

Le scale ordinali e i relativi problemi operativi

Michele Lalla

Sommario La misurazione di numerosi concetti utilizzati nelle ricerche sociali genera una variabile ordinale, che presenta alcuni problemi nell'analisi dei dati tuttora discussi. La genesi delle problematiche deriva dal processo di misura, che colloca le variabili ordinali nella classe delle qualitative, e si acuisce nel contrasto tra le esigenze di analisi efficaci, che si ottengono facilmente con modelli che trattano variabili quantitative, e le peculiarità delle scale ordinali che limitano il loro uso. I principali aspetti distintivi delle scale ordinali, alcuni dei quali costituiscono i punti critici e nodali delle questioni, sono qui illustrati assieme ai procedimenti di costruzione che, oltre a quelli tradizionali, contemplano anche quello basato sugli insiemi sfocati. Nel primo caso si descrivono le più diffuse scale ordinali: Likert, differenziale semantico, termometri di sentimenti, e Stapel. Nel secondo caso si presenta in termini sintetici la struttura di un sistema di inferenza sfocata per il trattamento di variabili ordinali al fine di ottenere una o più variabili risposte.

Parole chiave: misurazione, insiemi sfocati, termometro di sentimenti, differenziale semantico, scala di Likert, scala di Stapel

1 Introduzione

Le caratteristiche e i problemi delle variabili ordinali costituiscono l'argomento che rappresenta nel modo più compiuto il contatto scientifico che ho avuto con Lorenzo Bernardi, perché in quell'ambito ho sviluppato anche una parte dell'attività di ricerca: da qui le numerose autocitazioni. La mia conoscenza della materia si è avvalsa della lettura di alcuni suoi lavori e dello studio dei suoi materiali del corso di «Statistica sociale», che sono stati illuminanti e assai istruttivi, perché hanno ampliato i miei orizzonti sul settore scientifico-disciplinare. In tal senso, Lorenzo è stato per me anche un maestro, che molti avrebbero voluto avere; purtroppo, ho conseguito una formazione autodidattica e resta qualche rimpianto: l'importanza del

¹ Michele Lalla, Università di Modena e Reggio Emilia; email: michele.lalla@unimore.it

maestro si avverte quando non si ha il maestro, perché allora la sua assenza si soffre con più acutezza. Eppure ho imparato tanto da lui, perché mi ha colpito subito con la sua spontaneità, la sua capacità di comunicare e entrare immediatamente in sintonia con l'interlocutore, l'eticità, la sua autenticità: è qualcosa che trascende il legame ordinario e necessario tra maestro e allievo, ma ne è ugualmente l'essenza, perché concerne la formazione umana e etico-morale, che stanno alla base dell'essere.

Gli attributi, detti anche concetti o caratteri, hanno un ruolo importante nella spiegazione dei fenomeni, ma, specialmente in ambito sociale, gli attributi sono spesso grandezze caratterizzate: da una certa vaghezza, perché derivati dal loro contesto d'uso e standardizzati dopo un lungo percorso di elaborazione, come il concetto di intelligenza; dalla scarsa univocità delle definizioni, perché la loro costruzione risente dei sistemi di valori di riferimento adottati, come delle teorie interpretative sottostanti; e dalla riproducibilità non automatica, perché vi sono variabilità nello spazio e nel tempo che possono limitarla per la mutazione strutturale che si produce nelle contingenze delle applicazioni (Bernardi, 1995). Ne consegue che la loro misurazione è frequentemente difficoltosa e rimane sovente a un livello qualitativo ordinato.

Il trattamento dei dati provenienti da misurazioni con scale ordinali è stato sempre problematico e oggetto di ampie discussioni per almeno un secolo. La soluzione non è stata ancora trovata, perché il problema è irresolubile in termini ontologici nell'ambito delle definizioni adottate per la scala ordinale, rispetto alla scala intervallare¹ che è il livello di misurazione superiore a essa. Le operazioni di tipo algebrico tra i diversi valori, ottenuti dalle varie misurazioni e corrispondenti ai livelli della scala, sono vietate dalla definizione stessa della scala, che ammette la relazione d'ordine tra i livelli, ma esplicitamente esclude che tra i livelli vi sia equidistanza, perché se vi fosse, allora si avrebbe una scala intervallare (v. *infra*).

Nel seguito si delineano gli aspetti fondamentali degli attributi misurati al livello ordinale. Nel paragrafo 2 si descrivono gli assunti e le principali caratteristiche del processo di misurazione; quindi si esaminano le principali scale ordinali – come la scala di Likert, il differenziale semantico, e le varie forme di scale termometriche – (§2.1), il loro procedimento di costruzione (§2.2), e l'approccio sfocato per ottenere una variabile ordinale da una batteria (§2.3). Nel paragrafo 3 vi sono le conclusioni.

2 Caratteristiche della misurazione delle variabili ordinali

La teoria classica della misurazione comporta che l'attributo misurato possa essere espresso da un numero reale moltiplicante l'unità di misura. In termini formali, sia ω_i l'oggetto valutato rispetto a qualche attributo quantitativo A , detto anche concetto o carattere o variabile, che rappresenta una determinata proprietà. L'attributo $A(\omega_i)$ è

¹ Per descrivere le proprietà delle variabili ordinali si è cercata una denominazione, quando non è stata trovata nella letteratura (introduzione del §2). Si è utilizzato il termine intervallare per analogia con le denominazioni delle altre scale di misura. L'approccio con gli insiemi sfocati (§2.3 e §3.4) è stato illustrato tramite termini italiani equivalenti a quelli inglesi, sia pure con qualche difficoltà e forzatura.

misurato in unità convenzionali standard u , in modo che si abbia $A(o_i) = c_i u$, con $c_i \in \mathbb{R}$, dove \mathbb{R} è l'insieme dei numeri reali. Le variabili ordinali non costituiscono, quindi, una misurazione, perché non prevedono una unità di misura o standard definiti. Il concetto è stato rivisto da Stevens (1951), definendo la misurazione come un processo di attribuzione di numeri a oggetti o eventi secondo regole determinate, univoche, omogenee, coerenti, valide, attendibili, precise rispetto a una unità di misura, e significative. Si è stabilita una teoria rappresentazionale della misurazione, perché i numeri sono rappresentazioni delle intensioni o stati dell'attributo e si basa sulla nozione platonica che esiste una realtà vera (*idéa*) dell'attributo, e il processo di misura ha l'obiettivo di valutarlo su questa dimensione vera che è idealmente una scala di rapporto o metrica e, infine, tradurlo in variabile. Gli *assunti* sottostanti riguardano: (1) la *unidimensionalità* dell'attributo oggetto di misura per cui i vari elementi/asserti utilizzati nella sua misurazione devono riferirsi allo stesso concetto o proprietà; (2) la *collocabilità su un continuum* dell'attributo in esame in modo che dal processo di misura, che coinvolge spesso risposte fornite da singoli soggetti ai vari asserti utilizzati, si ottenga un corrispondente valore numerico che esprima l'intensità dell'attributo negli oggetti/soggetti misurati; (3) la *non linearità* o *non equidistanza* tra le categorie di risposta. Questo ultimo assunto è il più controverso, perché la natura e la definizione della variabile ordinale *escludono* espressamente la linearità, ma è implicitamente assunta nel trattamento dei dati quando, per ottenere una indicazione dell'intensione di un attributo, misurato con una batteria di domande, si esegue la somma dei numeri assunti come rappresentazione delle espressioni linguistiche che denominano gli elementi ordinali delle scale di risposta delle domande della batteria. L'assunto di linearità implica, per esempio, nella scala di Likert (1932), v. *infra*, che la distanza tra "completamente d'accordo" e "d'accordo" dovrebbe essere uguale a quella che c'è fra "disaccordo" e "completamente in disaccordo", così come rispetto alla categoria "incerto/ neutrale".

