PROPOSTA DE MODIFICAÇÃO EM EXERCÍCIOS SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS UTILIZANDO A *TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM*

PROPOSED MODIFICATION OF EXERCISES ON THE PYTHAGORAS THEOREM USING THE THEORY OF RESPONSE TO THE ITEM

Maria Angélica Alves da Silva
maas2@discente.ifpe.edu.br

Emersson Rodrigues de Souza
emersson.souza@pesqueira.ifpe.edu.br

RESUMO

O objetivo desse trabalho é apresentar modificações em exercícios sobre o Teorema de Pitágoras empregando a *Teoria de Resposta ao Item* (TRI), utilizando exercícios retirados de obras didáticas de Matemática do ensino fundamental anos finais aprovadas no *Programa Nacional do Livro e do Material Didático* (PNLD) 2020. Realizamos um levantamento a respeito das obras e verificamos um total de 11 livros didáticos de Matemática. Destes, optamos por dois livros didáticos do 9º ano, o primeiro foi *A Conquista da Matemática*, de *José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci* e o segundo foi o *Teláris Matemática*, de *Luiz Roberto Dante*. Mediante a análise dos exercícios originais e dos modificados, percebe-se que este segundo, dá mais ferramentas de análise em caso de erro, fazendo com que o professor, compreenda melhor o raciocínio dos estudantes quanto aos caminhos tomados por estes para resolver algum tipo de problema matemático.

Palavras-chave: Exercícios didáticos. Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Teorema de Pitágoras. Teoria de Resposta ao Item.

ABSTRACT

The objective of this work is to present modifications in exercises on the Pythagorean Theorem using the Item Response Theory (IRT), using exercises taken from Mathematics didactic works of elementary school final years approved in the National Program for Books and Didactic Material (PNLD). 2020. We carried out a survey on the works and verified a total of 11 Mathematics textbooks. Of these, we chose two 9th grade textbooks, the first was A Conquista da Matemática, by José Ruy Giovanni Júnior and Benedicto Castrucci and the second was Teláris Mathematics, by Luiz Roberto Dante. Through the analysis of the original exercises and the modified ones, it can be seen that this second one gives more analysis tools in case of error, making the teacher better understand the students' reasoning regarding the paths taken by them to solve some type of problem math problem.

Keywords: Didactic exercises. National Book and Teaching Material Program (PNLD). Pythagorean theorem. Item Response Theory.

1 INTRODUÇÃO

O *Teorema de Pitágoras* é um dos teoremas mais fascinantes e conhecidos na história da Matemática, de fato, é um dos primeiros conteúdos a ser lembrado quando relembramos a época em que estudávamos no ensino fundamental e médio. Segundo Coelho (2010, p. 41) "O *Teorema de Pitágoras* tem um papel destacado na história da geometria e é clássico dentro da matemática; além do mais possibilitou diversas aplicações dentro e fora dos campos dessa ciência".

A matemática, por sua vez, surge diante das necessidades dos seres humanos em resolver problemas imediatos envolvendo contagens, medições etc. Contudo, a matemática tem seu aprimoramento evidenciado pelos gregos, pois diversos conhecimentos utilizados por algumas civilizações de modo prático, são conjecturados e provados. Para os gregos, o importante era refletir sobre o conhecimento prático observado e tentar o inteligir, de modo que, fosse possível encontrar seu fundamento ao identificar seu padrão lógico, ou seja, como se fossem passar da *prática à teoria*.

Passados alguns séculos, considerando o ensino de matemática, observamos nitidamente o caminho inverso de passar da *teoria à prática*, ou seja, buscar um caminho para resolver diversos problemas do nosso cotidiano utilizando ferramentas matemáticas. Dessa forma, incorporado nos livros didáticos atuais, estão os exercícios, que contribuem tanto no entendimento, quanto na interpretação de diversos entes matemáticos, permitindo ao estudante ter mais clareza diante do que chamamos de *situação-problema*.

A *Resolução de Problemas*, de acordo com Cardozo, Meneghelli e Possamai (2018)

> [...] constitui-se como um importante caminho para a promoção da aprendizagem significativa. A partir dela, o estudante tem a oportunidade de utilizar seus próprios conhecimentos com vistas a obter estratégias de resolução que possibilitem também a aprendizagem de novos conceitos. (CARDOZO, MENEGHELLI e POSSAMAI, 2018, p. 75).

Desse modo, as situações-problema contidas nos livros didáticos, por meio de exercícios, formam atividades que têm como objetivo exercitar os conhecimentos dos alunos em relação ao conteúdo abordado. Nesta perspectiva, são elementos motivadores, uma vez que colaboram para compreensão dos alunos sobre conceitos matemáticos.

Tendo em vista que a *Resolução de Problemas* é uma das ferramentas metodológicas mais utilizadas no ensino da matemática, é preciso dar importância à escolha dos problemas a serem aplicados em sala de aula. Atualmente, no âmbito escolar, ainda é muito comum focar na quantidade de acertos atingida pelo estudante em determinada atividade avaliativa, do que investigar os procedimentos utilizados por estes. Contudo, é através do erro, ou estratégia diferenciada, que conseguimos avaliar as dificuldades do estudante em relação ao entendimento alcançado sobre algum assunto.

Assim, buscando ter uma melhor amplitude durante a correção das atividades, e identificar prováveis caminhos seguidos pelo estudante, iremos propor uma abordagem que utilizará a TRI, que é a sigla para *Teoria de Resposta ao Item*.

A Teoria de Resposta ao Item é atualmente muito utilizada em avaliações educacionais, ela surgiu no âmbito da psicometria moderna, melhorando a qualidade da estrutura dos testes, cujo foco principal é o item (questão) e não o teste como um todo, ou seja, o que vale mais é a coerência dos acertos dentro de uma escala de proficiência, e não apenas a sua quantidade.

Segundo Araújo, Andrade e Bortolotti (2009, p. 1002).

