

ÖTOLDALÚ TÉRMECHANIZMUS KINEMATIKAI VIZSGÁLATA

KINEMATIC ANALYSIS OF FIVE-SIDED MECHANISM

Popa-Müller Izolda¹, Papp István²

¹ SAPIENTIA-Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Műszaki és Humán Tudományok Kar, Gépészmérnöki Tanszék, Románia, Koronka, Segesvári út,1/C, Fax: 0265-206211, ipmuller@ms.sapientia.ro

² SAPIENTIA-Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Műszaki és Humán Tudományok Kar, Gépészmérnöki Tanszék, pappistvan1944@yahoo.com.

Abstract

All parts position of any spatial or planar mechanism can be clearly defined with the constraint equations. It is known that any fourth-class coupling, can be replaced with two fifth-class coupling and one plus part, being transformed in a space mechanism with one degree of freedom and is enumerated in the zero family.

This thesis contains the kinematical examination of the space mechanism and treats the position of each part. The cinematics of the coupling can be examined only with the method of Denavit-Hartenberg or with the constraint equations.

Keywords: constraints equations, position, centre of gravity.

Összefoglalás

A kényszeregyenletek segítségével bármely tér vagy síkban fekvő mechanizmus tagjainak pozíciója egyértelműen meghatározható. Bármely negyedosztályú csukló két ötödfokú csuklóval és egy póttaggal helyettesíthető. Ezáltal a négyoldalú térmechanizmus egy ötoldalú térmechanizmussá alakul, amely a zérós családhoz tartozik, és amelynek szabadságfoka egy. A dolgozat az így kapott mechanizmus kinematikai vizsgálatát és a tagok helyzetének meghatározását tartalmazza. A mechanizmus kinematikai vizsgálata kényszeregyenletekkel vagy a Denavit–Hartenberg-féle módszerrel tárgyalható.

Kulcsszavak: kényszeregyenlet, pozíció, súlypont

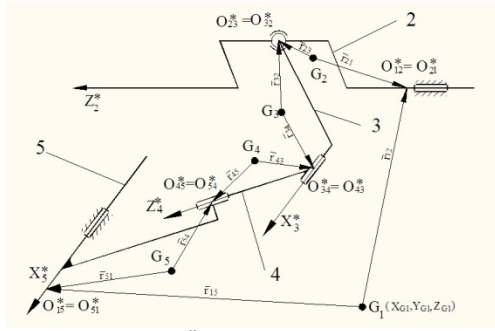
1. Az adatbevitel meghatározása

Az ötoldalú mechanizmus elemei:

1. géptörzs
2. főtengely
3. hajtókar
4. kardánkereszt
5. lengőkar

A programban a tagokat kapcsolási sorrend szerint 1-től 5-ig számoztuk.

A program egy kívülálló rögzített rendszerhez van felírva, amelyben a géptörzs koordinátái X_{G1}, Y_{G1}, Z_{G1} értékeket kaptak. A főtengely, a mechanizmust mozgató tag forgómozgást végez a Z_2^* rögzített tengely körül. A vezető paraméter az Euler-szögek szerint a



1. ábra. Ötoldalú térmechanizmus

ψ_2^* . A főtengeley helyzetét az r_{12} -es helyzetvektor határozza meg, amely a géptörzs súlypontját és a főtengelegen felvett gyakorlatilag jól meghatározott O_{12}^* pontot köti össze.

Figyelembe véve, hogy az O_{12}^* és az O_{21}^* pontokat úgy választottuk meg, hogy egybeessenek, az r_{21} -et úgy számítottuk ki, hogy a főtengeley G_2 súlypontja gyakorlatilag meghatározott helyett foglal el.

A két tag közötti kapcsolási pontok $O_{12}^* = O_{21}^*$, a főtengeley szimmetriatengelyén helyezkednek el. A r_{23} helyzetvektor a gömbcsukló középpontjának helyzetét határozza meg a főtengeley súlypontjához viszonyítva. A hajtókart a főtengeleyvel egy harmadosztályú gömbcsukló kapcsolja össze. A hajtókar G_3 súlypontját az r_{32} és az r_{34} helyzetvektorok határozzák meg.

A 3-as hajtókar térmozgást végez.

A 4-es kardánkereszt a 3-as hajtókarhoz egy forgócsuklóval van kapcsolva, amely a hajtókarhoz viszonyítva X_3^* tengely körül fordul el.

