



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

**Facultad de Ingeniería**

**Secretaría de Investigación y Estudios de  
Posgrado**

**“PROGRAMA PARA EL DISEÑO DE TRABES  
PRETENSADAS PARA PUENTES VEHICULARES”**

Que para obtener el título de:

**INGENIERO CIVIL**

Presenta:

**OSCAR IVAN GALINDO ROSETE**

Asesor de tesis:

**EDGAR IRAM VILLAGRÁN ARROYO**

Puebla, Pue.

25 Enero 2022

**BUAP**

# ÍNDICE

<b>Dedicatoria y Agradecimientos .....</b>	<b>5</b>
--	----------

<b>Introducción.....</b>	<b>8</b>
--------------------------	----------

Antecedentes .....	9
Ingeniería de Puentes: Un Estado del Arte Olvidado.....	10
Planteamiento del Problema .....	12
Objetivo General y Especifico .....	13
Alcances y Limitaciones.....	13
Contribuciones.....	13

<b>Capítulo 1 Conceptos Generales .....</b>	<b>14</b>
---	-----------

1.1 Pretensado .....	14
1.2. Concreto de Alta Resistencia .....	15
1.3. Características del Diagrama Esfuerzo-Deformación en el Concreto.....	16
1.4. Deformaciones Elásticas .....	16
1.5. Deformaciones Laterales .....	18
1.6. Deformaciones Plásticas.....	18
1.7. Deformaciones por Contracción .....	18
1.8. Cambios en la Fuerza de Presfuerzo .....	19

<b>Capítulo 2 Materiales .....</b>	<b>23</b>
------------------------------------	-----------

2.1. Acero de Refuerzo .....	23
2.2. Grados de Acero .....	23
2.3. Acero de Presfuerzo .....	24
2.4. Alambres Redondos .....	24
2.8. Características de la Curva Esfuerzo - Deformación del Acero .....	30
2.9. Deformaciones Elásticas .....	31
2.10. Deformaciones por Relajación .....	32
2.11. Concreto Presforzado .....	32
2.12. Comportamiento del Concreto Bajo Compresión Uniaxial .....	33
2.13. Comportamiento del Concreto Bajo Tensión Uniaxial.....	34
2.14. Comportamientos del Concreto Bajo Esfuerzos Biaxiales .....	35

<b>Capítulo 3 Cargas Vivas Vehiculares de Acuerdo con la Normativa para la Infraestructura del Transporte (Normativa SCT).....</b>	<b>37</b>
--	-----------

3.1 Modelos de Cargas Vehiculares.....	39
--	----

3.2 Modelos de Cargas Vivas para el Análisis longitudinal.....	39
3.3 Modelo de Cargas Vivas Vehiculares para el Análisis Transversal o Tridimensional.....	42
3.4 Factores de Reducción en Carriles Múltiples.....	43
3.5 Líneas de Influencia.....	44
3.6 Teorema de Barré.....	45
3.7 Método de Courbon de reparto transversal de cargas.....	46
3.8 Diseño con Método AASHTO (LRFD).....	47
3.8.1 Ductilidad.....	48
3.8.2 Cargas de Diseño del LRFD.....	49
3.8.2.1 Carga Viva Vehicular HL-93(LL).....	50

## **Capítulo 4 Análisis por Flexión ..... 58**

4.1. Consideración de la Pérdida de Presfuerzo en el Análisis.....	59
4.2. Determinación de los Esfuerzos Elásticos en Secciones de Concreto no Agrietadas.....	59
4.3. Determinación de las Propiedades de la Sección de Concreto.....	61
4.4. Propiedad a Considerar de Acuerdo al ACI 318S-05.....	63
4.5. CARGA DE AGRIETAMIENTO.....	63
4.6. Determinación de Esfuerzos Elásticos en el Acero de Presfuerzo para Vigas con Secciones no Agrietadas.....	65
4.7. ESFUERZOS PERMISIBLES EN EL CONCRETO Y EN ACERO DE PRESFUERZO.....	66
4.8. CAPACIDAD ÚLTIMA A LA FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO PRESFORZADO.....	69
4.8.1 La Teoría de la Resistencia del Bloque Rectangular de Esfuerzos.....	69
4.8.2 Determinación de $f_{ps}$ por Compatibilidad de Deformaciones.....	71
4.8.3 Determinación de $f_{ps}$ por Ecuaciones (Empíricas) por el ACI.....	74
4.8.4 Determinación de la Resistencia a Flexión de Vigas de Sección Rectangular.....	76
4.8.5 Límites del Refuerzo en Elementos Sometidos a Flexión.....	79
4.8.6 Revisión por resistencia a la flexión.....	80

## **Capítulo 5 Diseño por Flexión ..... 81**

5.1 Diseño Basado en Esfuerzos Permisibles.....	81
5.1.1. Diseño de la Sección Óptima del Concreto.....	81
5.1.2. Diseño de la Fuerza de Presfuerzo y su excentricidad para la Sección Óptima.....	84
5.1.3. Diseño a Flexión con Base en el Presforzado Parcial.....	86
5.1.4. Diseño por Balance de Cargas.....	86
5.2 Longitud de Transferencia y Longitud de Desarrollo.....	87
5.3 Diseño de la Zona de Anclaje.....	88
5.1.5. Diseño de la Zona de Anclaje para Pretensado (Método del PCA).....	88

## **Capítulo 6 Análisis y Diseño por Corte ..... 91**

6.1. Contribución del Concreto a Resistir la Fuerza Cortante.....	95
6.2. Contribución del Presfuerzo a Resistir la Fuerza Cortante.....	100
6.3. Diseño del Refuerzo al Corte Según el ACI.....	103

## **Capítulo 7 Pérdidas de la Fuerza de Presfuerzo..... 107**

7.1. Pérdidas por Fricción .....	107
7.2. Pérdidas por Deslizamiento de Cuñas de Anclaje .....	108
7.2.1. Deslizamiento de Cuñas en Pretensado .....	108
7.2.2. Pérdidas de Esfuerzo por Acortamiento Elástico del Concreto .....	109
7.2.3. Acortamiento Elástico en Concreto Pretensado .....	109
7.2.3. Pérdidas por Relajamiento del Acero.....	111
7.3. PERDIDAS DIFERIDAS.....	112
7.3.1. PERDIDAS POR FLUJO PLÁSTICO DEL CONCRETO .....	112
7.3.2. Pérdidas por Retracción del Concreto .....	115
7.3.3. Pérdidas por Relajamiento del Acero.....	116
7.4. Deflexiones de Vigas .....	116
7.4.1. Deflexiones inmediatas de vigas no agrietadas (vigas clase U) .....	117

## **Manual de Uso de CATREA..... 118**

## **Ejercicio ..... 144**

## **Bibliografía ..... 181**

## Dedicatoria y Agradecimientos

A mis padres por haberme forjado como la persona que soy en la actualidad; muchos de mis logros se los debo a ustedes, sin su apoyo no hubiese podido estudiar la carrera que me gusta. Así que si leen este mensaje solo quiero decirles que gracias a ustedes yo me siento muy afortunado de tenerlos como padres. Ya que me dieron su apoyo incondicional durante todos estos años

Gracias a mi gran amigo, compañero y hermano, aunque no de sangre, pero sabes que eres como mi hermano, el Ing. Israel Acosta Vera, te agradezco tu tiempo, ayuda y aportes a mi proyecto de tesis ya que sin ti no estaría aquí realizando mi presentación de tesis muchas gracias por ser así, una gran persona.

¡Nunca cambies hermano!

Quiero de manera especial agradecer al Ing. Edgar Iram Villagran Arroyo, por confiar en mí, para realizar este proyecto, por haber sido muy paciente y haber sido esa persona que con sus directrices pudo explicarme detalles para culminar mi tesis. De verdad Ingeniero, muchas gracias por sus enseñanzas y su tiempo.

## Introducción

Un puente es una estructura que permite salvar un accidente topográfico como un río, un cañón un valle, una carretera, un camino, una vía férrea, un cuerpo de agua o cualquier obstáculo físico, además de que son indispensables para la transportación de mercancías y personas. El diseño de cada puente varía dependiendo de su función y de la naturaleza del terreno sobre el que se construye.

Los puentes se han convertido a lo largo de la historia no solo en un elemento muy básico para una sociedad, sino en símbolo de su capacidad tecnológica.

Ya que en el mundo de la ingeniería cada día se precisa mayor efectividad, precisión y rapidez en la construcción es necesario contar con herramientas que sean de utilidad para poder conseguir nuestro objetivo por lo que se implementara un programa que sea de utilidad para el cálculo de traveses prefabricados que serán utilizados en los puentes vehiculares que serán de utilidad para la sociedad.

Esta tesis se realizó con fin el crear una herramienta por medio de una programación de Visual Basic realizada en un archivo de Excel que sea de utilidad para el cálculo de traveses pretensados tipo AASHTO para llevar a cabo su ejecución y facilitar el trabajo a los ingenieros que realizan esta labor.

Cabe mencionar que el programa no realizará cálculos de elementos como: los diafragmas, topes sísmicos, bases elastoméricas, etc. Pues se basa únicamente al diseño de la viga pretensada.

## Antecedentes

En 1905, tras diplomarse en la Escuela Politécnica y en la Escuela Nacional de Puentes y Caminos, dos de las instituciones más emblemáticas de Francia, el joven Eugène Freyssinet, que contaba por aquel entonces con 26 años, comenzó su carrera como ingeniero de puentes y caminos.

Su pasión por el concreto y sus aplicaciones le llevaron a poner en práctica incesantemente los principios que había aprendido durante sus estudios. Los distintos proyectos en los que participó le permitieron conocer en profundidad las propiedades (resistencia, deformación plástica y ductilidad) de este fantástico material para la construcción.

En 1928, mientras trabajaba en los planos de la Halle Freyssinet, una antigua terminal de carga ubicada en París que hoy en día se utiliza como recinto ferial, inventó y registró la patente del concreto pretensado, una patente que, como el mismo dijo, "iba a revolucionar el arte de la construcción".

A partir de ese año, Eugène Freyssinet dedicó su tiempo y su dinero al desarrollo de su invento. En 1943 creó la Sociedad Técnica para la Utilización del Pretensado (STUP, por las siglas en francés de Société Technique pour l'Utilisation de la Précontrainte). Dicha sociedad, que cambió su denominación en 1976 y pasó a llamarse Freyssinet, tiene como objeto "la puesta en valor, la defensa y la explotación de los nuevos procedimientos inventados por Eugène Freyssinet".

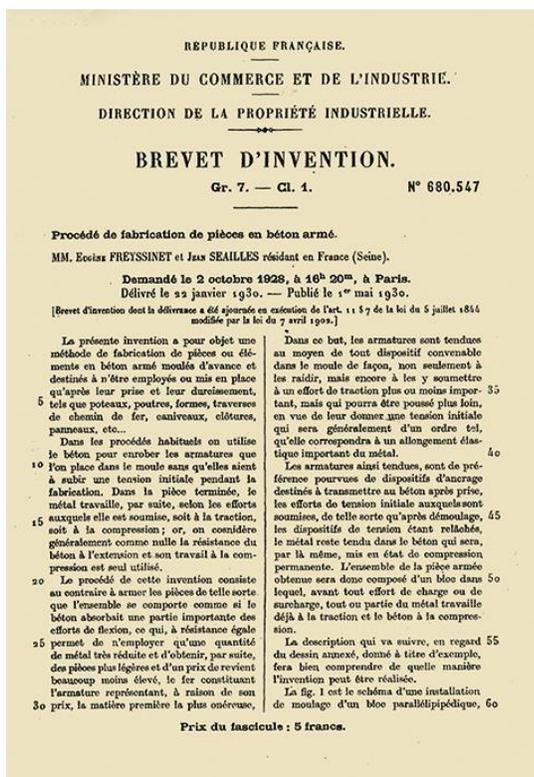


Imagen 1.0 Patente del concreto pretensado (1928). Pagina oficial: [efreyssinet-association.com/loeuvre/pour-comprendre-son-oeuvre](http://efreyssinet-association.com/loeuvre/pour-comprendre-son-oeuvre). La précontrainte par fils adhérents, celle du brevet de base de 1928.

## Ingeniería de Puentes: Un Estado del Arte Olvidado

Desde la antigüedad, los puentes han sido el testimonio más visible del noble oficio de los ingenieros. Un puente se puede definir de varias maneras, para Andrea Palladio, el gran arquitecto e ingeniero italiano del siglo XVI, dio en la esencia de la construcción de puentes cuando dijo “... los puentes deben encajar en el espíritu de la comunidad exhibiendo comodidad y deleite”.

Desde su concepción, la idea de construir puentes permitió expandir los asentamientos humanos a aquellos lugares donde no se garantizaba el acceso por obstrucciones naturales. Partiendo del uso de materiales naturales como lo son piedras y troncos, se comenzaría a erigir los primeros puentes para cruzar ríos y arroyos. Posteriormente, ya en la Edad de Bronce de la historia de la humanidad se comenzaron a construir puentes a base de piedra, con la primera influencia de puentes en falso arco que se extenderían por todo el imperio griego y que formaban parte de la red de carreteras, diseñada para acomodar las carretas que circulaban entre Tiryns y Epidauro en el Peloponeso en Grecia.

Posteriormente la civilización Romana sería la primera cultura en generalizar la construcción de puentes en todos sus territorios; el uso para salvar ríos y valles fueron las principales razones para construir dichas estructuras que se conectaban a su amplia red de caminos que cada vez se volvía más necesaria. Para la época, la construcción de puentes con amplios claros mayores a 35 metros y cimentaciones de gran profundidad demostraban la calidad y amplio estudio de estas estructuras, además, la innovación de puentes a base de materiales como madera y un uso extendido del arco erigieron a los romanos como una de las más grandes civilizaciones constructoras.



**Imagen 1.2** Puente San Martin cerca de Torino (Cortesía Shunsuke Baba). Pagina oficial:[efreyssinet-association.com/loeuvre/pour-comprendre-son-oeuvre/](http://efreyssinet-association.com/loeuvre/pour-comprendre-son-oeuvre/). *La précontrainte par fils adhérents, celle du brevet de base de 1928.*

Sin embargo, fue en la Edad Media cuando el retroceso en la práctica se hace evidente. La construcción de puentes en arco difundida por la civilización griega y romana pierde valor, con arcos de menores dimensiones y poco uso de los cementantes antaño usados. A su vez, en el continente americano los

Incas comienzan con la difusión y construcción de puentes a base de cuerda, precursores de los actuales puentes colgantes.

Es hasta la época del Renacimiento cuando la práctica comienza a difundirse nuevamente retomándose conceptos como el arco de medio punto. En ciudades como París, Venecia y Florencia los puentes figuran no sólo como obras de infraestructura, sino que ganan un valor artístico y representativo de las ciudades. Con la entrada de la Revolución Científica el desarrollo de la Ingeniería de Puentes se vuelve una práctica mayormente racional. La implementación de materiales desarrollados como el concreto y el acero permiten que la diversidad en los puentes construidos en Europa y América fuera cada vez más notoria.

En la actualidad los sistemas y materiales usados en la práctica de la Ingeniería de Puentes se ha vuelto multivariada, el uso de elementos de concreto presforzado incrementó el uso de este material como una opción viable para la construcción de puentes en comparación con aquellos construidos de acero estructural, geometrías impensables en siglos pasados han obtenido una gran aceptación entre los ingenieros contemporáneos y varias formas clásicas han retomado un auge cada vez mayor.



**Imagen 1.3 Puente de Brooklyn 1883 (Cortesía Jack Boucher, HAER Collection). *Página oficial:* [efreyssinet-association.com/oeuvre/pour-comprendre-son-oeuvre/](http://efreyssinet-association.com/oeuvre/pour-comprendre-son-oeuvre/). La précontrainte par fils adhérents, celle du brevet de base de 1928.**

Con esto, los reglamentos locales e internacionales de construcción y diseño han ido avanzando de acuerdo con los requerimientos de los tiempos actuales, la investigación en países como Estados Unidos, Francia y otros países que conforman el continente europeo plantean múltiples metodologías e innovaciones, por lo que la práctica general en estos sitios se mantiene a tope a nivel mundial. Sin embargo, en países de América Central y Sur esta práctica se mantiene arraigada en varios sentidos. Principalmente, la falta de normativas locales que sugieran un símbolo de particularidad ha quedado detenidas a falta de inversión a la investigación de esta área.

En países como México, la práctica común de la ingeniería en puentes radica en gran porcentaje en investigaciones y fuentes bibliográficas realizada por otros países, por ejemplo, estados unidos. México cuenta con entidades que se encargan de realizar investigaciones relacionadas con la infraestructura carretera, tal es el caso del IMT (Instituto Mexicano del Transporte); no obstante, dicha información es limitada, por lo que centros de investigación internacionales dedicados a temas relacionados con infraestructura vial y carreteras, figuran como fuentes de consulta para satisfacer los criterios con los cuales deben ser diseñados los puentes en el país.

Es así como muchos expertos en materia de puentes recurren a normativas extranjeras para llevar a cabo sus diseños y proyectos que cumplan con los criterios de seguridad y servicio mínimos. Sin embargo, estas adecuaciones evitan una práctica común en el diseño y análisis.

Las inclusiones de algunos manuales empleados por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) o el Instituto Mexicano del Transporte, así como los Reglamentos de Construcción de varios estados, remiten las especificaciones de diseño y análisis a normativas generalmente americana (AASHTO, por ejemplo), en ausencia de criterios específicos dejando, por otro lado, el uso de otros reglamentos complementarios que permitan generar un diseño adecuado.

Como muchos otros países de América, México es uno de los países que se perfilan cada vez más por establecer una práctica común en temas no sólo de Ingeniería de Puentes, sino de otros temas relacionados con la Ingeniería Civil que anteriormente no habían logrado difusión y no había evidencia de bibliografía definida; el empleo cada vez mayor de metodologías de análisis utilizadas en otros países han podido ser empleadas de manera exitosa en el país, por lo que se han podido establecer criterios si bien no a nivel nacionales, sí establecidos a nivel local, lo cual continuamente genera menos incertidumbre, agrupa planteamientos regionales válidos y primicia la práctica de la Ingeniería de Puentes Nacional.

## Planteamiento del Problema

Existen dos métodos por las cuales construir elementos de concreto presforzado: **pretensado** y **postensado**.

La diferencia entre ellos radica especialmente en que el pretensado se utiliza para describir cualquier método de presforzado en el cual los cables se tensan antes de colocar el concreto. Los cables, que generalmente son de cable torcido con varios torones de varios alambres cada uno, se revestirán o tensan entre apoyos que forman la parte permanente de las instalaciones de la planta. El postensado es un método de presforzado en el cual el cable que va dentro de uno de los conductos es tensado después de que el concreto ha adquirido cierta resistencia. Así el presfuerzo con regularidad es ejecutado externamente contra el concreto endurecido, y los tendones se anclan contra el concreto inmediatamente después del presforzado. Este método puede aplicarse tanto para elementos prefabricados como colados en sitio.

En este caso se utilizará el método por pretensado para el cálculo de travesaños prefabricados tipo AASHTO en puentes de paso vehicular.

Dado que existen pocos métodos para calcular con facilidad y rapidez este procedimiento, en esta tesis se pretende realizar un programa de cómputo que facilite el proceso de diseño de traves pretensadas, que puede partir desde un punto de vista didáctico hasta un uso profesional. De esta manera las preguntas de investigación que guían a la tesis son: ¿Cuál será la factibilidad para utilizar este programa? ¿Cómo hacer que este programa sea de fácil interacción?, ¿Cuál será la precisión de los resultados comparados con otros programas de cálculo estructural?

## **Objetivo General y Especifico**

Objetivo general: Realizar un programa que facilite el cálculo de traves pretensadas en puentes de paso vehicular y que sea de uso fácil y comprensible.

Objetivos específicos: Generar una guía metodológica para el cálculo de vigas presforzadas aplicando la normatividad vigente.

Que el software sea didáctico.

## **Alcances y Limitaciones**

El programa cubrirá Traves Tipo AASHTO, para claros de entre 10 m y 42 m, para uso en puentes vehiculares.

## **Contribuciones**

Dada la carencia de material didáctico para la enseñanza, este programa servirá de ayuda para el modelado de traves pretensadas tipo AASHTO en puentes vehiculares dando un mayor interés a los estudiantes en área de diseño estructural.

Servirá como una herramienta de fácil interfaz para agilizar una cierta parte del trabajo de cálculo en el diseño estructural de los puentes vehiculares además de que puede servir para comparar resultados que se puedan obtener de otras fuentes.

# Capítulo 1

## Conceptos Generales

### 1.1 Pretensado

El pretensado es un método del presfuerzo en el cual los cables se tensan antes de colocar el concreto. La ejecución de la técnica de pretensado consiste en eliminar los esfuerzos de tensión del concreto mediante la introducción de esfuerzos artificiales de compresión antes de la aplicación de las cargas exteriores, y que, superpuestas con estas, los esfuerzos totales permanentes y que dentro los límites del material puedan soportar indefinidamente.

El presfuerzo generalmente se transfiere por medio de torones trenzados con varios alambres cada uno, estos se tensan entre los apoyos que forman parte permanente de las instalaciones de la planta, como se muestra en la figura (1).

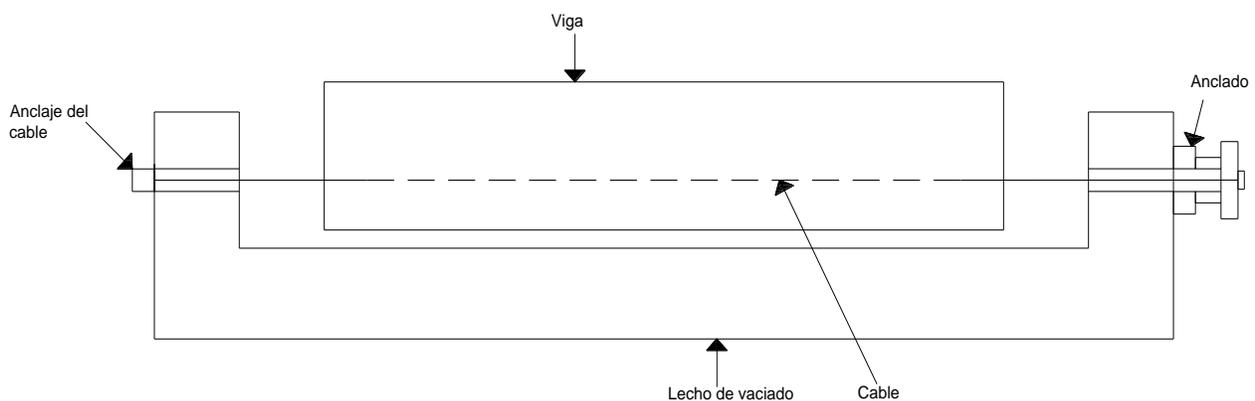


Figura 1. Se mide el alargamiento de los cables, así como la fuerza de tensión aplicada por los gatos. “Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado”. Arthur H. Nilson. Pág. 31.

Características de los elementos pretensados:

1. Pieza prefabricada
2. El presfuerzo es aplicado antes que las cargas
3. El anclaje se da por adherencia
4. La acción del presfuerzo es interna
5. El acero generalmente tiene trayectorias rectas
6. Las vigas generalmente son simplemente apoyadas (elemento isostático)

Algunas de las ventajas de usar este método son:

- Eliminar grietas del concreto en todas las etapas de carga, ya que da una resistencia a la carga externa, por lo cual en el concreto armado por encima del eje neutro es muy eficaz.
- Al evitar que el concreto se agriete evita que el acero tenga corrosión y que el concreto reduzca su deterioro.
- En vigas de concreto pretensado, el efecto de las cargas muertas es prácticamente neutralizado, el peso muerto de la carga reducida de la estructura da resultados en el ahorro de los costes de las cimentaciones. La neutralización de carga muerta es de importancia en los puentes de gran tamaño.
- La utilización de acero es menor al utilizado en el concreto armado, aunque para el concreto pretensado se debe utilizar acero de alta resistencia.

Las desventajas de usar este método son:

- Se requiere transporte y montaje para elementos pretensados. Esto puede ser desfavorable según la distancia a la que se encuentre la obra de la planta.
- Mayor inversión inicial.
- Diseño más complejo y especializado (juntas, conexiones, etc.)
- Planeación cuidadosa del proceso constructivo, sobre todo en etapas de montaje.
- Detalles en conexiones, uniones y apoyos.
- Se requiere acero de alta resistencia
- Se requiere complicados equipos y dispositivos de anclaje, que suelen ser cubiertos por los derechos patentados.

Se requiere alta calidad de concreto denso de alta resistencia.

## 1.2. Concreto de Alta Resistencia

El concreto que es utilizado en construcción presforzada tiene la característica de tener una mayor resistencia que aquel que se utiliza en concreto reforzado ordinario. Es sometido a fuerzas más altas y por lo tanto un aumento en su capacidad generalmente conduce a resultados más económicos. El uso de concreto de alta resistencia permite la reducción de las dimensiones de la sección de los miembros a una sección mínima, logrando así un ahorro significativo en la carga muerta siendo posible que grandes claros resulten técnica y económicamente posibles. Las objetables deflexiones y agrietamientos que de otra

manera estarían asociados con el empleo de miembros esbeltos sujetos a elevados esfuerzos, pueden controlarse con facilidad mediante el presfuerzo.

La práctica actual pide una resistencia de 350 a 500 kg/cm<sup>2</sup> para el concreto presforzado, mientras el valor correspondiente para el concreto reforzado es de 200 a 250 kg/cm<sup>2</sup> aproximadamente.

Otra ventaja del concreto de alta resistencia es que tiene un módulo de elasticidad mayor que el concreto de baja resistencia, de tal manera se reduce cualquier pérdida de la fuerza pretensora debido al acortamiento elástico del concreto. Las pérdidas por flujo plástico que son aproximadamente proporcionales a las pérdidas elásticas son también menores.

La alta resistencia en el concreto presforzado es necesaria por varias razones:

- 1) Para minimizar su costo, los anclajes comerciales para el acero de presfuerzo son siempre diseñados con base de concreto de alta resistencia. De aquí que el concreto de menor resistencia requiere anclajes especiales o puede fallar mediante la aplicación del presfuerzo. Tales fallas pueden tomar lugar en los apoyos o en la adherencia entre el acero y el concreto, o en la tensión cerca de los anclajes.
- 2) El concreto de alta resistencia a la compresión tiene una mayor resistencia a tensión y cortante, así como a la adherencia y al empuje.

El concreto de alta resistencia esta menos expuesto a las grietas por contracción que aparecen frecuentemente en el concreto de baja resistencia antes de la aplicación del presfuerzo.

### **1.3. Características del Diagrama Esfuerzo-Deformación en el Concreto**

Es importante conocer las deformaciones, así como los esfuerzos ya que son necesarios para estimar las pérdidas de presfuerzo en el acero y para tenerlo en cuenta para otros efectos del acortamiento elástico. Tales deformaciones se pueden clasificar en cuatro tipos:

- 1) Deformaciones elásticas.
- 2) Deformaciones laterales.
- 3) Deformaciones plásticas.

Deformaciones por contracción.

### **1.4. Deformaciones Elásticas**

El término deformación elástica es un poco confuso, puesto que la curva esfuerzo deformación para el concreto no es una línea recta aun a niveles normales de esfuerzo (Figura 2), ni son enteramente recuperables las deformaciones. Estas deformaciones son imperceptibles a la vista y por lo tanto estas deformaciones provocan acortamientos o alargamientos en el sentido longitudinal del esfuerzo y

ensanchamiento o adelgazamiento en el sentido transversal del esfuerzo cuando los elementos están a compresión o a tensión.

Pero, eliminando las deformaciones plásticas de esta consideración, la porción inferior de la curva esfuerzo-deformación instantánea, que es relativamente recta, puede llamarse elástica. Entonces es posible obtener valores para el módulo de elasticidad del concreto. El módulo varía con diversos factores, notablemente con la resistencia del concreto, la edad del mismo, las propiedades de los agregados y el cemento, y la definición del módulo de elasticidad en sí es el módulo tangente, inicial o secante. Aún más el módulo puede variar con la velocidad de la aplicación de la carga y con el tipo de muestra o probeta, ya sea un cilindro o una viga. Debido a esto es casi imposible predecir con exactitud el valor del módulo para un concreto en específico.

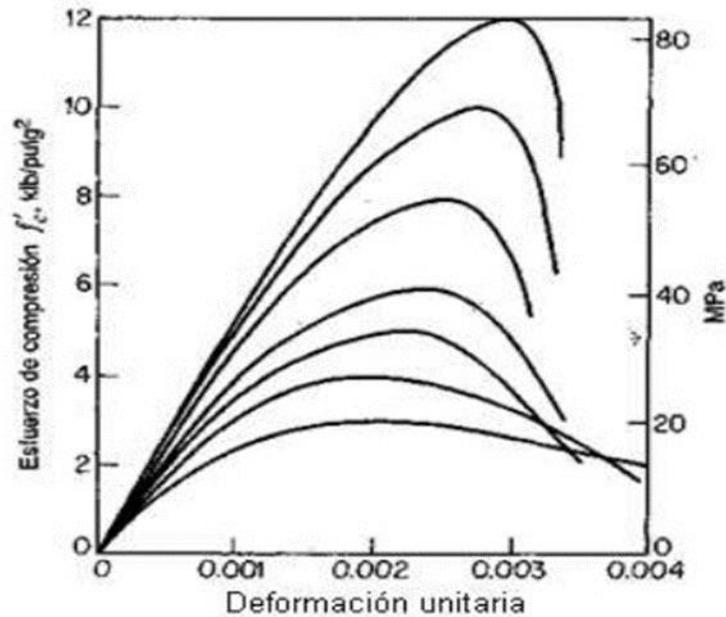


FIGURA 2. Grafica Esfuerzo – Deformación del Concreto. “Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado”. Arthur H. Nilson. Pág.65

El módulo secante se usa en ensayos de laboratorio para definir la deformabilidad de un concreto dado. La ASTM (Sociedad Americana para Pruebas y Materiales) recomienda la pendiente de la línea que uno los puntos de la curva correspondiente a una deformación de 0.00005 y al 40% de la carga máxima.

Para concretos de clase 1, el módulo de elasticidad,  $E_c$ , se supondrá igual a  $4,400 f'_c$ , en MPa ( $14,000 f'_c$ , en  $kg/cm^2$ ).  $E_c$  se determinará según la norma NMX-C-128.

$$E_c = 14000 * \sqrt{f^c} \quad (f^c \text{ en } kg/cm^2)$$

## 1.5. Deformaciones Laterales

Cuando se le ejerce compresión en una dirección al concreto, al igual que ocurre con otros materiales, éste se expande en la dirección transversal a la del esfuerzo aplicado. La relación entre la deformación transversal y la longitudinal se conoce como relación de Poisson. Ésta varía de 0.15 a .20 para concreto.

## 1.6. Deformaciones Plásticas

La plasticidad en el concreto es definida como deformación dependiente del tiempo que resulta de la presencia de un esfuerzo.

La velocidad del incremento de la deformación es grande al principio, pero disminuye con el tiempo, hasta que después de muchos meses alcanza un valor constante asintóticamente.

La deformación por flujo plástico en el concreto depende no solamente del tiempo, sino que también depende de las proporciones de la mezcla, de la humedad, de las condiciones del curado, y de la edad del concreto a la cual comienza a ser cargado. La deformación por flujo plástico es casi directamente proporcional a la intensidad del esfuerzo. Por lo que es posible relacionar a la deformación por flujo plástico con la deformación elástica inicial mediante un coeficiente de flujo plástico definido como:

$$C_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{ci}} \quad (1.0)$$

Dónde  $\epsilon_{ci}$  es la deformación inicial elástica y  $\epsilon_{cu}$  es la deformación adicional en el concreto, después de un periodo largo de tiempo, debida al flujo plástico.

## 1.7. Deformaciones por Contracción

La contracción por secado del concreto provoca una reducción en la deformación del acero de presfuerzo igual a la deformación por contracción del concreto. La reducción de esfuerzo resultante en el acero constituye una componente importante de la pérdida del presfuerzo para todos los tipos de vigas de concreto presforzado

La contracción del concreto es algo proporcional a la cantidad de agua empleada en la mezcla, al igual que la calidad de los agregados es también una consideración importante ya que agregados más duros y densos de baja absorción y alto módulo de elasticidad expondrán una contracción menor.

La cantidad de contracción varía ampliamente, dependiendo de las condiciones individuales.

Para propósitos de diseño, un valor promedio de deformación por contracción será de 0.0002 a 0.0006 para las mezclas usuales de concreto empleadas en las construcciones presforzadas.

El valor de la contracción depende además de las condiciones del ambiente.

## 1.8. Cambios en la Fuerza de Presfuerzo

Los cambios que experimenta la fuerza de presfuerzo se pueden clasificar en:

- a) Cambios debidos a fenómenos de físicos que afectan tanto al concreto como al acero.
- b) Cambios debidos a la superposición de las cargas que deberá soportar el elemento estructural.

Los cambios debidos a los fenómenos físicos provocan que la fuerza de presfuerzo se disminuya. Estas pérdidas se dividen en instantáneas y dependientes del tiempo (diferidas).

Las pérdidas instantáneas ocurren en el momento de la transferencia de la fuerza de presfuerzo del acero al concreto, y se deben a:

- 1) Acortamiento elástico del concreto debido a la fuerza del concreto
- 2) Fricción entre cables o alambres y los ductos u orificios

Cuando el concreto se acorta elásticamente el acero recupera parte de su longitud original y esto hace que pierda esfuerzo o fuerza en el acero. Parte de la fuerza que se usa para estirar los aceros se ocupa en vencer la fuerza de fricción que se desarrolla al deslizar los aceros a lo largo de los orificios. Por lo que la fuerza real restante se ve disminuida. Las pérdidas por fricción y deslizamiento suelen despreciarse en la construcción pretensada cuando las camas de tensado son de gran longitud.

Las perdidas diferidas o a largo plazo, son aquellas que dependen del tiempo de servicio del elemento presforzado. Al igual que las perdidas instantáneas, las diferidas se deben a diferentes causas, tales como:

- 1) Acortamiento del concreto por flujo plástico del mismo.
- 2) Acortamiento del concreto por contracción del mismo.
- 3) Relajamiento del acero de presfuerzo.

El concreto sujeto a una fuerza de compresión permanente experimenta un reacomodo interno que se refleja en un acortamiento de su longitud original debido a la perdida de humedad (flujo plástico), provocando que el acero recupere en parte su longitud original con la consiguiente pérdida esfuerzo. El acero tensado a altos niveles de esfuerzo se relaja, es decir, pierde esfuerzo. Las perdidas diferidas experimentan con rapidez una fuerte variación al principio que se suaviza con el tiempo, sin llegar a desaparecer del todo.

Estos cambios en la fuerza de presfuerzo se constituyen en pérdidas de la misma. Ahora bien, sí:

**$P_j$  = Fuerza inducida al acero por el "gato"**

**$P_i$  = Fuerza (inicial) restante después de pérdidas instantáneas (fase inicial o de transmisión)**

**$P_e$  = Fuerza (efectiva) que queda después de pérdidas totales (instantáneas más diferidas. Fase final o de servicio)**

**$DP_i$  = Pérdidas instantáneas**

**$DP_d = \text{Pérdida diferidas o dependientes del tiempo}$**

Entonces, podemos escribir las siguientes relaciones:

$$P_i = P_j - DP_i \quad (1.1)$$

$$P_e = P_i - DP_d \quad (1.2)$$

Los cambios en la fuerza de presfuerzo, debido a la superposición de las cargas de servicio, hacen que se incrementen los esfuerzos en el acero de presfuerzo y por consiguiente aumenta la fuerza misma.

Se pueden determinar los incrementos de esfuerzos con base en las ecuaciones de la Mecánica Elástica. Sin embargo, como tenemos un material no homogéneo se tiene que manejar el concepto de la sección trasformada, es decir, tenemos que transformar el acero en un área equivalente de concreto y de esa manera considerar que solo tenemos concreto. Esa transformación se hace con base en que el área equivalente del concreto debe proporcionar la misma fuerza que el acero y de la condición de compatibilidad que establece que la deformación del concreto es la misma que la deformación del acero, como se muestra en la Figura 3.

Inicialmente el acero de refuerzo se verá sometido al esfuerzo que directamente le induzca el “gato” y que será:

$$f_{pj} = \frac{P_i}{A_p} \quad (1.3)$$

En la fase inicial o de transmisión, en la cual se asume que sólo actúa el peso propio como carga superpuesta, el esfuerzo en el acero será:

$$f_{pi} = \frac{P_i}{A_p} + n f_{co} \quad (1.4)$$

Donde:

$$f_{co} = M_o e / I_c \text{ y } A_p = \text{Área del acero de presfuerzo}$$

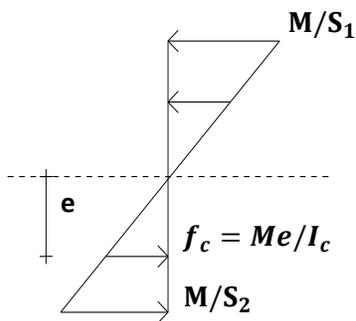
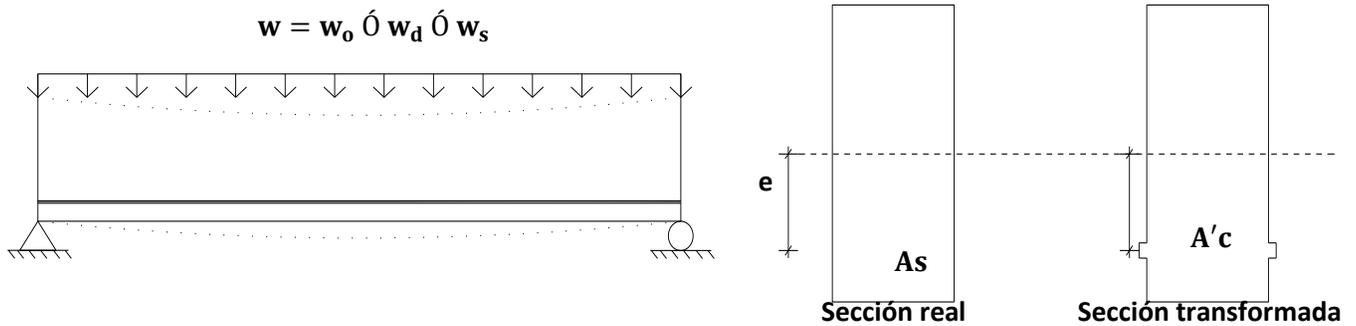
$$M_o = \text{Momento debido a su peso propio}$$

En la fase de servicio, en la cual se asume que actúan todas las cargas superpuestas, el esfuerzo en el acero será:

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A_p} + n f_{cs} \quad (1.5)$$

Donde:

$$f_{cs} = M_s e / I_c \text{ y } M_s = \text{Momento debido a las cargas de servicio}$$



$f_s A_s = f_c A'c$  donde  
 $A'c =$  área equivalente de concreto que será substituida por  $A_s$   
 $A'c = f_s A_s / f_c$  y de la compatibilidad:  
 $\epsilon_c = \epsilon_s$ , pero por la ley de Hooke:  
 $f_c / E_c = f_s / E_s \Rightarrow f_s = (E_s / E_c) f_c \Rightarrow A'c = c A_s$  y  
 $f_s = n f_c$ , donde  $n = (E_s / E_c)$

**Esfuerzos por cargas superpuestas:  $M = M_o \text{ Ó } M_d \text{ Ó } M_s$**

**Figura 3. La sección transformada. Temas Fundamentales del Concreto Presforzado. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág. 10.**

Donde:

$w_o =$  *Peso propio del elemento estructural*

$w_d =$  *Carga muerta adicional (al peso propio)*

$w_l =$  *carga viva*

$w_s = w_o + w_d + w_l =$  *carga de servicio*

$w_D = w_s$  (*criterio de esfuerzos permisibles*)

$w_D = (F.S.)_d (w_o + w_d) + (F.S.)_l w_l$ , donde:

$(F.S.)_d$  y  $(F.S.)_l$  *son los factores de seguridad (criterio de resistencia).*

En las ecuaciones (1.4) y (1.5) se indican que los esfuerzos en el concreto ( $f_c$ ) se determinan con la fórmula de flexión simple de la Mecánica Elástica. Esto es válido si la sección de concreto no se agrieta. Para secciones no agrietadas los incrementos ( $n f_c$ ) son pequeños comparados con el esfuerzo, debido a

la fuerza de presfuerzo ( $P/A_p$ ) y suelen despreciarse, pues no hacen que vuelva la fuerza a sus niveles anteriores a las pérdidas. Si la sección de concreto se agrieta los incrementos sí son significativos; pero en las ecuaciones de la Mecánica Elástica habrá que considerar las propiedades de la sección agrietada. Este tema no se cubre aquí.

## Capítulo 2

### Materiales

#### 2.1. Acero de Refuerzo

El uso de acero de refuerzo ordinario es común en elementos de concreto presforzado. Este acero es muy útil para:

- Aumentar ductilidad
- Aumentar resistencia
- Resistir esfuerzos de tensión
- Resistir cortante
- Resistir torsión
- Resistir agrietamiento
- Reducir deformaciones a largo plazo
- Confinar el concreto

El acero de refuerzo suplementario convencional (varillas de acero) se usa comúnmente en la región de altos esfuerzos locales de corte y compresión en los anclajes de vigas postensadas. Tanto para miembros postensados como pretensados es usual proveerlos de varillas de acero longitudinal para controlar las grietas de contracción y temperatura. A menudo es conveniente incrementar la resistencia a la flexión de vigas presforzadas empleando varillas de refuerzo longitudinales suplementarias.

Las varillas se pueden conseguir en diámetros nominales que van desde 3/8" hasta 1,3/8" con incrementos de 1/8" y también en dos tamaños más grandes de más o menos 1,3/4" y 2,1/4" de diámetro.

#### 2.2. Grados de Acero

En el acero de refuerzo de grados de 40 y 60 Ksi ( $2800 \text{ kg/cm}^2$  y  $4200 \text{ kg/cm}^2$ ) son usados en la construcción de concreto reforzado.

Aun cuando el refuerzo de grado 60 tiene mayor resistencia última que el de grado 40, el módulo de elasticidad del acero es el mismo.

Al aumentar los esfuerzos de trabajo también aumenta el número total de grietas en el concreto; A fin de superar este problema, los puentes generalmente tienen separaciones menores entre barras.

El refuerzo de grado 60 no es tan dúctil como el de grado 40 y es más difícil de doblar.

En los aceros de grados 40 y 60 generalmente presentan un punto de fluencia bien definido, esto no ocurre con los aceros de alta resistencia. Para tales casos se define un punto de fluencia equivalente.

### **2.3. Acero de Presfuerzo**

La principal fuente de pérdidas en la fuerza de presfuerzo está en los acortamientos instantáneos y diferidos que sufre el concreto, resultado de los fenómenos físicos.

E. Freyssinet, fue quién estudio estos fenómenos hasta el punto de poder predecir los acortamientos en forma aceptable, al observar la necesidad de usar un acero que pudiera estirarse lo suficiente para compensar esos acortamientos y que aun quedara estirado en tal magnitud que produjera la fuerza de presfuerzo necesaria.

El estiramiento del acero tendría que hacerse sin que sus esfuerzos se salieran del rango elástico, de lo contrario habría una deformación permanente sin la tendencia a regresar a su longitud inicial (que es lo que produce la fuerza de presfuerzo).

Tipos de acero de presfuerzo:

- a) Alambres redondos,
- b) Cable trenzado o Torón
- c) Barra o varilla corrugada.

### **2.4. Alambres Redondos**

Los alambres individuales se fabrican laminando en calientes lingotes de acero hasta obtener varillas redondas. Después del enfriamiento, las varillas se pasan a través troqueles para reducir su diámetro hasta el tamaño requerido. En el proceso de esta operación de estirado, se ejecuta trabajo en frío sobre el acero, lo cual modifica grandemente sus propiedades mecánicas e incrementa su resistencia. A los alambres se les libera de esfuerzo después de estirado en frío mediante un tratamiento continuo de calentamiento hasta las propiedades mecánicas prescritas. Los alambres de se consiguen en cuatro diámetros tal como se muestra en la Tabla 1 y en dos tipos.

DIAMETRO NOMINAL		MÍNIMA RESISTENCIA DE TENSIÓN				MINIMO ESFUERZO PARA UNA ELONGACIÓN DE 1%			
		TIPO BA		TIPO WA		TIPO BA		TIPO WA	
Pulg.	mm.	Lb/pulg <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup>	Lb/pulg <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup>	Lb/pulg <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup>	Lb/pulg <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup>
0.192	4.88	240,000	16,880	250,000	17,590	192,000	13,510	200,000	14,070
0.196	4.98	240,000	16,880	250,000	17,590	192,000	13,510	200,000	14,070
0.25	6.35	240,000	16,880	240,000	16,880	192,000	13,510	192,000	14,070
0.276	7.01	240,000	16,880	235,000	16,880	192,000	13,510	182,000	14,070

**Tabla 1. Propiedades de alambre sin Revestimiento Revelados de Esfuerzo (Libro: Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado, ARTHUR H. NILSON, Pag.53)**

También se puede conseguir alambres de bajo relajamiento, a veces conocidos como estabilizados. Se emplean cuando se quiere reducir al máximo la pérdida de presfuerzo.

Los torones están compuestos normalmente por grupos de alambres, dependiendo el número de alambres de cada grupo del sistema particular usado y de la magnitud de la fuerza pretensora requerida. Los torones para prefabricados postensados típicos pueden consistir de 7 a 52 alambres individuales. Se pueden emplear torones múltiples, cada uno de ellos compuesto de grandes grupos de alambres para cumplir con los requisitos.

## 2.5. Cable Trenzado o Torón

El torón se usa en miembros pretensados, y regularmente se usa más en construcción postensada. El torón es fabricado con siete alambres, 6 firmemente torcidos alrededor de un séptimo de diámetro ligeramente mayor. El paso de la espiral de torcido es de 12 a 16 veces el diámetro nominal del cable, teniendo una resistencia a la ruptura garantizada de 17,900 kg/cm<sup>2</sup> conocidos como grado 250K. Se ha estado produciendo un acero más resistente conocido como grado 270K, con una resistencia mínima a la ruptura de 270,000 lb/pulg<sup>2</sup> (18,990kg/cm<sup>2</sup>).

El cable más usado en el concreto presforzado es el de siete hilos o alambres (uno central y seis periféricos) y debe cumplir los requerimientos de la norma A-416 de la ASTM.

Para los torones se usa el mismo tipo de alambres relevados de esfuerzo y estirados en frío que los que se usan para los alambres individuales de presfuerzo. Sin embargo, las propiedades mecánicas se evidencian ligeramente diferentes debido a la tendencia de los alambres torcidos a enderezarse cuando se le sujeta a tensión, debido a que el eje de los alambres no coincide con la dirección de la tensión. Al torón se le releva de esfuerzos mediante tratamiento térmico después del entorchado. Los torones de bajo relajamiento se pueden conseguir mediante pedido especial.

Los diámetros que se consiguen en el mercado van de 6.35 hasta 15.24mm y los grados son dos: 250 y 270ksi. En la construcción postensada los cables se alojan en ductos constituyendo los tendones (uno por cada ducto).

