

Megépült acél keretszerkezetek határállapotainak vizsgálatai:

A merevítő rendszer átalakítása, a burkolat hatása

PhD. értekezés

Radnay László
Debreceni Egyetem
Műszaki Kar
Építőmérnöki Tanszék

Témavezetők:
Dr. Iványi Miklós PhD. DSC.
Professzor Emeritus
2013.12.21. †

Dr. Füzi János PhD.
Egyetemi Docens

2014. tavasz



Tartalomjegyzék

1.	A témaválasztás indoklása.....	4
1.1	Acél keretszerkezetek tervezési módszerei	4
1.2	Acél keretszerkezetek megerősítési lehetőségei	5
1.3	A kutatás célkitűzései.....	5
2.	Csarnokszerkezeten végzett kísérlet bemutatása	6
2.1	A szerkezet bemutatása.....	7
2.2	Terhelés	10
3.	Burkolat diafragmák merevségének meghatározása a Stressed Skin Diaphragm Design módszer és végeselemes modell alapján	11
3.1	A „Stressed Skin Diaphragm Design Method” szerint számított merevség	11
3.2	A végeselemes modell segítségével meghatározott diafragma merevség	15
4.	A kísérleti elrendezés végeselemes modellezése, részletmodellek bemutatása, eredmények értékelése.....	23
4.1	A diafragmamerevségek figyelembevétele	23
4.2	Kapcsolati merevségek meghatározása	25
4.3	Terhelés figyelembevétele	28
4.4	Eredmények összevetése, megállapítások.....	29
5.	Másodlagos merevítő rendszerek diafragma hatása, kialakítási lehetőségei és hatékonysága.....	31
5.1	A rácsos tartó kialakításának hatása a merevségre	31
5.2	A tető hajlásszögének hatása	33
5.3	A feszítés hatása.....	34
5.4	Összehasonlító vizsgálatok.....	35
6.	A tetősíkú diafragmák keretekre kifejtett hatásai	38
7.	A diafragma merevségének hatása a keretoszlopok kritikus erejére	43
7.1	Egyszerű portálkeret vizsgálata keretsarkon fél-merev vízszintes megtámasztással...51	
7.2	Portálkeret vizsgálata keretsarkon fél-merev vízszintes megtámasztással és fél-merev oszlop-gerenda kapcsolat figyelembevételével.....	54
7.3	Portálkeret vizsgálata keretsarkon fél-merev vízszintes megtámasztással és fél-merev talpcsomópont kialakítással	57

7.4	Keret vizsgálata keretsarkon fél-merev vízszintes megtámasztással	59
8.	A kritikus merevség meghatározása keretszerkezetek esetén	61
8.1	A kritikus merevség meghatározása VEM szoftverek felhasználásával	61
8.2	A kritikus merevség meghatározása kézi számítással.....	64
8.3	A kritikus merevség meghatározása vegyes módszerrel.....	76
9.	A kapcsolatok elfordulási merevségének MSZ-EN-1993-1-8-2005 szerinti meghatározásának hatása a kritikus erőre és a kritikus merevségre	78
9.1	A kritikus erő meghatározásánál alkalmazandó támaszmerevségek	78
9.2	Az oszlop-gerenda kapcsolatnál értelmezett fiktív támasz merevségének, és az oszlop-gerenda kapcsolat merevségének egymásra hatása.....	81
10.	Összefoglalás	85
10.1	Tetősíki diafragmák.....	85
10.2	Tetősíki diafragmák hatása a keretoszlopok teherbírására	87
11.	Elért tudományos eredmények	89
11.1	Első tézis.....	89
11.2	Második tézis	90
11.3	Harmadik tézis	91
11.4	Negyedik tézis.....	92
12.	Köszönetnyilvánítás	93
13.	Hivatkozások.....	94
13.1	Felhasznált irodalom.....	94
13.2	Felhasznált programok.....	95
13.3	Saját publikáció	95
13.3.1	Idegen nyelvű folyóirat cikk.....	95
13.3.2	Magyar nyelvű folyóirat cikk.....	95
13.3.3	Nemzetközi konferencia kiadvány	95
13.3.4	Hazai konferencia kiadvány	95
13.3.5	Abstract.....	96

1. A témaválasztás indoklása

1.1 Acél keretszerkezetek tervezési módszerei

Acél tartószerkezetek tervezésének általánosan alkalmazott elve az elkülönítés. Csarnokszerkezetek esetében a burkolat - szelemen/falváz – főtartó – merevítés - alapozás sorrendben, egymástól függetlenül méretezhetőek az egyes szerkezeti egységek. Függetlenül, abban az értelemben, hogy a később méretezett szerkezeti egység nem hat vissza a korábban méretezett szerkezeti egységre. A módszer előnye az egyszerűsége.

A másik lehetőség a teljes szerkezet együttes vizsgálata. A számítástechnika mai szintjén ennek a lehetősége adott. A globális vizsgálat gazdaságosabb szerkezetet eredményez, számítási idő-, és tervezői munka igénye azonban nagyobb. A tartószerkezeti részek egymásra hatásának eredményeképpen a másodrendű tartószerkezetekben az elkülönítés elve szerint nem vizsgált igénybevételek jelennek meg, így ezek szerkezeti méretei a globális vizsgálat esetén nagyobbra adódhatnak.

A BME Tartószerkezeti Laboratórium segítségével az ÉTI szentendrei telephelyén 1976-1981 között végrehajtott 1:1 léptékű kísérletsorozat egyik célja a szerkezeti együttdolgozás vizsgálata volt, a szerkezet különböző készültségi szintjein.

A mért eredmények kimutatták a burkolatnak a vízszintes terhek elosztásában betöltött szerepét. A burkolati rendszer diafragma-hatása mérsékelte az eltérő vízszintes terhelésű keretek közti elmozdulás-különbségeket. A kísérlet eredményei az elkülönítés elvét szigorúan alkalmazva nem magyarázhatóak.

A teljes szerkezet együttes vizsgálata lehetővé teszi, hogy egy csarnokszerkezet esetében a keretek között a tervező kedvezőbb tehereloszlást hozzon létre.

Csarnokszerkezetek végfalain általános esetben az építészeti funkció megzavarása nélkül kialakíthatóak andráskereszt merevítések, melyek kis anyagfelhasználással nagy merevséget és teherbírást eredményeznek. A merev végfalak egy tetősíkban kialakított diafragmával kiegészítve, megtámasztó rendszert biztosítanak a kisebb vízszintes merevségű közbenső keretek számára. A diafragma lehet maga a burkolati rendszer, vagy egy, a keretek síkjára merőlegesen kialakított merevítő rendszer.

Az elkülönítés és a globális vizsgálat módszere nem minden esetben különül el egymástól teljesen. Például az elkülönítettnek tekintett vékonyfalú szelemenek méretezésekor felhasznált táblázatos teherbírási értékek számításánál a burkolat megtámasztó hatása figyelembe van véve.

Hasonlóképpen a diafragma-hatás vizsgálata is beépíthető az elkülönítés módszerét felhasználó tervezésbe, az elsőrendű szerkezetek esetén egy fiktív, rugalmas megtámasztás alkalmazásával, a másodrendű szerkezetekre pedig kiegészítő terhek működtetésével.

A teherbírás és a szerkezeti merevség összefüggése miatt, az acélszerkezetek kapcsolatainak méretezéséhez hasonlóan, itt is iterációs folyamat eredményeképpen adódnak a megfelelő szerkezeti méretek.

1.2 Acél keretszerkezetek megerősítési lehetőségei

A tartószerkezetek fenntartásához, időközönként azok karbantartására, megerősítésére van szükség. Ennek az oka, hogy a szerkezetek élettartama alatt a tervezés során alkalmazott feltételrendszer az idők során változik [1]:

- tartószerkezeti szabályok, szabályzatok változása;
- keresztmetszetek csökkenése horpadás, repedés, korrózió stb. miatt;
- igénybevételek változása (pl.: funkcióváltozás következtében)

A tartószerkezetek megerősítésének egyik lehetősége a keresztmetszeti jellemzők növelése a szükséges helyeken, a másik a szerkezet erőjátékának módosítása. Jelen dolgozatban a második lehetőséggel foglalkozom. Tetősíkban kialakított diafragma és megtámasztó keretek kialakításának lehetőségeit-, és az ezek hatására a megtámasztott kereteknél fellépő teherbírás növekményt vizsgálom.

1.3 A kutatás célkitűzései

- A másodrendű tartószerkezeti elemek és burkolatok merevítő hatásának meghatározása végeeselemes -, és stressed skin diaphragm design módszerrel. A számított -, és kísérleti eredmények összevetése.
- Keretszerkezetek együttdolgozását biztosító, különböző kialakítású tetősíkú diafragmák hatékonyságának összehasonlítása.
- A keretoszlopok kritikus erejének vizsgálata a tetősíkú diafragma által biztosított részleges merevségű megtámasztás hatásának figyelembevételével.
- Számítási módszer kidolgozása a tetősíkú diafragma által biztosított részleges merevségű megtámasztás kritikus merevségének meghatározására.

2. Csarnokszerkezeten végzett kísérlet bemutatása

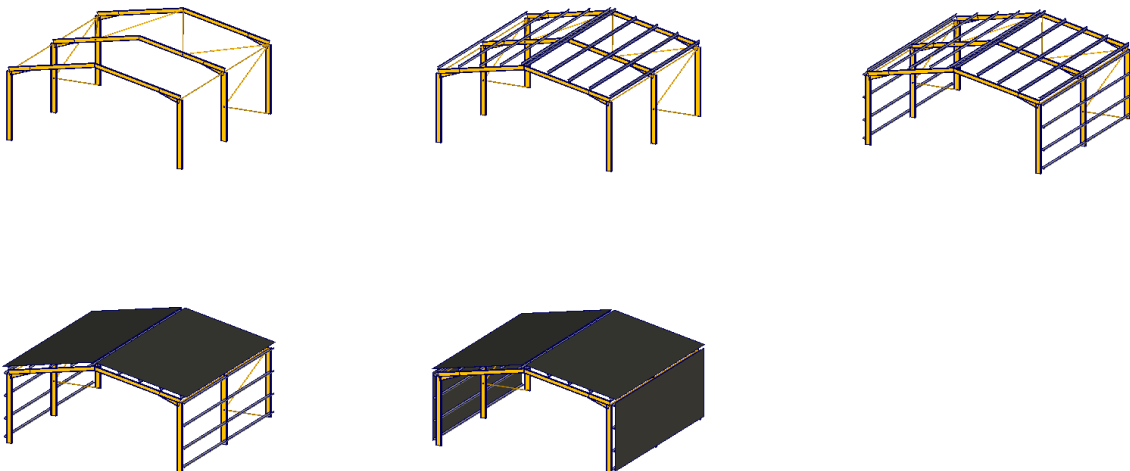
A kísérleti eljárások célja egyrészt a jelenségek megismerése, másrészt a jelenségek leírására alkalmazott modellek érvényességének ellenőrzése, validálása. A jelenség - miszerint a burkolati rendszer diafragmaként részt vesz a terhek elosztásában az eltérő merevségű keretek között - ismert. Szintén ismert, hogy a terhek eloszlása függ a diafragma merevségétől. Feladatunk tehát modellezni a burkolati rendszert, mint diafragmát, és a kapott eredményeket a kísérleti eredményekkel összevetve bizonyítani, hogy a modellek a valóságnak megfelelő, megbízható eredményt szolgáltatnak.

Feldolgoztam az ÉTI szentendrei telephelyén Prof. Dr. Iványi Miklós PhD. DsC. közreműködésével 1976 – 1981. között elvégzett, a keretszerkezetek együttdolgozásának vizsgálatára irányuló 1:1-es léptékű kísérletsorozat mérési eredményeinek, kutatási témához kapcsolódó, a burkolat és a másodrendű szerkezeti elemek diafragma-hatását vizsgáló részét.

A kísérlet keretében a keretek együttdolgozását vizsgálták, a tartószerkezet különböző készültségi szintjein (1. ábra):

- főtartók + merevítő rendszer és támrudak
- előző szint + szelemen
- előző szint + falvázgerendák
- előző szint + tetőburkolat
- előző szint + falburkolat

Vizsgálataim során az utolsó fázis eredményeit használtam fel. A kísérlet dokumentációja tartalmazza a szerkezet jellemző pontjainak az adott terheléshez tartozó elmozdulási értékeit. [3][4][5][6][7]

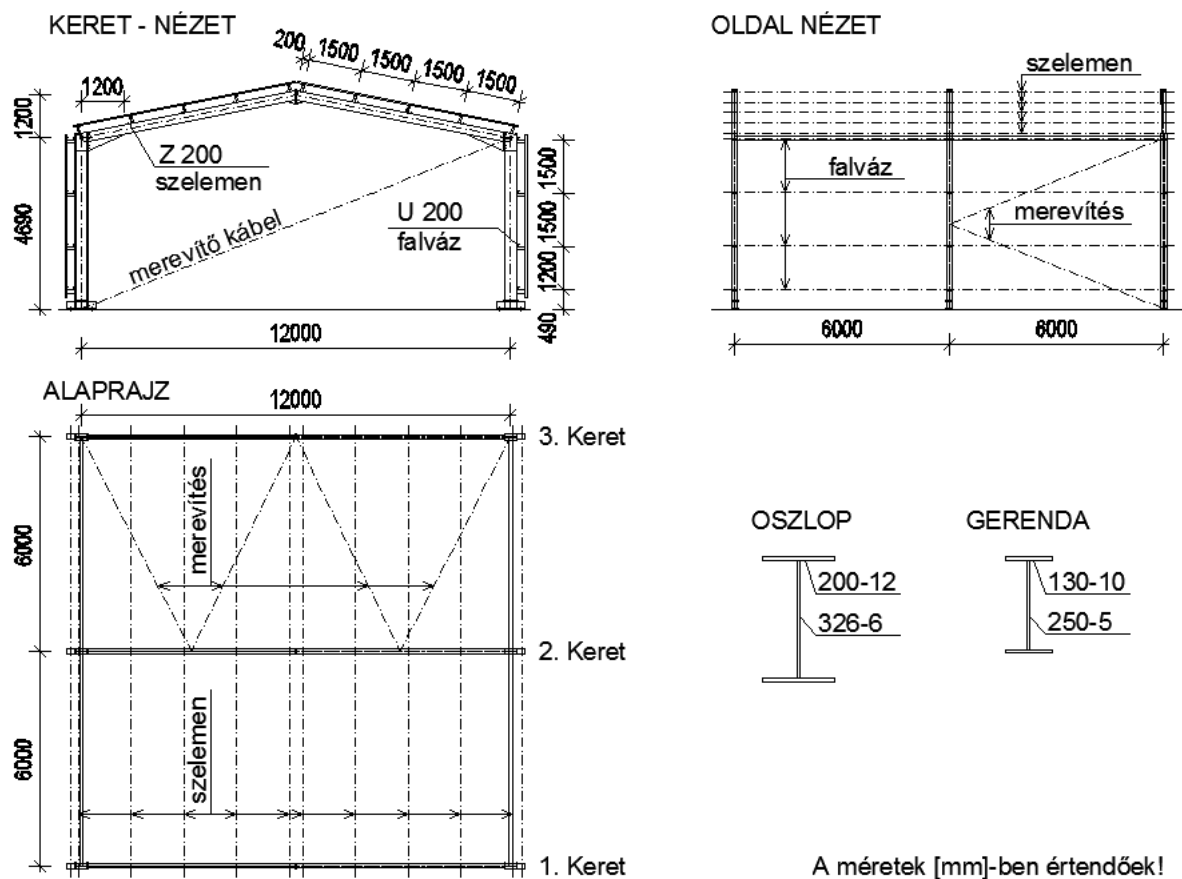


1. ábra: A vizsgált kísérleti elrendezések

2.1 A szerkezet bemutatása

A vizsgált szerkezet három keretből áll. A keretek fesztávolsága 12 m. A keretállások távolsága 6 m. A keretoszlopok és a keretgerendák hegesztett "I" szelvényekből lettek kialakítva. A keretsarkoknál a gerenda 1,2 m hosszon kiékelte kialakítású. Az ereszmagasság 4,8 m, a gerincmagasság 6 m. A tető hajlásszöge 11° . A második és a harmadik keret közé szélrácsot és hossz kötést építettek be. Az első keretet a keretsarkoknál támrudak támasztják meg. A merevítő rendszer elemei csőszelvények.

A vizsgált tartószerkezet vázlatlatterve látható lent. (2. ábra) A kapcsolatok kialakítását részletesebben a tartószerkezet vége-selemes modellezésénél mutatom be a 4. fejezetben.



2. ábra: A vizsgált szerkezet vázlatlatterve

A szelemenek 200 mm magas, 4 mm vastagságú hidegen hajlított "Z" szelvényekből készültek. Tengelytávolságuk 1,5 m. A szelemenek 4 db metrikus csavarral csatlakoznak a főtartókhoz szintén csavarral rögzített, hegesztett szelemenbakhoz. A falváz gerendák "C"

szelvényből készültek. Magasságuk 200 mm, falvastagságuk 4 mm. A falvázakat tartó bakok a keretszlophoz hegesztett kapcsolattal csatlakoznak.

A burkolat 1 mm vastagságú, 600 mm fedési szélességű DV-1-HT jelű trapézlemez felhasználásával készült mind a tető, mind a falak esetén. Az alkalmazott trapézlemezek hossza a tetőn 2 x 3100 mm, a falon fent 3100 mm, lent 1300 mm. A trapézlemezeket a szelemenekhez minden hullámvölgyben önmetsző csavarokkal rögzítették. A szomszédos trapézlemezeket 300 mm osztásközrel elhelyezett popszegecsek rögzítik egymáshoz.

A kísérlet rekonstrukciójában a tartószerkezeti tervek, jegyzőkönyvek és mérési eredmények mellett archív fotók álltak rendelkezésemre. A következő képek némelyikén a szerkezet a képlékeny tönkremenetelt vizsgáló kísérletsorozatok utáni állapotban látható.



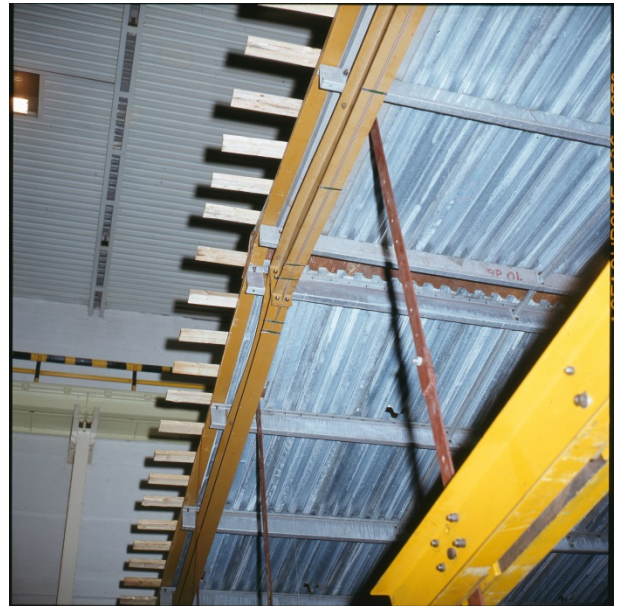
3. ábra: Keretszerkezet



4. ábra: Taráj csomópont



5. ábra: Keretsarok



6. ábra: Szelemenezés és tetőburkolat

2.2 Terhelés

A tartószerkezet a vizsgált kísérleti fázisban az oszlop-gerenda kapcsolatnál átadott vízszintes teherrel, ill. a merevítő kábel (lásd 2. ábra) által átadott erővel lett terelve. A vízszintes terhelést egy csigán átvezetett kábelre felfüggesztett teher biztosította a 7. ábra szerint.



7. ábra: Keretszerkezet vízszintes terhelése

A 8. ábrán üzemén kívüli állapotban látható merevítő kábel segítségével, az eltérő merevségű keretek vizsgálata esetében, a kábel hosszát szabályozva, – elmozdulásvezérelten – a 3. keret előírt elmozdulását biztosító erőt lehet átadni a keretnek.



8. ábra: Végfali merevséget modellező kábel – üzemén kívüli állapotban

3. Burkolat diafragmák merevségének meghatározása a Stressed Skin Diaphragm Design módszer és végelelemes modell alapján

3.1 A „Stressed Skin Diaphragm Design Method” szerint számított merevség

A "Stressed Skin Diaphragm Design Method" [8][9][10][11][12][13][14][15] (továbbiakban SSDDM) vagy "Diaphragm Design" néven is ismert eljárások lényege, a burkolatok hatásának a tartószerkezetek tervezésében történő figyelembevétel.

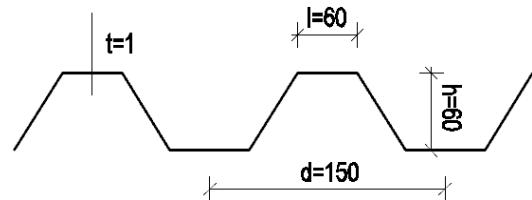
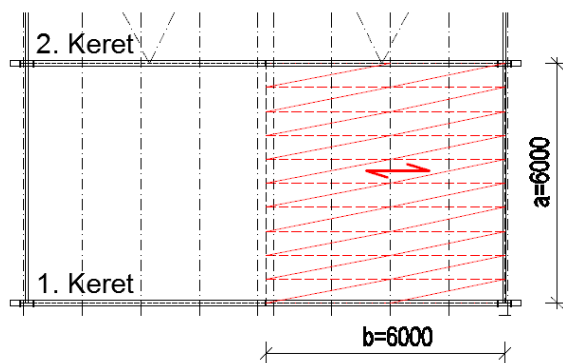
A módszer alkalmazhatóságának feltételei [8] szerint:

- A végfalak SSDDM szerit méretezett burkolattal vannak kialakítva, vagy a merevítésük más módon megoldott.
- Az eresz-, és gerincvonalban elhelyezett perem elemek képesek a számított peremerők felvételére. (A diafragmát egy tetősíkú rácsos tartóként modellezve ezek az elemek a rácsos tartó övei. A burkolat pedig a rácsrudakat helyettesíti.)
- A burkolat csavarozott, szegecselt vagy hegesztett kapcsolattal kapcsolódik a szelemenekhez.
- Az egymás mellett elhelyezett burkolati elemek kapcsolata csavarozott, vagy szegecselt kialakítású.
- Biztosított a diafragma és az elsőrendű szerkezetek között az erőátadás. (Ennek ajánlott módja a burkolat és a főtartó közé beépített nyíróelem, de a szelemenbak is alkalmas az erőátadásra, bár rontja a diafragma hatékonyságát.)
- A burkolatban a nyírás hatására keletkező feszültség legfeljebb a hajlításból számított feszültség 25%-a lehet. (Így feltételezhető, hogy a burkolat esetleges tönkremenetele nem a teherelosztó hatása miatt fog bekövetkezni.)
- A figyelembe vett tetőfelületen az áttörések területe nem lehet nagyobb, mint a tetőfelület 3%-a.
- A burkolat esetleges eltávolításának az elsődleges tartószerkezet mértékadó terhelésének jelentős csökkenésével kell járnia, hiszen az a teherbírás csökkenését is eredményezi. (Ez abban az esetben igaz, ha a főtartók a hasznos terhet a burkolat és a szelemenek közvetítésével kapják - nem terheltek közvetlenül.)
- A burkolat SSDDM szerinti figyelembevételét jelezni kell a terveken, és ezt a tényt az esetleges későbbi átalakítások során figyelembe kell venni.

A források nagy része egyszerű kialakítású csarnokszerkezetek adott keretei esetére adja meg az igénybevételek csökkentő tényezőit a burkolat hatásának figyelembevételével. Egy adott diafragmaszakasz merevségének meghatározására a [9] –ben ismertetett módszer ad útmutatást. E szerint határoztam meg a kísérletben alkalmazott tető-, és falburkolat két keret között, egy oldalon kialakított diafragma merevségét. A tetőre vonatkozó számítást mutatom be.

A diafragma merevsége több merevség-komponens összegzésével határozható meg. A kísérleti összeállítás vizsgált diafragmájának méreteit, trapézlemez elrendezését és a trapézlemez adatait a 9. ábra szerint vettem figyelembe.

ALAPRAJZ - Részlet

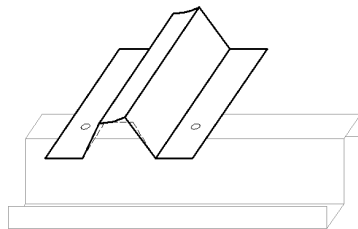


A méretek [mm]-ben értendők!

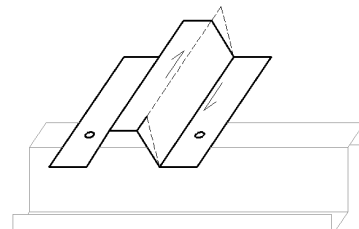
9. ábra: A vizsgált diafragma burkolatának kialakítása

A profil torzulás és a nyírási alakváltozás jelenségét mutatja a 10. ábra. A trapézlemez minden keresztmetszete torzul a nyírás hatására. Erre a jelenségre legnagyobb hatása annak van, hogy a trapézlemez minden hullámvölgyében, vagy csak minden másodikban alkalmaznak önfúró csavart. A profil torzuláshoz kapcsolódó merevségi komponens ($c_{1.1}$) (1) szerint számítható.

PROFIL TORZULÁS



NYÍRÁSI ALAKVÁLTOZÁS



10. ábra: A trapézlemez alakváltozásai

$$c_{1.1} = \frac{0,144 \cdot a \cdot d^4 \cdot f_1 \cdot K}{E \cdot t^3 \cdot b^3} = \frac{0,144 \cdot 6000 \cdot 150^4 \cdot 1 \cdot 4,81}{205 \cdot 0,9^3 \cdot 6000^3} = 0,0652 \frac{mm}{kN} \quad (1)$$

Ahol:

- a – a diafragma fedési irányra merőleges mérete [mm]
- b – a diafragma fedési irányral párhuzamos mérete [mm]
- d – a trapézlemez hullámhossza [mm]
- f_1 – szelemen/diafragma hossz alapján megadott módosító tényező [9] 146. oldal, 6. táblázat [-]
- K – nyírási konstans - a trapézlemez geometriájának és rögzítésének a függvénye [9] 144. oldal, 2. táblázat [-]
- E – a rugalmassági modulus [kN/mm²]
- t – a trapézlemez vastagsága (csökkentett érték) [mm]

Nyírás hatására a trapézlemez minden egyes téglalap alakú alkotólemeze paralelogramma alakot vesz fel. Ez a jelenség a nyírási alakváltozás ($c_{1,2}$). Diafragmamerevségre gyakorolt hatása (2) szerint számítható.

$$c_{1,2} = \frac{2 \cdot a \cdot f_2 \cdot (1 + \nu) \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot h}{d}\right)}{E \cdot t \cdot b} = \frac{2 \cdot 6000 \cdot 0,67 \cdot (1 + 0,3) \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot 60}{150}\right)}{205 \cdot 0,9 \cdot 6000} = 0,017 \frac{mm}{kN} \quad (2)$$

Ahol:

- f_2 – szelemen/fedési hossz alapján megadott módosító tényező [9] 146. oldal, 6. táblázat [-]
- ν – Poisson tényező [-]
- h – a trapézlemez magassága [mm]

A szelemenek a bennük ébredő húzás vagy nyomás hatására alakváltoznak, ezzel befolyásolják a diafragma merevségét. Az ennek a figyelembevételére szolgáló komponenst ($c_{1,3}$) (3) szerint számíthatjuk.

$$c_{1,3} = \frac{2 \cdot a^3 \cdot f_3}{3 \cdot E \cdot A \cdot b^2} = \frac{2 \cdot 6000^3 \cdot 0,8}{3 \cdot 205 \cdot 1408 \cdot 6000^2} = 0,0111 \frac{mm}{kN} \quad (3)$$

Ahol:

f_3 – szelemen/diafragma hossz alapján megadott módosító tényező [9]
146. oldal, 6. táblázat [-]

A – szelemen keresztmetszeti területe [mm^2]

A merevségi tényezők második csoportja a kapcsolatok merevségét vizsgálja. (4) szerint a szelemen-trapézlemez kapcsolat merevségi értéke ($c_{2.1}$), (5) szerint a szomszédos trapézlemez-sávok relatív elmozdulásából származó merevségi paraméter ($c_{2.2}$) számítható. A kapcsolóelemek merevségi értékét [8] alapján vettem fel. A kapcsolóelemekre megadott merevségi értékek a csavarozott kapcsolatok húzókísérleteiből származó erő-elmozdulás diagramok alapján lettek meghatározva. A merevségi értékek a rugalmas szakaszon értelmezhetőek. A kapcsolatok méretezésekor biztosítani kell, hogy a mértékadó terhelés hatására se következzen be képlékeny alakváltozás. Ez 2,25-ös biztonsági tényező alkalmazásával érhető el. [9]

$$c_{2.1} = \frac{2 \cdot s_p \cdot p}{a} \cdot \left(\frac{6}{n_p} + \frac{a^2 \cdot f_3}{b^2} \right) = \frac{2 \cdot 0,15 \cdot 150}{6000} \cdot \left(\frac{6}{5} + \frac{6000^2 \cdot 0,8}{6000^2} \right) = 0,015 \frac{\text{mm}}{\text{kN}} \quad (4)$$

Ahol:

s_p – önfúró csavar merevsége [8] 271. oldal, 13. táblázat [mm/kN]

p – az önfúró csavarok távolsága [mm]

n_p – szelemenek száma a diafragmán belül [db]

$$c_{2.2} = \frac{n_{sh} \cdot s_s}{n_s} = \frac{10 \cdot 0,3}{16} = 0,1875 \frac{\text{mm}}{\text{kN}} \quad (5)$$

Ahol:

n_{sh} – fedési szélességek száma a diafragmán belül [db]

s_s – fűzőcsavar csúszási tényezője [8] 271. oldal, 13. táblázat [mm/kN]

n_s – a szomszédos trapézlemez sávokat összefogó csavarok száma [db]

A (6) szerint számítható merevségi komponens (c_3) a szelemenbakra vonatkozik. [8] és [9] változatos szelementípusok és szelemenbak kialakítások esetére ad meg merevségi tényezőket.

$$c_3 = \frac{2 \cdot s_{pr}}{n_p} = \frac{2 \cdot 0.38}{5} = 0,152 \frac{mm}{kN} \quad (6)$$

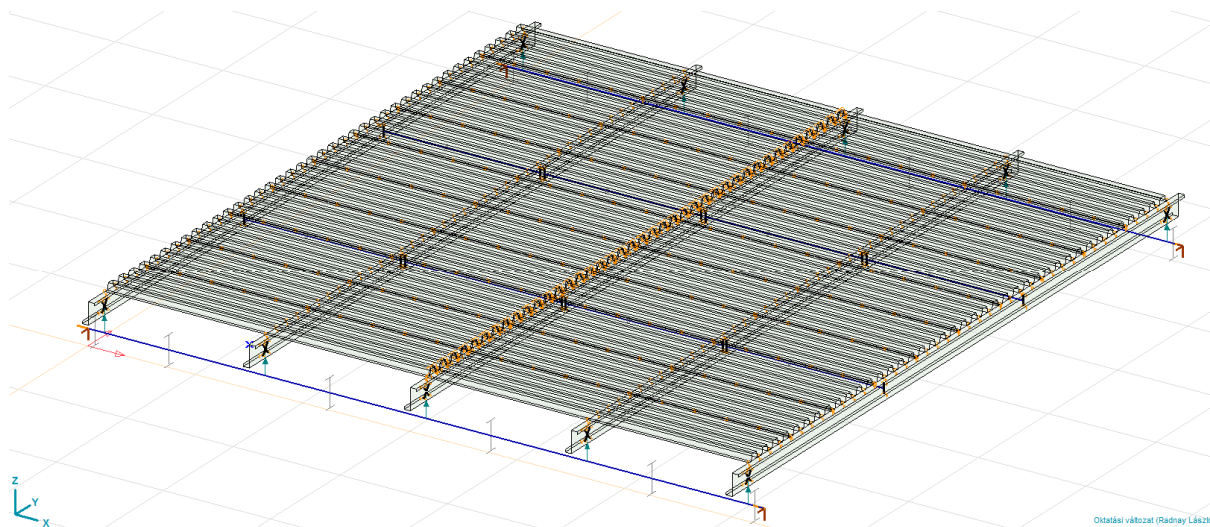
Ahol:

s_{pr} – szelemenbak merevségi tényező [9] 149. oldal, 8. táblázat [mm/kN]

A merevségi komponensek összegzése után a tetődiafragma vizsgált szakaszának fajlagos elmozdulására 0,4478 mm/kN érték adódik.