L'attributo ordinale è determinato empiricamente con una operazione di uguaglianza/ disuguaglianza e una operazione di ordinamento: la prima è caratterizzata dalla relazione di coincidenza (\equiv), specifica del livello nominale; la seconda è caratterizzata dalla relazione di precedenza ($<$), specifica del livello ordinale. Nella relazione di coincidenza si ha che per tutti (\forall) gli a, b, c appartenenti (\in) all'insieme \mathfrak{S} di oggetti/soggetti ordinati secondo la misura dell'attributo in oggetto, in simboli $\forall a, b, c \in \mathfrak{S}$, valgono le seguenti proprietà: (1) riflessiva, $a \equiv a$, ossia "a coincide con a"; (2) simmetrica, $a \equiv b \Rightarrow b \equiv a$, dove il simbolo \Rightarrow indica "implica/ allora"; (3) transitiva, $a \equiv b \wedge b \equiv c \Rightarrow a \equiv c$, dove il simbolo \wedge è il connettivo logico "e". Nella relazione di precedenza si ha che $\forall a, b, c \in \mathfrak{S}$ valgono le seguenti proprietà: (1) antiriflessiva, $a \not\prec a$, ossia "a NON precede a" che è equivalente a "se $a \equiv b \Rightarrow a \not\prec b \wedge b \not\prec a$ ", quindi il simbolo $\not\prec$ nega la precedenza; (2) antisimmetrica, $a \prec b \Rightarrow b \not\prec a$; (3) transitiva, $a \prec b \wedge b \prec c \Rightarrow a \prec c$; (4) tricotomica, $a \not\equiv b \Rightarrow \vee a \prec b \vee b \prec a$, dove il simbolo $\not\equiv$ nega la coincidenza, ossia "a NON coincide con b", e il simbolo \vee è il connettivo logico "o". L'attributo misurato è classificato, quindi, secondo diverse modalità che

esprimono le classi di attribuzione, le quali sono suscettibili di essere poste in relazione tra loro tramite gli operatori maggiore e minore (per la precedenza, \prec) e si parla di *proprietà ordinale* (Coombs, 1953). Sia L la misurazione dell'attributo nell'oggetto ω_i , che genera il risultato $L(\omega_i)$. L'insieme di tutte le classi di equivalenza (M), ottenute dall'applicazione delle due relazioni, è denominato *scala ordinale*, perché la loro rappresentazione è basata su M categorie o modalità distinte e logicamente connesse dalla relazione d'ordine. Allora, siano ω_i e ω_j due oggetti valutati rispetto a qualche attributo quantitativo A , si dice che quel concetto o carattere è misurabile a livello di scala ordinale: se soddisfa tutti gli assunti di una scala nominale; e se per tutti gli $A(\omega_i) > A(\omega_j)$, si ha $L(\omega_i) > L(\omega_j)$. Per la simbologia e le relazioni con e tra le altre scale si vedano Siegel e Castellan (1988), Khurshid e Sahai (1993), Kampen e Swyngedouw (2000).

Ogni manifestazione del carattere è posta in una delle M categorie possibili (dette anche classi o *livelli*) che soddisfanno le proprietà seguenti, analoghe a quelle del livello nominale: (1) *fundamentum divisionis* unico e appropriato per avere un criterio idoneo con il quale si stabiliscono le categorie (Marradi, 2007), che si collega all'assunto del continuum sottostante; (2) *riducibilità* potenziale degli stati osservabili quando sono molti, perché occorre decidere quali e come convertirli in categorie dell'attributo; (3) *principi classificatori* per la creazione delle categorie; (4) *disgiunzione* di classi diverse, che è una conseguenza delle proprietà delle relazioni di coincidenza e precedenza; (5) *esaustività* dell'insieme delle categorie individuate; (6) *unicità* di appartenenza, perché ogni elemento può appartenere a una, e una sola classe; (7) *equivalenza* tra loro di tutti gli elementi di una classe; (8) *insopprimibilità* delle classi vuote, sia intermedie sia finali, definite dopo l'eventuale riduzione, perché una classe può essere anche vuota a differenza degli attributi misurati al livello nominale, nelle quali le classi vuote spesso non hanno senso.

Gli attributi misurabili con scala ordinale sono qualitativi ordinati e, quindi, ancora mutabili. Ogni modalità può rappresentarsi con un numero e il numero d'ordine attribuito a una certa modalità di un carattere ordinabile, ossia il posto occupato da un elemento nella graduatoria, è detto *rango*. Il problema che si pone in termini formali nell'approccio rappresentazionale è la necessità di una corrispondenza uno-a-uno tra l'insieme delle misure L e l'insieme degli attributi A , ossia L deve essere un isomorfismo di A . Per ogni scala di misura c'è una trasformazione appropriata: per il livello nominale, le trasformazioni ammissibili sono tutte quelle dell'insieme delle funzioni invertibili; per il livello ordinale, le trasformazioni ammissibili sono tutte quelle dell'insieme delle funzioni invertibili strettamente monotone crescenti.

La critica più incisiva all'approccio rappresentazionale consiste nella impossibilità di sapere se L è un isomorfismo di A (Prytulac, 1975) perché, dato che il valore vero di un attributo non è osservabile, non c'è alcun modo per verificare se la misura ottenuta corrisponda al valore vero dell'attributo. Inoltre, l'approccio cade in una contraddizione in termini quando si misura un attributo qualitativo con modalità sconnesse. Infine, un altro aspetto non risolto dall'approccio rappresentazionale concerne la soggettività della misurazione, ossia l'esecutore materiale delle operazioni di misura; in termini formali: "L appartiene all'osservatore o all'osservato?" La comparabilità delle misure implica la necessità

di uno standard che si ottiene o con l'uso di uno stesso strumento di misura o con strumenti calibrati; ma nelle scienze sociali è il rispondente che esprime il suo grado di accordo secondo una calibrazione personale che rende le misure non confrontabili, sollevando problemi insormontabili nell'analisi dei dati. Per esempio si supponga di avere una scala di risposta per la salatura di un cibo: 1= 'insipido', 2= 'poco salato', 3= 'salato', 4= 'abbastanza salato', 5= 'molto salato'. Il termine 'insipido' può corrispondere a zero grammi di sale per un soggetto e a uno o due o più grammi per un altro soggetto; pertanto, i soggetti non categorizzeranno allo stesso modo e i valori che si ottengono possono indicare cose differenti tra loro anche quando i numeri-etichette sono uguali.

2.1 Scale ordinali centrate sui soggetti

La misurazione di un attributo A può avvenire tramite un'unica operazione, che coinvolge spesso in qualche forma un unico asserto, in genere somministrato a un soggetto ω_i , che genera il risultato $L(\omega_i)$ tramite una scala che preveda M modalità, o opzioni di risposta, spesso descritte in termini verbali e ordinate in qualche modo. Più sovente, l'attributo A non può essere misurato in modo soddisfacente mediante una unica operazione di misura, perché l'intensione di A è irriducibile a una definizione operativa diretta. L'attributo è disarticolato, quindi, in concetti più semplici A_k (per $k=1, \dots, K$) e direttamente misurabili; il dislivello semantico è colmato tramite il rapporto di indicazione, o rappresentanza semantica, tra il concetto tradotto operativamente e l'attributo A più generale: i K concetti misurabili sono detti *indicatori* (Bernardi *et al.*, 2004; Marradi, 2007). La formulazione di K asserti o affermazioni o proposizioni (*items*) deve avvenire, quindi, in modo che vi sia una connessione semantica all'attributo A e devono essere monotoni, ossia formulati in modo unidirezionale rispetto all'oggetto da misurare affinché all'aumentare dell'atteggiamento favorevole del soggetto verso l'oggetto, aumenti il punteggio conseguito in quella proposizione. Se è il caso, si devono ideare asserti con un contenuto favorevole all'attributo A e asserti con un contenuto contrario, di varia intensità e in modo che i due insiemi abbiano la stessa cardinalità. La collezione dei K asserti è detta *batteria*, ma è chiamata più frequentemente anche "scala", ingenerando una ambiguità di significato nel discorso, perché il termine "scala" si riferisce sia all'insieme delle M scelte approntate per la risposta a ciascun asserto sia all'insieme dei K asserti ideati per misurare l'attributo A .