> [...] a TRI tem como elementos centrais os itens e não o teste ou questionário como um todo; possibilita uma melhor análise de cada item que forma o instrumento de medida, pois leva em consideração suas características específicas de construção de escalas; os itens e os indivíduos estão na mesma escala, assim o nível de uma característica que um indivíduo possui pode ser comparado ao nível da característica exigida pelo item;[...]. (ARAUJO, ANDRADE e BORTOLOTTI, 2009, p. 1002).

Por isso, o nosso interesse está focado em apresentar uma proposta de modificação de exercícios presentes em livros didáticos sobre o *Teorema de Pitágoras* utilizando a TRI a partir de obras didáticas de Matemática aprovadas no *Programa Nacional do Livro e do Material Didático* (PNLD) 2020.

Assim, posta a problemática nesta introdução, apresentamos os objetivos deste trabalho.

Objetivo geral

- Propor modificações em exercícios sobre o *Teorema de Pitágoras* de modo a adequá-los à *Teoria de Resposta ao Item*.

Objetivos específicos:

- Esclarecer sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD);
- Elencar as obras didáticas de Matemática dos anos finais do ensino fundamental aprovadas no PNLD 2020;
- Esclarecer quais obras didáticas de Matemática dos anos finais do ensino fundamental foram escolhidas para compor este trabalho;
- Apresentar o *Teorema de Pitágoras*;
- Apresentar a *Teoria de Resposta ao Item* (TRI);
- Apresentar exemplos de exercícios com modificações feitas a partir da TRI.

A seguir, apresentaremos nossa fundamentação teórica, tratando brevemente do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) juntamente com as obras didáticas de matemática aprovadas no PNLD 2020 e apresentaremos as obras que foram escolhidas para a realização deste trabalho. Outro aspecto importante em nossa fundamentação teórica é tratar tanto sobre o *Teorema de Pitágoras* quanto a *Teoria de Resposta ao Item*.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Iniciaremos nossa fundamentação teórica, a partir do esclarecimento sobre o *Programa Nacional do Livro e do Material Didático* (PNLD), mediante informações coletadas no âmbito do portal[1] do *Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação* (FNDE) e o portal e-docente[2].

2.1 Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)

O *Programa Nacional do Livro e do Material Didático* (PNLD) engloba um grupo de ações voltadas para a distribuição de obras didáticas e materiais de apoio de qualidade para realização de atividades educativas, designados aos educandos e educadores das escolas da rede pública de educação básica de todo Brasil, em que:

P – **Programa**, por ser um documento que apresenta finalidades governamentais;
N – **Nacional**, por abranger todo o território nacional;
L – **Livro** (e todos os outros materiais de apoio), que são disponibilizados pelo programa;
D – **Didático**, pela função de facilitar a aprendizagem e ser de caráter educativo.

O PNLD também atende fundações sociais sem fins lucrativos e é considerado uma ferramenta essencial para auxiliar no ensino-aprendizagem, de acordo com o órgão responsável pela realização do programa o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). Assim, também contempla as instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público.

Outro ponto importante a se destacar é que as escolas recebem materiais de forma sistemática, regular e gratuita. Trata-se, portanto, de um Programa abrangente, constituindo-se em um dos principais instrumentos de apoio ao processo de ensino-aprendizagem da educação básica.

Havendo esclarecido sobre o sentido do PNLD, seguiremos apresentando obras didáticas de Matemática dos anos finais do ensino fundamental aprovadas no PNLD 2020.

2.1.1 Obras didáticas de Matemática dos anos finais do ensino fundamental aprovadas no PNLD 2020

Dando continuidade ao estudo do PNLD, nos debruçaremos sucintamente sobre as obras didáticas de Matemática dos anos finais do ensino fundamental. Trienalmente, o PNLD divulga o *Guia Nacional de Livros Didáticos*, que é um documento fundamental para a escolha e distribuição das obras na rede pública de ensino, em que, fornece informações sobre diferentes coleções didáticas, a partir de critérios pré-estabelecidos em editais de chamada pública.

Há diversos pareceres, resenhas detalhadas e possíveis alternativas de trabalho relacionadas às obras escolhidas como aprovadas pelo PNLD. Por exemplo, é possível identificar as resenhas de cada obra, a partir de quatro segmentos: *visão geral*, *descrição da obra* e *análise da obra e em sala de aula*.

---

[1] https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/legislacao/item/9787-sobre-os-programas-do-livro

[2] https://www.edocente.com.br/blog/pnld/pnld-programa-nacional-do-livro-e-material-didatico/

- ***Visão geral*** – evidencia os aspectos gerais da obra;
- ***Descrição da obra*** – apresentam, de maneira minuciosa, as diversas partes dos volumes;
- ***Análise da obra*** – indica as particularidades, as competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a proposta pedagógica da obra em sua completude;
- ***Em sala de aula*** – mostra de forma mais clara como a coleção se associa ao dia a dia do ambiente escolar.

O programa tem como alvo a comunidade escolar, principalmente os professores, visto que é por intermédio do *Guia* que as escolas devem escolher os materiais didáticos que serão usados para acompanhar a rotina escolar.

O *Quadro 1* a seguir, apresenta as obras didáticas aprovadas pelo PNLD 2020 de Matemática dos anos finais do ensino fundamental.

Quadro 1: Obras de Matemática aprovadas no PNLD 2020 - Ensino Fundamental (Anos Finais).

