. Ela tem buscado investigar junto dos alunos conceitos matemáticos com o uso do *software Geogebra*. Além disso, Lavanda reforçou a importância da participação na oficina para a sua prática:

*[...] o que eu mais gostava era do preparo [planejamento da oficina], imaginar como eles iriam reagir, o que eles iam tentar pensar para tentar descobrir alguma coisa e como atuar [desenvolver] [...] isso foi o que mais agregou para mim [...] eu tive uma experiência durante a minha formação que me ajudou [no que faço] hoje [...] saber preparar uma atividade, saber lidar com ela em sala de aula, foi essencial (Lavanda, roda de conversa).*

Quanto ao desenvolvimento profissional, a professora responsável, afirma que a oficina elucidou a sua suspeita quanto ao uso dos materiais visuais como um recurso “*poderoso*” para a compreensão de alguns conceitos matemáticos, fato que a incentivou a utilizar recursos manipuláveis com mais frequência em suas aulas.

### **Análise Fundamentada da oficina**

Diferentemente da apresentação da oficina, neste espaço, apresentamos nossa análise fundamentada em um único texto, pois buscamos estabelecer relações e evidências entre as partes descritas (planejamento, desenvolvimento e reflexão) e a teoria estudada. Porém, para operacionalizar a escrita, damos início à análise do planejamento, levando-se em conta que se trata do primeiro passo da oficina.

O planejamento da oficina se deu ainda na seleção de um conteúdo que fosse interessante para os estudantes e que se apresentasse como demanda dentro do currículo do curso. Nesse sentido, o grupo de professoras se mostrou cauteloso, optando pela escolha da trigonometria, levando-se em consideração a importância desse conteúdo (CARDOSO, 2013; SOUZA, 2018)

e a dificuldade que os alunos do ensino médio apresentam no que tange à aprendizagem dele (FEIJÓ, 2018).

Ao selecionar a trigonometria como conteúdo da oficina, é interessante notar, conforme evidências do planejamento, a preocupação que o grupo de professoras teve com os conteúdos de requisito, os conhecimentos prévios dos alunos. Ou seja, elas questionaram a necessidade de retomar alguns conceitos antes de adentrar no que realmente a oficina se propunha a trabalhar. Esse fato, além de fornecer indícios sobre o nível em que os alunos se encontram, com vistas a contribuir no desenvolvimento do pensamento matemático acerca da trigonometria e o estabelecimento das relações entre os conteúdos já vistos pelos alunos, em outros momentos, para posterior formalização (BOAVIDA, 2001), também contribui com as antecipações, que é uma importante etapa do planejamento, pois é a partir dela que o professor consegue levantar algumas previsões sobre a aula, deixando-o mais seguro e confiável para o seu desenvolvimento (SERRAZINA, 2017).

Outro passo importante, levantado por Serrazina (2017) sobre o planejamento, é a escolha pela metodologia. Desse modo, constatamos que o grupo de professoras se dedicou em buscar metodologias alternativas para o ensino da trigonometria, ou seja, elas foram autocríticas com o modo como a trigonometria é tradicionalmente ensinada nas escolas de educação básica e buscaram, por meio de materiais manipuláveis (LORENZATO, 2006) e o uso das tecnologias, outras possibilidades de ensino do conteúdo (BORBA, 1999; BORBA; VILLARREAL, 2005; CARDOSO, 2013; NÓBRIGA, 2015; SOUZA, 2018).

No desenvolvimento da oficina, a análise se torna um desafio, pois as evidências e os instrumentos que temos para realizar tal ação podem não apresentar a riqueza de detalhes requerida. Percebe-se que as professoras executam cada parte do planejamento, recorrendo-se aos acontecimentos da aula como subsídios para a discussão (BOAVIDA, 2001; SERRAZINA, 2017). Esse fato é interessante, pois possibilita o envolvimento dos alunos na discussão e construção dos conceitos trigonométricos, desenvolvendo o pensamento matemático avançado por meio da corporificação e da inserção no mundo simbólico (TALL, 2008). Essa transição entre os mundos é algo evidenciado pela atividade proposta, visto que partia da ideia do comprimento da circunferência com o uso de barbantes (com o tamanho do raio) e, posteriormente, foi realizada uma sistematização da fórmula com o uso de símbolos, de acordo com a linguagem matemática e o mundo simbólico (TALL, 2008).