3.2 A végeelemes modell segítségével meghatározott diafragma merevség

Axis VM végeelem program [P1] felhasználásával elkészítettem a diafragma végeelemes modelljét. (11. ábra)



11. ábra: A burkolat VEM modellje

A diafragma modell két főgerendát, a rajta elhelyezett szelemenbakokat, a szelemeneket, a burkolatot és a szelemenek távtartóit tartalmazza eltérő részletességgel. A modell egyszerűbbé tétele, és a számítási idő csökkentése érdekében, a gerendákat rúdelemként modelleztem. A vizsgált terhelés mellett ennél az elemnél nem kell jelentős belső deformációkra számítani. A szelemenek héj végeelemekből épülnek fel. Rúdként modellezve a gerincnek, a szelemen tengelyére merőleges meggörbülését nem lehetne figyelembe venni, ami jelentősen módosítaná a kapott eredményeket a biztonság kárára. Héjelemek alakváltozásával ez a hatás figyelembe vehető. A trapézlemezeket, a

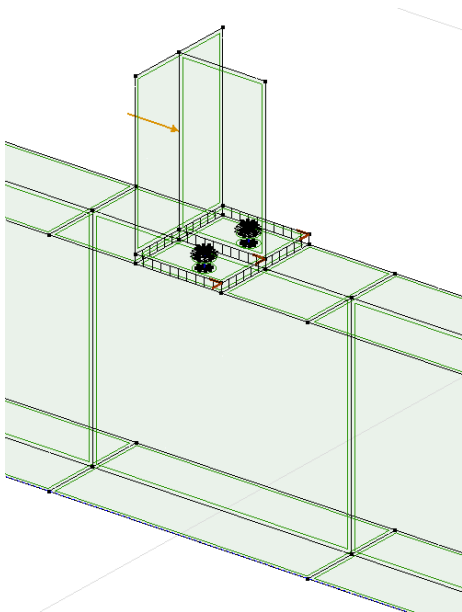
lemezegységek síkjában-, és arra merőlegesen is működő erők miatt szintén héj végelemek felhasználásával modelleztem.

Az első főgerenda két végpontjának elmozdulását "z" és "y" irányban végtelen merev rugalmasságú támaszkomponensek gátolják. A hátsó főgerenda végpontjai elmozdulás ellen mindhárom irányban meg vannak támasztva. Az "x" tengely körüli elfordulást mindkét gerenda végpontjain zérus-közeli merevségű rugóelemekkel támasztottam meg, hogy a modell stabilitását biztosítsam.

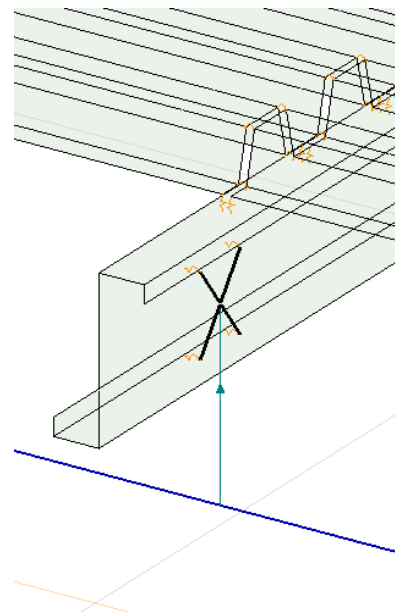
A modellben figyelembe vettem a szerkezeti elemek önsúlyát. Az önsúly mellett egységnyi tengelyirányú erő terheli az első főgerendát. Ennek az erőnek a szelemenbakok, a szelemenek és a burkolat közvetítésével kell eljutnia a hátsó főgerendán elhelyezett tengelyirányú megtámasztásokhoz. Az első gerenda tengelyirányú elmozdulásának felhasználásával számítható a diafragmamerevség.

A szelemenbakok hajlító merevségét külön modellen határoztam meg (12. ábra).

A diafragma modellben a szelemenbakokat pont-pont kapcsolati elemből, rugóelemekből és végtelen merev rúdelemekből összeállított rendszer modellezi (13. ábra).



12. ábra: Bak részletmodell



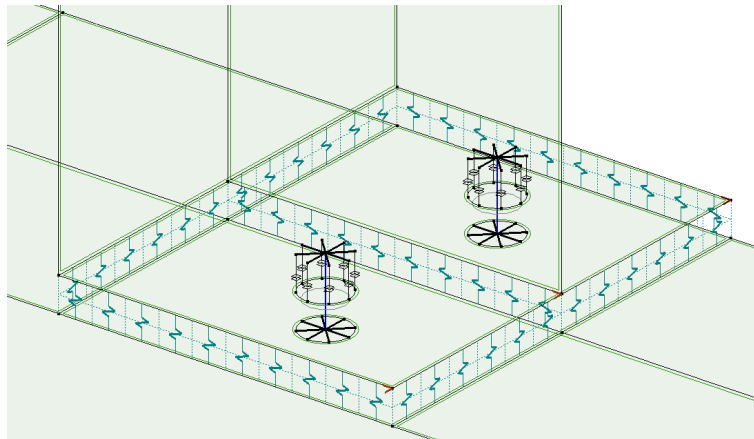
13. ábra: Bak a diafragma modellben

A szelemen-szelemenbak csavarozott kapcsolatát négy rugóelem felhasználásával modelleztem. A szelemen gerincének síkjában fél-merev, a gerinc síkjára merőlegesen merev erőátadást feltételeztem, mert ebben az irányban a csavarok megnyúlása elhanyagolható a szelemen és a bak alakváltozásaihoz képest.

A rugóelemek végtelen merev rúdelemekhez kapcsolódnak. Ezek a végtelen merev elemek a csavarokon keresztül átadott erőket közvetítik a csavarozott kapcsolat középpontjába.

A kapcsolat középpontját a gerenda tengelyével egy pont-pont kapcsolati elem köti össze. A kapcsolati pontot a gerenda - szelemen találkozási pontnál definiáltam. Itt vettem figyelembe a bak részletmodellen meghatározott hajlítási merevségét.

A részletmodell a szelemenbakot és a gerenda egy szakaszát tartalmazza. A gerendaszakasz két végén vonalmenti támaszok helyettesítik a folytatódó gerendát. Minden acéllemez komponenst héjként modelleztem. A bakon és a gerendán, a kapcsolat 30 cm-es környezetében sűrített végeselem hálót alkalmaztam.



14. ábra: Bak részletmodell - bak-gerenda kapcsolat

A bak és a gerenda csavarozott kapcsolattal csatlakozik a vizsgált szerkezet esetében. A kapcsolat modellje a 14. ábrán látható. A csatlakozási élek mentén nemlineáris vonal-vonal kapcsolati elemek biztosítják, hogy a két szerkezeti elem között csak nyomóerő adódhat át. A csavart rúdelemként modelleztem. A gerenda övén kialakított áttörés (furat) széléhez végtelen merev rúdszakaszok kapcsolják a csavar alját. A csavar másik végén az előbbi kialakítást nemlineáris viselkedésű, csak nyomást átadó kontaktelemelekkel egészítettem ki. Ennek felhasználásával a csavart modellező rúdelemben csak húzóerő ébredhet. A vízszintes erők átadása nem biztosított a szerkezeti elemek között. Ennek felvételére vízszintes síkú támaszokat definiáltam a bak alsó lemezének 3 pontján.

A modell terhelése egy egységnyi vízszintes teher a szelemen csavarozott kapcsolatának a súlypontjában elhelyezve.

Az erő nagysága és hatásvonala ismeretében számítható nyomaték, ill. a vízszintes elmozdulás ismeretében meghatározható szögelfordulás felhasználásával, (7) szerint meghatározható a bak elfordulási merevsége (k_{bak}).

$$k_{bak} = \frac{M_{bak}}{\varphi_{bak}} = \frac{0,1}{4 \cdot 10^{-4}} = 250 \frac{kNm}{rad} \quad (7)$$

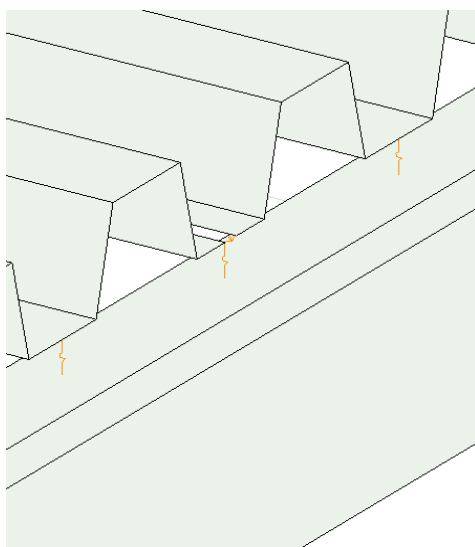
Ahol:

M_{bak} – a bakot terhelő nyomaték [kNm]

φ_{bak} – a bak szögelfordulása [rad]

A csavarokban keletkező húzóerő, és a feltámaszkodó élnél keletkező nyomóerő eredője által alkotott erőpár nyomatéka megegyezik a terhelő erő nyomatékával. Ezt az összefüggést a modell ellenőrzésére használtam fel az alkalmazott szokatlan megoldások miatt.

A diafragma modellben a trapézlemez-szelemen kapcsolatot biztosító önfúró csavarokat függőlegesen elhelyezett rugóelem felhasználásával modelleztem (15. ábra). A rugóelem merevségét tengelyirányban végtelen merevnek feltételeztem. Az erre merőleges irányokban (a trapézlemez síkjában) [8]–ban megadott merevségi értéket vettem fel.



15. ábra Trapézlemez-szelemen kapcsolat

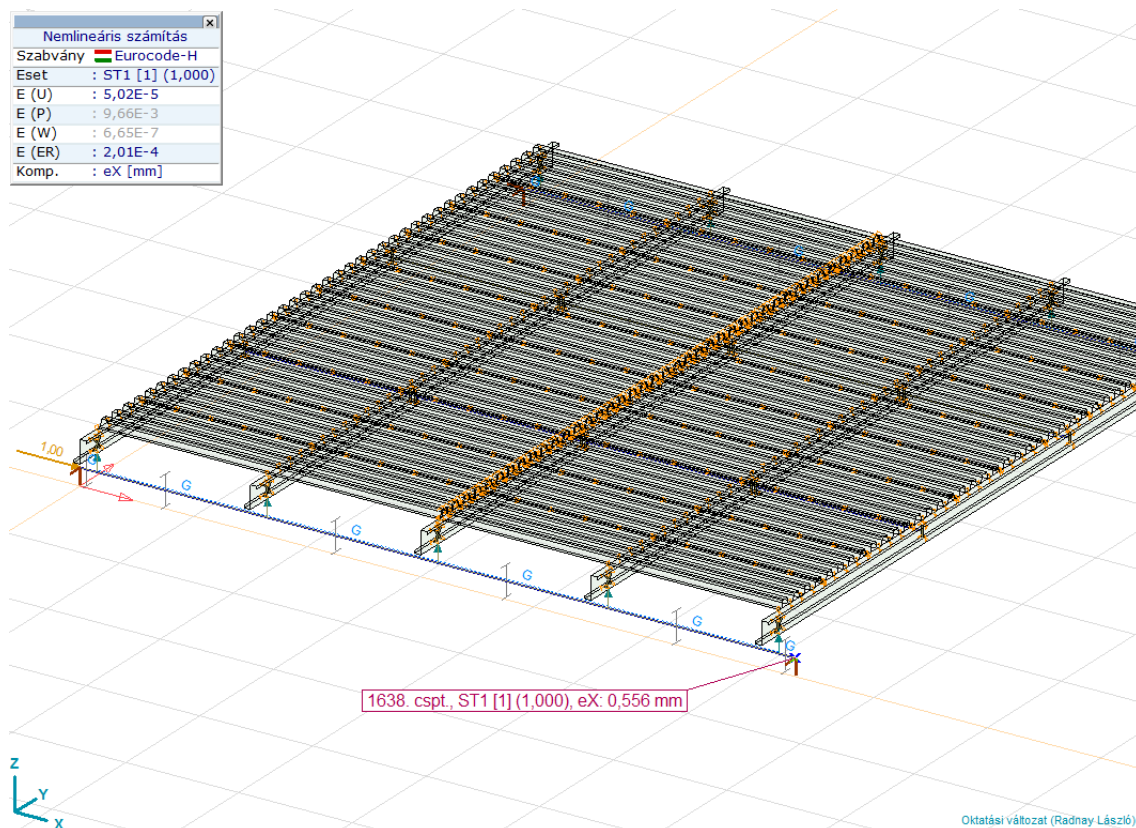
A síkban fellépő terhelő erő minden esetben felbontható az azonos síkban elhelyezett két, egymásra merőlegesen definiált rugó tengelyével párhuzamos komponensre. Amennyiben a rúgók azonos merevségűek, az általuk megtámasztott test eltolódása az erő hatásvonalába fog esni. Az erő és a teljes elmozdulás hányadosa az erő irányától függetlenül, az egyes irányokban elhelyezett rugók merevségével egyenlő.

A szomszédos trapézlemez sávokat egymástól elkülönítve modelleztem. Az őket összefűző popszegecsek merevségi értékét szintén [8] útmutatásai alapján vettem fel.

A diafragmaszakaszon belül a trapézlemezek hosszirányban két elemből állnak össze. A toldásnál a trapézlemezek egymásba csúszását a trapézlemez és a szelemen közti kapcsolat kialakítására alkalmazott önfúró csavarok akadályozzák meg. A trapézlemezek egymásba csúsztatott elhelyezése viszont megakadályozza az előzőre merőleges síkbeli, ill. a fedés síkjára merőleges elmozdulást. Ezt a hatást, ebben a két irányban merev rugóelemek alkalmazásával vettem figyelembe.

Az önfúró csavarok és popszegecsek környezetében a számítás futtatása után ellenőriztem a helyi deformációkat. A rugóelemhez kapcsolódó, és az azzal szomszédos csomópontok elmozdulási értékeit összevetve, azt tapasztaltam, hogy az eltérés maximuma 0,002 mm. A teher vizsgált szintjén tehát a diafragma merevségét nem befolyásolja a trapézlemez csavarok körüli alakváltozása. (Ez a rugómerevségben már figyelembe lett véve.)

Az ismertetett végeelemes modell futtatásának eredménye szerint a két gerenda vízszintes elmozdulásának különbsége 1 kN teher hatására, lineáris analízis esetén 0,554 mm, nemlineáris analízis esetén 0,556 mm (16. ábra). A diafragma modell nem tartalmaz nemlineáris elemeket. A nemlineáris számítás azt veszi figyelembe, hogy a burkolat és a szelemenek önsúlya miatt bekövetkező lehajlás módosíthatja a diafragma merevséget. Az eredmények alapján megállapítottam, hogy ez a hatás elhanyagolható.



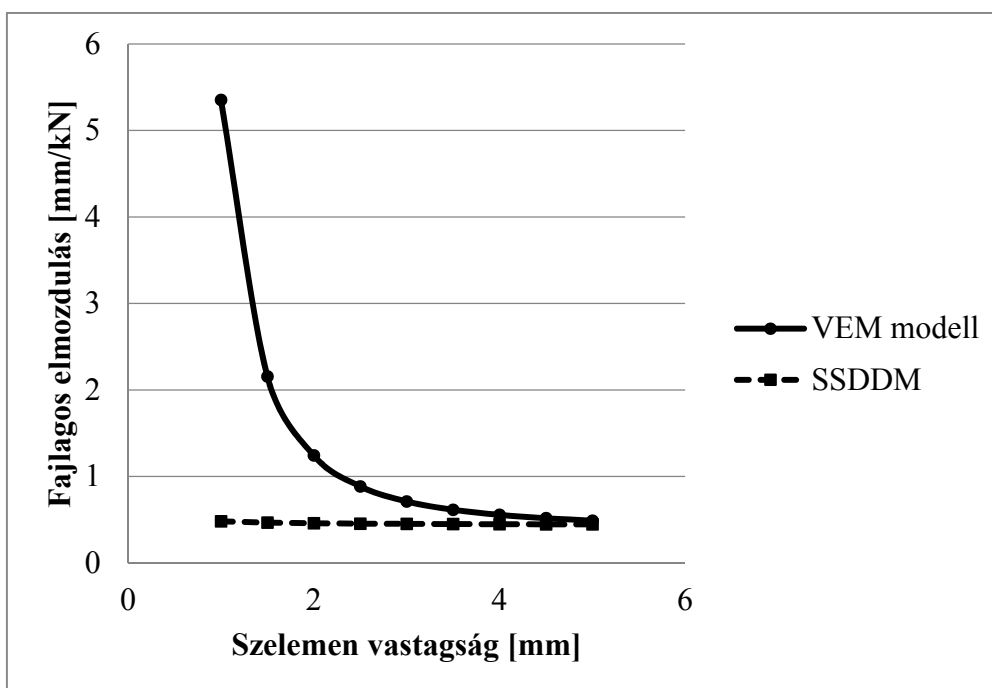
16. ábra: Gerenda tengelyirányú elmozdulása egységteher hatására

A végeelem módszerrel meghatározott (0,566 mm/kN), illetve a "Stressed Skin Diaphragm Design Method" szerint meghatározott (0,448 mm/kN) fajlagos elmozdulási értékek eltérése miatt további vizsgálatokat végeztem. A két számítási módszerben, egyes paramétereket megváltoztatva, a többi változatlanul hagyása mellett, azt tapasztaltam, hogy a szelemen anyagvastagsága befolyásolja leginkább a fenti különbséget.

Vastag falú szelemenek esetében kisebb, vékony falú szelemenek esetében jelentős különbség adódik a két módszer eredményei között. A különböző szelemen vastagságok figyelembevételével elvégzett számítások eredményeit a következőkben foglalom össze (1. táblázat, 17. ábra):

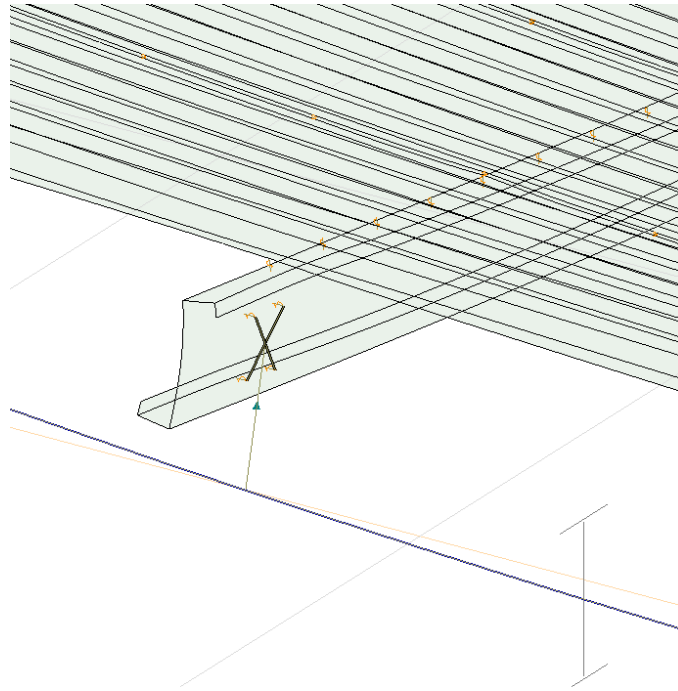
Szelemen vastagság	[mm]	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Fajlagos elmozdulás VEM modell	[mm/kN]	5,354	2,156	1,243	0,885	0,711	0,615	0,556	0,517	0,489
Fajlagos elmozdulás SSDDM	[mm/kN]	0,481	0,466	0,459	0,454	0,452	0,449	0,448	0,446	0,445
Eltérés	[mm/kN]	4,873	1,69	0,784	0,431	0,259	0,166	0,108	0,071	0,044
Eltérés (VEM-hez viszonyítva)	%	91	78	63	49	36	27	19	14	9

1. táblázat: Fajlagos elmozdulás – szelemenvastagság összefüggése



17. ábra: Fajlagos elmozdulás – szelemenvastagság összefüggése

A különbség a szelemenek bak környezetében bekövetkező helyi deformációjára vezethető vissza (18. ábra).



18. ábra Szelemen deformációja a bak közelében

A SSDDM ezt a hatást, vastag szelemenek esetében, a bak merevségével együtt kezeli. Ez magyarázza a bak fajlagos elmozdulására a SSDDM táblázatos adatsorából vett 0,38 mm/kN, és a végeselemes részletmodell segítségével meghatározott 0,04 mm/kN fajlagos elmozdulás közötti nagyságrendi eltérést. A végeselemes részletmodell eredményét kiegészítve a szelemenben keletkező deformációk hatásával, 0,344 mm/kN fajlagos elmozdulást kapunk, ami már összehasonlítható a SSDDM táblázatában megadott értékkel.

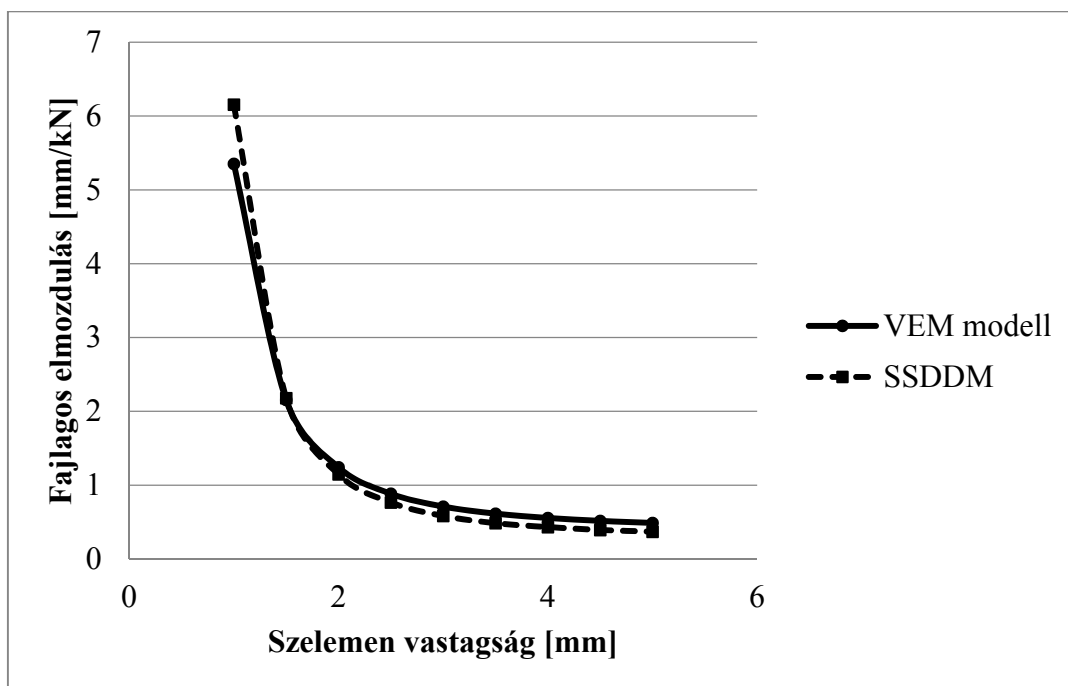
A SSDDM bak fajlagos elmozdulást megadó táblázatos adataiban, a készítésekor általánosan alkalmazott szelemen vastagságokat vették csak figyelembe. A szelemenvastagság csökkenése a táblázatos értéktől jelentősen nagyobb fajlagos elmozdulást okoz. A napjainkban alkalmazott szelemen vastagságok esetén ez hibát eredményez.

A SSDDM esetében – a fent bemutatott eredményeknél (1. táblázat, 17. ábra) - a szelemen vastagságának változása csak a szelemenek hosszirányú alakváltozását figyelembe vevő merevségi komponensben jelenik meg.

A SSDDM szerinti számítás pontosítása érdekében, a "bak fajlagos elmozdulását" – az adott szelemen vastagságokhoz - végeselemes modell alapján közelítően felvéve, a diafragma kétféle számítási módszerrel meghatározott fajlagos elmozdulásának különbsége csökken. A módosított "bak fajlagos elmozdulással" számított eredményeket a következőkben foglalom össze (2. táblázat, 18. ábra):

Szelemen vastagság	[mm]	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Fajlagos elmozdulás VEM model	[mm/kN]	5,354	2,156	1,243	0,885	0,711	0,615	0,556	0,517	0,489
Fajlagos elmozdulás SSDDM	[mm/kN]	6,156	2,18	1,148	0,7664	0,584	0,486	0,433	0,394	0,37
Eltérés	[mm/kN]	-0,802	-0,024	0,095	0,1186	0,127	0,129	0,123	0,123	0,119
Eltérés VEM-hez viszonyítva	%	-15	-1	8	13	18	21	22	24	24
Bak merevség SSDDM	[mm/kN]	14,568	4,68	2,104	1,16	0,712	0,472	0,344	0,248	0,192

2. táblázat: Fajlagos elmozdulás – szelemenvastagság összefüggése (módosított bak merevség)



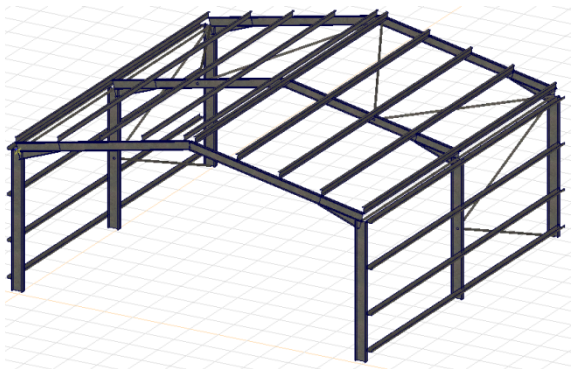
19. ábra Fajlagos elmozdulás – szelemenvastagság összefüggése (módosított bak merevség)

A fentiek miatt fontos vékonyfalú szelemenek esetében a táblázatos érték helyett kísérleti úton, esetleg végeselemes modell felhasználásával meghatározott bak fajlagos elmozdulási értékek alkalmazása.

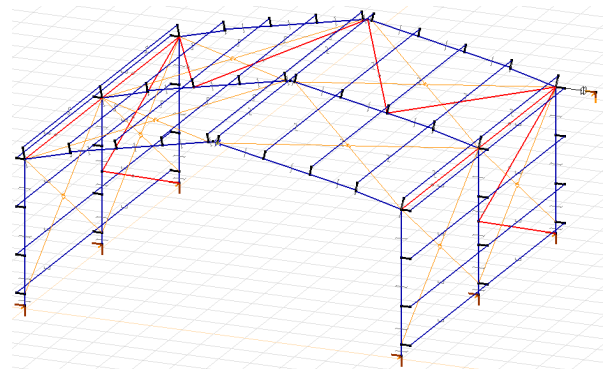
4. A kísérleti elrendezés végeselemes modellezése, részletmodellek bemutatása, eredmények értékelése

4.1 A diafragmamerevségek figyelembevétele

Az előző fejezetekben meghatározott diafragmamerevségek figyelembevételével elkészítettem a 2. fejezetben bemutatott kísérletben vizsgált szerkezet térbeli végeselemes modelljét Axis Vm szoftver felhasználásával [P1]. A modell látványterve a 20. ábrán, tengelyvonalas ábrázolása a 21. ábrán látható. A modell elkészítésekor igyekeztem a program és a szabványok adta lehetőségeket a legjobban kihasználni. A tervezési gyakorlatban elfogadottan alkalmazott egyszerűsítéseket a pontosabb eredmények érdekében nem alkalmaztam.



20. ábra: VEM modell - látványterv



21. ábra: VEM modell – tengelyvonalas ábrázolás

A kiékelt gerendaszakaszt változó keresztmetszetű rúdként modelleztem. A tengelyvonalat a szelvény tengelyéhez illesztve, a tető meredekségétől nagyobb meredekséggel definiáltam. A kiékelt szelvény, és a csatlakozó gerenda szelvény találkozásánál eltér a szelvények tetejének a súlyponti tengelytől mért távolsága. A szintkülönbség kiküszöbölésére "merev test" elemet építtem be. A kiékelt szakaszt belső csomópontok alkalmazásával négy részre osztottam fel, a pontosabb számítás érdekében.

A szelemenek és a főtartók síkjának eltérését szintén "merev test" elemek beépítésével modelleztem.

A burkolatok diafragma hatását a 21. ábrán látható - a diafragma modell, ill. a Stressed Skin Diaphragm Design Method eredménye alapján kalibrált merevségű - rugórendszer modellezi. A rugórendszer a főtartókhoz kapcsolódik. A diafragma külpontosságát a

korábban bemutatott végeselemes modellben figyelembe vettem. A SSDDM alkalmazásának végeredménye is a főtartók síkjára vonatkozó merevségi érték.

A helyettesítő rugórendszer elemeinek merevségét ($k_{\text{rugó}}$) (8) alapján számítottam. A diafragma végeselemes modellje, ill. a SSDDM szerinti számítás eredményeképpen is a főtartó egységnyi teher hatására bekövetkező elmozdulását kaptam meg. (8)-ban a szorzat első tagja a főtartó elem terhelése alapján a rugóelemben ébredő erő, a második tagja pedig az erő hatására keletkező hosszváltozás reciproka.

$$k_{\text{rugó}} = \frac{F \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{b \cdot 2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 + (b + \Delta)^2} - \sqrt{a^2 + b^2}} \quad (8)$$

Ahol:

- a – a keretállások tengelytávolsága [m]
- b – két, egymást keresztező rugó kapcsolódási pontjainak távolsága egy adott gerendán [m]
- F – terhelő erő a diafragmamodellben (1 kN) [kN]
- Δ – a diafragmamodell terhelt főtartó elemének elmozdulása [m]

A rugó megnyúlásának számításakor feltételeztem, hogy a rugók rögzítési pontjai a terhelés hatása alatt is a keretállások távolságának megfelelő távolságban maradnak. Elhanyagoltam ezáltal a főtartók keretsíkra merőleges elmozdulását.