Coleções de Matemática aprovadas no PNLD 2020 - Ensino Fundamental (Anos Finais)			
Título	**Autores**	**Edição Ano**	**Editora**
A Conquista Da Matemática	José Ruy Giovanni Júnior Benedicto Castrucci	4ª Ed. 2018	FTD
Apoema Matemática	Adilson Longen	1ª Ed. 2018	Editora Do Brasil
Araribá Mais Matemática	Mara Regina Garcia Gay Willian Raphael Silva	1ª Ed. 2018	Moderna
Convergências Matemática	Eduardo Rodrigues Chavante	2ª Ed. 2018	SM
Geração Alpha Matemática	Carlos N. C. de Oliveira Felipe Fugita	2ª Ed. 2018	SM
Matemática Bianchini	Edwaldo Bianchini	9ª Ed. 2018	Moderna
Matemática Compreensão e Prática	Ênio Silveira	5ª Ed. 2018	Moderna
Matemática Essencial	Patrícia Moreno Pataro Rodrigo Dias Balestri	1ª Ed. 2018	Scipione
Matemática Realidade & Tecnologia	Joamir Souza	1ª Ed. 2018	FTD
Teláris Matemática	Luiz Roberto Dante	3ª Ed. 2018	Ática
Trilhas Da Matemática	Fausto Arnaud Sampaio	1ª Ed. 2018	Saraiva

Fonte: PNLD (2020)

Apresentaremos a seguir, as obras didáticas escolhidas para nosso trabalho.

2.1.2 Obras didáticas de Matemática escolhidas no PNLD (2020)

A princípio, utilizamos nossa experiência ao escolher duas obras didáticas de Matemática. Foram escolhidos 2 (dois) livros do 9º ano, pois estes contém o referido tema deste trabalho que é o *Teorema de Pitágoras*, foram eles: *A Conquista da Matemática*, da editora FTD, e o *Projeto Teláris Matemática*, da editora Ática.

Figura 1: A Conquista da Matemática e Teláris Matemática

Fonte: os autores.

A primeira escolha, de acordo com a *Figura 1*, foi o livro *A Conquista Da Matemática* cujos autores são José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci. Um dos principais motivos que nos levou a optar por essa obra foi a linguagem matemática direta que ela possui, pois facilita a compreensão do conceito matemático escolhido. Por sua vez, o *Teorema de Pitágoras* é abordado de forma contextualizada, a definição, os exemplos e as atividades apresentados são coerentes com a série estudada, e também, possui várias questões que podem ser utilizadas para contribuir na realização da proposta desse trabalho.

Já nossa segunda escolha foi o *Teláris Matemática,* de Luiz Roberto Dante. Essa obra foi escolhida por apresentar o *Teorema de Pitágoras* de forma ampla, descomplicada, contextualizada e possuir atividades que auxiliam no desenvolvimento das habilidades presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O livro permite uma vasta exploração do conteúdo e traz diversos exercícios que nos permite fazer a aplicação do teorema em diferentes contextos, contribuindo e enriquecendo a construção da nossa proposta.

Havendo apontado nossos motivos de escolha e apresentação das obras didáticas de Matemática escolhidas, seguiremos para apresentar sucintamente a história e demonstrações do famoso Teorema de Pitágoras, baseado em Wagner (2015).

2.2 Teorema de Pitágoras

Pitágoras (c.569 – c.480 a.C.) nasceu em Samos, filósofo, matemático e fundador da *Escola Pitagórica* que era dedicada principalmente aos estudos da Matemática e Filosofia, por ser uma sociedade secreta e comunitária, todas as conquistas eram consideradas conjuntas, ou seja, de todos.

A documentação da época sumiu, por esse motivo, tudo que sabemos atualmente é baseado em informações de outros autores, também não se sabe qual é a demonstração original do teorema, entre o século 5 a.C. até o século 20 d.C. surgiram várias demonstrações do teorema, mas acreditam que a verdadeira foi alguma utilizando áreas. Assim, eis o enunciado do Teorema de Pitágoras:

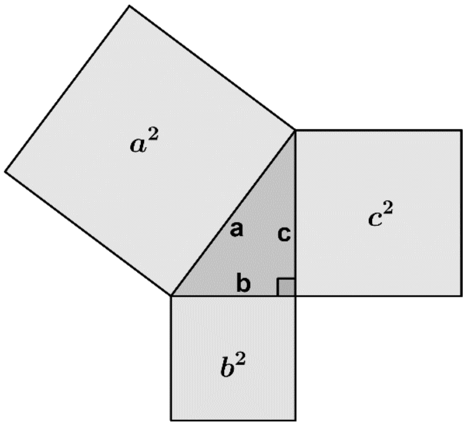
“Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos. ”

No caso se ***a*** representa a medida da hipotenusa e ***b*** e ***c*** representam as medidas dos catetos, então podemos enunciá-lo conforme (1):

$$a^2 = b^2 + c^2 \qquad (1)$$

No entanto, acrescentaremos uma representação geométrica-algébrica do Teorema de Pitágoras, conforme *Figura 2*.

Figura 2: Representação geométrica-algébrica do Teorema de Pitágoras



Fonte: os autores.

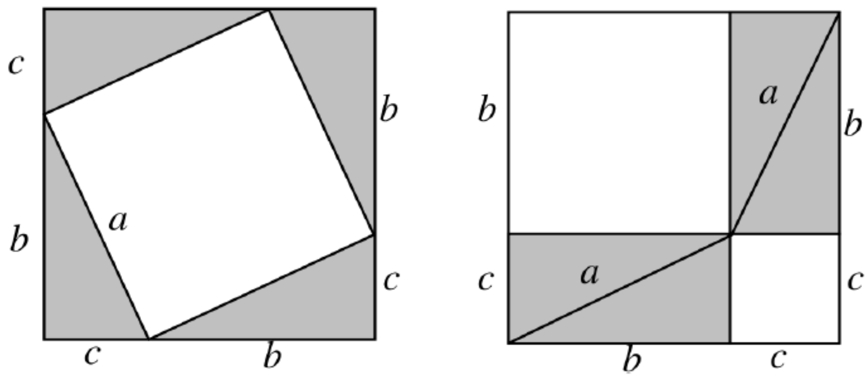
A *Figura 2*, mostra que a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos ***b*** e **c** é igual à área do quadrado da hipotenusa **a**.