DIAMETRO NOMINAL		RESISTENCIA A LA RUPTURA		AREA NOMINAL DEL TORON		CARGA MINIMA PARA UNA ELONGACIÓN DE 1%	
<b>GRADO 250 lbf</b>							
Pulg.	mm	Lb	KN	pulg <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	Lb	KN
0.250	6.35	9,000	40.0	0.036	23.22	7,650	34
0.313	7.94	14,500	64.5	0.058	37.42	12,300	54.7
0.375	9.53	20,000	89.0	0.08	51.61	17,000	75.6
0.438	11.11	27,000	120.1	0.108	69.68	23,000	102.3
0.500	12.7	36,000	160.1	0.144	92.9	30,600	136.2
0.600	15.24	58,600	260.7	0.217	140.00	49,800	221.5

DIAMETRO NOMINAL		RESISTENCIA A LA RUPTURA		AREA NOMINAL DEL TORON		CARGA MINIMA PARA UNA ELONGACIÓN DE 1%	
<b>GRADO 270 lbf</b>							
Pulg.	mm	Lb	KN	pulg <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	Lb	KN
0.375	9.53	23,000	102.3	0.085	54.84	19,500	87.0
0.438	11.11	31,000	137.9	0.115	74.19	26,550	117.2
0.500	12.7	41,300	183.7	0.153	98.71	35,100	156.1
0.600	15.24	58,600	260.7	0.217	140.00	49,800	221.5

**Tabla 2. Propiedades del torón de 7 alambres sin revestimiento. (Libro: Diseño de estructuras de concreto presforzado, ARTHUR H. NILSON, Pag54).**

## 2.6. Barra o Varilla Corrugada

La barra o varilla corrugada usada en la construcción pretensada, que aparentemente se confundiría con las barras corrugadas usadas en el concreto reforzado, debe cumplir con la norma A-722 de la ASTM. Este tipo de acero de presfuerzo, por la rigidez a la flexión que presenta, solo es posible anclarlo con

tuercas o por adherencia con el concreto. Los diámetros disponibles en el mercado van del 15.88 hasta 34.92 mm los grados disponibles son 145 y 160 ksi, tal como se muestra en la tabla 3.

En el caso de la varilla corrugada, la alta resistencia que se necesita se obtiene mediante la introducción de ciertos elementos de ligazón (unión), principalmente manganeso, silicón y cromo durante la fabricación de acero. Adicionalmente, se efectúa trabajo en frío en las varillas al fabricar estas para incrementar aún más su resistencia. Después de estirarlas en frío, a las varillas se les revela de esfuerzo para obtener las propiedades requeridas.

Las varillas casi no se usan para la fabricación de elementos presforzados, siendo los torones de baja relajación los más utilizados.

DIAMETRO NOMINAL		AREA NOMINAL DE LA VARILLA		RESISTENCIA A LA RUPTURA		MINIMA CARGA PARA UNA ELONGACIÓN DE 0.7%	
<b>GRADO 145 lbf</b>							
Pulg	mm	Pulg <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	Lb	KN	Lb	KN
1/2	12.7	0.196	127	28,000	125	25,000	111
5/8	15.88	0.307	198	45,000	200	40,000	178
3/4	19.05	0.442	285	64,000	285	58,000	258
7/8	22.23	0.601	388	87,000	387	78,000	347
1	25.40	0.785	507	114,000	507	102,000	454
1 1/8	28.58	0.994	642	144,000	641	129,000	574
1 1/4	31.75	1.227	792	178,000	792	160,000	712
1 3/8	34.93	1.485	957	215,000	957	193,000	859
<b>GRADO 160 lbf</b>							
Pulg	mm	Pulg <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	Lb	KN	Lb	KN
1/2	12.7	0.196	127	31,000	138	27,000	120
5/8	15.88	0.307	1989	49,000	218	43,000	191
3/4	19.05	0.442	285	71,000	316	62,000	276
7/8	22.23	0.601	388	96,000	427	84,000	374
1	25.40	0.785	507	126,000	561	110,000	490
1 1/8	28.58	0.994	642	159,000	708	139,000	619
1 1/4	31.75	1.227	792	196,000	872	172,000	756
1 3/8	34.93	1.485	958	238,000	1059	208,000	926

**Tabla 3. Propiedades de las varillas de acero de aleación (Libro: Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado, ARTHUR H. NILSON, Pag.54)**

## 2.7. Propiedades Mecánicas del Acero de Presfuerzo

Las propiedades mecánicas de interés para un material con fines estructurales se obtienen de su gráfica esfuerzo-deformación.

De esa grafica (figura) podemos analizar la respuesta del material cuando éste se somete a una fuerza de tensión. Se aprecia que esa respuesta es elástica-lineal en una parte y no elástica ni lineal en otra parte.

De la parte elástica –lineal se obtiene el módulo de elasticidad del material ( $E_p$ ), que en el caso del acero de presfuerzo es:

a) Para alambres:

$$E_p = 2.03E + 06 \text{ kg/cm}^2 \quad (29000 \text{ ksi}) \quad (2.0)$$

b) Para torones:

$$E_p = 1.89E + 06 \text{ kg/cm}^2 \quad (27000 \text{ ksi}) \quad (2.1)$$

c) Para barras:

$$E_p = 1.89E + 06 \text{ kg/cm}^2 \quad (27000 \text{ ksi}) \quad (2.2)$$

Aun cuando los cables se forman de alambres de la misma calidad que el alambre que se usa individualmente como acero de presfuerzo, su módulo de elasticidad es un poco menor, debido a la tendencia de los alambres componentes del cable de tomar la línea recta al experimentar una fuerza de tensión. El menor valor de  $E_p$  para las barras corrugadas obedece al tipo de aleación que se usa en su fabricación.

Una característica muy importante en el acero de presfuerzo, que no tiene lo que se podría llamar meseta plástica. No tiene esa región de fluencia característica de los aceros estructurales en la cual el material

fluyente (se deforma) sin aumentar la fuerza de tensión. Por lo que el límite de fluencia ( $f_{py}$ ) no existe. Sin embargo, convencionalmente se toma éste para alambres y torones como sigue:

a) Para acero de relajamiento normal

$$f_{py} = 0.85f_{pu} \quad (2.3)$$

b) Para acero de bajo relajamiento

$$f_{py} = 0.90f_{pu} \quad (2.4)$$

Donde  $f_{pu}$  es la capacidad última a tensión del acero de presfuerzo. Para barras corrugadas

c) Para acero de relajamiento normal

$$f_{py} = 0.80f_{pu} \quad (2.5)$$

d) Para acero de bajo relajamiento

$$f_{py} = 0.85f_{pu} \quad (2.6)$$

El grado de presfuerzo viene a ser el  $f_{pu}$  del mismo, así, por ejemplo, cuando decimos acero grado 270 queremos decir acero de presfuerzo con  $f_{pu} = 270\text{ksi}$  o bien  $f_{pu} = 18900\text{kg/cm}^2$ .

Para el análisis y diseño con base en esfuerzos permisibles sólo son de interés los valores de  $E$ ,  $f_{pu}$  y  $f_{py}$ , sin embargo, para el análisis y diseño por resistencia también es de la respuesta no elástica ni lineal. Para esto existe una ecuación recomendada por Alan H. Mattock (1979) que predice la respuesta tanto elástica – lineal como la no elástica ni lineal, que da buenos resultados.

$$f_{px} = E_p \epsilon_{px} \left[ A + \frac{1-A}{[1+(B\epsilon_{px})^C]^{1/C}} \right] \leq f_{pu} \quad (2.7)$$

En esta ecuación, que pretende ser la ley constitutiva para el acero de presfuerzo,  $A$ ,  $B$  y  $C$  son los llamados parámetros de Ramberg-Osgood puesto que esta ecuación no es más que la función Ramberg-Osgood modificada. Estos parámetros pueden ser obtenidos de la tabla (tabla de esfuerzo deformación) que se presenta a continuación.

**Tabla 4. Parametros de Ramberg-Osgood para la ecuación (2.7)**

Grado	$f_{py} / f_{pu}$	$E_p (kg/cm^2)$	A	B	C
270	0.9	1.89E+06	0.0151	110.8	8.449
Cable	0.85	1.89E+06	0.0271	117.3	6.598
250	0.9	1.89E+06	0.0137	119.7	6.431
Cable	0.85	1.89E+06	0.0246	126.7	5.305
250	0.9	2.03E+06	0.0151	125.1	6.351
Alambre	0.85	2.03E+06	0.0253	132.5	5.256
350	0.9	2.03E+06	0.0139	133.1	5.463
Alambre	0.85	2.03E+06	0.0235	140.9	4.612
150	0.85	2.03E+06	0.0161	225.2	4.991
Varillas	0.8	2.03E+06	0.0217	239.3	4.224

**Tabla 4. Parametros de Ramberg-Osgood Libby, 1990. P172 (adaptada por F. J. Orozco, 1994)**

El PCI (Prestressed Concrete Institute) recomienda ecuaciones con una aproximación muy buena para las curvas  $f_e$  de cables trenzados de siete alambres:

$$e_{px} \leq 0.008: \quad f_{px} = E_p e_{px} \quad (2.8)$$

$$e_{px} > 0.008:$$

**a) Cable trenzado grado 270**

$$f_{px} = 18760 - \frac{5.25}{e_{px} - 0.0065} \left( \frac{kg}{cm^2} \right) \quad (2.9)$$

**b) Cable trenzado grado 250**

$$f_{px} = 17360 - \frac{4.06}{e_{px} - 0.006} \left( \frac{kg}{cm^2} \right) \quad (2.10)$$

## 2.8. Características de la Curva Esfuerzo - Deformación del Acero

Generalmente el tipo de acero se caracteriza por el límite o esfuerzo de fluencia, entre estos tipos tenemos los de grados 40 ( $f_y = 40ksi$ ), 50 ( $f_y = 50ksi$ ) y 60 ( $f_y = 60ksi$ ), que corresponden a los límites de fluencia de 2800, 3500 y 4200  $kg/cm^2$ .

Las curvas esfuerzo deformación del acero muestran una porción inicial elástica lineal, una plataforma de fluencia (es decir donde la deformación continua sin aumento del esfuerzo, a este valor del esfuerzo se le llama esfuerzo de fluencia), una región de endurecimiento por deformación, y finalmente una zona donde el esfuerzo decae hasta ocurrir la fractura. Esta idealización nos permite escribir las ecuaciones constitutivas del material como:

$$e_{sx} < e_{sy} \quad f_{sx} = e_{sx} E_s \quad (2.11)$$

$$e_{sx} \neq e_{sx} \quad f_{sx} = f_y$$

El uso que se le da normalmente al acero de refuerzo ordinario en el concreto es:

- a) Tomar efectos térmicos
- b) Control de grietas
- c) Refuerzo del alma para tomar la tensión diagonal
- d) Refuerzo de las alas de viga T
- e) Refuerzo de los patines en vigas I y cajón
- f) Aumentar la ductilidad a flexión (refuerzo a compresión)
- g) Aumentar la capacidad última a flexión (refuerzo a tensión)

## 2.9. Deformaciones Elásticas

Algunas características importantes del acero como el límite elástico proporcional, el punto de fluencia, la resistencia, la ductilidad y las propiedades de endurecimiento por deformación son evidentes de inmediato.

En la Figura (4) comparamos las curvas de esfuerzo deformación a tensión de varillas ordinarias con las de aceros típicos para el presfuerzo.

El acero de refuerzo ordinario, tipificados mediante los grados 40 y 60, existe una respuesta inicial elástica hasta un punto de fluencia bien definido, más allá del cual, ocurre un incremento substancial en la deformación sin que venga aparejado un incremento en el esfuerzo. Si se sigue incrementando la carga, ésta grafica de fluencia es seguida por una región de endurecimiento por deformación durante el cual se obtiene una relación pronunciadamente no lineal entre el esfuerzo y la deformación. Eventualmente ocurrirá la ruptura del material, a una deformación bastante grande alrededor del 13% para varillas grado 60 y del 20% para varillas del grado 40.

El contraste con los aceros de presfuerzo es notable. Estos no presentan un esfuerzo de fluencia bien definido. El límite proporcional para alambres redondos (y para cables hechos con tales alambres) está alrededor de las  $200\text{Kip}$ , o sea 5 veces el punto de fluencia de las varillas del grado 40. Con carga adicional, los alambres muestran una fluencia gradual, aunque la curva continúa elevándose monótonamente hasta la fractura del acero. El esfuerzo de falla para el alambre que se muestra es de  $250\text{ kip}$  ( $1720\text{ N/mm}^2$ ), casi cuatro veces que el de las varillas de grado 40, pero la deformación en la falla es solamente la tercera parte. Las varillas de aleación tienen características similares a aquellas de los alambres redondos o de los cables trenzados, pero sus límites proporcionales y resistencias son 30 a 40 por ciento menores.

El módulo de elasticidad para las varillas de refuerzo es más o menos el mismo  $2.04 \times 10^6\text{ kg/cm}^2$ .

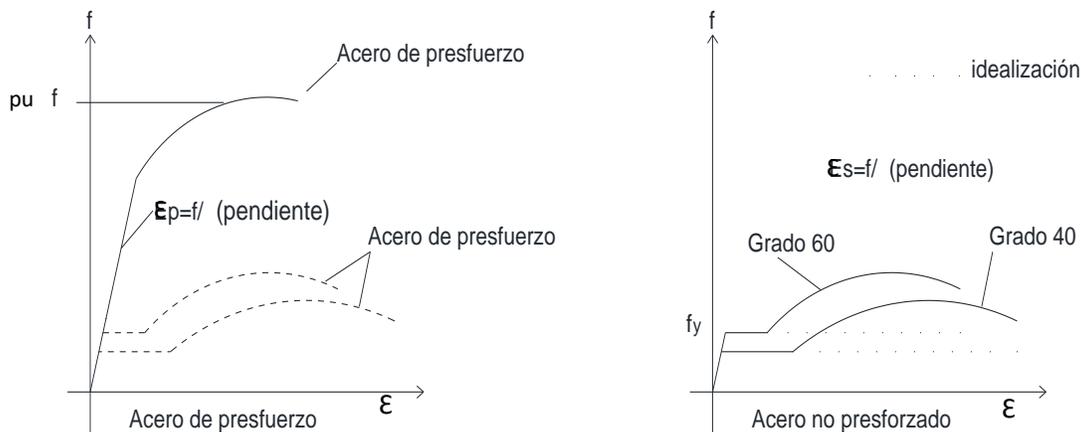


Figura 4. Curvas comparativas de esfuerzo-deformación para acero de refuerzo y acero de presfuerzo. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pág.14.

El módulo de elasticidad para las varillas de refuerzo es más o menos el mismo:  $2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

Los aceros de alta resistencia no presentan un punto de fluencia bien definido. Se han propuesto diversos métodos arbitrarios para definir el punto de fluencia del acero de alta resistencia. Una forma de calcularlo es tomando el esfuerzo el cual el elemento tiene una deformación unitaria de 1%. Otra forma es trazando una paralela a la curva esfuerzo-deformación en el punto correspondiente al 0.2% de la deformación unitaria y el esfuerzo de fluencia será en donde la paralela corte a la curva.

Para tales casos se define un punto de fluencia equivalente, como el esfuerzo para el cual la deformación total tiene un valor 0.5% para varillas de los grados 40, 50 y 60 y de 0.6% para varillas de grado 75.

Para alambres redondos lisos el módulo de elasticidad es más o menos el mismo que para el refuerzo ordinario, esto es, alrededor de  $2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ .

Para torón y para varillas de aleación el módulo de elasticidad es más o menos de  $1.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ .

## **2.10. Deformaciones por Relajación**

Cuando al acero de presfuerzo se le esfuerza hasta los niveles que son usuales durante el tensado inicial y al momento de actuar las cargas de servicio, se presenta una propiedad llamada relajamiento y se define como la pérdida de esfuerzos en un material esforzado mantenido con una longitud constante. En los miembros de concreto presforzado, el flujo plástico y la contracción del concreto, así como las fluctuaciones de las cargas aplicadas producen cambios en la longitud del tendón. Sin embargo, cuando se calcula la pérdida en el esfuerzo del acero debida al relajamiento, se puede considerar la longitud constante.

El relajamiento es un fenómeno de duración indefinida, aunque a una velocidad decreciente y debe tomarse en cuenta en el diseño ya que produce una pérdida significativa de la fuerza pretensora.

## **2.11. Concreto Presforzado**

Es la creación de esfuerzos internos permanentes en una estructura o sistema, con la finalidad de mejorar su comportamiento, así como la resistencia bajo condiciones de servicio y resistencia. Los principios y técnicas del presforzado han sido utilizados en estructuras de diferentes tipos y materiales, la aplicación más común ha sido en el diseño del concreto estructural.

## 2.12. Comportamiento del Concreto Bajo Compresión Uniaxial

Para el estudio de este comportamiento se recurre a la gráfica esfuerzo deformación. Para obtener la gráfica que nos dará la respuesta del concreto bajo esta acción específica, se lleva a cabo la prueba a compresión de un espécimen de concreto según la norma C39 de la ASTM.

En la siguiente figura (5) se muestra la gráfica típica obtenida de la prueba a compresión. Existen varias expresiones que pretenden constituirse en ley constitutiva del concreto para predecir la respuesta, no lineal, del concreto bajo compresión uniaxial modelando la gráfica  $f - e$ .

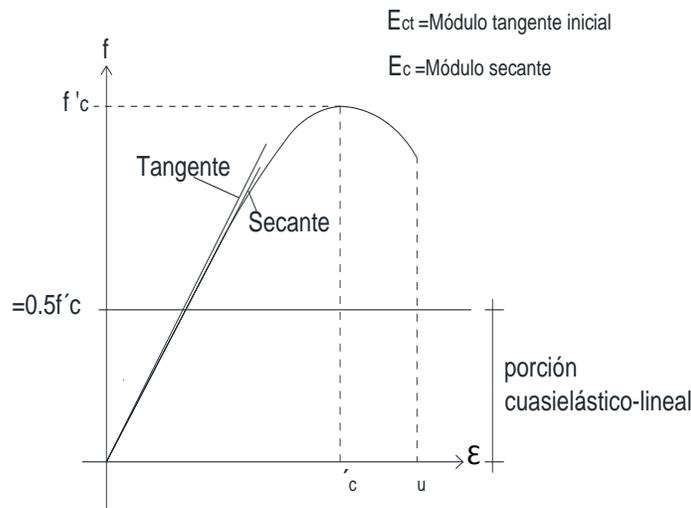


Figura5. Gráfica típica  $f - e$  obtenida de la prueba a compresión del concreto. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pág. 17.

Una de ellas propuesta por M.P. Collins y D. Mitchell (1991), no es más que una simple parábola que escribe razonablemente la relación  $f - \epsilon$  para resistencias de concreto menores o iguales a  $420 \text{ kg/cm}^2$  :

$$f_c = f'_c \left[ 2 - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} \right) - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (2.12)$$

Dónde:

$f_c$  = Esfuerzo de compresión actual (desarrollado)

$\epsilon_c$  = Deformación de compresión actual (desarrollada)

$f'_c$  = Resistencia del concreto a la compresión (obtenida de la prueba)

$\epsilon'_c$  = Deformación del concreto cuando  $f_c = f'_c$

Para esfuerzos de compresión relativamente bajos (digamos  $f_c < 0.5f'_c$ ) la ecuación constitutiva puede ser aún más simple como se aprecia abajo y que no es más que la de Hooke (relación elástica – lineal):

$$f_c = E_c \varepsilon_c \quad (2.13)$$

El reglamento para las construcciones de concreto del ACI318-02 Sección 8.5.1. Propone para el módulo secante la siguiente relación:

$$E_c = 0.14w_c^{1.5}\sqrt{f'_c} \quad (2.14)$$

$$1440 \frac{kg}{m^3} \leq w_c \leq 2480 kg/m^3$$

Dónde:

$w_c =$  *Peso volumétrico del concreto en  $\frac{kg}{cm^3}$*

$f'_c =$  *Resistencia del concreto a la compresión en  $kg/cm^2$*

Para concreto normal ( $w_c = 2400 kg/cm^3$ ):

$$E_c = 15100\sqrt{f'_c} \quad (2.14a)$$

Collins y Mitchell estiman el módulo tangente igual a 1.1 veces el módulo secante, es decir:

$$E_{ct} = 0.15w_c^{1.5}\sqrt{f'_c} \quad (2.15)$$

Para concreto de peso normal

$$E_{ct} = 16610\sqrt{f'_c} \quad (2.15a)$$

### 2.13. Comportamiento del Concreto Bajo Tensión Uniaxial

El concreto que está en tensión uniaxial responde casi en forma elástico-lineal hasta la ruptura. El problema es que la resistencia a la tensión es muy baja, alrededor del 10% de la resistencia a la compresión. Para propósitos de diseño, el módulo de elasticidad y la relación de Poisson (entre 0.15 y 0.20) se toma igual que para compresión uniaxial.

Para la obtención de resultados confiables, el cálculo de la resistencia del concreto a la tensión uniaxial se recurre a pruebas indirectas como son las pruebas del módulo de ruptura y la prueba brasileña.

1. La prueba del módulo de ruptura consiste en cargar una viga de 0.4572m (18 pulg.) de claro con una sección de 0.1524 por 0.1524m (6x6 pulgadas) sin ningún refuerzo. Se detecta la carga de agrietamiento y con la fórmula de la flexión simple ( $Mc/I$ ) se determina el esfuerzo de ruptura ( $f_r$ ). Los valores típicos oscilan entre  $2\sqrt{f'_c}$  y  $3\sqrt{f'_c}$  para concreto normal.
2. La prueba brasileña consiste en cargar un cilindro (el mismo usado en pruebas de compresión de 6" de diámetro y 12" de altura o a lo largo de su línea generatriz hasta que se presente una grieta diametral (pues se generan esfuerzos de tensión perpendiculares al plano de la carga distribuida). Los valores de esfuerzo típicos que se obtienen con esta prueba varían entre  $1.6\sqrt{f'_c}$  y  $2\sqrt{f'_c}$  para concreto normal.

## 2.14. Comportamientos del Concreto Bajo Esfuerzos Biaxiales

En elementos de concreto es común tener estados de esfuerzos que pueden reducirse a dos esfuerzos principales equivalentes que pueden ser de tensión o compresión.

Cuatro son los estados equivalentes a los que se pueden reducir los estados combinados de esfuerzos Figura 6. Es necesario poder estimar cuanto se verá reducida o aumentada la resistencia del concreto a tensión o a compresión ( $f_x$ ) por la presencia de un esfuerzo en dirección perpendicular a la resistencia ( $f_y$ ).

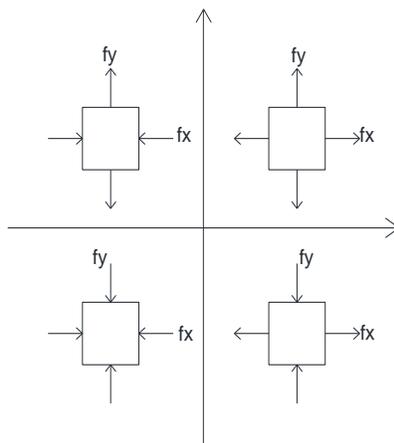


Figura 6. Posibles estados de esfuerzos principales en concreto. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”.  
Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pág. 19.

De estos estudios experimentales se ha concluido que:

1. La resistencia a la tensión es casi independiente del esfuerzo lateral de tensión (primer cuadrante, contra las manecillas del reloj, en Figura (6)).
2. La resistencia a la compresión se ve disminuida con una interacción casi lineal por el esfuerzo lateral de tensión. Pequeños valores de la tensión lateral redundan en pérdidas significativas de la resistencia a la compresión (segundo cuadrante).
3. La resistencia a la compresión se ve aumentada con una interacción no lineal por el esfuerzo lateral a compresión (3er. Cuadrante).
4. La resistencia a la tensión se ve aumentada con una interacción casi lineal por el esfuerzo lateral de compresión (4to. Cuadrante).

El caso 4 es una muestra de lo que pasa con la tensión diagonal, ese estado de esfuerzos es la reducción del estado de esfuerzos de la combinación de esfuerzos cortantes con esfuerzos normales por flexión. El caso 2 es también de interés, por la pérdida de resistencia a la compresión que resulta de la tensión lateral. Con base a esto se obtienen las siguientes ecuaciones:

**Caso 2, resistencia a la compresión ( $f_x$ ) reducida por tensión lateral ( $f_y$ )**

$$f_x = 11.34f_y - f'_c \quad (2.16)$$

**Caso 4, resistencia a la tensión ( $f_x$ ) reducida por compresión lateral ( $f_y$ )**

$$f_x = \frac{1}{11.34} (f_y + f'_c) \quad (2.17)$$

En las ecuaciones (2.16) y (2.17) los valores de  $f_y$  deben ser con su signo correspondiente (positivos si hay tensión y negativos si hay compresión), mientras que en  $f'_c$  deberá usarse en valor absoluto.

Por ejemplo, en el caso de tensión diagonal en concreto reforzado, que resulta de un estado puro de corte,  $f_y$  resulta de compresión e igual en magnitud a la tensión diagonal ( $f_x$ ), es decir:  $f_y = -f_x$ , entonces, de la ecuación (2.17) resulta:

$$f_x = \frac{f'_c}{12.34} \quad (2.18)$$

Ecuación en la cual podemos ver que la resistencia a la tensión se reduce de 1/10, que normalmente ocurre, a 1/12.34.

## Capítulo 3

# Cargas Vivas Vehiculares de Acuerdo con la Normativa para la Infraestructura del Transporte (Normativa SCT)

La norma mexicana de cargas vivas vehiculares, toma en cuenta las dimensiones y los pesos que transportan en el país lo grandes vehículos de carga con seis a nueve ejes de rodamiento, para realizar el análisis estructural de los puentes carreteros de México.

Esto se realizó adaptando los dos modelos de cargas vivas desarrollados por el Director General del Instituto Mexicano del Transporte el Dr. Octavio A Rascón Chávez en sus publicaciones de Modelo de cargas vivas vehiculares para diseño estructural de puentes en México y Sistemas de cargas vivas vehiculares para diseño de puentes en carreteras alimentadoras; uno para carreteras principales, tipos ET, A, B y C; y otro para alimentadoras tipo D. Dichos modelos se denominaron IMT 66.5 e IMT 20.5 respectivamente.

En los códigos referentes al diseño y análisis de puentes, la carga viva de diseño no corresponde a la carga de vehículos reales; sino que se idealiza un tren de cargas para que los efectos generados en los sistemas cubran el espectro de respuesta de aquellos producidos por los vehículos reales. Esto debido a que se demostró, utilizando la información captada por la SCT en 1993, 1994 y 1996 que los modelos de cargas vivas vehiculares que se establecen en los reglamentos para diseño estructural de puentes carreteros AASHTO, en Estados Unidos de Norteamérica y de Ontario Canadá (LRFD, Bridge Design Specifications. AASHTO, EUA, 1ª Ed., 1994 y Ontario Highway Bridge Design Code. Ministry of Transportation, Ontario, Canadá, 3ª Ed., 1991.) producen elementos mecánicos para diseño (momentos flexionantes y fuerzas cortantes máximos) bastante inferiores a los que ocasionan los vehículos de carga tipo T3-S3 y T3-S2-R4, que transitan por las principales carreteras de México.

Por lo que se concluye que no es aconsejable seguir utilizando el modelo de cargas vivas del reglamento de la AASHTO.

Tomando como punto de partida que todos los modelos que se incluyen en los reglamentos de otros países consideran dos sistemas de cargas: uno de concentradas, y otro de uniformemente repartida.

Cargas concentradas: produce efectos en los puentes similares a los que ocasiona un vehículo muy pesado con una probabilidad muy baja de presentarse en un lapso de vida útil de diseño del puente.

Cargas uniformes: genera efectos a los que ocasiona una secuencia (convoy) de vehículos pesados, que, al circular en un carril, uno tras otro, producen elementos mecánicos igual o mayores, dependiendo del claro del puente, que los que origina cualesquiera de ellos individualmente.

Para diseñar los estudios estadísticos y probabilísticos para puentes en carreteras principales, se toma en cuenta que, en el Análisis normativo y estadístico de cargas vivas en puentes en México, se comprueba que los elementos mecánicos más grandes en los puentes, son ocasionados por los vehículos T3-S3 y T3-S2-R4, por lo cual solo estos se consideraron. Asimismo, se estimó que las cargas más grandes que los vehículos involucrados transmiten a la estructura de un puente, se agrupan en los ejes de rodamiento que conforman tándems, trídems y dobles tándems.

Tomando esto como punto de partida se llegó a la conclusión de que el momento flexionante y la fuerza cortante máxima que cada vehículo ocasiona a un puente, depende fundamentalmente de las cargas totales (resultantes) de cada grupo de ejes y de la ubicación de sus líneas de acción; esto se comprobó estadísticamente utilizando puentes simplemente apoyados con claros de 15 m a 60 m.

Por otra parte, se toma en cuenta en el Análisis normativo y estadístico de cargas vivas en puentes en México que los elementos mecánicos más grandes calculados que generan a los puentes los vehículos T3-S3, son muy parecidos a los que ocasionan los T3-S2-R4.

Por eso se decidió que el sistema de cargas concentradas del modelo de cargas vivas vehiculares para carreteras para carreteras principales, podrán tener una topología simple de solo tres ejes de aplicación de las cargas para puentes en carreteras principales, creando así un “vehículo virtual”, que tiene un eje delantero, un intermedio y un trasero; el delantero corresponde al de igual posición en el tractor; el intermedio, a la carga total que se transmite por el tándem del tractor; y el trasero, al peso total que baja por el trídem de los T3-S3 y por el doble tándem de los T3-S2-R4.

Por lo mismo, con el modelo que resulta se sobrestiman los efectos en puentes en donde no se permite el tránsito de estos vehículos, como es el caso de las carreteras alimentadoras. Por lo que fue necesario desarrollar otro modelo, especial para vías alimentadoras con sólo dos ejes de carga, para el cual se utilizó la información estadística de los camiones tipo C3, por ser los de mayor peso que se autoriza circulen por esa clase de caminos.

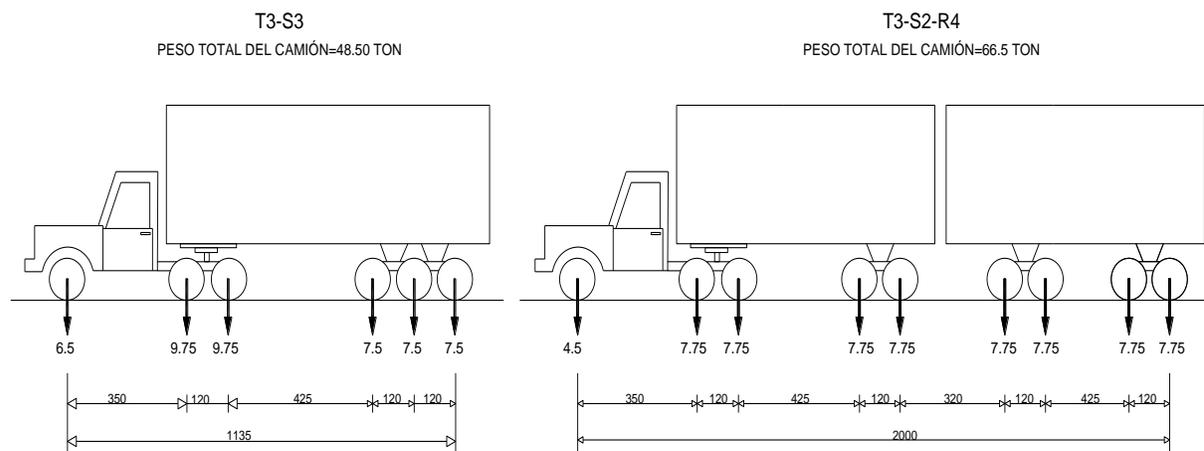


Figura 7. Vehículos Reales de México (Sánchez G.,2008). Análisis de Efectos Longitudinales y Transversales en Puentes Debidos a Cargas Vivas Vehiculares. Pág. 10.

El vehículo T3-S3 consta de un tractor de tres ejes con un semirremolque de tres ejes que puede alcanzar longitudes de 11.35m. El vehículo T3-S2-R4 consta de un tractor de tres ejes, con un semirremolque de dos ejes y un remolque de cuatro ejes. Estos vehículos reales han sido usados para diseñar estructuras, durante años, a veces combinados con algunos vehículos de la normativa AASHTO; sin embargo, como se ha mencionado, la normativa SCT contempla dos modelos de carga viva vehicular para el diseño de estos sistemas: el Modelo IMT 66.5 y el IMT 20.5.

### **3.1 Modelos de Cargas Vehiculares**

En la norma N°PRY·CAR·6·01·003/01, Ejecución de Nuevos Puentes y Estructuras Similares nos hace mención que, para los análisis longitudinal y transversal o tridimensional de la super estructura, se consideran los modelos de cargas vivas debidas a los vehículos, que se indican a continuación:

#### **1) Modelo IMT 66.5**

Aplicables a estructuras que se proyecten para carreteras de los tipos ET, A, B, y C, según la clasificación establecida en el Reglamento sobre el Peso, Dimensiones y Capacidad de los Vehículos de Autotransporte que Transitan en los Caminos y Puentes de Jurisdicción Federal, así como para las autopistas, que son carreteras de los tipos ET y A, con accesos controlados.

#### **1) Modelo IMT 20.5**

Aplicables a estructuras que se proyecten para carreteras de Tipo D, según la clasificación establecida en el Reglamento sobre el Peso, Dimensiones y Capacidad de los Vehículos de Autotransporte que Transitan en los Caminos y Puentes de Jurisdicción Federal, así como para caminos rurales.

Estos modelos de cargas son virtuales, únicamente con fines de análisis estructural y no representa un vehículo real.

### **3.2 Modelos de Cargas Vivas para el Análisis longitudinal**

#### **a) Modelo IMT 66.5**

Este modelo de cargas vivas para el análisis longitudinal de claros iguales o mayores de treinta (30) metros, consiste en tres cargas concentradas ( $P_1, P_2, P_3$ ) y una carga uniformemente distribuida ( $w$ ), cuyos valores se indican a continuación y distribuidas como se muestran en la Figura 6. Para carreteras Tipo C, según la clasificación establecida en el Reglamento sobre el Peso, Dimensiones y Capacidad de los Vehículos de Autotransporte que Transitan en los Caminos y Puentes de Jurisdicción Federal, esas cargas deben multiplicarse por un factor de reducción de nueve décimos (0.9).

$$P_1 = 49 \text{ kN (5 t)}$$

$$P_2 = 235 \text{ kN (24 t)}$$

$$P_3 = 368 \text{ kN (37.5 t)}$$

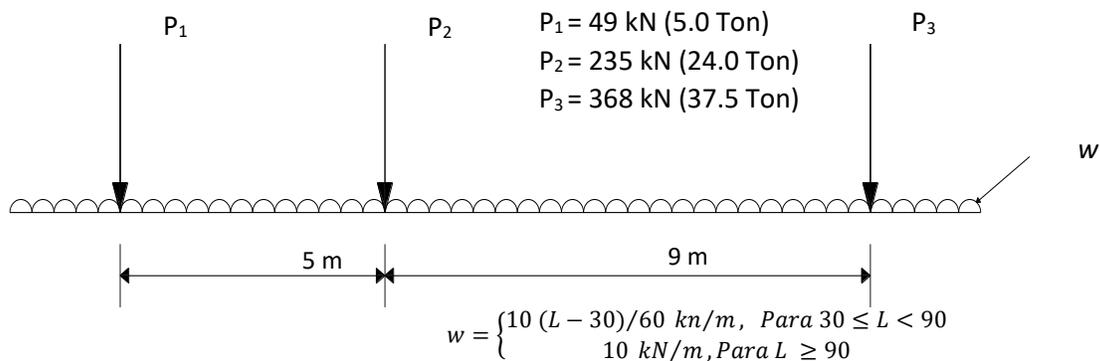
Para los claros iguales o mayores de noventa (90) metros.

$$w = 10 \text{ kN/m (1 t/m)}$$

Donde:

$w$  = Carga uniformemente distribuida, (kN/m)

$L$  = Longitud del claro, (m)



Dónde:  $L$  está dado en metros

**Figura 7. Modelo de cargas vivas vehiculares IMT 66.5 para el análisis longitudinal de puentes y estructuras similares, con claros iguales o mayores de 30m. Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares. Capítulo 3 Cargas y Acciones. Pág. 8.**

Para claros menores de treinta (30) metros,  $w = 0$  y  $P_2$  se divide en dos (2) cargas iguales de ciento dieciocho (118) kilo newtons (12 t) y  $P_3$  se divide en tres cargas iguales de ciento veintitrés (123) kilo newtons (12.5 t), en ambos casos, espaciadas uno punto dos (1.2) metros, como se muestra en la Figura 8.

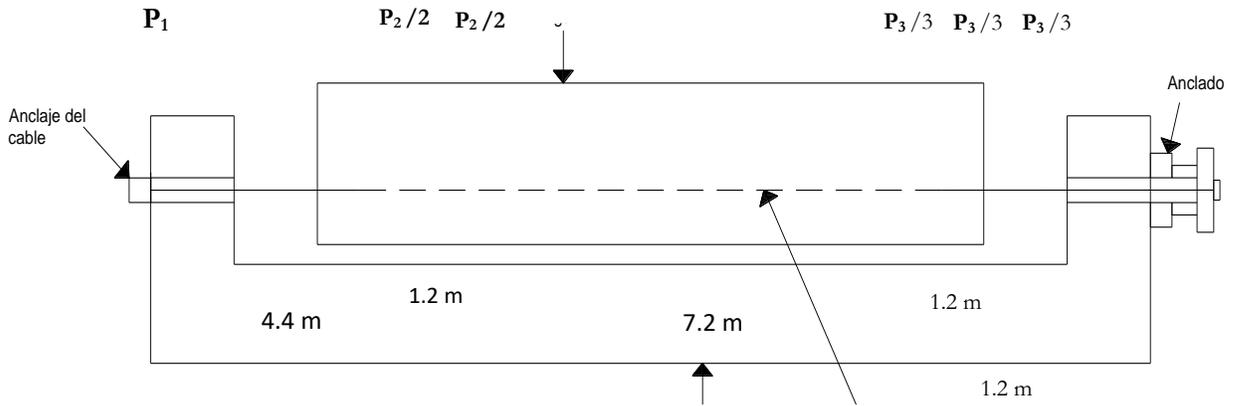


Figura 8. Modelo de cargas vivas vehiculares IMT 66.5, para el análisis longitudinal de puentes y estructuras similares, con claros menores de 30m. Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares. Capítulo 3 Cargas y Acciones. Pág. 9.

### b) Modelo IMT 20.5

Este modelo de cargas vivas para el análisis longitudinal de claros iguales o mayores de quince (15) metros, consiste en dos cargas concentradas ( $P_4$ ,  $P_5$ ) y una carga uniformemente distribuida ( $w'$ ), con los valores que en seguida se indican y distribuidas como se muestran en la Figura 9 de esta Norma:

$$P_4 = 25 \text{ kN (2.5 t)}$$

$$P_5 = 177 \text{ kN (18 t)}$$

$$w' = 8.8 \text{ kN/m (0.9 t/m)}$$

Si el claro es menor de quince (15) metros,  $P_5$  se divide en dos cargas iguales de ochenta y ocho (88) kilonewtons (9 t), espaciadas uno punto dos (1.2) metros, como se muestra en la Figura 10 y la carga uniformemente distribuida  $w'$  se toma como:

$$w' = \frac{8.8}{15} L \tag{3.0}$$

Donde:

$w'$  = Carga uniformemente distribuida, (kN/m)

$L$  = Longitud del claro, (m)

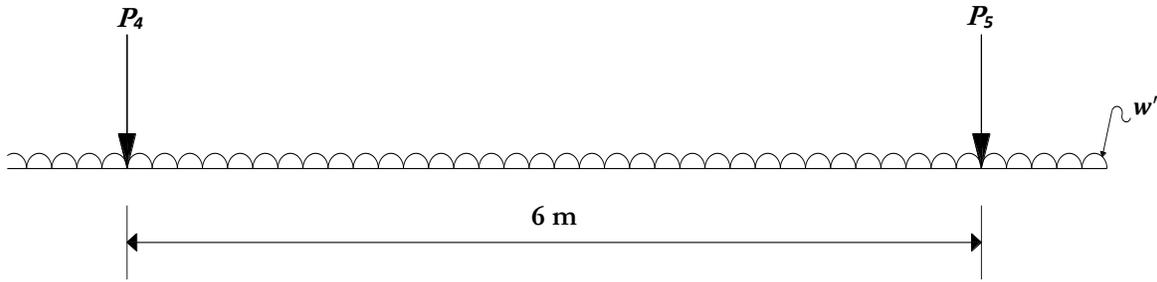


Figura 9. Modelo de cargas vivas vehiculares IMT 20.5, para el análisis longitudinal de puentes y estructuras similares, con claros iguales o mayores de 15m. Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares. Capítulo 3 Cargas y Acciones. Pág. 10.

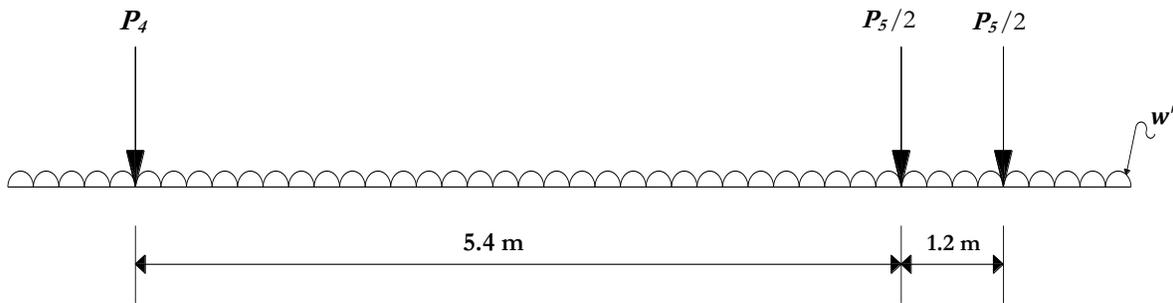


Figura 10. Modelo de cargas vivas vehiculares IMT 20.5, para el análisis longitudinal de puentes y estructuras similares, con claros menores de 15m. Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares. Capítulo 3 Cargas y Acciones. Pág. 10.

### 3.3 Modelo de Cargas Vivas Vehiculares para el Análisis Transversal o Tridimensional

Cuando sea aplicable la carga uniformemente distribuida  $w$  o  $w'$ , según sea el acaso mencionado anteriormente en los modelos de cargas vivas vehiculares IMT 66.5 e IMT 20.5 para el análisis transversal de la superestructura, dicha carga se distribuye en un ancho de tres metros. Para vigas de claros continuos, se aplica únicamente en aquellos claros en que produce efectos desfavorables en el elemento que se calcule.

Estos modelos comprenden las cargas concentradas aplicadas sobre la superficie de rodamiento, cuyas magnitudes y distribuciones en planta se muestran en las Figuras 11 y 12, estas dependen según se trate de estructuras sujetas a tránsito pesado o ligero, conforme a lo señalado anteriormente. Las cargas se pueden considerar concentradas en los centros de las áreas sombreadas que se indican en dichas figuras o repartidas en esas áreas. En ningún caso se consideran porciones de las cargas concentradas a menos que físicamente algunas de ellas se salgan de la estructura.

### 3.4 Factores de Reducción en Carriles Múltiples

Cuando la máxima sollicitación por carga viva vehicular en un elemento ocurra por la presencia simultánea del modelo de carga en varios carriles, para tomar en cuenta la baja probabilidad de la coincidencia de posición para producir el máximo efecto, se aplican los factores de reducción que se indican en la Tabla 5.

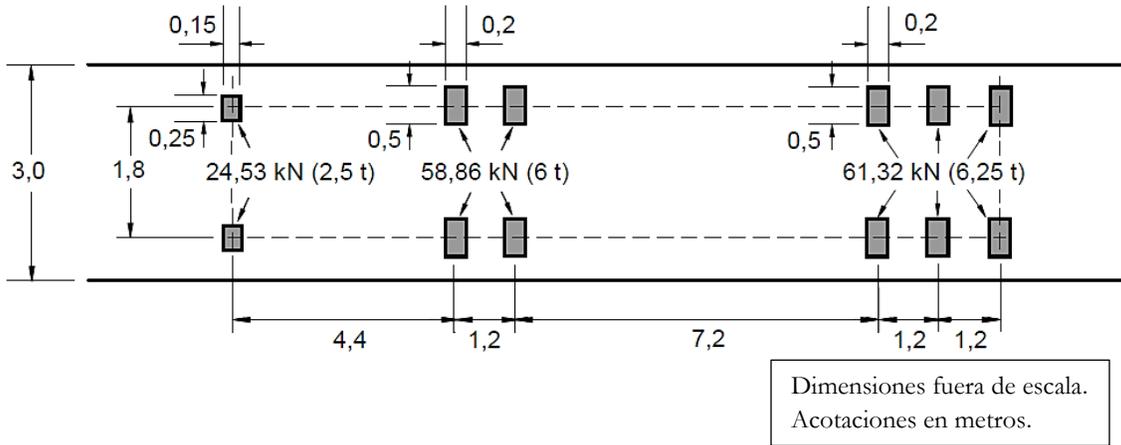


Figura 11. Modelo de cargas vivas vehiculares IMT 66.5, para el análisis transversal o tridimensional de puentes y estructuras similares, con claros menores de 15m. Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares. Capítulo 3 Cargas y Acciones. Pág. 12.

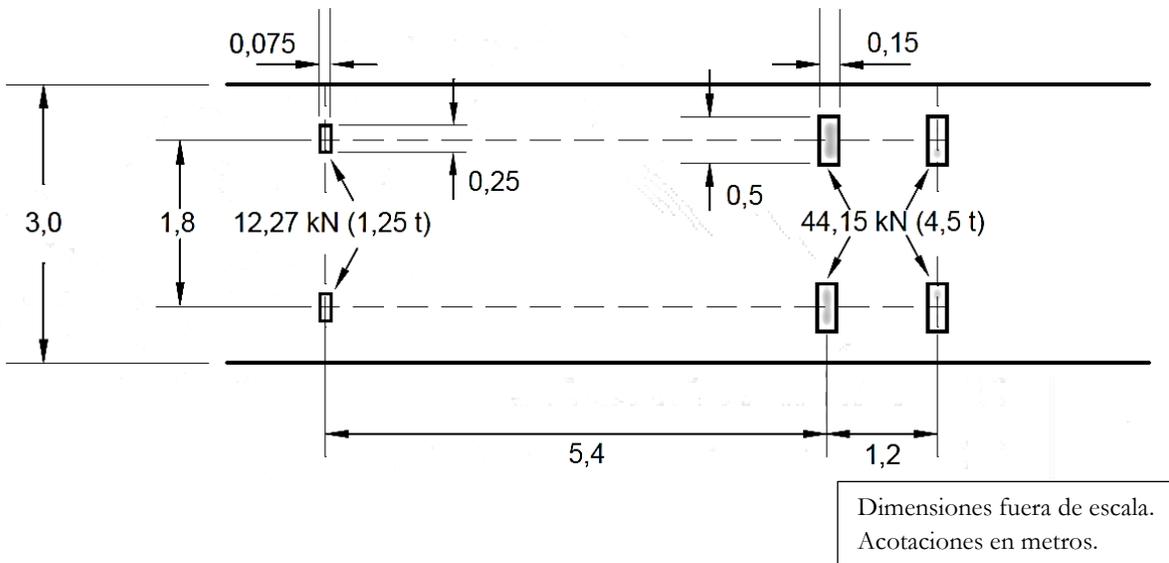


Figura 12. Modelo de cargas vivas vehiculares IMT 20.5, para el análisis transversal o tridimensional de puentes y estructuras similares, con claros menores de 15m. Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares. Capítulo 3 Cargas y Acciones. Pág. 12.

Número de carriles cargados:	Factor de reducción por presencia múltiple
1	1.00
2	0.90
3	0.80
4	0.70
5	0.60
6 o más	0.55

Tabla 5. Factores de reducción en carriles múltiples. Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares. Capítulo 3 Cargas y Acciones. Pág. 12.