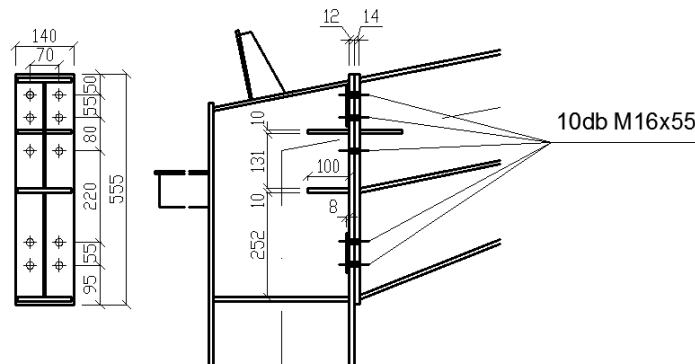
A számítás eredményeit az 3. táblázatban foglaltam össze.

	Tető		Fal	
	VEM	SSDDM	VEM	SSDDM
elmozdulás [mm]	0,556	0,448	0,813	0,663
helyettesítő rugóelem merevsége [kN/m]	1799	2232	1870	2293

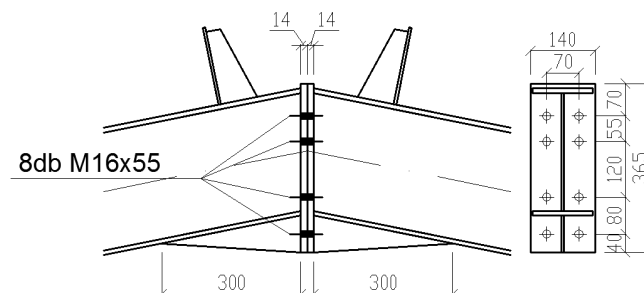
3. táblázat: Alkalmazott rugómerevségek

4.2 Kapcsolati merevségek meghatározása

A diafragma merevsége mellett, a szerkezet viselkedését jelentősen befolyásolja a kapcsolatok merevsége is. A keretsarok- és a taréjcsomópont (22. és 23. ábra) merevségét az MSZ EN 1993-1-8 szabvány szerinti komponens módszer segítségével számítottam. A keretsarok végtelen merevnek tekinthető. A taréjcsomópont fél-merev, merevsége 8300 kNm/rad.

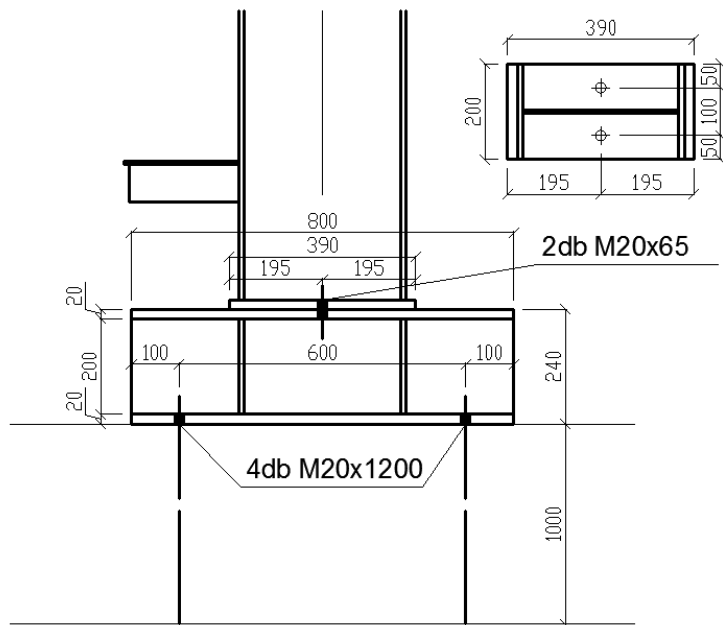


22. ábra: Keretsarok



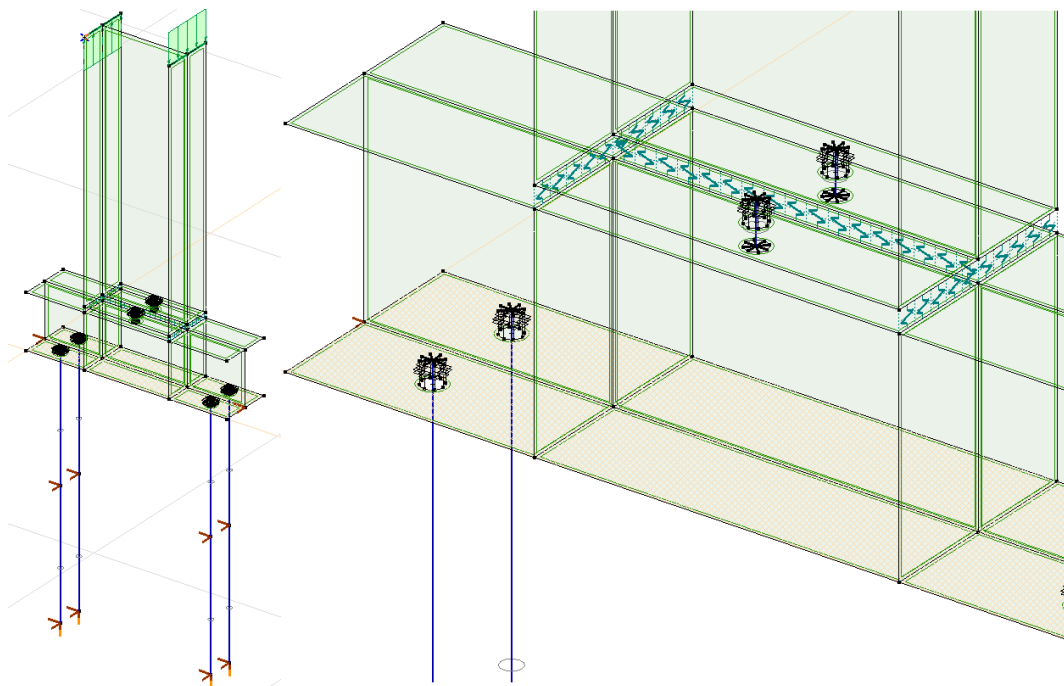
23. ábra: Taréjcsomópont

A talpcsomópontot (24. ábra) - a kísérlet helyszínének adottságai miatt – a szokásos talpcsomópontoktól eltérően alakították ki. A vizsgálatnak helyet adó csarnoképület 1 m vastag vasbeton talplemezében előre kialakított furatok és rögzítési pontok voltak elhelyezve, lehetővé téve változatos vizsgálati elrendezések kialakítását. A vizsgált kísérlet esetén "csuklós" talpcsomópont kialakítása volt a cél. A meglévő rögzítési pontokhoz a 24. ábra szerint egy merev gerendát rögzítettek, majd kialakították ennek a gerendának és a keretszlopnak a "csuklós" kapcsolatát. Az MSZ EN 1993-1-8 szabvány szerint a talpcsomópontok legnagyobb része fél-merevnek minősül, így a kapcsolat merevségének pontos számítása szükséges. A szabvány ilyen kialakítású kapcsolatra nem ad meg számítási módszert, ezért végelelemes részletmodell segítségével határoztam meg a merevségét.



24. ábra: Talpcsomópont

A talpcsomópont modellje (25. ábra) a két csavarozott kapcsolatot, a "talpgerendát" és a keretoszlop egy részét tartalmazza. Minden lemezelemet héjként modelleztem. A furatok környezetében sűrített végeselem hálót alkalmaztam.



25. ábra: Talpcsomópont – VEM modell

A csavarozott kapcsolatok modellezése hasonló a bak-gerenda csavarozott kapcsolatnál bemutatotthoz. A keretoszlop-talpgerenda kapcsolatnál a csatlakozási élek mentén nemlineáris vonal-vonal kapcsolati elemek biztosítják, hogy a két szerkezeti elem között csak nyomóerő adódjon át. A csavart modellező rúdelem esetében a nemlineáris viselkedésű, csak nyomást átadó kontaktelemelek biztosítják, hogy abban csak húzóerő ébredjen.

A talpgerenda és a beton aljzat közti kapcsolat modellezésére csak nyomásra aktív felületi támaszt alkalmaztam. A keretoszlopot keretsíkú nyomatékkaal terhelve az egyik oldalon elhelyezett két darab lehorgonyzó csavarban húzóerő, míg a vele ellentétes oldalon a talpgerenda és a beton között nyomóerő ébred. A támaszmerevség meghatározásánál a betonszerkezetekben a kis felületen átadódó, pontszerű nyomás hatására kialakuló terhelési testet vettem figyelembe. A terhelt felület alatt 45°-os feszültségeloszlást feltételeztem. A feszültségtestet függőleges sávokra osztottam. Meghatároztam a sávok összenyomódását C16/20 –as szilárdsági osztályú betont feltételezve. A részösszenyomódásokat összegezve megkaptam a teljes összenyomódást, ennek reciprokaként pedig a támaszmerevséget. A támaszmerevség függvényében változik a nyomott betonfelület, így egy iterációs folyamat végén jutunk el a tényleges támaszmerevségi értékhez. Eredményként 0,2 m x 0,3 m-es terhelt felület, és $4,1 \times 10^6$ kN/m² felületi támaszmerevségi érték adódott.

A keretoszlop csonkjának tetejét az öveken ellentétes irányú megoszló erőkkel terheltem. A megoszló erők eredőjeként számítható erőpár nyomatéka egységnyi nagyságú. A keretoszlop modellezett hosszát úgy választottam meg, hogy a vizsgált kapcsolat környezetében a feszültségeloszlás egyenletes legyen. A keretoszlop felső pontjára számított vízszintes elmozdulási értéket (e_{tot}) a keretoszlop hajlítási deformációjából számított elmozdulás (e_{oszl}), és a kapcsolat vízszintes eltolódásának (e_{kapcsV}) értékével módosítottam (9).

A vízszintes elmozdulás (e_{φ}) ismeretében (10) szerint meghatározható a kapcsolat fajlagos elfordulása (φ_{tcs}). Ennek ismeretében (11) szerint számítható a kapcsolat merevsége (k_{tcs}).

$$e_{\varphi} = e_{tot} - e_{oszl} - e_{kapcsV} = 0.218 - 0.022 - 0.011 = 0.185mm \quad (9)$$

Ahol:

- e_{tot} – teljes eltolódás a modell tetején [mm]
- e_{oszl} – a keretoszlop szakasz deformációja miatt bekövetkező elmozdulás [mm]
- e_{kapcsV} – a kapcsolat vízszintes elmozdulása [mm]

$$\varphi_{tcs} = \arctg\left(\frac{e_{\varphi}}{h}\right) = \arctg\left(\frac{0.185}{1210}\right) = 1.52 \cdot 10^{-4} \frac{rad}{kNm} \quad (10)$$

Ahol:

h – a modell magassága [mm]

$$k_{tcs} = \frac{1}{\varphi_{tcs}} = \frac{1}{1.52 \cdot 10^{-4}} = 6540 \frac{kNm}{rad} \quad (11)$$

A részletmodell ellenőrzését mindkét kapcsolat síkjában elvégeztem a csavarokban és a nyomott felületeken fellépő erőpárok nyomatékának, és a terhelő erőpár nyomatékának összevetésével.

4.3 Terhelés figyelembevétele

A globális modell terhelése a kísérletben alkalmazott 10 kN nagyságú vízszintes irányú koncentrált erő a keretsarokban. Emellett az önsúlyt is számításba vettem, annak az oldalirányba kimozdult szerkezetre kifejtett másodrendű hatása miatt. A modellezett elemek önsúlyát a program számolja, a burkolat önsúlyát a szelemenekre és a falváz gerendákra működtetett megoszló teher modellezi.

A kísérlet során a különböző merevségű végfalak hatását a 3. keretnél alkalmazott merevítő kábel különböző mértékű megfeszítésével modellezték. A három vizsgált eset:

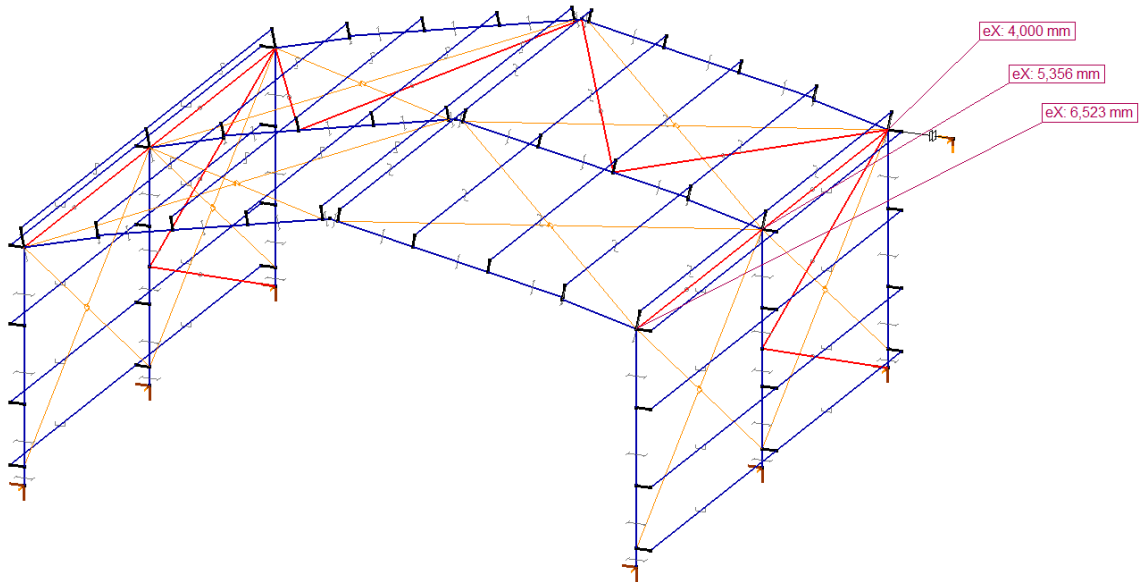
- merevítés nélküli végfal,
- fél-merev végfal (a 3. keret oszlop-gerenda kapcsolatánál elhelyezett referenciapont elmozdulása 4 mm-re beállítva),
- merev végfal (a 3. keret oszlop-gerenda kapcsolatánál elhelyezett referenciapont eredeti helyzetébe visszahúzva).

Az előírt elmozdulási értékeket a végeselemes modellben a 3. keret oszlop-gerenda kapcsolatánál lévő csomópont, és egy 1 m-rel az x tengely irányában elhelyezett támasz között elhelyezett kontaktelelem "kezdeti hézag" paraméterének megadásával biztosítottam.

Az általam vizsgált kísérleti fázisban a szerkezetben képlékeny alakváltozás nem következett be. Így a terhelés sorrendje az elmozdulások mértékére nincs hatással, azonban a modellben alkalmazott nemlineáris elemek, valamint az önsúly másodrendű hatása miatt nemlineáris statikai analízist futtattam.

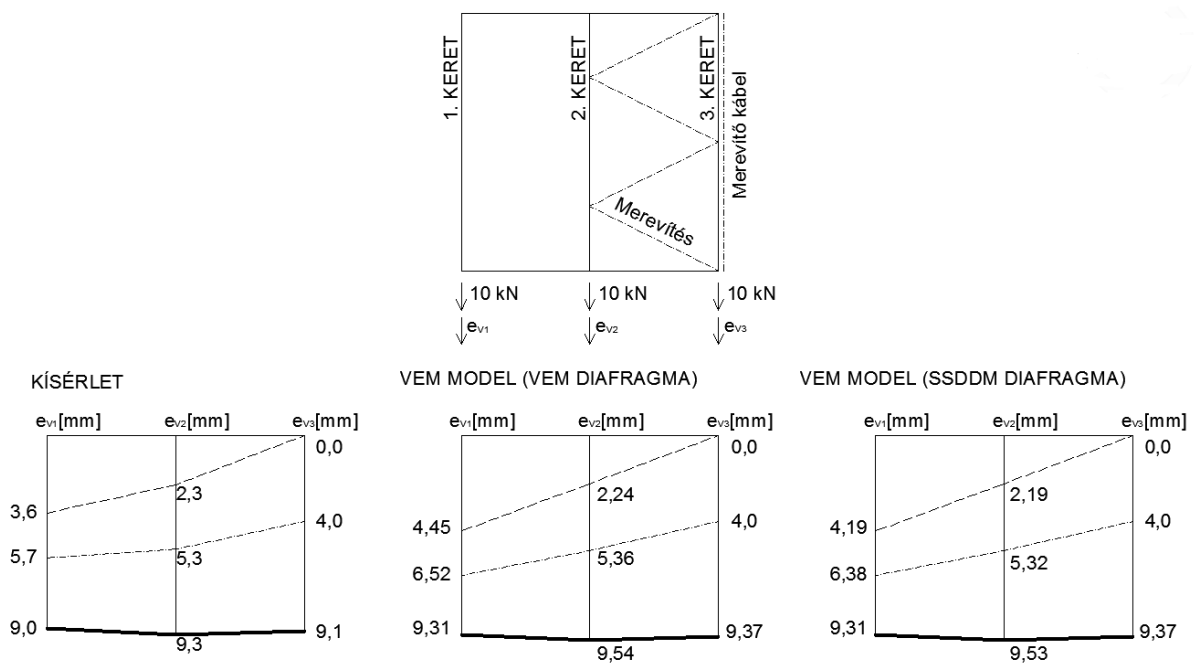
4.4 Eredmények összevetése, megállapítások

A félmerev végfal, és a VEM modellel számított diafragmamerevség figyelembe vételével számított elmozdulások láthatóak az alábbi ábrán. (26. ábra)



26. ábra: VEM modell eredmények: csomóponti elmozdulások

A kétféle módszerrel meghatározott diafragma merevség figyelembe vételével számított eredményeket diagramokon foglaltam össze. (27. ábra)



27. ábra: Számított és mért csomóponti elmozdulások

A kísérleti eredmények, és a végeelemes modell segítségével számított elmozdulások közötti legnagyobb különbség 0,85 mm, ami a számított elmozdulás 19%-a. A számított eredmények a biztonság javára közelítik a mért értékeket.

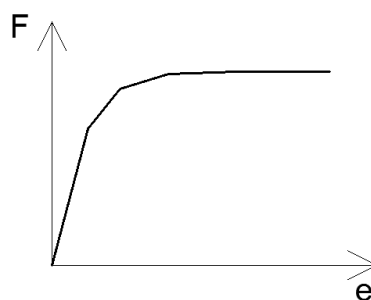
A különbség egy része a valóságos és a modellezett keret merevségi különbsége miatt adódik, ami az első kísérlet eredményei alapján látszik. Ebben a fázisban a diafragma merevségének nincsen szerepe. A mért és a számított elmozdulások különbsége 0,24 mm és 0,31 mm között változik.

A végeelemes diafragrammodell és a "SSDDM" alapján meghatározott diafragrammerevségek hatására bekövetkező elmozdulások maximális különbsége 0,26 mm. A "SSDDM" alapján meghatározott diafragrammerevségeket felhasználó modell jobban közelíti a valóságos diafragma viselkedését. Ennek ellenére a Stressed Skin Diaphragm Design Method alkalmazása ellen szól, hogy a ma szokásosan alkalmazott szelemenvastagságok mellett a biztonság kárára túlbecsüli a diafragma merevséget. A hibát a táblázatos adatok frissítése, bővítése küszöbölne ki.

A végeelemes modell segítségével történő diafragrammerevség meghatározási módszer gyakorlati alkalmazásához kísérleti úton meg kell határozni az önfúró csavaros rögzítések merevségét az alkalmazott anyagminőségek és anyagvastagságok figyelembevételével. Ennek költségei miatt a módszer alkalmazása és a burkolat merevítő hatásának figyelembevétele, típusszerkezetek vagy tipizált burkolati rendszerek esetén gazdaságos.

A fent bemutatott módszerek felhasználásával csak a diafragmák merevségét vizsgáltam. A teherbírás meghatározásához további vizsgálatok szükségesek. A teherbírás meghatározása nem tárgya jelen dolgozatnak.

A bemutatott módszerek segítségével a diafragmák kezdeti merevségét vizsgáltam. Az egyes komponensek különböző terhelés hatására bekövetkező képlékeny tönkremenetele miatt a diafragma erő-elmozdulás diagramja a 28. ábra szerint alakul.



28. ábra: Erő-elmozdulás diagram

5. Másodlagos merevítő rendszerek diafragma hatása, kialakítási lehetőségei és hatékonysága

A burkolat-diafragmák teherelosztásra gyakorolt hatása másodlagos merevítő rendszerek beépítésével is elérhető. A merevítő rendszer a két merev végfali keretre továbbítja a kisebb vízszintes merevségű közbelső keretek terheinek egy részét. A teherátrendeződés mértéke a merevítő rendszer merevségének függvénye.

A kialakított merevítő rendszer párhuzamos övű rácsos tartóként modellezhető. A rácsos tartó egyes csomópontjai által biztosított megtámasztások merevsége a csomópont fajlagos elmozdulásának reciprokaként számítható.

A csomóponti elmozdulások meghatározásához definiálni kell a terhelést is. Az épület gerincére merőleges szélteher esetén a merevítő rendszer terhelése minden közbelső keretnél egyformára vehető fel.

5.1 A rácsos tartó kialakításának hatása a merevségre

A párhuzamos övű rácsos tartó lehajlását (δ) közelítően a kéttámaszú tartók lehajlásának meghatározására alkalmazott képlet (12), és a (13) szerint – szintén közelítően – meghatározott inercia (I) felhasználásával számíthatjuk. Adott terhelés, fesztáv és anyagminőség esetén a tartó inerciája határozza meg a lehajlás értékét. Az inercia meghatározásánál az övek saját tengelyére számított inerciájánál jelentősebb hatása van a Steiner tagnak. A tartó merevségét tehát az övrudak egymástól való távolsága befolyásolja a legnagyobb mértékben.

$$\delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{E \cdot I} \quad (12)$$

Ahol:

- q – egyenletesen megoszló terhelés [kN/m]
- L – fesztáv [m]
- E – a tartó anyagának rugalmassági modulusza [kN/m²]
- I – a rácsos tartó inerciája (13) szerint számítva [m⁴]

$$I \cong I_f + A_f \cdot d_f^2 + I_a + A_a \cdot d_a^2 \quad (13)$$

Ahol:

I_f, I_a – alsó és felső öv inerciája [m⁴]

A_f, A_a – alsó és felső öv keresztmetszeti területe [m²]

d_f, d_a – alsó és felső öv súlypontjának távolsága a tartó súlypontjától [m]

A rácsos tartó lehajlásának pontos értéke – egyéb módszerek mellett - (14) szerint is számítható.

$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{S_{Pi} \cdot S_{Qi} \cdot L_i}{E \cdot A_i} \quad (14)$$

Ahol:

S_{Pi} – az "i"-edik rúdban ébredő erő a tényleges terhelés hatására [kN]

S_{Qi} – az "i"-edik rúdban ébredő erő egység terhelés hatására [kN]

L_i – az "i"-edik rúd hálózati hossza [m]

A_i – az "i"-edik rúd keresztmetszeti területe [m²]

(14) szerint a tartó bármely csomópontjának elmozdulása (δ) meghatározható. A képletben a tényleges terheléséből számított, és a vizsgált csomópontra helyezett egységteherből számított rúderők is szerepelnek. A kisebb igénybevételű szerkezeti elemek merevségre gyakorolt hatása kisebb. A merevítő rendszer elemeinek jellemzőit, és azok merevségre gyakorolt hatását az alábbiakban foglalom össze:

Az övrudakban a tengelyirányú terhelés hatására húzó-, vagy nyomó igénybevétel alakul ki. Ezeket a két tengely körüli azonos kihajlási ellenállásuk miatt négyzet alakú zártszelvényből vagy csőszelvényből célszerű kialakítani. Az övrúdiban fellépő igénybevétel a tartó közepétől a széle felé haladva csökken. A szélső rúdelemek keresztmetszetének csökkentése nincs jelentős hatással a rendszer merevségére.

A "Függőleges" rácsrudak a főtartó keretgerendái. A keretgerendákban a merevítő rendszer terhelésének következtében többlet normálerő keletkezik. Ezt az elsőrendű tartószerkezet méretezésekor figyelembe kell venni. Az ebből származó többletteher tömörgerincű főtartó kialakítás esetén kevésbé, rácsos főtartó kialakítás esetén nagyobb mértékben növeli a kihasználtságot.

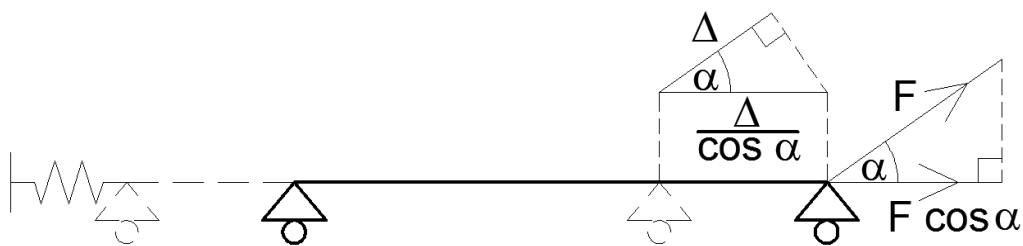
A rácsos tartó ferde rácsrúdjait jellemzően acél körszelvények felhasználásával lehet gazdaságosan kialakítani. A rácsrudakban ébredő erő a középponttól a támaszok (végfali

keretek) felé haladva nő. A körszelvények kis nyomási teherbírása miatt a ferde rácsrudakat csak húzásra aktív elemként lehet figyelembe venni.

5.2 A tető hajlásszögének hatása

A diafragmák merevségét a korábbiakban saját síkjukban határoztam meg. A diafragmák vízszintes elmozdulásokra kifejtett hatásának vizsgálatakor módosított merevséggel kell számolni a síkok eltérése miatt.

A 29. ábra jelölései alapján (15) szerint számítható a diafragma merevsége az erő irányában (K_F), (16) szerint pedig a diafragma síkjában (K_{Diat}).



29. ábra: Erő irányú diafragmamerevség meghatározása

$$K_F = \frac{F}{\Delta} \quad (15)$$

Ahol:

F – terhelő erő [kN]

Δ – erő irányú elmozdulás komponens [m]

$$K_{Diat} = F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\Delta} = \frac{F}{\Delta} \cdot \cos^2 \alpha \quad (16)$$

Ahol:

α – erő és a diafragma által bezárt szög [fok]

Az előző egyenlőségek összevonása és átrendezése után kapott képlet (17) alapján számítható az erő irányú diafragma merevség. Jelen vizsgálatok során a tetősíkú diafragma és a vízszintes erők a tetőhajlásnak megfelelő szöget zárnak be.

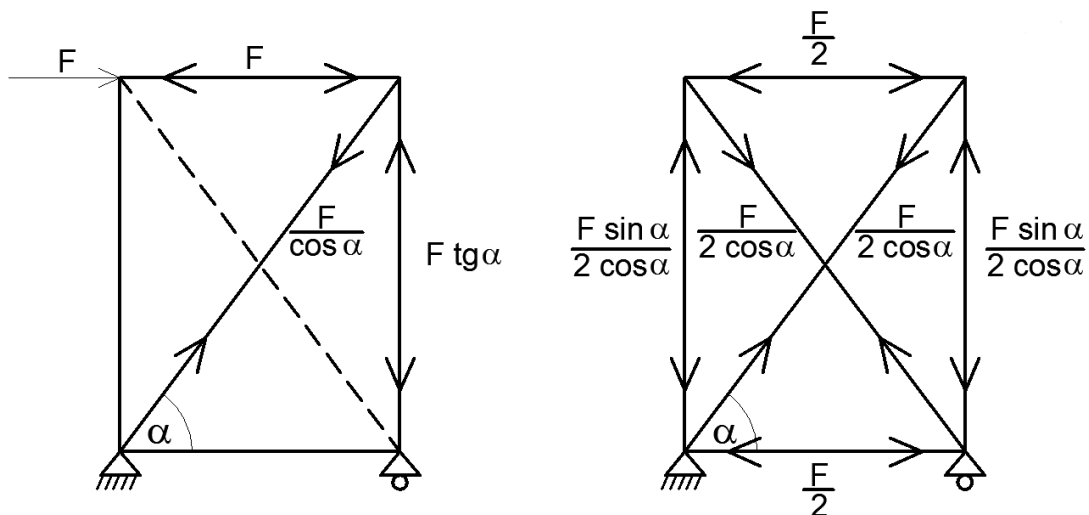
$$K_F = \frac{K_{Diat}}{\cos^2 \alpha} \quad (17)$$

5.3 A feszítés hatása

A csak húzásra figyelembe vett elemeket tartalmazó merevítő rendszerek merevségét hatékonyan lehet fokozni feszítés alkalmazásával. A 30. ábrán a merevítő rendszer egy tetszőlegesen kiválasztott eleme látható.

A vízszintes-, és függőleges rácsrudak merevségét végtelen nagyságúnak feltételezem, ez a valóságban is jelentősen nagyobb a köracélból készült ferde rácsrudak merevségéhez képest.

A vázolt terhelés hatására a bal oldali ábrán látható rúderők keletkeznek. A ferde rácsrudakban $F/2\cos\alpha$ nagyságú előfeszítést alkalmazva, a szerkezet erőjátéka a jobb oldali ábrán látható módon alakul. A feszítetlen esettel megegyező nagyságú külső erőt működtetve a feszített szerkezetre, az erőjáték megegyezik a feszítetlen szerkezet erőjátékával.



30. ábra: Merevítés erőjátéka terhelés, ill. előfeszítés hatására

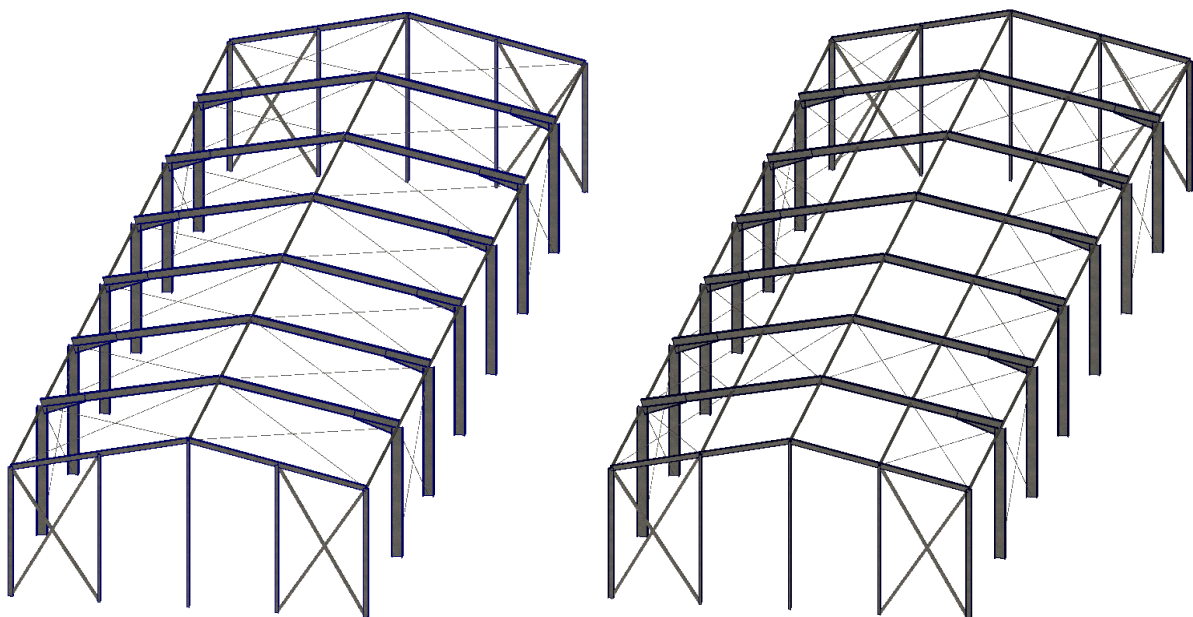
A fentiek alapján a megfelelően tervezett feszítés nem jelent többlet igénybevételt a rendszer egyetlen elemére sem.