A két tag közös pontja az egymásra helyezett O_{34}^* és O_{43}^* pontok, amelyek meghatározzák az r_{34} és az r_{43} helyzetvektorok értékeit. A helyzetvektorok pedig meghatározzák mozgás közben a súlypontok helyzetét.

Az r_{45} helyzetvektor a kardánkereszt súlypontját és a Z_4^* tengelyen felvett O_{45}^* pontot köti össze.

Az O_{45}^* egybeesik O_{54}^* -al, amely a lengőkar és a kardánkereszt elméleti mozdulatlan közös pontját képezi.

A lengőkar G_5 súlypontja egy körívet ír le az X_5^* tengely körül. Az O_{15}^* pont egybeesik az O_{51}^* -el, amely meghatározza az X_5^* tengely helyzetét a G_1 súlyponthoz viszonyítva.

A vektorkontúr az r_{15} helyzetvektor zárja. Az így kapott zárt vektorkontúr segítségével a kényszeregyenletek használhatóvá válnak, ezáltal meghatározhatók minden tag súlypontjának lineáris és szög koordinátái az előre megválasztott rögzített koordináta-rendszerhez viszonyítva.

2. A kényszeregyenletek meghatározása

A gép törzsét és a főtengeleyt összekapcsoló forgó csukló kényszeregyenletei a következők:

$$X_{G1} + x_{12} \cdot \alpha_{11} + y_{12} \cdot \beta_{11} + z_{12} \cdot \gamma_{11} - (X_{G2} + x_{21} \cdot \alpha_{12}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + y_{21} \cdot \beta_{12}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + z_{21} \cdot \gamma_{12}(\psi_2, \theta_2)) = 0 \tag{1}$$

$$Y_{G1} + x_{12} \cdot \alpha_{21} + y_{12} \cdot \beta_{21} + z_{12} \cdot \gamma_{21} - (Y_{G2} + x_{21} \cdot \alpha_{22}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + y_{21} \cdot \beta_{22}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + z_{21} \cdot \gamma_{22}(\psi_2, \theta_2)) = 0 \tag{2}$$

$$Z_{G1} + x_{12} \cdot \alpha_{31} + y_{12} \cdot \beta_{31} + z_{12} \cdot \gamma_{31} - (Z_{G2} + x_{21} \cdot \alpha_{32}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + y_{21} \cdot \beta_{32}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + z_{21} \cdot \gamma_{32}(\psi_2, \theta_2)) = 0 \tag{3}$$

$$\alpha_{12}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) \cdot \gamma_{120} + \beta_{12}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) \cdot \gamma_{220} + \gamma_{12}(\psi_2, \theta_2) \cdot \gamma_{320} - b_{131} = 0 \quad (4)$$

$$\alpha_{32}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) \cdot \gamma_{120} + \beta_{32}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) \cdot \gamma_{220} + \gamma_{32}(\psi_2, \theta_2) \cdot \gamma_{320} - b_{331} = 0 \quad (5)$$

Hasonló módon írjuk fel a főtengelyt és hajtókart összekapcsoló gömbcsukló egyenleteit:

$$X_{G2} + x_{23} \cdot \alpha_{12}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + y_{23} \cdot \beta_{12}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + z_{23} \cdot \gamma_{12}(\psi_2, \theta_2) - (X_{G3} + x_{32} \cdot \alpha_{13}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + y_{32} \cdot \beta_{13}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + z_{32} \cdot \gamma_{13}(\psi_3, \theta_3)) = 0 \quad (6)$$

$$Y_{G2} + x_{23} \cdot \alpha_{22}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + y_{23} \cdot \beta_{22}(\psi_2, \theta_2, \phi_2) + z_{23} \cdot \gamma_{22}(\psi_2, \theta_2) - (Y_{G3} + x_{32} \cdot \alpha_{23}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + y_{32} \cdot \beta_{23}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + z_{32} \cdot \gamma_{23}(\psi_3, \theta_3)) = 0 \quad (7)$$

$$Z_{G2} + x_{23} \cdot \alpha_{32}(\theta_2, \phi_2) + y_{23} \cdot \beta_{32}(\theta_2, \phi_2) + z_{23} \cdot \gamma_{32}(\theta_2) - (Z_{G3} + x_{32} \cdot \alpha_{33}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + y_{32} \cdot \beta_{33}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + z_{32} \cdot \gamma_{33}(\psi_3, \theta_3)) = 0 \quad (8)$$