### 3.5 Líneas de Influencia

“La línea de influencia se puede definir como una curva cuya ordenada da el valor de una respuesta estructural: reacción, carga axial, corte, momento, etc., en un elemento o sección fijos de una estructura (apoyo, barra, columna, etc.) cuando una carga unitaria esta aplicada en la abscisa correspondiente a dicha ordenada” (Jairo Uribe Escamilla, 2000)

Los puentes para tránsito vehicular están sometidos a cargas móviles producidas por las ruedas de carros o camiones que transitan sobre la estructura. Para realizar un buen diseño es necesario determinar la posición de dichas cargas, que generen el máximo esfuerzo cortante o el máximo momento flector en una sección.

Se debe tener en cuenta que la posición de las cargas que producen el máximo momento flector en una sección no originará necesariamente el máximo esfuerzo cortante en la misma sección.

Para determinar el máximo esfuerzo cortante o momento flector, lo primero que hay que hacer es determinar la posición crítica de las cargas móviles.

Las líneas de influencia en muchos de los casos ayudan a dar la mejor solución de este problema.

Para facilitar los cálculos de las líneas de influencia se puede utilizar el Principio de Müller – Breslau.

Principio de Müller

“Si se considera que una componente de reacción o de fuerza interna actúa sobre una pequeña distancia y por consiguiente se flexiona o desplaza una estructura, la curva de la estructura flexionada o desplazada será, a alguna escala la línea de influencia para dicha componente de reacción o de fuerza interna”.

Este principio se aplica a estructuras estáticamente determinadas e indeterminadas.

### 3.6 Teorema de Barré

El teorema de Barré es utilizado para determinar el máximo momento de flexión en una viga simplemente apoyada para un tren de cargas, este expresa lo siguiente:

“la posición del tren de cargas que produce el máximo momento es aquella en la cual la carga más pesada y la resultante de todas las cargas aplicadas equidistan del centro de la luz” (Carlos Ramiro Vallecilla Bahena)

En decir, si dos cargas son libres de movimiento, pero permaneciendo fija la distancia entre las ruedas, como sucede en los vehículos, el momento máximo ocurre bajo la rueda más cercana al centro, cuando el centro de la losa bisecta la distancia entre la carga más cercana y la resultante de las cargas.

Demostración:

Para la demostración se considera lo siguiente:

Un tren de cargas  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$  separadas entre sí una distancia  $a$ ,  $b$  y  $c$ . el tren de cargas se mueve sobre una viga simplemente apoyada de longitud  $L$  (Figura 13).

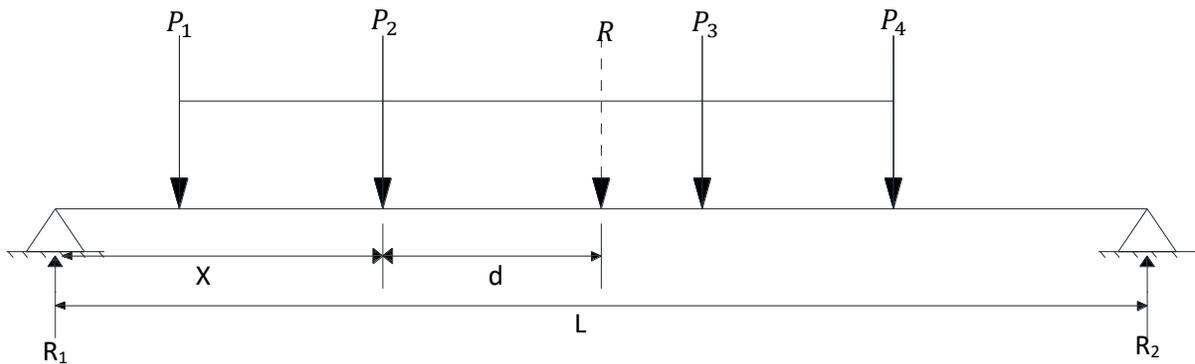


Figura 13. Tren de cargas móviles sobre una viga simplemente apoyada.

Se determina mediante el equilibrio la resultante  $R$  de las fuerzas actuantes y su distancia  $d$  hasta  $P_2$ .

$$R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

Realizando momentos en (2) se tiene:

$$\sum M_2 = 0 = R_1 L - R(l - x - d)$$

$$R_1 = \frac{R}{L}(L - x - d)$$

El momento flector bajo  $P_2$  es:

$$M_2 = R_1x - P_1a = \frac{Rx}{L}(l - x - d) - P_1a$$

Para determinar el valor de  $x$  que hace máximo al momento en  $P_2$  se deriva la ecuación del momento flector  $M_2$  con respecto a  $x$ .

$$\frac{dM_2}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{Rx}{L}(l - x - d) - P_1a \right) = 0$$

Obteniendo:

$$x = \frac{L}{2} - \frac{d}{2} \quad (3.1)$$

La ecuación anterior puede formularse como:

El momento flector bajo una carga determinada es máximo cuando el punto medio entre la carga y la resultante de las cargas actuantes coincide con el punto medio de la luz. Y de este enunciado se concluye el Teorema de Barré. En la Figura 14 se ilustra la posición del tren de cargas que produce el máximo momento flector.

### 3.7 Método de Courbon de reparto transversal de cargas

El método de Courbon supone que existe una variación lineal de la deflexión de la estructura en su dirección transversal; es decir, su rigidez transversal es infinita, de modo que la deformada en este mismo sentido, ante la aplicación de una carga, permanece siempre recta y la deflexión será la máxima en la viga exterior del lado de la carga excéntrica aplicada y mínima en el otro extremo (Sanmartín Q., 1983 y Mahadevan, 2005).

El método mencionado supone que el tablero es simétrico y la carga actuante se descompone en simétrica y antisimétrica (Sanmartín, 1983); de modo que la primera parte de la carga se reparte de manera proporcional entre las inercias de las vigas, así que la carga  $P'_n$  actuante sobre la viga  $n$  es:

$$P'_n = P \frac{I_n}{\sum I_n} \quad (3.2)$$

Donde  $I_n$  es el momento de inercia de la viga  $n$ -sima.

Por otro lado, la carga asimétrica provoca un giro del tablero; así que la flecha es proporcional a la distancia  $x_n$  de la viga al punto central y, por lo tanto, la carga que soportar cada viga es proporcional a la flecha y al momento de inercia de la viga. Entonces, la carga en la viga  $n$  es:

$$P'_n = kx_n I_n \quad (3.3)$$

Al considerar el equilibrio de momentos se tiene que:

$$(3.4)$$

$$P_d = \sum P_n'' * x_n = k \sum x_n^2 I_n$$

Así que:

$$k = \frac{Pd}{\sum x_n^2 I_n} \quad (3.5)$$

Entonces la carga sobre la viga n-sima, por la componente asimétrica es:

$$P''_n = Pd \frac{x_n I_n}{\sum x_n^2 I_n} \quad (3.6)$$

Y la carga total que soporta la viga es:

$$P_n = P'_n + P''_n = P \frac{I_n}{\sum I_n} \left( 1 + d \frac{x_n \sum I_n}{\sum x_n^2 I_n} \right) \quad (3.7)$$

Si las  $N$  vigas que componen la superestructura del puente son iguales, el coeficiente de reparto para cada viga  $n$ , es:

$$\frac{1}{N} \left( 1 + d \frac{X_n * N}{\sum x_n^2} \right) \quad (3.8)$$

Sin embargo, la consideración de una rigidez transversal infinita de la superestructura constituye únicamente una aproximación, la cual puede tener un importante grado de error que podría variar de acuerdo a la longitud del claro del puente.

### 3.8 Diseño con Método AASHTO (LRFD)

El método AASHTO LRFD (Diseño por Factores de Carga y Resistencia), filosofía de diseño de reciente desarrollo, toma en cuenta la variabilidad en las propiedades de los elementos estructurales de una manera explícita. El LRFD se apoya en el uso extensivo de métodos estadísticos que determinan acertadamente los factores de carga y resistencia adecuados para cada tipo de elementos estructural. El método LRFD fue desarrollado en formato de diseño por estados límites basados en una confiabilidad estructural  $\beta=3.5$  equivalente a una probabilidad de ocurrencia de efectos mayores a la resistencia de 2/10000.

El método LRFD especifica que los puentes deben ser diseñados para Estados Límites específicos para alcanzar los objetivos de constructibilidad, seguridad y funcionalidad, tomados en cuenta también aspectos que tienen que ver con la facilidad de inspección, economía y estética.

Independientemente del tipo de estructura, la ecuación (3.9) debe satisfacerse para todas las fuerzas internas y combinaciones:

$$\eta \gamma_i Q_i \leq \phi R_n = R_r \quad (3.9)$$

Para el cual:

$$\eta = \eta_D \eta_R \eta_I > 0.95 \quad (3.10)$$

Donde:

$\gamma_i$  = Factor de carga determinado para un tipo de fuerza.

$\phi$  = Factor de resistencia que se aplica a la resistencia nominal de un elemento estructural.

$\eta$  = factor de modificación de cargas, relacionado con la ductilidad, redundancia e importancia operacional del puente.

$\eta_D$  = factor relativo a la ductilidad.

$\eta_R$  = factor relativo a la redundancia.

$\eta_I$  = factor relativo a la importancia operacional.

$R_n$  = Resistencia nominal, resistencia de un elemento o conexión a las solicitaciones, según lo indicado por las dimensiones especificadas en la documentación técnica y por las tensiones admisibles, deformaciones o resistencia especificadas de los materiales.

$R_r$  = Resistencia factorada (mayorada).

El factor de modificación de cargas  $\eta$  depende de los coeficientes  $\eta_D$ ,  $\eta_R$  y  $\eta_I$ , los cuales están relacionados con la ductilidad redundancia e importancia operacional respectivamente.

### 3.8.1 Ductilidad

La respuesta de los elementos estructurales que sobrepasan el límite elástico se caracteriza por un comportamiento frágil y dúctil.

El comportamiento frágil es indeseable ya que impacta la repentina pérdida de la capacidad de carga después de exceder el límite elástico. El comportamiento dúctil se caracteriza por deformaciones inelásticas significativas antes que ocurra la pérdida de capacidad de carga. Este comportamiento es una advertencia de la falla estructural.

Por lo explicado anteriormente la Norma AASHTO LRFD indica que el sistema estructural se debe dimensionar y detallar de manera que se asegure el desarrollo de deformaciones significativas y visibles en los estados límites de resistencia de la falla estructural.

El factor relacionado con la ductilidad para el estado límite de resistencia es:

$\eta_D \geq 1.05$  para elementos y conexiones no dúctiles

$\eta_D = 1$  para diseños y detalles convencionales

$\eta_D \geq 0.95$  para los componentes y conexiones con ductilidad mayor a la especificada.

Para los demás estados límites:

$\eta_D = 1.00$

## Importancia Operativa

Está basado en requisitos sociales, de seguridad y defensa. El factor relacionado con la importancia operativa para el estado límite de resistencia es:

$\eta_I \geq 1.05$  para puentes importantes

$\eta_I = 1.00$  para puentes típicos

$\eta_I \geq 0.95$  para puentes de poca importancia

Para los demás estados límites:

$\eta_I = 1.00$

Finalmente, el factor  $\eta$ , se define de la siguiente manera:

Para cargas para las cuales un valor mínimo de  $\gamma_i$  es apropiado:

$$\eta = \frac{1}{\eta_D \eta_R \eta_I} \leq 1 \quad (3.11)$$

Para cargas para las cuales un valor máximo de  $\gamma_i$  mostrado en la ecuación (3.10).

### 3.8.2. Cargas de Diseño del LRFD

Se deben considerar las siguientes cargas transitorias, permanentes y fuerzas sobre impuestas:

#### Cargas Permanentes

**DC**= Carga muerta en la estructura.

Peso propio de los componentes estructurales y accesorios no estructurales.

**DW**= Carpeta asfáltica e instalaciones.

Peso propio de las superficies de rodamiento e instalaciones para servicios públicos.

Para determinar las cargas **DC** y **DW** se debe tener un predimensionamiento de la estructura y se pueden utilizar los pesos específicos que presentan las normas AASHTO y NEC.

La carga muerta puede ser incluida en el peso de todos los componentes de la estructura, componentes adheridos a ella, cobertura, carpeta asfáltica, capas futuras y ensanchamiento proyectado.

En la tabla 6.0 se indican las densidades de los materiales más utilizados.

MATERIAL	AASHTO	NEC
Concreto armado	2400 kg/cm <sup>3</sup>	24 KN/m <sup>3</sup>
Acero	7850 kg/m <sup>3</sup>	78.5 KN/m <sup>3</sup>
Carpeta Asfáltica	2250 kg/m <sup>3</sup>	

Tabla 6. Pesos Específicos de Materiales. Análisis y Diseño de Puentes de concreto Armado. Método AASHTO LRFD. Pág. 20.

### Cargas Transitorias

Las cargas transitorias que define esta norma y que se utilizan generalmente son:

CE= Fuerza centrífuga para puentes curvos.

CT= Fuerzas de Colisión de un vehículo.

EQ= Sismo.

WS= Viento sobre la estructura.

LL= Carga viva vehicular

PL= Carga peatonal.

Tipo de Carga	Factor de Carga	
	Máximo	Mínimo
DC. Componentes y uniones	1.2	0.90
DW. Carpeta asfáltica	1.50	0.65

Tabla 7. Factores de carga para cargas permanentes. Análisis y Diseño de Puentes de concreto Armado. Método AASHTO LRFD. Pág. 20.

#### 3.8.2.1. Carga Viva Vehicular HL-93(LL)

##### a) Número de Carriles de Diseño

Generalmente, el número de carriles de diseño puede ser determinado tomando la parte entera de la relación  $w/12$ , donde  $w$  es el ancho de la calzada en pies (sin sardineles y la baranda).

Se debe considerar un ancho en el puente para posibles cambios futuros; según marque el proyecto.

En el caso de que los carriles de tráfico sean menores que 3.66 metros de ancho, el número de carriles de diseño deben ser iguales al número de carriles de tráfico, y el ancho del carril de diseño puede ser tomado como el ancho del carril de tráfico.

**b) Presencia de Múltiples Sobrecargas**

Para determinar la sollicitación extrema correspondiente a sobrecarga se debe realizar todas las combinaciones de número de carriles cargados, multiplicado por un factor de presencia múltiple. En la tabla 8 se indica el factor de presencia múltiple en función del número de carriles cargados.

Número de carriles	Factor de presencia múltiple, "m"
1	1.2
2	1
3	0.85
>3	0.65

**Tabla 8. Factor de Presencia Múltiple de Cargas (m). Análisis y Diseño de Puentes de concreto Armado. Método AASHTO LRFD. Pág. 21.**

**c) Sobrecarga Vehicular**

La norma AASHTO LRFD presenta una sobrecarga vehicular denominada HL-93, que consiste en las siguientes combinaciones:

- Camión de diseño y carga de carril de diseño.
- Tándem de diseño y carga de carril de diseño.

Se debe asumir que las cargas ocupan 3m transversalmente dentro de un carril de diseño.

- Camión de Diseño

Los pesos y los espacios de los ejes y las ruedas son mostrados en la siguiente figura (14). La separación de los ejes de 14.51 Ton pueden variar de 4.3 a 9.0 metros, pero debemos tener en cuenta que para un camión simple la separación de ejes es de 4.30 m.

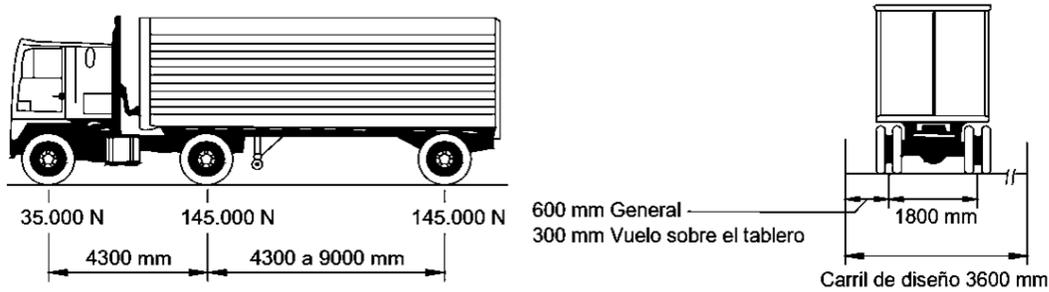


Figura 14. Camión de Diseño para la Carga Viva Vehicular HL-93(LL). Análisis y Diseño de Puentes de Concreto Arado Método AASHTO- LRFD. Tomo I. Pág. 21.

Como se indica en la figura el ancho de carril de diseño es de 3.6 m, con una separación entre ruedas de 1.8m.

- **Tándem de Diseño**

El tándem de diseño consiste en un par de ejes de 11.34 Ton cada uno, separadas en 1.2 m, como se muestra en la figura (15). El espacio transversal de las ruedas del camión es de 1.8 m de separación.

Al igual que para el Camión de diseño se debe considerar un incremento por carga dinámica.

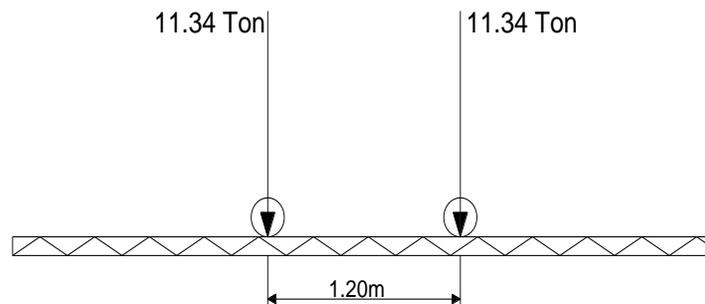


Figura 15. Cargas de Tándem de Diseño. Análisis y Diseño de Puentes de Concreto Arado Método AASHTO- LRFD. Tomo I. Pág. 21.

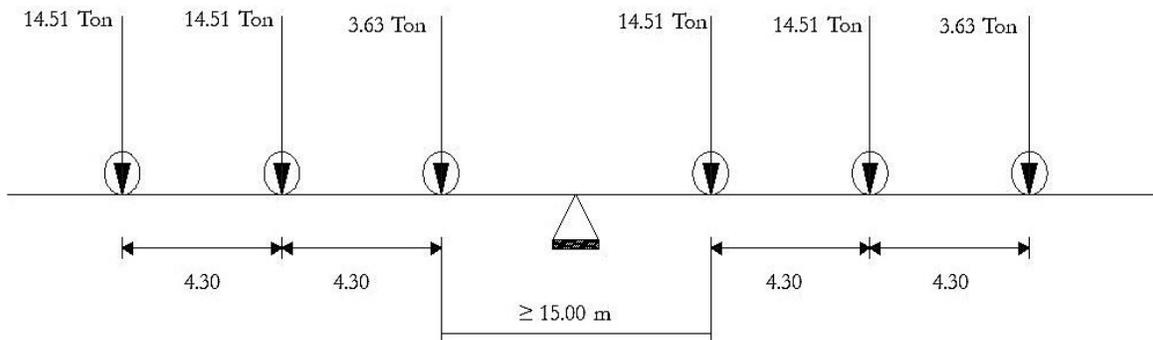
- **Carga de Carril de Diseño**

Consiste en una carga de 0.952 ton/m uniformemente distribuida en la dirección longitudinal. Transversalmente, la carga de carril de diseño puede ser asumida como una carga uniformemente distribuida sobre 3.0 m de ancho. Los esfuerzos producidos por la carga de carril no están sujetos al factor de impacto.

#### d) Aplicación de la Carga Viva Vehicular

A menos que se especifique de otra manera, los esfuerzos máximos deben tomarse aplicando lo siguiente:

- El efecto del camión tándem combinado con el efecto de la carga del carril, o
- El efecto de un camión de diseño con el espaciamiento variable entre ejes (de 4.3 a 9 m), combinado con el efecto de la carga de carril, y
- Tanto para los momentos negativos entre puntos de inflexión por carga muerta, y la reacción en apoyos interiores solamente, debe tomarse 90% del efecto de dos camiones de diseño espaciados a un mínimo de 15 m ente eje delantero de un camión y el eje trasero del otro, combinado con el 90% del efecto de la carga de carril; la distancia entre los ejes de 14.51 Ton de cada camión deben tomarse como 4.30 m.



Los ejes que no contribuyen al efecto máximo en consideración se deben despreciar.

#### e) Carga de Viento (WL, WS)

Cuando los vehículos están presentes, la presión por viento debe ser aplicada tanto a la estructura como a los vehículos. La presión de viento sobre los vehículos se representa por una fuerza uniforme de 0.148 Ton/m, actuando en forma perpendicular y a 1.8 m por encima del tablero y debe ser transmitida a la estructura.

#### f) Carga Sísmica (EQ). Código CALTRANS de Diseño de Aplicación Alternativa

En este estado de carga, el LRFD hace recomendaciones que tienen que ver con las características de la zona, específicamente en Estados Unidos. Por este motivo, presentamos alternativamente el método especificado en el Código CALTRANS y que detallamos a continuación. Los espectros utilizados por ambos códigos son muy parecidos.

Esta especificación estándar es publicada por el Departamento de Transporte de California (CALTRANS) con el propósito de regular el diseño sísmico de puentes de carreteras y autopistas, en California, USA. Este código ha sido tomado como código modelo por muchas instituciones en el mundo entero.

El código CALTRANS está basado principalmente en criterios de resistencia. No hay provisiones de control en los desplazamientos laterales en las estructuras de los puentes, sin embargo, provisiones que tienen que ver con desplazamientos relativos entre los componentes adyacentes a la superestructura y entre la superestructura y apoyos están disponibles.

En este código, las fuerzas de diseño se obtienen en dos etapas. Primero la fuerza elástica generada en los miembros y conexiones se obtiene bajo un sismo máximo probable. Luego, dependiendo de la capacidad de un componente para proveer un comportamiento dúctil, las fuerzas elásticas máximas arriba obtenidas son divididas por el factor de reducción del componente, obteniendo así las fuerzas de diseño. La no linealidad también es importante en la subestructura, de allí es que se define el concepto de diseño por capacidad en las subestructuras y en las fundaciones.

Las fuerzas sísmicas se obtienen por dos condiciones de cargas independientes en la dirección perpendicular, frecuentemente a lo largo de los ejes longitudinal y transversal, del puente.

### **1) Fuerzas de Diseño y Factor de Reducción**

El espectro de respuesta elástica (5% de amortiguamiento) en el lugar del máximo evento es obtenido por el producto de la aceleración pico  $A$ , el espectro en la aceleración en roca  $R$ , y el factor de amplificación de suelo  $S$ .

- **Aceleración Máxima en la Roca, ( $A$ )**

El CALTRANS la determina a través de curvas donde todos los puntos en la curva tienen igual aceleración pico  $A$  en la roca. Las condiciones del suelo local pueden influenciar en la aceleración, estas curvas son preparadas asumiendo un estrato de roca. El efecto de las condiciones de suelo local es incorporado en el diseño por el factor de amplificación de suelo. La aceleración pico está entre  $0.7g$  y  $0.1g$ . En nuestro medio, se puede utilizar en forma equivalente la zonificación sísmica por el RNC o el plano de isotacas del CISMID.

- **Espectro de Aceleración en Roca,  $R$**

El código provee espectros de aceleraciones normalizados  $R$  en roca, para diferentes rangos de aceleración pico, en función del periodo natural  $T$  del puente. La amplificación máxima espectral usada en estas curvas es 2.6.

- **Factor de Amplificación de Suelo  $S$**

Dependiendo del tipo y profundidad del suelo sobre roca, el movimiento en el terreno es modificado con respecto al que se produce a nivel de la roca. Luego, el factor de modificación de suelo  $S$ , el cual está en relación con la aceleración pico del suelo en la cama de roca, es desarrollado. El código CALTRANS clasifica el suelo en categorías: espesor de acarreo fluvial de  $0-30$  m,  $30-45$  m, y  $> 45$  m. Para un espesor de acarreo fluvial de  $0-30$  m,  $S=10$ .

Finalmente, el espectro de aceleración de diseño es el que muestra en la Figura (16), correspondiente al CALTRANS, ya que se obtiene aceleraciones más conservadoras. Hay que tener en cuenta que este espectro no incluye el factor de reducción

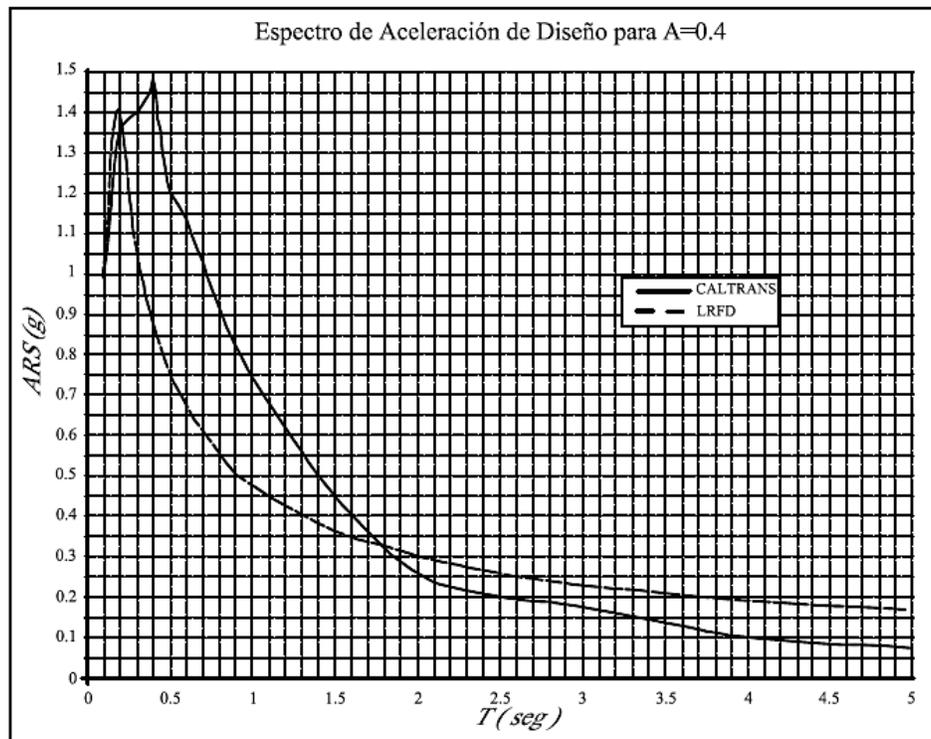


Figura 16. Espectro de Aceleración de Diseño. Análisis y Diseño de Puentes de Concreto Arado Método AASHTO-LRFD. Tomo I. Pág. 31.

- **Periodo Natural Fundamental para Puentes, T**

Mientras se use el método estático equivalente, el periodo natural fundamental en cualquier dirección puede ser estimado por la relación:

$$T = 0.30 \sqrt{\frac{W}{P}} \quad (3.12)$$

Donde  $W$  es la carga muerta del puente y  $P$  es la fuerza uniforme total aplicada a la super estructura la cual causaría una deflexión horizontal de 1 pulgada en la dirección en donde se está considerando la carga. Entonces  $P$  representa la rigidez total de la estructura.

- **Ductilidad y Factor de Reducción de Riesgo, Z**

Las fuerzas de diseño sísmicas y momentos para elementos individuales se determinan dividiendo individualmente la fuerza sísmica elástica con una ductilidad apropiada y un riesgo por el factor de reducción,  $Z$ . este factor es similar al factor de reducción de respuesta usado en estructuras de edificios. El factor  $Z$  toma en cuenta la ductilidad y riesgo de sismos pasados. Se ha visto en el pasado que puentes

con periodos menores que 0.6 segundos fueron mucho menos vulnerables al colapso que los puentes de mayor flexibilidad.

El factor Z es tomado como el más alto valor para superestructuras de puentes de baja altura debido a la experiencia en sismos pasados. Actualmente el factor es gradualmente reducido con un incremento en T más allá 0.6 s. esto implica un diseño con fuerzas elevadas en la superestructura de puentes altos. Para una simple columna, se tiene:

$$Z = \begin{cases} 6 \left\{ 1 - \frac{T^6 - 0.6}{2.4} \right\} & \text{Si } T \leq 0.6 \text{ s} \\ 1 & \text{Si } T > 0.6 \text{ s} \end{cases} \quad (3.12)$$

Y para múltiples columnas – pilares aporticados:

$$Z = \begin{cases} 8 \left\{ 1 - \frac{T^8 - 0.6}{2.4} \right\} & \text{Si } T \leq 0.6 \text{ s} \\ 1 & \text{Si } T > 0.6 \text{ s} \end{cases} \quad (3.13)$$

El factor Z para subestructuras, como son, pilares, estribos y muros de encauzamiento toma el valor de 2.0. Estos elementos tienen mucho menos ductilidad y no redundancia. Entonces los valores de Z son más bajos que los usados en el caso de la super estructura. El factor Z para articulaciones restringidas es también independiente del periodo de la estructura. El valor de Z para conexiones de cables se toma como 1.0 y para juntas de corte de concreto adecuadamente arriostrada se toma como 0.8. estos valores bajos aseguran que los componentes no sean esforzados más allá de la fluencia. La falla de estos componentes podría llevar al colapso.

## 2) Método de Análisis

El código CALTRANS permite dos métodos de análisis, llamados, Análisis Estático Equivalente y Análisis Dinámico, dependiendo de la naturaleza del puente. Las fuerzas de diseño pueden ser estimadas usando el espectro ARS y reduciendo los momentos y fuerzas por el factor de ductilidad y reducción Z. sin embargo, las deflexiones determinadas por el espectro de ARS no deben de reducirse.

- **Análisis Dinámico**

Los puentes con configuraciones o rigideces irregulares se deben diseñar por este método. El método requiere de un análisis modal de las masas del puente sujeto a movimiento del terreno. El movimiento del terreno puede estar dado por el espectro de respuesta ARS (con 5% de amortiguamiento)

Las fuerzas sísmicas son calculadas individualmente a lo largo de 2 direcciones perpendiculares. Usualmente, una puede ser el eje longitudinal (dirección 1) del puente y la otra la transversal (dirección 2). Las fuerzas son combinadas con la regla (100% - 30%) para obtener las fuerzas de diseño. Normalmente los casos de carga sísmica usados en el diseño son:

### a) Estado de Carga Sísmica 1:

Combina las fuerzas y momentos que resultan de análisis con carga sísmica en la dirección 1 y 30% de las fuerzas y momentos resultantes del análisis con carga sísmica en la dirección 2.

**b) Estado de Carga Sísmica 2:**

Combina las fuerzas y momentos que resultan del análisis con carga sísmica en la dirección 2 y 30% de las fuerzas y momentos resultantes del análisis con carga sísmica en la dirección 1.

## Capítulo 4

### Análisis por Flexión

Se entiende por análisis, por un lado, la determinación de los esfuerzos desarrollados tanto en el concreto como en el acero para compararlos con ciertos límites establecidos, cuando el criterio de esfuerzos permisibles y serviciabilidad se adopte. Por otro lado, también entenderemos el determinar las cargas de servicio que cierta sección de concreto, con su fuerza de presfuerzo definida, puede soportar sin exceder los esfuerzos y deflexiones permisibles.

Puesto que nadie puede garantizar que las cargas de servicio sean las especificadas, pudiendo éstas verse incrementadas, se hace necesario también un análisis para calcular la capacidad última de la sección y determinar el factor de seguridad contra el colapso.

Con referencia a la Figura (17), las fuerzas y esfuerzo de tensión con sus correspondientes deformaciones serán positivos, siendo negativos los de compresión. Las distancias arriba del eje **Z** serán negativas, y positivas las medidas hacia abajo. Los momentos serán negativos cuando la curvatura sea cóncava hacia arriba, y positivos para la concavidad hacia abajo. Esfuerzo, deformaciones, distancias y propiedades con subíndice uno se refiere a la fibra superior de la sección; el subíndice dos será reservado para la fibra inferior.

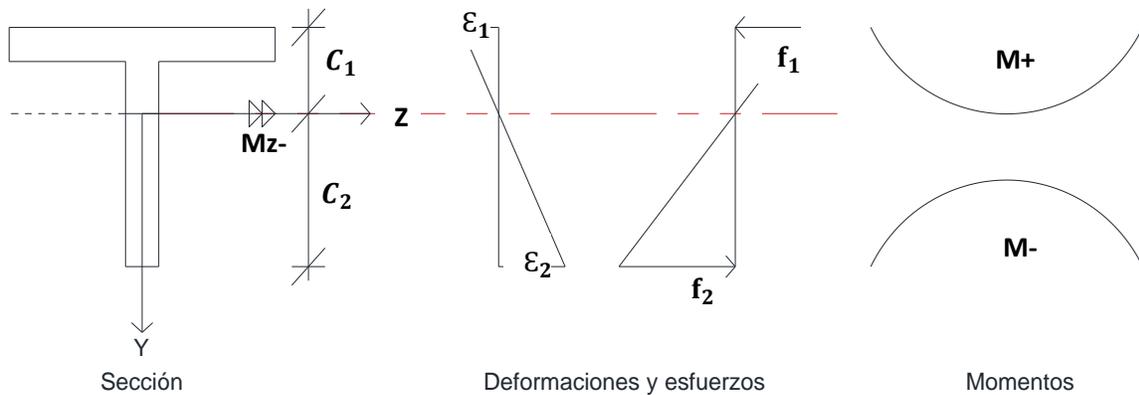


Figura 17. Notación y convención de signos. "Temas fundamentales del concreto presfuerzo". Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pag.22.

#### 4.1. Consideración de la Perdida de Presfuerzo en el Análisis

Las pérdidas se estimarán adoptando la relación de efectividad ( $R$ ) que no es más que la relación entre la fuerza efectiva de presfuerzo y la inicial expresada de la siguiente manera:

$$R = \frac{P_e}{P_i} \quad (4.0)$$

Los valores de  $R$ , son:

$$R = 0.80 \text{ (para vigas pretensadas)}$$

#### 4.2. Determinación de los Esfuerzos Elásticos en Secciones de Concreto no Agrietadas

En el supuesto de que los esfuerzos desarrollados en el concreto no se salgan de su rango elástico y que la sección de concreto no se agriete, éstos se pueden determinar con las ecuaciones de la Mecánica Elástica.

El problema de la determinación de los esfuerzos desarrollados se reduce a un problema de esfuerzos combinados (flexión más compresión, es decir, flexo compresión). La expresión general se escribe a continuación, usando el principio de superposición y como referencia la Figura (17).

$$f = \frac{P}{A_c} + \frac{Pe_y}{I_c} + \frac{My}{I_c} \quad (4.1)$$

Dónde:

$P$  = Fuerza de Presfuerzo (negativa, puesto que es de compresión)

$A_c$  = Área de la sección de concreto

$e$  = Excentricidad de la fuerza de presfuerzo (distancia del centroide del área del acero de presfuerzo al centroide del área de concreto)

$I_c$  = Momento de inercia centroideal de la sección de concreto

$y$  = Distancia del centroide del área de concreto al punto donde se requiere determinar el esfuerzo desarrollado

$M$  = Momento flector debido a cargas transversales

Si en la ecuación (4.1) sustituimos el valor de  $I_c = A_c r^2$ , donde  $r$  es el radio de giro de la sección de concreto con respecto al eje de flexión ( $Z$ ), y factorizamos  $P/A_c$  nos resulta:

$$f = \frac{P}{A_c} \left( 1 + \frac{ey}{r^2} \right) + \frac{My}{I_c} \quad (4.1a)$$

Ahora bien, los esfuerzos de interés son los desarrollados en las fibras superiores e inferiores de la sección, pues ahí son máximos. Entonces para las fases inicial y de servicio, aplicando la ecuación (4.1a), nos resultan las siguientes ecuaciones, para  $M$  y  $e$  positivos:

**en la fase inicial:**

$$f_{1i} = -\frac{P}{A_c} \left( 1 - \frac{eC_1}{r^2} \right) + \frac{My}{I_c} \quad (4.2)$$

$$f_{2i} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{eC_2}{r^2} \right) + \frac{M_o}{S_2} \quad (4.3)$$

**en la fase de servicio:**

$$f_{1s} = -\frac{RP_i}{A_c} \left( 1 - \frac{eC_1}{r^2} - \frac{M_s}{S_1} \right) \quad (4.4)$$

$$f_{2s} = -\frac{RP_i}{A_c} \left( 1 + \frac{eC_2}{r^2} \right) + \frac{M_s}{S_2} \quad (4.5)$$

Dónde:

$$S_1 = I_c/C_1 \text{ (módulo de sección superior)}$$

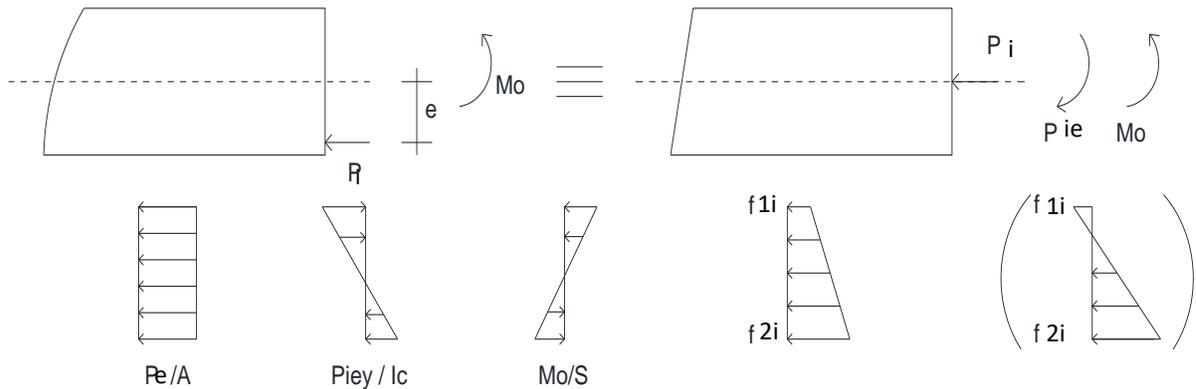
$$S_2 = I_c/C_2 \text{ (módulo de sección inferior)}$$

$$M_s = M_o + M_d + M_1 \text{ (momento de servicio, debido a } w_o + w_d + w_1)$$

De las ecuaciones que van de la (4.2) a la (4.5) ya se consideró el signo negativo de la fuerza de presfuerzo y de  $C_1$ , razón por la cual todos los valores se substituyen con su valor absoluto (positivos). El significado físico de estas ecuaciones se ilustra en la Figura (18), en la cual el efecto de presfuerzo y las cargas se presenta con diagramas de esfuerzos. Las ecuaciones son válidas para una sección en particular, esto es, la excentricidad y los momentos serán los de la sección considerada.

En la fase inicial de la Figura (18) se puede esperar, como resultado final, cualquiera de los dos diagramas, es decir, también se puede esperar que se desarrolle algo de tensión en la fibra superior de la sección. De igual manera, en la fase final o de servicio, puede que se desarrolle algo de tensión en la fibra inferior de la sección.

Para la Fase Inicial:



Para la Fase Final (o de Servicio):

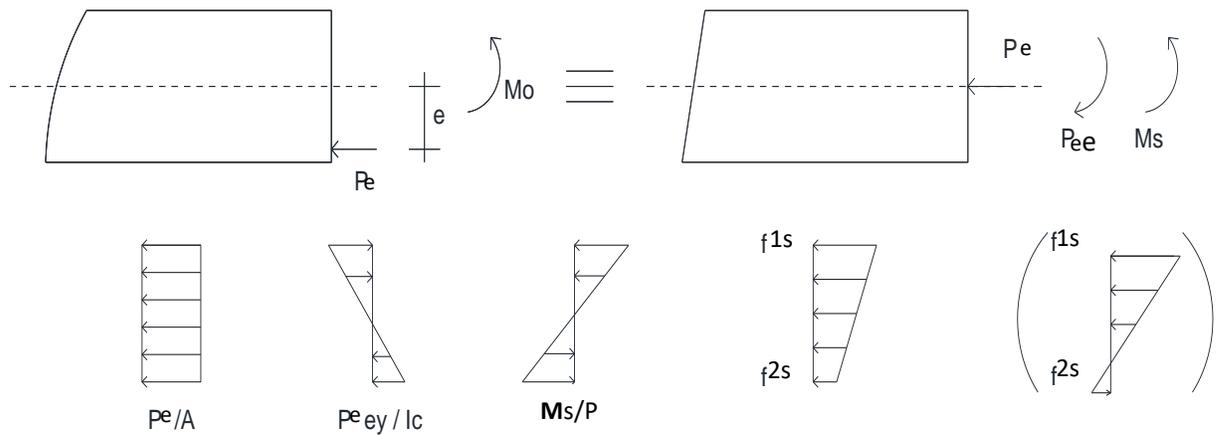


Figura (18). Esfuerzos desarrollados en el concreto en fase inicial y fase final. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pag.24.

### 4.3. Determinación de las Propiedades de la Sección de Concreto

En el concreto pretensado los cables estarán adheridos tanto en la fase inicial como en la fase final, por lo tanto, en ambas fases las propiedades se determinarán con base en el área transformada de la sección de concreto como se muestra en la Figura (19)

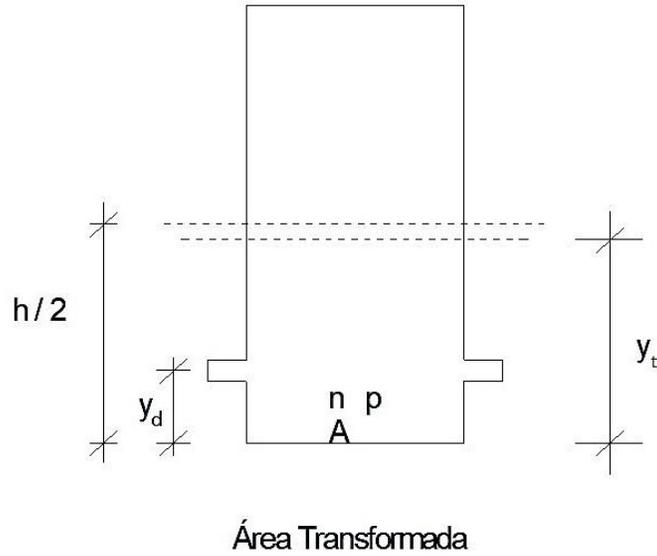


Figura (19). Áreas base para el cálculo de las propiedades de la sección. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pág. 25.

Calculando las propiedades de las secciones mostradas en la Figura (18).

Para el área transformada:

$$A_{ct} = A_g - A_p + nA_p = A_g + A_p(n - 1)$$

$$y_t = \frac{A_g(h/2) + A_p(n - 1)(y_d)}{A_{ct}}$$

$$C_1 = h - y_t$$

$$C_2 = y_t$$

$$I_{ct} = \left[ \frac{bh^3}{12} + bh(h/2 - y_t)^2 \right] + A_p(n - 1)(y_t - y_d)^2$$

$$S_1 = I_{ct}/C_1$$

$$S_2 = I_{ct}/C_2$$

$$r^2 = I_{ct}/A_{ct}$$

Para el cálculo de la excentricidad ( $e$ ) y del peso propio de la viga ( $w_0$ ) se utilizarán las ecuaciones:

$$w_o = \gamma_c A_c$$

Dónde:

$\gamma_c = \text{Peso Volumétrico del concreto}$

$A_c = \text{Area del Concreto}$

$$e = C_2 - r_e$$

#### 4.4. Propiedad a Considerar de Acuerdo al ACI 318S-05

El reglamento ACI 318S-05 especifica tres tipos de comportamiento de los elementos presforzados sujetos a flexión deben clasificarse como Clase U, Clase T o Clase C en función de  $f_t$ , correspondiente al esfuerzo calculado en la fibra extrema en tracción en la zona precomprimida en en tracción, calculada para cargas de servicio, que son:

- Elemento clase U o elementos no agrietados si  $f'_t \leq 0.7\sqrt{f'_c}$
- Elementos clase T o elementos de transición entre aquellos agrietados y no agrietados si  $0.7\sqrt{f'_c} \leq f_t \leq \sqrt{f'_c}$ .
- Elementos clase C o elementos agrietados si  $f'_t > \sqrt{f'_c}$

Nótese que  $f_t$  es el esfuerzo en la fibra extrema en tensión en la zona de tensión precomprimida evaluada usando las propiedades de la sección gruesa.

#### 4.5. CARGA DE AGRIETAMIENTO

Se le llama carga de agrietamiento, en concreto presforzado, a aquella carga que incluyendo el peso propio de la viga y en comparación con la fuerza de presfuerzo produce un esfuerzo de tensión igual al módulo de ruptura del concreto. Usando la ecuación (4.6), que proporciona el esfuerzo desarrollado en la fibra inferior de la sección, podemos determinar el momento de agrietamiento si sustituimos  $f_{2S}$  por  $f_r$ , como a continuación se muestra:

$$f_r = -\frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{eC_2}{r^2} \right) + \frac{M_{cr}}{S_2} \quad (4.6)$$

De esta ecuación podemos despejar  $M_{cr}$

$$M_{cr} = f_r S_2 + \frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{eC_2}{r^2} \right) S_2$$

Dónde:

$$\frac{S_2}{A_c} = \frac{I_c/C_2}{I_c/r^2} = \frac{r^2}{C_2}$$

Por lo tanto

$$M_{cr} = f_r S_2 + P_e \left( \frac{r^2}{C_2} + e \right) \quad (4.6a)$$

Una vez conocido el momento de agrietamiento y dependiendo del tipo de carga que tenga la viga se puede conocer la carga de agrietamiento, en la cual se incluye el peso propio. El ACI 318S-05 en su especificación 9.5.2.3 adopta como módulo de ruptura para la ecuación (4.6a) a el valor dado por  $f_r = 7\sqrt{f'c}$ .

Para una viga en particular se puede determinar su factor de seguridad contra el agrietamiento. Este factor, usualmente, se relaciona con la carga viva y se puede calcular de la siguiente forma:

$$M_{cr} = M_o + M_d + (F.S)M_l \quad (4.7)$$

Despejando el Factor de Seguridad (F.S)

$$(F.S) = \frac{M_{cr} - M_o - M_d}{M_l} \quad (4.7a)$$

Conocer el momento de agrietamiento para una viga de concreto presforzado se hace necesario en ciertas ocasiones por dos razones. Por un lado, es necesario saber si la viga se agrietará bajo alguna fase de carga para poder usar los métodos y ecuaciones correctas en la determinación de esfuerzos desarrollados y de reflexiones. Por otro lado, es necesario asegurarse que el refuerzo (presforzado y no presforzado) sea suficiente para que el momento resiste sea o igual al momento de agrietamiento incrementado en cierto porcentaje. Esto último con el objetivo de asegurar un armado longitudinal mínimo, como se verá más adelante.

El momento de agrietamiento puede necesitarse de tal forma que no incluya el peso propio de la viga (esto se verá cuando se estudie el corte). Este nuevo momento de agrietamiento ( $M'_{cr}$ ) puede determinarse simplemente restándole al anterior ( $M_{cr}$ ) el momento debido al peso propio.

$$M'_{cr} = M_{cr} - M_o \quad (4.8)$$

Dónde:

$$M_{cr} = f_n S_2 + \frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{eC_2}{r^2} \right) S_2$$

Y

$$M_o = f_o S_2$$

El cual, sustituyendo en la ecuación (4.8) nos queda

$$M'_{cr} = S_2 \left[ f_r + \frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{eC_2}{r^2} \right) - f_o \right] \quad (4.8a)$$

Ecuación que puede ser escrita también de la siguiente forma:

$$M'_{cr} = \frac{I_c}{C_2} (f_r + f_{2p} - f_o) \quad (4.8b)$$

Dónde:

$$S_2 = \frac{I_c}{C_2}$$

$$f_{2p} = \frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{eC_2}{r^2} \right)$$

$$f_o = \frac{M_o}{S_2} \quad \text{y} \quad M_o = \text{momento por peso propio}$$

#### 4.6. Determinación de Esfuerzos Elásticos en el Acero de Presfuerzo para Vigas con Secciones no Agrietadas

1. Debido a la fuerza ejercida por el “gato”

$$f_{PJ} = \frac{P_J}{A_P} \quad (4.9)$$

2. Debido a la fuerza de presfuerzo inicial (después de pérdidas instantáneas) más el peso propio

$$f_{Pi} = \frac{P_i}{A_P} + n_P f_{co} \quad (4.10)$$

Donde

$$n_P = \frac{E_P}{E_c}$$

$$f_{co} = \frac{M_o e}{I_c} \quad (\text{Esfuerzo en el concreto debido al peso propio})$$

El segundo término de la ecuación (4.10) representa la parte del esfuerzo debido al peso propio, determinado con base en el área transformada. Para secciones no agrietadas es pequeño y se desprecia.

