УДК 519.876

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЖИВУЧЕСТИ КРИТИЧЕСКИ ВАЖНОГО ОБЪЕКТА ИНФОРМАТИЗАЦИИ

Н.М. БОБОВИЧ*, В.В. МАЛИКОВ, С.А. ЧУРЮКАНОВ

*Академия Министерства внутренних дел Республики Беларусь,
Машерова, 6, Минск, 220005, Беларусь

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, г. Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 18 февраля 2014

Рассмотрено использование метода сопряжения случайных структур (систем) по производительности для аналитической оценки живучести критически важного объекта. Приведены математические выражения для вычисления производительности объекта и его элементов определением статистических характеристик функций случайных аргументов в рамках классической теории вероятности. Показаны основные преимущества используемого метода, который, являясь несколько громоздким для объекта, состоящего их небольшого числа элементов, практически не усложняется при неограниченном их возрастании и увеличении размерности системы.

Ключевые слова: живучесть критически важного объекта информатизации, производительность, структура, функция случайных аргументов, статистические характеристики функции случайных аргументов, оператор сопряжения.

Введение

Критически важные объекты информатизации (КВОИ) представляют собой сложные системы, которые осуществляют (обеспечивают) выполнение ответственных функций, нарушение (прекращение) выполнения которых может привести к значительным негативным последствиям для национальной безопасности в политической, экономической, социальной, информационной, экологической, иных сферах [1].

Основным штатным режимом функционирования КВОИ является выполнение функций в условиях воздействия внутренних и внешних дестабилизирующих факторов (структурных и параметрических воздействий), к которым относятся: сбои, отказы, ошибки в программном обеспечении, зацикливания, зависания, конфликты, тупиковые ситуации, вирусы, атаки хакеров, «спам», нарушения в работе механизмов синхронизации, архитектурное несовершенство, аварийные отключения электропитания, электромагнитные наводки техногенного и природного характера, «человеческий фактор» и др.). Способность КВОИ выполнять возлагаемые на них задачи в условиях целенаправленных и нецеленаправленных дестабилизирующих воздействий определяется их живучестью.

Содержательная постановки задачи

Общей особенностью количественной оценки показателей живучести является статистический характер оцениваемых показателей на всех иерархических уровнях: элемент-подсистема-система в целом. Возможность представления производительности на высших уровнях в виде операторов сопряжения, представляющих собой ее функциональную зависимость от производительностей на более низких уровнях, позволяет свести задачу количественной оценки живучести по показателю «производительность» к задачам расчета статистических характеристик функций случайных аргументов [2].

Сложность и громоздкость функциональных зависимостей между производительностями элементов и образуемых ими реальных систем существенно затрудняет прямое решение задачи. Поэтому предлагается использовать метод сопряжения случайных структур (систем) по производительности, который позволяет представить исследуемую систему в виде совокупности последовательно-параллельных связей, установить взаимно-однозначное соответствие между аналитическим выражением оператора сопряжения и его графическим отображением, а также упростить запись алгоритмов вычисления производительности и расчет ее статистических характеристик. Кроме того, такое представление в ряде случаев позволяет анализировать влияние структуры на живучесть системы непосредственно, без ее количественных показателей.

Результаты и обсуждение

Задача аналитической оценки по выбранным показателям и критериям сводится к определению статистических характеристик функций случайных аргументов вида:

$$I_i = \sum_{j=1}^{m_i} I_{ij} \left(j = \overline{1, m_i} \right), \tag{1}$$

$$I = \min_{(i)} \{ I_i \} \left(i = \overline{1, n} \right), \tag{2}$$

где n – число технологических звеньев в системе; m_i – число элементов, выполняющих (обеспечивающих выполнение) i -ой технологической операции.

Исчерпывающей характеристикой случайной величины являются ее функции распределения. Поскольку строгое определение функций распределения производительностей структурных элементов КВОИ затруднено из-за отсутствия корректной стохастической оценки воздействующих факторов, определяющих эти распределения, для инженерных расчетов производительности системы могут быть использованы числовые характеристики соответствующих случайных производительностей $I_i^{(k)}, I_{ij}^{(k)}$.