Az itt vizsgált idealizált, végtelen merev elemeket tartalmazó modell esetében a maximális elmozdulás a feszítés hatására a felére csökkent. Ezáltal a merevség a kétszeresére nőtt. A valóságban, minél kisebb az itt végtelen merevnek feltételezett elemek merevsége, annál kisebb merevségi növekményt lehet elérni a köracélok megfeszítésével.

5.4 Összehasonlító vizsgálatok

Végeselemes modellek felhasználásával vizsgáltam a tetősíkú diafragmák merevségét különböző kialakítások mellett. A vizsgált modelleket a korábban bemutatott kísérletben alkalmazott keretek felhasználásával építettem fel. A tetősíkú diafragma nélkül kialakított szerkezet kereteinek vízszintes elmozdulásaihoz viszonyítom a különböző tetősíkú diafragmákkal erősített szerkezetek kereteinek elmozdulását. Ötféle diafragma kialakítást vizsgállok:

- A burkolat merevítő hatásának figyelembevétele a végeselemes modell segítségével meghatározott merevség felhasználásával. (Az összehasonlíthatóság kedvéért csak a tetősíkban veszem figyelembe a burkolat hatását.)
- 6 m övrúd távolságú másodlagos merevítő rendszer feszített és feszítés nélküli kialakításban (1. típus).
- 3 m övrúd távolságú másodlagos merevítő rendszer feszített és feszítés nélküli kialakításban (2. típus).



31. ábra: Másodlagos merevítő rendszerek kialakítása

A tetősíkú merevítő rendszer támrúdjai 80x80x4-es zártszelvényből, az andráskeresztek $\phi 20$ köracélból készülnek. Ilyen kialakítás mellett feltételezhető, hogy szokásos terhek hatására nem következik be sem szilárdsági, sem stabilitási tönkremenetel. Kivétel ezalól a nyomott köracél rácsrúd elem. Ennek stabilitási tönkremenetelét a rácsrudak csak húzásra aktív nemlineáris elemként történő definiálásával modelleztem. A fentiek figyelembevételével, jelen vizsgálataim során csak a merevítő rendszer merevségét vizsgálom.

A végfali keret oszlopait és gerendáját IPE 180 – as szelvény alkotja. A kapcsolatokat csuklóként modelleztem. A végfali merevítés nyomásra is aktív rácsrúd. 100x100x4 –es zártszelvényt alkalmaztam. A fellépő nyomóerő hatására nem következik be stabilitási tönkremenetel.

A feszítéses vizsgálathoz akkora feszítőerőt alkalmaztam, hogy a feszítőerő és a külső terhelés hatására minden feszített elembe húzóerő maradjon. Ezáltal biztosított a feszítés segítségével elérhető maximális merevség-növekmény a tetősíkú diafragmában.

Egy adott keret vízszintes elmozdulását befolyásolja a végfali keret merevsége, a diafragma merevsége, a vizsgált keret végfali kerettől mért távolsága, ill. a megtámasztott keretek száma. Ez utóbbi hatás vizsgálatára a 31. ábrán látható csarnokszerkezetek mellett, egy hat keretállásból álló szerkezetet is vizsgáltam.

A számítások eredményét a 4. táblázatban foglaltam össze.

A vizsgált szekezet hossza	m	30			42			
Keret jelölése		1.keret	2.keret	3.keret	1.keret	2.keret	3.keret	4.keret
Nincs merevítés	mm	0,280	9,274	9,274	0,280	9,274	9,274	9,274
	%	100	100	100	100	100	100	100
Burkolat hatása	mm	0,512	4,180	5,628	0,528	4,582	6,547	7,371
	%	182,9	45,1	60,7	188,6	49,4	70,6	79,5
1. típusú merevítés	mm	0,539	3,268	4,471	0,562	3,786	5,588	6,405
	%	192,5	35,2	48,2	200,7	40,8	60,3	69,1
1. típusú merevítés + feszítés	mm	0,561	2,551	3,471	0,611	3,145	4,658	5,368
	%	200,4	27,5	37,4	218,2	33,9	50,2	57,9
2. típusú merevítés	mm	0,481	5,078	6,415	0,476	5,522	6,684	7,814
	%	171,8	54,8	69,2	170,0	59,5	72,1	84,3
2. típusú merevítés + feszítés	mm	0,525	4,315	5,636	0,543	4,754	5,742	6,759
	%	187,5	46,5	60,8	193,9	51,3	61,9	72,9

4. táblázat: Keretsarok elmozdulások

A merevítés nélküli eset referenciaként szolgál a merevítések hatékonyságának vizsgálatánál. Ebben az esetben minden keret önállóan viseli az egyik keretsarokban elhelyezett 10 kN nagyságú koncentrált erőt. A közbenső kereteknek ebben az esetben egyforma a vízszintes elmozdulása.

Az végfali keretek elmozdulása az összes merevített esetben nőtt a diafragmák által erre a keretre közvetített terhek miatt.

A végfali keretektől távolodva egyre kisebb csökkenés tapasztalható a vízszintes elmozdulásokban.

Egy adott merevítési kialakítás esetében, a rövidebb és a hosszabb csarnok második és harmadik keretének elmozdulásait összevetve megállapítható, hogy a hosszabb csarnokszerkezet esetén ugyanaz a merevítő rendszer kevésbé hatékonyan csökkenti a vízszintes elmozdulásokat, mint egy rövidebb csarnoknál.

A feszítés alkalmazásakor, a merevítésben bekövetkező merevség-növekmény hatására az elmozdulások mintegy 10%-kal nagyobb csökkenése tapasztalható mindkét vizsgált elrendezés összes közbenső kereténél.

Amennyiben lehetőség van a merevítő rendszer szerkezeti magasságának növelésére, az minden esetben gazdaságosabb megoldást eredményez. Ha erre nincs lehetőség, akkor a keresztmetszeti méretek növelése is gazdaságosabb megoldást biztosíthat, hiszen a feszítés speciális merevítés bekötéseket és különleges technológiát igényel.

A burkolat merevítő hatásának figyelembevételével számított elmozdulási értékek a kétféle, feszítés nélküli merevítő rendszer figyelembevételével számított elmozdulási értékek között vannak.

A tervezői gyakorlatban mégis a másodlagos merevítő rendszer beépítésével kialakított tetősíki diafragmák terjedhetnek el következő előnyeik alapján:

- Napjaink építőipari gyakorlatában jelentősen kisebb anyagvastagságú szelemenek és burkolatok kerülnek felhasználásra, mint a vizsgált esetben. Ez jelentősen rontja a burkolat – diafragma hatékonyságát.
- A másodlagos merevítő rendszer beépítésével kialakított diafragmák merevségének számítása sokkal kevesebb bizonytalanságot tartalmaz, mint a burkolatok által biztosított diafragmák merevségének meghatározása.
- A másodlagos merevítő rendszer kialakítása relatíve kis beépítendő acélmennyiséget jelent.

6. A tetősíkú diafragmák keretekre kifejtett hatásai

Az acél keretek együttdolgoztatásának eredményeként, az eddigi vizsgálatok szerint, az egyes keretek merevségeitől függően, megtámasztó és megtámasztott keretek alakulnak ki. A tetősíkú diafragma által megtámasztott keretek síkban történő vizsgálatánál a diafragma modellezhető a keretsarokban kialakított támaszként. A támasz merevsége függ:

- a megtámasztó keretek merevségétől,
- a diafragma merevségétől,
- a vizsgált keret szerkezeten belüli helyzetétől,
- a tető hajlásszögétől.

A vizsgált szerkezeti kialakítások és diafragmák esetére a terhelt csomópontban kialakított fiktív támaszok merevsége a 5. táblázatban látható.

A vizsgált szekezet hossza		m	30		42		
Keret jelölése			2.keret	3.keret	2.keret	3.keret	4.keret
Önálló keret	elmozdulás	mm	9,274	9,274	9,274	9,274	9,274
	keret merevség	kN/m	1078	1078	1078	1078	1078
Burkolat hatása	elmozdulás	mm	4,180	5,628	4,582	6,547	7,371
	támasz merevség	kN/m	1314	699	1104	449	278
1. típusú merevítés	elmozdulás	mm	3,268	4,471	3,786	5,588	6,405
	támasz merevség	kN/m	1982	1158	1563	711	483
1. típusú merevítés + feszítés	elmozdulás	mm	2,551	3,471	3,145	4,658	5,368
	támasz merevség	kN/m	2842	1803	2101	1069	785
2. típusú merevítés	elmozdulás	mm	5,078	6,415	5,522	6,684	7,814
	támasz merevség	kN/m	891	481	733	418	201
2. típusú merevítés + feszítés	elmozdulás	mm	4,315	5,636	4,754	5,742	6,759
	támasz merevség	kN/m	1239	696	1025	663	401

5. táblázat: Fiktív támaszok merevsége

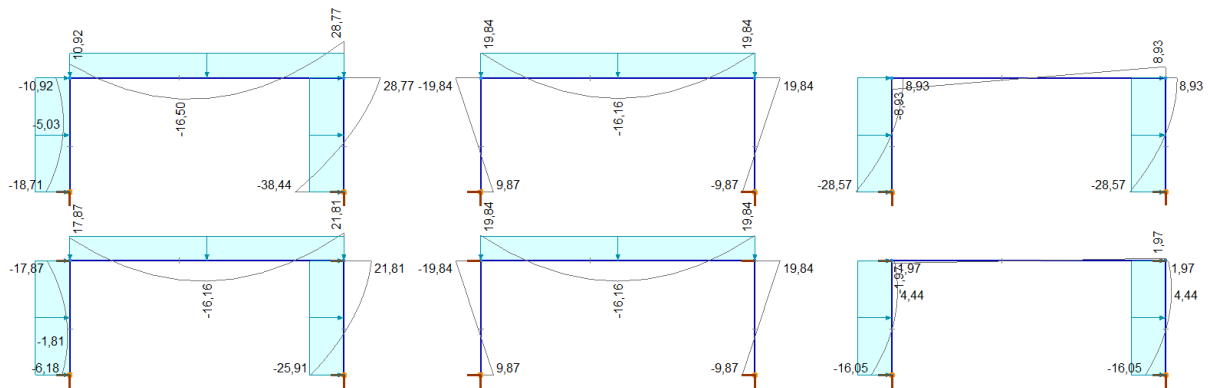
A támasz merevségének értéke egy adott keretnek a tetősíkú diafragmával kialakított szerkezetben számítható merevségének és önálló keretként számított merevségének a különbsége. A diafragma hatékonysága tehát a keret vízszintes merevségének is függvénye. A keretet és a fiktív támaszt párhuzamosan kapcsolt rugóként modellezhetjük.

A diafragma hatását egzaktul a diafragma síkjával megegyező irányú támasz figyelembevételével lehet modellezni. Kis dőlésszögű tetők esetében azonban a vízszintes támasz alkalmazása is megfelelő közelítést jelent.

A megtámasztásnak köszönhetően a megtámasztott keretek esetében:

- csökkennek a vízszintes elmozdulások,
- csökkennek a mértékadó nyomatékok a keretsarokban és a talpcsomópontnál,
- nő a keretoszlopok teherbírása.

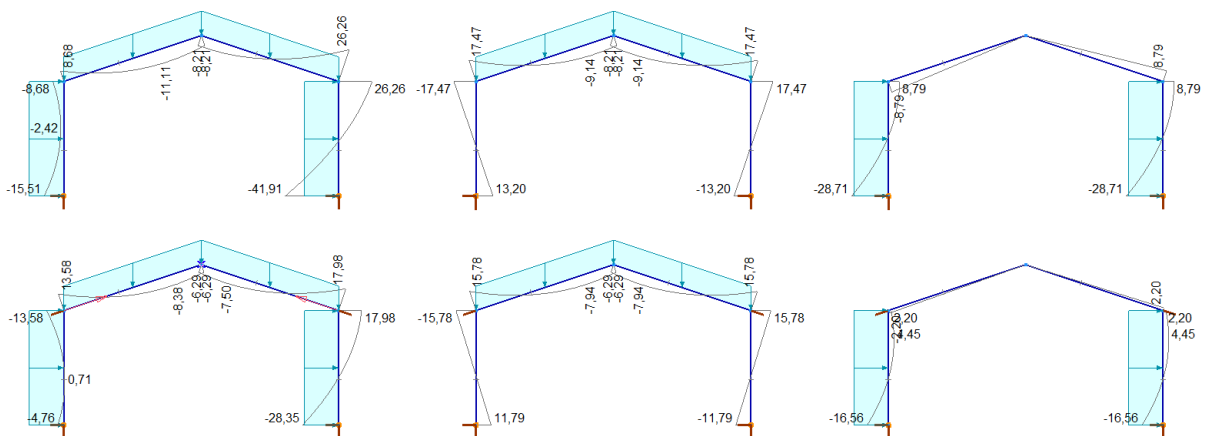
Az eddigiekben az elmozdulások csökkenését mutattam ki. Ezzel összefüggésben, a keretsarkokban elhelyezett támasz hatására csökkennek a keret mértékadó igénybevételei is. A 32. ábrán a keret terhelését függőleges és vízszintes terhekre szétbontva mutatom be a nyomatéki ábrák alakulását- a felső sorban a gerendasíkból elhelyezett támaszok nélkül, az alsó sorban keretsarkokban támasz alkalmazásával.



32. ábra: Nyomatéki ábrák – vízszintes síkú diafragma

Vízszintes gerenda alkalmazásakor kizárólag a vízszintes terhek hatására keletkező igénybevételek csökkennek.

Vízszintestől eltérő síkú gerenda alkalmazása esetén (33. ábra) a gerendák meredekségének növelésével, a függőleges terhek hatására keletkező igénybevételek is csökkennek kis mértékben, miközben a diafragma hatékonysága a vízszintes terhekből származó igénybevételek átvitelében romlik.



33. ábra: Nyomatéki ábrák – vízszintestől eltérő síkú diafragma

A vízszintes elmozdulások -, és az igénybevételek csökkenése tulajdonképpen a diafragma - hatás következtében kialakult teherátrendezésnek köszönhető. A harmadik esetben teherbírás növekményről van szó. Ennek hatása a kihasználtságra egyszintes keretek esetében kisebb, mint a terhelés csökkenésének hatása, de a jelenség vizsgálata és

megértése mindenképp szükséges a tetősíkú diafragmákat tartalmazó tartószerkezetek tervezéséhez.

A továbbiakban a keretoszlopok teherbírásának növekedésével foglalkozom. Egyszerű kereteket vizsgálok azzal a feltételezéssel, hogy a keret megtámasztási viszonyai olyanok, hogy a keretsíkra merőlegesen nem következhet be kihajlás.

A vizsgálatokat egy 12 m fesztávú, 5 m ereszmagasságú portálkereten kezdem. Kiindulásként feltételezem, hogy a talpcsomópont csuklós, vagy befogott kialakítású lehet. Az oszlop-gerenda kapcsolat merevségét végtelen nagyra veszem fel. A keretoszlop szelvénye IPE 240. A keretgerenda szelvényét nem definiálom, keresztmetszeti adatait úgy veszem fel, hogy az oszlop és a gerenda fajlagos merevségének aránya egy adott, kijelölt értéknek megfelelő legyen.

A mindkét végén csuklós megtámasztású keretoszlop erős tengely körüli kihajlását okozó kritikus erő (18) szerint számítható. Ez a keretoszlop Euler ereje (P_E).

$$P_E = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_C}{H^2} = \frac{3,14^2 \cdot 210000000 \cdot 3,892 \cdot 10^{-5}}{4^2} = 3226,65 \text{ kN} \quad (18)$$

Ahol:

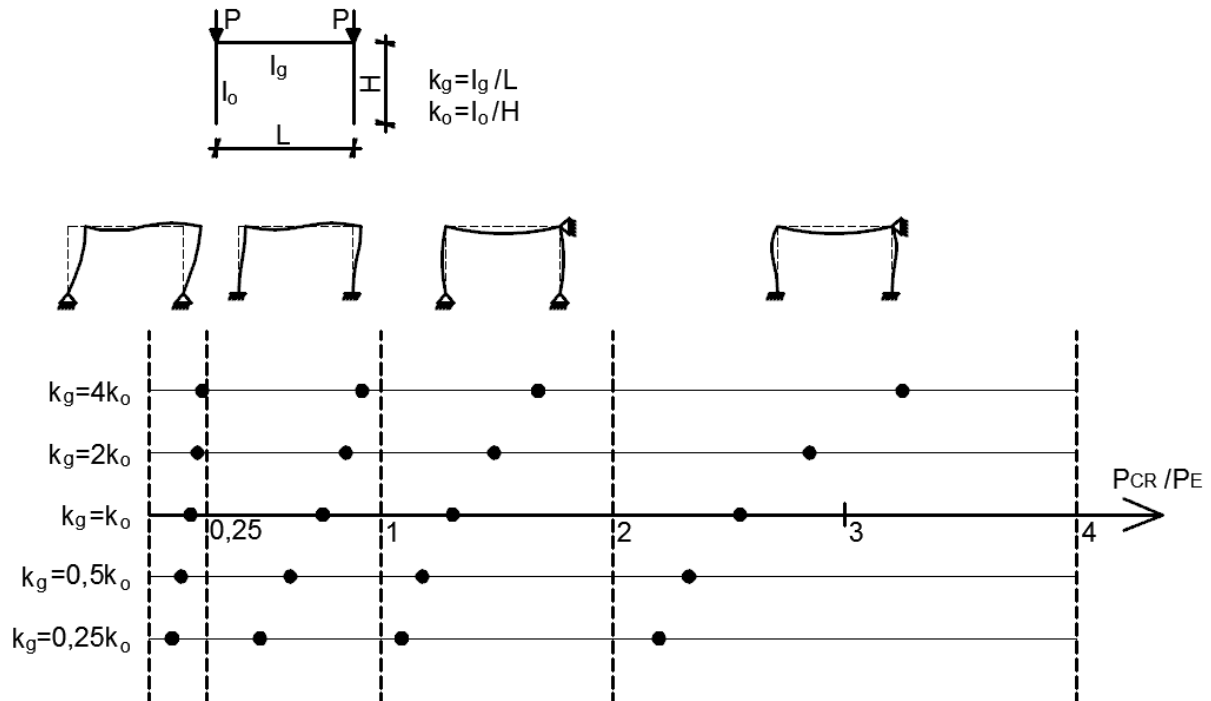
- E – a rugalmassági modulus [kN/m²]
- I_C – a keretoszlop inercianyomatéka [m⁴]
- H – a keretoszlop magassága [m]

Ötféle fajlagos merevségi arány esetében meghatároztam a vizsgált keret stabilitási tönkremenetelét okozó kritikus erő értékét, ill. a kritikus erő és az Euler erő hányadosát. Az eredményeket a 6. táblázatban foglaltam össze.

Kg/Ko		csuklós - kilengő	befogott - kilengő	csuklós - nemkilengő	befogott - nemkilengő
4	Pcr [kN]	743	2974	5407	10491
	Pcr/PE	0,23	0,92	1,68	3,25
2	Pcr [kN]	688	2757	4794	9291
	Pcr/PE	0,21	0,85	1,49	2,88
1	Pcr [kN]	595	2412	4216	8238
	Pcr/PE	0,18	0,75	1,31	2,55
0,5	Pcr [kN]	465	1971	3793	7514
	Pcr/PE	0,14	0,61	1,18	2,33
0,25	Pcr [kN]	319	1546	3531	7085
	Pcr/PE	0,10	0,48	1,09	2,20

6. táblázat: Kritikus erők

A keretoszlopok teherbírását befolyásoló tényezők együttes hatását szemlélteti az 34. ábra. A kritikus erő és az Euler erő hányadosa látható a vízszintes tengelyen. Ennek a hányadosnak a felhasználásával (19) szerint számítható a keretoszlop kihajlási tényezője (ν). [2]



34. ábra: Keretek kritikus ereje

$$\nu = \sqrt{\frac{P_E}{P_{CR}}} \quad (19)$$

Ahol:

- P_E – Euler erő
- P_{CR} – a keret stabilitási tönkremenetelét okozó erő

A keretek kritikus teherbírását meghatározó tényezők, a befolyásoló hatások sorrendjében a következők [2]:

- Elsődleges: a keret felső csomópontjainak megtámasztási viszonya (kilengő vagy nem kilengő keret).
- Másodlagos: a talpcsomópont kialakításának jellege.
- Harmadlagos: a gerenda relatív merevségének, és a keretoszlop relatív merevségének az aránya.

Az oszlop-gerenda kapcsolat merevségének szintén hatása van a kritikus teherbírásra, azonban ez a gerenda relatív merevségének csökkentésével is figyelembe vehető, így a harmadlagos hatás részeként kezelhető.

Dolgozatom célja a fenti tényezők egymásra hatásának vizsgálata részleges merevségű támaszok és kapcsolatok figyelembevételével.

7. A diafragma merevségének hatása a keretoszlopok kritikus erejére

A 34. ábrán bemutatott eredmények számításakor keretsarokban megtámasztás nélküli, ill. végtelen merev támasszal ellátott kereteket vizsgáltam. A tető diafragma megtámasztó hatása azonban nem tekinthető végtelen merev támasznak. A keretet a keretsarokban megtámasztó támasz merevségének függvényében, a kritikus erő értékét merev talpcsomópont esetére az 7. táblázatban és a 35. ábrán, csuklós talpcsomópont esetére 8. táblázatban és a 36. ábrán adtam meg.

12 m fesztávú, 5 m ereszmagasságú portálkeretet vizsgálok. A keretoszlop szelvénye IPE 240. A keretgerenda keretoszlophoz viszonyított relatív merevségét 0,5; 1; és 2 értékűre vettem fel. Az oszlop-gerenda kapcsolat merevsége végtelen nagy.

A számítás eredményei azt mutatják, hogy a diafragma megtámasztó hatását modellező vízszintes támasz kis merevségi értékei esetén, a keretoszlop kritikus ereje egy bizonyos pontig monoton emelkedik, egy jellemző merevségi érték felett viszont konstans. Ezt a merevségi értéket a kritikus merevségnek neveztük el.

A diagramok a biztonság javára jól közelíthetők két egyenes segítségével. Az első szakasz meredeksége a megtámasztás nélküli-, ill. a végtelen merev támasszal ellátott keret kritikus erejének, valamint a kritikus merevség értékének ismeretében számítható.

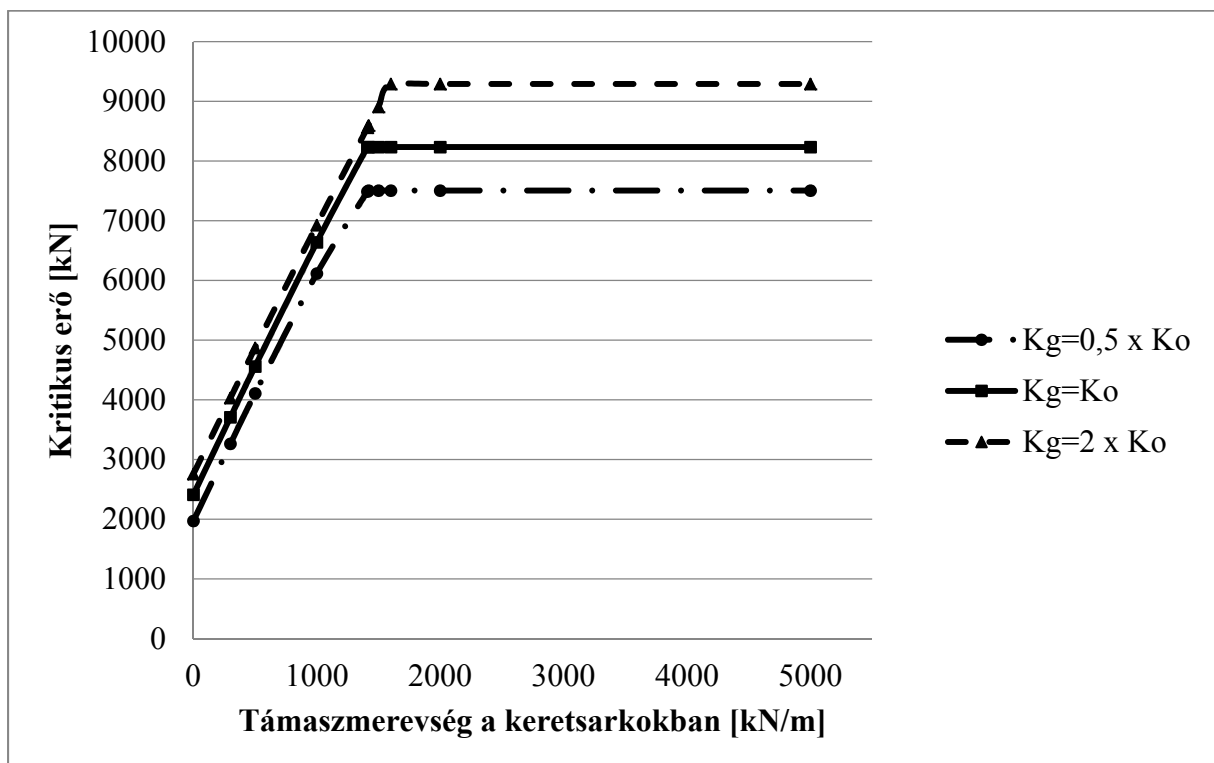
A kritikus merevségtől kisebb merevségi értékű megtámasztások mellett a keret kilengő-, attól nagyobb merevségű támaszok esetében, nem-kilengő tönkremenetele következik be.

Korábban bemutattam, hogy a tetősíkú diafragmák megtámasztó hatása keretenként eltérő. A 5. táblázatban megadott tetősíkú diafragma által biztosított támaszmerevségek 100 kN/m és 1400 kN/m érték között változtak (mindkét keretsarokra támaszt feltételezve). A jelen fejezetben vizsgált keret kritikus merevségi értéke befogott talpcsomópont esetében 1400 kN/m és 1600 kN/m értékek között változott a relatív merevségek függvényében. Csuklós talpcsomópont esetében pedig 850 kN/m és 1350 kN/m közötti értékeket kaptam.

Ezek szerint, mivel a támaszmerevségek a kritikus merevség értéke alatt vannak, a csarnokszerkezet egyes kereteinek kritikus ereje a megtámasztó végfal felől távolodva egyre csökken.

Támaszmerevség	Pillér kritikus ereje		
	$K_g = 0,5 \times K_o$	$K_g = K_o$	$K_g = 2 \times K_o$
0	1971	2412	2757
300	3264	3708	4031
500	4109	4560	4870
1000	6116	6640	6927
1410	7489	8236	8558
1420	7506	8236	8597
1500	7506	8236	8908
1600	7506	8236	9291
2000	7506	8236	9291
5000	7506	8236	9291

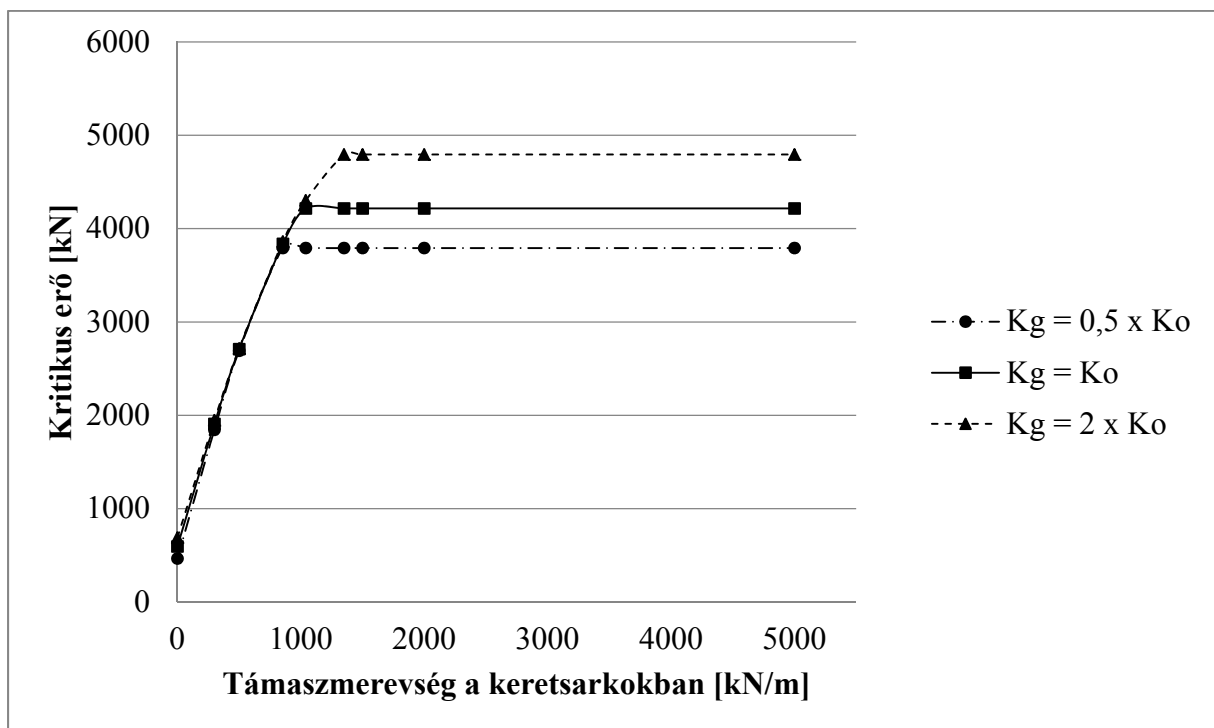
7. táblázat: Kritikus erő – támaszmerevség összefüggés befogott talp csp.



35. ábra: Keretek kritikus ereje a támaszmerevség függvényében – befogott talp csp.

Támaszmerevség	Pillér kritikus ereje		
	$K_g = 0,5 \times K_o$	$K_g = K_o$	$K_g = 2 \times K_o$
0	465	595	688
300	1845	1907	1945
500	2692	2708	2716
855	3792	3837	3861
1040	3792	4216	4301
1350	3792	4216	4794
1500	3792	4216	4794
2000	3792	4216	4794
5000	3792	4216	4794

8. táblázat: Kritikus erő – támaszmerevség összefüggés csuklós talp csp.