La tecnica delle scale è stata sviluppata dagli inizi degli anni venti per studiare gli atteggiamenti e i comportamenti psicofisici e psicologici (tra gli altri, White, 1926; Thurstone 1927a, 1927b, 1928). Di seguito si descrivono le scale ordinali più studiate in letteratura e più utilizzate nelle applicazioni pratiche.

La scala di Likert (1932), ideata e ideale per misurare gli atteggiamenti, è una delle più note e, nel suo formato usuale o standard, è costituita da una scala di risposta di cinque categorie ordinate ($M=5$). Nella sua formulazione classica, ogni asserto richiede al rispondente di esprimere il suo grado di accordo con esso, e la scala di risposta propone cinque possibili alternative (di risposta) tra loro ordinate:

completamente d'accordo, d'accordo, incerto o neutrale, disaccordo, completo disaccordo (*strongly agree, agree, uncertain, disagree, strongly disagree*). Per ogni asserto, le risposte presentano nell'ordine le etichette 5, 4, 3, 2, 1 (oppure 4, 3, 2, 1, 0) con la funzione specifica di mettere in ordine le alternative di risposta. I punteggi attribuiti a ogni soggetto per ogni asserto coincidono con le etichette per asserti a favore dell'attributo e le etichette sono invertite (1, 2, 3, 4, 5 oppure 0, 1, 2, 3, 4) per gli asserti contro. In una batteria, il punteggio finale di ciascun soggetto è dato dalla somma di tutti i punteggi parziali corrispondenti a ogni scelta effettuata tra le K proposizioni che costituiscono la batteria; in altri termini, "il punteggio individuale sull'intera scala, [può anche essere] costituito dalla [...] somma dei codici numerici attribuiti alle risposte scelte da un individuo ai vari *items* della scala" (Cacciola, Marradi, 1988, pp. 72-73) perché i codici delle categorie di risposta sono espressi, in genere, con numeri naturali.

Il *differenziale semantico*, nel suo formato usuale o standard, è costituito da una scala di risposta di sette categorie ordinate ($M=7$), che possono variare in numero, auto-ancorata a aggettivi o asserti bipolari o opposti; ossia, nella disposizione orizzontale della scala di risposta, a sinistra delle sette caselle adiacenti si pone un termine, per esempio 'basso', e dopo la settima casella, a destra, si pone il termine opposto 'alto', mentre le altre caselle non presentano indicazioni e, quindi, il sistema è ancorato ai due termini posti alle estremità (Osgood, 1952; Osgood *et al.*, 1957). Per ogni asserto bipolare, il rispondente indica a suo giudizio il grado con il quale il descrittore rappresenta il concetto in esame. Il differenziale semantico è diretto a misurare sia la direzione preferita tra i vari termini opposti (come "inutile" e "utile" o "sconveniente" e "conveniente") sia l'estensione o l'ammontare della direzione emergente con la scelta tra le categorie esprimendo l'intensità della preferenza. Il numero di asserti è generalmente alto e l'interpretazione dei risultati è basata prevalentemente su tre fattori (valutazione, potenza, attività), che comporta analisi abbastanza complesse, coinvolgenti procedure assai impegnative nella elaborazione dei dati; pertanto, gli obiettivi di queste scale si possono conseguire in ricerche di medio periodo, limitando la loro applicabilità o sottoponendole a procedimenti semplificati che riducono le loro potenzialità (Yu *et al.*, 2003).

La *scala di Stapel* concerne una scala di risposta di dieci elementi (scelte) non-verbali, che vanno da -5 a +5 senza il punto zero (0) che, come nel differenziale semantico, è diretta a misurare simultaneamente sia la direzione preferita sia l'intensità della preferenza. Nella sua presentazione fu esplicitamente asserito che gli intervalli non sono uguali, per evitare la violazione del terzo assunto, e che i punteggi non sono additivi (Crespi, 1961), ma la scala di Stapel è usata spesso sotto le stesse assunzioni della scala di Likert. Rispetto al differenziale semantico, la scala di Stapel presenta (misura) ciascun aggettivo o frase in modo separato e le modalità sono identificate dai numeri, ma talvolta anche le modalità del differenziale semantico sono numerate. L'uso di una scala con dieci modalità è più intuitiva e comune di quella a sette, ma l'assenza dello zero crea un salto che rompe la linearità e in teoria mina l'assunto della linearità.

La *scala auto-ancorante*, nel suo formato usuale o standard, consiste di una scala di risposta grafica e non-verbale, composta di dieci elementi (Kilpatrick, Cantril, 1960; Cantril, Free, 1962), associata a asserti che chiedono ai rispondenti di definire

la loro posizione (punto) sulla scala rispetto agli ancoraggi. La posizione migliore è quella piú in alto, se la scala è in posizione verticale (caso 1), o piú a destra, se la scala è in posizione orizzontale (caso 2). La posizione peggiore è quella piú in basso nel primo caso, o piú a sinistra nel secondo caso. Essa è nata nell'ambito della teoria transazionale del comportamento umano, secondo la quale la realtà di ogni individuo è sempre unica in qualche senso e i risultati delle sue percezioni sono concepiti come una estrapolazione corrente del passato correlato allo stimolo sensoriale. La scala può risolvere alcuni problemi e distorsioni tipiche delle scale ordinali, ma è spesso usata come una scala ancorante fissa per ottenere il punteggio, dove l'ancora è già definita, implicitamente assumendo l'esistenza di una realtà oggettiva. Tuttavia, le due strategie sembrano equivalenti in termini psicometrici, sebbene vi siano differenze logiche evidenti: tra tanti, si veda [Hofmans et al. \(2009\)](#).

La *scala del termometro dei sentimenti*, nel suo formato usuale o standard, è composta di un segmento che va da 0-a-100-gradi, che riporta indicati solo alcuni specifici valori di livello, in analogia con la scala centigrada della temperatura. Fu originariamente sviluppata da [Aage R. Clausen](#) per lo studio dei gruppi sociali e fu usata per la prima volta nell'indagine nazionale americana sull'elezione (American National Election Survey – [ANES, 1964](#)). In séguito, fu modificata da [Weisberg e Rusk \(1970\)](#), perché ritenevano che potesse essere utile nella valutazione dei candidati politici tramite una scheda, sottoposta al soggetto intervistato, che listava nove temperature nell'intervallo della scala, corrispondenti ai significati verbali delle intensità dei sentimenti espressi dagli aggettivi “caldo” o “freddo”.

La *scala di Juster*, nel suo formato usuale e standard, è costituita da undici elementi ordinati, come una scala decimale e si è utilizzata per prevedere il comportamento all'acquisto di beni durevoli ([Juster, 1960, 1966](#)): ogni domanda chiede al rispondente di assegnare una probabilità alla possibilità di adottare il comportamento descritto dall'asserto in questione.