3. Debido a la fuerza de presfuerzo efectiva (después de pérdidas totales) más las cargas de servicio

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A_p} + n_p f_{cs}$$

Dónde:

$$f_{cs} = \frac{M_s e}{I_c}$$

De nueva cuenta, para secciones no agrietada, el segundo término es pequeño y se desprecia.

#### 4.7. ESFUERZOS PERMISIBLES EN EL CONCRETO Y EN ACERO DE PRESFUERZO

Los esfuerzos desarrollados, tanto en el concreto como en el acero de presfuerzo no deben sobrepasar los esfuerzos permisibles. La principal razón de esto es evitar que la viga sufra daños durante la construcción (aplastamientos y agrietamientos en el concreto o ruptura del acero) y para asegurar su serviciabilidad.

Usualmente, para el diseño de la sección de concreto se parte de los requerimientos impuestos por los esfuerzos permisibles en el mismo. Estos se determinan con base en la resistencia a la compresión del concreto ( $f'_c$ ) modificada por factores de seguridad que garantizan que no se sobrepasarán sus límites elásticos. Debido a que no se puede asegurar que no existirá un caso en donde no habrá una sobrecarga, es necesario una revisión por resistencia, deberá determinarse la capacidad última de flexión de la viga y verificar que sea mayor o igual al momento flector desarrollado con las cargas factorizadas.

Así que la fuerza de presfuerzo sólo puede determinarse por el método de los esfuerzos permisibles. Esto es debido a que su magnitud debe ser tal que no se sobrepasen los esfuerzos permisibles, tanto en el concreto como en el acero, y que las deflexiones cumplan con los requerimientos existentes. Una vez conocida la fuerza, el área del acero de presfuerzo se determina de tal forma que el esfuerzo desarrollado en el mismo no exceda el esfuerzo permisible. Este se determina con base en su capacidad última a la tensión ( $f_{pu}$ ) modificada por un factor de seguridad que nos garantiza que no se sobrepasará su límite elástico.

Al revisar la viga por resistencia, si la cantidad de acero sea insuficiente podrá usarse acero de refuerzo ordinario no presforzado (que es menos costoso).

Los esfuerzos permisibles están publicados en los diferentes reglamentos de construcción. Los factores de seguridad se verán fuertemente influenciados por la severidad de la condición de carga a que se verán sometidas las vigas durante su vida útil. A manera de ejemplo, los esfuerzos permisibles propuestos por el ACI son:

1. Para el concreto:

a) En la fase inicial

$$f_{ti} \leq 0.8 \sqrt{f'_{ci}}$$

$$f_{ci} \geq -0.6 f'_{ci}$$

Para vigas simplemente apoyadas y en secciones de los apoyos

$$f_{ti} \leq 1.6 \sqrt{f'_{ci}}$$

El ACI permite que los esfuerzos permisibles a tensión sean excedidos por los desarrollados, sólo si se proporciona acero de refuerzo no presforzado para que tome toda la fuerza de tensión desarrollada. Esta fuerza se determina con base en las ecuaciones de la Mecánica Elástica considerando que la sección no se agrieta (Figura 20). Los esfuerzos tanto  $f'_{ci}$  como los permisibles estarán en  $kg/cm^2$ .

FASE INICIAL:

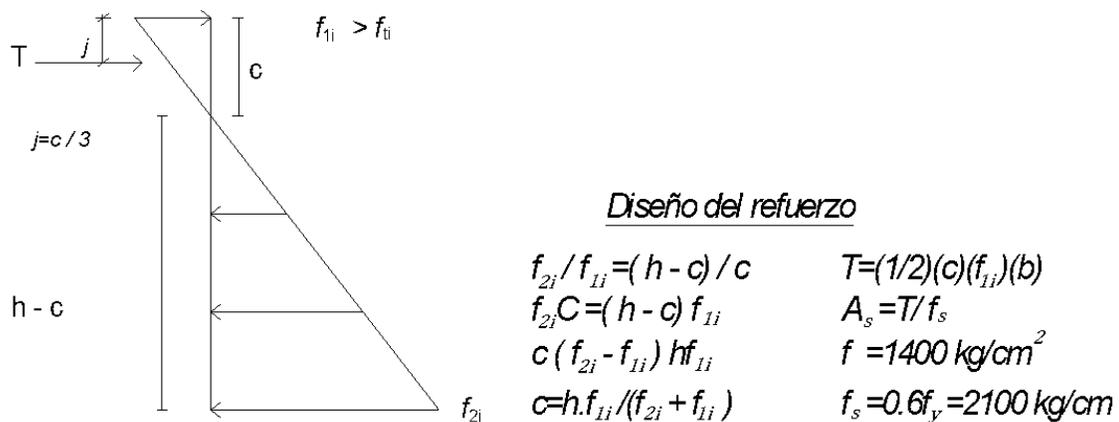


Figura 20. Refuerzo para tomar esfuerzos de tensión, cuando  $f_{1i} > f_{ti}$ .” Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. PÁG.35.

b) En elementos a flexión clase U y T a esfuerzos en el concreto bajo cargas de servicio, evaluados con propiedades de sección no agrietados y después de ocurridas las pérdidas de presfuerzo

$$f_{cs} \geq -0.45f'_c \quad (\text{Debida a presfuerzo más carga sostenida})$$

$$f_{cs} \geq -0.45f'_{c_{cs}} \geq -0.60f'_c \quad (\text{Debida a presfuerzo más carga total})$$

2. Para el acero de presfuerzo según en el Reglamento ACI318-05, 18.5.1:

a) Debido a la acción del “gato” de presforzado:

$$f_{pj} \leq 0.94f_{py}$$

Pero no mayor que el mínimo entre  $0.80 f_{pu}$  y el máximo valor recomendado por el fabricante del acero presforzado o de los dispositivos de anclaje.

$$f_{pj} \leq 0.80f_{pu}$$

$f_{pj} \leq$  máximo valor recomendado por el fabricante del acero o de los herrajes de anclaje

b) En la fase inicial, para pretensado, después de la transferencia del presfuerzo el menor de

$$f_{pi} \leq 0.82f_{py}$$

Pero no mayor que:

$$f_{pi} \leq 0.74f_{pu}$$

Es de interés comentar que no se ha requerido revisar los esfuerzos en la fase final. La razón es que el nivel de esfuerzos en esta fase está muy por debajo del nivel de esfuerzo inducido por el “gato”, y aun considerando el incremento por la superposición de cargas difícilmente llegara a éste (si la sección de concreto no se agrieta). De nueva cuenta, es conveniente advertir que es necesario saber bajo qué condiciones son válidas.

## 4.8. CAPACIDAD ÚLTIMA A LA FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO PRESFORZADO

Se ha mencionado con anterioridad que no se puede garantizar que las cargas de servicio especificadas (en particular las vivas), actuando en una viga de concreto presforzado, no se incrementen en algún caso. Por lo cual es necesario determinar su capacidad última a flexión y compararla con la capacidad demandada por las cargas de servicio, incrementadas con los factores de seguridad recomendados o especificados por los reglamentos de construcción. De esta manera se podrá conocer si la viga es segura, insegura o de alto riesgo.

La capacidad última a la flexión, se determina suponiendo que los materiales están esforzados a su máxima capacidad por consiguiente la viga se encuentra en falla incipiente. El comportamiento del concreto presforzado, en esta etapa, es muy similar al del concreto reforzado, y teniendo en cuenta las dos diferencias principales que existen entre esos dos comportamientos (deformaciones existentes en el acero de presfuerzo para carga cero y la no existencia de la meseta plástica en el mismo), al utilizar la misma teoría aplicada en éste, podemos determinar la capacidad última del otro caso.

### 4.8.1 La Teoría de la Resistencia del Bloque Rectangular de Esfuerzos

La Teoría de Resistencia, adoptada por el Instituto Americano del Concreto, para análisis y diseño de elementos de concreto reforzado, parte de los siguientes supuestos:

1. Se conoce la curva del acero de presfuerzo:

$f_{pu}$  y  $\epsilon_{pu}$  son el esfuerzo y deformación último a tensión

$f_{py}$  y  $\epsilon_{py}$  son el esfuerzo y deformación de fluencia (convencional)

$f_{pe}$  y  $\epsilon_{pe}$  son el esfuerzo y deformación debidos a  $P_e$  (\*)

$f_{ps}$  y  $\epsilon_{ps}$  son el esfuerzo y deformación en la falla

$E_p$  es el módulo de elasticidad

(\*) EL ACI usa  $f_{se}$

2. Se conoce la curva del concreto:

- $f'_c$  es la resistencia (última) nominal a la compresión del concreto
  - $\epsilon_u$  es la deformación correspondiente a la falla
3. Las secciones planas de la aplicación de la carga permanecen planas después de la aplicación de la carga, por lo tanto, las deformaciones varían linealmente, siendo cero en el eje neutro y máxima en la fibra extrema a compresión.
  4. La contribución del concreto a la tensión se desprecia.
  5. La variación de los esfuerzos a compresión es idéntica a la curva del concreto a compresión uniaxial (Figura 9)
  6. Se adopta la Teoría de Whitney: El bloque rectangular de esfuerzos equivalentes a la variación real de esfuerzos mencionados en el punto 5 (Figura 21)

Los parámetros de la Teoría de Whitney se definen como sigue:

$$a = \beta_1 c \quad (4.11)$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left( \frac{f'_c - 280}{70} \right) \text{ pero } 0.65 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad (4.12)$$

Para vigas T existe la posibilidad, sobre todo, en concreto presforzado, de que los patines sean muy anchos.

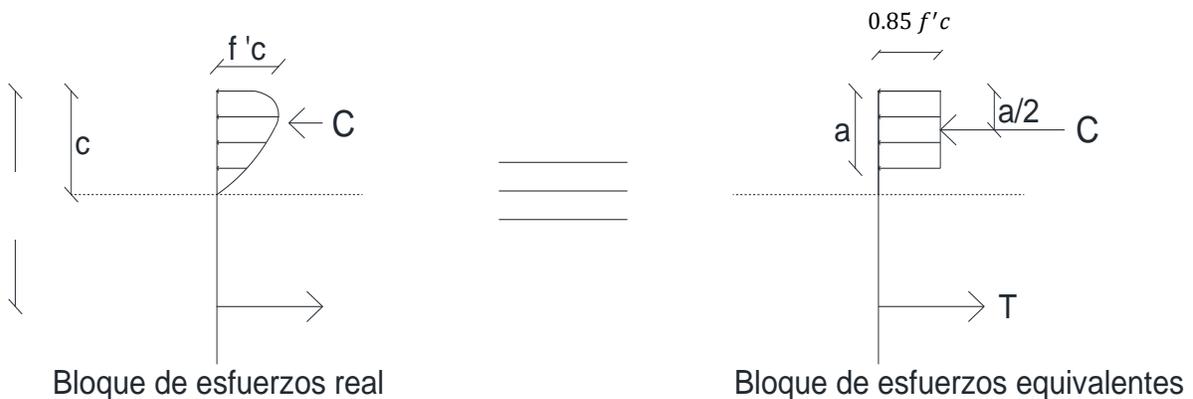


Figura 21. Bloque rectangular de esfuerzos equivalentes en el concreto a flexión.” Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. PÁG.38.

Para patines muy grandes, el esfuerzo de compresión en ellos no será uniforme a través del ancho. El esfuerzo de compresión tiende a disminuir a medida que se aleja del eje vertical de la sección, por lo que

se dice que no todo el patín será efectivo. El ACI 318S-05. Sección 8.10.2 recomienda para determinar el ancho efectivo, cuando tenemos patines muy anchos:

**1. Para vigas simétricas T**

$$b \leq \begin{cases} L/4 \\ 16h_f + b_w \\ s + b_w \end{cases}$$

L=Claro

S=Distancia libre entre nervaduras

**2. Para vigas T aisladas, el espesor del patín no deberá ser menor que la mitad del ancho del alma y el ancho total del patín no debe ser mayor que 4 veces el ancho del alma.**

Es de notar que para el concreto presforzado, las recomendaciones mencionadas no son de carácter obligatorio. La razón de esto es que la práctica ha demostrado que vigas presforzadas con patines muy grandes se han comportado satisfactoriamente considerando efectivo todo su ancho de patín.

#### 4.8.2 Determinación de $f_{ps}$ por Compatibilidad de Deformaciones

Debido a la naturaleza del acero de presfuerzo, que no es un acero estructural con una meseta plástica, no se mantiene constante con cierto valor del esfuerzo para incrementos de deformación como ocurre con el acero de refuerzo ordinario. Por lo tanto, nunca dejará de incrementarse el esfuerzo a medida que aumentan las deformaciones.

Por lo que es necesario determinar el valor del esfuerzo que tendrá el acero de presfuerzo cuando la viga esté en la falla incipiente. Esto se puede hacer conociendo la deformación del acero en ese momento, que se puede lograr relacionándola con la deformación de falla del concreto mediante una ecuación de compatibilidad. Una vez conocida dicha deformación, podemos determinar  $f_{ps}$  ya sea usando la gráfica  $f - \epsilon$  del acero o las ecuaciones propuestas en el tema de comportamiento del concreto bajo compresión uniaxial, (esto resulta lo más conveniente cuando es necesario programar).

Obviamente, esta ecuación de compatibilidad solo es posible cuando el acero de presfuerzo está adherido al concreto, lo que sucede en la mayoría de los casos reales, aun cuando se trata de concreto postensado cuando se “lecherean” los ductos después de que se ha tensado el acero de presfuerzo.

Para representar mejor la ecuación de compatibilidad, considerémosla primero en el concreto reforzado. Con referencia a la (Figura 22a), resulta la siguiente ecuación:

$$\Delta_s = \Delta_c \tag{4.13}$$

Que podemos escribir:

$$\varepsilon_s L_s = \varepsilon_c L_c$$

Ahora como  $L_s = L_c$ , entonces:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \quad (4.13a)$$

Para derivar la ecuación de compatibilidad en concreto presforzado, debe considerarse que antes de la carga el acero de presforzado ya está elongado y que el concreto se encuentra comprimido. Por lo tanto, antes de que el concreto empiece a estirarse deberá comprimirse. De la Figura (22b), por lo que la ecuación de compatibilidad será:

$$\Delta_{ps} = \Delta_{pe} + \Delta_{cp} + \Delta_{cs} \quad (4.14)$$

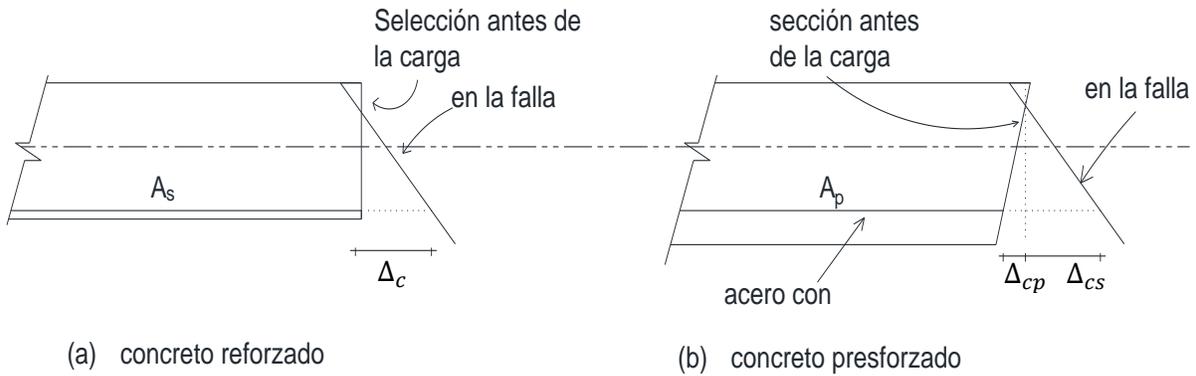


Figura 22. Ecuación de compatibilidad. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pág.39

Considerando que todas las longitudes son iguales, podemos decir que:

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_{pe} + \varepsilon_{cp} + \varepsilon_{cs} \quad (4.14a)$$

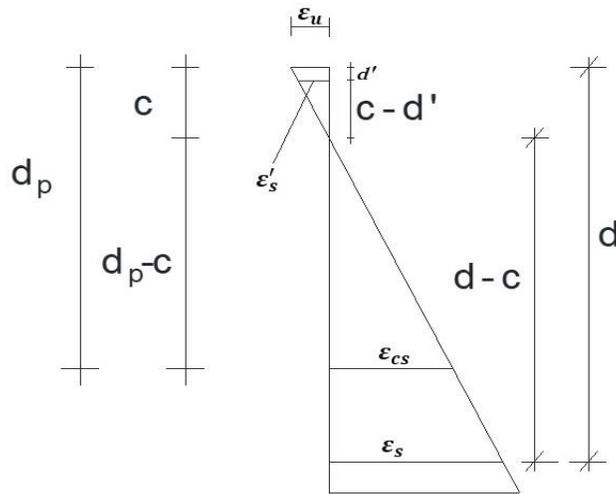
En la ecuación (4.14) las elongaciones en el acero y en el concreto pre-comprimido son elástico-lineales. Por lo cual, en la ecuación de compatibilidad (4.14a), las deformaciones correspondientes estarán dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\varepsilon_{pe} = \frac{f_{pe}}{E_p} = \frac{P_e}{A_p E_p} \quad (4.15)$$

$$\varepsilon_{cp} = \frac{f_{cp}}{E_c} = \frac{P_e}{A_c E_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) \quad (4.16)$$

La deformación del concreto correspondiente a la falla se determina de una relación de triángulos semejantes de acuerdo con la Figura (23).

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_u \left( \frac{d_p}{c} - 1 \right) \quad (4.17)$$



$$\epsilon_u/c = \epsilon_u/(d_p - c)$$

$$\epsilon_u/c = \epsilon'_s/(c - d')$$

$$\epsilon_u d_p - \epsilon_u c = \epsilon_{cs} c$$

.

$$\epsilon_u (d_p/c - 1) = \epsilon_{cs}$$

.

$$\epsilon_u (d_p/c - 1) = \epsilon_s$$

$$\epsilon_u (1 - d'/c) = \epsilon'_s$$

Figura (23). Diagrama de deformaciones en la falla.” Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pág.40

En la ecuación (4.17) observamos que poder conocer  $\epsilon_{cs}$  primero necesitamos conocer  $c$ , la profundidad del bloqueo rectangular equivalente de compresiones, por medio de la ecuación (4.13) de la Figura (21), con la condición de equilibrio  $\Sigma F_x = 0$  podemos obtener una ecuación para determinar  $a$ :

$$C = T \quad (4.18)$$

El problema es que  $a$  estará en función de  $f_{ps}$ , que precisamente queremos conocer, por lo cual se hace necesario usar el siguiente procedimiento iterativo:

1. Determinar  $\epsilon_{pe}$  y  $\epsilon_{cp}$  con las ecuaciones (4.15) y (4.18), respectivamente
2. Estimar  $c$  (un buen valor inicial es  $c = h/4$ )

3. Determinar  $\varepsilon_{cs}$  con la ecuación (4.17)
4. Determinar  $\varepsilon_{ps}$  con la ecuación (4.14a)
5. Determinar  $f_{ps}$  usando la gráfica  $f - \varepsilon$  del acero o alguna de las ecuaciones de la (4.6) a la (4.9)
6. Con el valor estimado de  $c$  y el obtenido de  $f_{ps}$ , determinar  $C$  y  $T$ , es decir, las fuerzas de tensión que forman el par resistente de la sección
7. Comparar  $T$  con  $C$  y de esa comparación, si:

$T \cong C$ , entonces se adopta el valor estimado de  $c$  y el obtenido de  $f_s$

$T \neq C$ , Pero  $T < C$ , entonces disminuir la  $c$  estimada y regresar al paso (3)

$T \neq C$ , Pero  $T > C$ , entonces aumentar la  $c$  estimada y regresar al paso (3)

Una vez que se conoce  $c$  y  $f_{ps}$ , al igual que  $C$  y  $T$ , se puede evaluar la capacidad última nominal a la flexión (capacidad última = resistencia).

Aunque la Teoría del Bloque Rectangular Equivalente se desarrolló para secciones rectangulares, numerosos análisis de secciones T, I, O y  $\Delta$ , basados en la curva real  $f - \varepsilon$  a compresión, han demostrado que solo se introducen errores mínimos cuando se usa en estas secciones.

Si la viga de concreto presforzado tiene también acero de refuerzo no presforzado, a tensión o a compresión, deberá de tomarse en cuenta al determinar  $C$  y  $T$ . Inicialmente se supone que en estos aceros se desarrolla el esfuerzo de fluencia, debiéndose verificar esto con las relaciones que se derivan de la Figura (12) que son:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u \left( \frac{d}{c} - 1 \right) \quad (4.19)$$

$$\text{Si } \varepsilon_s < \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s}, \quad \text{entonces } f_s = \varepsilon_s E_s \quad (4.20)$$

$$\text{Si } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad \text{entonces } f_s = f_y \quad (4.21)$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_u \left( 1 - \frac{d'}{c} \right) \quad (4.22)$$

Para esta última fórmula se aplican las mismas relaciones (4.20) y (4.21), según el caso. Si las deformaciones resultan menores que la correspondiente a la fluencia, entonces habrá que determinar los valores de  $f'_s$  y  $f_s$  iterativamente.

### 4.8.3 Determinación de $f_{ps}$ por Ecuaciones (Empíricas) por el ACI

Como alternativa a una determinación más precisa de  $f_{ps}$  basada en la compatibilidad de deformaciones, se pueden utilizar los siguientes valores aproximados de  $f_{ps}$ , siempre que  $f_{se} \geq 0.50f_{pu}$ , por lo que el ACI propone las siguientes ecuaciones para determinar el valor de  $f_{ps}$  (Sección 18.7.2):

Para acero de presfuerzo adherido:

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} \leq f_{pu} \quad (4.23)$$

Dónde:

$\gamma_p$  = factor que depende del tipo de acero de presfuerzo

$$= 0.55 \text{ para } f_{py}/f_{pu} \text{ no menor que } 0.80 (0.80 \leq f_{py}/f_{pu} < 0.85)$$

$$= 0.40 \text{ para } f_{py}/f_{pu} \text{ no menor que } 0.85 (0.85 \leq f_{py}/f_{pu} < 0.90)$$

$$= 0.28 \text{ para } f_{py}/f_{pu} \text{ no menor que } 0.90 (0.90 \leq f_{py}/f_{pw}) \text{ (acero de bajo relajamiento)}$$

$\beta_1$  = factor definido en la ecuación (4.12)

$$\rho_p = A_p/bd_p$$

$$\rho = A_s/bd$$

$$\rho' = A'_s/bd$$

$$\omega = Pf_y/f'_c$$

$$\omega' = \rho' f_y/f'_c$$

La ecuación (4.23) solo se utilizará cuando no se tiene acero de presfuerzo a compresión. Si se tiene acero de refuerzo ordinario a compresión, entonces:

$$\left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \geq 0.17$$

Y

$$d' \leq 0.15d_p$$

Estos requisitos son para garantizar que el acero de refuerzo ordinario a compresión desarrolle la fluencia (R18.7.2 del reglamento del ACI 318S-05)

a) Para acero de presfuerzo no adherido y con  $L/h \leq 35$ , tomar el menor de:

$$f_{ps} = f_{se} + 700 + \frac{f'_c}{100\rho_p} \quad (4.24)$$

$$f_{ps} = f_{py} \text{ en } kg/cm^2$$

$$f_{ps} = f_{se} + 4200$$

b) Para acero de presfuerzo no adherido y con  $L/h > 35$ , tomar el menor de:

$$f_{ps} = f_{se} + 700 + \frac{f'_c}{300\rho_p} \quad (4.25)$$

$$f_{ps} = f_{py} \text{ en } kg/cm^2$$

$$f_{ps} = f_{se} + 2100$$

Es importante observar que el concreto pretensado siempre tendrá el acero de presfuerzo adherido, pues es el mecanismo que asegura la transferencia de las fuerzas de presfuerzo del acero al concreto. Sin embargo, en el caso del concreto postensado si puede tener acero de presfuerzo no adherido, como, por ejemplo, en losas con poco espesor se perdería mucha área con los conductos, por lo cual, al prefabricarlas se coloca primero el acero cubierto con papel engrasado para que en concreto no se adhiera a éste y poder tensarlo una vez que endurezca.

Es conveniente considerar la posibilidad de que tengamos acero de presfuerzo no adherido y por no cumplir el requisito de que,  $f_{se} > 0.5f_{pu}$  no se puedan usar las ecuaciones (4.24) y (4.25). Por lo que no se podría usar el método de compatibilidades. Sin embargo, numerosas pruebas experimentales han demostrado que la resistencia a flexión de vigas con acero de presfuerzo sin adherir representan el 75% de la resistencia de la misma viga con acero de presfuerzo adherido. Por lo cual para vigas con acero de presfuerzo no adherido, se sugiere determinar la capacidad última a flexión usando compatibilidad de deformaciones y reducirla en un 25%.

#### 4.8.4 Determinación de la Resistencia a Flexión de Vigas de Sección Rectangular

Una vez determinado el valor de  $f_{ps}$  se puede determinar la profundidad del bloque rectangular equivalente de esfuerzos en el concreto ( $a$ ) y conocer el brazo de palanca del par resistente formado por la fuerza de tensión ( $T$ ) y la fuerza de compresión ( $C$ ). Entonces, para una viga subreforzada, suponiendo que también tiene acero de refuerzo ordinario a tensión y a compresión, y con referencia a la Figura (24), derivamos las siguientes ecuaciones:

$$\text{De } \sum F_x = 0 :$$

$$T = C, \text{ pero puesto que } T = A_p f_{ps} + A_s f_y \quad \text{y} \quad C = 0.85 f'_c a b + A'_s f_y \rightarrow$$

$$a = \frac{A_s f_{ps} + A_s f_y - A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad (4.26)$$

$$\phi M_n = \phi [A_p f_{ps} (d_p - a/2) + A_s f_y (d - a/2) + A'_s f_y (a/2 - d')] \quad (4.27)$$

Dónde:

$$\phi = 0.90$$

Deberá verificarse con las ecuaciones de la (4.19) a la (4.22), que en los aceros de refuerzo ordinarios se desarrolle el esfuerzo de fluencia, de no ser así, deberán determinarse los esfuerzos desarrollados, usando iterativamente las ecuaciones de la (4.19) a la (4.22) y la (4.26).

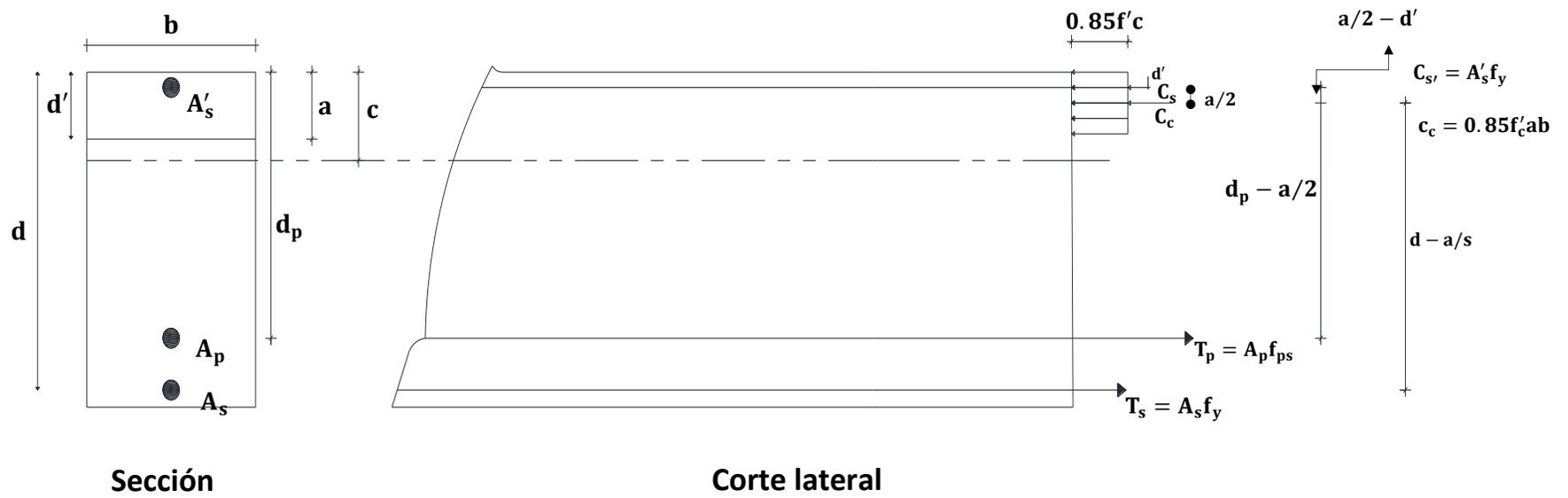


Figura 24. Resistencia a la flexión de secciones rectangulares. Temas Fundamentales del Concreto Presforzado. Pag43.

#### 4.8.5 Límites del Refuerzo en Elementos Sometidos a Flexión

Se ha mencionado con anterioridad que cuando el concreto se agrieta, por alguna sobrecarga no prevista o porque así se previó, el esfuerzo en el acero de presfuerzo se puede incrementar hasta niveles que lo ponen en peligro de ruptura. Debido a esto es necesario asegurarse que la viga tendrá un mínimo de refuerzo longitudinal ( $A_p + A_s$ ) tal que la resistencia a la flexión sea mayor, o al menos igual que el momento de agrietamiento ( $M_{cr}$ ) incrementado por cierto factor. El ACI 318S-05 Sección 18.8.2 requieren que:

$$\phi M_n \geq 1.2 M_{cr}$$

El ACI acepta que no se cumpla este requerimiento si la resistencia a la flexión y al corte es al menos dos veces mayor que la demanda, a la flexión y al corte por las cargas reales incrementadas por los factores de seguridad.

Como en el concreto reforzado no es conveniente utilizar vigas de concreto presforzado sean sobrerreforzadas, porque de ocurrir una falla esta se presentaría sin aviso previo, debido a la poca deflexión por la gran cantidad de acero.

Pero al contrario del concreto reforzado, si se permite el uso de las vigas de concreto presforzado sobrerreforzadas siempre y cuando el momento resistente, calculado solamente con la cantidad de acero correspondiente a la falla balanceada y tomando (del par) fuerza de compresión, sea mayor o igual al momento último desarrollado por las cargas reales factorizadas. El ACI establece que:

- a) Las vigas de sección rectangular o vigas T que se comporten como rectangulares, serán sobrerreforzadas

Si

$$\left[ \omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] > 0.36\beta_1 \quad (4.28)$$

Dónde:

$$\omega_p = \rho_p f_{ps} / f'_c$$

$$\omega = \rho f_y / f'_c$$

$$\omega' = \rho' f_y / f'_c$$

Para una viga sobrerreforzada el momento resistente, en la falla balanceada, estará dado por:

$$\phi M_n = \phi [f'_c b d_p^2 (0.36\beta_1 - 0.8\beta_1^2)] \quad (4.29)$$

Sin embargo, nótese en la ecuación (4.28) que es posible hacer que la viga sobrerreforzada se haga subreforzada aumentando la cantidad de acero de refuerzo ordinario a compresión, es decir, hacer la viga más dúctil y aprovechar todo el acero a tensión.

Esto se realizará cuando  $M_u > (\phi M_n)_{bal}$ .

b) Las vigas T, donde  $a > h_f$ , serán sobrerreforzadas

$$\left[ \omega_{pw} + \frac{d}{d_p} (\omega_w - \omega'_w) \right] > 0.36\beta_1 \quad (4.30)$$

Donde para determinar los índices de refuerzo ( $\omega_{pw}$ ,  $\omega_w$ ,  $\omega'_w$ ) se toma el ancho del alma. El momento resistente, en la falla balanceada estará dado por:

$$\phi M_n = \phi [f'_c b_w d_p^2 (0.36\beta_1 - 0.08\beta_1^2) + 0.85f'_c (b - b_w) h_f (d_p - h_f/2)] \quad (4.31)$$

#### 4.8.6 Revisión por resistencia a la flexión

Para que una viga de concreto presforzado sea segura, según el ACI, es necesario cumplir con lo siguiente:

$$\phi M_n = \phi \geq M_u$$

y que

$$\phi M_n \geq 1.2M_{cr}$$

Dónde

$$M_u = 1.2(M_o + M_d) + 1.6M_1$$

Si al revisar, la viga de concreto presforzado, encontramos que:

$\phi M_n < M_s$ , lo más probable es que la viga falle

$M_s < \phi M_n < M_u$ , la viga será insegura

$\phi M_n \geq M_u$ , la viga será segura

## Capítulo 5

### Diseño por Flexión

El diseño, siguiendo el criterio del presforzado parcial, también puede hacerse para todas las cargas de servicio, adoptando el esfuerzo permisible a tensión en la fase final, especificado por el ACI y que es mayor al módulo de ruptura del concreto. De nuevo cuando actúen todas las cargas de servicio, el concreto se agrietará y necesitará de la ayuda del acero de refuerzo no presforzado para controlar las grietas y cumplir con la demanda última a flexión.

Existen dos métodos que siguen el criterio elástico para el diseño por flexión. El método de los esfuerzos permisibles es uno de ellos, y el método de la carga balanceada es el otro.

#### 5.1 Diseño Basado en Esfuerzos Permisibles

El método de los esfuerzos permisibles permite diseñar la sección de concreto, así como la fuerza de presfuerzo con su excentricidad. Una vez conocida la magnitud de la fuerza de presfuerzo se puede determinar la cantidad de acero suponiendo que el esfuerzo desarrollado en él es igual al permisible.

##### 5.1.1. Diseño de la Sección Óptima del Concreto

Para diseñar la sección óptima de concreto, se parte del hecho que los esfuerzos desarrollados por las cargas en las fibras extremas de la sección son iguales, tanto en la fase inicial como en la final, a los permisibles. Los esfuerzos desarrollados al pasar de la fase inicial a la final serán menores que los permisibles. La nomenclatura que se usará para los esfuerzos permisibles será:

- $f_{ti}$  = ***esfuerzo permisible a tensión en la fase inicial***
- $f_{ci}$  = ***esfuerzo permisible a compresión en la fase inicial***
- $f_{ts}$  = ***esfuerzo permisible a tensión en la fase final***
- $f_{cs}$  = ***esfuerzo permisible a compresión en la fase final***

Para diseñar la sección nos basaremos en el módulo de sección requerido, que según la fórmula de la flexión simple será:

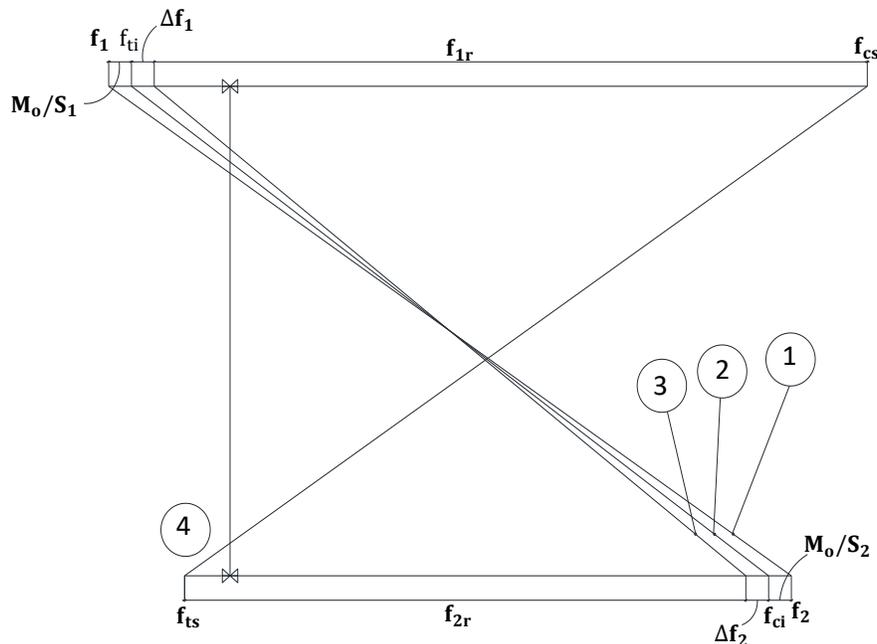
Dónde:

**$M$  = momento máximo actuante**

**$f_p$  = esfuerzo permisible del material**

En concreto presforzado, además de hablar de esfuerzos permisibles a tensión y compresión del material, se habla de un rango disponible de esfuerzo en las fibras superiores ( $f_{1r}$ ) y de un rango disponible de esfuerzo en la fibra inferior ( $f_{2r}$ ), puesto que se debe considerar que los esfuerzos permisibles no son los mismos en la fase inicial que en la fase final. Además de considerar la pérdida de presfuerzo que ocurre entre la fase inicial y final, así como la influencia del peso propio, en reducir la tensión en la fibra superior y la compresión en la fibra inferior (Figura 25).

Con referencia a la (Figura 25), los esfuerzos desarrollados,  $f_1$  y  $f_2$ , por  $P_i$  son hipotéticos, pues simultáneamente actúa el peso propio. Por lo cual, realmente se desarrollan esos esfuerzos menos los debidos al peso propio ( $M_o/S_1$  y  $M_o/S_2$ , respectivamente). Como una aproximación, se considera que las pérdidas dependientes del tiempo ocurren todas a la vez e inmediatamente después de  $P_i + w_o$ . De acuerdo con la (Figura 25) y considerando los signos de los esfuerzos permisibles (de tensión: positivo y de compresión: negativo), los rangos disponibles de esfuerzos serán:



Dónde:

**$f_1$  = esf. prodido por  $P_i$**

**$f_2$  = esf. producido por  $P_i$**

**$\Delta f_1$  = pérdida diferida de esf. en fibre sup.**

**$\Delta f_2$  = pérdida diferida de esf. en fibra inf.**

**1. Bajo  $P_i$**

**2. Bajo  $P_i + W_o$**

**3. Bajo  $P_i + W_o - \Delta P_d$**

**4. Bajo  $P_e + W_s - \Delta P_d$**

**donde  $\Delta P_e$  = Pérdidas diferidas**

Figura 25. Rangos disponibles de esfuerzos. "Temas Fundamentales del Concreto Presforzado". Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda. Pág. 60

$$f_{1r} = f_{ti} - f_{cs} - \Delta f_1 \quad (5.0a)$$

$$f_{2r} = f_{ts} - f_{ci} - \Delta f_2 \quad (5.0b)$$

Pero, debido a que

$$\Delta P_d = P_i - P_e = P_i - RP_i = P_i(1 - R)$$

Entonces

$$\Delta f_1 = (1 - R)f_1$$

$$\Delta f_2 = (1 - R)f_2$$

Pero, debido a que

$$f_1 = f_{ti} + M_o/S_1$$

$$f_2 = -f_{ci} + M_o/S_2$$

Entonces

$$\Delta f_1 = (1 - R)(f_{ti} + M_o/S_1)$$

$$\Delta f_2 = (1 - R)(-f_{ci} + M_o/S_2)$$

Sustituyendo estas últimas expresiones en las que nos definen los rangos disponibles de esfuerzos llegamos a obtener

$$f_{1r} = Rf_{ti} - f_{cs} + \frac{M_o}{S_1}(R - 1) \quad (5.1a)$$

$$f_{2r} = f_{ti} - Rf_{ci} + \frac{M_o}{S_2}(R - 1) \quad (5.1b)$$

Reescribiendo las ecuaciones 5.1a y 5.1b, de tal forma que el momento considerado será el debido a las cargas muertas adicionales y las vivas (el peso propio ya se consideró al determinar los rangos disponibles de esfuerzos), nos queda:

$$S_{1 \text{ req}} \geq \frac{M_d + M_1}{f_{1r}} \quad (5.2a)$$

$$S_{2 \text{ req}} \geq \frac{M_d + M_1}{f_{2r}} \quad (5.2b)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.1) en las ecuaciones (5.2), da como resultado:

$$S_{1 \text{ req}} \geq \frac{M_o(1 - R) + M_d + M_1}{Rf_{ti} - f_{cs}} \quad (5.2'a)$$

$$S_2 \text{ req} \geq \frac{M_o(1 - R) + M_d + M_1}{f_{ts} - Rf_{ci}} \quad (5.2'b)$$

En las ecuaciones (5.2'a) y (5.2'b) sólo los esfuerzos permisibles se deberán usar como signo correspondiente.

Para que la sección de concreto sea óptima, los módulos requeridos superior e inferior deben satisfacerse simultáneamente, es decir, nuestra sección ya diseñada debe tener:

$$S_1 = S_1 \text{ req}$$

$$S_2 = S_2 \text{ req}$$

Para lograr lo anterior, nos podemos basar en el hecho de que

$$I_c = S_1 C_1 = S_2 C_2$$

De donde

$$C_1 = \frac{S_2}{S_1} C_2 \quad (5.3)$$

Pero,  $C_2 = h - C_1$ , que substituyendo en la ecuación (5.3), nos queda.

$$C_1 = h \left( \frac{S_2}{S_1 + S_2} \right) \quad (5.4)$$

En las ecuaciones (5.3) y (5.4) los módulos son los requisitos y, obviamente si queremos que la sección sea la óptima, deberán ser igual a los reales (aproximadamente).

La ecuación (5.3) nos sirve para darnos cuenta si la sección óptima debe ser simétrica. La ecuación (5.4) nos ayuda a diseñar una sección óptima cuando esta deba ser asimétrica.

Las fórmulas que se utilizan para el diseño de la sección de concreto no especifican si ésta debe ser rectangular, circular, triangular, entre otros; solo nos dice si debe ser simétrica para que sea óptima. Obviamente, las secciones con patín son más eficientes a flexión, pero no siempre las más eficientes a flexión son las económicas.

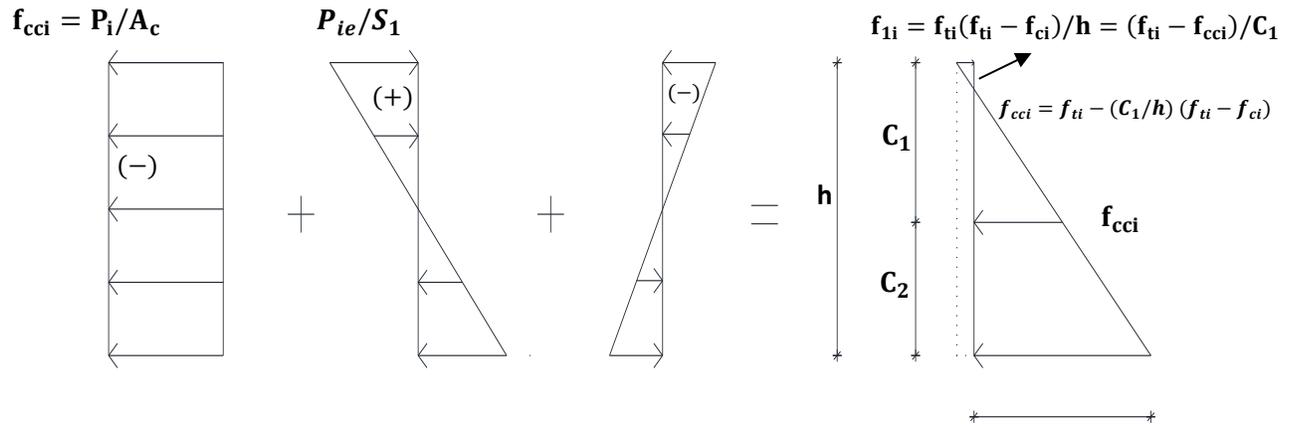
### 5.1.2. Diseño de la Fuerza de Presfuerzo y su excentricidad para la Sección Óptima

Una vez que se ha diseñado la sección de concreto podemos determinar la magnitud de la fuerza de presfuerzo y su excentricidad con la condición de que los esfuerzos desarrollados sean “exactamente” igual a los permisibles. De la figura (26) podemos escribir las siguientes relaciones:

$$P_i = f_{cci} A_c \quad (5.5)$$

$$f_{cci} = f_{ti} - \frac{C_1}{h} (f_{ti} - f_{ci}) \quad (5.6)$$

En las cuales sólo los esfuerzos permisibles se toman con su signo.



Dónde:

Figura 26. Relaciones para determinar  $P_1$ . “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.62

Para determinar la excentricidad de la fuerza de presfuerzo, podemos también hacer uso de la Figura 26, estableciendo la siguiente ecuación:

$$f_{cci} + \frac{P_i e}{S_1} - \frac{M_o}{S_1} = f_{ti}$$

De la cual se puede obtener la ecuación de la excentricidad

$$e = (f_{ti} - f_{cci}) \frac{S_1}{P_i} + \frac{M_o}{P_i} \quad (5.7)$$

Podemos notar que en las ecuaciones (5.6) y (5.7) solo los esfuerzos permisibles y  $f_{cci}$  deberán usarse con su signo.

El área de acero de presfuerzo se determina suponiendo que éste trabajará al límite permitido por el reglamento adoptado:

$$A_p = \frac{P_i}{f_{pip}} \quad (5.8)$$

Dónde:

### **$f_{pip}$ = esfuerzo permisible en el acero de presfuerzo en la fase inicial**

Es necesario, como información al fabricante, determinar la fuerza o esfuerzo que deberá inducir directamente el “gato” al acero esto se puede hacer una vez que se haya ajustado el área del acero a la disponibilidad de éste y estimando las pérdidas instantáneas en un 10% ajustándose éstas después de que se calculen, entonces:

$$f_{pi} = \frac{P_i}{(A_p)_{real}} \quad (5.9)$$

$$f_{pj} = \frac{f_{pi}}{0.9} \quad (5.10)$$

O también

$$P_j = \frac{P_i}{0.9} \quad (5.11)$$

### **5.1.3. Diseño a Flexión con Base en el Presforzado Parcial**

Existen dos maneras de diseñar a flexión una viga de concreto con presfuerzo parcial. Una de ellas consiste en adoptar como esfuerzo permisible a tensión, en la fase de servicio,  $(17.0) \sqrt{f'_c}$  mayor al módulo de ruptura del concreto. Este diseño se realiza suponiendo que el concreto no se agrieta y usando la teoría elástica. Obviamente, cuando actúen todas las cargas de servicio el concreto se agrietará, por lo que probablemente será necesario el acero de refuerzo ordinario no presforzado para controlar el ancho de las grietas y aumentar el momento resistente, para garantizar la seguridad contra la falla, si el proporcionado por el presfuerzo no es suficiente. Este acero adicional se puede determinar con base en la revisión por resistencia de la viga diseñada con el presfuerzo parcial.

La otra forma consiste en diseñar con el esfuerzo permisible a tensión menor que el módulo de ruptura, pero solamente para las cargas muertas y alguna fracción de la viva. Cuando actúen todas las cargas de servicio los esfuerzos desarrollados a tensión serán mayores que el de ruptura del concreto y cuando se haga la revisión por resistencia se hará necesario el acero de refuerzo ordinario para que el momento resistente sea mayor o igual al actuante desarrollado por las cargas de servicio factorizadas.