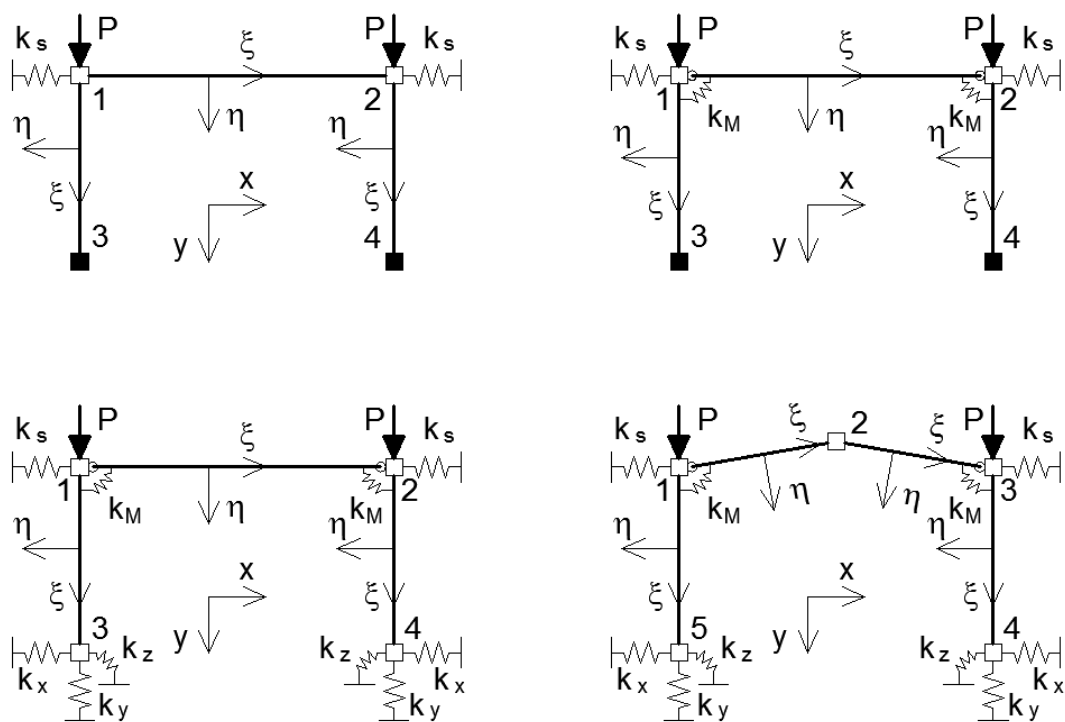


36. ábra: Keretek kritikus ereje a támaszmerevség függvényében – csuklós talp csp.

A jelenség további vizsgálatához, a keretek kritikus terhének meghatározására mátrix-elmozdulásmódszeren alapuló programot írtam Smath matematikai program [P2.] felhasználásával. A 37. ábrán bemutatott szerkezetekkel foglalkoztam:

- Végtelen merev befogás, vagy ideális csuklós kapcsolat a talpcsomóponton, merev oszlop-gerenda kapcsolat.
- Végtelen merev befogás, vagy ideális csuklós kapcsolat a talpcsomóponton, tetszőleges merevségű oszlop-gerenda kapcsolat.
- Tetszőleges merevségű talpcsomópont, tetszőleges merevségű oszlop-gerenda kapcsolat.
- Tetszőleges merevségű talpcsomópont, tetszőleges merevségű oszlop-gerenda kapcsolat, vízszintestől eltérő hajlásszögű gerenda.

Az egyes szerkezeti kialakításokhoz tartozó merevségi mátrix mérete és bonyolultsága minden egyes szinttel nő.



37. ábra: vizsgált szerkezeti kialakítások

A szerkezet csomópontjainak elmozdulásait és elfordulását a mátrix-elmozdulás módszer alkalmazásakor (20) megoldásával kapjuk.

$$\underline{K} \cdot \underline{v} = \underline{q} \quad (20)$$

Ahol:

K	–	merevségi mátrix
v	–	elmozdulás vektor
q	–	tehervektor

A fenti egyenlet abban az esetben oldható meg egyértelműen, ha a K mátrix invertálható, vagyis a determinánsa zérustól eltérő. Amennyiben a determináns értéke zérus, az stabilitási problémát jelent.

Egy adott szerkezet merevségi mátrixa, a stabilitási függvényekből számított együtthatók következtében, a terhelő erő nagyságának függvényében változik. A keretoszlopok merevségi mátrixába beépítettem a stabilitásfüggvényeket, így az ennek felhasználásával kialakított szerkezeti merevségi mátrix a stabilitási problémák kezelésére alkalmassá vált.

A stabilitásfüggvények számításához szükséges ρ , κ és α változókat (21),(22) és (23) alapján határozhatjuk meg.

$$\rho = \frac{P}{P_E} \quad (21)$$

Ahol:

P	–	terhelő erő
P_E	–	Euler erő

$$\kappa = \sqrt{\frac{P}{E \cdot I}} \quad (22)$$

Ahol:

E	–	rugalmassági modulusz
I	–	inercia (jelen vizsgálatok során erős tengely körüli kihajláshoz tartozó)

$$\alpha = \frac{\kappa \cdot L}{2} \quad (23)$$

Ahol:

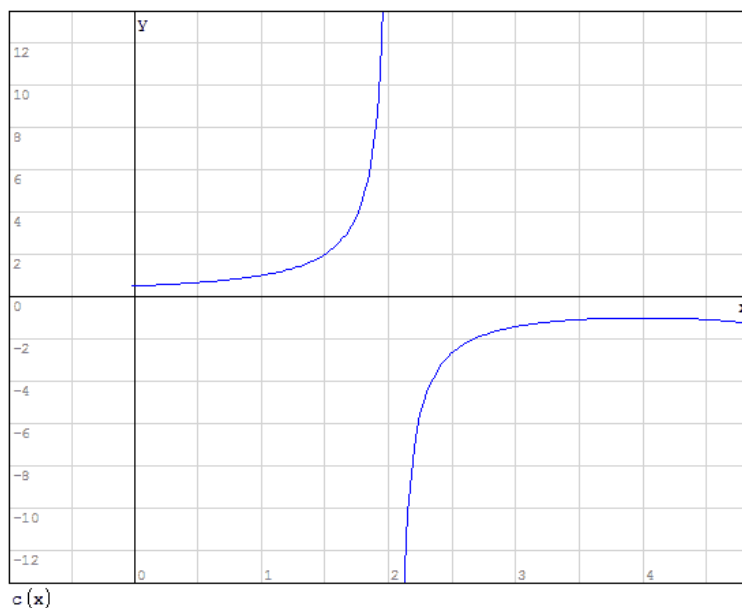
L	–	szerkezeti elem hossza
-----	---	------------------------

A c átviteli-, és az s merevségi stabilitási függvény a nyomóerővel, és egyik végén csomóponti elfordulással terhelt, mindkét végén befogott rúdelem differenciálegyenletének megoldásával határozható meg. Az m stabilitásfüggvény a nyomóerővel, és egyik végén a rúd tengelyére merőleges csomóponti eltolódással terhelt, mindkét végén befogott rúdelem differenciálegyenletének megoldásából adódik. Az s'' meghatározásához pedig az egyik végén befogott, másik végén csuklós rúdelemet kell vizsgálni.

A következőkben a stabilitásfüggvényeket (24)(25)(26)(27) adom meg [2] alapján, illetve azoknak P/P_E függvényében számított értékeit mutatom be a 38.; 39.; 40. és 41. ábrákon.

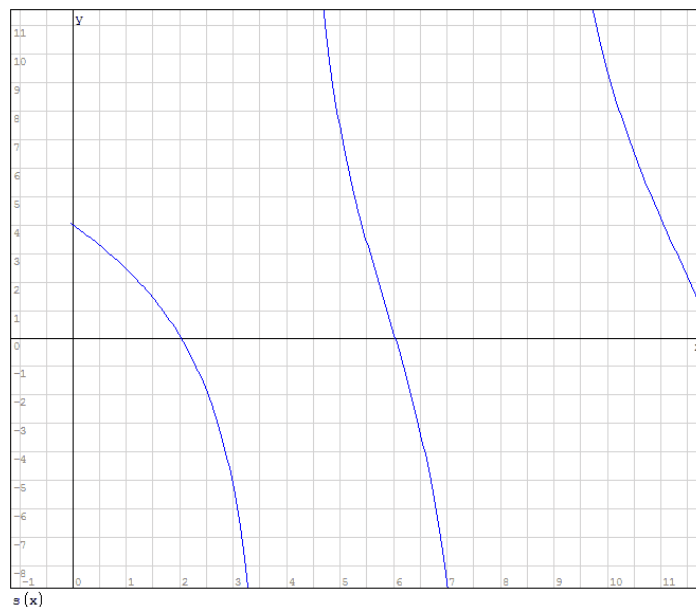
A stabilitásfüggvények itt megadott alakjait alkalmazva bizonyos teherértékek esetében zérus osztó és végtelen érték adódhat. A stabilitásfüggvényeket ezért szokás stabilitási polinomokkal közelíteni. Ez utóbbi megoldás némileg megbonyolítja a számítást, ezért dolgozatomban a polinomokkal történő közelítést nem alkalmaztam. Amennyiben a későbbiekben bemutatásra kerülő programok futását az itt leírt probléma megszakítja (amire az eddigi futtatások során nem volt példa), abban az esetben a kezdeti teherérték minimális módosításával a hibajelenség elkerülhető. Kétségtelen azonban, hogy kereskedelmi forgalomban megjelenő programok esetében ez nem megoldás, így ott a polinomok alkalmazásának van létjogosultsága.

$$c(P, E, L, I) = \frac{2 \cdot \alpha - \sin(2 \cdot \alpha)}{\sin(2 \cdot \alpha) - 2 \cdot \alpha \cdot \cos(2 \cdot \alpha)} \quad (24)$$



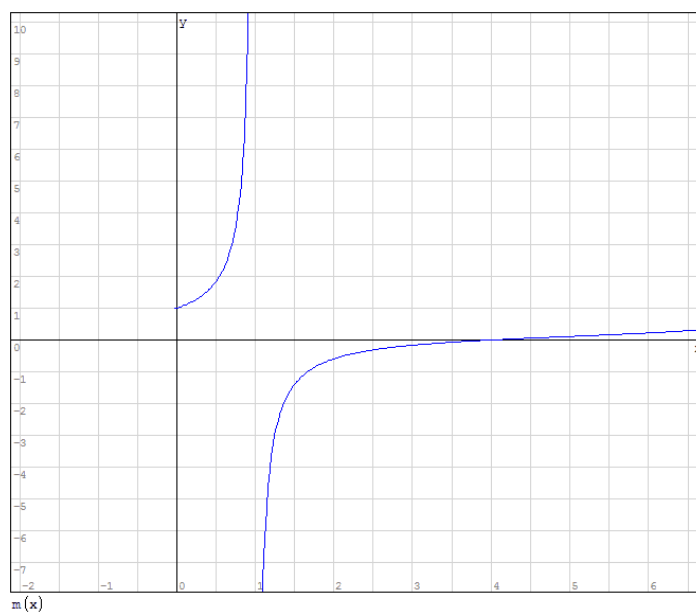
38. ábra: A c értékei P/P_E függvényében

$$s(P, E, L, I) = \frac{(1 - 2 \cdot \alpha \cdot \cot(2 \cdot \alpha)) \cdot \alpha}{\tan(\alpha) - \alpha} \quad (25)$$



39. ábra: Az s értékei P/P_E függvényében

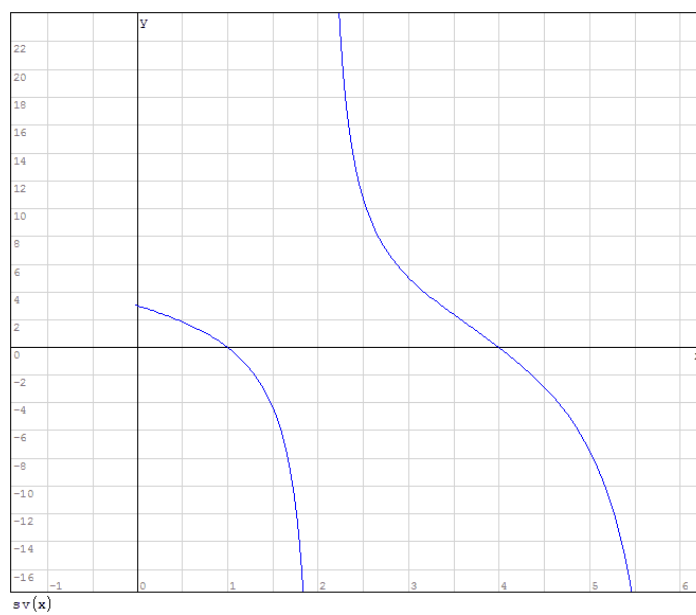
$$m(P, E, L, I) = \frac{2 \cdot s \cdot (1 + c)}{2 \cdot s \cdot (1 + c) - \pi^2 \cdot \rho} \quad (26)$$



40. ábra: Az m értékei P/P_E függvényében

$$s''(P, E, L, I) = s \cdot (1 - c^2)$$

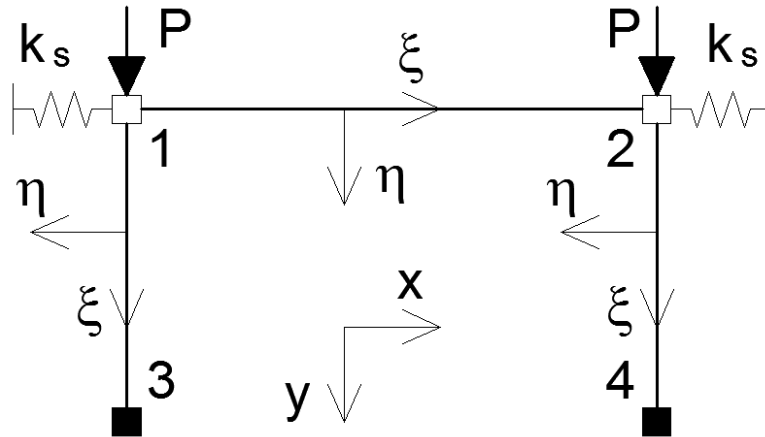
(27)



41. ábra: Az s'' értékei P/P_E függvényében

7.1 Egyszerű portálkeret vizsgálata keretsarkon fél-merev vízszintes megtámasztással

A vizsgált szerkezet kialakítása, a lokális-, és globális koordináta-rendszer, a terhelési-, és megtámasztási viszonyok, valamint a csomópontok számozása látható a 42. ábrán.



42. ábra: Vizsgált szerkezeti kialakítás

A keretoszlopok merevségi mátrixa kétféleképpen írható fel attól függően, hogy befogott (28) vagy csuklós (29) oszloptalpat vizsgálunk. A stabilitási függvényekből számított együtthatók értéke zérusértékű normálerő esetében megegyezik a rúdelem stabilitásfüggvények használata nélkül felírt merevségi mátrixának együtthatóival.

$$K_{13} = \begin{bmatrix} \frac{E \cdot A_o}{H} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A_o}{H} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^3} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & 0 & -\frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^3} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} \\ 0 & s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & s \cdot \frac{E \cdot I_o}{H} & 0 & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & s \cdot c \cdot \frac{E \cdot I_o}{H} \\ \frac{E \cdot A_o}{H} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A_o}{H} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^3} & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & 0 & \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^3} & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} \\ 0 & s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & s \cdot c \cdot \frac{E \cdot I_o}{H} & 0 & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & s \cdot \frac{E \cdot I_o}{H} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$K_{13} = \begin{bmatrix} \frac{E \cdot A_o}{H} & 0 & 0 & -\frac{E \cdot A_o}{H} & 0 & 0 \\ 0 & (s'' - \pi^2 \cdot \rho) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^3} & s'' \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & 0 & -(s'' - \pi^2 \cdot \rho) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^3} & 0 \\ 0 & s'' \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & s'' \cdot \frac{E \cdot I_o}{H} & 0 & -s'' \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & 0 \\ -\frac{E \cdot A_o}{H} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A_o}{H} & 0 & 0 \\ 0 & -(s'' - \pi^2 \cdot \rho) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^3} & -s'' \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^2} & 0 & (s'' - \pi^2 \cdot \rho) \cdot \frac{E \cdot I_o}{H^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

A csuklós támasz figyelembevételkor ügyelni kell arra, hogy a rúd kezdőpontja a befogott, végpontja a csuklós kialakítású.

A keretoszlop merevségi mátrixát azért szükséges eltérő megtámasztási viszonyok figyelembevételével felírni, mert így a 3-as és 4-es csomópontok külső csomópontnak tekinthetők, csökkentve ezzel a szerkezet merevségi mátrixának a méretét. A szerkezet merevségi mátrixa (30) szerint állítható össze. A gerenda merevségi mátrixának 1.1 és 2.2 blokkját ki kell egészíteni a keretoszlopok merevségi mátrixának 1.1 blokkjával, ill. a keretsarok vízszintes rugalmas megtámasztását modellező támasz-mátrixszal. Az egyes blokkok 3x3-as méretűek. A szerkezet merevségi mátrixa 6x6-os méretű.

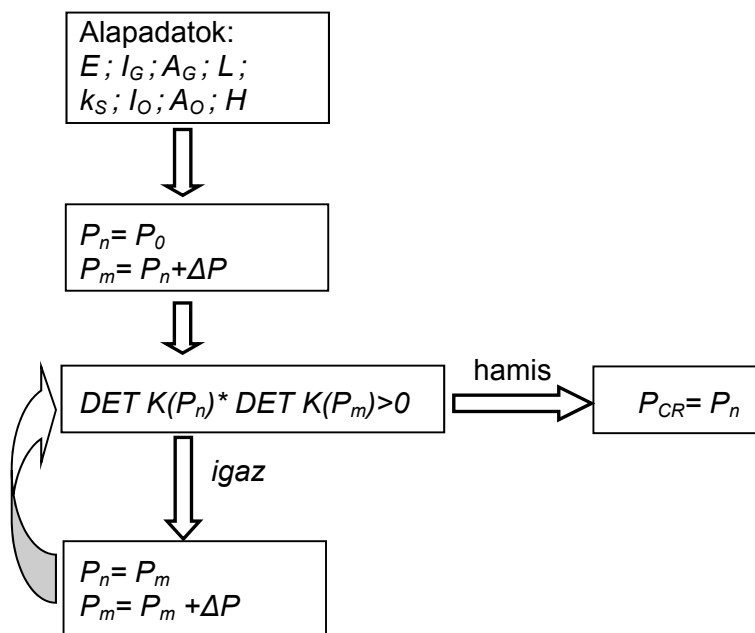
$$K = \begin{bmatrix} K_{12}^{11} + K_{13}^{11} + K_S & K_{12}^{12} \\ K_{12}^{21} & K_{12}^{22} + K_{24}^{11} + K_S \end{bmatrix} \quad (30)$$

Ahol:

K_S – támasz merevségi mátrixa (31) szerint

$$K_S = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

A kritikus erő meghatározására írt program folyamatábrája a 43. ábrán látható. A program nem direkt módon keresi meg a merevségi mátrix determinánsának zérus értékét, hanem iterációs elven határozza meg azt a teherértéket, amelynél a merevségi mátrix determinánsa először előjelet vált. Ez a teherérték a kritikus teher.



43. ábra: Folyamatábra - kritikus erő meghatározása

Ahol:

E	–	rugalmassági modulus
A_G	–	gerenda keresztmetszeti területe
I_G	–	gerenda inerciája
A_O	–	oszlop keresztmetszeti területe
I_O	–	oszlop inerciája
L	–	fesztávolság
H	–	keret magassága
k_S	–	keretsarok vízszintes támaszának merevsége
P_0	–	teher kezdeti értéke
ΔP	–	teher növekmény
P_n, P_m	–	teher értékek egy adott iterációs lépésben
P_{CR}	–	kritikus teher érték

A teher kismértékű növelése a stabilitásfüggvények értékében, a korábban bemutatottak alapján, bizonyos szakaszokon jelentős változást okoz. Ezen keresztül a merevségi mátrix elemeiben is jelentős változás következik be ezeknél a teherértékeknél. A determináns értéke szintén gyorsan változik, ill. vált előjelet, a kritikus erőhöz közeli tartományban.

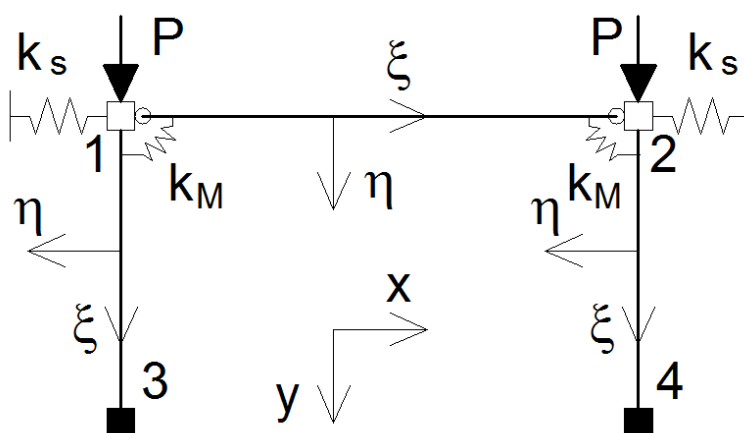
Két eltérő előjelű determináns értéket szolgáltató teherérték között van az a terhelés, melynek hatására a determináns értéke zérus. Megfelelően kis teher-lépésköz alkalmazásakor az előjelváltás előtti érték tekinthető a kritikus tehernek.

Fontos megjegyezni továbbá, hogy egy adott merevségi mátrix vizsgálata során több előjelváltást tapasztalhatunk. Ezek mindegyike kritikus teherértékekhez kapcsolódik, de az első előjelváltáshoz tartozó legkisebb kritikus erő már a szerkezet tönkremenetelét okozza. Fontos tehát ellenőrizni, hogy a legkisebb teherértékhez tartozó előjelváltást találtuk-e meg. Jelen munkám során ezt az ellenőrzést a számított és várt P_{CR}/P_E hányadosok összevetésével végeztem el.

A program futtatásával kapott eredmények - a beállított pontosság (tehernövekmény) függvényében - jól közelítenek a végeselemes program segítségével meghatározott kritikus terhekhez (35. és 36. ábrák).

7.2 Portálkeret vizsgálata keretsarkon fél-merev vízszintes megtámasztással és fél-merev oszlop-gerenda kapcsolat figyelembevételével

Jelen fejezet célja - az előző fejezetben vizsgált szerkezet végtelen merev kertsarok kapcsolata helyett - a 44. ábrán k_M - ként jelölt részleges merevségű kapcsolat figyelembevétele. A talpcsomópontokról továbbra is feltételezem, hogy befogott, vagy csuklós kialakításúak.



44. ábra: Vizsgált szerkezeti kialakítás – fél-merev oszlop-gerenda kapcsolat

A kritikus erő meghatározása az előző fejezetben leírtak szerint történik, a szerkezet merevségi mátrixa különbözik csak az előzőtől. Lehetséges megoldás lenne a gerendán az oszlop-gerenda csomópontokhoz „végtelen” közel egy-egy újabb csomópont felvétele. Ekkor az 1' és 2' csomópontokat az 1, ill. 2 csomópontokkal összekötő rugók merevségét úgy kell felvenni, hogy az modellezze a kapcsolat merevségét. Ennek a megoldásnak az a hátránya, hogy megnöveli a merevségi mátrix méretét, így növeli a program futásidőjét.

E helyett a gerenda eddigiekben alkalmazott merevségi mátrixát egy olyan merevségi mátrixszal helyettesítem, ami figyelembe veszi az oszlop-gerenda kapcsolat merevségét. A mátrix 1.1 blokkja (32) szerint alakul.

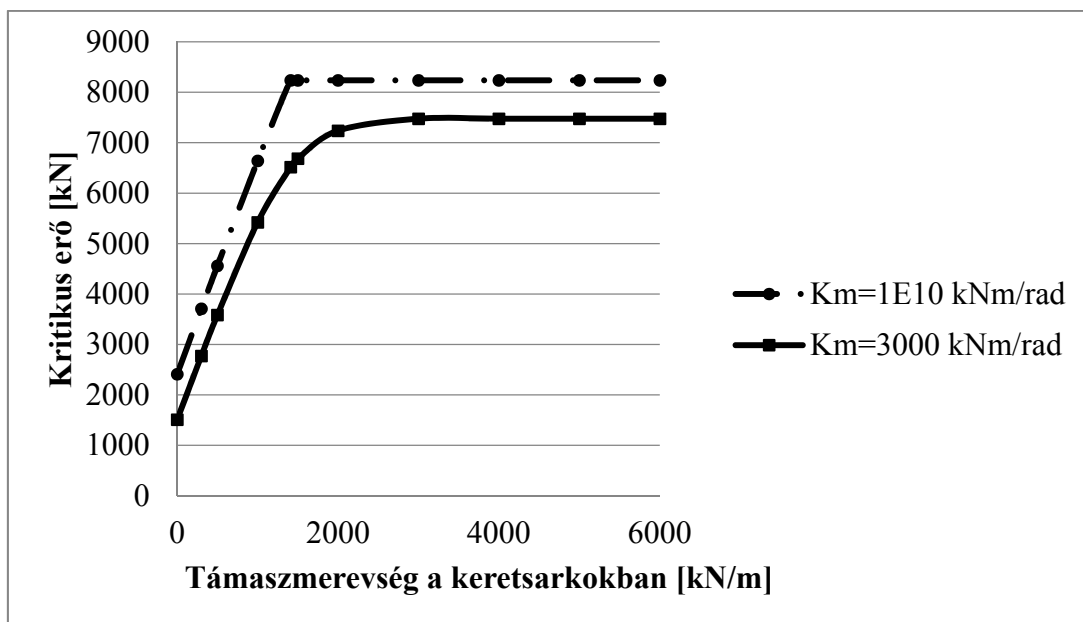
$$K = \begin{bmatrix} \frac{E \cdot A_G}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{\frac{L^2}{k_M} + \frac{L^3}{6 \cdot E \cdot I_G}} & \frac{1}{\frac{L}{k_M} + \frac{L^2}{6 \cdot E \cdot I_G}} \\ 0 & \frac{1}{\frac{L}{k_M} + \frac{L^2}{6 \cdot E \cdot I_G}} & \frac{1}{\frac{2}{k_M} + \frac{L}{3 \cdot E \cdot I_G}} + \frac{0,5}{\frac{1}{k_M} + \frac{L}{2 \cdot E \cdot I_G}} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Ahol:

k_M – a keretsarok elfordulási merevsége

Az oszlop-gerenda kapcsolat merevségét végtelen nagyra felvéve, a fenti mátrix megegyezik a két végén befogott rúdelem merevségi mátrixával.

Az oszlop-gerenda kapcsolat merevségének a hatását egy példán keresztül a 45. ábrán mutatom be. Végtelen merev talpcsomópontú IPE 240-es szelvényű, 5 m magas keretoszlopot, és vele megegyező relatív merevségű gerendát vizsgálok.



45. ábra: Kritikus erő értékek végtelen merev és fél-merev oszlop-gerenda kapcsolat esetén

A végtelen merev keretsarok kapcsolat helyett kisebb merevségű kapcsolat alkalmazása - a vízszintes megtámasztás minden merevségi értéke mellett - a kritikus erő csökkenését, illetve a kritikus merevség változását eredményezi.

A fél-merev keretsarok kapcsolattal kialakított gerenda a kilengő, ill. a nem-kilengő esetben is helyettesíthető egy csökkentett hajlítási merevségű, végtelen merev kapcsolatú gerendával. A két esetben azonban eltérő hajlítási merevség alkalmazása szükséges. A keret (síkbeli) stabilitási tönkremenetele során a gerendát csak a rúdvégek elfordulása terheli. Ennek köszönhetően az „1” jelű rúdvégi nyomaték (M_1) (33) szerint számítható a két rúdvég elfordulásának figyelembevételével.

$$M_1 = \left(\frac{1}{\frac{2}{k_M} + \frac{L}{3 \cdot E \cdot I_G}} + \frac{0,5}{\frac{1}{k_M} + \frac{L}{2 \cdot E \cdot I_G}} \right) \cdot \theta_1 + \left(\frac{1}{\frac{2}{k_M} + \frac{L}{3 \cdot E \cdot I_G}} - \frac{0,5}{\frac{1}{k_M} + \frac{L}{2 \cdot E \cdot I_G}} \right) \cdot \theta_2 \quad (33)$$

Ahol:

θ_1, θ_2 – a gerenda végpontjainak elfordulása

Kilengő stabilitási tönkremenetel esetén a gerenda végpontjainak elfordulása azonos irányú és nagyságú. A helyettesítő, mindkét végén merev kapcsolattal kialakított gerenda inerciája (I_{EKV}) (34) szerint számítható.

$$I_{EKV} = \frac{2}{\frac{2}{k_M} + \frac{L}{3 \cdot E \cdot I_G}} \cdot \frac{L}{6 \cdot E} = \frac{L}{\frac{6 \cdot E}{k_M} + \frac{L}{I_G}} \quad (34)$$

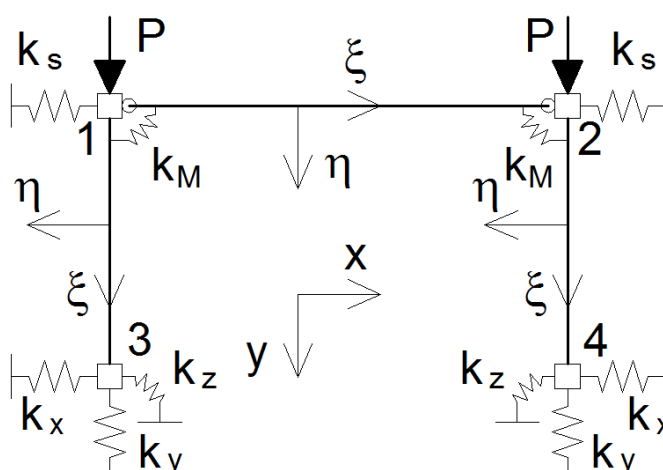
Nem-kilengő stabilitási tönkremenetel esetén a gerenda végpontjainak elfordulása azonos nagyságú, de ellentétes irányú. A helyettesítő, mindkét végén merev kapcsolattal kialakított gerenda inerciája (I_{EKV}) (35) szerint számítható.

$$I_{EKV} = \frac{1}{\frac{1}{k_M} + \frac{L}{2 \cdot E \cdot I_G}} \cdot \frac{L}{2 \cdot E} = \frac{L}{\frac{2 \cdot E}{k_M} + \frac{L}{I_G}} \quad (35)$$

Kézi számítás esetén a helyettesítő inerciák alkalmazása célravezető. Emellett a fenti számítás alátámasztja a korábbi megállapításomat, miszerint az oszlop-gerenda kapcsolat merevségének a kritikus teherbírásra gyakorolt hatása, a gerenda relatív merevségének csökkentésével is figyelembe vehető, így a keret kritikus erejének meghatározásakor harmadlagos hatásként kezelhető.

7.3 Portálkeret vizsgálata keretsarkon fél-merev vízszintes megtámasztással és fél-merev talpcsomópont kialakítással

Az eddig vizsgált szerkezetek végtelen merev, vagy ideális csuklós talpcsomópont kialakítása helyett, a 46. ábrán látható szerkezeti elrendezés vizsgálatakor a talpcsomópontok három szabadságfokú rugalmas megtámasztásának definiálása lehetséges K_x, K_y, K_z megadásával.