Para compreendermos melhor a estrutura deste Teorema, e por consequência sua veracidade, é possível realizar uma demonstração. Portanto, dada a enorme quantidade de demonstrações na literatura matemática, escolhemos apresentar duas delas: a *Demonstração Clássica* e a *Demonstração de Perigal*.

2.2.1 Demonstração Clássica do Teorema de Pitágoras

Conforme Wagner (2015) a demonstração clássica diz que dado um triângulo retângulo de hipotenusa **a** catetos **b** e **c**, considere o quadrado cujo lado é **b + c**.

Figura 3: Demonstração Clássica do Teorema de Pitágoras.



Fonte: *Wagner (2015, p. 6)*

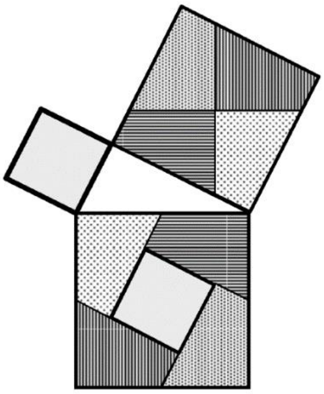
Na figura da esquerda, retira-se do quadrado de lado ***b + c*** quatro triângulos iguais ao triângulo retângulo dado, restando um quadrado de lado ***a***. Na figura da direita, retira-se também do quadrado de lado ***b + c*** os quatro triângulos iguais ao triângulo retângulo dado, restando um quadrado de lado ***b*** e um quadrado de lado ***c***. Logo, a área do quadrado de lado ***a*** é igual à soma das áreas dos quadrados cujos lados medem ***b*** e ***c***.

Para Wagner (2015) esta é uma simples e engenhosa demonstração que pode ter sido a que os pitagóricos imaginaram.

2.2.2 Demonstração de Perigal

Segundo Wagner (2015) Henry Perigal, fora um livreiro em Londres que publicou em 1873 a demonstração que se pode apreciar na *Figura 4*.

Figura 4: Demonstração de Perigal



Fonte: Wagner (2015, p. 8)

Em sua demonstração, Perigal corta o quadrado construído sobre o maior cateto por duas retas passando pelo seu centro, uma paralela à hipotenusa do triângulo e outra perpendicular, dividindo esse quadrado em quatro partes congruentes. Essas quatro partes e mais o quadrado construído sobre o menor cateto, preenchem completamente o quadrado construído sobre a hipotenusa.

De fato, ao nos aprofundarmos sobre o Teorema de Pitágoras, é que percebemos melhor sua riqueza. Trazer para este trabalho, mesmo que apenas duas demonstrações, permite enxergar a verdade que o teorema representa de, pelo menos, duas formas diferentes.

Seguindo nosso itinerário, apresentaremos a seguir a *Teoria de Resposta ao Item*, mais conhecido como TRI, baseados em informações adquiridas no *portal do MEC*[3] e Araújo, Andrade e Bortolotti (2009). Ela tem papel fundamental neste trabalho, visto que sua aplicação prática nortreará nossas escolhas adiante.

2.3 Teoria de resposta ao Item (TRI)

A *Teoria de Resposta ao Item* surgiu no âmbito da psicometria moderna como uma possível solução para algumas limitações da Teoria Clássica dos Testes (TCT), melhorando assim a qualidade da estrutura dos testes, cujo foco principal é o item e não o teste como um todo.

O uso da TRI em avaliações educacionais em larga escala no Brasil, data de 1995, com o *Sistema de Avaliação da Educação Básica* (SAEB). Posteriormente, foi implementada no *Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos* (ENCCEJA), *Prova Brasil* e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Assim, a TRI tem como pilares três parâmetros, lembrando que, *item* será o que antes chamava-se *questão*. O primeiro parâmetro, corresponde ao *nível de dificuldade*, que representa a proficiência mínima que um respondente da avaliação em larga escala deve possuir para que sua probabilidade de acerto seja alta, ou seja, a “proficiência do item”. O segundo parâmetro, trata da *discriminação*, ou seja, indica a capacidade deste parâmetro em diferenciar sujeitos com habilidades distintas. Deve ser um valor mínimo de modo a garantir que respondentes com competências diferentes tenham probabilidades diferentes de acerto. Por fim, o terceiro parâmetro trata do *acerto casual*, ou seja, refere-se à probabilidade de acertar o item quando não se tem aptidão suficiente.

O *item*, dentro da TRI, consiste na unidade básica de observação em qualquer instrumento de medida da avaliação, a qual pode ser um teste cognitivo ou um questionário. O item de avaliação é um meio para que se desempenhe uma atividade, gerando uma resposta, sobre qual se fazem inferências acerca de competências, habilidades e conhecimentos dos estudantes. De modo geral ele possui a estrutura da *Figura 5*, caso estejamos diante de um item de múltipla escolha para o ensino fundamental.

[3] https://www.gov.br/mec/pt-br

Figura 5: Modelo de um item para o ensino fundamental.

Fonte: CAEd/UFJF (2008, p. 19)

O chamado ***enunciado*** *inicia a* situação-problema que o respondente do teste tentará resolver, pode também ser chamado de *texto-base*, pois contextualiza o item. Já o ***suporte***, pode ser um texto, um gráfico, uma imagem, etc, que sejam imprescindíveis para a resolução do item. O ***comando***, por sua vez, trata do objetivo a ser respondido no item. Como estamos lidando com um item de múltipla escolha do ensino fundamental, haverá 4 ***alternativas*** em que uma delas será o gabarito, ou seja, a resposta correta. As outras 3 alternativas restantes são chamadas de **distratores**, ou seja, apontam possíveis caminhos de escolha para respondentes que não possuem certa habilidade solicitada no item. Por exemplo, considere o exercício descrito na *Figura 6*.