### **5.1.4. Diseño por Balance de Cargas**

Este método, que también se basa en la teoría elástica, fue propuesto por T. Y. Lin uno de los pioneros de la práctica del concreto presforzado en los Estados Unidos de América. El método consiste en suponer una sección de concreto (con base en la experiencia o en relaciones claro a peralte recomendadas) y calcular la fuerza de presfuerzo de tal manera que su carga equivalente balancee las cargas de servicio esperadas. Una vez que se tiene diseñada la fuerza de presfuerzo (con su perfil) para la sección propuesta

habrá que revisarla para verificar que los esfuerzos desarrollados no excedan los permisibles. Si los desarrollados llegan a exceder a los permisibles habrá que proponer otra sección.

Este método es recomendable solo para ingenieros con experiencia, pues de lo contrario se puede perder tiempo en proponer y revisar las secciones de concreto.

## 5.2 Longitud de Transferencia y Longitud de Desarrollo

En el concreto pretensado la transferencia ocurre, básicamente, por la adherencia entre el acero y el concreto. Esta adherencia se ve beneficiada por la presión radial ejecución por el cable sobre el concreto al tender a recuperar su diámetro original y por los huecos entre los alambres que construyen el cable trenzado (es el mismo efecto mecánico de las corrugaciones en las varillas corrugadas).

Los esfuerzos de adherencia desarrollados en la superficie de contacto constituirán la fuerza de presfuerzo actuando en el concreto. Se necesitará cierta superficie par que se desarrolle la fuerza que se quiere transmitir. Esta superficie estará en función de cierta longitud que llamamos longitud de transferencia. Se supone que la fuerza de presfuerzo será completa hasta el final de dicha longitud de transferencia, medida desde el extremo de la viga hacia adentro, es decir, dentro de esa longitud el esfuerzo en el acero va gradualmente desde cero hasta  $f_{pe}$ . Con base en pruebas experimentales con cables trenzados, el reglamento de ACI 318SR-203 nos dice que la longitud de transferencia está dada por la siguiente ecuación:

$$l_t = \left( \frac{f_{pe}}{210} \right) d_b \quad (5.12)$$

Dónde:

$l_t$  = longitud de tranferencia medida desde el extremo de la viga en cm

$d_b$  = diámetro nominal del cable en cm

$f_{pe}$  = esfuerzo efectivo (despues de pérdidas totales) en el acero en  $kg/cm^2$

La longitud de transferencia es de utilidad para el diseño de las zonas de anclaje, así como para el diseño del refuerzo a la tensión diagonal en las secciones cercanas a los extremos de la viga.

Si las vigas se llegan a sobrecargar el esfuerzo en el acero excederá el límite elástico llegando hasta  $f_{ps}$ . De nuevo, en una viga pretensada para que esto sea posible se necesita longitud en el acero para que se pueda desarrollar ese esfuerzo por adherencia. A dicha longitud se le llama longitud de desarrollo y esta medida a partir de la sección critica por flexión. La longitud de desarrollo está dada por la siguiente ecuación:

$$l_d = \frac{1}{70} \left( f_{ps} - \frac{2}{3} f_{ps} \right) db \quad (5.13)$$

Según pruebas experimentales para diámetros grandes de cables y resistencias del concreto relativamente bajas, las ecuaciones anteriores pueden resultar no conservadoras, por lo que se recomiendan las siguientes:

$$l_t = 1.5 \left( \frac{f_{pi}}{f'_c} \right) d_b - 12 \quad (5.12a)$$

$$l_t = \frac{1.25}{70} (f_{pu} - f_{pe}) d_b \quad (5.13a)$$

$$l_d = l_t + l'_t$$

En el reglamento de construcción de concreto del ACI requiere que  $l_d$  se proporcione más allá de la sección crítica por flexión. Para cables que se dejan sin adherir, la longitud de desarrollo debe ser el doble (Figura 27).

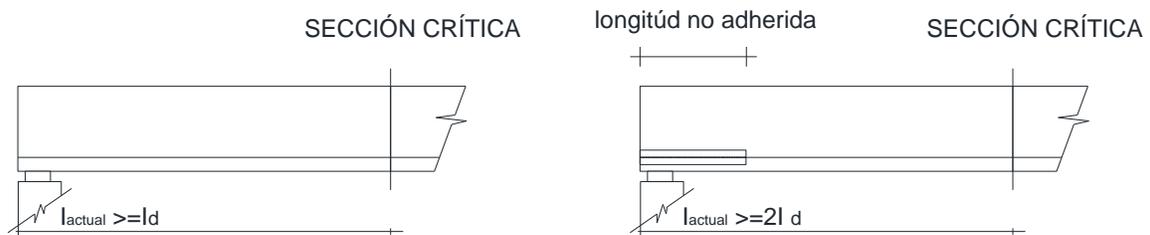


Figura 27. Longitud de desarrollo para vigas pretensadas. “Temas Fundamentales del Concreto Pretensado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.81

### 5.3 Diseño de la Zona de Anclaje

La transmisión de fuerzas de presfuerzo que se transiten del acero al concreto ocurre en zonas relativamente pequeñas, sobre todo para el concreto postensado. Esto provoca que se genere una concentración de esfuerzos que produce tensión en planos verticales perpendiculares al plano horizontal de la fuerza de presfuerzo. Si esta tensión produce esfuerzos mayores que la capacidad del concreto a resistirlos, éste se agrietará. Es necesario entonces reforzar esa zona para controlar el ancho de la grieta y evitar su propagación que podría destruir a la adherencia entre el concreto y el acero o proporcionar la generación de grietas por tensión diagonal (por corte). Este problema es menos severo en pretensado que en postensado, pues en el primero la transferencia ocurren en una forma más gradual a lo largo de la longitud de transferencia.

#### 5.1.5. Diseño de la Zona de Anclaje para Pretensado (Método del PCA)

Ya que en el concreto pretensado el problema es menos crítico (como se mencionó antes) se usa un método relativamente sencillo que se basa en pruebas experimentales llevadas a cabo por W. T. Marshall

y A. H. Mattock bajo el patrocinio del PCA (Portland Cement Association). Estos investigadores proponen en la siguiente relación empírica como resultado de sus investigaciones:

$$\frac{S}{P} = 0.0106 \frac{h}{l_t} \quad (5.14)$$

Dónde:

***S*** = La fuerza total de tensión aportada por el refuerzo (estribos)

***P*** = La fuerza de presfuerzo

***h*** = Peralte total de la sección de concreto

***l<sub>t</sub>*** = La longitud de transferencia (que se puede tomar igual a  $50d_b$ )

Con base en sus pruebas, los investigadores antes mencionados asumen que el esfuerzo de tensión desarrollado en los estribos varía linealmente de un valor máximo en el extremo de la viga hasta cero en donde termina la misma grieta (Figura 28).

Entonces, si  $f_s$  es el esfuerzo permisible en el refuerzo se aplica  $P_i$

$$S = \frac{1}{2} f_s A_t \quad (5.15)$$

Dónde:

***A<sub>t</sub>*** = áreatotal de acero proporcionada por los estribos

\*sustituyendo la ecuación (5.15) en la (5.14) y resolviendo para  $A_t$ , obtenemos:

$$A_t = 0.021 \frac{P_i h}{f_s l_t} \quad (5.16)$$

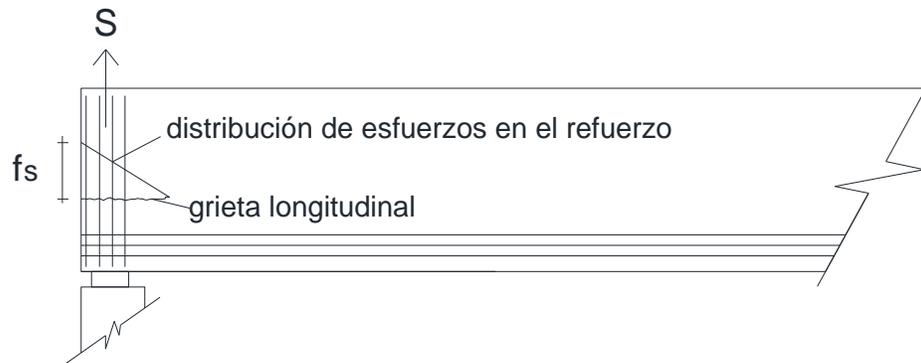


Figura 28. Zona de anclaje para pretensado. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.82

Es recomendable el usar estribos cerrados de varillas de diámetros pequeños y colocar el primer estribo lo más cerca que se pueda del extremo, respetando recubrimientos. Los estribos deben ser distribuidos uniformemente en una longitud igual a  $h/5$  medida desde la cara del extremo. Para controlar el ancho de la grieta se recomienda usar como esfuerzo permisible en el acero de refuerzo  $1400\text{kg}/\text{cm}^2$

Para desarrollar este método se realizó una investigación en vigas tipo I pretensadas con dos grupos de tendones, uno cerca de la parte superior de la viga y otro cerca de la parte inferior. (Para condiciones de carga en extremos diferentes es recomendado utilizar otro método ya que este puede dar resultados erróneos).

## Capítulo 6

### Análisis y Diseño por Corte

Los esfuerzos directos de corte no son un problema en concreto reforzado ni en concreto presforzado, sino que el problema es la tensión diagonal que resulta cuando los esfuerzos cortantes son descompuestos en esfuerzos principales. Las trabes de concreto presforzado normalmente poseen refuerzo para el cortante, especial con la finalidad de asegurar que la falla por flexión, la cual puede predecirse con precisión y viene predicha por el agrietamiento y las grandes deflexiones obvias, ocurrirá antes que la falla por cortante, la cual es súbita y más difícil de predecir con exactitud. Los esfuerzos cortantes por si mismos o en combinación con esfuerzos normales actúan para producir esfuerzos principales, uno de ellos en tensión y el otro en compresión.

Para esfuerzos cortantes, el esfuerzo principal en tensión ocurre en un plano inclinado de  $45^\circ$  con respecto al eje longitudinal de la viga, constituyéndose entonces en lo que conocemos como tensión diagonal (Figura 29).

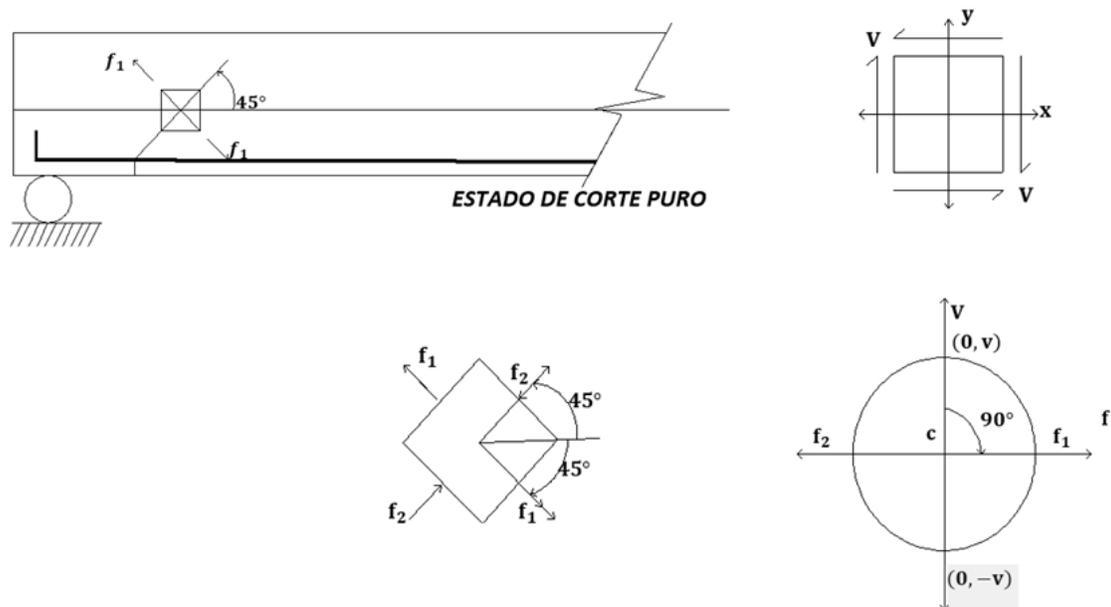


Figura 29. Tensión diagonal en concreto reforzado (CR). "Temas Fundamentales del Concreto Presforzado". Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.97

En la Figura 30 se ilustra el caso de la tensión diagonal en el concreto reforzado. Se analiza el centroide de una sección rectangular donde el esfuerzo cortante es máximo y el esfuerzo normal es nulo, constituyendo el estado de corte puro que produce el estado de esfuerzos principales iguales en magnitud, pero uno en tensión (diagonal), que es el que produce la grieta, y el otro en compresión, que reduce a capacidad del concreto a resistir la tensión. Con la técnica del Círculo de Mohr podemos hacer el análisis de manera simple:

$$C = \frac{f_x + f_y}{2} = 0 \quad \text{y} \quad R = \sqrt{\left(\frac{f_x - f_y}{2}\right)^2 - v^2} = v$$

$$f_1 = C + R = v, \text{ Y } \text{ sí } f_1 = f'_{ct} \text{ (corte del agrietamiento)}$$

Dónde:

$f'_{ct}$  es la capacidad del concreto a la tensión directa

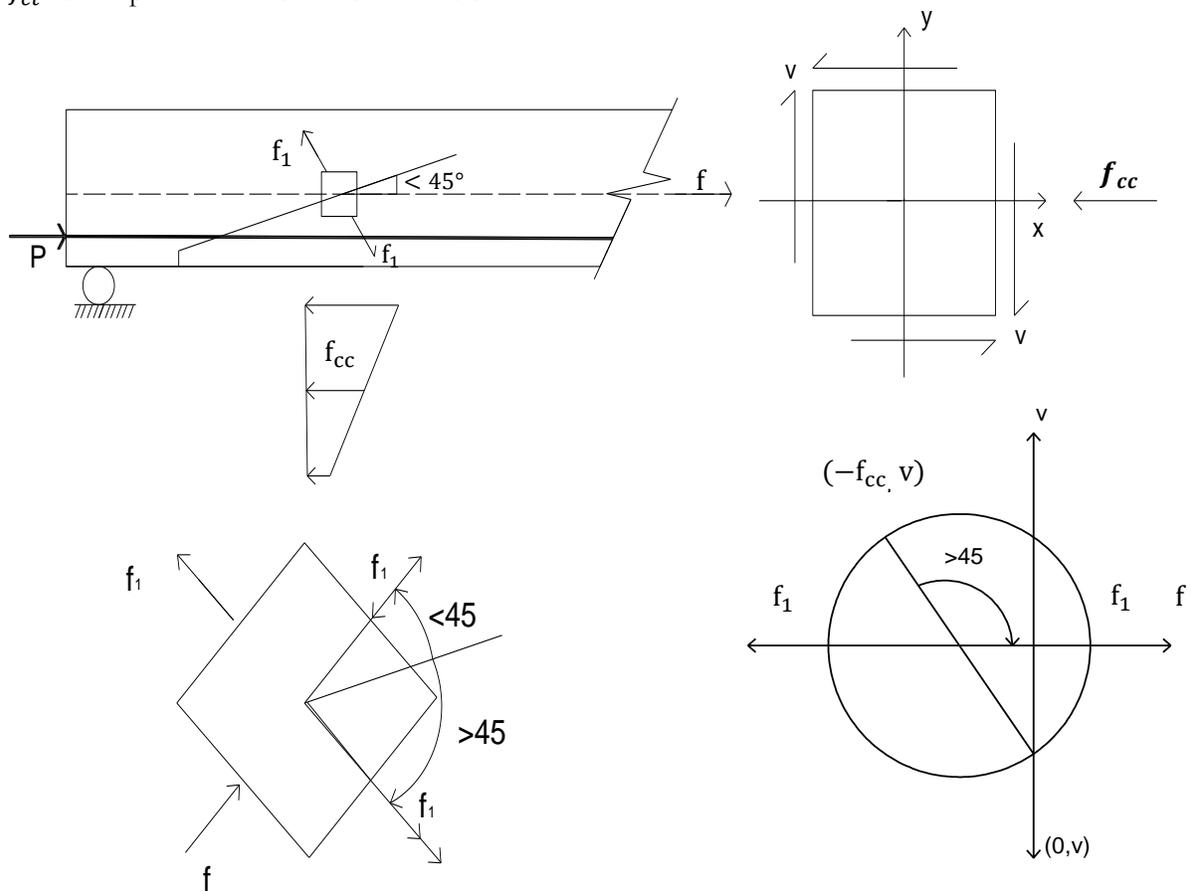


Figura 30. Tensión diagonal en concreto reforzado (CP). "Temas Fundamentales del Concreto Presforzado". Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.98

En el concreto presforzado, como se muestra en la figura (30), recurriendo al círculo de Mohr, la tensión la tensión diagonal se reduce al combinar el esfuerzo cortante ( $v$ ) con el normal ( $f_x = -f_{cc}$ ), sucede lo mismo con la inclinación de la grieta.

$$C = \frac{f_x + f_y}{2} = \frac{f_{cc}}{2}$$

$$R = \sqrt{\left(-\frac{f_{cc}}{2}\right)^2 + v^2}$$

$$f_1 = C + R = \frac{f_{cc}}{2} + \sqrt{\left(-\frac{f_{cc}}{2}\right)^2 + v^2}$$

$$f_1 = C - R = \frac{f_{cc}}{2} + \sqrt{\left(-\frac{f_{cc}}{2}\right)^2 + v^2} \quad (6.0)$$

Al igualar el esfuerzo de tensión diagonal desarrollado ( $f_1$ ) al esfuerzo de tensión que resiste el concreto ( $f'_{ct}$ ) y resolviendo para el esfuerzo cortante, obtendremos el esfuerzo de corte que produce la grieta diagonal.

$$v_{cr} = f'_{ct} \sqrt{1 + \frac{f_{cc}}{f'_{ct}}} \quad (6.1)$$

De la ecuación (6.1) observamos que el esfuerzo cortante que necesita desarrollarse para producir la grieta diagonal es mayor que en el caso del concreto reforzado (donde  $v_{cr} = f'_{ct}$ ), o sea, la tensión diagonal desarrollada en el concreto presforzado será menor.

En la ecuación (6.0) es fácil observar que para anular la tensión diagonal ( $f_1$ ) es necesario que el esfuerzo cortante sea igual a cero. Si existe esfuerzo cortante no es posible anular la tensión diagonal solo con presfuerzo longitudinal, sino que también necesita un presfuerzo transversal que desarrolle un esfuerzo de compresión perpendicular a  $f_{cc}$ .

Así podemos ver que la acción del presfuerzo es benéfica por dos causas: primero, reduce la tensión diagonal desarrollada; y segundo, reduce la inclinación de la posible grieta haciendo más efectivo el refuerzo transversal cuando éste es a base de estribos verticales, como se puede ver en la Figura (31), suponiendo que para una fuerza cortante dada ( $V$ ) se necesitan 4 estribos, éstos están más separados en el caso del concreto presforzado.

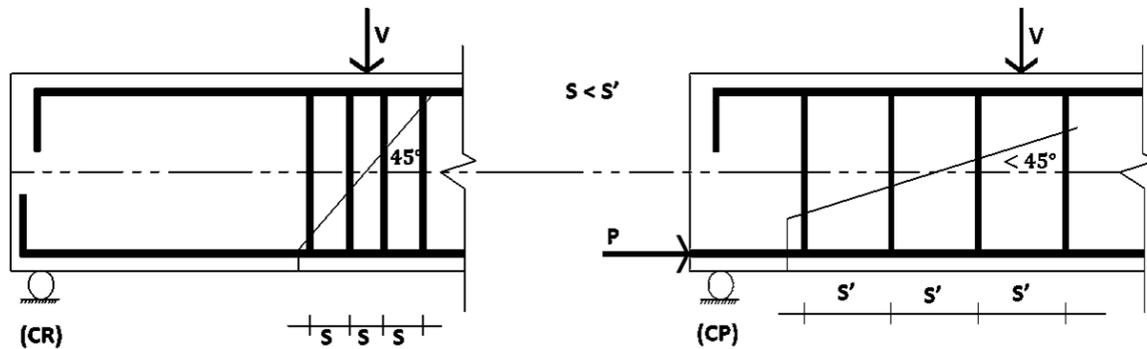


Figura 31. Ahorros en el refuerzo al corte en el concreto presforzado. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.99

Suele suceder que los tendones tengan cierta inclinación con respecto al eje longitudinal de la viga. Esto también es una acción que ayuda a resistir la fuerza cortante haciendo que el esfuerzo al corte resulte más económico (Figura 32).

Mientras la tensión diagonal desarrollada (**ecuación (6.0)**) no excedería la capacidad del concreto y éste se agrietaría. Si no existe refuerzo que controle el ancho y la propagación de la grieta, ésta puede ser causa de la falla prematura de la viga, es decir, teniendo todavía capacidad a la flexión.

El refuerzo no evita la grieta, sino que controla el ancho y su propagación. El controlar el ancho de la grieta es muy importante, pues si éste pequeño no se destruye el mecanismo de trabazón proporcionado por el agregado grueso del concreto, que es un factor muy importante para resistir la fuerza cortante. Es importante evitar la propagación de la grieta ya que ésta podría propagarse hacia la zona de compresión del concreto reduciéndola y propiciando la falla, por aplastamiento del mismo. La propagación puede ocurrir hacia abajo donde está el refuerzo longitudinal, destruyendo la adherencia entre éste y el concreto, haciendo que desaparezca la fuerza de tensión del par resistente por deslizamiento del acero longitudinal con respecto al concreto. La falta de adherencia también del par resistente por deslizamiento del acero longitudinal con respecto al concreto. La falta de adherencia reduce la contribución directa del refuerzo longitudinal a resistir la fuerza cortante.

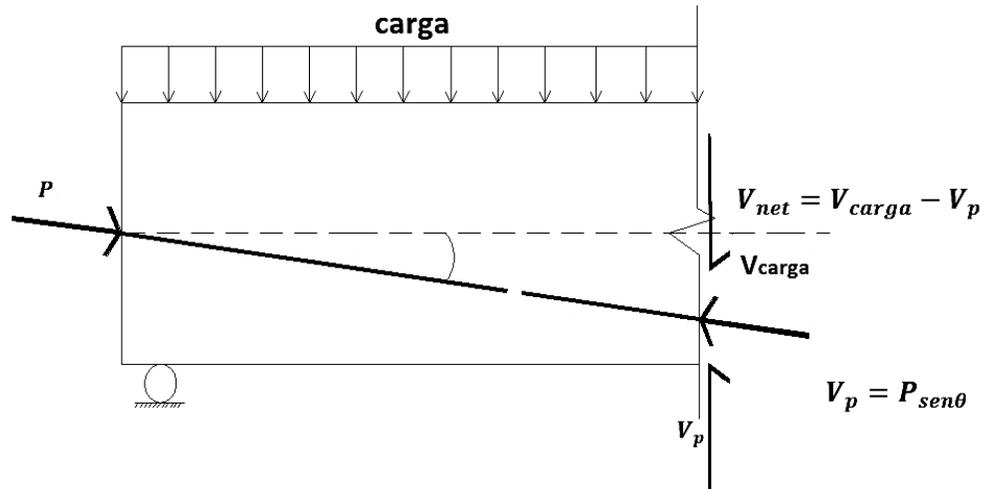


Figura 32. Fuerza cortante reducida ( $V_{net}$ ) por la fuerza de presfuerzo ( $P$ ). “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.100

Esto provoca la necesidad de utilizar refuerzo transversal por el caso de que puedan existir sobrecargas. Diseñar ese refuerzo longitudinal con base en un análisis racional que no considere al concreto agrietado es estar fuera de la realidad, pues para que el acero trabaje necesitará estar deformado y para las deformaciones debidas a las cargas de servicio, aunque pequeñas, el concreto se agrietará. Una vez que se agriete ya no será válida la ecuación de la Mecánica de Sólidos para determinar el esfuerzo cortante ( $v$ ) y la distribución de esfuerzos es muy compleja, la grietas por corte ya no solo se deberán a la tensión diagonal, sino a posibles grietas por flexión previas a las del corte.

## 6.1. Contribución del Concreto a Resistir la Fuerza Cortante

Se han definido dos modos de falla, basados en pruebas experimentales conducidas por Sozen et al. Y MacGregor et al.

El primero, llamado falla por corte en el alma, se inicia con grietas en el alma, sin previas grietas por flexión, cuando el esfuerzo principal de tensión (tensión diagonal) excede la capacidad a la tensión del concreto (Figura 33). El segundo modo, llamado falla por flexión-cortante, ocurre después de que aparecen grietas por flexión que propician, donde terminan éstas, el desarrollo de la grieta por corte cuando la tensión diagonal excede la resistencia del concreto (Figura 33).

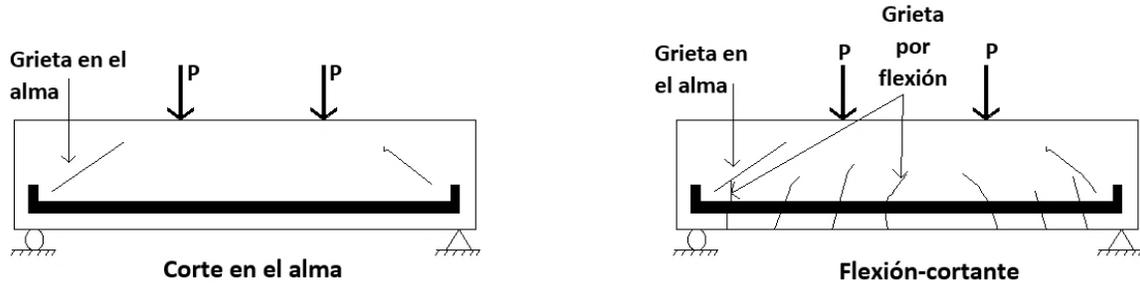


Figura 33. Modos de falla al corte. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.101

Para el primer modo de falla se puede suponer un comportamiento de concreto no agrietado, por lo cual, las ecuaciones clásicas de la Mecánica de Sólidos se pueden usar para predecir la contribución del concreto a resistir fuerza cortante (no para diseñar el refuerzo). La ecuación (6.2), que fue derivada igualando el esfuerzo principal en el centroide de una viga presforzada (ahí ocurre el esfuerzo cortante máximo) con la resistencia del concreto a la tensión, viene a ser una de las alternativas adoptadas por el reglamento del ACI para predecir la contribución del concreto a resistir corte.

$$V_{cr} = f'_{ct} \sqrt{1 + \frac{f_{cc}}{f'_{ct}}} \quad (6.2)$$

Sustituyendo la capacidad de la tensión directa del concreto, la cual puede ser tomada como  $1.06\sqrt{f'_c}$ , en la ecuación (6.2), obtenemos:

$$V_{cr} = 1.06\sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{f_{cc}}{1.06\sqrt{f'_c}}} \quad (6.3)$$

De la cual podemos obtener la fuerza cortante de agrietamiento, y puesto de una vez que el concreto (sin refuerzo en el alma) se agriete la viga fallará, este cortante de agrietamiento se considera el corte resistente o la contribución del concreto a resistir la fuerza cortante

$$V_{cr} = \left[ 1.06 \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{f_{cc}}{1.06\sqrt{f'_c}}} \right] b_w d_p \quad (6.4)$$

Debido a que esta falla tiende a ocurrir cerca del apoyo donde el acero de presfuerzo, si tiene excentricidad variable, puede tener la mayor inclinación, la ecuación (6.4) se modifica para tener en cuenta su posible contribución a resistir el corte

$$V_{cr} = \left[ 1.06 \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{f_{cc}}{1.06\sqrt{f'_c}}} \right] b_w d_p + V_p \quad (6.4a)$$

Dónde  $V_p = P_e \text{sen}\theta$  (Figura 32) y se ha cambiado el subíndice de  $V$  para indicar que estamos manejando la contribución del alma a resistir el corte. La otra alternativa adoptada por el ACI para este

primer modo de falla es una simplificación a la ecuación (6.3) propuesta por el ACI. La expresión propuesta es menos compleja, aunque ligeramente más conservadora, pues toma  $f'_{ct} = 0.93\sqrt{f'_c}$  en lugar de  $1.06\sqrt{f'_c}$ , y se escribe a continuación:

$$V_{cw} = (0.93\sqrt{f'_c} + 0.3f_{cc})b_w d_p + V_p \quad (6.5)$$

Así hemos pasado de esfuerzo cortante a fuerza cortante multiplicado por  $b_w d_p$  que se considera como el área efectiva de cortante para una sección de concreto agrietado. Como se ha visto anteriormente  $f_{cc}$  es el esfuerzo en el centroide de la sección de concreto producido por  $P_e$ , sin embargo, el ACI especifica en su reglamento que si el centroide de la sección se localiza en el patín de una viga  $T$  o  $I$  entonces el esfuerzo ya no se evaluará en el centroide sino en la unión del alma con el patín. La razón de esto es que en este tipo de vigas el esfuerzo cortante en este punto es casi igual de grande que en el centroide, sin embargo, el esfuerzo normal de compresión puede ser menor (incluso hasta de tensión diagonal).

Por lo que:

$$f_{cc} = f_{cp} = \frac{P_e}{A_c} \left(1 + \frac{ey}{r^2}\right) + \frac{M'_s y}{I_c} \quad (P_e, y, e \text{ y } M_s \text{ entran con su signo})$$

Dónde:

**y = distancia del centroide de la sección de concreto a la unión del alma con el patín, un resultado negativo indica compresión y en la ecuación (6.5) entra positivo.**

Para el segundo modo de falla (flexión cortante), que desafortunadamente es el más común, desde el momento que es precedido por grietas producidas por flexión, un comportamiento elástico y de sección no agrietada ya no es válido. Por esta razón, los intentos de una derivación racional anteriores a los modelos que si consideran este hecho no pudieron con la complejidad del problema (Por ejemplo: Ritter y Morsch, a principios de este siglo, no pudieron definir matemáticamente la inclinación de la grieta diagonal por lo cual la supusieron a 45°). Fue necesario hacer suposiciones y ellas fueron hechas con base a resultados de pruebas experimentales. Por lo tanto, les llegaron a substituir a los eslabones faltantes en la cadena racional deductiva.

Para las vigas de concreto presforzado, el reglamento del ACI presenta una ecuación simplificada para predecir la contribución del concreto a resistir el corte considerando el segundo modo de falla. Esta ecuación está basada en investigaciones desarrolladas por Sozen et al. (1959) y MacGregor et al. (1965) siendo estas:

$$V_{ci} = 0.16\sqrt{f'_c} \cdot b_w d_p + V_d + \frac{V_i M'_{cr}}{M_{m\acute{a}x}} \quad (6.6)$$

Dónde:

**$V_d$  = Contribución del concreto a resistir el corte**

**$M'_{cr}$  = Momento de Agrietamiento en donde  $V_{ci}$  es deseado (definido en el capítulo 4 ecuaciones 4.8a y 4.8b)**

**$V_d$  = Fuerza cortante debida al peso propio en la sección donde  $V_{ci}$  es deseado**

$V_i$  = Fuerza cortante debida a  $w_d + w_1$  (factorizados o sin factorizar) en la sección donde  $V_{ci}$  es deseado.

$M_{m\acute{a}x}$  = Momento flector debido a  $w_d + w_1$  (factorizado o sin factorizar) en la sección donde  $V_{ci}$  es deseado.

El primer término es el incremento de la fuerza cortante requerida, una vez formada la grieta por flexión, se desarrollará la grieta por tensión diagonal. Es una cantidad derivada experimentalmente. El peso propio es separado de la carga externa (cargas muertas y vivas superpuestas) porque generalmente este es uniformemente distribuido, mientras que la carga externa puede tener cualquier distribución. Así se facilita la derivación semiracional del último término. Por lo tanto, el primer término es puramente empírico, mientras que el último es obtenido siguiendo una derivación racional (analítica) con algunas suposiciones semiempíricas. Éste último término, justo con el segundo ( $V_d$ ) representa la fuerza constante que inicia la grieta por flexión que dará origen a la grieta diagonal. En el cálculo de  $M'_{cr}$ , el ACI propone que se use  $1.6\sqrt{f'_c}$  en lugar de  $1.06\sqrt{f'_c}$  como capacidad a tensión del concreto, pues en este modo de falla a la tensión no es directa si no por flexión. Por último, la ecuación 6.6 tiene un límite inferior. De acuerdo al reglamento del ACI,  $V_{ci} \geq 0.45\sqrt{f'_c} d_w d_p$ .

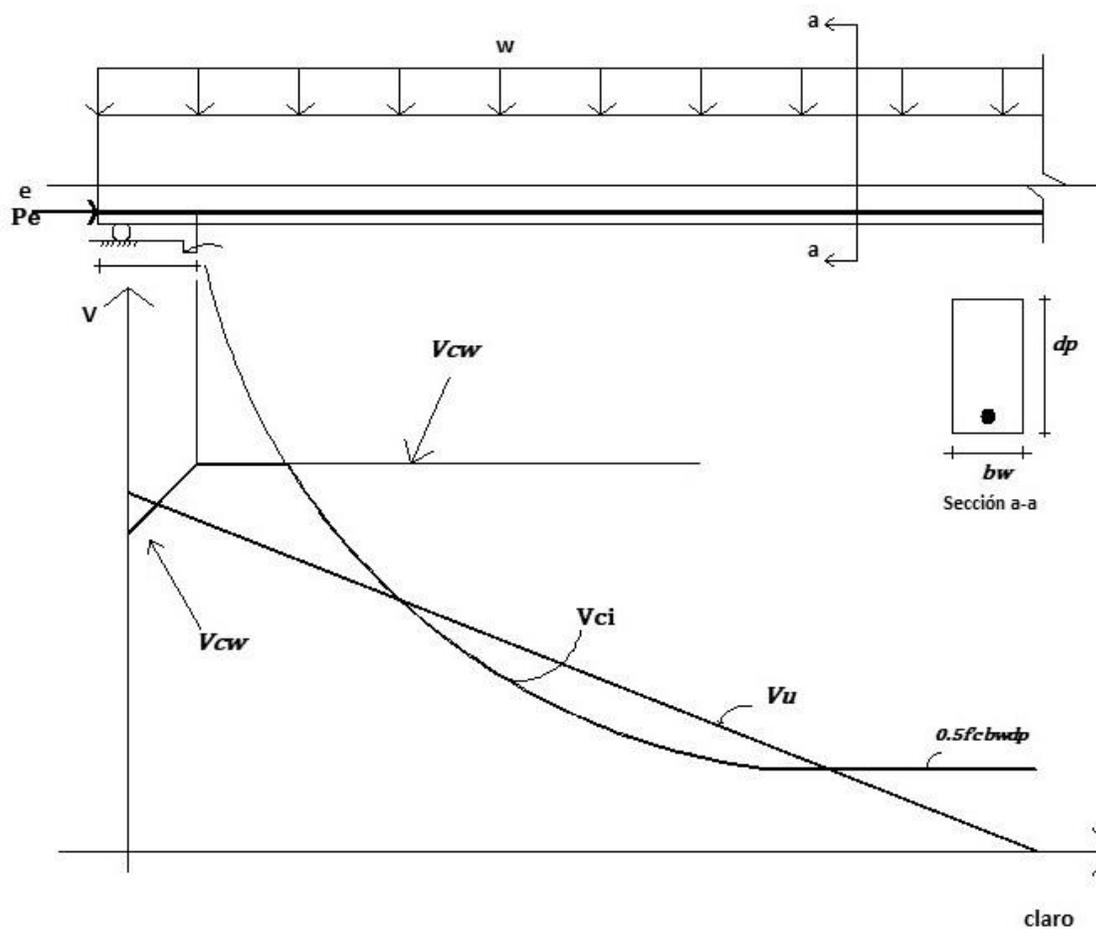


Figura 34. Contribución del concreto a resistir el corte, según ACI. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.103

Aunque el modo de falla más común es el de flexión – cortante, la posibilidad de fallas según el primer modo, corte en el alma, también debe considerarse. Por lo tanto, la contribución del concreto a resistir fuerza cortante ( $V_c$ ) debe ser evaluada de las ecuaciones (40.0) y (41.0), adoptando la menor de ellas, es decir  $V_c$  será la menor de  $V_{cw}$  y  $V_{ci}$  (ver figura ()). De acuerdo a pruebas,  $d_p \geq 0.8h$ . Finalmente, cerca de los extremos de la viga debe considerarse una reducción en  $P_e$  si la sección considerada está dentro de la longitud de transferencia. Para hacer esa reducción, el ACI propone que se considere la fuerza de presfuerzo igual a cero en el extremo e igual a  $P_e$  al término de la longitud de y transferencia, considerando una variación lineal entre ambos puntos.

A pesar de que las ecuaciones (40.0) y (41.0) son utilizadas por el ACI, y que la ecuación (41.0) es semiempírica ambas ecuaciones han demostrado que los resultados obtenidos usándolas, concuerdan satisfactoriamente con los resultados obtenidos de numerosas pruebas experimentales, haciendo su aplicación para estructuras comunes segura, confiable y, lo más importante, simple. Sin embargo, para las estructuras de concreto que no tienen las mismas características (o parecidas) o las mismas propiedades de materiales que las usadas en las pruebas en dónde se tomaron los datos para suplir la información fáltate en la derivación racional, son necesarios métodos o ecuaciones más racionales. Estos métodos,

que se mencionaron antes ya existen, pero están fuera del alcance de un primer curso donde se estudia solamente los fundamentos del concreto presforzado.

## 6.2. Contribución del Presfuerzo a Resistir la Fuerza Cortante

Este modelo consiste en suponer que el corte es resistido por la acción de una armadura cuya cuerda superior está constituida por la zona de concreto a compresión, la cuerda inferior por el esfuerzo longitudinal, las diagonales por puntales de concreto que se forman entre grietas diagonales y que trabajan a compresión, y finalmente, los elementos verticales trabajando a tensión serán los estribos o refuerzo transversal (FIGURA 35). Este modelo supone que la grieta diagonal se forma a 45°.

Una de las deficiencias iniciales en la práctica del diseño del refuerzo al corte, que se tuvieron al adoptar este modelo, fue no considerar que el esfuerzo en el acero longitudinal se ve incrementado por la fuerza cortante. Esto se puede corregir prolongando una mínima cantidad del acero positivo a través de los esfuerzos de aplastamiento en el concreto, actualmente el ACI prefiere usar una regla empírica: si la contribución del refuerzo necesita ser mayor  $2.1\sqrt{f'_c} * b_w d_p$ , entonces la sección del concreto debe cambiarse. Para determinar la contribución del refuerzo a resistir la fuerza cortante consideramos la Figura 36 donde se muestran todas las acciones conjuntamente resisten la fuerza cortante. Estas acciones son:

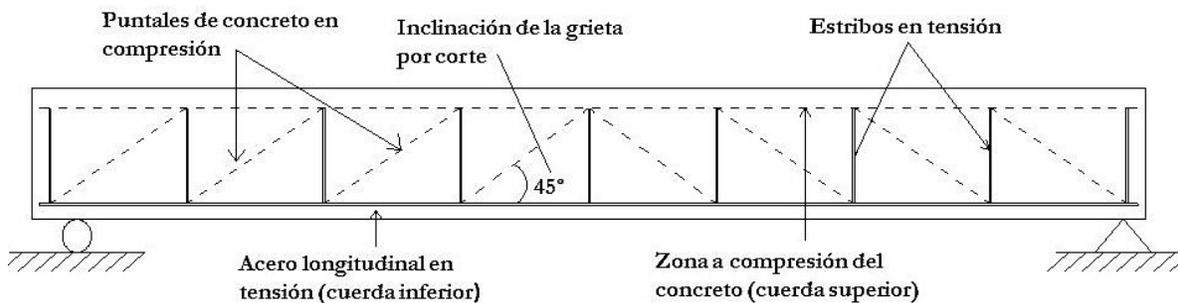


Figura 35. Modelo armadura 45 grados (W.RITTER 1899) “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.104

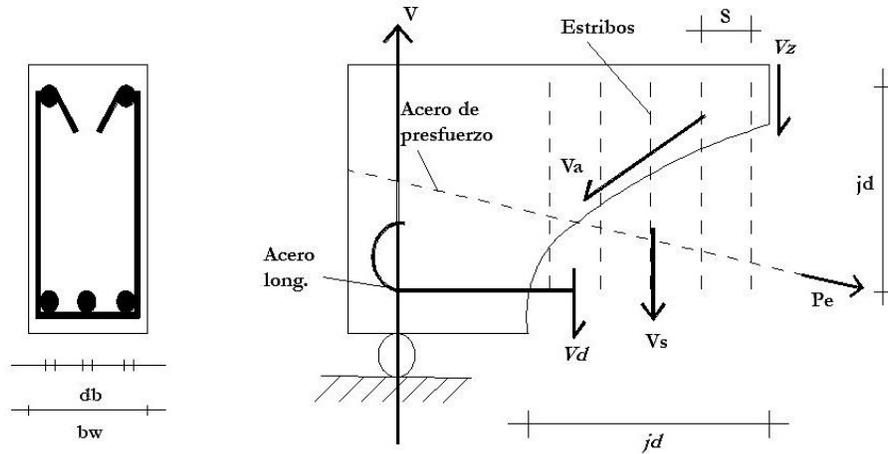
$V_z$  = Contribución de la zona de concreto a compresión por corte directo

$V_{ay}$  = Contribución del mecanismo de trabazón en la grieta

$V_s$  = Contribución del refuerzo transversal (estribos)

$V_d$  = Contribución del acero longitudinal no presforzado

$V_p$  = Contribución directa del acero de presfuerzo ( $V_p = P_e \text{ sen}\theta$ )



$$V_s = V_z + V_{ay} + V_s + V_d$$

$$V_c = V_z + V_{ay}$$

$$(V_c = V_{cw} \text{ ó } V_{ci})$$

$$V = V_c + V_s + V_d$$

Donde:

$V_s$  = Contribución del acero

$V_d$  = Contribución del acero longitudinal

Figura 36. Diversas contribuciones a resistir la fuerza cortante. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”.  
Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.104

la contribución del concreto está dada por la suma de la contribución de la zona de concreto a compresión por corte directo más la componente vertical proporcionada por el mecanismo de trabazón. Si seguimos el modelo armadura de 45° no ser posible determinar esta suma, sin embargo, con base en pruebas experimentales se ha visto que no es menor que  $V_{cw}$  o  $V_{ci}$ . El ACI desprecia la contribución del acero longitudinal no presforzado y la contribución directa del acero de presfuerzo. Por lo que se considera que la fuerza cortante sólo es resistida por el concreto y por el refuerzo transversal.

$$V = V_c + V_s \quad (6.7)$$

La fuerza cortante resistente proporcional por el refuerzo transversal se obtiene multiplicando el número de estribos que cubren la grieta por el área de uno de ellos y por el esfuerzo de fluencia del refuerzo, o

$$V_s = (A_v)(No. Est.)(f_y) \quad (6.8)$$

Para determinar el número de estribos que cubren la grieta, se supone que su proyecto horizontal es igual al brazo de palanca por flexión ( $jd_p$ ). Esta es una suposición que se deriva de aceptar que la grieta se forma a 45°. Para el concreto presforzado esta suposición debe ser tomada con cautela, pues al ser la inclinación menor a 45° la proyección horizontal aumenta y por consiguiente aumenta el número de estribos que cubren la grieta. El ACI, por simplicidad, toma  $d_p$  en lugar de  $jd_p$ .

$$No. Estribos = \frac{d_p}{s} \quad (6.9)$$

Sustituyendo la ecuación (6.8) en la (6.9), obtenemos:

$$V_s = \frac{A_v f_y d_p}{s} \quad (6.10)$$

La ecuación (6.10) sirve para diseñar el refuerzo transversal necesario para que, conjuntamente con el concreto, resistan la fuerza cortante desarrollada por las cargas de servicio factorizadas. Además, puede ser utilizada únicamente cuando el refuerzo del alma es vertical. El refuerzo se puede optimizar si se coloca con cierta inclinación con respecto al eje longitudinal de la viga. Se puede demostrar que para estribos inclinados la fuerza proporcionada por el refuerzo será:

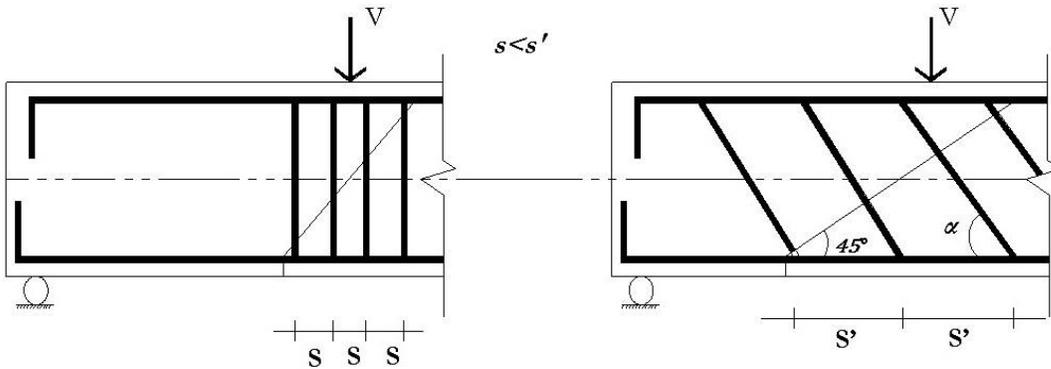


Figura 37. Refuerzo inclinado vs refuerzo vertical. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.105

$$V_s = A_s f_y \frac{d_p}{s} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) \quad (6.11)$$

Dónde:

$\alpha$  : Alfa es la inclinación del estribo como se ilustra en la Figura 37. Aunque el esfuerzo inclinado optimiza el material, en la actualidad se prefiere colocarlo verticalmente. La razón de estos es que los ahorros obtenidos en el material no compensan los incrementos de los costos por mano de obra y por la supervisión especial que requiere el asegurar el sentido correcto de la inclinación, pues si existe cambio de signo en la fuerza cortante el concreto puede quedar sin refuerzo en el sentido necesario como se observa en la siguiente figura 37.

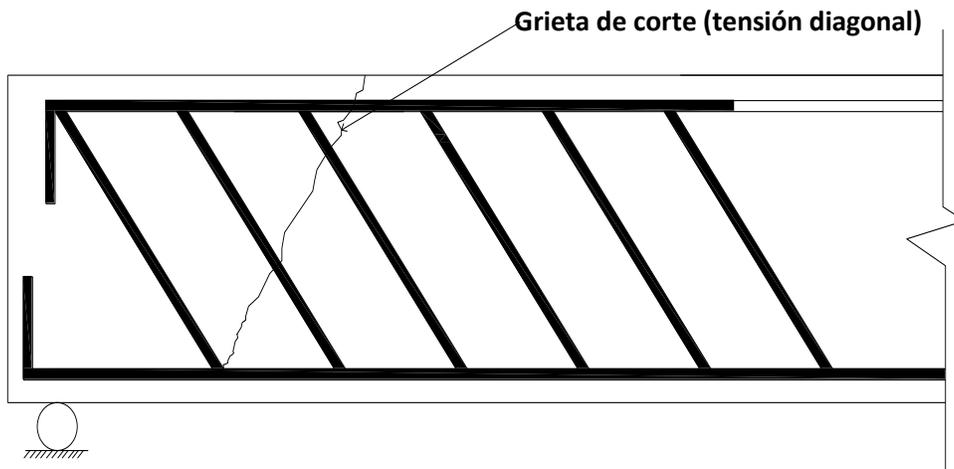


Figura 38. Malla electro soldada prefabricada como refuerzo al corte. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.106

### 6.3. Diseño del Refuerzo al Corte Según el ACI

Para el diseño del refuerzo al corte se adopta la práctica propuesta por el Instituto Americano del Concreto (ACI-318S-05) debido a su aceptación en gran parte del mundo y que se describe a continuación:

1. Por lo general, la viga es diseñada a flexión y se revisa al corte, por lo que para una sección considerada

$$\phi V_n \geq V_u$$

Dónde:

$\phi V_n$  = Es la fuerza cortante resistente provista por el concreto y el refuerzo

$\phi$  = Es un factor de reducción igual a 0.75

$V_u$  = Es la fuerza cortante desarrollada por las cargas de servicio factorizadas

2. Para el caso en que  $\phi V_n \leq V_u$ , entonces habrá que proveer de refuerzo en alma de tal manera que:

$$\phi V_n = V_u$$

Pero como:

$$\phi V_n = \phi(V_c + V_s)$$

Entonces:

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c \quad (47.0)$$

Dónde,  $V_c$  será el menor de  $V_{ci}$  o  $V_{cw}$ . De la ecuación (47.0) se determina la fuerza cortante con la que debe contribuir el refuerzo del alma y que sustituyendo en la ecuación (45.0) o (46.0) nos permite determinar el área de un estribo para una separación dada o la separación de estribos para un área dada, siendo más común este último.

$$S = \frac{A_v f_y d_p}{V_s} \quad (6.12)$$

Cuando obtenemos un valor negativo de la ecuación (48.0) para el valor de  $V_s$  querrá decir que estructuralmente no se necesita refuerzo en el alma. Sin embargo, es conveniente que cumpla con cierto armado mínimo para ciertas condiciones.