46. ábra: Vizsgált szerkezeti kialakítás – fél-merev talpcsomópont

A szerkezet merevségi mátrixának mérete a belső csomópontok számának növelésével nő. A négy belső csomópont és az egyes blokkok 3x3-as mérete miatt, a szerkezet merevségi mátrixa 12x12-es méretű. Minden csomópont-hoz kapcsolódik külső támasz. Ezeknek a merevségi mátrixa a főátlóban jelenik meg.

$$K = \begin{bmatrix} K_{12}^{11} + K_{13}^{11} + K_S & K_{12}^{12} & K_{13}^{12} & 0 \\ K_{12}^{21} & K_{12}^{22} + K_{24}^{11} + K_S & 0 & K_{24}^{12} \\ K_{13}^{21} & 0 & K_{13}^{22} + K_{TAM} & 0 \\ 0 & K_{24}^{21} & 0 & K_{24}^{22} + K_{TAM} \end{bmatrix} \quad (36)$$

Ahol:

K_S – keretsarok vízszintes támaszának merevségi mátrixa (37) szerint

K_{TAM} – talpcsomópontok merevségi mátrixa (38) szerint

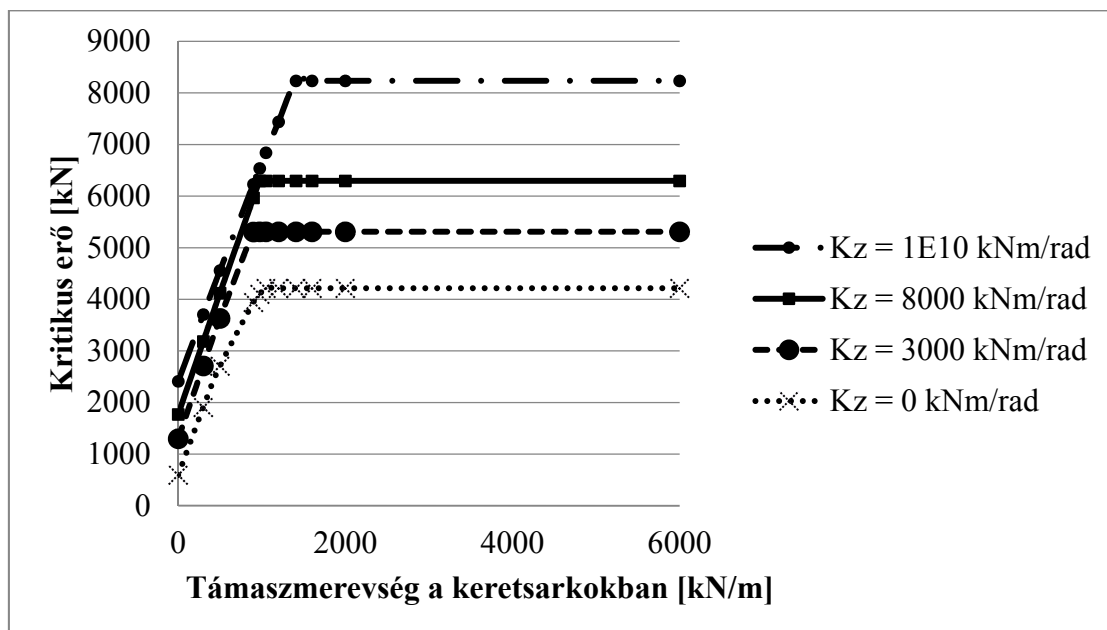
K_{12} – gerenda merevségi mátrixa (32) szerint

K_{13}, K_{24} – keretoszlopok merevségi mátrixa (28) szerint

$$K_S = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$K_{TAM} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (38)$$

Az összeállított merevségi mátrix feltételezi a szerkezet szimmetrikus kialakítását. Szokásos szerkezeti kialakítások esetén feltételezhető, hogy a talpcsomópontok függőleges és vízszintes megtámasztásának merevsége végtelen nagy. Ez a talpcsomópont K_z értékéről nem mondható el. Ezt a merevségi értéket a kapcsolat merevségének vizsgálata alapján lehet megadni. A 47. ábrán eltérő támaszmerevségek figyelembevételével mutatom be a keretsarok vízszintes megtámasztás merevségének a keret kritikus erejére gyakorolt hatását, azonos relatív merevségű oszlop és gerenda, ill. végtelen merev oszlop-gerenda kapcsolat esetén. A vizsgált keretoszlop szelvénye a továbbiakban is IPE 270, magassága pedig 5 m.



47. ábra: Kritikus erő értékek eltérő támaszmerevség esetén

A 47. ábra értékeit összevetve a 35.; 36. és 45. ábrákon feltüntetett értékekkel megállapítom, hogy az eredmények összhangban állnak [2], már korábban idézett megállapításával, miszerint a keretek kritikus teherbírását meghatározó tényezők, a befolyásoló hatásuk sorrendjében a következők:

- Elsődleges: a keret felső csomópontjainak megtámasztási viszonya. (kilengő vagy nem kilengő keret)
- Másodlagos: a talpcsomópont kialakításának jellege.
- Harmadlagos: a gerenda relatív merevségének, és a keretoszlop relatív merevségének az aránya.

A harmadlagos hatáshoz a 7.2 fejezet alapján keretsarok merevsége is besorolható.

A 47. ábrát vizsgálva megállapítom továbbá, hogy a talpcsomópont merevségének hatására kialakuló különbségek a kritikus erőben, a keretsarok vízszintes megtámasztásának kritikus merevség feletti merevségi értékei esetén nagyobbak, mint az az alatti merevségek esetében.

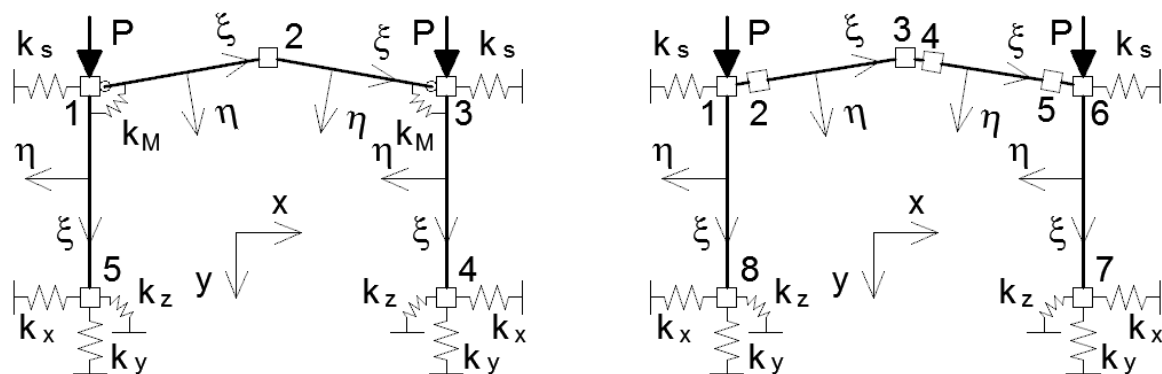
7.4 Keret vizsgálata keretsarkon fél-merev vízszintes megtámasztással

A fejezet lezárásaként a 48. ábrán látható általános keret merevségi mátrixát adom meg.

(39)

Ennél összetettebb szerkezeteknél a tetősíkú diafragma alkalmazása nem szokásos. Mindemellett, jelen szerkezet merevségi mátrixának mintájára, összetettebb szerkezetek merevségi mátrixa is összeállítható.

A kapcsolatok merevségének figyelembevétele céljából, a keretsarok-, és a taréjcsomópontok közelében, azokhoz végtelen közel, kiegészítő csomópontokat vettem fel a 48. ábra szerint. Ezen egymáshoz végtelen közel elhelyezkedő csomópontok között rugórendszert modelleztem.



48. ábra: Vizsgált szerkezeti kialakítás – fél-merev kapcsolatok

$$K = \begin{bmatrix} K_{12}^{11} + K_{18}^{11} + K_S & K_{12}^{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{18}^{12} \\ K_{12}^{21} & K_{12}^{22} + K_{23}^{11} & K_{23}^{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{23}^{21} & K_{23}^{22} + K_{34}^{11} & K_{34}^{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{34}^{21} & K_{34}^{22} + K_{45}^{11} & K_{45}^{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{45}^{21} & K_{45}^{22} + K_{56}^{11} & K_{56}^{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{56}^{21} & K_{56}^{22} + K_{67}^{11} + K_S & K_{67}^{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{67}^{21} & K_{67}^{22} + K_{TAM} & 0 & 0 \\ K_{18}^{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{18}^{22} + K_{TAM} \end{bmatrix}$$

(39)

Ahol:

- K_{12}, K_{34}, K_{56} – kapcsolat merevségi mátrix (40) szerint
- K_{23}, K_{45} – keretgerenda merevségi mátrix, mindkét rúdvég befogott
- K_{18}, K_{67} – keretoszlop merevségi mátrix mindkét rúdvég befogott+stabilitás fgv.

$$K_{12} = \begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 & -\infty & 0 & 0 \\ 0 & \infty & 0 & 0 & -\infty & 0 \\ 0 & 0 & k_M & 0 & 0 & -k_M \\ -\infty & 0 & 0 & \infty & 0 & 0 \\ 0 & -\infty & 0 & 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & -k_M & 0 & 0 & k_M \end{bmatrix}$$

(40)

Megjegyzések:

A kapcsolati merevségi mátrixot a lokális koordináta rendszerében írtam fel.

- (39) mátrix összeállítása előtt minden rúd és kapcsolat merevségi mátrixát transzformálni kell a globális koordinátarendszerbe.
- A globális koordinátarendszert érdemes a keretoszlopok koordinátarendszerével megegyezően felvenni. Itt a korábbi modellek miatt nem változtattam.

A 8.2 fejezetben az általános keretszerkezet kritikus erejének számítására egyszerűsített „kézi” módszert mutatok be.

8. A kritikus merevség meghatározása keretszerkezetek esetén

8.1 A kritikus merevség meghatározása VEM szoftverek felhasználásával

A 7.1 fejezetben vizsgált szerkezet merevségi mátrixának (30) 1.1 blokkja (K^{11}) látható lent. (41)

$$K^{11} = \begin{bmatrix} \frac{E \cdot A_G}{L} + \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{E \cdot I_O}{H^3} + k_S & 0 & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_O}{H^2} \\ 0 & \frac{12 \cdot E \cdot I_G}{L^3} + \frac{E \cdot A_O}{H} & \frac{6 \cdot E \cdot I_G}{L^2} \\ -s \cdot (1+c) \cdot \frac{E \cdot I_O}{H^2} & \frac{6 \cdot E \cdot I_G}{L^2} & \frac{4 \cdot E \cdot I_G}{L} + s \cdot \frac{E \cdot I_O}{H} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Ahol:

E	–	rugalmassági modulus
A_G	–	gerenda keresztmetszeti területe
I_G	–	gerenda inerciája
A_O	–	oszlop keresztmetszeti területe
I_O	–	oszlop inerciája
L	–	fesztávolság
H	–	keret magassága
k_S	–	keretsarok vízszintes támaszának merevsége
s, c, m	–	stabilitásfüggvények

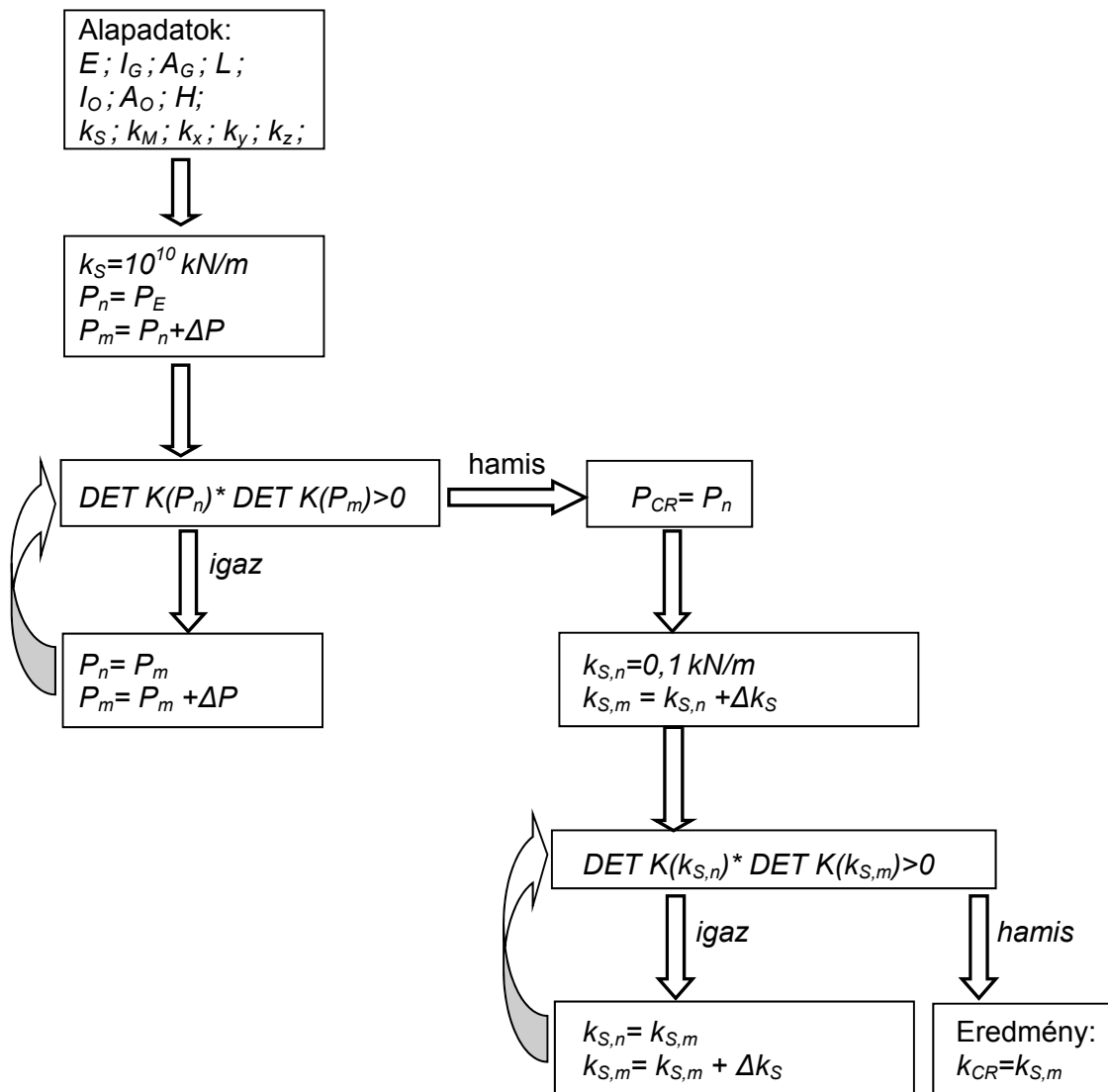
A kritikus erő meghatározásakor a keretsarok vízszintes támaszának a merevsége adott volt. A változók a stabilitásfüggvények külső tehertől függő értékei voltak. A kritikus merevség az ismeretlenek felcserélésével határozható meg. A kritikus teher értéke már ismertnek tekinthető, a megtámasztó rugó merevsége pedig a változó.

Bármely lehetséges kritikus teher értékhez meghatározható a keretsarok vízszintes megtámasztásának az az értéke, amely mellett már a kívánt kritikus erő ki tud alakulni.

A kritikus merevség értékének meghatározásához pedig a keret nem-kilengő tönkremeneteléhez tartozó kritikus erő ismerete szükséges.

A kritikus merevség meghatározásához két iterációs folyamaton keresztül jutunk el. Az első lépésben meghatározzuk a nem-kilengő tönkremeneteli módhoz tartozó kritikus erő értéket, majd a második lépésben az ehhez az erőhöz tartozó minimális oldalirányú megtámasztási

merevséget, a kritikus merevséget. A kritikus merevség meghatározására írt program folyamatábráját a 49. ábra mutatja be.



49. ábra: Folyamatábra - kritikus merevség meghatározása

Ahol:

- E – rugalmassági modulus
- A_G – gerenda keresztmetszeti területe
- I_G – gerenda inerciája
- A_O – oszlop keresztmetszeti területe
- I_O – oszlop inerciája
- L – fesztávolság
- H – keret magassága
- k_S – keretsarok vízszintes támaszának merevsége

k_M	–	keretsarok kapcsolat merevsége
k_x, k_y, k_z	–	talpcsomópont merevségi komponensei
P_E	–	keretoszlop Euler ereje
P_n, P_m	–	n-edik és m-edik teherérték
ΔP	–	tehernövekmény az iteráció lépései között
P_{CR}	–	a nem-kilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó kritikus erő
$K_{S,n}, K_{S,m}$	–	n-edik és m-edik támaszmerevségi érték
ΔK_S	–	merevségnövekmény
K_{CR}	–	kritikus merevség

A program első iterációs ciklusa a determináns előjelváltását megelőző teherértéket tekinti kritikus teher értéknek. Ez a ciklus az Euler erő értéktől indul, mert a nem-kilengő stabilitási tönkremenetelhez nem tartozhat ettől kisebb teherérték. Ezzel kedvezőbb számítási idő érhető el.

A második iterációs ciklus a biztonság javára az előjelváltást követő merevségi értéket tekinti a kritikus merevség értékének.

A számítási módszer főbb jellemzőit a következőkben foglalom össze.

Előnyök:

- Kis lépésköz megadása esetén pontos eredményt ad.
- Szerkezetek végeelemes modellezésekor a szerkezet merevségi mátrixát elő kell állítani, az nem jelent plusz munkát
- Végeelemes programrendszerek kritikus erőt meghatározó moduljait könnyen alkalmassá lehetne tenni a kritikus merevség meghatározására is (ismeretlenek felcserélése).

Hátrányok:

- „Kézi” módszerként alkalmazva időigényes a szerkezet merevségi mátrixának előállítás.
- A program futása szintén időigényes, mert minden egyes iterációs lépésen belül meg kell határozni a merevségi mátrix determinánsát. A merevségi mátrix mérete pedig a szerkezet összetettségének függvényében nagy lehet.

A hátrányok kiküszöbölésének érdekében alternatív módszer kidolgozását tűztem ki célul, melyet a következő fejezetben mutatok be.

8.2 A kritikus merevség meghatározása kézi számítással

Az egyszerűsített kézi számítási módszer célkitűzése a bilineáris támaszmerevség – kritikus erő diagram meghatározása. Ehhez három adat számítására van szükség:

- a keret kritikus ereje a keretsarok vízszintes megtámasztása nélkül (kilengő stabilitási tönkremenetel),
- a keret kritikus ereje a keretsarok végtelen merev vízszintes megtámasztásának figyelembevételével (nem-kilengő stabilitási tönkremenetel),
- kritikus merevség.

Amennyiben a rendelkezésünkre áll olyan végeselemes program, amely alkalmas a kritikus erő meghatározására, akkor a fent ismertetett lépések közül csak a harmadik lépést kell elvégezni a kézi számítás során.

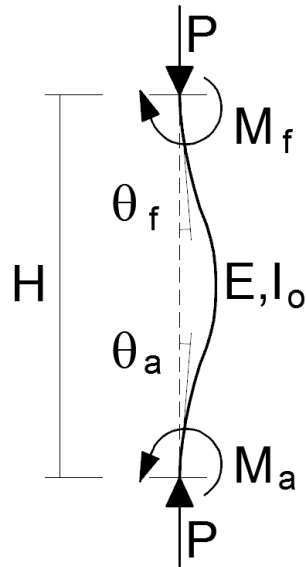
A tapasztalatok szerint a keret stabilitási tönkremenetele a keretoszlopokban következik be. A keretgerendák szerepe a keretoszlopok megtámasztásában van. Ezt, illetve a szerkezet és a terhelés szimmetriáját kihasználva, a keretek kritikus ereje meghatározható egy keretoszlop vizsgálatával. A keretoszlopok stabilitási tönkremeneteli alakoknak megfelelően kimozdított helyzetének egyensúlyi egyenletei alapján meghatározható a tönkremenetelhez tartozó kritikus erő, és az ehhez tartozó kritikus támaszmerevség.

A keretoszlop kritikus ereje függ:

- a keretoszlop magasságától,
- a keretoszlop keresztmetszeti adataitól,
- az alsó csomópont elfordulás elleni megtámasztásának merevségétől (talpcsomópont),
- a felső csomópont elfordulás elleni megtámasztásának merevségétől (gerenda merevsége, és az oszlop-gerenda kapcsolat merevsége),
- a felső csomópont vízszintes megtámasztásának merevségétől (keretsíkú merevítés, vagy a tetősíkú diafragma megtámasztó hatása).

A fenti felsoroláshoz hozzátartozik, hogy az alsó csomópont vízszintes elmozdulás elleni megtámasztásának végtelen merevségét feltételeztem.

A 50. ábrán a keretoszlop nem-kilengő tönkremeneteléhez tartozó kimozdított alakját, a fellépő reakcióerőket, elmozdulásokat, ill. a keretoszlop egyéb adatait adtam meg. A keretoszlop felső csomópontja a terhelés hatására függőleges irányban is elmozdul az oszlop összenyomódásának következtében. Feltételezem azonban, hogy ez az elmozdulás végtelenül kicsi.



50. ábra: Keretoszlop nem-kilengő tönkremenetelhez tartozó elmozdulása

Ahol:

- E – rugalmassági modulus
- I_o – keretoszlop inerciája az elmozdulás síkjára merőleges tengely körül
- H – keretoszlop magassága
- θ_a, θ_f – alsó-, és felső csomópont elfordulása
- M_a, M_f – támasznyomaték az alsó-, és felső csomópontnál
- P – külső teher, ill. reakcióerő – az oszlop nyomási igénybevétele

A keretoszlop végpontjain fellépő nyomatékokat (M_{Of} , M_{Oa}) a merevségi-, és átviteli stabilitásfüggvények felhasználásával (42) és (43) szerint írtam fel. A 50. ábrán jelölt reakció–nyomatékokat (M_f , M_a) az elfordulások, és az adott csomópontok elfordulási merevségének felhasználásával írtam fel. (44)(45)

$$M_{Of} = \frac{E \cdot I_o}{H} \cdot (s \cdot \theta_f + s \cdot c \cdot \theta_a) \quad (42)$$

$$M_{Oa} = \frac{E \cdot I_o}{H} \cdot (s \cdot c \cdot \theta_f + s \cdot \theta_a) \quad (43)$$

$$M_f = \theta_f \cdot k_f \quad (44)$$

$$M_a = \theta_a \cdot k_a \quad (45)$$

Ahol:

k_a, k_f – keretoszlop alsó és felső csomópontjának elfordulási merevsége

A fentiek ismeretében felírhatóak a csomópontok egyensúlyi egyenletei (46)(47) szerint, illetve ezek átrendezésével, és mátrix alakban történő felírásával (48) szerint.

$$\frac{E \cdot I_0}{H} \cdot (s \cdot \theta_f + s \cdot c \cdot \theta_a) + k_f \cdot \theta_f = 0 \quad (46)$$

$$\frac{E \cdot I_0}{H} \cdot (s \cdot c \cdot \theta_f + s \cdot \theta_a) + k_a \cdot \theta_a = 0 \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} k \cdot s + k_f & k \cdot s \cdot c \\ k \cdot s \cdot c & k \cdot s + k_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Ahol:

$$k = \frac{E \cdot I_0}{H}$$

A (48) szerinti összefüggés triviális megoldása, a csomópontok egyidejű, zérusértékű elfordulása. Stabilitási probléma esetén a triviálistól eltérő megoldás szükséges, de nem elégséges feltétele az, hogy a mátrix determinánsa zérus legyen. A feladat így ugyanaz, mint a korábbiakban, de a vizsgált merevségi mátrix (49) mérete 2×2 . A kritikus teher meghatározásánál az iterációt az Euler erő értékétől érdemes kezdeni, mert a feltételezett megtámasztási paraméterek, és a nem-kilengő tönkremeneteli mód mellett ez a kritikus erő értékének minimuma.

$$K_{NEMKILENGŐ} = \begin{bmatrix} k \cdot s + k_f & k \cdot s \cdot c \\ k \cdot s \cdot c & k \cdot s + k_a \end{bmatrix} \quad (49)$$

Ugyanerre az eredményre jutunk, ha csomóponti elmozdulásokkal terhelt keretoszlop (50) szerint (saját koordináta-rendszerben) felírt mátrix egyensúlyi egyenletéből a jelölt módon eltávolítjuk azokat a sorokat és oszlopokat, amelyekhez tartozó elmozdulás komponens zérus értékét a feladat megfogalmazásakor előírtuk. Majd átrendezzük a kapott mátrix egyenletet.

$$\begin{bmatrix}
 \frac{E \cdot A_b}{H} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A_b}{H} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & 0 & -\frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} \\
 0 & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot k & 0 & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot c \cdot k \\
 \frac{E \cdot A_b}{H} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A_b}{H} & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & 0 & \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} \\
 0 & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot c \cdot k & 0 & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot k
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
 e_{fx} & -e_{fx} \cdot k_{xf} \\
 e_{fy} & -e_{fy} \cdot k_{yf} \\
 \theta_f & -\theta_f \cdot k_f \\
 e_{ax} & -e_{ax} \cdot k_{xa} \\
 e_{ay} & -e_{ay} \cdot k_{ya} \\
 \theta_a & -\theta_a \cdot k_a
 \end{bmatrix} =$$

(50)

Ahol:

- k_{xf}, k_{yf} – felső csomópont megtámasztásának a merevsége x, ill. y irányban
- k_{xa}, k_{ya} – alsó csomópont megtámasztásának a merevsége x, ill. y irányban
- e_{fx}, e_{fy} – felső csomópont elmozdulása x, ill. y irányban
- e_{ax}, e_{ay} – alsó csomópont elmozdulása x, ill. y irányban

Az előzőek mintájára, (51) felhasználásával előállítottam a keret kilengő stabilitási tönkremeneteléhez tartozó merevségi mátrixot. Ebben az esetben a felső csomópont függőleges, az alsó csomópont függőleges és vízszintes elmozdulás komponenséhez tartozó sorok és oszlopok távolíthatók el a mátrix egyensúlyi egyenletről. Az átrendezés után kapott merevségi mátrix (52) tartalmazza a felső csomópont vízszintes megtámasztásának merevségét is.

$$\begin{bmatrix}
 \frac{E \cdot A_b}{H} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A_b}{H} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & 0 & \frac{-2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} \\
 0 & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot k & 0 & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot c \cdot k \\
 \frac{E \cdot A_b}{H} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A_b}{H} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{-2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & 0 & \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} \\
 0 & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot c \cdot k & 0 & -s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot k
 \end{bmatrix} \cdot
 \begin{bmatrix}
 e_{fx} \\
 e_{fy} \\
 \theta_f \\
 e_{ax} \\
 e_{ay} \\
 \theta_a
 \end{bmatrix} =
 \begin{bmatrix}
 -e_{fx} \cdot k_{xf} \\
 -e_{fy} \cdot k_{yf} \\
 -\theta_f \cdot k_f \\
 -e_{ax} \cdot k_{xa} \\
 -e_{ay} \cdot k_{ya} \\
 -\theta_a \cdot k_a
 \end{bmatrix}$$

(51)

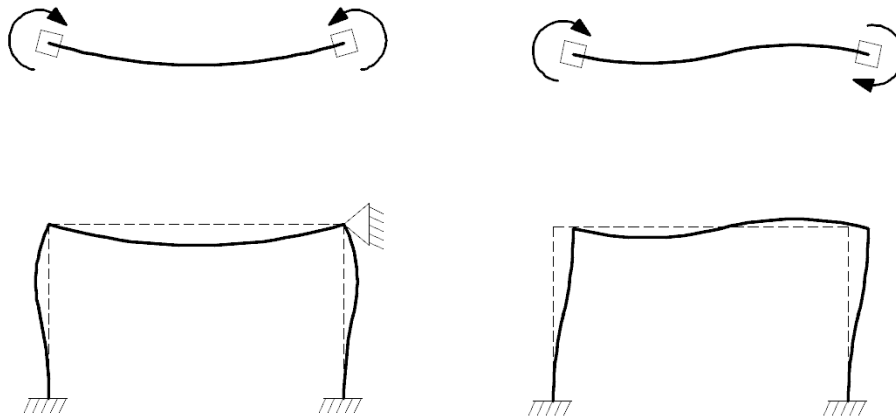
$$K_{KILENGŐ} = \begin{bmatrix}
 \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} + k_{yf} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} \\
 s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot k + k_f & s \cdot c \cdot k \\
 s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot c \cdot k & s \cdot k + k_a
 \end{bmatrix}$$

(52)

A kilengő és a nem-kilengő esethez tartozó merevségi mátrixokban szereplő, a felső csomópont elfordulás elleni merevségét jellemző tényező számítása eltér a két esetben. Ennek oka, a gerenda eltérő alakváltozása a kétféle stabilitási tönkremenetel során.

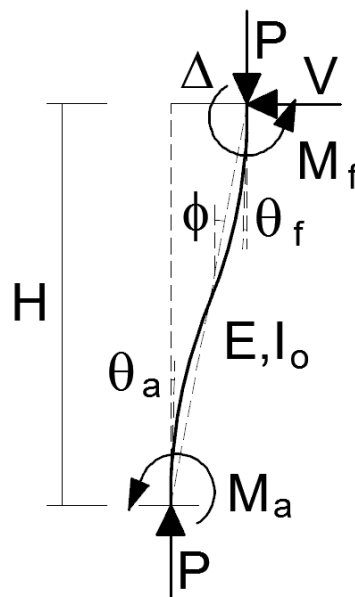
A merevség meghatározása a 51. ábrának megfelelően, egységteherrel terhelt gerenda végpontjainak elfordulásának ismeretében számítható.

Ebben a modellben lehet figyelembe venni az oszlop-gerenda kapcsolat merevségét is.



51. ábra: Gerenda terhelés az oszlop felső támaszának elfordulási merevségének meghatározásához

Az eddigiek felhasználásával meghatározható a kritikus erő keretsarok zérus-, és végtelen merevségű megtámasztása esetére. A kritikus merevség meghatározásához a keretoszlop kilengő tönkremenetelnek megfelelően kimozdított alakjának egyensúlyi egyenleteit vizsgáltam.