In termini strutturali le ultime quattro scale (Stapel, auto-ancoranti, termometro dei sentimenti, e Juster) sembrano equivalenti alle scale termometriche, utilizzate per misurare la temperatura, le quali corrispondono al livello della scala intervallare. Esse hanno una lunga storia, sebbene siano ascritte a [Crespi \(1945a, 1945b\)](#), come citato da [Bernberg \(1952\)](#), per esempio. Si deve rilevare, comunque, che le scale termometriche utilizzate nelle scienze sociali non forniscono valori corrispondenti a scale intervallari, perché la loro costruzione nell'applicazione concreta non consente di garantire né l'invarianza dell'unità di misura né l'equidistanza. Sia ω_i l'oggetto valutato rispetto a un attributo quantitativo A ; si dice che tale attributo è misurabile a livello di scala intervallare se sono valide tutte le proprietà e gli assunti di una scala ordinale, a eccezione del terzo che assume l'equidistanza, e soddisfa entrambe le due relazioni seguenti, con $a > 0$:

$$(1) \quad (a) \quad L(\omega_i) = a A(\omega_i) + b, \quad (b) \quad L(\omega_i) - L(\omega_j) = a[A(\omega_i) - A(\omega_j)].$$

La *scalogramma di Guttman* costituisce un caso particolare di scala ordinale, perché non ha una definita scala di risposte, ma è un metodo che cerca di ordinare simultaneamente i soggetti e gli asserti, in questo ambito detti spesso anche stimoli. La sua applicazione è diretta a scoprire e usare la struttura della intensità empirica di

un insieme di dati indicatori di un attributo (Guttman, 1950, 1968). Si usa per determinare se un insieme di termini o asserti formano una scala, ossia esiste una gerarchia tra essi, come nelle modalità delle variabili “titolo di studio” e “livello di qualifica”.

Con il termine scala si intende spesso, come già detto, sia l'insieme delle opzioni di risposta al singolo asserto, sia l'insieme degli esiti ottenibili da tutte le possibili combinazioni di risposta a tutti gli asserti. In questa seconda accezione, vi sono tante scale in letteratura, volte a misurare i numerosi concetti utilizzati nelle scienze sociali. Si citano alcune per dare un'idea: la *scala delle distanze sociali di Bogardus*, ideata per misurare il grado con il quale un soggetto vorrebbe essere associato con una determinata categoria di persone, come una minoranza etnica, utilizzata anche per misurare il razzismo; la *scala dell'anomia* di Srole (Babbie, 2010); la *scala della speranza degli adulti* (Snyder et al., 1991); la *scala della consapevolezza organizzativa* (Weick, Sutcliffe, 2007).

2.2 Costruzione delle variabili ordinali

Le scale più usate in pratica, e sopra descritte, sono sommative. Sia i l'indice per i soggetti: $i = 1, \dots, n$. Sia j l'indice per gli attributi in esame: $j = 1, \dots, J$. Sia k l'indice per gli asserti predisposti per il j -esimo attributo A_j : $k = 1, \dots, K_j$. Il punteggio ottenuto dal soggetto i -esimo, nell'attributo j -esimo all'asserto k -esimo, è $x_{ijk} \in \{1, \dots, M\} \subset \mathbb{N}$, dove $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e \mathbb{N} è l'insieme dei numeri naturali. In teoria, M potrebbe variare da un asserto all'altro, M_k , ma in pratica la scala di risposta ha sempre M modalità per tutti gli asserti. In generale, la somma (x_{ij}) o la media (\bar{x}_{ij}) di K_j numeri misurano l'intensità del j -esimo concetto:

$$(2) \quad (a) \quad x_{ij} = \sum_{k=1}^{K_j} x_{ijk} , \quad (b) \quad \bar{x}_{ij} = (1/K_j) \sum_{k=1}^{K_j} x_{ijk} .$$

La somma, x_{ij} , è spesso scalata a uno (o dieci) con la trasformazione $x_{ij} = (x_{ij} - x_{\min;j}) / (x_{\max;j} - x_{\min;j})$, per l' i -esimo soggetto e il j -esimo attributo, dove $x_{\max;j}$ e $x_{\min;j}$ sono il massimo e il minimo di x_{ij} , rispettivamente (Aiello, Attanasio, 2004; Hoaglin et al., 1983; Ricolfi, 1984). Si ottengono in tal modo le *graduatorie per somma*. Tuttavia, le operazioni di somma e media, pur assai usati in termini pragmatici nelle applicazioni, non sono ammissibili, perché il risultato dipende da come le variabili sono codificate all'origine. Se le opzioni di risposta sono binarie o dicotomiche, in parte i problemi si riducono parallelamente con la precisione della collocazione dell'atteggiamento del rispondente. I puristi vietano l'uso della media anche solo in funzione descrittiva di una distribuzione per riassumere, con un indice sintetico di posizione, se la sua concentrazione o centro di massa è più a sinistra o più destra della mediana. Tale informazione si può ottenere in parte associando alla mediana la cumulata o la retro-cumulata. In generale, l'uso

della media in funzione indicatrice del baricentro della distribuzione sulle modalità di una scala ordinale, con il suo sistema numerico convenzionale e noto, potrebbe essere forse concesso meramente in funzione informativa/ descrittiva; ma la purezza non è mai concessiva. Per esempio, la mediana è lo strumento corretto per la sintesi della valutazione della didattica con il sistema corrente; tuttavia, in casi di corsi affollati o nelle aggregazioni di corsi può capitare che non fornisca alcuna differenza informativa tra gli asserti, come si può evincere da [Lalla et al. \(2014, p. 28\)](#), dove la mediana corrisponde sempre alla modalità “più sí che no”, valutata numericamente con sette, mentre la media varia da asserto a asserto e ci informa di quanto il baricentro si sposta nell’ambito delle etichette numeriche adottate e uguali per tutti: senza sintesi, occorre che l’interessato si analizzi da solo gli esiti di ciascuna domanda. Per migliorare la sintesi, i valori delle frequenze percentuali cumulate e retrocumulate si potrebbero associare alla mediana o solo le percentuali dei giudizi positivi, per semplicità, ma ciò esorbita dagli obiettivi della presente trattazione.

La pragmatica può avere le sue ragioni e la sua logica, ma occorre riconoscere che formalmente, in teoria, non c’è né ragione né logica nella pratica di trattare i numeri assegnati alle modalità di una scala ordinale come numeri reali, nell’ipotesi di non equidistanza tra le categorie e rimane problematica anche nel caso di una valutazione convenzionale accettata delle intensità delle modalità della scala. Nell’ambito di un approccio assiomatico, però, quest’ultima strategia avvicinerrebbe la scala, di fatto, al livello intervallare. Le modalità della scala di risposte possono essere valutate da esperti secondo un metro prestabilito o da un campione casuale di soggetti estratto dalla popolazione di riferimento e si assume per essi la mediana o la media; inoltre, è spesso possibile concepire la selezione di una modalità come il risultato di un processo discriminatorio governato da una sottostante variabile casuale normale. Tutto ciò potrebbe giustificare l’uso degli operatori della somma e della media, sfruttando le proprietà delle variabili casuali normali (v. *infra*). Tuttavia, se le modalità sono subordinate solo a una relazione d’ordine, l’uso della somma e della media resta problematico, perché in contrasto con l’assunto di non equidistanza tra le categorie di risposta; infatti, con l’equidistanza, la variabile ottenuta transita con buona approssimazione nel livello intervallare.

2.3 L’approccio sfocato

L’approccio utilizzato dal sistema di inferenza sfocata (FIS: *Fuzzy Inference System*) si basa sulla teoria degli insiemi sfocati ([Zadeh, 1965](#); [Zimmerman, 1996](#); [Dubois, Prade, 2000](#)) e risolve il problema dell’uso della somma e della media con un procedimento operativo coerente e omogeneo, quando da una batteria di domande si vuole ottenere una misurazione complessivo dell’attributo *A*. Se l’attributo è misurato tramite un unico asserto e ci si limita a analizzare solo quell’attributo, i due approcci (classico e sfocato) forniscono generalmente gli stessi risultati. Se molti attributi utilizzati nelle scienze sociali presentano una certa vaghezza o ardue difficoltà di misurazione, come spesso emerge dalla letteratura ([Bernardi, 1995](#); [Marradi, 2007](#)), allora l’approccio sfocato dovrebbe essere quasi naturale.