### 3. Especificaciones Y Requerimientos.

#### a) PRIMERA SECCIÓN CRÍTICA (VER FIG. (38))

1. Para apoyos de compresión: a  $h/2$  de la cara interior del apoyo
2. Para apoyos de tensión: en la cara interior del apoyo

**Nota:** Para apoyos de compresión se la fuerza cortante cambia radicalmente entre la cara interior del apoyo y la sección a  $h/2$ , entonces la sección crítica será la de la cara interior del apoyo.

#### b) ESPACIAMIENTO DE ESTRIBOS

Para:

$$0 < V_s \leq 1.1 * \sqrt{f'_c} * b_w d_p, s \leq \begin{cases} 0.75 h \\ 60.00 \text{ cm} \end{cases} \text{ (el menor)}$$

Para:

$$1.1 * \sqrt{f'_c} * b_w d_p < V_s \leq 2.1 * \sqrt{f'_c} * b_w d_p, s \leq \begin{cases} 0.75 \frac{h}{s} \\ 30.00 \text{ cm} \end{cases} \text{ (el menor)}$$

Para:

$V_s > 2.1 * \sqrt{f'_c} * b_w d_p$ , cambiar la sección de concreto

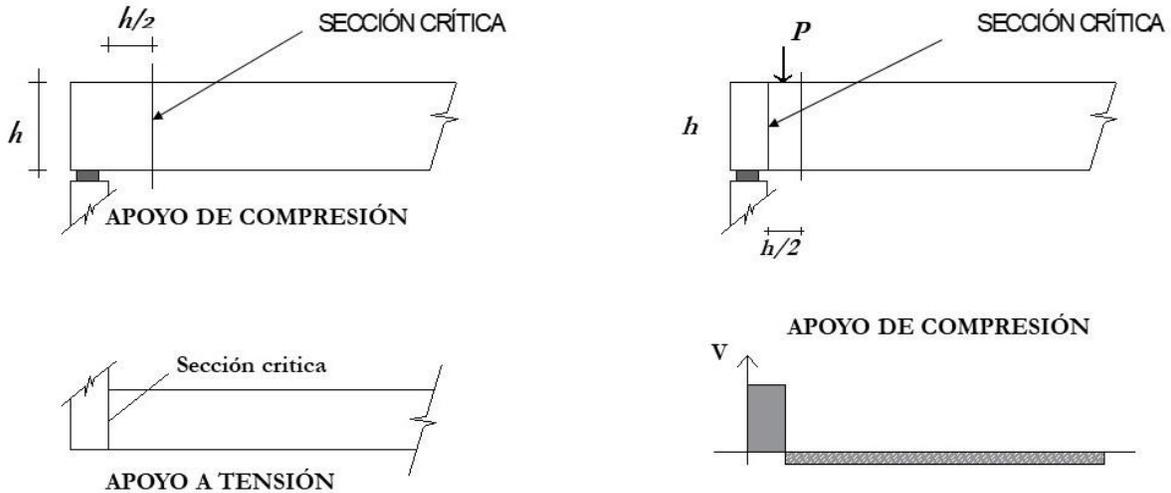


Figura 39. Primera sección crítica por corte en concreto presforzado. "Temas Fundamentales del Concreto Presforzado". Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.108

### c) Tipo de Acero de Refuerzo y Concreto

$$F_y \leq 4200.00 \text{ kg/cm}^2, \sqrt{f'_c} \leq 26.5 \text{ kg/cm}^2 \text{ para evaluar } V_{ci} \text{ ó } V_{cw}$$

(A menos que la cantidad de refuerzo al corte sea  $f'_c/350$  veces, pero no más de tres veces, la dada por las ecuaciones 49.0a y 49.0b)

### d) Refuerzo Mínimo

Si  $0 < V_u \leq \phi V_c/2$ , entonces no necesita acero de refuerzo

Si  $\phi V_c/2 < V_u \leq \phi V_c$ , entonces necesita un refuerzo mínimo

El área mínima de refuerzo estará dada por el menor valor obtenido de

$$A_v = \frac{3.5 b_w s}{f_y}$$

$$A_v = \frac{A_p}{80} * \frac{f_{pu}}{f_y} * \frac{s}{d_p} * \sqrt{\frac{d_p}{b_w}}, \text{ si } P_e \geq 0.40T \quad (6.13a \text{ y } 6.13b)$$

Donde:

$$T = A_p f_{pu} + A_s f_y$$

- e) Se deberá revisar el anclaje de los estribos según el artículo 12.13 del reglamento de construcciones del ACI.
- f) Se deberá tomar en cuenta que en concreto presforzado es usual no necesitar acero de refuerzo en la primera sección crítica mientras que sí se necesitará en otras secciones. Se sugiere hacer diagramas de  $V_u$  contra  $\phi V_c$  para detectar las zonas donde se requiere refuerzo ya sea estructuralmente o por especificación, según se ilustra en la Figura (40).

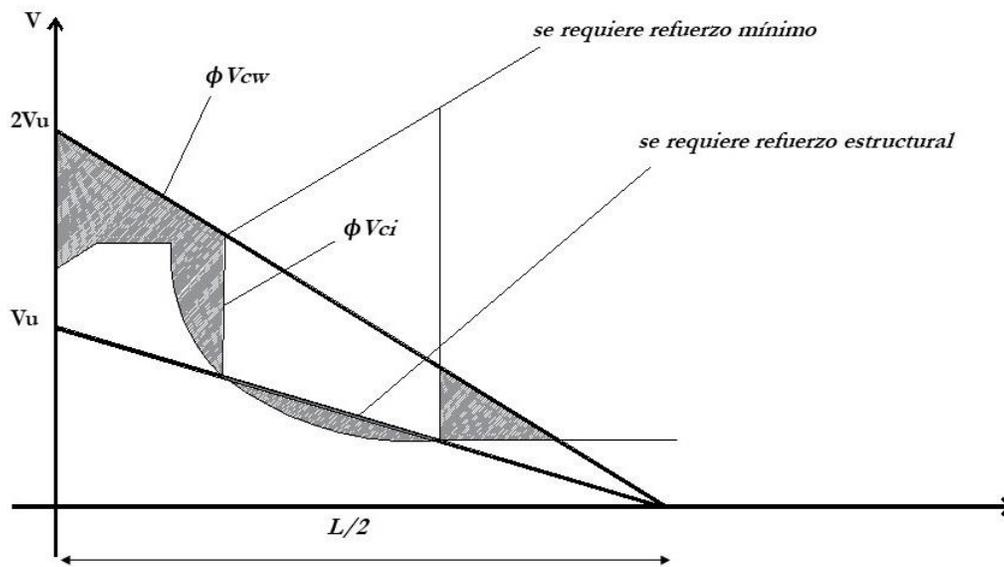


Figura 40. Diagrama de  $V_2$  versus  $\phi V_2$ . "Temas Fundamentales del Concreto Presforzado". Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.109

## Capítulo 7

# Perdidas de la Fuerza de Presfuerzo

Existen dos tipos de pérdidas de esfuerzos que se clasifican en instantáneas y diferidas o dependientes del tiempo.

Las pérdidas instantáneas ocurren por acortamiento elástico del concreto, fricción entre el cable y ductos u orificios, asentamiento de cuñas de anclaje y, en el caso de la construcción pretensada, por relajamiento del acero que ocurre entre el tensado del acero y la transmisión de la fuerza de presfuerzo del acero al concreto,

Las pérdidas diferidas se deben al acortamiento del concreto por flujo plástico a la retracción del concreto por pérdida de humedad y al relajamiento del acero. Estos tres fenómenos son función del tiempo, su rapidez es grande al principio hasta hacerse casi nula con el transcurso del mismo.

Tanto las pérdidas instantáneas como las diferidas sobre todo las últimas, son independientes; es decir, la pérdida por flujo plástico del concreto depende de la pérdida por relajamiento del acero, y ésta a su vez, depende de aquélla. Sin embargo, una buena aproximación consiste en considerarlas independientes entre sí, pero introduciendo ciertos factores empíricos para considerar esa interdependencia.

Las pérdidas solamente pueden calcularse cuando la viga ya está diseñada, es decir, cuando ya se conoce la fuerza de presfuerzo. En el diseño no hay más opción que estimar la pérdida. En el análisis, para revisar, se parte de la fuerza de diseño que debe aplicarse con el “gato” ( $P_j$ ) para, calculando las pérdidas instantáneas, obtener la fuerza inicial de presfuerzo ( $P_i$ ) y hacer una revisión en la fase inicial o de transmisión. En esta fase es donde se hacen los ajustes necesarios en la fuerza de diseño (pues se pudieron haber sobre estimado o subestimado las pérdidas) para cumplir los requerimientos de los códigos. Partiendo de la fuerza inicial se calculan las pérdidas diferidas para obtener la fuerza efectiva de presfuerzo ( $P_e$ ) y hacer la revisión de la viga en la fase final o de servicio.

### 7.1. Perdidas por Fricción

Cuando se empieza a tensar el acero de presfuerzo existe un deslizamiento de éste con respecto a los orificios en la construcción pretensada. Este deslizamiento produce una fuerza de fricción que se opone a la fuerza que aplica el “gato”, provocando que se reduzca. Debido a que en la construcción pretensada la fricción es pequeña ésta se desprecia.

## 7.2. Pérdidas por Deslizamiento de Cuñas de Anclaje

Una vez que el acero se ha tensado debe anclarse. Básicamente existen dos sistemas de anclaje, el anclaje a base de tuercas y el anclaje a base de cuñas. El anclaje a base de tuercas no presenta mayor problema en cuanto a pérdida se refiere, pues estaría en función de la deformación de los herrajes de anclaje que sería mínima, por lo cual se desprecia. El anclaje a base de cuñas sí es una fuente de pérdida en el esfuerzo que amerita su consideración, pues su deslizamiento permite que el acero recupere significativamente su longitud original traduciéndose en reducción de su esfuerzo.

Como la tracción existe en los ductos u orificios y el acero juega un papel importante en la determinación de esta reducción, se trata por separado para a construcción postensada y la pretensada.

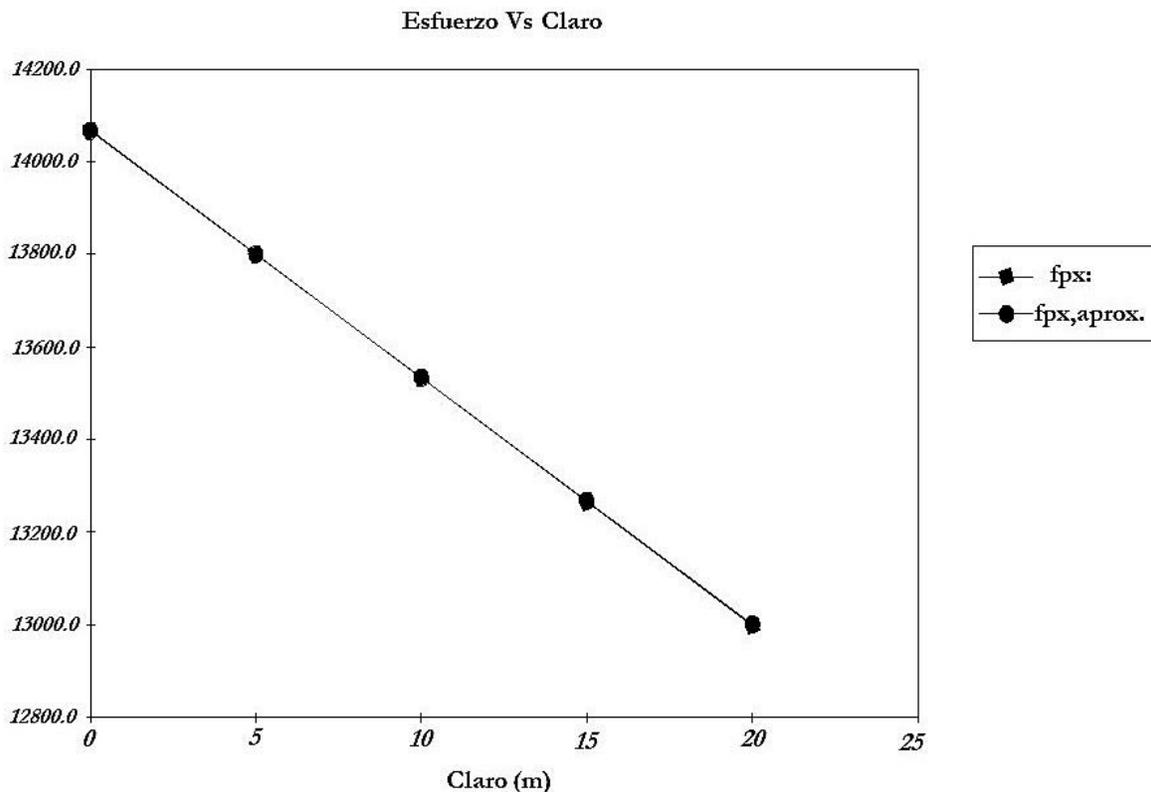


Figura 41. Variación del esfuerzo reducido por fricción a lo largo del claro. “Temas Fundamentales del Concreto Presforzado”. Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.126

### 7.2.1. Deslizamiento de Cuñas en Pretensado

En la construcción pretensada la fricción que existe entre los cables y los orificios de las formas o de los anclajes es despreciable; por lo tanto, el deslizamiento que existe de la cuña de anclaje se reparte uniformemente en toda la longitud del cable. Obviamente, mientras más largo sea éste la deformación unitaria será menor, por lo que la pérdida de esfuerzo también será menor. La pérdida de esfuerzo será:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\Delta l}{L}, \quad \Delta f_{p, des. cuña} = \bar{\epsilon} E_p, \quad \text{ó}$$

$$\Delta f_{p, \text{ des. cuña}} = \frac{\Delta l}{L} E_p \quad (7.0)$$

Dónde:

$\Delta l$  = *deslizamiento que experimenta la cuña al aflojar el gato*

$L$  = *longitud del cable*

$E_p$  = *módulo de elasticidad del acero de presfuerzo (cable trenzado)*

### 7.2.2. Pérdidas de Esfuerzo por Acortamiento Elástico del Concreto

Al transmitir la fuerza de presfuerzo del acero al concreto, éste se acortará elásticamente permitiendo que el cable recupere en algo su longitud original, lo que redundará en una pérdida de esfuerzo en el mismo. Para construcción pretensada será significativa la forma en que se afloje el acero de sus anclas para transmitir la fuerza de presfuerzo al concreto.

### 7.2.3. Acortamiento Elástico en Concreto Pretensado

Para esto se consideran dos casos. El primero cuando todos los cables se aflojan simultáneamente, y el segundo cuando los cables se aflojan uno a la vez secuencialmente.

#### a) Todos los cables se aflojan simultáneamente

En este caso, por la Ley de Hooke, la pérdida estará dada por la siguiente expresión:

$$\Delta f_{p, \text{ ela}} = \varepsilon_p E_p \quad (7.1)$$

Donde, debido a la adherencia entre el acero y el concreto  $\varepsilon_p = \varepsilon_c$ , y esta última deformación, que se debe al acortamiento elástico del concreto, está dada por:

$$\varepsilon_c = \frac{f_c}{E_{ci}} = -\frac{P_i}{A_c E_{ci}} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{M_o e}{E_{ci} I_c} \quad (7.2)$$

Substituyendo la ecuación (7.1), en su expresión reducida, en (7.2), nos queda

$$\Delta f_{p, \text{ ela}} = n_{ci} f_c \quad (7.3)$$

Donde:

$$n_{ci} = E_p / E_{ci}$$

$$E_{ci} = 15100 \sqrt{f'_c} \quad \text{kg/cm}^2 \quad (\text{para concreto normal})$$

$$f_c = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{M_o e}{I_c}$$

Para determinar  $f_c$ , necesitamos  $P_i$ , que se supone es la fuerza de presfuerzo que queda después de considerar las pérdidas instantáneas. Obviamente aun no conocemos  $P_i$ , por lo cual la suponemos como igual a  $0.9 P_j$  (la fuerza ejercida por el “gato”). Una vez evaluadas las pérdidas instantáneas se puede conocer  $P_i$  y en una segunda iteración usarla en lugar de del  $0.9 P_j$  par volver a calcular la pérdida por acortamiento elástico del concreto, pero por lo general no es necesario hacerlo. Nota: se está considerando la deformación por el acortamiento elástico en el centroide del acero de presfuerzo, de aquí que  $e$  esté elevado al cuadrado. La pérdida será diferente a cada sección, pues, aunque la excentricidad fuera constante el momento por peso propio es variable.

### 7.2.2. Los cables se aflojan una a la vez secuencialmente

En este otro caso, el primer cable que se afloja es el que más pérdida experimenta en su esfuerzo, pues cada vez que se aflojen los subsiguientes cables el concreto se acortará haciendo que este primer cable en aflojarse es el que menos pérdida experimenta. La pérdida de esfuerzo podrá determinarse para cada cable con la siguiente expresión.

$$(\Delta f_{p, ela})_n = n_{ci} * \left[ \frac{f_{pn} A_{pn}}{A_c} \left( 1 + \frac{e_n^2}{r^2} \right) - \sum_{k=n+1}^n \frac{f_{pk} A_{pk}}{A_c} \left( 1 + \frac{e_k e_n}{r^2} \right) + \frac{M_o e_n}{I_c} \right] \quad (7.4)$$

Dónde:

$$n_{ci} = E_p / E_{ci}$$

$f_{pn}$  = Esfuerzo en el cable considerado después de pérdidas por deslizamiento de cuñas y relajamiento del acero.

$A_{pn}$  = Área de sección del cable considerado.

$f_{pk}$  = Esfuerzo en los demás cables después de pérdidas por deslizamiento de cuñas y relajamiento del acero.

$A_{pk}$  = Área de la sección de cada uno de los demás cables.

$e$  = Excentricidad de los cables.

$A_c$  = Área de la sección de concreto.

$r$  = Radio de giro (centroidal) de la sección de concreto Radio de Giro.

La ecuación anterior sirve para determinar la pérdida del cable  $n$  cuando ya se aflojaron los  $N$  cables y es conveniente empezar por el ultimo. El primer término dentro de los corchetes representa la contribución subsiguiente de los cables  $n + 1, n + 2, \dots \dots N$ . En el primer término la excentricidad esta elevada al cuadrado porque se está considerando la deformación recuperada en el cable  $n$ , y la fórmula de la flexión simple quedarla:

$$f_c = \frac{M e_n}{I_c} = \frac{(f_{pn} A_{pn} e_n)(e_n)}{A_c r^2}$$

Y el segundo término como estamos considerando el efecto de otro cable  $\mathbf{n}$ , la fórmula de flexión simple quedaría:

$$f_{ck} = \frac{M e_n}{I_c} = \frac{(f_{pk} A_{pk} e_k)(e_n)}{A_c r^2}$$

Como una aproximación, para este segundo caso de la construcción pretensada, la pérdida promedio se puede estimar con la ecuación (7.3), donde  $\mathbf{e}$  es la distancia del centroide de todos los cables al centroide de la sección de concreto.

### 7.2.3. Pérdidas por Relajamiento del Acero

El relajamiento del acero es la pérdida de esfuerzo a longitud constante. Depende del tiempo y del nivel de esfuerzo inicial al que se somete el acero.

Aunque el relajamiento del acero que ocurre en el tiempo que transcurre entre el tensado y la transmisión de la fuerza del acero al concreto, es la construcción pretensada, no constituye una pérdida de esfuerzo instantánea, debe substraerse del esfuerzo inducido por el “gato” para poder calcular las pérdidas instantáneas. El esfuerzo en cualquier tiempo, considerado el relajamiento del acero, puede calcularse de una ecuación empírica propuesta por Magura, Sozen y Siess (1964) la cual sería:

$$f_p(t) = \left[ 1 - \frac{\log(t)}{10} \left( \frac{f_{pj}}{f_{py}} - 0.55 \right) \right] f_{pj} \quad (7.5)$$

Donde:

$$t \geq 1 \text{ hora}, \quad y \quad f_{pj} / f_{py} \geq 0.55$$

Usando la ecuación (10.6)

En el tensado

$$f_p(t_o) = \left[ 1 - \frac{\log(t_o)}{10} \left( \frac{f_{pj}}{f_{pi}} - 0.55 \right) \right] f_{pj}$$

En la transmisión

$$f_p(t_t) = \left[ 1 - \frac{\log(t_t)}{10} \left( \frac{f_{pj}}{f_{pi}} - 0.55 \right) \right] f_{pj} \quad (7.6)$$

Para un intervalo de tiempo  $\Delta t = t_t - t_o$ , tendremos

$$\Delta f_{p, rel} = \frac{\log(t_o) - \log(t_t)}{10} \left( \frac{f_{pj}}{f_{py}} - 0.55 \right) f_{pj}$$

Si tomamos  $t_o = 1hr$ . Tendremos:

$$\Delta f_{p, rel} = -\frac{\log(t_t)}{10} \left( \frac{f_{pj}}{f_{py}} - 0.55 \right) f_{pj} \quad (7.7)$$

Si requerimos el esfuerzo después del relajamiento, usaremos la siguiente relación:  $f_p(t) = f_{pj} - \Delta f_{p,rel}$ , que nos conduce a la ecuación (7.6). La ecuación (7.7) nos da la pérdida de esfuerzo, pero de hecho nos interesa el esfuerzo (reducido por relajamiento) en la transmisión, que se obtiene de la ecuación (7.6). Para acero de bajo relajamiento se substituye el 10, del denominador, por 45.

Una vez que se han calculado las pérdidas instantáneas se puede determinar la fuerza de presfuerzo inicial con la ecuación (1.1) ya vista anterior mente:

$$P_i = P_j - \Delta P_i \quad (1.1)$$

Donde

$$\Delta P_i = (\Delta f_p)_i * A_p$$

$(\Delta f_p)_i = \text{pérdidas instantaneas de esfuerzo}$

$A_p = \text{área total del acero de presfuerzo}$

Con la fuerza de presfuerzo inicial conocida ( $P_i$ ) se procede a la revisión, por esfuerzos permisibles, en la fase inicial. Usando las ecuaciones (4.2) y (4.3), se determinan los esfuerzos desarrollados en el concreto para compararlos con los permisibles. Usando las ecuaciones (4.9) y (4.10) se determina el esfuerzo desarrollado en el acero que también debe compararse con los permisibles.

La determinación de  $P_i$  nos permite continuar con el proceso de calcular, ahora, las pérdidas diferidas o dependientes del tiempo.

### 7.3. PERDIDAS DIFERIDAS

#### 7.3.1. PERDIDAS POR FLUJO PLÁSTICO DEL CONCRETO

**FLUJO PLÁSTICO DEL CONCRETO.** Este fenómeno se define como un cambio en la longitud del elemento (acortamiento) a esfuerzo constante. Aunque, debido a las pérdidas que experimenta la fuerza de presfuerzo el esfuerzo no es constante, para efectos prácticos se considera como tal un valor promedio del mismo. Este acortamiento del concreto permitirá que el acero recupere en algo su longitud original, produciéndose una pérdida de su esfuerzo. Experimentalmente se ha encontrado que este fenómeno del flujo plástico depende, además, del tiempo, de la dosificación del concreto, la humedad relativa del medio ambiente, las condiciones de curado y de la edad del concreto cuando se carga por

primera vez. La rapidez de variación del flujo plástico con respecto al tiempo es grande en los primeros meses y disminuye hasta hacerse casi cero cuando han transcurrido entre 5 y 6 años.

**COEFICIENTE DE FLUJO PLÁSTICO ULTIMO.** La deformación adicional por flujo plástico ( $\varepsilon_{cu}$ ) está relacionada con el esfuerzo en el concreto (no mayor de  $0.5f'_c$ ) en una forma casi lineal, por lo tanto, se puede definir el coeficiente de flujo plástico como la relación de la deformación por flujo a la deformación elástica inicial, o:

$$C_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{ci}} \quad (7.8)$$

Donde:

$\varepsilon_{ci}$  = deformación elástica inicial

$\varepsilon_{cu}$  = deformación adicional por flujo plástico (después de un largo periodo de tiempo)

**COEFICIENTE DE FLUJO PLÁSTICO UNITARIO (FLUJO PLÁSTICO ESPECIFICO).** La deformación adicional por flujo plástico se puede expresar en términos del esfuerzo por medio de un coeficiente que no es más que esa misma deformación por unidad de esfuerzo, o:

$$\varepsilon_{cu} = \delta_u f_{ci} \quad (7.9)$$

Donde:

$\delta_u$  = deformación por flujo plástico por unidad de esfuerzo

$f_{ci}$  = intensidad del esfuerzo elástico inicial

Combinando las ecuaciones (7.8) y (7.9) obtenemos:

$$C_u = E_{ci} \delta_u \quad (7.10)$$

El coeficiente de flujo plástico a cualquier tiempo ( $C_t$ ) se puede relacionar con el coeficiente de flujo plástico último por una ecuación propuesta por D. E. Branson y K. M. Kripanarayanan (1971,1977) avalada por el ACI y que se presenta a continuación:

$$C_t = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} C_u \quad (7.11)$$

o también:

$$\delta_t = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \delta_u \quad (7.12)$$

Donde  $t$  es el tiempo, en días, después de la carga. Branson recomienda usar 2.35 para  $C_u$  cuando no se dispone de información para su estimación.

Los valores de  $C_t$  ó  $\delta_t$ , que se obtienen con las ecuaciones (7.11) y (7.12) deben de modificarse si la edad de carga es diferente de 7 días y la humedad relativa del medio ambiente es diferente de 40% (condiciones prevalecientes en las pruebas experimentales). Como resultado tendremos dos factores, un por edad de carga diferente a 7 días y otro por humedad relativa del medio ambiente diferente a 40%. Es recomendable determinar estos factores como:

a) **Para concreto curado con humedad y edades de carga mayores de 7 días.**

$$F_{e.c.} = 1.25 t_{e.c.}^{-0.118} \quad (7.13)$$

Donde:

$$t_{e.c.} = \text{edad de carga en días.}$$

b) **Para concreto curado con vapor y edades de carga mayores de un día.**

$$F_{e.c.} = 1.13 t_{e.c.}^{-0.095} \quad (7.14)$$

c) **Para humedades relativas del medio ambiente mayores de 40%**

$$F_{h.r.} = 1.27 - 0.0067 H \quad (7.15)$$

Donde:

$$H = \text{humedad relativa del medio ambiente en porcentaje}$$

Según recomendaciones del comité ACI-ASCE el valor del coeficiente de flujo plástico se puede tomar, para concreto normal y ya neto, como:

d) **Para miembros pretensados:  $C_u = 2.00$**

El usar el 90% de la fuerza de presfuerzo en lugar de la totalidad es una recomendación (A. H. Nilson, 1987) para considerar que las perdidas diferidas no son independientes entre sí. Deberá considerarse únicamente las cargas permanentes o las cargas vivas sostenidas por un periodo de tiempo significativo. Para la construcción pretensada la pérdida por flujo plástico del concreto será diferente para cada sección.

### 7.3.2. Pérdidas por Retracción del Concreto

La retracción del concreto es un fenómeno físico que básicamente constante en el acortamiento del elemento por la pérdida de humedad (agua libre que no se necesita para la hidratación del concreto). Este acortamiento empieza a ocurrir desde el mismo instante en que empieza el fraguado del concreto. Puesto que el acortamiento comienza a ocurrir toda cuando todavía no exista presfuerzo en el elemento, no será causa de esfuerzo en el acero. Para poder considerar solo el acortamiento que ocurre cuando sí existe fuerza de presfuerzo, necesitamos alguna relación que nos permita calcularlo para tiempos diferentes. D.E. Branson y Kripanarayanan sugieren usar las siguientes relaciones:

#### a) Pérdidas por retracción del concreto

$$\epsilon_{sh, t} = \frac{t}{35+t} \epsilon_{sh, u} \quad (7.16)$$

Para concreto curado con vapor

$$\epsilon_{sh, t} = \frac{t}{55+t} \epsilon_{sh, u} \quad (7.17)$$

Donde:

$\epsilon_{sh, t}$  = *deformación por retracción a cualquier tiempo t*

$\epsilon_{sh, u}$  = *deformación última por retracción*

$t$  = *tiempo transcurrido, en días*

Para humedades relativas del medio ambiente diferentes a la que prevalecieron en la investigación (conducida por Branson y Kripanarayanan) se deberá usar un factor de corrección como sigue:

$$\text{Para } 40 < H \leq 80\% \quad F_{sh, h} = 1.40 - 0.010H$$

$$\text{Para } 80 < H \leq 100\% \quad F_{sh, h} = 3.00 - 0.030H$$

Con las ecuaciones (7.16) y (7.17) se puede determinar el acortamiento del elemento de concreto que ocurre cuando existe presfuerzo. La deformación última dependerá, además del tiempo, de factores como la humedad relativa del medio ambiente, de la relación agua-cemento del concreto, del armado del mismo,

del área expuesta, etc. Se recomienda usar, cuando no se dispone de información,  $800 \times 10^{-6}$  para concreto curado con humedad y  $730 \times 10^{-6}$  para concreto curado con vapor. La pérdida de esfuerzo en el acero de presfuerzo estará dada por la Ley de Hooke, ó:

$$\Delta f_{p, sh} = \epsilon_{sh} E_p \quad (7.19)$$

Donde:

$$\epsilon_{sh} = \epsilon_{sh, tf} - \epsilon_{sh, to}$$

La pérdida de esfuerzo por retracción del concreto es la misma para cualquier sección, independientemente de si se trata de elementos pretensados o postensados.

### 7.3.3. Pérdidas por Relajamiento del Acero

El relajamiento del acero es un fenómeno físico que consiste en la pérdida de esfuerzo a longitud constante (lo contrario del flujo plástico), aunque existe alguna reducción en longitud por el flujo plástico y la retracción del concreto. Para calcular la pérdida de esfuerzo por esta causa en el pretensado debemos considerar que el relajamiento que causa pérdida es el que ocurre después de la transferencia de la fuerza, pues el acero estará experimentando el relajamiento desde el momento que se tensa y se ancla en los “muertos” en espera del endurecimiento del concreto. Sustituyendo en la ecuación (7.5) tenemos:

Para concreto pretensado

$$\Delta f_{p, rel} = 0.9 f_{pi} \left( \frac{\log(t_f) - \log(t_t)}{10} \right) * \left( \frac{0.9 f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right) \quad (7.20)$$

Donde:

$t_f =$  tiempo final, en horas

$t_t =$  tiempo en la transferencia, en horas

Nótese que se ha modificado el esfuerzo inicial en el acero multiplicándolo por 0.9. Esta es una recomendación (A. H. Nilson, 1987) para considerar la interdependencia de las pérdidas diferidas.

### 7.4. Deflexiones de Vigas

Dentro de las ventajas que tiene el utilizar concreto presforzado es que podemos controlar las deflexiones de vigas con claros grandes por medio de las fuerzas de presfuerzo. Ya que se puede tener una viga con deflexiones nulas para cualquier claro y sistema de carga, gracias a la fuerza de presfuerzo. Sin embargo, para lograr lo anterior la viga presforzada deberá tener una contraflecha que se verá incrementada por el efecto del flujo plástico del concreto y que puede resultar inconveniente, desde el punto de vista de la serviciabilidad, cuando no estén actuando todas las cargas de servicio.

En concreto presforzado el problema de la disminución de la rigidez por agrietamiento de la sección es mucho menos crítico que en concreto reforzado. Existiendo la posibilidad de anularlo completamente, bajo condiciones de servicio, esto se lograría si la magnitud de la fuerza de presfuerzo se determina de tal manera que no se permitan en la sección esfuerzos de tensión mayores que los que resista el concreto. Sin embargo, al igual que en concreto reforzado, las deflexiones a largo plazo pueden llegar a ser críticas por el efecto del flujo plástico del concreto y la pérdida de la fuerza de presfuerzo, haciéndose necesario su determinación para asegurar que no se exceden los límites establecidos.

### 7.4.1. Deflexiones inmediatas de vigas no agrietadas (vigas clase U)

#### 7.4.1.1. Deflexiones producidas por el presfuerzo

Para determinar las deflexiones producidas por el presfuerzo se puede usar la carga equivalente del mismo y cualquier método de la Mecánica de Sólidos como el de la Viga Conjugada, por ejemplo. Esto es posible bajo el supuesto de que la sección no se agrietara en la fase inicial.

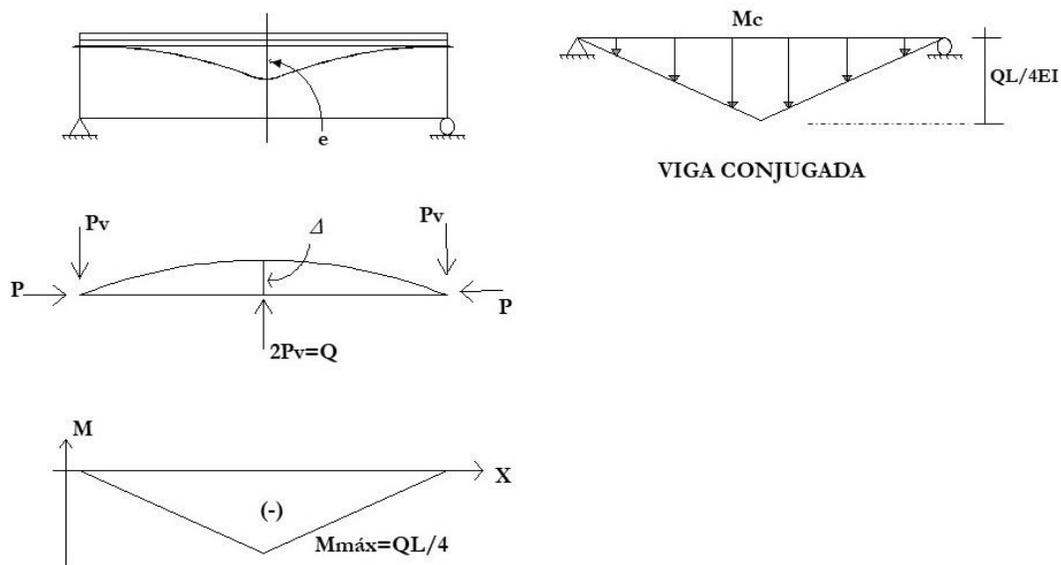


Figura 42. Deflexión debida al presfuerzo. "Temas Fundamentales del Concreto Presforzado". Dr. Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda Pág.153

## Manual de Uso de CATREA

---

El presente manual intenta guiar al usuario a potenciar el uso del programa CATREA (Calculo de Trabes Presforzadas Tipo AASHTO).

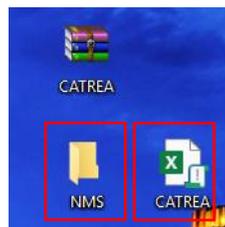
Especialmente indicado para usuarios con conocimientos sobre el diseño estructural de Puentes.

El programa fue elaborado con código de Visual Basic en un programa de Excel por lo que se busca que el programa sea interactivo y de fácil manejo para el usuario para que cuente con una herramienta que facilite su labor como estructurista.

1. Extraer los archivos del Winrar con el nombre de CATREA dando clic derecho sobre el archivo y damos clic sobre la opción de **extraer aquí**.



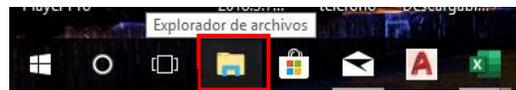
2. Al dar clic sobre esta opción saldrá una carpeta con el nombre de "NMS" y un archivo de excel con el nombre de "CATREA". A la carpeta le daremos clic derecho, se desplazará la pestaña de opciones y le daremos en copiar.



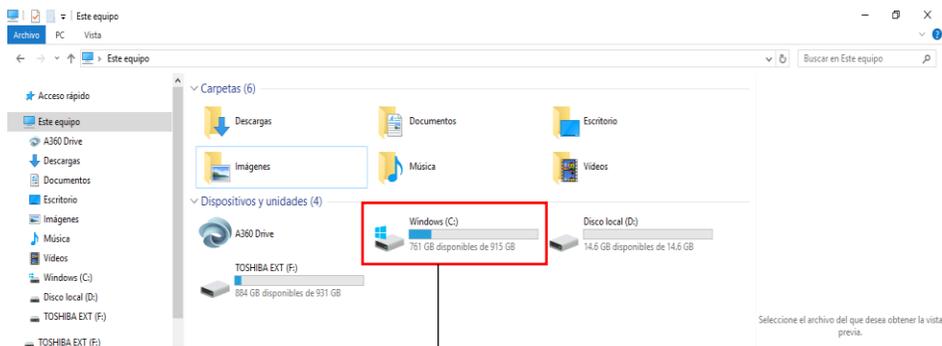
3. A la carpeta con el nombre “NMS” le daremos clic derecho y sobre la ventana que se desplegará buscaremos la opción de Copiar y le daremos clic.



4. Abriremos el “Explorador de Archivos” y buscaremos nuestro Disco local (C:) y daremos doble clic.

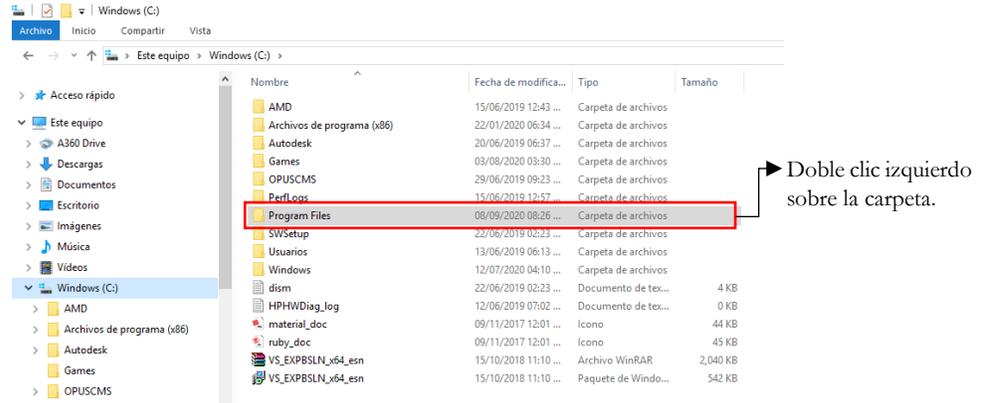


Doble clic izquierdo sobre el icono del Explorador de Archivos

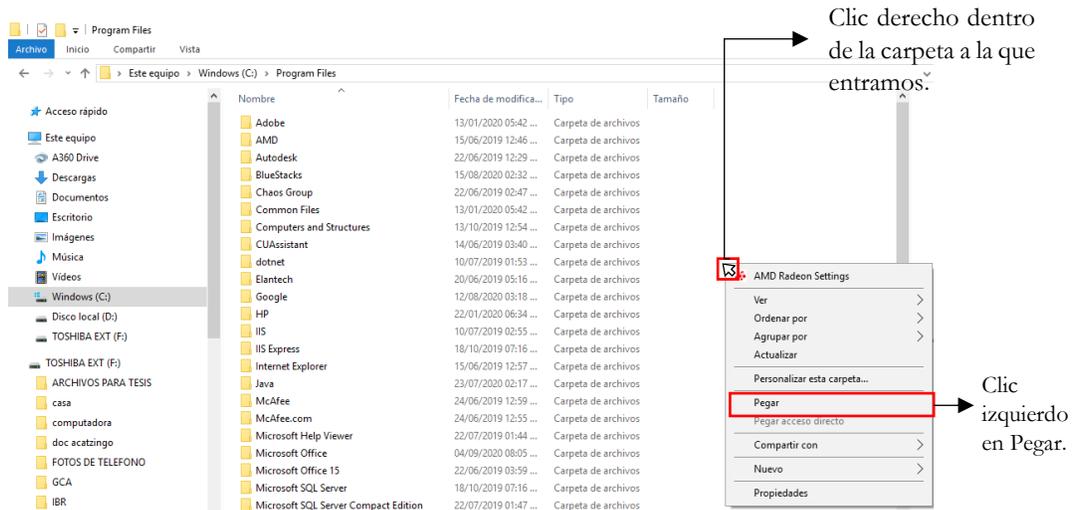


Localizar el disco local (C:) y dar doble clic izquierdo sobre él.

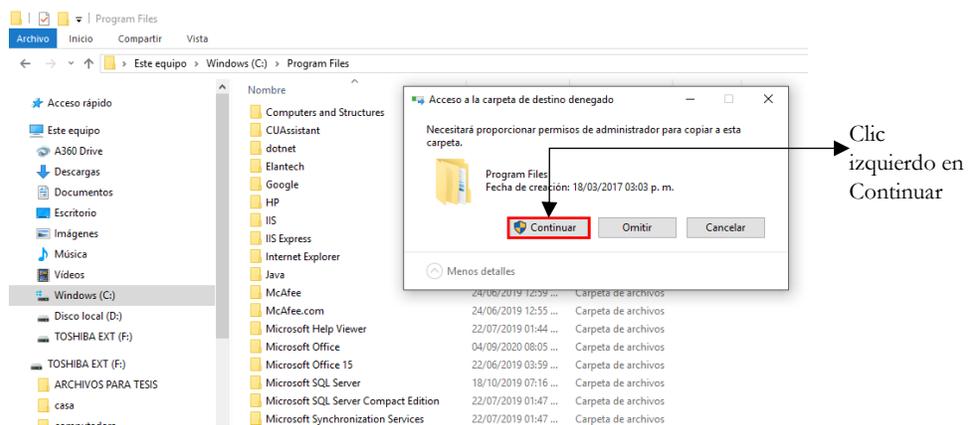
5. Buscaremos la carpeta con el nombre “Program Files” y daremos doble clic.



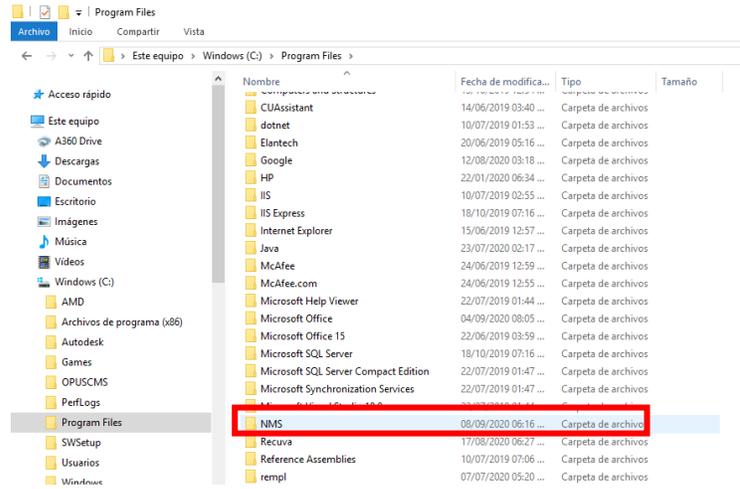
6. Dentro de esta carpeta le daremos clic derecho, se abrirá una ventana y le daremos clic en la opción pegar.



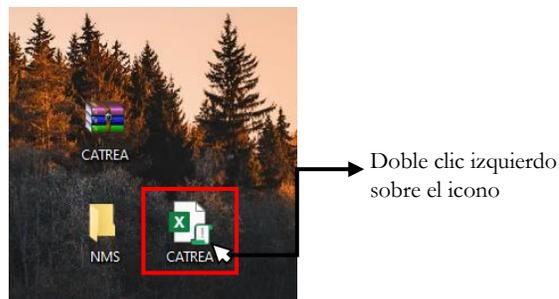
7. Al hacerlo saldrá una ventana con un mensaje que nos dice que debemos dar permiso para pegar la carpeta NMS en ese lugar, así que le daremos clic en el botón que dice “Continuar”.



8. Una vez hecho esto ya aparecerá la carpeta NMS aquí adentro, ahora cerramos el Explorador de Archivos y abriremos el archivo de excel con el nombre de CATREA.



9. Una vez fuera daremos doble clic sobre el programa de Excel con el nombre de CATREA



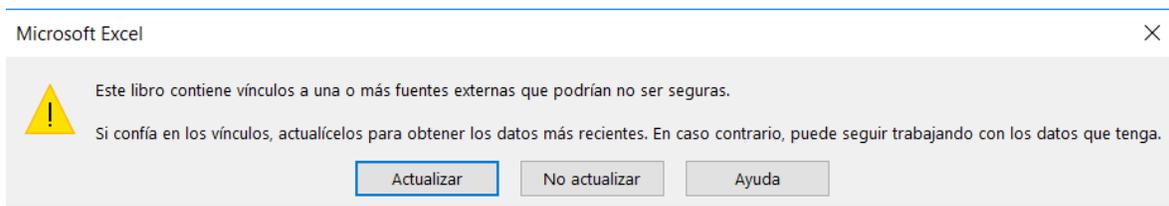
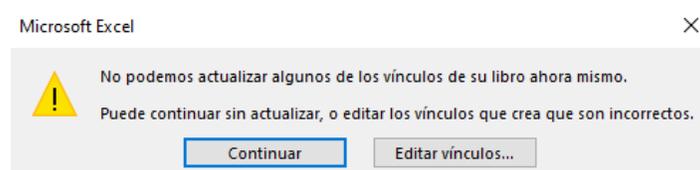
10. Al iniciar el programa nos saldrá una ventana con el logo del programa.



11. Daremos clic en el botón ACEPTAR para comenzar a trabajar sobre el programa.



**NOTA:** Si aparece alguna de las siguientes ventanas después de haber dado clic en aceptar a la ventana anterior:



Solo le debemos dar clic en el botón “Continuar” o “No actualizar” pues esta ventana aparece por que el programa con tiene vínculos hacia archivos externos, pero son totalmente seguros y no conllevan a que su equipo tenga algún riesgo.

12. Una vez que la ventana desaparece nos dará un primer panorama del programa donde nos indica que agreguemos los datos del proyecto como nombre, ubicación, nombre de la carretera y el kilómetro donde se encuentra, estos datos son opcionales ya que podemos o no agregar la información pues esto no interferirá con el programa, solo es con fines informativos.