Outra estratégia recorrente, na prática do grupo de professoras, foi a utilização de questionamentos para instigar os estudantes, ou seja, a partir das conclusões a que eles chegavam com a construção geométrica, o grupo de professoras levantava questões direcionadas à construção do conhecimento (BOAVIDA, 2001). Essas questões oportunizaram aos estudantes transitar entre o mundo corporificado, representado pelo material manipulável, o mundo simbólico, quando inseriram os símbolos para o papel, e o mundo formal, mesmo que timidamente, quando partiam para a generalização evidenciada nas respostas às questões da tarefa matemática (TALL, 2008; BOAVIDA, 2001). Essa estratégia possivelmente foi prevista durante o planejamento, levando-se em conta a importância de se transitar enquanto ocorre o trabalho em pequenos grupos e a realização de uma sistematização com a turma toda (SERRAZINA, 2017). Dessa forma, observamos que podem ser trabalhadas as dúvidas pontuais dos grupos de alunos para, posteriormente, haver uma discussão visando à consolidação dos conhecimentos abordados pela oficina.

Por fim, ao avaliar a oficina, a professora responsável pelas turmas recorreu a aspectos posteriores, como a mudança de postura dos alunos e o modo como eles passaram a participar das aulas de matemática. Quanto às futuras professoras, atualmente formadas, elas relataram a utilização das práticas com uso de recursos visuais ou manipuláveis com seus alunos, bem como apontaram como positiva a experiência de planejamento vivida por elas. Desse modo, constatamos que tal experiência pode ter contribuído para o desenvolvimento profissional das envolvidas no que diz respeito ao uso de recursos e à autonomia na condução da sala de aula (D'AMORE, 2007; LIBÂNEO, 2019; SERRAZINA, 2017).

Percebemos assim que o grupo de professoras envolvidas nesta experiência apresentaram indícios de aprendizagem referentes a profissão docente, e o momento em que estiveram compartilharam suas ideias, bem como trabalharam em conjunto desenvolveram habilidades ligadas à prática profissional, como apontado por Ponte (1999). Dessa forma, a importância dada ao uso de metodologias diferenciadas no ensino da matemática para ensiná-la na educação básica (LORENZATO, 2006; BORBA, 1999; BORBA; VILLARREAL, 2005; CARDOSO, 2013; NÓBRIGA, 2015; SOUZA, 2018), o cuidado ao realizar do planejamento de uma aula (SERRAZINA, 2017) e o quanto aprender a planejar, ainda durante a formação inicial, apresenta bons resultados, de modo a incentivar os futuros professores a inserir

metodologias diferenciadas em suas aulas, reforça que "a didática é a ciência profissional dos professores" (LIBÂNEO, 2019, p. 159).

### **Considerações finais**

Podemos observar neste relato como uma prática pode considerar os vários mundos da matemática, propostos por Tall (2008), à medida que os alunos apresentam sua compreensão sobre um determinado conceito matemático e o professor disponibilize recursos (materiais ou didáticos) que proporcionem reflexões quanto à construção e ao entendimento deste conceito pelos alunos, desde os mais intuitivos até alguns mais formais ou carregados de simbolismos destinados a seu ano escolar.

Acreditamos que o conhecimento do professor sobre as relações entre os três mundos da matemática pode auxiliá-lo nas práticas adotadas, para assim mediar o processo de aprendizagem dos alunos e, se combinadas, como foi o caso na experiência analisada por meio da corporificação com o uso de materiais manipuláveis e do uso da tarefa matemática como mediadora para o simbolismo. Tais práticas são capazes de promover oportunidades de um ensino, no qual os alunos tenham uma maior compreensão acerca do objeto matemática trabalhado.