Hajtókar és kardánkereszt közötti forgó csukló egyenletei:

$$X_{G3} + x_{34} \cdot \alpha_{13}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + y_{34} \cdot \beta_{13}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + z_{34} \cdot \gamma_{13}(\psi_3, \theta_3) - (X_{G4} + x_{43} \cdot \alpha_{14}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + y_{43} \cdot \beta_{14}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + z_{43} \cdot \gamma_{14}(\psi_4, \theta_4)) = 0 \quad (9)$$

$$Y_{G3} + x_{34} \cdot \alpha_{23}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + y_{34} \cdot \beta_{23}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + z_{34} \cdot \gamma_{23}(\psi_3, \theta_3) - (Y_{G4} + x_{43} \cdot \alpha_{24}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + y_{43} \cdot \beta_{24}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + z_{43} \cdot \gamma_{24}(\psi_4, \theta_4)) = 0 \quad (10)$$

$$Z_{G3} + x_{34} \cdot \alpha_{33}(\theta_3, \phi_3) + y_{34} \cdot \beta_{33}(\theta_3, \phi_3) + z_{34} \cdot \gamma_{33}(\theta_3) - (Z_{G4} + x_{43} \cdot \alpha_{34}(\theta_4, \phi_4) + y_{43} \cdot \beta_{34}(\theta_4, \phi_4) + z_{43} \cdot \gamma_{34}(\theta_4)) = 0 \quad (11)$$

$$\alpha_{130} \cdot \alpha_{13}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) + \beta_{13}(\psi_3, \theta_3, \phi_3) \cdot \alpha_{230} + \gamma_{13}(\psi_3, \theta_3) \cdot \alpha_{330} - b_{114} = 0 \quad (12)$$

$$\alpha_{130} \cdot \alpha_{33}(\theta_3, \phi_3) + \beta_{33}(\theta_3, \phi_3) \cdot \alpha_{230} + \gamma_{33}(\theta_3) \cdot \alpha_{330} - b_{314} = 0 \quad (13)$$

Kardánkereszt és lengőkar közötti forgó csukló egyenletei:

$$X_{G4} + x_{45} \cdot \alpha_{14}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + y_{45} \cdot \beta_{14}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + z_{45} \cdot \gamma_{14}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) - (X_{G5} + x_{54} \cdot \alpha_{15}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + y_{54} \cdot \beta_{15}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + z_{54} \cdot \gamma_{15}(\psi_5, \theta_5)) = 0 \quad (14)$$

$$Y_{G4} + x_{45} \cdot \alpha_{24}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + y_{45} \cdot \beta_{24}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + z_{45} \cdot \gamma_{24}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) - (Y_{G5} + x_{54} \cdot \alpha_{25}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + y_{54} \cdot \beta_{25}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + z_{54} \cdot \gamma_{25}(\psi_5, \theta_5)) = 0 \quad (15)$$

$$Z_{G4} + x_{45} \cdot \alpha_{34}(\theta_4, \phi_4) + y_{45} \cdot \beta_{34}(\theta_4, \phi_4) + z_{45} \cdot \gamma_{34}(\theta_4, \phi_4) - (Z_{G5} + x_{54} \cdot \alpha_{35}(\theta_5, \phi_5) + y_{54} \cdot \beta_{35}(\theta_5, \phi_5) + z_{54} \cdot \gamma_{35}(\theta_5)) = 0 \quad (16)$$

$$\gamma_{140} \cdot \alpha_{14}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) + \beta_{14}(\psi_4, \theta_4, \phi_4) \cdot \gamma_{240} + \gamma_{14}(\psi_4, \theta_4) \cdot \gamma_{340} - b_{135} = 0 \quad (17)$$

$$\gamma_{140} \cdot \alpha_{34}(\theta_4, \phi_4) + \beta_{34}(\theta_4, \phi_4) \cdot \gamma_{240} + \gamma_{34}(\theta_4) \cdot \gamma_{340} - b_{335} = 0 \quad (18)$$