L'attributo è misurato sovente tramite piú asserti e si è interessati a ottenere la sua valutazione complessiva; in tal caso il sistema di inferenza sfocata può costituire una alternativa interessante rispetto al procedimento tradizionale che viola gli assunti della scala ordinale: esso (il FIS) si sviluppa secondo un processo che prevede sei passi, i primi quattro sono necessari, mentre i successivi due, (v) e (vi), possono usarsi o meno secondo le esigenze specifiche. Si descrivono di séguito per sommi capi e in termini astratti; gli esempi con piú dettagli si possono trovare in [Lalla et al. \(2004, 2008\)](#) e in [Lalla e Facchinetti \(2004\)](#).

L'*identificazione del problema* (i) è il processo che individua le relazioni tra le variabili in ingresso e le variabili in uscita e può partire dall'alto verso il basso o dal basso verso l'alto. Nel primo caso assomiglia al processo delle indagini sociali: si parte dalle variabili in uscita, dove può essercene anche una sola, e per ciascuna di esse si identificano i macro-indicatori che la rappresentano semanticamente; ciascun macro-indicatore è a sua volta disarticolato in indicatori di area semantica ridotta e la procedura ricorsiva continua fino a quando non si arriva agli indicatori composti solo dalle variabili in ingresso. Il prodotto finale ha una struttura modulare a albero, costituita da piú livelli, dove a ogni livello i vari moduli sfocati, costituenti il livello dell'albero, sono disarticolati verso il basso, sicché i moduli sfocati sono tra loro interconnessi in direzione verticale. Nella procedura dal basso verso l'alto, si parte dal livello iniziale (zero) costituito dalle variabili di ingresso, per esempio gli asserti della batteria, e si aggregano tra loro con regole razionali o casuali o di convenienza per creare il primo livello di aggregazioni, costituito dai blocchi sfocati di nuova costruzione. Questi nuovi blocchi sfocati si aggregano tra loro in modo da ottenere i moduli sfocati del secondo livello. Si procede allo stesso modo nei livelli successivi fino a quando non si giunge al livello dei moduli sfocati che costituiscono l'uscita. La sistemazione finale assomiglia a un albero piramidale a piú livelli con uscita singola o multipla all'ultimo livello (si veda la [Figura 1](#)).

La *sfocatura delle variabili in ingresso* (ii) concerne la definizione della forma e del numero delle funzioni di appartenenza per ciascuna variabile in ingresso. La funzione di appartenenza definisce il grado con il quale un valore numerico o lessicale appartiene a qualche specifica categoria della scala di risposta o di destinazione. Tale operazione sfoca i valori delle variabili di ingresso descritti da etichette lessicali o numeriche, distribuendoli su un segmento piú ampio che include le due modalità adiacenti a quella rilevata, in modo da modellare la vaghezza della risposta; in questo senso si deve intendere sfocatura (*fuzzification*). Le scale dei moduli sfocati MS1.i, nella [Figura 1](#), per esempio, avranno sette modalità nel caso di una scala di Likert standard con scala di risposta a cinque modalità in ingresso, perché qui la modalità centrale si può usare senza problemi. Il numero di modalità della scala dei moduli sfocati aumenta in genere di due a ogni livello, ma può aumentare anche di uno o rimanere invariata. L'esito finale della [Figura 1](#) è dato da MS4, che è una variabile ordinale con tredici (13) modalità. Per determinare la forma delle funzioni di appartenenza si possono usare diversi metodi ([Smithson, 1987](#); [Smithson, 1988](#)), qui tralasciati per brevità, ma alcuni di essi si potrebbero applicare anche nella costruzione delle scale ordinali per renderle piú trattabili con gli operatori di somma e media ([Lalla, Facchinetti, 2004](#); [Lalla et al., 2004](#)).

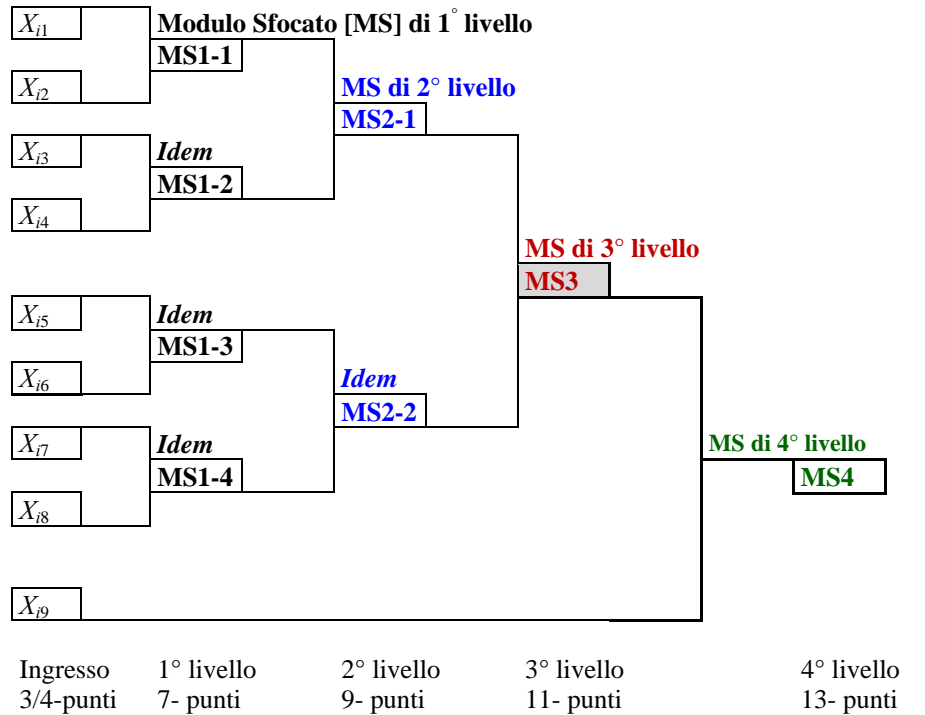


Figura 1: Struttura di sistema di inferenza sfocata con nove variabili in ingresso

In termini formali, si consideri un solo attributo in modo da eliminare l'indice j di x_{ijk} . Siano x_{ik} (con $k = 1, \dots, K$) le K variabili di ingresso fornite dall' i -esimo rispondente con campo di variazione U_k . Sia y la variabile in uscita con campo di variazione V . Sia M_k il numero delle categorie di x_{ik} . In generale, M_k può variare da una variabile all'altra, ma per una scala di Likert standard e una batteria di K asserti aventi la stessa scala di risposta, si ha $M_k = 5$ (o $M_k = 4$ se non contiene la modalità centrale) per tutti i $k = 1, \dots, K$. Ne consegue che una efficace sfocatura delle variabili in ingresso richiede un numero di funzioni di appartenenza maggiore di uno e minore di M_k . Inoltre, ogni categoria di x_{ik} è descritta da un numero sfocato $A_{m_k}^k$, $\forall m_k \in \{1, \dots, M_k\}$, e l'insieme $A^k = \{A_1^k, \dots, A_{M_k}^k\}$ denota gli ingressi sfocati di x_{ik} , mentre l'insieme sfocato in uscita è definito da $B = \{B_1, \dots, B_{M_y}\}$, dove M_y denota il numero di funzioni di appartenenza o categorie o modalità di y . Ogni insieme ha una sua funzione di appartenenza:

$$(3) \quad (a) \quad \mu_{A_{m_k}^k}(x) : U_k \rightarrow [0, 1], \quad (b) \quad \mu_{B_{m_y}}(x) : V \rightarrow [0, 1].$$