Для определения статистических характеристик производительностей (1), (2) воспользуемся методами расчета статистических характеристик функций случайных аргументов в рамках классической теории вероятностей.

Математическое ожидание и дисперсия функции распределения «сложение» (1) связаны с вероятностью выхода из строя структурных элементов технологического звена следующими соотношениями:

$$M[I_i] = M\left[I_{0i} - \frac{M_i^* T_i}{\eta_i} \right] = I_{0i} - \frac{T_i}{\eta_i} M\left[M_i^* \right] = I_{0i} - \frac{T_i}{\eta_i} \sum_{j=1}^{m_i} p_j \,, \tag{3}$$

$$D[I_i] = D\left[I_{0i} - \frac{M_i^* T_i}{\eta_i} \right] = \left(\frac{T_i}{\eta_i} \right)^2 D\left[M_i^* \right] = \left(\frac{T_i}{\eta_i} \right)^2 \left[\sum_{j=1}^{m_i} p_j \left(1 - p_j \right) + \alpha \sum_{j<k} p_{jk} - p_j p_k \right], \tag{4}$$

$$K[I_i I_k] = \frac{T_i T_k}{\eta_i \eta_k} K\left[M_i^* M_k^* \right], \tag{5}$$

где M_i^*, M_k^* – число выводимых из строя структурных элементов соответственно в i-м и k-м технологических звеньях; p_j, p_k – вероятность выхода из строя элементов с номерами j и k; p_{jk} – вероятность одновременного выхода из строя элементов с номерами i, j $(i \neq j)$; I_{0i} – производительность i-го технологического звена в исходном состоянии; T_i – время, соответствующее выполнению КВОИ возложенных на него задач; η_i – трудозатраты на выполнение i-ой технологической операции.

Анализ соотношений (3), (4) показывает, что для расчета математических ожиданий и дисперсии функций вида (1) необходимо определить вероятности выхода из строя структурных элементов системы.

Для определения статистических характеристик функций второго вида (2) рассмотрим подсистему, состоящую из двух технологических звеньев. Поскольку производительность такой подсистемы не превосходит меньшей из производительностей I_1, I_2, то

$$p(I = i) = p(I_1 = i)p\left(\frac{I_2 > i}{I_1 = i}\right) + p(I_2 = i)p\left(\frac{I_1 > i}{I_2 = i}\right) + p(I_1 = i)(I_2 = i),$$

или заменяя реальные законы распределения нормальными,

$$dF = \left[1 - \tilde{F}_2^*(I)\right]dF_1^* + \left[1 - \tilde{F}_1^*(I)dF_2^*\right],$$

где F – функция распределения подсистемы; $\tilde{F}_1^*(I) \equiv F\left(\frac{I_1}{I_2}\right), \tilde{F}_2^*(I) \equiv F\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$ – условные функции распределения производительностей технологических звеньев; $F_1^* = F(I_1), F_2^* = F(I_2)$ – безусловные функции распределения производительностей I_1, I_2.

Возможность замены реальных законов распределения производительностей I_1, I_2 вытекает из теоремы Лапласа, если допустить, что число структурных элементов в технологических звеньях достаточно велико и отсутствуют зависимости между выходами из строя.

Однако в нашем случае существенно коррелированны как производительности технологических звеньев, так и выход из строя структурных элементов внутри технологических звеньев.

В работе [3] показано, что возможность замены реальных законов распределения нормальными имеется и в случае, когда условия теоремы Лапласа не выполняются.

При этом доказано, что если реальные ступенчатые функции распределения безусловные $F_1 \equiv F(I_1), F_2 \equiv F(I_2)$ и условные $\tilde{F}_1 \equiv F\left(\frac{I_1}{I_2}\right), \tilde{F}_2 \equiv F\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$ заменить нормальными функциями распределения, соответственно F_1^*, F_2^* и $\tilde{F}_1^*, \tilde{F}_2^*$, сохраняя неизменными математические ожидания, дисперсии и коэффициенты корреляции k_{12}, то для функции $I = \min\{I_1, I_2\}$: $M_F[I] = M_ф[I] + 0(M_F[I])$, $D_F[I] = D_ф[I] + 0(D_F[I])$, где M_F, D_F – точные значения математического ожидания и дисперсии функции *I*; $M_ф, D_ф$ – их приближенные значения, определяемые по законам распределения F_1^*, F_2^* и $\tilde{F}_1^*, \tilde{F}_2^*$.