Figura 6: Exercício 17

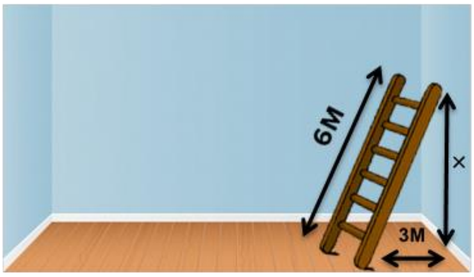
17 ▸ Uma escada, de medida de comprimento de 6 m, está apoiada em uma parede, distando 3 m dela. Qual é a medida de comprimento da altura da outra extremidade da escala em relação ao solo?

Fonte: Dante (2018, p. 195)

Modificando o exercício da *Figura 6*, ficará assim:

Enunciado: A figura a seguir, descreve uma escada que está apoiada em uma parede.

Figura 7: Suporte



Fonte: os autores

Comando: Qual é a medida de comprimento da altura da outra extremidade da escada em relação ao solo?

Alternativas:
A) $\sqrt{6}\,m$ (Distrator)
B) $\sqrt{18}\,m$ (Distrator)
C) $\boldsymbol{\sqrt{27}\,m}$ **(Gabarito)**
D) $\sqrt{45}\,m$ (Distrator)

Justificando as alternativas segundo a TRI:

A) **ERRADA**. O respondente tem conhecimento do Teorema de Pitágoras, mas não sabe calcular o valor correto das potências: $(a^2 = b^2 + x^2) \rightarrow (6^2 = 3^2 + x^2) \rightarrow (12 = 6 + x^2) \rightarrow (x^2 = 6) \rightarrow (x = \sqrt{6})$.

B) **ERRADA**. O respondente atribui que a medida "x" que corresponde a altura é na verdade a hipotenusa do triângulo, o que não é verdade. E ao utilizar o Teorema de Pitágoras também não consegue calcular o valor das potências: $(x^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (x^2 = 3^2 + 6^2) \rightarrow (x^2 = 6 + 12) \rightarrow (x^2 = 18) \rightarrow (x = \sqrt{18})$.

C) **CORRETA**. O respondente aplica o Teorema de Pitágoras corretamente: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (6^2 = 3^2 + x^2) \rightarrow (36 = 9 + x^2) \rightarrow (36 - 9 = x^2) \rightarrow (27 = x^2) \rightarrow \left(x = \sqrt{27}\right)$.

D) **ERRADA**. O respondente atribui que a medida "x" que corresponde a altura é na verdade a hipotenusa do triângulo, o que não é verdade. E ao utilizar o Teorema de Pitágoras também não consegue calcular o valor das potências: $(x^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (x^2 = 3^2 + 6^2) \rightarrow (x^2 = 9 + 36) \rightarrow (x^2 = 45) \rightarrow (x = \sqrt{45})$.

Ao utilizarmos a TRI, percebe-se que a teoria permite que o professor entenda melhor o raciocínio do respondente a respeito do conteúdo matemático que está sendo estudado, sendo assim, é possível identificar algum determinado erro no procedimento realizado pelo estudante e corrigi-lo em sala de aula.

Havendo delineado nossa fundamentação teórica, trataremos de apresentar a seguir nossa metodologia.

3 METODOLOGIA

Este trabalho possui caráter qualitativo, e tem como objetivo principal, apresentar modificações em exercícios acerca do Teorema de Pitágoras, em livros didáticos de Matemática, utilizando a Teoria de Resposta ao Item.

Depois de escolhido o conteúdo matemático deste trabalho, que no caso é o Teorema de Pitágoras, fizemos um levantamento bibliográfico das obras de Matemática do ensino fundamental anos finais aprovadas no PNLD 2020.

Inicialmente, acessamos o site do Guia Digital PNLD 2020[4] em que consultamos as obras de matemática aprovadas na edição 2020 do programa, cujo total verificado foram 11 livros didáticos de Matemática. Depois de consultarmos o catálogo, pesquisamos nos portais de editoras as versões digitais dos livros didáticos, desse modo, encontramos e fizemos o *download*. Por fim, optamos por dois livros didáticos do 9º ano, pois continham o *Teorema de Pitágoras*: o primeiro foi *A Conquista da Matemática*, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, utilizando os exercícios 12 e 14 da página 205 e o segundo foi o *Teláris Matemática,* de Luiz Roberto Dante, utilizando os exercícios 8 e 10 da página 194.

A seguir, apresentaremos os resultados e discutiremos a modificação dos exercícios realizada com a Teoria de resposta ao Item.

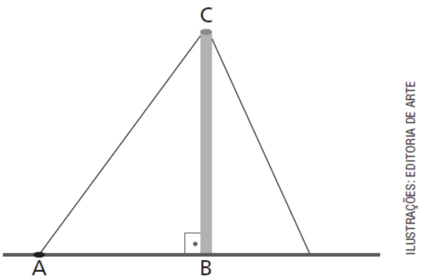
4 RESULTADOS E ANÁLISE

Para nossa análise, consideraremos as nomenclaturas: *Exercício Original* (que é o exercício retirado exatamente como consta no livro didático sem alterações) e *Exercício Modificado* (que é o exercício modificado de acordo com a TRI).

O *Exercício Original 1*, apresentado na *Figura 8*, é o exercício 12 da página 205 do livro A Conquista Da Matemática do 9º ano. Já a *Figura 9*, apresentada em seguida, corresponde ao *Exercício Modificado 1* que foi alterado aplicando-se a TRI.