La *costruzione del blocco di regole (iii)* si attua tramite le relazioni stabilite tra le variabili ordinali in ingresso e la variabile ordinale in uscita. Le relazioni possono essere individuate considerando le situazioni che coinvolgono processi decisionali multicriterio e si esprimono tramite regole, R_s , come la seguente:

$$(4) \quad R_s : \text{SE} \left[x_{i1} \in A_{m_1}^1 \otimes \dots \otimes x_{iK} \in A_{m_K}^K \right] \text{ ALLORA } \left(y \in B_{m_y} \right),$$

per tutte le combinazioni di $m_k \in \{1, \dots, M_k\}$ e $m_y \in \{1, \dots, M_y\}$. L'espressione a sinistra di "ALLORA" è l'antecedente o protasi o premessa, mentre l'espressione a destra è la conseguente o apodosi o conclusione. Il simbolo \otimes (*otimes*) denota un operatore di aggregazione, uno delle varie t-norm (se l'aggregazione avviene con l'operatore AND) o t-conorm (se l'aggregazione avviene con l'operatore OR). Per esempio, l'operatore di aggregazione AND produce un valore numerico $\alpha_{s, m_y} \in [0, 1]$ che rappresenta l'esecuzione di un antecedente nella regola R_s . Il numero α_{s, m_y} dovrebbe operare con la funzione di appartenenza del conseguente B_{m_y} , al fine di calcolare l'uscita di ciascuna regola. Si può applicare ancora l'operatore AND, ma in modo un po' diverso: \otimes lavora su un numero e la funzione di appartenenza dell'insieme sfocato B_{m_y} , dove nel caso della regola R_s è applicato su due numeri (Von Altrock, 1997; Zimmerman, 1996). Un esempio di blocco di regole si basa sul modulo sfocato MS1-1 della Figura 1 con valori numerici/ simbolici, invece delle etichette reali, e con tre funzioni di appartenenza, per brevità:

– SE X_{i1} è mf1 AND	X_{i2} è mf1, ALLORA	MS1-1 è mf1
– SE X_{i1} è mf1 AND	X_{i2} è mf2, ALLORA	MS1-1 è mf2
– SE X_{i1} è mf1 AND	X_{i2} è mf3, ALLORA	MS1-1 è mf3
– SE X_{i1} è mf2 AND	X_{i2} è mf1, ALLORA	MS1-1 è mf2
– SE X_{i1} è mf2 AND	X_{i2} è mf2, ALLORA	MS1-1 è mf3
– SE X_{i1} è mf2 AND	X_{i2} è mf3, ALLORA	MS1-1 è mf4
– SE X_{i1} è mf3 AND	X_{i2} è mf1, ALLORA	MS1-1 è mf3
– SE X_{i1} è mf3 AND	X_{i2} è mf2, ALLORA	MS1-1 è mf4
– SE X_{i1} è mf3 AND	X_{i2} è mf3, ALLORA	MS1-1 è mf5.

Le regole possono essere generate automaticamente con un algoritmo o formulate da un esperto.

L'*aggregazione del blocco di regole (iv)* incorpora il processo di unificazione delle uscite di tutte le regole in una singola uscita, Y . Per ogni regola R_s coinvolta nell'ingresso numerico $\mu(\alpha_{s, m_y} \otimes B_{m_y})$ si ottiene una differente uscita. Queste funzioni di appartenenza a insiemi sfocati dovrebbero essere aggregate con un

operatore OR usando una t-conorm: le piú usate sono il massimo, la probabilistica, e la Lukasiewicz nota come somma limitata. Se ci si riferisce sempre alla [Figura 1](#), ora il modulo sfocato di risposta (MS1-1) è pronto, ma è ancora nella sua forma sfocata. Si procede allo stesso modo per le altre variabili in ingresso fino a generare tutti i moduli sfocati presenti nell'albero e esaurire le operazioni del primo livello. Si procede analogamente nei livelli successivi: a ogni livello si aggregano i moduli sfocati generati nel livello precedente o quelli non ancora aggregati, fino a giungere all'ultimo livello del diagramma a albero, contenente il modulo sfocato finale (o i moduli sfocati se l'uscita è multipla) corrispondente alla variabile (o variabili) di interesse, che costituisce la risposta del sistema di inferenza sfocata. La risposta può essere di livello ordinale; pertanto, si rimane nell'ambito dello stesso livello di misura. In alcune applicazioni, e specialmente quando le variabili in ingresso sono continue, c'è la necessità di riassumere i risultati con un valore numerico per una comprensione piú diretta; allora si deve procedere nel passo seguente.

La *focalizzazione delle variabili in uscita* (v) è il processo che mappa l'insieme sfocato in uscita $\mu_B(y)$ in un valore numerico reale, y_{iq} , per l' i -esimo rispondente e il q -esimo modulo sfocato, $q=1, \dots, Q$, se le variabili in uscita sono Q . L'operazione di focalizzazione (*defuzzification*) – per analogia sarebbe meglio il termine “*desfocatura*” che bisognerebbe creare perché inesistente nel dizionario – concentra la vaghezza o sfocatura, rappresentata dal poligono risultante in uscita dalle attivazioni delle funzioni di appartenenza, in un numero che descrive la tendenza centrale espressa dall'intero poligono. Non c'è una tecnica universale per eseguire la focalizzazione perché ogni algoritmo presenta proprietà interessanti per classi particolari di applicazioni ([Van Leekwijck, Kerre, 1999](#)). La scelta di un metodo adeguato richiede la comprensione del processo che sottostà al meccanismo generatore dei moduli sfocati in uscita e il significato delle diverse possibili risposte. I criteri piú utilizzati per scegliere il metodo idoneo sono due: (1) il “miglior compromesso” e (2) il “risultato piú plausibile” ([Von Altrock, 1997](#)). Con il primo criterio si risolvono le situazioni, in genere, per le quali la media ha senso: i metodi piú applicati sono il centro-dei-massimi (CoM: *Center-of-Maxima*) e il centro di area/gravità (CoA/G: *Center-of-Area/Gravity*). Per quanto concerne il CoM, per il q -esimo modulo sfocato in uscita, sia $M_{F;iq}$ il numero di funzioni di appartenenza attivate in uscita, perché dall' i -esimo rispondente può essere attivata piú di una funzione di appartenenza. Sia y_{iqm} l'ascissa del massimo della m -esima funzione di appartenenza attivata; se quest'ultima corrisponde a un intervallo, allora si assume per valore la mediana di questo intervallo. Il valore numerico reale esatto, $y_{CoM;iq}$, è dato dalla media pesata dei massimi delle funzioni di appartenenza, ciascuno pesato con il corrispondente livello di attivazione, $\mu_{out;m}$,

$$(5) \quad y_{CoM;iq} = \frac{\sum_{m=1}^{M_{F;iq}} \mu_{out;m} y_{iqm}}{\sum_{m=1}^{M_{F;iq}} \mu_{out;m}} .$$

Con il secondo criterio si affrontano le situazioni, in genere, per le quali la media dei massimi non produce il risultato piú plausibile, perché potrebbe essere anche non

osservabile, sicché si determina l'uscita del sistema solo per quelle funzioni di appartenenza con il valore del supporto risultante più alto, corrispondenti a un valore osservabile, e l'esito diventa una specie di massimo dei massimi. Se il massimo non è unico, perché è massimizzante un intervallo, allora si prende il valore della mediana dell'intervallo massimizzante:

$$(6) \quad y_{\text{MoM};iq} = \max_{1 \leq m \leq M_{F;iq}} (y_{iqm}).$$

Il metodo seleziona, così, i termini che sono più idonei per il problema in oggetto, invece di mediare tra i diversi risultati di inferenza; perciò, è usato frequentemente nel riconoscimento delle strutture e nelle classificazioni, come nel caso di uscite con livello di misura ordinale, le modalità delle quali possono essere descritte anche da espressioni linguistiche, perché per l'intrinseca natura del risultato la soluzione più plausibile è più appropriata della media. Infine, si nota che se il risultato finale deve essere una variabile ordinale con le modalità descritte da espressioni linguistiche, allora i valori reali corrispondenti sono dati sempre dalle funzioni di appartenenza, dove la loro comprensione gioca un ruolo chiave.