Математическое ожидание и дисперсия функции случайных аргументов «минимум» $I = \min\{I_1, I_2\}$ для случая нормального распределения I_1, I_2 определены в работе [4] в следующем виде:

$$M[I] = \frac{M_1 + M_2}{2} - \frac{\sqrt{\sigma_1^2 - 2r\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2}}{\sqrt{2\pi}}\left[\sqrt{\pi}\upsilon\Phi(\upsilon) + e^{-\upsilon^2}\right], \tag{6}$$

$$D[I] = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2} + \frac{\sigma_1^2 - 2r\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2}{2}\left[\upsilon^2 - \upsilon^2\Phi^2(\upsilon) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\upsilon\Phi(\upsilon)e^{-\upsilon^2} - \frac{1}{\pi}e^{-2\upsilon^2}\right] - \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{2}\Phi(\upsilon) \tag{7}$$

где $\Phi(\upsilon)$ – функция Лапласа; $\upsilon = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{2}\sqrt{\sigma_1^2 - 2r\sigma_1\sigma_2} - \sigma_2^2}$, $r = \frac{K_{1,2}}{\sigma_1\sigma_2}$ – коэффициент корреляции; $M_1 \equiv M[I_1], M_2 \equiv M[I_2], \sigma_1 \equiv \sqrt{D[I_1]}, \sigma_2 \equiv \sqrt{D[I_2]}$ – соответственно значения математических ожиданий и средних квадратических отклонений случайных величин I_1, I_2, вычисляемых с помощью выражений (3) и (4).

Подставляя численные значения параметров M_1, M_2, D_1, D_2, r в формулы (6) и (7), можно получить статистические характеристики производительности подсистемы, состоящей из двух технологических звеньев: $M_{12}\left[I\right] = M_{12}\left(M_1, M_2, D_1, D_2, r_{1,2}\right)$; $D_{12}\left[I\right] = D_{12}\left(M_1, M_2, D_1, D_2, r_{1,2}\right)$.

Присоединяя к двум первым технологическим звеньям третье, аналогично можно получить: $M_{123}[I] = M_{123}(M_{12}, M_3, D_{12}, D_3, r_{12,3})$; $D_{123}[I] = D_{123}(M_{12}, M_3, D_{12}, D_3, r_{12,3})$, где $r_{12,3}$ – коэффициент корреляции между производительностью подсистемы из двух технологических звеньев с производительностью третьего технологического звена.

В общем виде статистические характеристики производительности КВОИ запишем в следующем виде:

$$M_{12\ldots n}\left[I\right] = M_{12\ldots n}\left(M_{12\ldots n-1}, M_n, D_{12\ldots n-1}, D_n, r_{12\ldots n-1,n}\right) \tag{8}$$

$$D_{12\ldots n}\left[I\right] = D_{12\ldots n}\left(M_{12\ldots n-1}, M_n, D_{12\ldots n-1}, D_n, r_{12\ldots n-1,n}\right). \tag{9}$$

Коэффициент корреляции $r_{12..n-1,n}$ при известных средних квадратических отклонениях производительностей технологических звеньев $\sigma_{12\ldots n-1}$ и σ_n может быть вычислен при условии, что известен корреляционный момент $K_{12..n-1,n}$.

По определению корреляционный момент имеет вид: $K_{12\ldots n-1} = \alpha_{12\ldots n-1,n} - M_{12\ldots n-1,n}$, где $\alpha_{12\ldots n-1,n}$ – второй смешанный начальный момент, равный $\alpha_{12\ldots n-1} = M\left[I_{12\ldots n-1} I_n\right]$.

Производительность $I_{12..n-1}$ запишем в виде: $I_{12..n-1} = I_i + \Delta I_i$, где I_i – производительность произвольно выбранного технологического звена системы $(i = 1,2,\ldots,n-1)$, $\Delta I_i = I_{12..n-1} - I_i$.