Assim, Tall (2008) apresenta tanto elementos de pensamento, envolvidos na transição da matemática escolar para a prova formal em matemática acadêmica na universidade, como termos e noções da combinação da matemática escolar e suas representações visuais, juntamente com cálculos e manipulações simbólicas. O conhecimento da didática torna possível essa transição entre os mundos, pois a partir do momento que o professor conhece o objeto matemático e como o pensamento matemático do aluno pode desenvolver-se (TALL, 2008; D'AMORE, 2020), ele é capaz de planejar diversas ações com base na antecipação e, assim, propor uma aula que promova o engajamento dos alunos e, ao mesmo tempo, que desenvolva sua prática profissional.

O envolvimento de duas futuras professoras (Flor de Maio e Lavanda) com uma professora formadora (responsável pela oficina) em uma experiência na educação básica, contribuiu para o desenvolvimento profissional de todas as envolvidas, ao passo que a formadora desempenha seu papel, ao mesmo tempo, ela participa de discussões com outros pares, já que também é professora da educação básica e, por sua vez, as futuras professoras vivenciam uma

experiência na educação básica, aprimorando seus conhecimentos para o ensino por meio da prática, ainda durante a formação inicial.

Acredita-se, também, que, além dos conhecimentos que devem ser desenvolvidos, relativos à Didática da Matemática, os docentes tendem a aprender com o planejamento e o desenvolvimento de suas aulas diante das inquietações surgidas nas nuances de sua profissão, visto que essas podem oportunizar o desenvolvimento profissional (PONTE, 1999; 2000, FIORENTINI; CRECCI, 2013). Neste sentido, a prática escolhida para análise também serviu para as professoras envolvidas incorporarem a reflexão sobre sua ação em sua prática, e dessa forma, recomenda-se a reflexão sobre a prática como ato essencial ao exercício da docência (SERRAZINA, 2017; PONTE, 1999), pois acreditamos que, a partir dela, o professor possa buscar seu desenvolvimento profissional e se comunicar com os pares, sempre visando o ensino no espaço em que atua.

### Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. À Universidade Federal do ABC (UFABC), ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo em apoio financeiro ao projeto identificado pelo Comitê de ética em pesquisa, sob o parecer 3.233.148, apreciado sob o número 96044518.4.0000.5594.

### Referências

- ALVES, R. da S. **Proposta metodológica para o ensino da trigonometria baseada na psicologia pedagógica**. 2016. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. Natal, 2016.
- BOAVIDA, A. M. Um olhar sobre o ensino da demonstração em Matemática. **Educação e Matemática**, n. 63, p. 11-15, maio/jun. 2001.
- BORBA, M. C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. *In*: BICUDO, M. A. V. (org). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo, UNESP, 1999.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. V. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

- BRASIL. **Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008.** Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, e dá outras providências. Brasília, 2008. Disponível em [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2007-2010/2008/lei/111892.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/111892.htm). Acesso em: 10 nov. 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC\\_EnsinoMedio\\_embaixa\\_site\\_110518.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf). Acesso em: 18 de maio de 2021.
- CARDOSO, J. J. A Utilização de Materiais Manipuláveis para o Ensino de Trigonometria. In: Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE - Produções Didático-Pedagógicas. **Cadernos PDE.** v. II, p. 1-20, 2013. Disponível em: [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2013/2013\\_uem\\_mat\\_pdp\\_joaquim\\_jose\\_cardoso.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uem_mat_pdp_joaquim_jose_cardoso.pdf). Acesso em: 30 nov. 2020.
- D'AMORE, B. Epistemologia, Didática e Práticas de Ensino. **Bolema**, Rio Claro, v.20, n. 28, p.1179-1205, 2007. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1537>. Acesso em 13 out. 2020.
- FEIJÓ, R. S. A. A. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria:** um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal. Brasília, 2018. 108 p. Dissertação (Mestrado - Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília, 2018.
- FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação? **Formação docente** – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores, v. 5, n. 8, p. 11-23, 2013.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de matemática. **Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.
- HERTEL, J.; CULLEN, C. Teaching trigonometry: A directed length approach. In: **Proceedings of the 33rd annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education.** 2011. p. 1400-1407.
- JESUS, L. O. M; SOUZA, L. M. Materiais manipuláveis no ensino da trigonometria: investigação a partir da régua trigonométrica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. 2016, São Paulo, **Anais [...]**. São Paulo, 2016.
- LIBÂNEO, J. C. Presente e futuro do campo disciplinar e investigativo da didática: que conteúdos? In: D'AVILA, C.; MARIN, A. J.; FRANCO, M.A.S.; FERREIRA, L.G. (Orgs.) **Didática: saberes estruturantes e formação de professores.** v. 3. Salvador, BA: EDUFBA, 2019. p. 149-160.
- LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Autores Associados, p. 3-37, 2006.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** 2. ed. São Paulo: EPU, 2015.