Figura 8: Exercício original 1

12. Uma torre vertical é presa por cabos de aço fixos no chão, em um terreno plano horizontal, conforme mostra o esquema abaixo. Se o ponto *A* está a 15 m da base *B* da torre e o ponto *C* está a 20 m de altura, qual é o comprimento do cabo $\overline{AC}$? 25 m

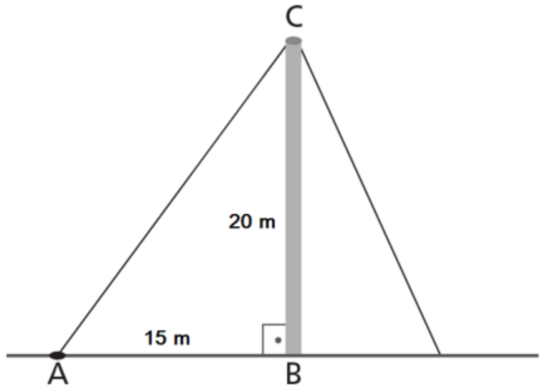


Fonte: GIOVANNI JÚNIOR & CASTRUCCI (2018, p. 205)

[4] https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020/componente-curricular/pnld2020-matematica

Figura 9: Exercício Modificado 1

A figura a seguir mostra uma torre vertical presa por cabos de aço fixos no chão, em um terreno plano horizontal.



Qual é o comprimento do cabo $\overline{AC}$?
(A) 25 m
(B) 35 m
(C) $\sqrt{10}$ m
(D) $\sqrt{70}$ m

Fonte: os autores.

É perceptível a mudança visual entre o *Exercício Original* e o *Exercício Modificado,* deixando este último equivalente a um item de uma avaliação externa. Assim, apresentaremos as justificativas referentes ao *Exercício Modificado 1*, para explicar melhor o modo de incorporar a TRI em um exercício didático.

Justificativas:

A) **CORRETA**. O respondente aplica o Teorema de Pitágoras corretamente: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (x^2 = 15^2 + 20^2) \rightarrow (x^2 = 225 + 400) \rightarrow (x^2 = 625) \rightarrow \left(x = \sqrt{625}\right) \rightarrow (x = 25)$.

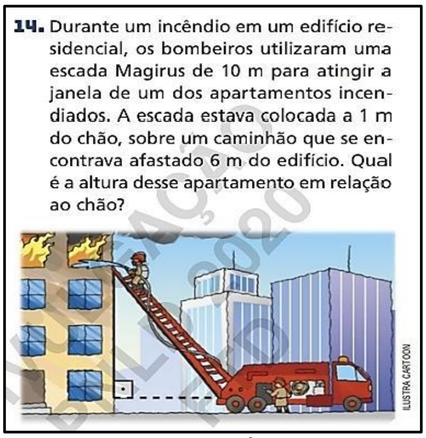
B) **ERRADA**. O respondente tem conhecimento do Teorema de Pitágoras, mas não sabe calcular o valor correto das potências: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (x^2 = 15^2 + 20^2) \rightarrow (2x = 30 + 40) \rightarrow (2x = 70) \rightarrow (x = 35)$ ou ele não tem conhecimento do Teorema de Pitágoras e apenas pega os valores fornecidos na imagem e soma $(x = 15 + 20) \rightarrow (x = 35)$.

C) **ERRADA**. O respondente tem conhecimento do Teorema de Pitágoras, mas não sabe calcular o valor correto das potências: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (x^2 = 20^2 + 15^2) \rightarrow (x^2 = 40 + 30) \rightarrow (x^2 = 70) \rightarrow \left(x = \sqrt{70}\right)$.

D) **ERRADA**. O respondente atribui que a medida “x” que corresponde a hipotenusa é na verdade a altura do triângulo, o que não é verdade: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (20^2 = x^2 + 15^2) \rightarrow (40 = x^2 + 30) \rightarrow (40 - 30 = x^2) \rightarrow (10 = x^2) \rightarrow \left(x = \sqrt{10}\right)$.

A seguir o *Exercício Original 2*, apresentado na *Figura 8*, é o exercício 14 da página 205 do livro A Conquista Da Matemática do 9º ano. Já a *Figura 9*, apresentada em seguida, corresponde ao *Exercício Modificado 2* que foi alterado aplicando-se a TRI.

Figura 10: Exercício Original 2

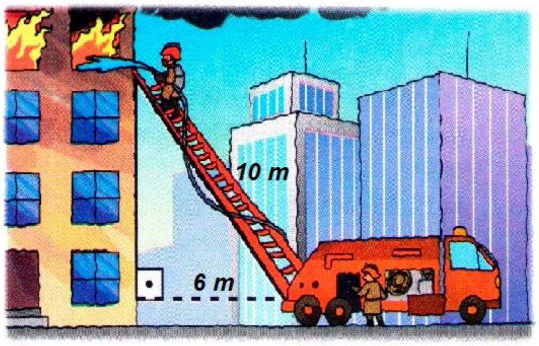


14. Durante um incêndio em um edifício residencial, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 10 m para atingir a janela de um dos apartamentos incendiados. A escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura desse apartamento em relação ao chão?

Fonte: GIOVANNI JÚNIOR & CASTRUCCI (2018, p. 205)

Figura 11: Exercício Modificado 2

Durante um incêndio em um edifício residencial, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus para atingir a janela de um dos apartamentos incendiados, conforme a figura.



Sabendo que a escada estava colocada a 1 m do chão, sobre o caminhão. Qual é a altura desse apartamento em relação ao chão?

(A) 4 m
(B) 9 m
(C) 11 m
(D) 16 m

Fonte: Os autores.

Além da mudança visual entre o Exercício Original e o Exercício Modificado, este último corresponde a um item onde a probabilidade de acerto por chute é menor. Assim, apresentaremos as justificativas referentes ao Exercício Modificado 2.

Justificativas:

A) **ERRADA**. O respondente tem conhecimento do Teorema de Pitágoras, mas não sabe calcular o valor correto das potências: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (10^2 = x^2 + 6^2) \rightarrow (20 = 2x + 12) \rightarrow (2x = 20 - 12) \rightarrow (2x = 8) \rightarrow (x = 4)$.