Просуммировав величины $I_i + \Delta I_i$ по n, получим

$$\sum_{i=1}^{n-1}(I_i + \Delta I_i) = \sum_{i=1}^{n-1} I_i + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta I_i = (n-1) I_{12..n-1},$$

откуда

$$I_{12..n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_i + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta I_i}{n-1}.$$

Следовательно,

$$\alpha_{12\ldots n-1} = \frac{1}{n-1} M\left[\left(\sum_{i=1}^{n-1} I_i + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta I_i\right) I_n\right] = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n-1} M\left[I_i I_n\right] + \sum_{i=1}^{n-1}\left[\Delta I_i I_n\right]\right).$$

Так как математическое ожидание произведения случайных величин равно: $M[XY] = M[X]M[Y] + K_{XY}$, то

$$\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n-1} M[I_i I_n] + \sum_{i=1}^{n-1} M[\Delta I_i I_n]\right) = \frac{1}{n-1}\left(M\left[I_n \sum_{i=1}^{n-1} M[I_i]\right] + \sum_{i=1}^{n-1} K_{in} + \sum_{i=1}^{n-1} M[\Delta I_i I_n]\right),$$

и, следовательно

$$K_{12..n-1,n} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} K_{in}}{n-1} - M\left(M_{12..n-1} - \frac{\sum_{i=1}^{n-1} M[I_i]}{n-1}\right) + \frac{\sum_{i=1}^{n-1} M[\Delta I_i I_n]}{n-1}. \tag{10}$$

Для статистически равнопрочной системы, т.е. системы, у которой отсутствуют технологические звенья, оказывающие преобладающее влияние на ее производительность, последнее слагаемое в выражении (10) тождественно равно нулю.

Поэтому в окончательном виде выражение для корреляционного момента запишется следующим образом:

$$K_{12\ldots n-1,n} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} K_{in}}{n-1} - M_n \left(M_{12\ldots n-1} - \frac{\sum_{i=1}^{n-1} M[I_i]}{n-1} \right). \quad (11)$$

Таким образом, все необходимые аналитические алгоритмы для вычисления статистических характеристик функции случайных аргументов получены.

Заключение

Расчет живучести КВОИ с помощью метода сопряжения случайных систем (структур) по производительности, являясь несколько громоздким для подсистемы, состоящей их небольшого числа элементов, практически не усложняется при неограниченном их возрастании и увеличении размерности системы. В результате, начиная уже с подсистем с 4-мя и более элементами, он становится проще всех известных методов решения аналогичных задач. В частности, при большом числе независимо выводимых из строя элементов и их типов, показатель живучести определяется известным алгоритмом вычисления производительности исходного состояния, в котором на место исходных производительностей элементов ставятся их математические ожидания после воздействия или по истечению определенного времени существования в условиях этих воздействий.

THE ANALYTICAL ESTIMATION OF THE CRITICALLY IMPORTANT INFORMATIZATION OBJECT VITALITY

N.M. BOBOVICH, V.V. MALIKOV, S.A. CHURYUKANOV

Abstract

The use of a method of joining the random structures (systems) on the productivity for the analytical estimation of the vitality of critically important object is examined. It're given mathematical expressions for enumerating the productivity of object and its elements the determination of the statistical characteristics of the functions of the random arguments within the framework of the classical probability theory. It's shown that the major advantages of the utilized method, which being somewhat bulky for the object, their consisting small number of elements, practically is not complicated with their unlimited growth and increase in the dimensionality of system.

Список литературы

1. О некоторых мерах по обеспечению безопасности критически важных объектов информатизации: Указ Президента Республики Беларусь от 25 октября 2011 г. № 486 // levonevski.net [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: http://www.levonevski.net/pravo/norm2013/num06/d06545.html – Дата доступа: 25.09.2014.
2. *Бобович Н.М., Маликов В.В.* // Докл. БГУИР. 2014. № 4 (82). С. 59–66.
3. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М., 1969.
4. *Александров Г.В.* // Научно-методические материалы по оценке эффективности комплексов авиационного вооружения. 1980. С. 183– 197.