- MARTINS, E. R. Formação Inicial de Professores de Matemática no Instituto Federal de São Paulo. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20. 2016, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba, 12 a 14 nov. 2016. Disponível em [http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd7\\_Egidio\\_Martins.pdf](http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd7_Egidio_Martins.pdf). Acesso em 25 nov. 2020.
- NÓBRIGA, J. C. C. **GGBOOK**: uma plataforma que integra o software de geometria dinâmica geogebra com editor de texto e equações a fim de permitir a construção de narrativas matemáticas dinâmicas. 2015. 246 f., Tese (Doutorado em Educação)-Universidade de Brasília, Brasília, 2015.
- PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, p. 77-92, 2006.
- PONTE, J. P. A investigação em didáctica da matemática pode ser (mais) relevante? In: PONTE, J.P.; SERRAZINA, L. (Eds.). **Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália**. Lisboa: SEM-SPCE, 2000. p. 327-336.
- PONTE, J. P. Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In TAVARES J.; PEREIRA A.; PEDRO A. P.; SÁ H. A. (Eds.). **Investigar e formar em educação**: Actas do IV Congresso da SPCE. Porto: SPCE, 1999. p. 59 -72.
- SERRAZINA, L. Planificação do ensino-aprendizagem da Matemática. In: GTI (Ed.). **A prática dos professores**: Planificação e discussão coletiva na sala de aula, Lisboa: APM, 2017. p. 9-32.
- SILVA, W. **O ensino de trigonometria**: Perspectivas do ensino fundamental ao médio. 2013, 93p. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Matemática - PROFMAT)- Universidade Estadual Paulista, 2013.
- SOUZA, P. C. T. de. **Materiais manipuláveis e recursos digitais no ensino de trigonometria**. 2018, 54p. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Matemática - PROFMAT)- Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, 2018.
- TALL, D. The transition to formal thinking in mathematics. **Mathematics Education Research Journal**, v. 20, n. 2, p. 5-24, 2008.

***Autores***

**Vania Batista Flose Jardim**

Licenciada e Mestra em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Atualmente é professora no Instituto Federal de São Paulo e aluna de doutorado em Ensino e História das Ciências e da Matemática pela Universidade Federal do ABC (UFABC). Possui experiência na Educação Básica e na formação de professores.

Correio eletrônico: [vaniafloset24@gmail.com](mailto:vaniafloset24@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0x00-0003-0707-493X>

**Eduardo Goedert Doná**

Licenciado em Pedagogia e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais (IFSULDEMINAS). Mestre em Educação pela Universidade Federal de Lavras (UFLA). Atualmente é Doutorando em Ensino e História das Ciências e da Matemática pela Universidade Federal do ABC (UFABC).

Correio eletrônico: [eduardogdona@gmail.com](mailto:eduardogdona@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7549-5066>

**Janaína Mendes Pereira da Silva**

Licenciada em Matemática e pedagogia. Especialista em Metodologias de Ensino de Matemática pelo Departamento de Matemática da UnB. Mestre em Educação pela UnB.

Doutoranda no programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática pela UFABC. Com experiência no ensino de matemática nos anos finais da Educação Básica.

Correio eletrônico: [jana.mendes.ps@gmail.com](mailto:jana.mendes.ps@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6540-1521>

***Como citar o artigo:***

JARDIM, V. B. F.; DONÁ, E. G.; SILVA, J. M. P. P. Análise fundamentada de uma oficina de Trigonometria: as contribuições para o desenvolvimento profissional. **Revista Paradigma**, Vol. LXIII, Edição Temática Nro. 1: Práticas de Formação, Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática na Contemporaneidade, pp 364 – 389, enero, 2022. DOI: [10.37618](https://doi.org/10.37618)