Végül a lengőkart a géptörzshöz kapcsoló forgó csukló egyenletei a következők:

$$X_{G5} + x_{51} \cdot \alpha_{15}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + y_{51} \cdot \beta_{15}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + z_{51} \cdot \gamma_{15}(\psi_5, \theta_5) - (X_{G1} + x_{15} \cdot \alpha_{11} + y_{15} \cdot \beta_{11} + z_{15} \cdot \gamma_{11}) = 0 \quad (19)$$

$$Y_{G5} + x_{51} \cdot \alpha_{25}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + y_{51} \cdot \beta_{25}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + z_{51} \cdot \gamma_{25}(\psi_5, \theta_5) - (Y_{G1} + x_{15} \cdot \alpha_{21} + y_{15} \cdot \beta_{21} + z_{15} \cdot \gamma_{21}) = 0 \quad (20)$$

$$Z_{G5} + x_{51} \cdot \alpha_{35}(\theta_5, \phi_5) + y_{51} \cdot \beta_{35}(\theta_5, \phi_5) + z_{51} \cdot \gamma_{35}(\theta_5) - (Z_{G1} + x_{15} \cdot \alpha_{31} + y_{15} \cdot \beta_{31} + z_{15} \cdot \gamma_{31}) = 0 \quad (21)$$

$$\alpha_{150} \cdot \alpha_{25}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) + \beta_{25}(\psi_5, \theta_5, \phi_5) \cdot \alpha_{250} + \gamma_{25}(\psi_5, \theta_5) \cdot \alpha_{350} - b_{211} = 0 \quad (22)$$

$$\alpha_{150} \cdot \alpha_{35}(\theta_5, \phi_5) + \beta_{35}(\theta_5, \phi_5) \cdot \alpha_{250} + \gamma_{35}(\theta_5) \cdot \alpha_{350} - b_{311} = 0 \quad (23)$$

A tagokat a kapcsolási sorrendet követve számoztuk meg.

A módszer előnye, amint látni is lehet, abban áll, hogy az ugyanazon típusú csuklóra felírt egyenletekben csak az indexek cserélődnek, míg az egyenletek formálisan változatlanok maradnak.

Mindenik kapcsolt két tagra felírt első három egyenlet a tagok súlypontjának helyzetét határozza meg az *OXYZ* rögzített koordináta-rendszerben, míg az utolsó két egyenlet a csuklótengelyek egybeesésének feltételét fogalmazza meg matematikailag.

A tehetetlenségi főtengelek helyzetét a ψ, θ, ϕ szögek adják meg, szintén a rögzített alaprendszerhez viszonyítva.

4. Következtetések

A dolgozat a kényszeregyenletek módszerének alkalmazását mutatja be. Ez egy igen hatékony, biztosan kezelhető, általános módszer, amely az eddigi ismert módszerek bármelyikét helyettesítheti.

A tudományos eredményeket hasznosítani lehet, bármely karos mechanizmus vagy robotok kinematikai vizsgálatánál. Véleményünk szerint a gépszerkezettan oktatását nagymértékben lehet a módszer bevezetésével korszerűsíteni, leginkább új laborgyakorlatok kialakításával.

A kényszeregyenletek módszerének használatával pontosan meg lehet határozni a térmechanizmusok tagjaihoz tartozó központi tehetetlenségi főtengelek pozícióját a saját, valamint a külső rögzített koordináta rendszerhez viszonyítva.

Szakirodalmi hivatkozások

- [1] Maros, D., Orlandea, N.,: *Contributions to the Determination of the Equations of Motion for Multidegree of Freedom System*, ASME, paper 70-Mech.-29, Ohio, USA, 1970
- [2] Maros, D.,: *Calculé numerice la mecanismele plane*, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1987
- [3] Papp, I.,: *Contribuții la echilibrarea dinamică a mecanismelor spațiale.*, Teză de doctorat, Cluj Napoca, 2000
- [4] Papp, I.: *The Equations of the Constrained Screw Joints*, PRASIC vol. I pag.1, 89-193, Braşov, 2002
- [5] Papp I.,: *Mechanizmusok elmélete*, Scientia Kiadó, Kolozsvár, ISBN 978-973-1970-29-5, 2010
- [6] Papp I., Popa-Müller I.: *Karos mechanizmus kinematikai elemzése kényszeregyenletekkel*, 1298 számú Kutatási szerződés a Sapientia Alapítvány Kutatási Programok Intézetével, 2005
- [7] Papp I., Popa-Müller I.: *Pozíció meghatározása kényszeregyenletek segítségével, általános transzformálás esetén*, Kutatási szerződés a Sapientia Alapítvány Kutatási Programok Intézetével 2008
- [8] Pelecudi, Chr.,: *Teoria mecanismelor spațiale*, Ed. Academiei, București, 1972