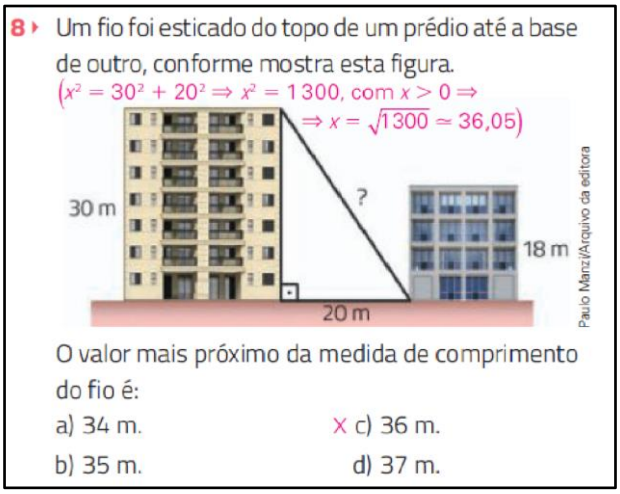
B) **CORRETA**. O respondente aplica o Teorema de Pitágoras corretamente: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (10^2 = x^2 + 6^2) \rightarrow (100 = x^2 + 36) \rightarrow (100 - 36 = x^2) \rightarrow$ $(x^2 = 64) \rightarrow \left(x = \sqrt{64}\right) \rightarrow (x = 8) \therefore (x + 1) = (8 + 1) = 9$.

C) **ERRADA.** O respondente não tem conhecimento do Teorema de Pitágoras e soma o comprimento da escada com o comprimento que ela estava do chão: $(10 + 1 = 11)$.

D) **ERRADA**. O respondente tem conhecimento do Teorema de Pitágoras, mas erra na compreensão dos elementos e não sabe calcular as potências: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (x^2 = 10^2 + 6^2) \rightarrow (2x = 20 + 12) \rightarrow (2x = 32) \rightarrow (x = 16)$.

Na *Figura 8* está apresentado o *Exercício Original 3*, que é o exercício 8 da página 194 do livro Teláris Matemática do 9º ano. Já a *Figura 9*, apresentada logo após, corresponde ao *Exercício Modificado 3* que foi alterado aplicando-se a TRI.

Figura 12: Exercício Original 3


8 Um fio foi esticado do topo de um prédio até a base de outro, conforme mostra esta figura.
$\left(x^2 = 30^2 + 20^2 \Rightarrow x^2 = 1\,300, \text{ com } x > 0 \Rightarrow \Rightarrow x = \sqrt{1300} \simeq 36{,}05\right)$

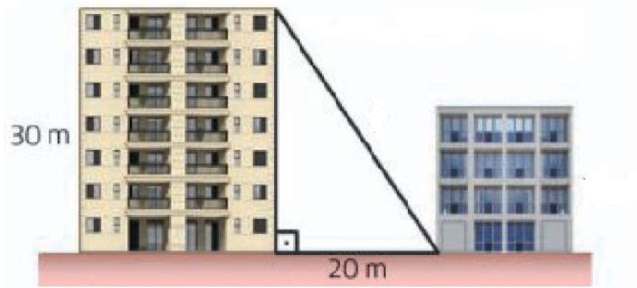
O valor mais próximo da medida de comprimento do fio é:

a) 34 m.
b) 35 m.
X c) 36 m.
d) 37 m.

Fonte: DANTE (2018, p. 194)

Figura 13: Exercício Modificado 3

A figura a segui mostra um fio esticado do topo de um prédio até a base de outro.



Qual o valor mais próximo da medida de comprimento do fio?

(A) 4 m
(B) 10 m
(C) 22 m
(D) 36 m

Fonte: Os autores.

De acordo com o Exercício Modificado 3, é possível ter uma maior precisão se aluno realmente compreendeu o assunto, distinguindo o acerto por acaso e possibilitando também que sejam avaliados outros vários processos. Assim, apresentaremos as justificativas referentes ao Exercício Modificado 3.

Justificativas:

A) **ERRADA**. O respondente tem conhecimento do Teorema de Pitágoras, mas apresenta dificuldades ao identificar os elementos do triângulo retângulo e não consegui realiza as potências corretamente: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (30^2 = x^2 + 20^2) \rightarrow (60 = x^2 + 40) \rightarrow (60 - 40 = x^2) \rightarrow (20 = x^2) \rightarrow \left(x = \sqrt{20}\right) \rightarrow (x \cong 4{,}47)$.

B) **ERRADA**. O respondente tem conhecimento do Teorema de Pitágoras, contudo não sabe calcular as potências: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (x^2 = 30^2 + 20^2) \rightarrow (x^2 = 60 + 40) \rightarrow (x^2 = 100) \rightarrow \left(x = \sqrt{100}\right) \rightarrow (x = 10)$.

C) **ERRADA**. O respondente apresenta dificuldades na compreensão ao identificar os elementos do triângulo retângulo: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (30^2 = x^2 + 20^2) \rightarrow (900 = x^2 + 400) \rightarrow (900 - 400 = x^2) \rightarrow (500 = x^2) \rightarrow \left(x = \sqrt{500}\right) \rightarrow (x \cong 22{,}36)$.

D) **CORRETA**. O respondente aplica o Teorema de Pitágoras corretamente: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (x^2 = 30^2 + 20^2) \rightarrow (x^2 = 900 + 400) \rightarrow (x^2 = 1300) \rightarrow \left(x = \sqrt{1300}\right) \rightarrow (x \cong 36{,}05)$.

Na *Figura 8* está apresentado o *Exercício Original 4*, que é o exercício 10 da página 194 do livro Teláris Matemática do 9º ano. Já a *Figura 9*, apresentada na sequência, corresponde ao *Exercício Modificado 4* que foi alterado aplicando-se a TRI.

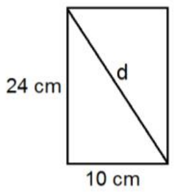
Figura 14: Exercício Original 4

10 Determine no caderno a medida de comprimento da diagonal de um retângulo que tem base com medida de comprimento de 10 cm e altura com medida de comprimento de 24 cm.