DISEÑO DE TRABES PRETENSADAS TIPO AASHTO PARA PUENTES DE PASO VEHICULAR					
PROYECTO:					
UBICACIÓN:					
CARRETERA:					
KILOMETRO:					
<b>1. DATOS DEL PROYECTO:</b>					
Longitud del Cruce:	---	m	Tipo de Trabe:	AASHTO IV	
Distancia entre Apoyos:	0	m	Ancho de cada Carril:	3.5	m IMT
Ancho de Corona:	0	m	Ancho de Calzada:	0	m
Número de Tabos:	0	Pax(s)	Número de Carriles:	---	
Espacio entre Trabes:	0	m	Guarnición y Banqueta:	0	Kg/m
Longitud de Volados:	0.75	m	Espesor de Carpeta Asfáltica:	0	cm
Espesor de Losa:	0	cm	Factor de Distribución:	COURBON	
Tipo de Carga Vehicular:	T3-S3				
<b>2. DATOS DE MATERIALES:</b>					
Concreto en Losa ( $f'c$ ):	0	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volumétrico del Concreto:	2400	kg/m <sup>3</sup>
Concreto en Trabes ( $f'c$ ):	0	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volumétrico del Asfalto:	0	kg/m <sup>3</sup>
C. inicial en Trabes ( $f'c$ ):	---	kg/cm <sup>2</sup>	Acero de Refuerzo ( $f_y$ ):	4200	kg/cm <sup>2</sup>
Diámetro de torones:	0	cm	Acero de Presfuerzo ( $f_{ps}$ ):	19000	kg/cm <sup>2</sup>

Indice
Mostrar

**Nota: “Si queremos guardar el proyecto en PDF debemos asignar un nombre en la celda del nombre del “PROYECTO” pues de ahí se tomará el nombre del archivo”**

13. El programa está dividido por una serie de apartados que son:

- 1) Datos del Proyecto.
- 2) Datos de Materiales.
- 3) Propiedades de las Secciones Simples.
- 4) Cálculo de Ancho Efectivo.
- 5) Propiedades de la Sección Compuesta.
- 6) Análisis Longitudinal de Carga Viva.
- 7) Análisis Transversal de la Carga Viva.
- 8) Elementos Mecánicos Actuales en Trabe.
- 9) Envolverte del Momento por Carril.
- 10) Envolverte de Cortante por Carril.
- 11) Envolverte de Momento por Trabe.
- 12) Envolverte de Cortante por Trabe.
- 13) Cálculo del Factor de Impacto.
- 14) Análisis de Carga Muerta y Adicionales Sobre Cada Trabe.
- 15) Momento por Carga Muerta en 10 Puntos de la Trabe.
- 16) Cortante Ocasionado por carga Muerta (Ton).
- 17) Esfuerzo Admisible en el Concreto.
- 18) Ubicación del Centroide del Sistema de Presfuerzo.
- 19) Obtención de la Fuerza Presforzante.
- 20) Obtención del Área Presorzante.
- 21) Resistencia a la Flexión.
- 22) Elección del Presfuerzo.
- 23) Encamisado de los Torones.

- 24) Revisión de Presfuerzos en la Trabe en Diferentes Etapas de Servicio al Centroides del Claro.
- 25) Análisis de Esfuerzos en Distintos Puntos del Claro, Considerando - Encamisados.
- 26) Capacidad de Flexión al Centro del Claro.
- 27) Revisión de la Reserva de Resistencia Después del Agrietamiento.
- 28) Revisión por Fuerza Cortante.
- 29) Revisión de Deflexiones al Centro del Claro.

Para Facilitar la revisión del apartado de interés se cuenta con el botón de “Glosario” ubicado del lado derecho de la pantalla a un costado del primer apartado que son los Datos del Proyecto.

1. **DATOS DEL PROYECTO:**

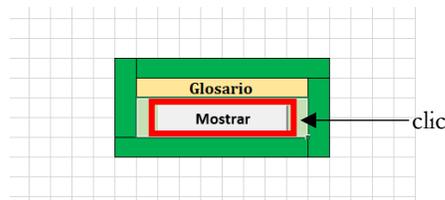
Longitud del Cruce:	30.3	m	Tipo de Trabe:	AASHTO IV	
Distancia entre Apoyos:	30	m	Ancho de cada Carril:	3.5	m
Ancho de Corona:	8	m	Ancho de Calzada:	7.2	m
Número de Tabes:	6	Pza(s)	Número de Carriles:	2	
Espacio entre Trabes:	1.3	m	Guarnición y Banqueta:	1000	Kg/m
Longitud de Volados:	0.75	m	Espesor de Carpeta Asfáltica:	12	cm
Espesor de Losa:	20	cm	Factor de Distribución:	COURBON	
Tipo de Carga Vehicular:	T3-S3				

IMT

Glosario

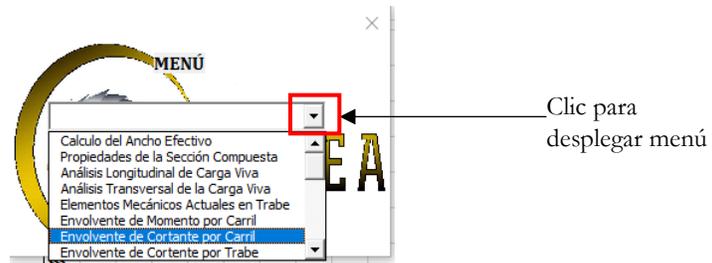
Mostrar

14. Al dar clic sobre el botón mostrar.

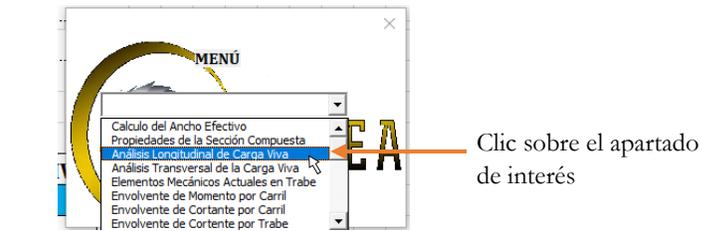


Se abrirá una ventana que el usuario podrá mover a su conveniencia y en la ventana encontraremos una barra desplegable, si damos clic al botón en forma de triángulo se desplegará una lista donde se encuentran todos los apartados ya mencionados y un botón que dice “Aceptar”.





La ventana de menú nos ayudará a poder movernos con facilidad al apartado de interés que queramos revisar, solo debemos dar clic sobre el apartado que deseamos y darle clic al botón de aceptar.



Al dar clic sobre el botón nos llevará a la ubicación del apartado seleccionado



15. En la parte inferior de la hoja de Excel encontramos que hay unas pestañas con los nombres: CTP, CTP1 y REPORTE.

**CTP:** Es el nombre de la primera hoja de cálculo del programa, en ella encontraremos los puntos del 1 al 23.

**CTP1:** Es el nombre que recibe la segunda hoja de cálculo del programa, en ella encontraremos los puntos del 24 al 29 del programa.

**REPORTE:** Es donde podremos encontrar un resumen de todo lo calculado en el programa además que podremos ver el contenido de lo que vamos a imprimir.

LOS 18 torones restantes tendran el siguiente encamisado

Torón tipo	No. de Torones encamisados	Área de Presf. (cm <sup>2</sup> )	Área de Presf. Encamisado (cm <sup>2</sup> )	Longitud desde CL (m)	Longitud desde Apoyo (m)	Longitud desde Extremo (m)
7	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	4	3.948	3.948	4.725	7.775	7.440
4	4	3.95	7.90	6.68	5.82	5.48
3	4	3.95	11.84	8.18	4.32	3.98
2	4	3.95	15.79	9.45	3.05	2.72
1	2	1.97	17.77	10.02	2.48	2.14
<b>Suma=</b>	18			<b>50<sup>o</sup> torón</b>	0.385	0.635

Clic para cambiar a consideración entre páginas del programa.

**16. Datos del Proyecto:** en este primer punto deberemos ingresar los datos del puente que se va a diseñar, así como el tipo de carga vehicular que se va a tomar en cuenta, el tipo de trabe que se va a emplear, si el ancho de carril se tomará el factor de AASHTO o de IMT y si el Factor de Distribución será calculado por el método de AASHTO o de Courbon.

**1. DATOS DEL PROYECTO:**

Longitud del Cruce:	---	m	Tipo de Trabe:	AASHTO IV	
Distancia entre Apoyos:	0	m	Ancho de cada Carril:	3.5	m IMT
Ancho de Corona:	0	m	Ancho de Calzada:	0	m
Número de Tabes:	0	Pza(s)	Número de Carriles:	---	
Espacio entre Trabes:	0	m	Guarnición y Banqueta:	0	Kg/m
Longitud de Volados:	0.75	m	Espesor de Carpeta Asfáltica:	0	cm
Espesor de Losa:	0	cm	Factor de Distribución:	COURBON	
Tipo de Carga Vehicular:	T3-S3				

Las casillas de color azul no se pueden modificar ya que son valores que se irán rellenando conforme se vayan colocando los valores de en las casillas en blanco, para poder cambiar el Tipo de Carga Vehicular, Tipo de Trabe, Ancho de carril y Factor de distribución daremos un clic sobre la casilla en blanco y aparecerá una pestaña con un triángulo, al dar clic sobre la pestaña se desplegará una lista con las opciones que tenga cada casilla.

Longitud del Cruce:	---	m
Distancia entre Apoyos:	0	m
Ancho de Corona:	0	m
Número de Tabes:	0	Pza(s)
Espacio entre Trabes:	0	m
Longitud de Volados:	0.75	m
Espesor de Losa:	0	cm
Tipo de Carga Vehicular:	T3-S3	

Clic sobre la casilla en blanco

Clic sobre la pestaña

Daremos clic sobre la opción que necesitemos y esta tomara su lugar en la casilla en blanco

Longitud del Cruce:	---	m
Distancia entre Apoyos:	0	m
Ancho de Corona:	0	m
Número de Tabes:	0	Pza(
Espacio entre Trabes :	0	m
Longitud de Volados:	0.75	m
Espesor de Losa:	0	cm
Tipo de Carga Vehicular:	T3-S3	
<b>DATOS DE MATER</b>		
Concreo en Losa (f'c):		

Clic sobre la opción que se adecue a nuestro proyecto

De igual forma en las casillas de “Tipo de Trabe y Factor de Distribución” se realizará este procedimiento para elegir la opción que mejor se adapte a nuestro proyecto.

1. Clic en la casilla.

2. Clic para desplegar la lista de opciones.

3. Selecciona una opción.

1. Clic en la casilla.

2. Clic para desplegar la lista de opciones.

3. Selecciona una opción.

17. **Datos de Materiales:** En este segundo punto de igual forma solo colocaremos los datos de los materiales de nuestro proyecto, las casillas en color azul cambiarán o se quedaras con los valores predeterminados que ya tienen.

2. **DATOS DE MATERIALES:**

Concreo en Losa (f'c):	0	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volumétrico del Concreto:	2400	kg/m <sup>3</sup>
Concreo en Trabes (f'c):	0	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volumétrico del Asfalto:	2200	kg/m <sup>3</sup>
C. inicial en Trabes (f'c):	---	kg/cm <sup>2</sup>	Acero de Refuerzo (f <sub>r</sub> ):	4200	kg/cm <sup>2</sup>
Diámetro de torones:	1.52	cm	Acero de Presfuerzo (f <sub>pu</sub> ):	19000	kg/cm <sup>2</sup>
FMcr:	1.2		Área de presfuerzo/Torón:	1.39	cm <sup>2</sup>
Humedad Relativa (RH):	0	%			

En la sección del “Diámetro de Torones” deberemos elegir el diámetro de los torones que utilizaremos ya sea de 1.52cm o de 1.27cm. para esto daremos clic sobre la casilla y aparecerá una pestaña, daremos clic sobre la pestaña y se desplegará la lista para elegir la opción a convenir.

**2. DATOS DE MATERIALES:**

Concreo en Losa (f'c):	250	kg/cm <sup>2</sup>
Concreto en Trabes (f'c):	350	kg/cm <sup>2</sup>
C. inicial en Trabes (f'c):	315	kg/cm <sup>2</sup>
Diámetro de torones:	1.52	cm
FMcr:	1.2	
Humedad Relativa (RH):	75	%

1. Clic en la casilla.

2. Clic para desplegar la lista de opciones.

Concreo en Losa (f'c):	0	kg/cm <sup>2</sup>
Concreto en Trabes (f'c):	0	kg/cm <sup>2</sup>
C. inicial en Trabes (f'c):	---	kg/cm <sup>2</sup>
Diámetro de torones:	1.52	cm
FMcr:	-----	
Humedad Relativa (RH):	1.27	
	1.52	

3. Elige la una opción

18. En la casilla de FMcr o Factor por Momento de Agrietamiento tiene un pequeño triángulo en la esquina superior derecha si acercamos el cursor o si damos clic en esta celda nos aparece un mensaje que nos dice:

**2. DATOS DE MATERIALES:**

Concreo en Losa (f'c):	250	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volumétrico del Concreto:	2400	kg/m <sup>3</sup>
Concreto en Trabes (f'c):	350	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volumétrico del Asfalto:	2200	kg/m <sup>3</sup>
C. inicial en Trabes (f'c):	315	kg/cm <sup>2</sup>	Acero de Refuerzo (f <sub>s</sub> ):	4200	kg/cm <sup>2</sup>
Diámetro de torones:					
FMcr:					
Humedad Relativa (RH):					

**FMcr (Factor por Momento de Agrietamiento): A menos que se especifique algo diferente; En cualquier sección no controlada por compresión de un elemento a flexión, la cantidad de refuerzo a tracción preesforzado y convencional debe ser adecuado para desarrollar una resistencia mayorada a a flexión. Mr por lo menos igual al menor de : 1.20 veces el momento requerido por la combinación de carga aplicable.**

Esto es solo un mensaje informativo para saber el porqué del valor 1.20.

19. Una vez que hemos ingresado los datos de nuestro proyecto le daremos clic al botón que se encuentra en la parte de debajo del punto (2) Datos de Materiales.

**2. DATOS DE MATERIALES:**

Concreo en Losa (f'c):	250	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volumétrico del Concreto:	2400	kg/m <sup>3</sup>
Concreto en Trabes (f'c):	350	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volumétrico del Asfalto:	2200	kg/m <sup>3</sup>
C. inicial en Trabes (f'c):	315	kg/cm <sup>2</sup>	Acero de Refuerzo (f <sub>s</sub> ):	4200	kg/cm <sup>2</sup>
Diámetro de torones:	1.52	cm	Acero de Presfuerzo (f <sub>ps</sub> ):	19000	kg/cm <sup>2</sup>
FMcr:	1.2		Área de presfuerzo/Torón:	1.39	cm <sup>2</sup>
Humedad Relativa (RH):	75	%			

**CALCULAR**

Clic en el botón Calcular

20. Al momento de haber dado clic sobre el botón “CÁLCULAR” el programa comenzara a realizar los cálculos necesarios para el proyecto. Si por alguna razón omitimos u olvidamos ingresar un dato dentro de los datos del proyecto o los datos de los materiales se abrirá una venta que nos dirá: “**Falta Introducir un Valor en los Datos del Proyecto**”.

Concreo en Losa (f'c):	0	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volum
Concreto en Trabes (f'c):	0	kg/cm <sup>2</sup>	Peso Volum
C. inicial en Trabes (f'c):	---	kg/cm <sup>2</sup>	Acero de Pe
Diámetro de torones:	0	cm	Acero de Pe
FMcr:	1.2		Área de pres
Humedad Relativa (RH):	0	%	

ADVERTENCIA CTP

Falta Introducir un Valor en los Datos del Proyecto

Al salir la ventana el proceso de cálculo del programa se detiene automáticamente

Si esto ocurre, debemos dar clic sobre el botón aceptar de la ventana para que se cierre y podamos ingresar el valor que nos faltó para proseguir con el cálculo.

ADVERTENCIA CTP

Falta Introducir un Valor en los Datos del Proyecto

Debemos dar clic en Aceptar e ingresar el dato para evitar que salga nuevamente la ventana

21. Dependiendo de la trabe AASHTO que vayamos a utilizar aparecerá la imagen de la sección y los valores de esta.

**3. PROPIEDADES DE LA SECCIÓN SIMPLE**

TIPO DE TRABE: **AASHTO IV**

PERALTE DE LA TRABE :	135	cm
DISTANCIA AL CENTROIDE:	61.487	cm
AREA DE LA SECCIÓN:	4974	cm <sup>2</sup>
MOMENTO DE INERCIA (I <sub>x</sub> ):	10261069.642	cm <sup>4</sup>
MÓDULO DE LA SECCIÓN SUP:	139581.445	cm <sup>3</sup>
MÓDULO DE LA SECCIÓN INF:	166882.303	cm <sup>3</sup>

22. En el cálculo del Ancho Efectivo, nos encontramos con un botón que dice Abrir Norma al dar clic sobre este botón nos mostrará la normativa AASHTO vigente que corresponde al cálculo del ancho efectivo.

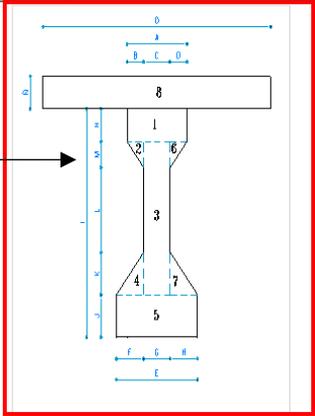
**4. CÁLCULO DEL ANCHO EFECTIVO:**

De acuerdo a la Normativa AASHTO vigente, "N.PRY.CAR.6.01.007/16" el ancho efectivo corresponderá a la menor de las siguientes expresiones:

**ABRIR NORMA**

23. También aparecerá la sección compuesta de la trabe que elegimos, así como sus propiedades al igual que en la sección simple.

**5. PROPIEDADES DE LA SECCIÓN COMPUESTA**



Sección Compuesta.

TIPO DE TRABE:	<b>AASHTO IV</b>	
PERALTE DE LA TRABE:	155	cm
DIST. AL CENTROIDE (Yc):	87.076	cm <sup>2</sup>
ÁREA DE LA SECCIÓN:	7171.401	cm <sup>4</sup>
MOMENTO DE INERCIA (Ix):	20964008.16	cm <sup>3</sup>
MÓDULO DE LA SECCIÓN INF:	240754.56	cm <sup>3</sup>
MÓDULO DE SECCIÓN (S <sub>L-T</sub> ):	437445.208	cm <sup>3</sup>
MÓDULO DE LA SECCIÓN SUP:	308640.392	cm <sup>3</sup>

Propiedades de la Sección Compuesta seleccionada.

24. En el Análisis Longitudinal de la Carga Viva nos muestra el vehículo que elegimos en nuestro proyecto además de que veremos las distancias entre ejes y las cargas que actúan en cada una de ellas por el método de tren de cargas.

**6. ANÁLISIS LONGITUDINAL DE LA CARGA VIVA:**

De acuerdo al claro analizado, se considera la Carga Viva Móvil actuante:

TIPO DE CARGA VEHICULAR: **T3-S3**

Vehículo seleccionado

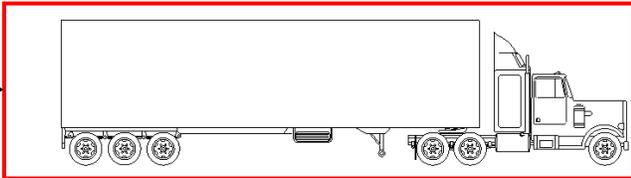


Imagen del vehículo seleccionado

**6.1. ANÁLISIS POR TREN DE CARGAS**

VEHICULO: **T3-S3**

	A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B	W
P(ton)	-	6.5	9.75	9.75	7.5	7.5	7.5	0	0	0	-	0.000
Dist. Ejes (m)	-	0	3.5	1.2	4.25	1.2	1.2	0	0	0	-	-

Distancia entre ejes y cargas del vehículo →

MOMENTO MÁXIMO												
Dist. Libre	0											0.00
X1-R =	6.36	m					RA =	22.91	Ton			
Xdist.R-P3 =	0.83	m					RB =	25.59	Ton			
XR-P2 =	5.33	m					Mmaxp =	282.42	Ton-m			

← Cálculo del momento máximo

CORTANTE MÁXIMO												
P(ton)	-	6.5	9.75	9.75	7.5	7.5	7.5	0	0	0	-	0.000
Dist. Ejes (m)	-	0	3.5	1.2	4.25	1.2	1.2	0	0	0	-	-
Dist. Libre	18.7											0
X1-R =	6.36	m					RB =	40.43	Ton			
RA =	8.07	Ton					VCL =	20.21	Ton			

→ Cálculo del Cortante Máximo

Enseguida tendremos un resumen de los valores que necesitaremos para continuar con nuestro cálculo.

ANÁLISIS LONGITUDINAL DE LA CARGA VIVA:	
* PESO TOTAL DEL VEHICULO:	48.50 Ton
* MOMENTO MÁX. ACTUANTE:	282.42
* CORTANTE MÁX. ACTUANTE:	40.43
* CORTANTE MÁX. AL CENTRO DEL CLARO:	20.21

25. El Factor de Distribución dependerá del método que hayamos elegido ya sea por Courbon o por AASHTO.

**7. ANÁLISIS TRANSVERSAL DE LA CARGA VIVA:**

Cálculo del Factor de Distribución:	<b>COURBON</b>
F.D.=	0.4075

← Aquí nos recordará la opción que tomamos al ingresar los datos del proyecto

26. En la parte de Envoltorio de Momento por Carril, Envoltorio de Cortante por Carril, Envoltorio de Momento por Trabe y Envoltorio de Cortante por Trabe encontraremos dos botones uno que dice “Generar Gráfica” y “Cerrar Gráfica”.

🔗 **Generar Gráfica:** Mostrará la gráfica de los valores de la tabla correspondiente a su apartado correspondiente.

### 9. ENVOLVENTE DE MOMENTO POR CARRIL

K= 1.255

L	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
M (T-m)	0.0	101.7	180.8	237.2	271.1	282.4	271.1	237.2	180.8	101.7	0.0

GENERAR GRÁFICA

CERRAR GRÁFICA

### 9. ENVOLVENTE DE MOMENTO POR CARRIL

K= 1.255

L	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
M (T-m)	0.0	101.7	180.8	237.2	271.1	282.4	271.1	237.2	180.8	101.7	0.0

GENERAR GRÁFICA

CERRAR GRÁFICA

### 10. ENVOLVENTE DE CORTANTE POR CARRIL

m= -1.348

L	V (Ton)
0	282.422
3	36.386



🔧 Cerrar Gráfica: Cerrará la gráfica generada previamente.

27. Cuando llegemos al punto **18. Ubicación del Centroide del Sistema de Presfuerzo** deberemos proponer un valor a partir del lecho inferior del patín de la sección.

### 18. UBICACIÓN DEL CENTROIDE DEL SISTEMA DE PRESFUERZO

Se propondría inicialmente un centroide a partir del patin inferior de la sección de:  cm.

La excentricidad efectiva  $e_{\text{efect.}}$  = 51.487 cm.

Esta será la primera aproximación para el sistema de presfuerzo, se propone inicialmente la ubicación del sistema de presfuerzo, a partir de esta se obtiene una primera aproximación de la fuerza presforzante, con la cual se obtiene una primera área mínima de presfuerzo, la cual se deberá comparar con el área de presfuerzo necesaria para la flexión o momento flexionante de diseño. estas dos áreas se compararán y la mayor de ellas nos dará la primera propuesta del presfuerzo colocar en el elemento.

28. En esta parte debemos hacer la distribución de torones en los diferentes niveles de las camas esto será a conveniencia del usuario.

**22. ELECCIÓN DEL PRESFUERZO**

El Número de Torones Necesarios será de:  de 1.52 Ø de cada uno

Área Real de Presfuerzo:  cm<sup>2</sup>

Colocar distancia entre torones, la mínima es de 5cm.

Distribución de torones.

Torones en <b>Cama 1:</b>	6	Torones
Torones en <b>Cama 2:</b>	6	Torones
Torones en <b>Cama 3:</b>	6	Torones
Torones en <b>Cama 4:</b>	6	Torones
Torones en <b>Cama 5:</b>	0	Torones
<b>Total:</b>	24	Torones

Separación entre <b>Borde Inferior</b> y <b>Cama 1:</b>	5	cm
Separación entre <b>Cama 1</b> y <b>Cama 2:</b>	5	cm
Separación entre <b>Cama 2</b> y <b>Cama 3:</b>	5	cm
Separación entre <b>Cama 3</b> y <b>Cama 4:</b>	5	cm
Separación entre <b>Cama 4</b> y <b>Cama 5:</b>	5	cm

Centroide de la Resultante del Sistema de Presfuerzo (**C<sub>R</sub>**):  cm.

29. **Encamisado de Torones:** en esta parte el usuario podrá distribuir a conveniencia los torones que deberán ser encamisados para evitar la adherencia con el concreto.

Torones encamisados que deberán ser distribuidos en los grupos de la trabe

**23. ENCAMISADO DE LOS TORONES**

Torones de presfuerzo sin encamisado

Los  Torones Restantes tendrán el siguiente encamisado

Grupo	No. de Torones encamisados	Área de Presf. (cm <sup>2</sup> )	Área de Presf. Encamisado (cm <sup>2</sup> )	Longitud desde CL (m)	Longitud desde Apoyo (m)	Longitud desde Extremo (m)
					15	15.15
7	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	4	5.56	5.56	6.12	8.88	8.27
3	4	5.56	11.12	8.66	6.34	5.73
2	4	5.56	16.68	10.61	4.39	3.78
1	4	5.56	22.24	12.25	2.75	2.14
<b>Suma=</b>	16				<b>50Ø torón</b>	<b>0.51</b>
						<b>0.76</b>

Acomodo de torones según el usuario

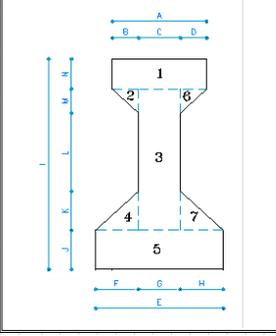
Factores de corrección

30. Cuando pasamos a la Revisión por Esfuerzos en la Trabe en Diferentes Etapas de Servicio, tendremos tres etapas la primera será por los esfuerzos generados por Fuerzas de Presfuerzo y Peso Propio de la Trabe, el segundo serán los mismos esfuerzos de la primera etapa más el Peso de la Losa y por último se calcularán los efectos de la segunda etapa más la Carga Muerta Adicional y la Carga Viva.

Etapa en la que estamos

24. REVISIÓN DE ESFUERZOS EN LA TRABE EN DIFERENTES ETAPAS DE SERVICIO AL CENTRO DEL CLARO

Etapa No.1 : Esfuerzos generados por la Fuerza de presfuerzo y Peso propio de la trabe (Sección simple)



Efecto	Valores a 15 m	UNIDADES
Pérdidas P.	8.11%	
$\delta_1$	13094.33	kg/cm <sup>2</sup>
Pi	436826.68	kg
M <sub>FP</sub>	13432500.00	kg-cm
e <sub>g</sub>	48.99	cm
I <sub>simple</sub>	10261069.64	cm <sup>4</sup>
S <sub>superior</sub>	139581.45	cm <sup>3</sup>
S <sub>inferior</sub>	166882.30	cm <sup>3</sup>
$\delta_{superior}$	-30.75	kg/cm <sup>2</sup>
$\delta_{inferior}$	-135.56	kg/cm <sup>2</sup>

Dónde:

$\delta_{superior}$	30.75	compresión	<	160	kg/cm <sup>2</sup>	Pasa
$\delta_{inferior}$	135.56	compresión	<	161	kg/cm <sup>2</sup>	Pasa

\* Se propone una pérdida que oscile entre el 8 y el 10%

6.6%	Pérdida Real
------	--------------

Generar Gráfica

Cerrar Gráfica

Muestra grafica de los esfuerzos de la trabe

Cierra la gráfica generada

Comenzaremos proponiendo una pérdida que oscile entre el 8 y el 10% y en la parte de abajo nos mostrará la pérdida real que se está generando con la cual podremos o no cambiar en la pérdida propuesta (decisión del usuario).

Enseguida tendremos un apartado de diseño de acero por tensión tradicional donde del diámetro de refuerzo propuesto podremos colocar el número que varilla a utilizar, dando un clic sobre la casilla con el número, aparecerá la pestaña a un lado y daremos clic ahí para elegir la varilla a utilizar.

DISEÑO DE ACERO POR TENSIÓN TRADICIONAL

Peralte del Área de Tensión de la Trabe:	0	cm	La sección está a compresión
Fuerza de Tensión :	0	kg	
Área de acero necesaria por Tensión:	0	cm <sup>2</sup>	No requiere Acero por Tensión Adicional
Ø de acero de refuerzo propuesto:	#4		
No. de varillas requeridas:	1	varillas	
Área de acero real por Tensión:	0	cm <sup>2</sup>	en la parte superior

Etapa No. 2: Efectos anteriores más el Peso de la Losa (Sección Simple)

Colocar número de varillas a utilizar

Dar clic para observar las opciones de las varillas

31. Una vez que pasamos las tres etapas de los esfuerzos tendremos la parte de las pérdidas de presfuerzo.

Perdidas por contracción en el concreto

Perdidas por Acortamiento Elástico

Perdidas por Flujo Plástico

Perdidas por Relajación en el Acero

**PERDIDAS DE PRESFUERZO**

Pérdidas por contracción en el concreto (SH)

SH= 1193 - 150\* RH

SH= 458 kg/cm<sup>2</sup>

Pérdidas por Acortamiento Elástico (ES)

$$ES = -\frac{E_s}{E_{ci}} \times F_{cir}$$

E<sub>s</sub>= 2000000 kg/cm<sup>2</sup>  
 E<sub>ci</sub>= 266223.59 kg/cm<sup>2</sup>  
 F<sub>cir</sub>= 732.21 kg/cm<sup>2</sup>

ES= 5500.68 kg/cm<sup>2</sup>

Pérdidas por Flujo Plástico (CRc)

CRc= 12 \* F<sub>cir</sub> - 7 \* F<sub>eds</sub>

F<sub>cir</sub>= 732.21 kg/cm<sup>2</sup>  
 F<sub>eds</sub>= 495.575 kg/cm<sup>2</sup>

CRc= 8786.47 - 3469.02 = 5317.45 kg/cm<sup>2</sup>

Pérdidas por Relajación en el Acero (CRs)

CRs= -1955.36 kg/cm<sup>2</sup>

Σ Pérdidas= 9816.34 kg/cm<sup>2</sup>

% Calc.= 68.887 %  
 % Prop.= 21.62 %  
 Total= 47.267 por lo que Las pérdidas de presfuerzo no son iguales

32. Análisis de Esfuerzos en Distintos Puntos del Claro, en esta parte nos pide que ingresemos de nueva cuenta la trabe tipo AASHTO que estamos utilizando, daremos clic sobre el tipo de la sección se abrirá una pestaña del lado derecho.

Clic sobre la celda con el nombre de la trabe

25. ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN DISTINTOS PUNTOS DEL CLARO, CONSIDERANDO ENCAMISADOS

TRABRE TIPO: **AASHTO IV**

ANCHO DE LA BASE: 40.6 cm

SEPARACIÓN ENTRE TORONES		
Cama 4 y Cama 5:	5	20.3
Cama 3 y Cama 4:	5	20.3
Cama 2 y Cama 3:	5	20.3
Cama 1 y Cama 2:	5	20.3
Borde Inferior y Cama 1:	5	

### ### ### ### ### ### ### ##

Aparecerá una pestaña, clic sobre ella para desplegar la lista

Al dar clic sobre ella se desplegará el listado de ellas, solo debemos dar clic sobre la opción que deseamos.

25. ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN DISTINTOS PUNTOS DEL CLARO, CONSIDERANDO ENCAMISADOS

TRABRE TIPO: **AASHTO IV**

ANCHO DE LA BASE: 40.6 cm

SEPARACIÓN ENTRE TORONES

Cama 4 y Cama 5:	5	20.3
Cama 3 y Cama 4:	5	20.3
Cama 2 y Cama 3:	5	20.3
Cama 1 y Cama 2:	5	20.3
Borde Inferior y Cama 1:	5	

### ### ### ### ### ### ### ##

Seleccionamos la misma trabe que elegimos en un inicio



36. A continuación, tendremos el conteo de cada grupo que se colocó dentro de las celdas, así como el número de torones colocados en cada cama.

En resumen:									
0	Torones sin encamisar	Longitud =	0.00	m	,	8 torones	Torones cama 5 =	0	torones
1	Torones encamisados Grupo 1	Longitud =	4.90	m	,	0 torones	Torones cama 4 =	0	torones
2	Torones encamisados Grupo 2	Longitud =	6.17	m	,	0 torones	Torones cama 3 =	0	torones
3	Torones encamisados Grupo 3	Longitud =	7.68	m	,	0 torones	Torones cama 2 =	0	torones
4	Torones encamisados Grupo 4	Longitud =	9.65	m	,	0 torones	Torones cama 1 =	0	torones
5	Torones encamisados Grupo 5	Longitud =	0.00	m	,	0 torones		0	torones
6	Torones encamisados Grupo 6	Longitud =	0.00	m	,	0 torones			
7	Torones encamisados Grupo 7	Longitud =	0.00	m	,	0 torones			
						<b>Total:</b>	<b>8</b>	<b>torones</b>	

Después de esto se mostrarán las tablas donde se encuentran los análisis del momento flexionante, el cortante y de los esfuerzos en distintos puntos del claro, esto es considerando los encamisados que se le asignaron a cada grupo al que le asignamos a los torones.

37. En el punto (26) “Capacidad de Flexión al Centro del Claro” esta revisión a la ruptura nos mostrará un mensaje donde nos dirá si el Momento Resistente Cumple o si la Capacidad a flexión es rebasada.

**26. CAPACIDAD DE FLEXIÓN AL CENTRO DEL CLARO:**

Mu =	572.80	Ton-m	La cantidad del Bloque de esfuerzos equivalente es:
Dp =	80.00	cm	a = 27.314 cm
Pp =	0.0038	cm	Wp = 0.2902 cm
FPS =	18999.10	kg/cm <sup>2</sup>	φ = 1
<b>Mn=</b>	<b>70081674</b>	<b>kg/cm<sup>2</sup>= 700.82</b>	<b>T-m &gt; 572.80 T-m</b> <b>El Momento Resistente cumple</b>

Si cumple la condición de  $M_n > M_u$ , si no dirá que la Capacidad de Flexión es Rebasada.

38. En el punto (27) Revisaremos la resistencia que tiene la sección después del agrietamiento y al igual que en el punto anterior tendrá un mensaje que nos dirá si cumple o no con la condición, ya que se debe garantizar que la resistencia última a flexión se presente después del agrietamiento.

**27. REVISIÓN DE LA RESERVA DE RESISTENCIA DESPUES DEL AGRIETAMIENTO:**

Esfuerzo a tensión adicional (Fad)=	64.761	kg/cm <sup>2</sup>	Mad=	3598147.643	kg-cm
Momento de Agrietamiento al centro del claro (Mcr)=	382.699	T-m			
Se deberá cumplir la condición:	1.83	>	1.20	<b>Cumple</b>	

Si cumple la condición de  $M_n > 1.20M_{agr}$ , dirá que cumple, si no dirá que la condición no se cumple

39. En el punto (28) Revisión por Fuerza Cortante nos mostrara el peralte de la sección compuesta que elegimos, ahora solo debemos seleccionar el diámetro del estribo que propondremos, para esto debemos dar clic sobre el número que se muestra enseguida, al hacerlo saldrá una pestaña y le daremos clic para que salga la lista de los diámetros de estribos.

28. REVISIÓN POR FUERZA CORTANTE:

Peralte de la sección compuesta: 90 cm

Ø de estribo propuesto: #4    Área de varilla de: 1.27 cm<sup>2</sup>

$\phi = 0.85$

Clic izquierdo sobre el número para que aparezca la pestaña.

Clic sobre la pestaña para que aparezca la lista

	Longitud del Claro (m)					
	Ext.	3.00	6.00	9.00	12.00	15.00
Vu (Ton)	88.19	75.40	62.62	49.84	37.05	24.27
$\phi Vc$ (Ton)	15.17	15.17	15.17	15.17	15.17	15.17
Sep (cm)	10	10	15	20	25	25
$\phi Vs$ (Ton)	81.61	81.61	54.41	40.81	32.64	32.64
Vu (Ton)	96.78	96.78	69.58	55.98	47.81	47.81
	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple

Peralte de la sección compuesta: 90 cm

Ø de estribo propuesto: #4    Área de varilla de: 1.27 cm<sup>2</sup>

$\phi = 0.85$

Selecciona la opción que deseas

	Longitud del Claro (m)					
	Ext.	3.00	6.00	9.00	12.00	15.00
Vu (Ton)	88.19	75.40	62.62	49.84	37.05	24.27
$\phi Vc$ (Ton)	15.17	15.17	15.17	15.17	15.17	15.17
Sep (cm)	10	10	15	20	25	25
$\phi Vs$ (Ton)	81.61	81.61	54.41	40.81	32.64	32.64
Vu (Ton)	96.78	96.78	69.58	55.98	47.81	47.81
	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple

40. Por último, en el punto (29) se realiza la Revisión de Flexiones al Centro del Claro donde se muestran las tres etapas por la que pasa la sección que son:

✚ Fuerza de Presfuerzo y Peso Propio de la Trabe.

**Etapas No. 1 - Fuerza de presfuerzo y peso propio de la trabe (Secc. Simple)**

$$\Delta_{PP} = 17.209 \text{ cm}$$

$$\Delta_{PRESF} = -77.838 \text{ cm}$$

$$\Delta = -60.629 \text{ cm}$$

✚ Efectos de la Fuerza de Presfuerzo y Peso Propio de la Trabe más Peso de la Losa.

**Etapas No. 2 - Efectos anteriores más peso de la losa (Secc. Simple)**

$$\Delta_{LOSA} = 32.683 \text{ cm}$$

✚ Efectos de la etapa No. 2 más Carga Muerta Adicional más Carga Viva.

Etapla No. 3 - Efecto de la Etapa No. 2 más carga muerta adicional más carga viva (Sección Compuesta)

$$\begin{array}{r} \Delta_{CMA} = 7.496 \text{ cm} \\ \Delta_{CV+I} = 7.438 \text{ cm} \\ \hline 14.934 \text{ cm} \end{array}$$

$$\Delta_{TOTAL} = -13.012 \text{ cm}$$

Con esto podremos obtener la deflexión neta y la deflexión neta a largo plazo.

Empleando los multiplicadores del Manual de Diseño del Instituto del Concreto Presforzado, la deflexión neta hacia:

$$\begin{array}{r} \Delta_{PP} = 31.84 \text{ cm} \\ \Delta_{PRESF} = -79.64 \text{ cm} \\ \hline -47.802 \text{ cm} \end{array}$$

La deflexión neta a largo plazo, empleando los multiplicadores mencionados es:

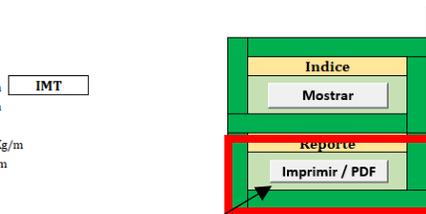
$$\begin{array}{r} \Delta_{PP} = 41.30 \text{ cm} \\ \Delta_{PRESF} = -171.24 \text{ cm} \\ \Delta_{LOSA} = 75.17 \text{ cm} \\ \Delta_{CMA} = 22.49 \text{ cm} \\ \Delta_{CV+I} = 14.93 \text{ cm} \\ \hline -17.35 \text{ cm} \end{array}$$

41. Una vez terminado el proyecto podremos **Imprimir** y **Guarda en PDF** un reporte del trabajo que hemos realizado para ello, dirígete al inicio del proyecto y donde encontramos el botón que nos muestra el índice en la parte de abajo dice “Reporte” seguido de un botón con nombre **Imprimir/PDF**, dar clic sobre el.

1. DATOS DEL PROYECTO:

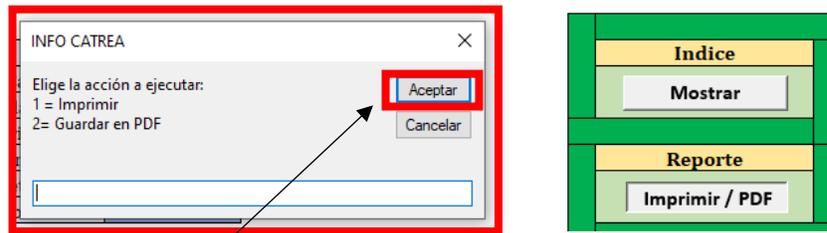
Longitud del Cruce:	13.6	m
Distancia entre Apoyos:	13	m
Ancho de Corona:	14	m
Número de Trabes:	10	Pza(s)
Espacio entre Trabes:	1.5	m
Longitud de Volados:	0.25	m
Espesor de Losa:	20	cm
Tipo de Carga Vehicular:	T3-S2-R4	

Tipo de Trabe:	AASHTO IV	
Ancho de cada Carril:	3.5	m
Ancho de Calzada:	12	m
Número de Carriles:	3	
Guarnición y Banqueta	1000	Kg/m
Espesor de Carpeta Asfáltica	12	cm
Factor de Distribución:	COURBON	



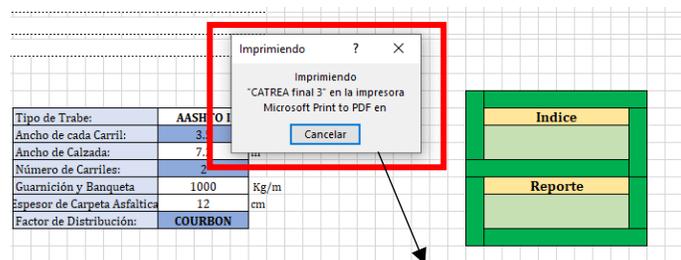
Clic sobre el botón

Una vez que demos clic sobre el botón saldrá una venta donde nos pedirá que coloquemos el número 1 si realizamos una impresión o el número 2 si será guardado en PDF (si se coloca un número diferente saldrá una ventana que nos dirá que coloquemos el número correcto en el menú)



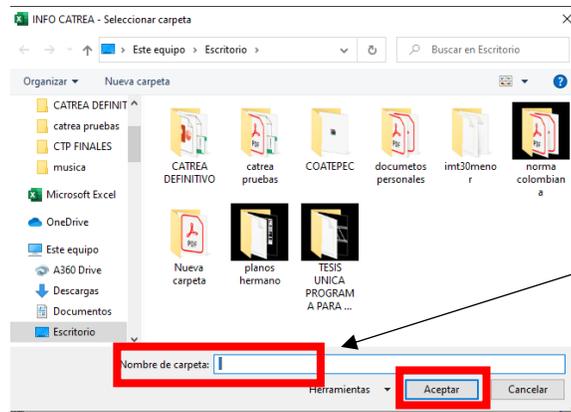
Escribir el número “1” para Imprimir o “2” para guardar en PDF y dar clic en el botón **Aceptar**

- Si escribimos el número “1” y damos en Aceptar saldrá una venta donde nos dice que se está imprimiendo el reporte de CATREA.



Al dar clic saldrá una ventana mostrando que la impresión se estará realizando.

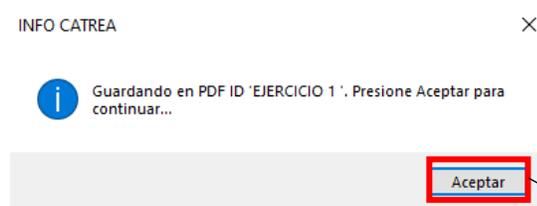
- Si escribimos el número “2” y damos en Aceptar saldrá una venta donde deberemos seleccionar el lugar donde queremos guardar el archivo una vez seleccionado daremos en aceptar y se guardará con el nombre con el que hayamos nombrado al proyecto en el programa.



Aparecerá el nombre del lugar que elegimos

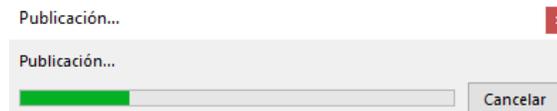
Clic en aceptar una vez elegido el lugar donde se guardará el archivo

Una vez que le dimos aceptar aparecerá una ventana que nos indica que se está realizando el proceso de guardado en PDF y daremos clic en aceptar.



clic

Inmediatamente saldrá otra ventana donde nos dice que se está realizando la publicación una vez terminado tendremos nuestro PDF en el lugar que indicamos.



42. El reporte impreso contará con hojas membretadas con el logo del programa, la hora y fecha de impresión y con la carátula de presentación del reporte de proyecto.

**Logotipo del Programa**

**Nombre del Proyecto**

**Ubicación del Proyecto**

**Nombre de Carretera donde se Elaborará la Obra**

**Kilómetro donde se Elaborará la Obra**

**Fecha de Elaboración del Reporte**

**REPORTE DE ANÁLISIS DE CATREA**

PROYECTO: \_\_\_\_\_ SIN NOMBRE

UBICACIÓN: \_\_\_\_\_ SIN NOMBRE

CARRETERA: \_\_\_\_\_ SIN NOMBRE

KILOMETRO: \_\_\_\_\_ SIN NOMBRE

marzo, 19 de enero de 2021

**Caratula del Proyecto**

**Logotipo**

**Título de la Hoja**

**Contenido de la Hoja**

**No. De Página**

**CALCULO DE TRABES PRETENSADAS TIPO AASHTO**

**1. DATOS DE PROYECTO**

Longitud del Casco:	25.3 m	Longitud de Vialidad:	68 m
Distancia entre Apoyos:	25 m	Espesor de Losa:	18 cm
Ancho de Carriaje:	10 m	Ancho de Calzada:	32 m
Número de Tramos:	5 (3+2)	Número de Carriajes:	2
Espesor en Tramos:	21 m	Ancho de cada Carriaje:	35 m

Características y Resistencia:	1000 kg/m	Tipo de Carga Vehicular:	(S-3)
Espesor de Capa Asfáltica:	10 cm	Tipo de Trabe:	AASHTO IV
Factor de Distribución:	COEF.DIST		

**2. DATOS DE MATERIALES**

Gravidad en Losa (γ <sub>l</sub> ):	250 kg/cm <sup>3</sup>	Peso Volumétrico del Concreto:	2400 kg/m <sup>3</sup>
Gravidad en Tramos (γ <sub>t</sub> ):	200 kg/cm <sup>3</sup>	Peso Volumétrico del Asfalto:	2200 kg/m <sup>3</sup>
C. Unidad en Tramos (γ <sub>u</sub> ):	335 kg/cm <sup>3</sup>	Ancho de Refuerzo (R <sub>l</sub> ):	4200 kg/cm <sup>2</sup>
Diámetro de Comos:	1.27 cm	Ancho de Pandebrasa (P <sub>ab</sub> ):	19000 kg/cm <sup>2</sup>
FMen:	1.2	Área de protuberancias / Enlaces:	0.597 cm <sup>2</sup>
Elasticidad Relativa (ER):	70 %		

**3. PROPIEDADES DE LA SECCIÓN**

TIPO DE TRABE: AASHTO IV

PERALTE DE LA TRABE:	135 cm
DISTANCIA AL CENTROIDE:	61.487 cm
ÁREA DE LA SECCIÓN:	4.974 m <sup>2</sup>
MOBILIDAD DE ENERGÍA (I <sub>y</sub> ):	10261049.642 cm <sup>4</sup>
MODELO DE LA SECCIÓN SUP:	1.39581445 m <sup>2</sup>
MODELO DE LA SECCIÓN INF:	166882.303 cm <sup>2</sup>

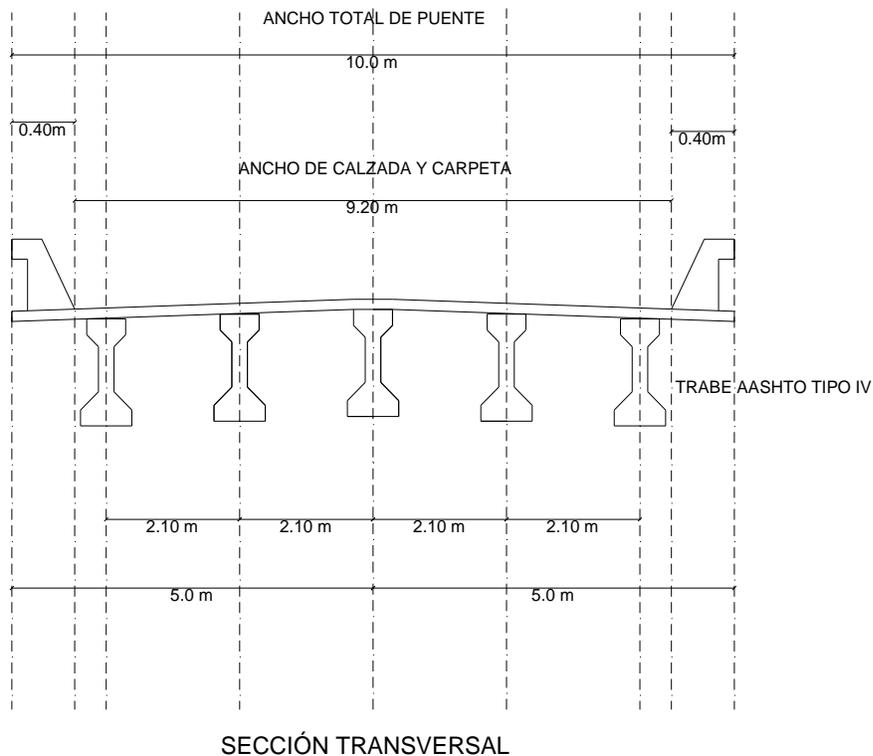
**2**

**Formato de las Hojas del Reporte**

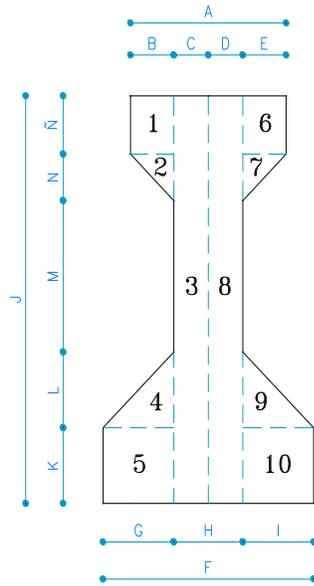
## Ejercicio

El Ejercicio fue tomado como referencia para la prueba del programa "CATREA" de la tesis "Calculo de una Superestructura de un puente presforzado con traveses AASHTO" del Ing. Armando Rafael Bazán Tépac, Universidad Veracruzana, mayo 2013. Al realizar los cálculos a mano se detectó un error en sus cálculos por lo que se realizó la corrección y se cotejó con los datos del programa realizado obteniendo buenos resultados.