La *calibrazione del modello* (vi) o analisi della sensibilità (*sensitivity analysis*) del modello è condotta per adattare il sistema di inferenza sfocata alle situazioni reali che deve rappresentare, intervenendo sulle funzioni di appartenenza delle variabili in ingresso, sulle regole, sugli operatori, sulle aggregazioni, e così via. Si può ottenere seguendo una procedura di quattro passi: (1) definizione della funzione-obiettivo per le variabili in uscita; (2) cambiamento dei vari elementi, come i parametri delle variabili in ingresso e/o le funzioni di appartenenza e/o le regole; (3) validazione degli esiti confrontando le funzioni-obiettivo e le funzioni in uscita; (4) ripetizione dei passi (2) e (3) fino a quando le differenze tra l'obiettivo e le funzioni di uscita non siano inferiori al criterio di errore determinato.

Il sistema di inferenza sfocata risolve con semplicità il problema della soggettività della misura attraverso la sfocatura: il soggetto attiva con la risposta non una sola modalità, ma attiva parzialmente anche le due modalità adiacenti. L'analogia esistente tra gli insiemi sfocati e la probabilità potrebbe suggerire di usare un procedimento analogo con le funzioni di probabilità al posto di quelle di appartenenza, ma il processo aleatorio non sembra trattabile facilmente, allo stato attuale. Un metodo di costruzione delle funzioni di appartenenza si basa sulle distribuzioni empiriche delle valutazioni numeriche delle modalità della scala di risposta, costruite con specifiche rilevazioni sulla popolazione di riferimento. In tali casi, nell'approccio tradizionale, i valori delle modalità della scala di risposta si possono assumere uguali alla mediana o alla media delle valutazioni ottenute con la rilevazione e con la stessa simbologia precedente si ha $x_{ijk} \in \{m_1, \dots, m_{M_k}\} \subset \mathbb{R}$ e il modello diventa $x_{ijk} = m_{ijk} + \varepsilon_{ijk}$ con qualche semplificazione degli indici, dove m_{ijk} è il valore del livello scelto dall' i -esimo rispondente nel k -esimo asserto della j -esima batteria e ε_{ijk} è il corrispondente termine di errore. Per esempio, in condizioni di omoschedasticità e $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$, la somma diventa $x_{ij} = m_{ij} + \varepsilon_{ij}$ con

$\varepsilon_{ij} \sim N(0, K_j \sigma^2)$. Si noti che, in generale, i valori della scala di risposta, $\{m_1, \dots, m_{M_k}\}$, dipendono dalle etichette verbali usate per descrivere le modalità e dalle domande.

Il sistema di inferenza sfocata non risolve il problema del livello di misura ordinale della variabile, anche se in uscita può fornire un numero reale, perché il numero reale in uscita dipende sempre dal supporto delle variabili in ingresso, le quali sono ordinali e i valori numerici attribuiti alle loro etichette verbali sono anch'essi etichette e non numeri; pertanto, il numero finale non esprime una intensità, se non la esprimono i numeri all'origine. Il sistema di inferenza sfocata risolve il problema dell'uso degli operatori della somma e della media, ma apre diversi altri problemi, non meno rilevanti dell'uso convenzionale della somma delle etichette numeriche per ottenere la valutazione finale dell'attributo in oggetto; infatti, i due approcci forniscono risultati assai confrontabili all'interno delle stesse attribuzioni numeriche delle scale di risposta (Lalla, Facchinetti, 2004; Lalla *et al.*, 2004). I tentativi sviluppati nell'ambito dei termometri dei sentimenti per ottenere misure intervallari non hanno fornito esiti incoraggianti, perché è emersa una forte tendenza a ridurre il numero di modalità (tra gli altri, Hofacker, 1984; Marradi 1998) e il tentato conseguimento del livello intervallare si è ricondotto di fatto al livello ordinale. Per sfruttare i vari modelli per l'analisi dei dati, che richiedono il livello di misura superiore all'ordinale, l'alternativa è lavorare sulle procedure di attribuzione dei numeri alle modalità di risposta, che restano problematiche. A esempio, per superare il livello di misura ordinale, a volte si suggerisce di proporre al rispondente un segmento auto-ancorato sul quale indicare l'intensione dell'attributo a lui corrispondente con un segno sul segmento, quindi si misura con procedimenti ottici la distanza del segno dall'estremo sinistro del segmento. L'esito della misura sembra, formalmente, a livello intervallare, ma l'errore di collocazione commesso eventualmente dal rispondente potrebbe essere ben più alto dell'errore corrispondente a una scala termometrica e si ricadrebbe nei casi di incertezza e criticità citati della letteratura.

3 Conclusioni

La definizione delle scale ordinali vieta la somma e la media dei valori delle risposte ottenute alle varie domande di una batteria; tuttavia, l'operazione è spesso necessaria e molto praticata. Il sistema di inferenza sfocata risolve il problema della somma e della media, ma non consente di uscire dalla natura ordinale della variabile. Si può ipotizzare, quindi, una conclusione eretica e flessibile: per alcune scale ordinali si può pensare a una maggiore liberalità, specialmente nel caso di concetti per i quali è possibile pensarli con un continuo sottostante e/o sono misurati attraverso una batteria con una scala di risposte identica per tutte le domande.

L'obiettivo di ogni indagine scientifica deve essere sempre diretto, quando è possibile, a migliorare il processo di misurazione per sostanziare la valenza

apodittica dei numeri. Si può preconizzare, quindi, un progressivo svuotamento della classe delle variabili ordinali con una transizione verso la classe delle intervallari intervenendo a vari livelli, incluso il sistema dei valori convenzionali, per usare strumenti capaci di scoprire strutture e relazioni che rischiano di restare inesplorate.