Fonte: DANTE (2018, p. 194)

Figura 15: Exercício Modificado 4

Observe a figura a seguir, ela representa um retângulo e suas medidas de base e altura.



Qual a medida de comprimento da diagonal do retângulo?

(A) 14 cm
(B) 26 cm
(C) 34 cm
(D) 68 cm

Fonte: Os autores.

O Exercício Modificado torna mais fácil identificar as dificuldades específicas dos estudantes, ou seja, ele permite avalia as habilidades individualmente. Desse modo, apresentaremos as justificativas referentes ao Exercício Modificado 4.

Justificativas:

A) **ERRADA**. O respondente não tem conhecimento do Teorema de Pitágoras e apenas pega os valores fornecidos na imagem e subtrai $(d = 24 - 10) \rightarrow (d = 14)$.

B) **CORRETA**. O respondente aplica o Teorema de Pitágoras corretamente: $(a^2 = b^2 + c^2) \rightarrow (d^2 = 10^2 + 24^2) \rightarrow (d^2 = 100 + 576) \rightarrow (d^2 = 676) \rightarrow \left(d = \sqrt{676}\right) \rightarrow (d = 26)$.

C) **ERRADA**. O respondente não tem conhecimento do Teorema de Pitágoras e soma a base com a altura: $(d = 24 + 10) \rightarrow (d = 34)$.

D) **ERRADA**. O respondente não tem conhecimento do Teorema de Pitágoras e acaba calculando o perímetro do retângulo: $(d = 24 + 24 + 10 + 10) \rightarrow (d = 68)$.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nas modificações de exercícios sobre o Teorema de Pitágoras utilizando a TRI e nos resultados apresentados percebemos que os exercícios modificados permitem que sejam avaliados diferentes percursos que o aluno pode seguir para realizar a resolução de problemas.

O *Teorema de Pitágoras* é considerado um dos pilares da Matemática, através dele, criamos diferentes situações matemáticas e sua compreensão tem muita relevância para os alunos dos anos finais do ensino fundamental e o uso da TRI permite que o professor tenha uma noção se o conteúdo abordado está sendo assimilado pelos alunos, assim como perceber se as metodologias de ensino escolhidas por ele estão surtindo efeito na aprendizagem dos estudantes.

Deste modo, confirmamos que apesar de ainda hoje existir alguns professores acreditando que a forma de avaliação mais eficaz seja apenas aplicando provas e focando na quantidade de acertos de um aluno, a avaliação é um processo constante que ocorre no cotidiano escolar.

Ressaltamos ainda, o quanto é essencial darmos importância aos erros cometidos pelos educandos, pois através deles que o professor tem a oportunidade de corrigi-los e mostrar novos caminhos.

Para futuros trabalhos seria importante fazer uma análise dos livros aprovados pelo PNLD, analisando todas as coleções para verificar se eles utilizam o Teorema de Pitágoras na perspectiva da Teoria de Resposta ao Item.

6 REFERÊNCIAS

ARAUJO, Eutalia Aparecida Candido de, ANDRADE, Dalton Francisco de e BORTOLOTTI, Silvana Ligia Vincenzi. **Teoria da Resposta ao Item**. Revista da Escola de Enfermagem da USP [online]. 2009, v. 43, n. spe [Acessado 19 Janeiro 2022] , pp. 1000-1008. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0080-62342009000500003>. Epub 16 Dez 2009. ISSN 1980-220X. https://doi.org/10.1590/S0080-62342009000500003.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**. São Paulo: Moderna, 2018.

CAEd/UFJF. **Guia de Elaboração de Itens – Matemática**. Juiz de Fora: 2008.

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências Matemática**. São Paulo: SM, 2018.

COELHO, Alex de Brito. **TEOREMA DE PITÁGORAS: QUAL A SUA IMPORTÂNCIA PARA O ENSINO DAS CIÊNCIAS DA NATUREZA?**. [Acessado em 02 Dezembro 2021]. Disponível em: <http://www.unigranrio.br/unidades_adm/pro_reitorias/propep/stricto_sensu/cursos/mestrado/ensino_ciencias/galleries/downloads/dissertacoes/dissertacao_alex_brito_coelho.pdf>.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Matemática**. São Paulo: Ática, 2018.

FNDE. **Programas do Livro**. Disponível em: < https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/legislacao/item/9787-sobre-os-programas-do-livro >.

GAY, Mara Regina Garcia; SILVA, Willian Raphael. **Araribá Mais Matemática**. São Paulo: Moderna, 2018.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista Da Matemática**. São Paulo: FTD, 2018.

LONGEN, Adilson. **Apoema Matemática**. São Paulo: Editora Brasil, 2018.

OLIVEIRA, Carlos N. C.; FUGITA, Felipe. **Geração Alpha Matemática**. São Paulo: SM, 2018.

PATARO, Patrícia Moreno; BALESTRI, Rodrigo Dias. **Matemática Essencial**. São Paulo: Scipione, 2018.

PNLD. **Guia Digital do PNLD 2020.** Disponível em: < https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020/inicio>.

POSSAMAI, Janaína Poffo; CARDOZO, Dionei; MENEGHELLI, Juliana. **Concepções dos professores de matemática quanto a utilização de exercícios, situações contextualizadas e problemas**. Disponível em: < https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7008683 >. Acesso em 02 dez. 2021.

SAMPAIO, Fausto Arnaud. **Trilhas Da Matemática**. São Paulo: Saraiva, 2018.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática Compreensão e Prática**. São Paulo: Moderna, 2018.

SOUZA, Joamir. **Matemática Realidade & Tecnologia**. São Paulo: FTD, 2018.

WAGNER, Eduardo. **Teorema de Pitágoras e Áreas**. Rio de Janeiro: IMPA, 2015.