52. ábra: Keretoszlop kilengő tönkremenetelhez tartozó elmozdulása

A rúdvégeken fellépő nyomatékok (M_{Of} , M_{Oa}) (53) és (54) alapján számíthatóak a Δ nagyságú vízszintes elmozdulás hatására.

$$M_{Oa} = k \cdot (s \cdot (1 + c) \cdot \phi - s \cdot \theta_a - s \cdot c \cdot \theta_f) \quad (53)$$

$$M_{Of} = k \cdot (s \cdot (1 + c) \cdot \phi - s \cdot c \cdot \theta_a - s \cdot \theta_f) \quad (54)$$

A csomópontok egyensúlyi egyenletei (55),(56):

$$k \cdot (s \cdot (1+c) \cdot \phi - s \cdot \theta_a - s \cdot c \cdot \theta_f) - k_a \cdot \theta_a = 0 \quad (55)$$

$$k \cdot (s \cdot (1+c) \cdot \phi - s \cdot c \cdot \theta_a - s \cdot \theta_f) - k_f \cdot \theta_f = 0 \quad (56)$$

(55) és (56) különbségeként (57) adódik, amiből átrendezés után az alsó és a felső szögelfordulás aránya számítható (58).

$$k \cdot s \cdot c \cdot \theta_a - k \cdot s \cdot \theta_a - k_a \cdot \theta_a - k \cdot s \cdot c \cdot \theta_f + k \cdot s \cdot \theta_f + k_f \cdot \theta_f = 0 \quad (57)$$

$$\theta_a = \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} \cdot \theta_f \quad (58)$$

Ezt, és az (59)-es összefüggést (56)-ba visszahelyettesítve adódik (60), melynek átalakításaival a felső csomópont szögelfordulása (θ_f) (62) számítható.

$$\phi = \frac{\Delta}{H} \quad (59)$$

$$k \cdot \left(s \cdot (1+c) \cdot \frac{\Delta}{H} - s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} \cdot \theta_f - s \cdot \theta_f \right) - k_f \cdot \theta_f = 0 \quad (60)$$

$$s \cdot (1+c) \cdot \frac{\Delta}{H} = \left(\frac{k_f}{k} + s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} + s \right) \cdot \theta_f \quad (61)$$

$$\theta_f = \frac{s \cdot (1+c) \cdot \frac{\Delta}{H}}{\frac{k_f}{k} + s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} + s} \quad (62)$$

A felső csomópont szögelfordulásának ismeretében (θ_f), (58) felhasználásával számítható az alsó csomópont szögelfordulása (θ_a) (63).

$$\theta_a = \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} \cdot \frac{s \cdot (1+c) \cdot \frac{\Delta}{H}}{\frac{k_f}{k} + s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} + s} \quad (63)$$

Az elfordulások és az elfordulásokhoz tartozó merevségek szorzataként kaphatóak a rúdvégi nyomatékok (M_f , M_a). (64)(65)

$$M_f = \frac{s \cdot (1+c) \cdot \frac{\Delta}{H}}{\frac{k_f}{k} + s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} + s} \cdot k_f \quad (64)$$

$$M_a = \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} \cdot \frac{s \cdot (1+c) \cdot \frac{\Delta}{H}}{\frac{k_f}{k} + s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} + s} \cdot k_a \quad (65)$$

A kimozdított keretoszlop talpcsomópontjára felírt nyomatéki egyensúlyi egyenletbe (66) a nyomatékokra vonatkozó (64),(65) és a vízszintes erőt (V) megadó (67) összefüggéseket behelyettesítve kapott egyenlet (68) átrendezésével kapott összefüggés (69) megadja a vízszintes megtámasztás (k_s) minimális értékét, amely mellett az adott nagyságú kritikus erő kialakul.

$$P \cdot \Delta - V \cdot H - M_f - M_a = 0 \quad (66)$$

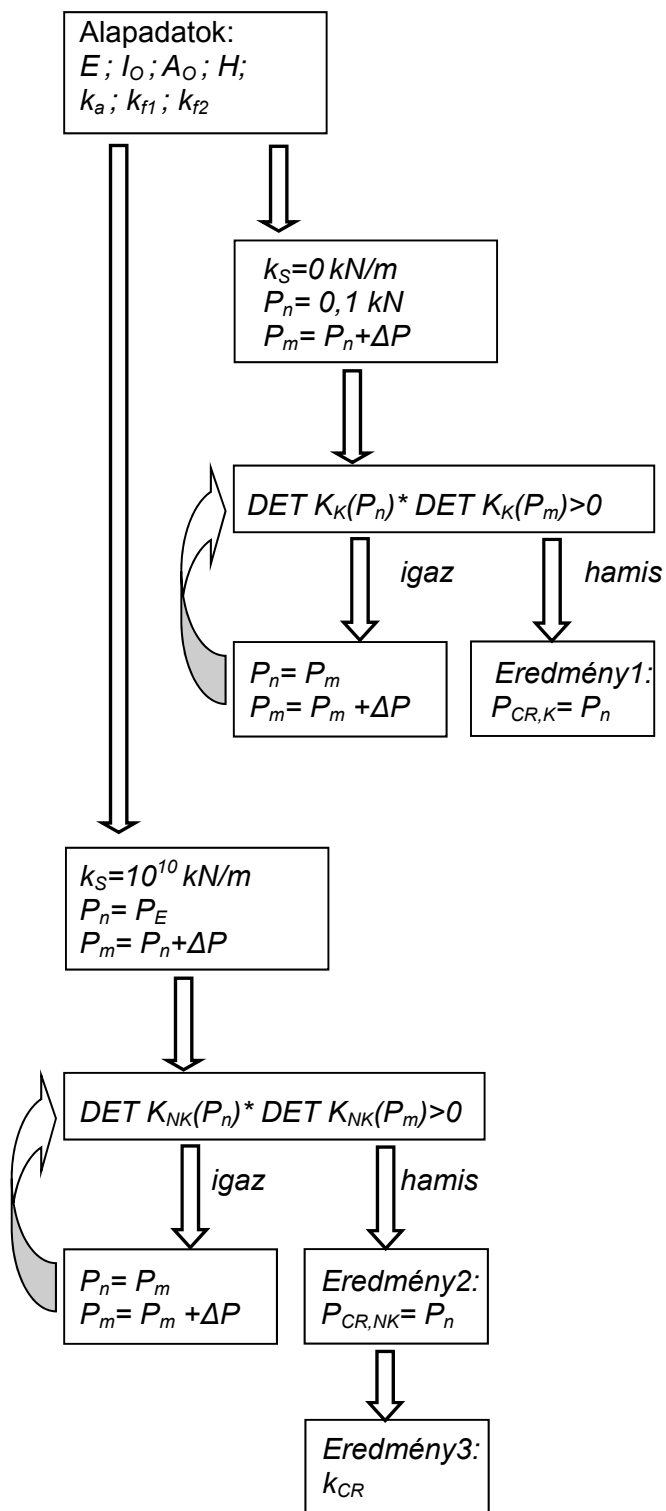
$$V = k_s \cdot \Delta \quad (67)$$

$$P \cdot \Delta - k_s \cdot \Delta \cdot H - \frac{s \cdot (1+c) \cdot \frac{\Delta}{H}}{\frac{k_f}{k} + s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} + s} \cdot \left(k_f + \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} \cdot k_a \right) = 0 \quad (68)$$

$$k_S = \frac{P - \frac{\frac{s \cdot (1+c)}{H}}{\frac{k_f}{k} + s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} + s} \cdot \left(k_f + \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} \cdot k_a \right)}{H} \quad (69)$$

A számítást a nem-kilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó kritikus erőre elvégezve, a kritikus merevségi értéket kapjuk eredményként. A keretoszlop felső csomópontján alkalmazott vízszintes megtámasztás kritikus merevsége tehát zárt képlet alapján számítható, megspórolva ezzel az iterációs eljárás időigényét.

A keretoszlop vizsgálatának eredményeit felhasználva programot készítettem, a program folyamatábráját a 53. ábra mutatja be.



53. ábra: Folyamatábra - kritikus merevség meghatározása (egyszerűsített módszer)

Ahol:

E	–	rugalmassági modulus
A_O	–	oszlop keresztmetszeti területe
I_O	–	oszlop inerciája
H	–	keretoszlop magassága
k_S	–	keretsarok vízszintes támaszának merevsége
k_a	–	talpcsomópont elfordulási merevsége
k_{f1}, k_{f2}	–	felső csomópont elfordulás elleni megtámasztásának merevsége
P_E	–	keretoszlop Euler ereje
P_n, P_m	–	n-edik és m-edik teherérték
ΔP	–	tehernövekmény az iteráció lépései között
$P_{CR,NK}$	–	a nem - kilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó kritikus erő
$P_{CR,K}$	–	a kilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó kritikus erő
K_{NK}	–	a nem - kilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó merevségi mátrix
K_K	–	a kilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó merevségi mátrix
K_{CR}	–	kritikus merevség

A kiindulási adatok:

- keresztmetszeti adatok,
- szerkezeti magasság,
- támaszmerevségek az alsó és felső csomóponton.

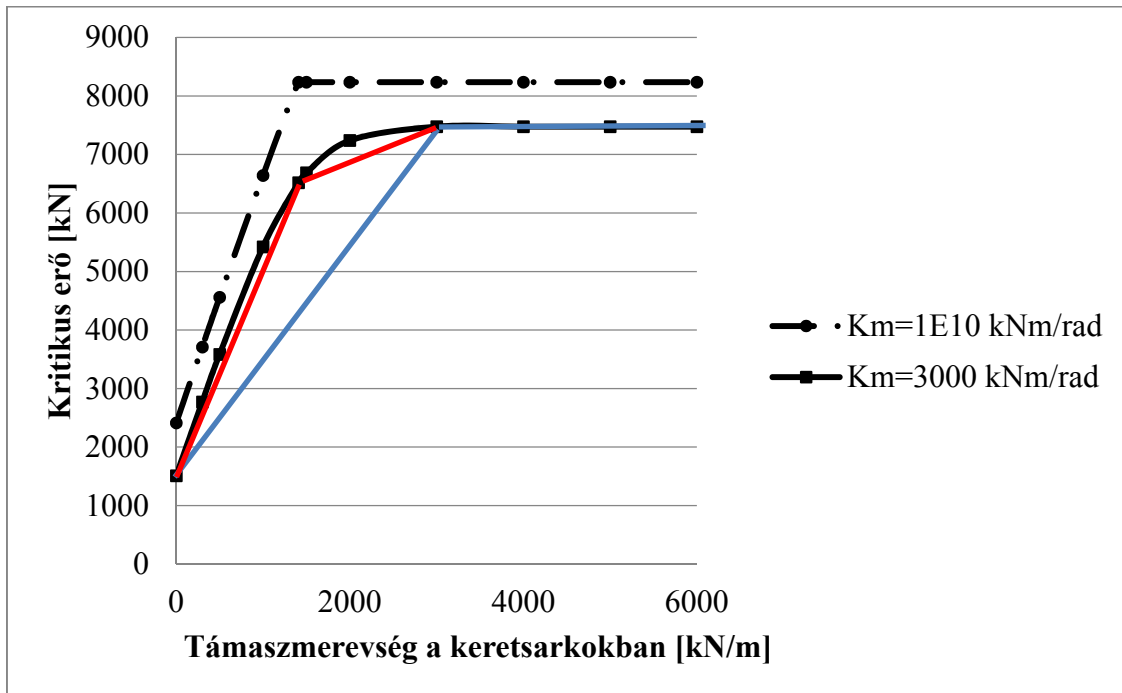
A felső csomópont elfordulás elleni megtámasztásának merevségét a 51. ábra szerint különböző módon kell meghatározni. Ehhez mátrix-elmozdulásmódszeren alapuló módszert, vagy végelelemes programot lehet felhasználni.

A program két iterációs ciklust tartalmaz:

- Az első meghatározza a kritikus teher értékét kilengő esetben. Ekkor a keretsarok vízszintes megtámasztásának merevségét zérusértékűre vesszük fel.
- A második meghatározza a kritikus teher értékét nem - kilengő esetben. Ekkor a keretsarok vízszintes megtámasztásának merevségét végtelen merevre vesszük fel.

A nem - kilengő esethez tartozó kritikus teher ismeretében, (69) felhasználásával, a felső csomópont vízszintes megtámasztásának kritikus merevsége meghatározható.

A program futtatásával kapott értékek felhasználásával előállítható a vízszintes megtámasztás merevségének, és a kritikus erő értékének összefüggését megadó görbe bilineáris közelítése. Erre látható két példa az 54. ábrán.



54. ábra: Vízszintes támasz merevség – kritikus erő diagram bilineáris közelítése

A bilineáris diagram bemutatására, a korábban, a keretsarok merevség és a vízszintes megtámasztás merevségének interakciójának vizsgálatánál bemutatott diagramot választottam. Itt az egyik esetben a pontos diagram is közel bilineáris, a másik esetben azonban a bilineáris diagram alkalmazása túlzottan a biztonság javára közelít.

A korábbiakban bemutatott, keretsarok vízszintes megtámasztásának merevsége – kritikus erő diagramok vizsgálata mutatja, hogy az első szakasz egyenestől való eltérése általában elhanyagolható, mint az 54. ábra végtelen merev oszlop-gerenda kapcsolatra vonatkozó görbéjénél. Itt a bilineáris közelítés gyakorlatilag a pontos eredményeket adja. (A nagyfokú egyezés miatt a közelítő vonalat erre az esetre nem is ábrázoltam.)

A kis merevségű oszlop-gerenda kapcsolat esete azonban felhívja arra a figyelmet, hogy a bilineáris közelítés alkalmazhatóságát ellenőrizni szükséges. Ez az ellenőrzés még egy kilengő tönkremenetel pontos kritikus erejének számításával végezhető el. Ehhez az ellenőrző számításhoz a kritikus merevség 2/3-ának megfelelő merevségű támaszokkal ellátott keret kritikus erejének meghatározását javaslom.

Ennek az értéknek a felhasználásával már minden lehetséges görbe megfelelő mértékű (biztonság javára történő) közelítése megoldott. Az 54. ábrán a piros vonal adja meg a módosított közelítő diagramot.

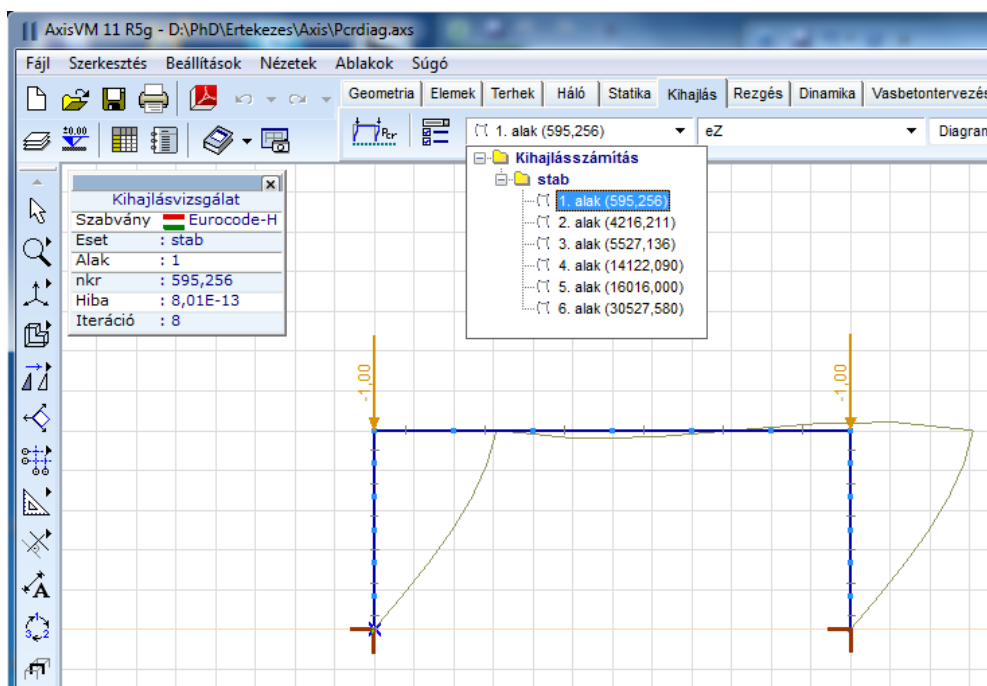
8.3 A kritikus merevség meghatározása vegyes módszerrel

Az előző részben levezetett (69) –es összefüggést a végeelemes programok kritikus erőt meghatározó moduljával kombinálva, szintén egyszerűen elő lehet állítani a szerkezet bilineáris „keretsarok vízszintes megtámasztásának merevsége – kritikus erőt” diagramot.

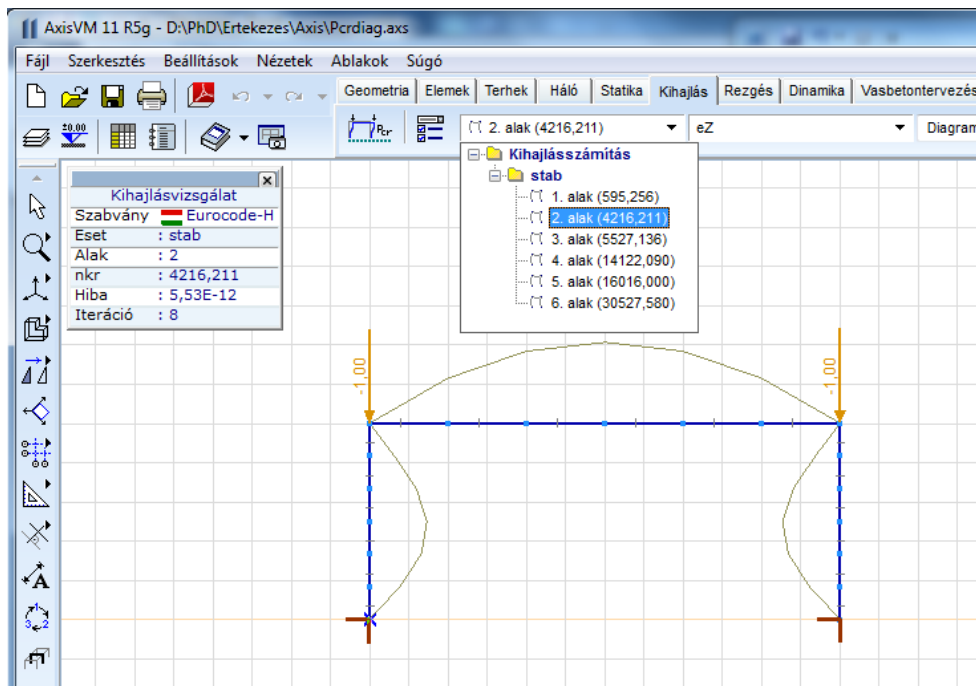
Az Axis Vm végeelem program „kihajlás” menüpontjában a számítást több alakra futtatva, az eredmények közül, az elmozdulási alakok alapján megkereshető a kilengő (55. ábra) és a nem kilengő (56. ábra) tönkremeneteli módhoz tartozó teherszorzó. Ezen keresztül pedig számíthatóak a tönkremenetelt okozó kritikus erők.

A nem - kilengő tönkremenetelhez tartozó kritikus erőt a (69) –es összefüggésbe behelyettesítve számítható a kritikus merevség értéke.

A kritikus merevség meghatározására alkalmazott képletben a felső támasz elfordulási merevségét a gerendának a keret kilengő tönkremenetelére esetén bekövetkező deformációja alapján kell kiszámolni.



55. ábra: Kilengő stabilitási tönkremenetel



56. ábra: Nem-kilengő stabilitási tönkremenetel

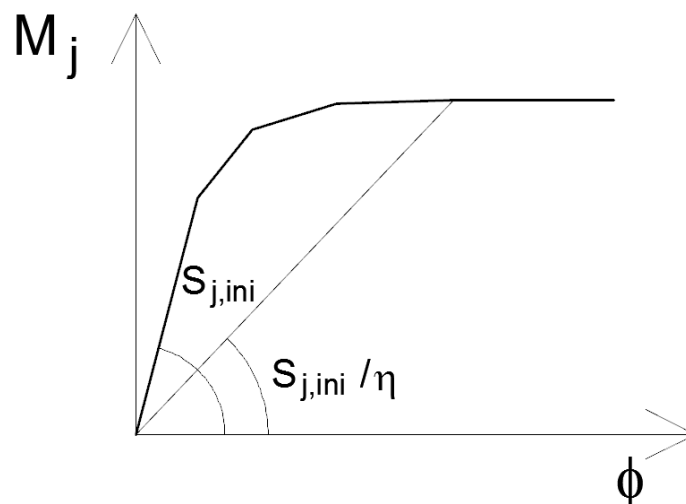
9. A kapcsolatok elfordulási merevségének MSZ-EN-1993-1-8-2005 szerinti meghatározásának hatása a kritikus erőre és a kritikus merevségre

Jelen fejezet célja a korábbi fejezetekben, a kritikus erők és kritikus merevségek számításánál használt támaszmerevségek szabvány szerinti meghatározási elvének bemutatása, illetve az ezzel kapcsolatos anomáliák tisztázása.

9.1 A kritikus erő meghatározásánál alkalmazandó támaszmerevségek

Az MSZ-EN-1993-1-8-2005 szabványban megadott komponens módszert alkalmazva, a kapcsolat egyes alkotóelemeinek deformációit figyelembe véve, meghatározható a kapcsolat kezdeti elfordulási merevsége.

A kapcsolat elfordulás – nyomaték összefüggés jelleggörbéjét az 57. ábrán adtam meg.



57. ábra: Acélszerkezeti csomópont merevsége

Ahol:

ϕ	–	elfordulás
M_j	–	a kapcsolatban fellépő nyomaték
$S_{j,ini}$	–	a kapcsolat kezdeti merevsége
η	–	módosító együttható

A nyomatéki teherbírás 2/3-áig a merevség kezdeti értékével, a feletti terhelés esetén a módosított merevségi értékkel kell számolni. A módosító tényező értéke a kapcsolat típusától függően 2 és 3,5 között változik. A kezdeti merevség és a nagy terhelés esetén értelmezhető merevség között tehát nagy a különbség, ami jelentősen befolyásolja a kritikus teher értékét.

Korábban a keretoszlop nem-kilengő stabilitási vizsgálatánál a (70) szerinti egyensúlyi egyenletet írtam fel.

$$\begin{bmatrix} k \cdot s + k_f & k \cdot s \cdot c \\ k \cdot s \cdot c & k \cdot s + k_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

A kritikus erő értékét a merevségi mátrix determinánsának zérus értékének megkeresésével kaptuk meg. A merevségi mátrix determinánsának zérus értéke ebben az esetben a megoldás szükséges, de nem elégséges feltétele. Ahhoz, hogy mindkét egyensúlyi egyenlet teljesüljön, meg kell határozni az alsó és felső csomópont elfordulását is. Stabilitási határállapotban a (70)-es egyenletnek végtelen sok megoldása van. Ezek jellegzetes tulajdonsága azonban, hogy a θ_f és a θ_a aránya állandó. Arányuk meghatározható az egyik tetszőleges felvételével és az egyenletrendszer egyik tetszőlegesen választott egyenletének a megoldásával.

A kritikus erőtl kisebb terhelés esetén a merevségi mátrix inverzét elő lehet állítani. (71) megoldása a θ_f és a θ_a egyidejű zérus értékét adja a vizsgált terhelés esetére.

$$\begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k \cdot s + k_f & k \cdot s \cdot c \\ k \cdot s \cdot c & k \cdot s + k_a \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (71)$$

Hasonlóan működik a kilengő tönkrementel esete is. A kritikus teher hatására a (72)-ben található elmozdulás komponensek aránya a tönkrementel során állandó, értékük pedig folyamatosan növekszik. Míg az egyenletet a kritikus tehertől kisebb terhelés esetére megoldva a vizsgált elmozdulás komponensek zérus értékűek lesznek.

$$\begin{bmatrix} \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} + k_{yf} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} \\ s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot k + k_a & s \cdot c \cdot k \\ s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot c \cdot k & s \cdot k + k_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{yf} \\ \theta_f \\ \theta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (72)$$

A fentiek szerint tehát a kezdeti merevség alkalmazható, hiszen a terhelést folyamatosan növelve a kritikus teher eléréséig sem kilengő, sem nem-kilengő esetben nincs elfordulása a csomópontoknak.

A valós szerkezetek viselkedését vizsgálva eltérő megállapításra jutunk. A szerkezet imperfekciója miatt, az eddigiekben vizsgált teherelrendezés (függőleges teher a keretsarkokon) mellett, már kis teherintenzitás esetén is keletkeznek elfordulások a csomópontokban. Ezek értéke a stabilitási tönkremenetelig folyamatosan nő. Stabilitási tönkremenetel teherszintjénél már jellemzően nagy elfordulási értékek tapasztalhatóak, melyek a merevségi módosító tényező alkalmazását támasztják alá.

A szerkezet stabilitási tönkremenetele nem a kritikus teher szintjén következik be, hanem attól egy jelentősen alacsonyabb teherszinten. Ezt a teherszintet a szabvány kihajlási csökkentő tényező alkalmazásával adja meg. A kritikus erő felhasználásával meghatározható a keretoszlop viszonyított karcsúsága ($\bar{\lambda}$) (73) alkalmazásával. A viszonyított karcsúság függvényében számított kihajlási csökkentő tényező értéke valós szerkezetek esetén 1 és 0,1 között változik.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{CR}}} \quad (73)$$

Ahol:

- A – a keretoszlop keresztmetszeti területe
- f_y – az anyag folyási feszültségének karakterisztikus értéke
- N_{CR} – a keretoszlop kritikus ereje

A szabvány a kihajlási csökkentő tényező számításánál veszi figyelembe a rúdelem imperfekcióját. A fent bemutatott ellentmondás alapján N_{CR} értéke is függ attól, hogy a számításánál (csak a csomóponti merevségek meghatározásakor) figyelembe vesszük-e az imperfekciót. Véleményem szerint a biztonság kárára tévedünk, ha a csomóponti merevségek kezdeti értékével számolunk N_{CR} meghatározásánál. Ennek bizonyítása túlmutat jelen dolgozat határain. A további számításokban alkalmazom a merevségi módosító tényezőt.

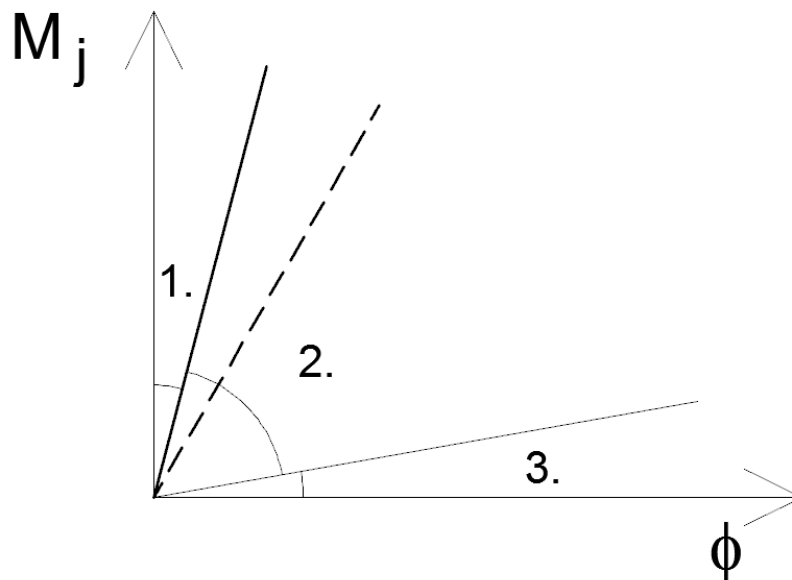
9.2 Az oszlop-gerenda kapcsolatnál értelmezett fiktív támasz merevségének, és az oszlop-gerenda kapcsolat merevségének egymásra hatása

Az MSZ-EN-1993-1-8-2005 szabvány szerint az acélszerkezeti kapcsolatokat merevség szerint kategóriákba kell sorolni. Ezek a kategóriák, ill. azok főbb jellemzői a következők:

- Merev kapcsolat (58. ábra 1. tartomány):
 - o nyomaték átadására alkalmas,
 - o végtelen merev rugóval modellezhető,
 - o a kapcsolódó rúdvégek elfordulása megegyezik.
- Fél-merev kapcsolat (58. ábra 2. tartomány):
 - o nyomaték átadására alkalmas,
 - o a kapcsolódó rúdvégek elfordulása eltérő,
 - o merev és névlegesen csuklós kapcsolatok is kezelhetők félmerev kapcsolatként.
- Névlegesen csuklós kapcsolat (58. ábra 3. tartomány):
 - o nyomaték átadására nem képes,
 - o a kapcsolódó rúdvégek elfordulása eltérő.

(Az elnevezések a globális analízis módszerének függvényében változhatnak.)

A kategóriákba sorolás a csomópont komponens módszerrel meghatározott, kezdeti merevsége alapján történik az 58. ábra szerint.



58. ábra: Acélszerkezeti csomópont osztályba sorolása

A kapcsolat névlegesen csuklósnak tekinthető (74) teljesülése esetén, merevnek pedig a (75) teljesülése esetén.

$$S_{j,ini} \leq 0,5 \cdot \frac{E \cdot I_b}{L_b} \quad (74)$$

Ahol:

- $S_{j,ini}$ – a kapcsolat kezdeti merevsége
 I_b – a kapcsolódó gerenda inerciája
 L_b – a kapcsolódó gerenda hossza
 E – rugalmassági modulus

$$S_{j,ini} \geq k_b \cdot \frac{E \cdot I_b}{L_b} \quad (75)$$

Ahol:

- k_b – a keret jellegétől függő állandó 8 vagy 25 értékkel

Az 1. és 2. zóna határa a keret vízszintes megtámasztásának függvényében eltérő. Azon kereteknél, amelyeknél a merevítő rendszer az elmozdulásokat legalább 80%-kal csökkenti a merevítetlen keret elmozdulásaihoz képest, k_b értéke 25-ről 8-ra csökken. Ezt azt jelenti, hogy kevésbé merev kapcsolat is végtelen merevnek tekinthető, ha a keret vízszintes irányban hatékonyan meg van támasztva.

A fiktív támasz merevsége befolyásolja az oszlop-gerenda kapcsolat számított merevségét, az pedig visszahat a tetősíkú diafragma által biztosított vízszintes támasz kritikus merevségére.

A merevítés által biztosított megtámasztás a talpcsomópont merevségi besorolására is hatással van. A merev besorolás azonban a kellően merev merevítő rendszer esetén is jellemzően csak zömök oszlopokkal érhető el. Ezzel az esettel most nem foglalkozom.

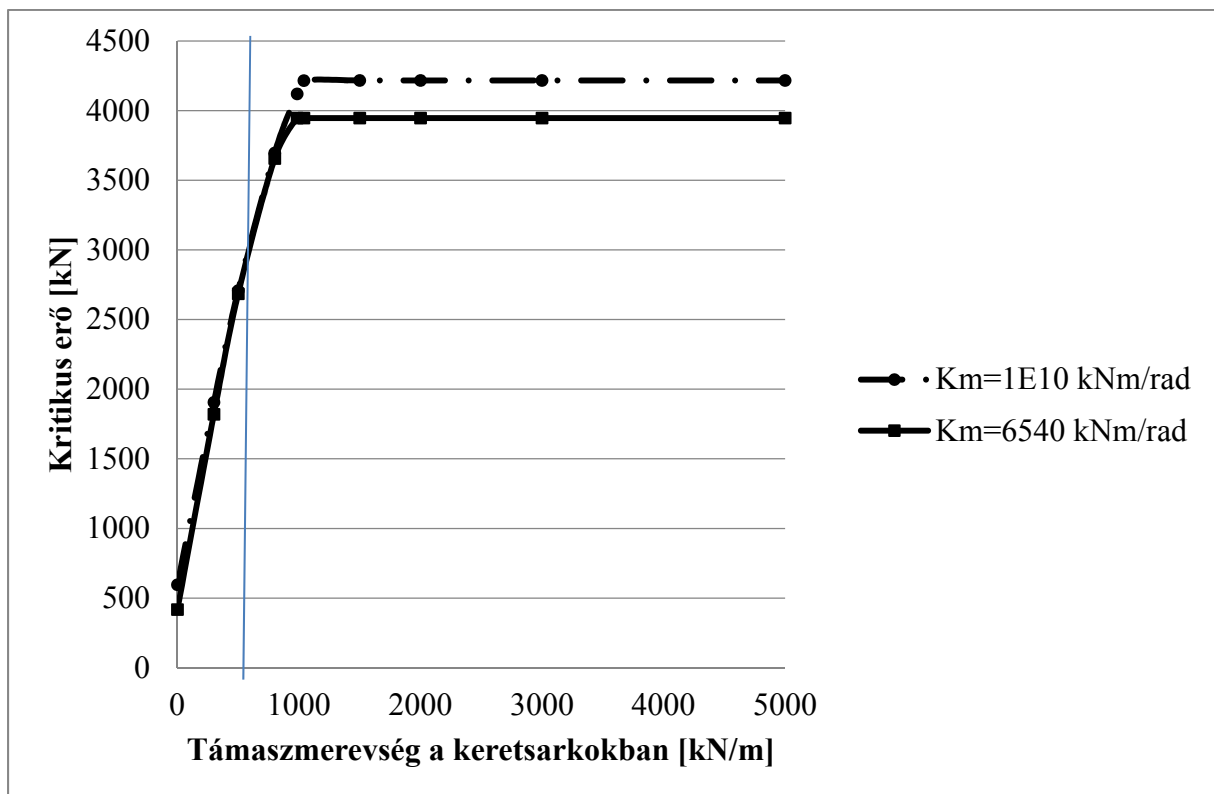
A diafragmamerevség és a csomóponti merevségek egymásra hatását a korábban is vizsgált 12 m fesztávú, 5 m ereszmagasságú portálkeret felhasználásával elemzem. A keretoszlop szelvénye IPE 240. A keretgerenda keretoszlophoz viszonyított relatív merevsége 1. A talpcsomópont kialakítása névlegesen csuklós. (Annak érdekében, hogy a vízszintes támasz kis merevségi értékek esetén is megfelelő mértékben csökkentse a keret elmozdulását, a lehető legkisebb merevségű keretet kell vizsgálni.) Az oszlop-gerenda kapcsolat merevségét

úgy veszem fel, hogy az nagy merevségű vízszintes megtámasztás esetén, éppen a merev tartományba essen. Ebben az esetben tapasztalhatjuk a legnagyobb változást.