Bibliografia

1. Aiello, F., Attanasio, M.: How to transform a batch of simple indicators to make up a unique one?. In: Atti della XLII Riunione Scientifica: Sessioni Plenarie e Specializzate, pp. 327-338. SIS, 9-11 giugno, Università di Bari, Bari (2004)
2. ANES (American National Election Studies): Pre- post- election study, Survey Research Center (S473) (1964). <http://www.electionstudies.org/study/pages/1964prepost/int1964.txt>, accessed 12/02/2015
3. Babbie, E.: The Practice of Social Research, twelfth edition. Cengage Learning, Wadsworth, Belmont, CA (2010)
4. Bernardi, L.: Misurazione e valutazione: le difficoltà di una coppia alle prime esperienze in comune. In: Bertin, G. (a cura di) Valutazione e sapere sociologico. Metodi e tecniche di gestione dei processi decisionali, pp. 69-82. Franco Angeli, Milano (1995)
5. Bernardi, L., Capursi, V., Librizzi, L.: Measurement Awareness: The Use of Indicators between Expectations and Opportunities. In: Atti della XLII Riunione Scientifica: Sessioni Plenarie e Specializzate, pp. 315-326. SIS, 9-11 giugno, Università di Bari, Bari (2004)
6. Bernberg, R.E.: Socio-psychological factors in individual morale: I. The prediction of specific indicators. *J. Soc. Psychol.* 36(1), 73-82 (1952)
7. Cacciola, S., Marradi, A.: Contributo al dibattito sulle scale Likert basato sull'analisi di interviste registrate. In: Marradi, A. (a cura di) Costruire il dato. Sulle tecniche di raccolta delle informazioni nelle scienze sociali, pp. 63-102. Franco Angeli, Milano (1988)
8. Cantril, H., Free, L.A.: Hopes and Fears for Self and Country: The Self-Anchoring Striving Scale in Cross-Cultural Research. *Am. Behav. Sci.* 6(2, Supplement: Oct.), 1-30 (1962)
9. Coombs, C.H.: Theory and Method of Social Measurement. In: Festinger, L., Katz, D. (eds.) *Research Methods in the Behavioral Sciences*, pp. 471-535. Dryden, New York (1953)
10. Crespi, I.: Use of a Scaling Technique in Surveys. *J. Mark.* 25(July), 69-72 (1961)
11. Crespi, L.P.: Public opinion toward conscientious objectors: II. Measurement of national approval-disapproval. *J. Psychol.* 19(2), 209-250 (1945a)
12. Crespi, L.P.: Public opinion toward conscientious objectors: III. Intensity of social rejection in stereotype and attitude. *J. Psychol.* 19(2), 251-276 (1945b)
13. Dubois, D., Prade, H. (eds.): *Fundamentals of Fuzzy Sets*. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA (2000)
14. Guttman, L.A.: The Basis for Scalogram Analysis. In: Stouffer, S. (ed.), *Measurement and Prediction*, pp.60-90. Princeton University Press, New York (1950)
15. Guttman, L.A.: A General Nonmetric Technique for Finding the Smallest Coordinate Space for a Configuration of Points. *Psychometrika* 33(4), 469-506 (1968)
16. Hoaglin, D.C., Mosteller, F., Tukey, J.W.: *Understanding Robust and Exploratory Data Analysis*. John Wiley & Sons, New York (1983)
17. Hofacker, C.F.: Categorical Judgment Scaling with Ordinal Assumptions, *Multivar. Behav. Res.* 19(1), 91-106 (1984)
18. Hofmans, J., Theuns, P., Van Acker, F.: Combining quality and quantity. A psychometric evaluation of the self-anchoring scale. *Qual. & Quant.* 43(5), 703-716 (2009)
19. Juster, F.T.: Prediction and consumer buying intentions. *Am. Econ. Rev.* 50(2), 604-617 (1960)
20. Juster, F.T.: Consumer buying intentions and purchase probability: An experiment in survey design. *J. Am. Stat. Assoc.* 61(315), 658-696 (1966)
21. Kampen, J., Swyngedouw, M.: The Ordinal Controversy Revisited. *Qual. & Quant.* 34(1), 87-102 (2000)
22. Khurshid, A., Sahai, H.: Scales of measurement: An introduction and selected bibliography. *Qual. & Quant.* 27(3), 303-323 (1993)

23. Kilpatrick, F.P., Cantril, H.: Self-Anchoring Scaling: A Measure of Individuals' Unique Reality Worlds. *J. Individ. Psychol.* 16(2 Nov), 158-173 (1960)
24. Lalla, M., Facchinetti, G.: Measurement and Fuzzy Scales. In: *Atti della XLII Riunione Scientifica: Sessioni Plenarie e Specializzate*, pp. 351-362, SIS, 9-11 giugno, Università di Bari, Bari (2004)
25. Lalla, M., Facchinetti, G., Mastroleo, G.: Ordinal Scales and Fuzzy Set Systems to Measure Agreement: An Application to the Evaluation of Teaching Activity. *Qual. & Quant.* 38(5), 577-601 (2004)
26. Lalla, M., Facchinetti, G., Mastroleo, G.: Vagueness evaluation of the crisp output in a fuzzy inference system, *Fuzzy Sets Syst.* 159(24), 3297-3312 (2008)
27. Lalla, M., Ferrari, D., Pirotti, T.: Fuzzy Inference Systems to Analyze Ordinal Variables – The Case of Evaluating Teaching Activity. In: *Proceedings of the International Conference on Fuzzy Computation Theory and Applications*, pp. 25-36. SciTePress – Science and Technology Publications Digital Library, Setubal, Portugal (2014)
28. Likert, R.: A Technique for the Measurement of Attitudes. *Archives of Psychology*, monograph no. 140, pp. 1-55 (1932)
29. Marradi, A.: *Metodologia delle scienze sociali*. il Mulino, Bologna (2007)
30. Marradi, A.: Termometri con vincolo di ordinabilità: il «gioco della torre» consente di aggirare la tendenza alla desiderabilità sociale?. *Sociol. Ric. Soc.* 57, 49-59 (1998)
31. Osgood, C.E.: The Nature of Measurement and Meaning. *Psychol. Bull.* 49(3), 197-237 (1952)
32. Osgood, C.E., Suci, G.J., Tannenbaum, R.H.: *The Measurement of Meaning*. University of Illinois Press, Urbana, IL (1957)
33. Prytulac, L.S.: A critique of S. S. Stevens' theory of measurement scale classification. *Percept. Mot. Skills* 41(1), 3-28 (1975)
34. Ricolfi, L.: Operazioni di ricerca e scale. *Rass. Ital. Sociol.* XXVI(2), 189-227 (1985)
35. Smithson, M.J.: *Fuzzy Set Analysis for Behavioral and social sciences*. Springer-Verlag, Heidelberg (1987)
36. Smithson, M.J.: Fuzzy set theory and the social sciences: the scope for applications. *Fuzzy Sets Syst.* 26(1), 1-21 (1988)
37. Siegel, S., Castellan, N.J. Jr.: *Nonparametric Statistics for the Behavioral Science*. McGraw-Hill, New York (1988)
38. Snyder, C.R., Harris, C., Anderson, J.R., Holleran, S.A., Irving, L.M., Sigmon, S.T., et al.: The will and the ways: Development and validation of an individual-differences measure of hope. *J. Personal. Soc. Psychol.* 60(4), 570-585 (1991)
39. Stevens, S.S.: Mathematics, Measurement, and Psychophysics. In: Stevens, S.S. (ed.). *Handbook of Experimental Psychology*, pp. 1-49. Wiley & Sons, New York (1951)
40. Thurstone, L.L.: A Law of Comparative Judgment. *Psychol. Rev.* 34(4), 273-286 (1927a)
41. Thurstone, L.L.: The Method of Paired Comparison for Social Values. *J. Abnorm. Soc. Psychol.* 21(4), 384-397 (1927b)
42. Thurstone, L.L.: Attitudes Can Be Measured. *Am. J. Sociol.* 33(4), 529-554 (1928)
43. Van Leekwijck, W., Kerre, E.E.: Defuzzification: criteria and classification. *Fuzzy Sets Syst.* 108(1), 159-178 (1999)
44. Von Altrock, C.: *Fuzzy Logic and Neurofuzzy Applications in Business and Finance*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ (1997)
45. Weisberg, H.F., Rusk, J.G.: Dimensions of Candidate Evaluation. *Am. Polit. Sci. Rev.* 64(4), 1167-1185 (1970)
46. Weick, K.E., Sutcliffe, K.M.: *Managing the Unexpected. Resilient Performance in an Age of Uncertainty*. John Wiley & Sons, New York (2007). Tr. It.: *Governare l'inatteso. Organizzazioni capaci di affrontare le crisi con successo*. Raffaello Cortina Editore, Milano (2010)
47. White, M.: Psychological technique and social problems. *Southwest. Polit. Soc. Sci. Quart.* 7, 58-73 (1926)
48. Yu, J.H., Albaum, G., Swenson, M.: Is a central tendency error inherent in the use of semantic differential scales in different cultures? *Int. J. Mark. Res.* 45(2), 213-228 (2003)
49. Zadeh, L.A.: Fuzzy sets. *Inf. Control* 8, 338-353 (1965)
50. Zimmermann, H.J.: *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, third edition. Kluwer Academic, Boston, MA (1996)