A kapcsolat kezdeti merevségét ($S_{j,ini}$) tehát (76) szerint határoztam meg. A számításban pedig $\eta=2$ merevségi módosító tényezővel vettem figyelembe.

$$S_{j,ini} = k_b \cdot \frac{E \cdot I_b}{L_b} = 8 \cdot \frac{21000 \frac{kN}{cm^2} \cdot 9342 cm^4}{1200 cm} = 13078,8 \frac{kNm}{rad} \quad (76)$$

Az 59. ábrán a számított merevségű keretsarok (folyamatos vonal) és a végtelen merev keretsarok (szaggatott vonal) esetére adtam meg a kritikus erő értékének alakulását a keretsarok vízszintes megtámasztásának függvényében.



59. ábra: A számított kapcsolati merevségek elhanyagolásának hatása

A függőleges vonal azt a merevségi értéket (697 kN/m) jelenti, melynek hatására már teljesül az a feltétel, hogy a keretsarok vízszintes megtámasztásának hatására a keret elmozdulása legalább 80%-kal csökken. Ettől nagyobb merevségű oldalirányú megtámasztás esetén az oszlop-gerenda kapcsolat számított merevsége helyett végtelen nagyságú merevség alkalmazható. Az 59. ábrán a függőleges vonaltól balra a folyamatos vonallal jelölt értékek, attól jobbra, a szaggatott vonallal jelölt értékek adják meg a kritikus erő értékét.

A komponens módszer felhasználásával meghatározott oszlop-gerenda kapcsolat merevség helyett végtelen nagyságú merevség alkalmazásának hatására, a nem-kilengő stabilitási tönkremenetel zónájában mutatkozik a legnagyobb különbség a számított kritikus erő értékekben.

A kritikus erő ismeretében (77) alapján merev oszlop-gerenda kapcsolat, (78) alapján a fél-merev oszlop gerenda kapcsolat figyelembevételével számítható a viszonyított karcsúság.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{CR}}} = \sqrt{\frac{3913 \text{mm}^2 \cdot 235 \frac{N}{\text{mm}^2}}{4217000N}} = 0,4668 \quad (77)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{CR}}} = \sqrt{\frac{3913 \text{mm}^2 \cdot 235 \frac{N}{\text{mm}^2}}{3947000N}} = 0,4825 \quad (78)$$

Az első eset 859,11 kN, a második 854,83 kN teherbírást jelent. A kettő között 1 % alatti a különbség. A szabvány által szabott feltételek teljesülése mellett, a számított csomóponti merevség helyett végtelen merevség figyelembevétele elhanyagolható változást jelent a keretoszlopok teherbírásában.

Az oszlop-gerenda kapcsolat merevségének a tetősíkú diafragma által biztosított megtámasztás kritikus merevségére is hatása van. Jelen példa esetében a végtelen merev oszlop-gerenda kapcsolat figyelembevételével 1039 kN/m, a fél-merev oszlop-gerenda kapcsolat figyelembevételével 985 kN/m a kritikus merevség értéke. A két érték közötti tartományban a kétféle oszlop-gerenda kapcsolati merevség figyelembevétele eltérő stabilitási tönkremeneteli formát eredményez. A bizonytalan merevségi tartomány szélessége a vizsgált szerkezet kialakításának függvénye.

10. Összefoglalás

Dolgozatom két fő részre tagolódik. Az első részben a keretek együttdolgozását biztosító diafragmák kialakítási lehetőségeit és hatékonyságát vizsgáltam. A második részben a keretek együttdolgoztatásának hatására a keretoszlopok stabilitási tönkremeneteli módjának alakulását, teherbírásának változását vizsgáltam.

10.1 Tetősíkú diafragmák

A BME Tartószerkezeti Laboratórium közreműködésével az ÉTI szentendrei telephelyén 1976-1981 között végrehajtott 1:1 léptékű kísérletsorozat egyik célja a szerkezeti együttdolgozás vizsgálata volt, a szerkezet különböző készültségi szintjein.

A mért eredmények kimutatták a burkolatnak a vízszintes terhek elosztásában betöltött szerepét. A burkolati rendszer diafragma-hatása mérsékelte az eltérő vízszintes terhelésű keretek közti elmozdulás-különbségeket. A kísérlet eredményei a tetősíkú diafragma teherelosztó hatásának figyelmen kívül hagyásával nem magyarázhatóak.

Feldolgoztam a kísérletsorozat mérési eredményeinek a kutatási témához kapcsolódó, a burkolat és a másodrendű szerkezeti elemek diafragma-hatását vizsgáló részét.

Elkészítettem a kísérletben vizsgált szerkezet burkolatának részletes végeselemes modelljét Axis Vm szoftver felhasználásával [P1]. A burkolat elemeit héjelemekkel modelleztem fedési egységenként. A szelemeneket szintén héjelemekből építettem fel. Az önfúró csavarok és popszegecsek felhasználásával kialakított kapcsolatokat modellező rugók merevségét táblázatos adatok alapján adtam meg.

Tanulmányoztam a "Stressed Skin Diaphragm Design" módszerhez kapcsolódó szakirodalmat [8][9][10][11][12][13]. A [9]-ben leírt módszer szerint is meghatároztam a kísérletben alkalmazott tető-, és falburkolat merevségét. A kapott eredményeket összevettem a végeselemes modell eredményeivel.

A tető diafragma egységnyi teher hatására történő elmozdulása SSDD szerint 0,448 mm; a VEM modell szerint 0,556 mm.

Elkészítettem a kísérletben vizsgált szerkezet térbeli végeselemes modelljét Axis Vm szoftver felhasználásával [P1]. A modell figyelembe veszi a kiékelés hatását, a talpcsomópontok részleges befogását, az acélszerkezeti kapcsolatok merevségét, a burkolat tárcsa-hatását.

A modell segítségével számított elmozdulások a biztonság javára közelítik a kísérleti eredményeket. A mért és számított értékek közötti legnagyobb különbség 0,85 mm; ami a számított elmozdulás 19%-a.

A csarnokszerkezetek burkolatának a vízszintes teher elosztásában játszott szerepét a tervezői gyakorlat elhanyagolja, annak ellenére, hogy ezzel kevésbé gazdaságos szerkezetek jönnek létre.

A számítástechnika mai szintjén a szerkezet globális vizsgálatának elvi lehetősége adott. A nagy számítási idő miatt azonban a diafragma-hatás vizsgálatát érdemes inkább beépíteni az elkülönítés módszerét felhasználó tervezésbe. Az elsőrendű szerkezetek esetén rugalmas megtámasztás alkalmazásával, a másodrendű szerkezetekre pedig kiegészítő terhek működtetésével. A teherbírás és szerkezeti merevség összefüggése miatt, az acélszerkezetek kapcsolatainak méretezéséhez hasonlóan, itt is iterációs folyamat eredményeképpen adódnak a megfelelő szerkezeti méretek.

A végeelemes modell segítségével történő diafragmamerevség meghatározás gyakorlati alkalmazásához kísérleti úton meg kell határozni az önfúró csavaros rögzítések merevségét az alkalmazott anyagminőségek és anyagvastagságok figyelembevételével. Ennek költségei miatt a módszer alkalmazása, és a burkolat merevítő hatásának figyelembevétele típus szerkezetek, vagy tipizált burkolati rendszerek esetén gazdaságos.

Végeelemes modellek felhasználásával megvizsgáltam a tetősíkú diafragmák kialakításának alternatív lehetőségét, a másodlagos merevítő rendszer alkalmazását. A hatékonyság vizsgálatánál külön figyelmet fordítottam a feszített kialakítások vizsgálatára, mivel ezek merevsége nagyobb a hagyományos andráskereszt merevítésekhez képest.

Új épületek tervezése mellett, meglévő szerkezetek megerősítése esetén is gazdaságos megoldást jelent a szerkezet együttlétezésének biztosítása. Így kedvezőbb tehereloszlás hozható létre. Csarnokszerkezetek végfalain általános esetben az építészeti funkció megzavarása nélkül kialakíthatóak andráskereszt merevítések, melyek kis anyagfelhasználással nagy merevséget és teherbírást eredményeznek. A merev végfalak egy tetősíkban kialakított diafragmával kiegészítve, megtámasztó rendszert biztosítanak a kisebb vízszintes merevségű közbenső keretek számára. A diafragma lehet maga a burkolati rendszer, vagy a keretek síkjára merőlegesen kialakított merevítő rendszer.

Az utóbbi megoldás merevebb diafragmát eredményez, a merevségének számítása sokkal kevesebb bizonytalanságot tartalmaz, mint a burkolatok által biztosított diafragmák merevségének meghatározása, emellett relatíve kis beépítendő acélmennyiséget jelent, így a tervezői gyakorlatban könnyebben elterjedhet ez a megoldás.

10.2 Tetősíkú diafragma hatása a keretoszlopok teherbírására

A tetősíkú diafragma alkalmazása esetén a keretek merevségének függvényében megtámasztó és megtámasztott keretek alakulnak ki. Vizsgálataim során feltételeztem, hogy az andráskereszt merevítéssel ellátott végfali keretek a megtámasztó, a közbenső keretek a megtámasztott keretek. A megtámasztott keretek esetében:

- csökkennek a vízszintes elmozdulások,
- csökkennek a mértékadó nyomtatékok a keretsarokban és a talpcsomópontnál,
- nő a keretoszlopok teherbírása.

Dolgozatom második része a harmadik pont részletes vizsgálatát tartalmazza. A keretoszlopok kritikus terhének meghatározására mátrix-elmozdulásmódszeren alapuló programot írtam Smath matematikai program [P2] felhasználásával. A szerkezet merevségi mátrixába stabilitásfüggvényeket építettem be, így az a stabilitási problémák kezelésére alkalmassá vált. Az alkalmazott merevségi mátrix felépítése a vizsgált szerkezet kialakításától függ.

A megtámasztó rendszer modellezésére az oszlop-gerenda kapcsolatnál részleges merevségű vízszintes támaszelemet alkalmaztam a megtámasztott keretek vizsgálatánál.

A befogott, vagy csuklós talpcsomópontú, merev oszlop-gerenda kapcsolatú portálkerettől, mint alapesetből kiindulva, több lépésen keresztül eljutottam az olyan vízszintestől eltérő síkú gerendákkal rendelkező keretek merevségi mátrixához, melyeknél lehetőség van a talpcsomópontnál, a taréjcsomópontnál és az oszlop-gerenda kapcsolatnál a részleges merevség figyelembevételére. A fenti lépések során a szerkezet összetettsége, és a modell részletessége szerint, a síkbeli vizsgálathoz tartozó merevségi mátrix mérete 6x6-os és 24x24-es méret között változik.

A program iterációs elven határozza meg azt a teherértéket, amelynél a merevségi mátrix determinánsa először előjelet vált. Ez a teherérték a kritikus teher.

A vizsgálatok eredményei azt mutatják, hogy a diafragma megtámasztó hatását modellező vízszintes megtámasztás kis merevségi értékei esetén, a keretoszlop kritikus ereje egy bizonyos pontig monoton emelkedik, egy jellemző merevségi érték felett viszont konstans. Ez a merevségi érték a kritikus merevség.

Az ismeretlenek felcserélésével minden lehetséges kritikus erő értékhez megtalálható a keretsarkon elhelyezett vízszintes támaszoknak az a merevségi értéke, amely mellett a vizsgált kritikus erő ki tud alakulni. A kritikus merevség meghatározásához a nem-kilengő tönkremeneteli módhoz tartozó kritikus erő értéket kell alkalmazni.

A kritikus merevség értékének meghatározásához így két iterációs folyamaton keresztül jutunk el. Az első lépésben meghatározzuk a nem-kilengő tönkremeneteli módhoz tartozó kritikus erő értéket, majd a második lépésben az ehhez az erőhöz tartozó minimális oldalirányú megtámasztási merevséget, a kritikus merevséget. Ez a számítási módszer időigényes, mert az iterációs lépésen belül a merevségi mátrix determinánsát is meg kell határozni.

Kihasználva a szerkezet és a terhelés szimmetriáját, a keretoszlopok stabilitási tönkremeneteli alakoknak megfelelően kimozdított helyzetének egyensúlyi egyenletei alapján meghatározható a kilengő-, és a nem-kilengő tönkremenetelhez tartozó kritikus erő, illetve a kritikus támaszmerevség. Ezt felhasználva programot készítettem, mely a keretoszlop keresztmetszeti adataiból, geometriájából és megtámasztási viszonyaiból kiindulva adja meg a kilengő-, és a nem-kilengő kritikus teher és a kritikus merevség értékét.

A korábbi programoktól eltérően a keretoszlop felső csomópontján alkalmazott vízszintes megtámasztás kritikus merevségét a program zárt képlet alapján számítja, megspórolva ezzel a második iterációs eljárás időigényét.

A programok felhasználásával a keretoszlopok kritikus terhére vonatkozó, szakirodalomban [2] megtalálható összefüggések kiegészítéseként, jellemző példákon keresztül mutattam be a részleges merevségű talpcsomópont, a részleges merevségű oszlop-gerenda kapcsolat és a részleges merevségű keretsarok megtámasztás hatását.

Az eredmények támpontot adnak a keretoszlopok megtámasztási viszonyainak optimális meghatározásához, valamint felhívják a figyelmet arra, hogy a keretből felépülő szerkezetek esetében a keretek együttlétezéséért felelős diafragmák méretezésénél a diafragma teherbírásának ellenőrzése mellett a merevségének számítása, és kritikus merevségi értékkel történő összevetése is fontos feladat. Hiszen amennyiben a diafragma kevésbé merev támaszt jelent a szerkezetet alkotó bármely keret számára, mint a kritikus merevségi érték, akkor a tervezői gyakorlatban szokásos feltételezés, miszerint a merevítő rendszerrel megtámasztott keretek nem-kilengő módon mennek tönkre, nem helyes, és a keret egy alacsonyabb teherszinten, kilengő módon megy tönkre.

11. Elért tudományos eredmények

11.1 Első tézis

Kísérleti-, és számított eredmények összehasonlítása alapján megállapítottam, hogy - megkötések mellett - az 1970-es években kidolgozott Stressed Skin Diaphragm Design Method alkalmazása, és az általam felépített, megfelelő részletességű végeselemes modell is alkalmas a héjazat merevítő hatásának meghatározására.

Acél tartószerkezetek burkolatának abban az esetben is hatása van a tartószerkezet viselkedésére, ha ezzel az elsőrendű tartószerkezetek méretezésekor nem számolunk. A hatás figyelembevételének két lehetséges módját vizsgáltam meg. Összehasonlítottam a BME Tartószerkezeti Laboratórium segítségével az ÉTI szentendrei telephelyén 1976-1981. között végrehajtott 1:1 léptékű – az épület különböző készültségi szintjein a keretek együttdolgozását vizsgáló - kísérletsorozat eredményeit, a Stressed Skin Diaphragm Design Method szerint számított diafragmamerevséget, illetve egy végeselemes részlet modell segítségével meghatározott diafragmamerevséget felhasználó globális végeselemes modell eredményeivel. Kimutattam, hogy a diafragmamerevség figyelembevételével kapott elmozdulás értékek a biztonság javára közelítik a kísérlet során mért értékeket.

A diafragma végeselemes részletmodelljének összeállításakor a trapézlemez mellett a szelement is héjelemekből építettem fel. Modelleztem a trapézlemezek egymáshoz-, ill. a szelemenekhez történő rögzítésének merevségét és a szelemenbak merevségét.

A végeselemes részletmodell, illetve a Stressed Skin Diaphragm Design Method alkalmazásával meghatározott diafragmamerevségek eltérése miatt egyes paraméterek értékeit - a többi paraméter állandósága mellett – változtatva megállapítottam, hogy a vékonyfalú szelemenek, szelemenbak környezetében bekövetkező helyi deformációi az SSDDM esetében jelentős mértékben – a biztonság kárára - befolyásolják a diafragma merevségének számított értékét. Az általam elvégzett vizsgálatok igazolták, hogy a szelemenbak és szelemen együttes merevségének kísérleti meghatározásával ez a hiba kiküszöbölhető.

Kapcsolódó publikációk: [S1], [S2], [S4], [S9].

11.2 Második tézis

Megállapítottam, hogy a héjazat figyelembevételével, ill. a keretek síkjára merőlegesen kiépített merevítő rendszer alkalmazásával kialakított tetősíkú diafragmák megtámasztó hatása következtében csökken a keretoszlopok keretsíkban értelmezett kihajlási hossza. A keretek szempontjából a diafragma rugalmas megtámasztásként vehető figyelembe. A támaszmerevség növelése a kritikus merevségi érték eléréséig csökkenti a keretoszlop kihajlási hosszát, utána nem befolyásolja azt.

A tetősíkú diafragmák tartószerkezet tervezésben történő figyelembevétele tehát amellett, hogy teherelosztó hatásának következtében csökkenti a megtámasztott keretek terheit, megtámasztó hatásának következtében – a keretoszlopok keretsíkban értelmezett kihajlási hosszának csökkentésén keresztül – a keretoszlop teherbírásának növekedését is okozza. A teherbírás növekménye függ a tetősíkú diafragma merevségétől.

A keretsarkok – tetősíkú diafragma által biztosított - megtámasztásának meghatározható az a minimális merevségi értéke, amely mellett a keretoszlopok teherbírása már eléri maximális értékét. Ez a merevségi érték a kritikus merevség.

Mátrix-elmozdulásmódszeren, ill. a kimozdított keretoszlopok egyensúlyi egyenletein alapuló eljárásokat dolgoztam ki a kritikus támaszmerevség meghatározására egyszerű keretek esetére. Az általános eljárás végeselemes programokba beépítve, az egyszerűsített eljárás pedig kézi számításként alkalmazva segíti a tetősíkú diafragma merevségének optimalizálását.

Kapcsolódó publikációm: [S1], [S2], [S4], [S5], [S6], [S7], [S9].

11.3 Harmadik tézis

Keretszlopok kilengő és nem-kilengő kimozdult alakjának egyensúlyi vizsgálatai alapján megállapítottam, hogy:

- a nem-kilengő tönkremeneteli állapothoz tartozó kritikus erő értéke nem függ az oldalirányú megtámasztás merevségétől;
- a kilengő tönkremeneteli állapothoz tartozó kritikus erő értéke az oldalirányú megtámasztás merevségének növelésével monoton nő;

A nem-kilengő tönkremeneteli módhoz tartozó kritikus erő ismeretében zárt képlet alkalmazásával határoztam meg az oldalirányú megtámasztás merevségének a kritikus értékét, amely biztosítja, hogy a tönkremenetel nem-kilengő módon következzen be.

Szimmetrikus terhelésű, egyszerű keretek stabilitásvizsgálata elvégezhető az egyik keretszlop vizsgálatával. A keret nem-kilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó alakja szerint kimozdított keretszlop merevségi mátrixában nem szerepel a keretsarok vízszintes megtámasztásának merevsége. A kilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó alak szerint kimozdított keretszlop merevségi mátrixában viszont igen. Ennek alapján, a kritikus merevség alatti megtámasztási merevségek esetén a keret kilengő, a felett nem-kilengő stabilitási tönkremenetele következik be.

A nem-kilengő tönkremenetelhez, a keretsarok megtámasztásának minden merevségi értéke esetén azonos kritikus erő tartozik. A kilengő tönkremenetelhez, a keretsarok megtámasztásának merevségét növelve, egyre nagyobb kritikus erő tartozik. A két érték minimuma jelenti a szerkezet kritikus erejét a keretsarok megtámasztásának minden merevségi értéke esetén. A kritikus merevségnél található a két görbe metszéspontja. Ezt kihasználva vezettem le a kritikus merevség meghatározására szolgáló képletet.

E képlet alkalmazása jelentősen csökkenti a kritikus merevség meghatározásának számítási idejét.

Kapcsolódó publikációm: [S3], [S10].

11.4 Negyedik tézis

Az oszlop-gerenda kapcsolatnál értelmezett fiktív támasz merevségének, és az oszlop-gerenda kapcsolat merevségének kétoldalú interakcióját vizsgálva, miszerint a fiktív támasz merevsége befolyásolja az oszlop-gerenda kapcsolat számított merevségét, az pedig visszahat a fiktív támasz kritikus merevségére, megállapítottam, hogy az MSZ EN 1993-1-8 szerint merevnek minősített kapcsolatok rugalmasságának elhanyagolása a tönkremenetel kilengő vagy nem-kilengő módját befolyásolhatja, a keretoszlopok számított teherbírását elhanyagolható mértékben növeli.

A keretszerkezetek kritikus erejére, illetve a kritikus merevség értékére hatása van a keret csomópontjainak elfordulási merevségének. Az MSZ EN 1993-1-8, meghatározott feltételek mellett, lehetővé teszi a számított kapcsolati merevség helyett végtelen merev kapcsolat figyelembevételét. A merev kapcsolat figyelembevétele a keretsarkok megtámasztásának minden merevségi értéke esetén nagyobb kritikus erőt eredményez a számított merevség felhasználásával meghatározott kritikus erőhöz képest. A kritikus merevség értéke is eltérő a két esetben.

A kritikus erő növekménye elhanyagolható mértékű teherbírás növekményt eredményez. A kritikus merevség eltérése pedig, bár a stabilitási tönkremenetel módját befolyásolja, azok közel azonos teherértéknél következnek be.

A fentiek alapján az MSZ EN 1993-1-8 –ben meghatározott feltételek teljesülése esetén a végtelen nagy csomóponti merevségek figyelembe vehetőek a stabilitási vizsgálatok végrehajtásánál.

Kapcsolódó publikációm: [S3], [S9].

12. Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt köszönetet mondok Prof. Dr. Iványi Miklós PhD. DSC. témavezetőmnek (Professzor Emeritus – Pécsi Tudományegyetem, Pollack Mihály Műszaki és Informatikai Kar), hogy tudásával, tapasztalatával és tanácsaival – míg lehetősége volt – segített tanulmányaim, kutatásom és dolgozatom készítése során. Nagy fájdalommal tölt el, hogy a „hídon már nélküle kell átmennem”...

Köszönetet mondok Dr. Katona Tamás János DSC. Akadémiai Doktornak és Dr. Füzi János PhD. témavezetőmnek (Egyetemi Docens – Pécsi Tudományegyetem, Pollack Mihály Műszaki és Informatikai Kar) a dolgozatom elkészítéséhez nyújtott segítségükért.

Köszönetet mondok Dr. Bachman Zoltán DLA. Doktori Iskola Vezetőnek és Dr. Borsos Ágnes DLA. Doktori Iskola Titkárnak tanulmányaim során nyújtott segítségükért.

Köszönetet mondok Dr. Kovács Imre PhD. tanszékvezetőmnek (Főiskolai Tanár – Debreceni Egyetem, Műszaki Kar, Építőmérnöki Tanszék), Dr. Szűcs Edit PhD. Dékánasszonynak, Dr. Kalmár Ferenc PhD. Tudományos Dékánhelyettes Úrnak, Dr. Husi Géza PhD. Oktatási Dékánhelyettes Úrnak, és munkáltatómnak, a Debreceni Egyetem Műszaki Karának doktori tanulmányaim támogatásért.

Köszönetet mondok az Intercad Kft.-nek amiért több féléven keresztül biztosította számomra az általuk fejlesztett Axis Vm végeseleemes program használatát.

Köszönetet mondok családomnak, akik tanulmányaim alatt végig mellettem álltak.

A kutatás kritikus erők és kritikus merevségek meghatározására irányuló része a TÁMOP-4.2.4.A/2-11/1-2012-0001 Nemzeti Kiválóság Program című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

13. Hivatkozások

13.1 Felhasznált irodalom

- [1] IVÁNYI Miklós, Dr.: „Hídépítéstan, Acélszerkezetek”, Műegyetemi Kiadó, Budapest 1998. ISBN 963-420-578 x
- [2] HALÁSZ Ottó, Dr.; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Stabilitáselmélet Acélszerkezetek méretezésének elvei és módszerei”, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2001. ISBN 963-05-7812-3
- [3] HALÁSZ Ottó, Dr.; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Tests with simple elastic-plastic frames”, Periodica Politechnica, Civil Engineering, Vol. 23, No3-4, pp.151-182, 1979.
- [4] IVÁNYI Miklós, Dr.; KÁLLÓ Miklós, Dr.; TOMKA Pál, Dr.: „Experimental investigation of full-scale industrial building section, Stability of Steel Structures, in memory of Ottó Halász”, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1988. ISBN 963 05 5222 1
- [5] IVÁNYI Miklós, Dr.: „Stability and ductility of steel frames” Pollack Press, Pécs, 2010. ISBN 978 963 7298 35 6
- [6] IVÁNYI Miklós, Dr.; KÁLLÓ Miklós, Dr.; TOMKA Pál, Dr.: „A tartószerkezet és a térelhatároló szerkezet együttműködésének figyelembevétele teherhordó acélszerkezetek képlékeny teherbírásvizsgálatában”, Budapesti Műszaki Egyetem Acélszerkezeti Tanszék, 1988. (kézirat)
- [7] IVÁNYI Miklós, Dr.; KÁLLÓ Miklós, Dr.; TOMKA Pál, Dr.; BAKSAI Róbert: „Acélszerkezetű egyszintes építési rendszerekben a tartószerkezetek és a térelhatároló rendszerek együttműködésének vizsgálata (rugalmas vizsgálatok)”, Budapesti Műszaki Egyetem Acélszerkezeti Tanszék, 1985. (kézirat)
- [8] E. R. BRYAN, Dr.; J. M. DAVIES, Dr.: „Stressed skin diaphragm design”, Constructional steel design, an international guide, pp.247-277, Elsevier Science Publishers, 1992. ISBN 1 85166 895 0
- [9] E. R. BRYAN, Dr.: „The stressed skin design of steel buildings”, Granada Publishing Ltd., 1973. ISBN 0 258 96858 3
- [10] FRANSSEN J. M., Dr.: „Particular points of elastic analysis of clad pitched roof portal frame structures”, Thin-Walled Structures 2 1984 pp.165-174.
- [11] Leopold SOKOL, Dr.: „Lateral Stabilization by Steel Sheeting of Structural Members”, Thin-Walled Structures Vol. 25, No3, pp.207-217, 1996.
- [12] Leopold SOKOL, Dr.: „Stability of Frames Restrained by Roof Sheeting”, Thin-Walled Structures 2, pp.219-226, 1984.
- [13] Torsten HÖGLUND, Dr.: „Stabilisation by stressed skin diaphragm action” Swedish Institute of Steel Construction, Stockholm, 2002. ISBN 91 7127 0329
- [14] Kurt VOIGT.: „Steel deck diaphragm design” Structural Design – design issues for structural engineers 2013 Augustus.
- [15] Jonathan M BAGWELL, W. Samuel EASTERLING.: „Deep Deck and Cellular Deck Diaphragm Strength and Stiffness Evaluation” RESEARCH REPORT RP08-9 American Iron and Steel Institute July 2008

13.2 Felhasznált programok

- [P1] Axis VM 11 NL3/P - Oktatási változat
- [P2] SMath Studio freeware <http://www.smathstudio.com/>
- [P3] Autocad 2014 - Oktatási verzió

13.3 Saját publikáció

13.3.1 Idegen nyelvű folyóirat cikk

- [S1] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „The effect of a concentrated retraction force on the complete displaced structure”, Pollack Periodica 2012 vol.7, supplement, pp. 119-128, Akadémiai Kiadó, 2012 DOI: 10.1556/Pollack.7.2012.S.11
- [S2] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Strengthening of steel structures using the stiffening effect of the cladding”, Pollack Periodica 2012 vol.7, No.2, pp. 47-58, Akadémiai Kiadó, 2012 DOI: 10.1556/Pollack.7.2012.2.4

13.3.2 Magyar nyelvű folyóirat cikk

- [S3] RADNAY László: „Tetősíkú diafragma merevségének hatása a keretoszlopok kihajlási hosszára általános keretszerkezetek esetében”, Magész Acélszerkezetek 2014 / 1. szám. – megjelenés folyamatban

13.3.3 Nemzetközi konferencia kiadvány

- [S4] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Effect of cladding and cross-bracing on steel frameworks”, EUROSTEEL 2011, 6th European Conference of Steel and Composite Structures, Proceedings Volume C, pp. 2169-2174, ECCS Budapest, 2011 ISBN 987-92-9147-103-4
- [S5] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Effect of partial horizontal support on the columns of steel frames”, Design, Fabrication and Economy of Metal Structures – International Conference Proceedings, pp. 351-355, Springer-Verlag Budapest, 2013 ISBN 987-3-642-36690-1

13.3.4 Hazai konferencia kiadvány

- [S6] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Merevítő rendszerek kritikus merevségének meghatározása részleges merevségű oszlop-gerenda kapcsolat esetén”, Műszaki Tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban 2013 konferencia előadásai, pp. 389-396, MTA Debreceni Akadémiai Bizottság Műszaki Szakbizottsága, Debrecen, 2013 HU ISBN 978-963-7064-30-2
- [S7] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Csarnokszerkezetek megerősítése feszített merevítő rendszer alkalmazásával”, XVII. Épületgépészeti, Gépészeti és Építőipari Szakmai napok Szakkiállítás és Nemzetközi Tudományos Konferencia – Elektronikus konferencia kiadvány, Debreceni Egyetem Műszaki Kar, Budapest, 2011 ISBN 987-963-473-464-2

- [S8] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Dinamikus teherrel terhelt acél gerenda megerősítése utófeszítés alkalmazásával”, Multidiszciplináris tudományok – A Miskolci Egyetem közleménye 1. kötet 1. szám, pp. 243-250, Miskolci Egyetemi Kiadó, 2011 HU ISSN 2062-9737

13.3.5 Abstract

- [S9] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Strengthening of steel structures, using post-tensioning and stressed skin diaphragm design – experimental calibration”, Research Conference on Information Technology – Abstracts of the 7th International PhD&DLA Symposium, p.C121, Pollack Mihály Faculty of Engineering and Information Technology, Pécs, 2011 ISBN 978 963 7298 46 2
- [S10] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „The combined effect of the rotational stiffness of joints and bracing on the critical force of columns”, Architectural, Engineering and Information Sciences – Abstract Book of the 8th International PhD&DLA Symposium, p.124, Pollack Mihály Faculty of Engineering and Information Technology, Pécs, 2012 ISBN 978 963 7298 48 6
- [S11] RADNAY László; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Critical stiffness of horizontal support at the eave by frames with semi-rigid joints”, Architectural, Engineering and Information Technology – Abstract Book of the 9th International PhD&DLA Symposium, p.136, Pollack Mihály Faculty of Engineering and Information Technology, Pécs, 2013 ISBN 978-963-7298-57-7