Un puente vehicular tiene un claro libre de 25m y un ancho de calzada de 9.2 m. La superestructura está formada por 5 traveses AASHTO tipo IV de 1.35 m de peralte, una losa de concreto reforzado de 18 cm de espesor. La superficie de rodamiento es asfáltica con un espesor de 10cm. Se utilizarán torones de baja relajación de 1/2" de diámetro con un esfuerzo de ruptura de 19,000 kg/cm<sup>2</sup> y el de la losa 250 kg/cm<sup>2</sup>.



Dimensiones de la sección AASHTO propuesta:



A =	<b>50</b>	cm
B =	15	cm
C =	20	cm
D =	15	cm
E =	<b>66</b>	cm
F =	23	cm
G =	20	cm
H =	23	cm
I =	<b>135</b>	cm
J =	20	cm
K =	23	cm
L =	57	cm
M =	15	cm
N =	20	cm

**Datos del Proyecto:**

Distancia entre Apoyos: 25 m

Ancho de Corona: 10 m

Número de Traves: 5 traves tipo AASHTO IV

Espacio entre Traves: 2.10 m

Espesor de Losa: 18 cm

Ancho de Calzada: 9.20 m

Espesor de Carpeta Asfáltica: 10 cm

Concreto en Losa: 250 kg/cm<sup>2</sup>

Concreto en Traves: 350 kg/cm<sup>2</sup>

Diámetro de Torones: 1.27 cm

Peso Volumétrico del Concreto: 2400 kg/cm<sup>2</sup>

Peso Volumétrico del Asfalto: 2200 kg/cm<sup>2</sup>

Acero de Refuerzo: 4200 kg/cm<sup>2</sup>

Acero de Presfuerzo: 19000 kg/cm<sup>2</sup>

Área de Presfuerzo del Torón: 0.987 cm<sup>2</sup>

### Obtención de Datos Faltantes:

**Longitud de cruce**= Distancia entre apoyos + culata = 25 m + 30 cm = **25.30 m**

**Longitud de Volados**= (Ancho de Corona – Espacio Entre Trabes \* Número de Trabes -1) /2  
= (10m-(2.10m \*(5-1))) /2 = **0.8 m**

**Ancho de Carril**= Se utilizará el valor dado por el IMT que es de 3.50 m ∴ = **3.50 m**

**Número de Carriles**= Ancho de Calzada /Ancho de Carril = 9.20 m /3.50 m = 2.63m ∴ = **2 m**

**Factor de Distribución** será calculado por el método de Courbon.

### Cálculo de Momentos:

#### Carga Muerta (Permanente en Losa)

	Espesor (m)	Longitud (m)	Peso Vol. (Kg/m <sup>3</sup> )	Total	
Losa	0.18	1.00	2400	432	
Carpeta	0.10	1.00	2200	220	
			Suma:	652	Kg/m

Momento Flexionante en Voladizo:

$$M = w * l^2 / 10$$

$$M = 652 \text{ kg/m} * 2.10 \text{ m} / 10 = \mathbf{136.92 \text{ kg-m}}$$

#### Diseño de Trabe:

Claro = 25 m

Ancho de Corona = 10 m

Ancho de Calzada = 9.20 m

Para un claro de 25 m. Utilizaremos una Viga "I" AASHTO TIPO IV

#### Viga AASHTO IV:

Peralte de la viga = 135 cm

Patín Superior = 50 cm

Patín Inferior = 66 cm

Separación entre Vigas = 2.10 m

Carga Móvil= HS-20

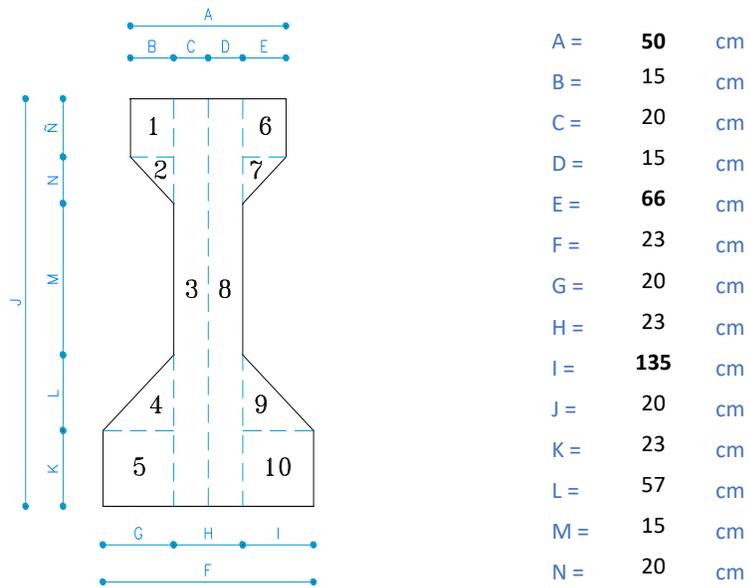
Concreto  $f'c=350 \text{ kg/cm}^2$

Acero de Refuerzo=  $4,000 \text{ kg/cm}^2$

Acero de Presfuerzo =  $19,000 \text{ kg/cm}^2$

**🔧 Cálculo de la Sección Simple:**

Dimensiones de la sección AASHTO propuesta:



Sección	Base (cm)	Altura (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	Centroide		Ix <sub>c</sub> (cm <sup>4</sup> )	d (cm)	A x d <sup>2</sup> (cm <sup>4</sup> )	A x d <sup>2</sup> + Ix <sub>c</sub> (cm <sup>4</sup> )
				x	y				
1	50	20	1,000	41	125	33,333.33	-63.513	4033901.16	4067234
2	15	15	112.5	18	110	1,406.25	-48.513	264770.01	266176.26
3	20	95	1,900	33	67.5	1,428,958.33	-6.013	68696.72	1497655.05
4	23	23	264.5	7.667	27.667	7,773.36	33.82	302533.09	310306.45
5	66	20	1,320	33	10	44,000	51.487	3499202.74	3543202.74
6	15	15	112.5	48	110	1,406.25	-48.513	264770.01	266176.26
7	23	23	264.5	58.33	27.667	7,773.36	33.82	302533.09	310306.45
Sumatoria			4974					Ix Total	10261057.21

$$Y_c = \frac{((1000 \text{ cm}^2 * 125 \text{ cm}) + (112.5 \text{ cm}^2 * 110 \text{ cm}) + (1900 \text{ cm}^2 * 67.5 \text{ cm}) + (264.5 \text{ cm}^2 * 27.7 \text{ cm}) + (1320 \text{ cm}^2 * 10 \text{ cm}) + (112.5 \text{ cm}^2 * 110 \text{ cm}) + (264.5 \text{ cm}^2 * 27.7 \text{ cm}))}{4974 \text{ cm}^2} = \mathbf{61.5 \text{ cm}}$$

$$S_{sup} = \frac{10261057.2 \text{ cm}^4}{(135 \text{ cm} - 61.5 \text{ cm})} = \mathbf{139,606.2 \text{ cm}^3}$$

$$S_{inf} = 10261057.2 / 61.5 = 166,846.5 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, las propiedades de la sección simple son:

**PERALTE DE LA TRABE: 135 cm**

**DISTANCIA AL CENTROIDE: 61.5 cm**

**ÁREA DE LA SECCIÓN: 4974 cm<sup>2</sup>**

**MOMENTO DE INERCIA (I<sub>x</sub>): 10,261,057.2 cm<sup>4</sup>**

**MÓDULO DE LA SECCIÓN SUPERIOR: 139,606.2 cm<sup>3</sup>**

**MÓDULO DE LA SECCIÓN INFERIOR: 166,846.5 cm<sup>3</sup>**

🔧 CALCULANDO EL ANCHO EFECTIVO:

Conforme a lo estipulado por la Normativa AASHTO, el ancho efectivo será la menor de las siguientes expresiones:

Por lo tanto:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$1) \quad 12t + b = (12 \cdot 18) + 20 = 236 \text{ cm}$$

$$2) \quad L/4 = (25 \cdot 100) / 4 = 625 \text{ cm}$$

$$3) \quad DL + b = 2.10 \cdot 100 = 210 \text{ cm}$$

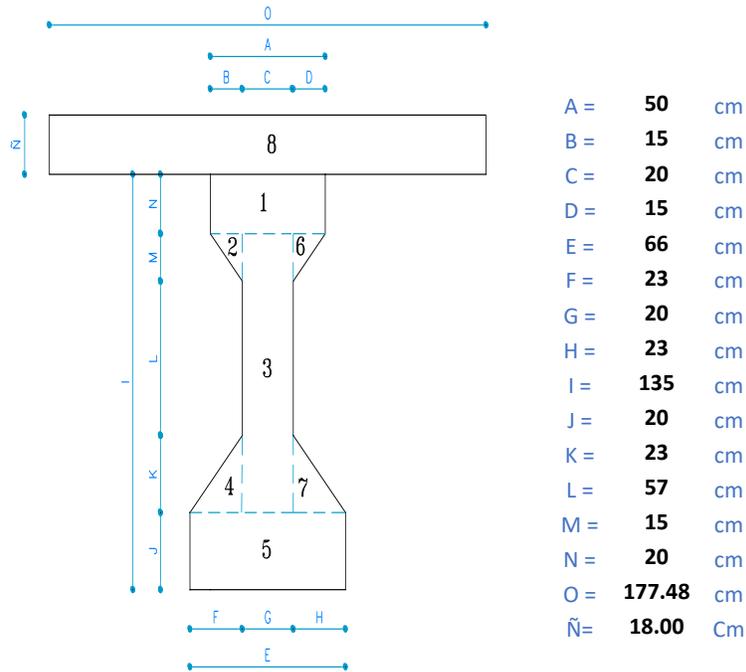
El ancho efectivo será: **210 cm**

Relación de módulos:

$$n = \sqrt{\frac{f'_c \text{ losa}}{f'_c \text{ trabe}}} \quad \text{sustituyendo: } n = \sqrt{\frac{250}{350}} = 0.845$$

$$\text{Ancho Total Efectivo} = 0.845 \times 210 \text{ cm} = 177.5 \text{ cm}$$

## 🚧 Cálculo de la Sección Compuesta



Sección	Base (cm)	Altura (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	Centroide		I <sub>x<sub>c</sub></sub> (cm <sup>4</sup> )	d (cm)	A x d <sup>2</sup> (cm <sup>4</sup> )	A x d <sup>2</sup> + I <sub>x<sub>c</sub></sub> (cm <sup>4</sup> )
				x	y				
1	50	20	1,000	88.74	125	33,333.33	-31.243	976125.049	1009458.379
2	15	15	112.5	73.74	110	1,406.25	-16.243	29681.44	31087.69
3	20	95	1,900	88.74	67.5	1,428,958.33	26.256	1309817.32	2738775.65
4	23	23	264.5	71.073	27.667	7,773.36	66.089	1155271.44	1163044.8
5	66	20	1,320	88.74	10.00	44,000.00	83.756	9259889.15	9303889.15
6	15	15	112.5	103.74	110.00	1,406.25	-16.224	29612.04	31018.29
7	23	23	264.5	106.41	27.667	7,773.36	66.089	1155271.44	1163044.8
8	177.48	18	3194.64	88.74	144	86255.28	-50.244	8064739.41	8150994.69
Sumatoria			8168.68					I <sub>x</sub> Total	23591313.45

$$Y_c = ((1000 \text{ cm}^2 * 125 \text{ cm}) + (112.5 \text{ cm}^2 * 110 \text{ cm}) + (1900 \text{ cm}^2 * 67.5 \text{ cm}) + (264.5 \text{ cm}^2 * 27.7 \text{ cm}) + (1320 \text{ cm}^2 * 10 \text{ cm}) + (112.5 \text{ cm}^2 * 110 \text{ cm}) + (264.5 \text{ cm}^2 * 27.7 \text{ cm}) + (3194.64 \text{ cm}^2 * 144 \text{ cm})) / 8168.7 \text{ cm}^2 = 93.8 \text{ cm}$$

$$S_{sup} = 23591313.5 \text{ cm}^4 / (135 \text{ cm} + 18 \text{ cm} - 93.8 \text{ cm}) = 398501.9 \text{ cm}^3$$

$$S_{inf} = 23591313.5 / 93.8 = 251506.5 \text{ cm}^3$$

$$S_{L-T} = 23591313.5 / (135 - 93.8) = 572604.7 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, las propiedades de la sección simple son:

**PERALTE DE LA TRABE: 153 cm**

**DISTANCIA AL CENTROIDE (Yc): 93.8 cm**

**ÁREA DE LA SECCIÓN: 8168.7 cm<sup>2</sup>**

**MOMENTO DE INERCIA (Ix): 23,591,313.5 cm<sup>4</sup>**

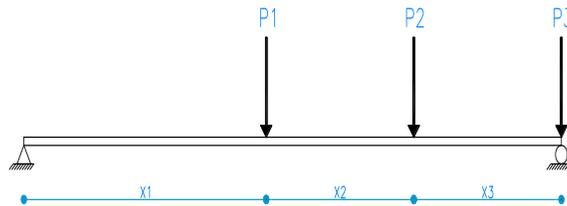
**MÓDULO DE LA SECCIÓN INFERIOR: 251506.5 cm<sup>3</sup>**

**MÓDULO DE LA SECCIÓN (S<sub>L-T</sub>): 572604.7 cm<sup>3</sup>**

**MÓDULO DE LA SECCIÓN SUPERIOR: 398501.9 cm<sup>3</sup>**

### Análisis Longitudinal de la Carga Viva

Vehículo: HS-20



Longitud de la trabe = 25 m.

Distancias de los ejes del vehículo:

X2= 4.27 m

X3= 4.27 m

Cargas que actúan sobre la trabe:

**P1=3.63 Ton**

**P2=14.52 Ton**

**P3= 14.52 Ton**

**R=3.63 Ton + 14.52 Ton + 14.52 Ton = 32.67 Ton**

Calculando distancias X:

**X<sub>1-R</sub> = ((14.52 Ton \* 4.27 m) + (14.52 Ton \* (4.27 m + 4.27 m))) / 32.67 = 5.69 m**

**X<sub>dist.R-P3</sub> = (5.69 m - 4.27 m) / 2 = 0.71 m**

**X<sub>R-P2</sub> = 5.69 m - 0.71 m = 4.98 m**

**X1= (25m / 2) - 4.98 m= 7.52 m**

$$X_4 = (25/2) - ((4.27+4.27) - 4.98) = 8.94 \text{ m}$$

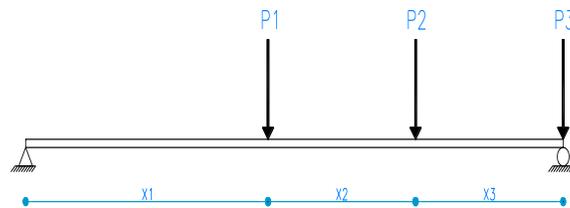
Cálculo del Momento Máximo:

$$R_A = ((3.63 \text{ Ton} * (4.27 \text{ m} + 4.27 \text{ m} + 8.94 \text{ m})) + (14.52 \text{ Ton} * (4.27 \text{ m} + 8.94 \text{ m})) + (14.52 \text{ Ton} * 8.94 \text{ m})) / 25 \text{ m} = 15.40 \text{ Ton}$$

$$R_B = ((3.63 \text{ Ton} * 7.52 \text{ m}) + (14.52 \text{ Ton} * (7.52 \text{ m} + 4.27 \text{ m})) + (14.52 \text{ Ton} * (7.52 \text{ m} + 4.27 \text{ m} + 4.27 \text{ m}))) / 25 \text{ m} = 17.27 \text{ Ton}$$

$$M_{max_p} = (15.40 \text{ Ton} * (7.52 \text{ m} + 4.27 \text{ m})) - (3.63 \text{ Ton} * 4.27 \text{ m}) = 166.06 \text{ T- m}$$

Cálculo del Cortante Máximo:



$$P_1 = 3.63 \text{ Ton}$$

$$P_2 = 14.52 \text{ Ton}$$

$$P_3 = 14.52 \text{ Ton}$$

$$R = 3.63 \text{ Ton} + 14.52 \text{ Ton} + 14.52 \text{ Ton} = 32.67 \text{ Ton}$$

Distancia de los ejes del vehículo:

$$X_2 = 4.27 \text{ m}$$

$$X_3 = 4.27 \text{ m}$$

$$X_1 = 25 \text{ m} - 4.27 \text{ m} - 4.27 \text{ m} = 16.46 \text{ m}$$

$$X_{1-R} = ((14.52 * 4.27) + (14.52 * (4.27 + 4.27))) / 32.67 = 5.69 \text{ m}$$

$$R_A = ((3.63 \text{ Ton} * (4.27 \text{ m} + 4.27 \text{ m})) + (14.52 \text{ Ton} * 4.27) + (14.52 \text{ Ton} * 0)) / 25 \text{ m} = 3.72 \text{ Ton}$$

$$R_B = ((3.63 \text{ Ton} * 16.46 \text{ m}) + (14.52 \text{ Ton} * (16.46 \text{ m} + 4.27 \text{ m})) + (14.52 \text{ Ton} * (16.46 \text{ m} + 4.27 \text{ m} + 4.27 \text{ m}))) / 25 \text{ m} = 28.95 \text{ Ton}$$

$$V_{CL} = 28.95 \text{ Ton} / 2 = 14.47 \text{ Ton}$$

## ANÁLISI TRANSVERSAL DE LA CARGA VIVA

Método de Courbon:

$$F.D.COURBON = \frac{1}{n} \left( 1 + e \frac{\sum xi * n}{\sum_1^n xi^2} \right)$$

Ancho de cada Carril = 3.50 m

Número de Carriles = 2

Ancho de Corona = 10 m

Ancho de Calzada = 9.20 m

No. De Trabes / Tablero = 5 pzas.

Espacio entre Trabes = 2.10 m

Longitud de Volados = 0.80 m

Separación entre Neumáticos 1.83 m

CÁLCULO DE EXCENRICIDADES

$$e_1 = (9.20m / 2) - 0.6 - (1.83m / 2) = 3.085m$$

$$e_2 = 3.085m - 3.50 m = -0.415 m$$

N. Trabe	Xi	Xi <sup>2</sup>	F.C.1	F.C.2	F.C.T.
1	4.20	17.64	0.494	0.160	0.65
2	2.10	4.41	0.347	0.180	0.527
3	0	0	0.2	0.2	0.40
4	-2.10	4.41	0.053	0.220	0.273
5	-4.20	17.64	-0.094	0.240	0.146
Total		44.1			

**F.D.= 0.654**

### Elementos Mecánicos Actuantes en Trabe

Momento Máximo Actuante= 0.654 \* 166.10 Ton-m = **108.63 Ton-m**

Cortante Máximo Actuante= 0.654 \* 28.95 = **18.942 Ton**

Cortante Máximo Centro Claro = **9.46 Ton**

### 🚧 Cálculo de Factor de Impacto

$$I = \frac{15.24}{L+38.1} = \frac{15.24}{25+38.1} = 0.2415 * 100 = 24.15 \% < 30$$

### 🚧 Análisis de Cargas Muertas y Adicionales sobre cada Trabe

$$\text{Peso Propio Trabe} = (4974/10000) * 1 * (2400/1000) = 1.194 \text{ Ton/m}$$

$$\text{Peso de Losa} = ((2400/1000) * 1 * 10 * (18/100)) / 5 = 0.864 \text{ Ton/m}$$

$$\text{Peso de Diafragma} = 0.2075 * 0.864 = 0.17928 \text{ Ton/m}$$

$$\text{Peso de Parapeto y Guarnición} = ((1000/1000) * 2) / 5 = 0.4 \text{ Ton/m}$$

$$\text{Peso de Carpeta Asfáltica} = ((2200/1000) * 1 * 9.2 * (10/100)) / 5 = 0.405 \text{ Ton/m}$$

$$\text{Carga Muerta Total} = 3.042 \text{ Ton/m}$$

### 🚧 Momento por Carga Muerta en 10 Puntos de la Trabe

Momento Ocasionado por Carga Muerta (Ton-m)											
Carga	0.0	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0	22.5	25.0
P <sub>Trabe</sub>	0.0	33.58	59.7	78.3	89.5	93.3	89.5	78.3	59.7	33.6	0.0
P <sub>Losa</sub>	0.0	24.3	43.2	56.7	64.8	67.5	64.8	56.7	49.2	24.3	0.0
P <sub>Diafragma</sub>	0.0	5.04	9.0	11.8	13.4	14.0	13.4	11.8	9.0	5.0	0.0
P <sub>PyGuar.</sub>	0.0	11.3	20.0	26.3	30.0	31.3	30.0	26.3	20.0	11.3	0.0
P <sub>C.Asfáltica</sub>	0.0	11.4	20.2	26.6	30.4	31.6	30.4	26.6	20.2	11.4	0.0

### 🚧 Cortante ocasionado por Carga Muerta (Ton)

Cortante Ocasionado por Carga Muerta (Ton-m)											
Carga	0.0	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0	22.5	25.0
P <sub>Trabe</sub>	14.92	11.94	8.95	5.97	2.98	0.00	-2.98	-5.97	-8.95	-11.94	-14.92
P <sub>Losa</sub>	10.80	8.64	6.48	4.32	2.16	0.00	-2.16	-4.32	-6.48	-8.64	-10.80
P <sub>Diafragma</sub>	2.24	1.79	1.34	0.90	0.45	0.00	-0.45	-0.90	-1.34	-1.79	-2.24
P <sub>PyGuar.</sub>	5.00	4.00	3.00	2.00	1.00	0.00	-1.00	-2.00	-3.00	-4.00	-5.00
P <sub>C.Asfáltica</sub>	5.06	4.00	3.00	2.00	1.01	0.00	-1.01	-2.02	-3.04	-4.05	-5.06

### 🚧 Esfuerzos Admisibles en el Concreto

Esfuerzo admisible a tensión

$$f_{Tadm} = 2 * \sqrt{f'ci} = 2 * 315^{0.5} = 35.50 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo admisible a compresión

$$f_{Cadm} = 0.6 * f'ci = 0.6 * 315 = 189 \text{ kg/cm}^2$$

**Esfuerzos en la 2da y 3ra. Etapa**

Esfuerzo admisible a tensión

$$f_{Tadm} = 1.6 * \sqrt{f'c} = 1.6 * 350^{0.5} = 29.93 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo admisible a compresión

$$f_{Cadm} = 0.4 * f'c = 0.4 * 350 = 140 \text{ kg/cm}^2$$

#### Ubicación del Centroide del Sistema de Presfuerzo

Propondremos un valor inicial de 10 cm

$$e_{efect.} = yc - e' = 61.5 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 51.5 \text{ cm}$$

#### Obtención de la Fuerza Presforzante

$$A_{simple} = 4,974 \text{ cm}^2$$

$$e = 51.5 \text{ cm}$$

$$S_{simple} = 166,882.30 \text{ cm}^3$$

$$S_{compuesta} = 251,625.19 \text{ cm}^3$$

$$M_{pp} = P_{Trabe} * 10^5 = 93.3 * 10^5 = 9,330,000 \text{ kg - cm}$$

$$M_{pp} + M_{losa} = (93.3 + 67.5 + 14) * 10^5 = 17,480,000 \text{ kg - cm}$$

$$M_{CV} + I = (108.679 * (1 + 24.15)) * 10^5 = 13,492,497.85 \text{ kg - cm}$$

$$M_{adic.} + M_{CV} + I = 13,492,497.85 + ((31.3 + 31.6) * 10^5) = 19,782,497.85 \text{ kg - cm}$$

$$f_{bg} = 29.930 \text{ kg/cm}^2 = 30.00 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_{presf.} = (30 - (17,480,000 / 166882.30) - (19782497.85 / 251625.19)) / ((-1/4974) - (51.487 / 166882.30)) \\ = 300967.788 \text{ kg}$$

#### Obtención del Área Presforzante

Los torones serán tensados inicialmente a:

$$0.75 * f_{pu} = 0.75 * 19,000 \text{ kg/cm}^2 = 14,250 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo resultante después de la pérdida de presfuerzo:

$$0.60 * f_{pu} = 0.60 * 19,000 \text{ kg/cm}^2 = 11,400 \text{ kg/cm}^2$$

Área mínima de presfuerzo:

$$APS = 300967.788 \text{ kg} / 11400 \text{ kg/cm}^2 = 26.401 \text{ cm}^2$$

### ✚ Resistencia a la Flexión

$$FRAF = 1$$

$$I = 0.24$$

$$M_u = 1.3 * ((5/3) * (13492497.85 \text{ kg/cm}^2 / 10^5) + (93.3 \text{ Ton-m} + 67.5 \text{ Ton-m} + 14 \text{ Ton-m} + 31.3 \text{ Ton-m} + 31.6 \text{ Ton-m})) = 601.35 \text{ Ton-m}$$

$$\text{Área de Presfuerzo Necesaria} = (601.35 \text{ Ton-m} * 10^5) / (0.95 * 19000 \text{ kg/cm}^2 * 0.9 * 153 \text{ cm}) = 24.194 \text{ cm}^2$$

### ✚ Elección del Presfuerzo

El número de torones necesarios será:

$$26.401 / 0.987 = 26.75 = 28 \text{ torones de } 1.27 \text{ } \varnothing \text{ cada uno.}$$

$$\text{Área real de presfuerzo} = 0.987 * 28 = 27.636 \text{ cm}^2$$

Se propone el siguiente acomodo de los torones:

Torones en **cama 1** = 12 - Separación entre **Borde Inferior y Cama 1** = 5 cm

Torones en **cama 2** = 12 - Separación entre **Borde Inferior y Cama 2** = 5 cm

Torones en **cama 3** = 04 - Separación entre **Borde Inferior y Cama 3** = 5 cm

Centroide de la Resultante del Sistema de Presfuerzo (**C<sub>R</sub>**) = 8.57 cm.

### ✚ Encamisado de los Torones

$$\text{Torones de presfuerzo sin encamisado} = 28 / 3 = 9.33 = 10$$

Los 18 Torones restantes tendrán el siguiente encamisado:

Torón tipo	No. De Torones encamisados	Área de Presfuerzo (cm <sup>2</sup> )	Área de Presfuerzo Encamisado (cm <sup>2</sup> )	Longitud desde CL (m)	Longitud desde Apoyo (m)	Longitud desde Extremo (m)
					12.5	12.65
5	4	3.95	3.95	4.72	7.78	7.44
4	4	3.95	7.90	6.68	5.82	5.48
3	4	3.95	11.84	8.18	4.32	3.98
2	4	3.95	15.79	9.45	3.05	2.72
1	2	1.97	17.77	10.02	2.48	2.14
Suma:	18			50 $\varnothing$ Torón	0.385	0.635

## 🚧 Revisión de Esfuerzos en Diferentes Etapas de Servicio al Centro del Claro

### Etapa No.1 Esfuerzos Generados por Fuerza de Presfuerzo y Peso propio de la trabe (Sección Simple)

$$\text{Perdidas de Presfuerzo} = 7.14 \%$$

$$\sigma_i = 14250 \text{ kg/cm}^2 - (14250 \text{ kg/cm}^2 * 0.0714) = 13,232.55 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_i = 13232.55 \text{ kg/cm}^2 * 27.636 \text{ cm}^2 = 365,694.75 \text{ kg}$$

$$M_{PP} = 93.3 * 10^5 = 9,330,000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$e_g = 61.487 \text{ cm} - 8.57 \text{ cm} = 52.92 \text{ cm}$$

$$I_{X_{\text{simple}}} = 10261057.21 \text{ cm}^4$$

$$S_{S_{\text{superior}}} = 139,581.53 \text{ cm}^3$$

$$S_{S_{\text{inferior}}} = 166,881.73 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_{\text{superior}} = (-365,694.75 \text{ kg} / 4974 \text{ cm}^2) + ((365,694.75 \text{ kg} * 52.92 \text{ cm}) / 139,581.53 \text{ cm}^3) - (9,330,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} / 139,581.53 \text{ cm}^3) = -1.72 \text{ kg/cm}^2 = 1.72 \text{ a compresión} < 189 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{inferior}} = (-365,694.75 \text{ kg} / 4974 \text{ cm}^2) - ((365,694.75 \text{ kg} * 52.92 \text{ cm}) / 166,881.73 \text{ cm}^3) + (9,330,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} / 166,881.73 \text{ cm}^3) = -133.58 \text{ kg/cm}^2 = 133.58 \text{ a compresión} < 189 \text{ kg/cm}^2$$

### Etapa No. 2 Efectos anteriores más el Peso de la Losa (Sección Simple)

$$\text{Pérdida de Presfuerzo} = 21.62 \%$$

$$\delta_f = 14250 \text{ kg/cm}^2 - (14250 \text{ kg/cm}^2 * 0.2162) = 11,169.15 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_f = 11,169.15 \text{ kg/cm}^2 * 27.636 \text{ cm}^2 = 308,670.63 \text{ kg}$$

$$M_{PP} + M_L = (93.3 + 67.5 + 14) * 10^5 = 17,480,000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$e_g = 52.92 \text{ cm}$$

$$I_{X_{\text{simple}}} = 10,261,057 \text{ cm}^4$$

$$S_{S_{\text{superior}}} = 139,581.53 \text{ cm}^3$$

$$S_{S_{\text{inferior}}} = 166,881.73 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{\text{superior}} = (-308,670.63 \text{ kg} / 4974 \text{ cm}^2) + ((308,670.63 \text{ kg} * 52.92 \text{ cm}) / 139,581.53 \text{ cm}^3) - (17,480,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} / 139,581.53 \text{ cm}^3) = -70.26 \text{ kg/cm}^2 = 70.26 \text{ a compresión} < 140 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{\text{inferior}} = (-308,670.63 \text{ kg} / 4974 \text{ cm}^2) - ((308,670.63 \text{ kg} * 52.92 \text{ cm}) / 166,881.73 \text{ cm}^3) + (17,480,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} / 166,881.73 \text{ cm}^3) = -55.19 \text{ kg/cm}^2 = 55.19 \text{ a compresión} < 140 \text{ kg/cm}^2$$

### Etapa No.3: Efectos de la Etapa 2 más la Carga Muerta Adicional y la Carga Viva (Sección Compuesta)

Pérdidas de Presfuerzo= 21.62%

$$\delta_f = 14250 \text{ kg/cm}^2 - (14250 \text{ kg/cm}^2 * 0.2162) = 11,169.15 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_f = 11,169.15 \text{ kg/cm}^2 * 27.636 \text{ cm}^2 = 308,670.63 \text{ kg}$$

$$M_{CAD} + M_{CV} + I = (31.3 \text{ ton-m} + 31.6 \text{ ton-m} + (108.63 \text{ ton-m} * (1 + 0.2415))) * 10^5 = 19,776,414.5 \text{ kg-cm}$$

$$e_g = 52.92 \text{ cm}$$

$$I_{x \text{ compuesta}} = 23591313.45 \text{ cm}^4$$

$$S_{\text{superior}} = 398,212.67 \text{ cm}^3$$

$$S_{L-T} = 572,007.70 \text{ cm}^3$$

$$S_{\text{inferior}} = 251,624.57 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{\text{losa-superior}} = (-19,776,414.5 \text{ kg-cm} / 398,212.67 \text{ cm}^3) * 0.845 = -41.97 \text{ kg/cm}^2 = 41.97 \text{ a compresión}$$

$$\delta_{\text{losa-inferior}} = (-19,776,414.5 \text{ kg-cm} / 572,007.70 \text{ cm}^3) * 0.845 = -29.21 \text{ kg/cm}^2 = 29.21 \text{ a compresión}$$

$$\delta_{\text{losa-trabe}} = (-308,670.63 \text{ kg} / 4974 \text{ cm}^2) + ((308,670.63 \text{ kg} * 52.92 \text{ cm}) / 139,581.53 \text{ cm}^3) - (17,480,000 \text{ kg cm} / 139,581.53 \text{ cm}^3) - (19,776,414.5 \text{ kg-cm} / 572,007.70 \text{ cm}^3) = -104.83 \text{ kg/cm}^2 = 104.83 \text{ a compresión} < 140 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{\text{inferior}} = (-308,670.63 \text{ kg} / 4974 \text{ cm}^2) - ((308,670.63 \text{ kg} * 52.92 \text{ cm}) / 166,881.73 \text{ cm}^3) + (17,480,000 \text{ kg cm} / 166,881.73 \text{ cm}^3) + (19,776,414.5 \text{ kg-cm} / 251,625.19 \text{ cm}^3) = 23.40 \text{ kg/cm}^2 = 23.40 \text{ a tensión} < 29.9 \text{ kg/cm}^2$$

Diseño del Acero por Tensión Adicional

$$\text{Peralte del área de Tensión de la Trabe} = (23.40 \text{ kg/cm}^2 * 135 \text{ cm}) / (104.83 \text{ kg/cm}^2 + 23.40 \text{ kg/cm}^2) = 24.64 \text{ cm}$$

$$\text{Fuerza de Tensión} = ((24.64 \text{ cm} * 23.40 \text{ kg/cm}^2) / 2) * 66 \text{ cm} = 19035.14 \text{ kg}$$

$$\text{Área de acero necesaria por Tensión} = (19035.14 \text{ kg} / (4200 \text{ kg/cm}^2 * 0.5)) = 9.06 \text{ cm}^2$$

$$\text{Ø de acero de refuerzo propuesto} = \# 5$$

No. de varillas requeridas= 5 varillas

$$\text{Área de acero Real por Tensión} = 5 * 1.98 \text{ cm}^2 = 9.9 \text{ cm}^2$$

### Pérdidas de Presfuerzo

Pérdidas por contracción en el concreto (SH)

$$SH = 1193 - 150RH = 1193 - (10.5 * 70) = 458 \text{ Kg/cm}^2$$

Pérdidas por Acortamiento Elástico (ES)

$$ES = \frac{E_s}{E_{ci}} * F_{cir}$$

$$E_s = 2,000,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{ci} = 15000 * (315^{0.5}) = 266,223.59 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{cir} = ((135\text{cm} - 0 - 10\text{cm}) * 133.58 \text{ kg/cm}^2) / 135\text{cm} = 123.68 \text{ kg/cm}^2$$

$$ES = 929.14 \text{ kg/cm}^2$$

Pérdidas por Flujo Plástico (CRc)

$$CRc = 12 * F_{cir} - 7 * F_{cds}$$

$$F_{cds} = (((67.5+14) * 10^5) / (10,261,057.21 \text{ cm}^4 / (61.487 \text{ cm} - 8.57\text{cm})) + ((31.3+31.6) * 10^5) / (23,591,313.45 \text{ cm}^4 / (93.756\text{cm} - 8.57 \text{ cm})) - (365,694.75 \text{ kg} / 4,974 \text{ cm}^2) - ((365,694.75 \text{ kg} * 51.487 \text{ cm}) / (10,261,057.21 \text{ cm}^4 / (61.487 \text{ cm} - 8.57\text{cm}))) = 105.88 \text{ kg/cm}^2$$

$$CRc = 12 * 123.68 \text{ kg/cm}^2 - 7 * 105.88 \text{ kg/cm}^2 = 1484.16 \text{ kg/cm}^2 - 741.16 = 743 \text{ kg/cm}^2$$

Pérdidas por Relajación en el Acero (CRs)

$$CRs = 1400 - (0.4 * 929.14 \text{ kg/cm}^2) - (0.2 * (458 \text{ kg/cm}^2 + 743 \text{ kg/cm}^2)) = 788.14 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Suma Total de Pérdidas} = 2,918.28 \text{ kg/cm}^2$$

$$\% \text{ Calculado} = (2,918.28 \text{ kg/cm}^2 / 14,250 \text{ kg/cm}^2) * 100 = 20.48 \%$$

$$\% \text{ Propuesto} = 21.62 \%$$

$$20.48\% - 21.62\% = -1.14 \%$$

### Análisis de Esfuerzos en Distintos Puntos del Claro, Considerando Encamisados

$$\text{Excentricidad 1} = 61.487 - ((49.4) / (0.987 \text{ cm}^2 * 10)) = 56.5$$

$$\text{Excentricidad 2} = 61.487 - ((49.4) / (0.987 \text{ cm}^2 * 10)) = 56.5$$

$$\text{Excentricidad 3} = 61.487 - ((59.2) / (0.987 \text{ cm}^2 * 12)) = 56.5$$

$$\text{Excentricidad 4} = 61.487 - ((98.7) / (0.987 \text{ cm}^2 * 16)) = 55.2$$

$$\text{Excentricidad 5} = 61.487 - ((138.2) / (0.987 \text{ cm}^2 * 20)) = 54.5$$

$$\text{Excentricidad 6} = 61.487 - ((177.7) / (0.987 \text{ cm}^2 * 24)) = 54$$

$$\text{Excentricidad 7} = 61.487 - ((236.9) / (0.987 \text{ cm}^2 * 28)) = 52.9$$

$$P. \text{ inicial } 2 = 0.987 \text{ cm}^2 * 13,232.55 \text{ kg/cm}^2 * 10 = 130605.3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ inicial } 1 = ((12.8-12.5) * 130605.3) / 0.635 = 61703.3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ inicial } 3 = 0.987 \text{ cm}^2 * 13,232.55 \text{ kg/cm}^2 * 12 = 156726.3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ inicial } 4 = 0.987 \text{ cm}^2 * 13,232.55 \text{ kg/cm}^2 * 16 = 208968.4 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ inicial } 5 = 0.987 \text{ cm}^2 * 13,232.55 \text{ kg/cm}^2 * 20 = 261210.5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ inicial } 6 = 0.987 \text{ cm}^2 * 13,232.55 \text{ kg/cm}^2 * 24 = 313452.6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ inicial } 7 = 0.987 \text{ cm}^2 * 13,232.55 \text{ kg/cm}^2 * 28 = 365694.8 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ final } 2 = 0.987 \text{ cm}^2 * 11,169.15 \text{ kg/cm}^2 * 10 = 110239.5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ final } 1 = ((12.8-12.5) * 110239.5 \text{ kg/cm}^2) / 0.635 = 52081.7 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ final } 2 = 0.987 \text{ cm}^2 * 11,169.15 \text{ kg/cm}^2 * 12 = 132287.4 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ final } 2 = 0.987 \text{ cm}^2 * 11,169.15 \text{ kg/cm}^2 * 16 = 176383.2 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ final } 2 = 0.987 \text{ cm}^2 * 11,169.15 \text{ kg/cm}^2 * 20 = 220479 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ final } 2 = 0.987 \text{ cm}^2 * 11,169.15 \text{ kg/cm}^2 * 24 = 264574.8 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P. \text{ final } 2 = 0.987 \text{ cm}^2 * 11,169.15 \text{ kg/cm}^2 * 28 = 308670.6 \text{ Kg/cm}^2$$

	Eje de Apoyos	L. de Trans.	L1 (m)	L2 (m)	L3 (m)	L4 (m)	L5 (m)
		0.385	2.48	3.05	4.32	5.82	7.78
No. De Torones	10	10	12	16	20	24	28
Excentricidad	56.5	56.5	56.5	55.2	54.5	54	52.9
P. inicial	61703.3	130605.3	156726.3	208968.4	261210.5	313452.6	365694.8
P. final	52081.7	110239.5	132287.4	176383.2	220479	264574.8	308670.6

#### Momento Flexionante en Distintos Puntos del Claro

Cálculo de M.P.P. (Momento por Perdidas de Presfuerzo)

$$M.P.P. 1 = (((1.194 \text{ Ton/m} * 25\text{m}) / 2) * 0.385) - ((0.385^2 * 1.194 \text{ Ton/m}) / 2) = 5.7 \text{ Ton/m}$$

$$M.P.P. 2 = (((1.194 \text{ Ton/m} * 25\text{m}) / 2) * 2.478) - ((2.478^2 * 1.194 \text{ Ton/m}) / 2) = 33.3 \text{ Ton/m}$$

$$M.P.P. 3 = (((1.194 \text{ Ton/m} * 25\text{m}) / 2) * 3.051) - ((3.051^2 * 1.194 \text{ Ton/m}) / 2) = 40 \text{ Ton/m}$$

$$M.P.P. 4 = (((1.194 \text{ Ton/m} * 25\text{m}) / 2) * 4.317) - ((4.317^2 * 1.194 \text{ Ton/m}) / 2) = 53.3 \text{ Ton/m}$$

$$M.P.P. 5 = (((1.194 \text{ Ton/m} * 25\text{m}) / 2) * 5.818) - ((5.818^2 * 1.194 \text{ Ton/m}) / 2) = 66.6 \text{ Ton/m}$$

$$M.P.P. 6 = (((1.194 \text{ Ton/m} * 25\text{m}) / 2) * 7.775) - ((7.775^2 * 1.194 \text{ Ton/m}) / 2) = 80 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Losa + Diafragma 1} = (((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 25 \text{ m}) / 2) * 0.385 \text{ m} - (((0.385 \text{ m}^2) * (0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m})) / 2) = 0.49 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Losa + Diafragma 2} = (((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 25 \text{ m}) / 2) * 2.478 \text{ m} - (((2.478 \text{ m}^2) * (0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m})) / 2) = 29.1 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Losa + Diafragma 3} = (((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 25 \text{ m}) / 2) * 3.051 \text{ m} - (((3.051 \text{ m}^2) * (0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m})) / 2) = 34.9 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Losa + Diafragma 4} = (((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 25 \text{ m}) / 2) * 4.317 \text{ m} - (((4.317 \text{ m}^2) * (0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m})) / 2) = 46.6 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Losa + Diafragma 5} = (((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 25 \text{ m}) / 2) * 5.818 \text{ m} - (((5.818 \text{ m}^2) * (0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m})) / 2) = 58.2 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Losa + Diafragma 6} = (((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 25 \text{ m}) / 2) * 7.775 \text{ m} - (((7.775 \text{ m}^2) * (0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m})) / 2) = 69.8 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Guar. + P. 1} = (((0.4 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 0.385 \text{ m}) - (((0.385 \text{ m}^2) * 0.4 \text{ Ton/m}) / 2) = 1.9 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Guar. + P. 2} = (((0.4 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 2.478 \text{ m}) - (((2.478 \text{ m}^2) * 0.4 \text{ Ton/m}) / 2) = 11.2 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Guar. + P. 3} = (((0.4 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 3.051 \text{ m}) - (((3.051 \text{ m}^2) * 0.4 \text{ Ton/m}) / 2) = 13.4 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Guar. + P. 4} = (((0.4 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 4.317 \text{ m}) - (((4.317 \text{ m}^2) * 0.4 \text{ Ton/m}) / 2) = 17.9 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Guar. + P. 5} = (((0.4 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 5.818 \text{ m}) - (((5.818 \text{ m}^2) * 0.4 \text{ Ton/m}) / 2) = 22.3 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Guar. + P. 6} = (((0.4 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 7.775 \text{ m}) - (((7.775 \text{ m}^2) * 0.4 \text{ Ton/m}) / 2) = 26.8 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Carpeta 1} = (((0.405 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 0.385 \text{ m}) - (((0.385 \text{ m}^2) * 0.405 \text{ Ton/m}) / 2) = 1.9 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Carpeta 2} = (((0.405 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 2.478 \text{ m}) - (((2.478 \text{ m}^2) * 0.405 \text{ Ton/m}) / 2) = 11.30 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Carpeta 3} = (((0.405 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 3.051 \text{ m}) - (((3.051 \text{ m}^2) * 0.405 \text{ Ton/m}) / 2) = 13.6 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Carpeta 4} = (((0.405 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 4.317 \text{ m}) - (((4.317 \text{ m}^2) * 0.405 \text{ Ton/m}) / 2) = 18.1 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Carpeta 5} = (((0.405 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 5.818 \text{ m}) - (((5.818 \text{ m}^2) * 0.405 \text{ Ton/m}) / 2) = 22.6 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M. Carpeta 6} = (((0.405 \text{ Ton/m} * 25 \text{ m}) / 2) * 7.775 \text{ m}) - (((7.775 \text{ m}^2) * 0.405 \text{ Ton/m}) / 2) = 27.1 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M.C.V. + I 1} = (108.68 \text{ T/m} - (((12.50 \text{ m} - 0.385 \text{ m})^2) * 0.696 \text{ Ton})) * (1 + 0.2415) = 8.1 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M.C.V. + I 2} = (108.68 \text{ T/m} - (((12.50 \text{ m} - 2.478 \text{ m})^2) * 0.696 \text{ Ton})) * (1 + 0.2415) = 48.1 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M.C.V. + I 3} = (108.68 \text{ T/m} - (((12.50 \text{ m} - 3.051 \text{ m})^2) * 0.696 \text{ Ton})) * (1 + 0.2415) = 57.8 \text{ Ton/m}$$

$$\text{M.C.V. + I 4} = (108.68 \text{ T/m} - (((12.50 \text{ m} - 4.317 \text{ m})^2) * 0.696 \text{ Ton})) * (1 + 0.2415) = 77.1 \text{ Ton/m}$$

$$M.C.V. + I 5 = (108.68 \text{ T/m} - (((12.50\text{m} - 5.818 \text{ m})^2) * 0.696 \text{ Ton})) * (1 + 0.2415) = 96.3 \text{ Ton/m}$$

$$M.C.V. + I 6 = (108.68 \text{ T/m} - (((12.50\text{m} - 7.775 \text{ m})^2) * 0.696 \text{ Ton})) * (1 + 0.2415) = 115.6 \text{ Ton/m}$$

	Longitud del Claro (m)						
	Ext.	0.385	2.478	3.051	4.317	5.818	7.775
M.P.P.	0	5.7	33.3	40	53.3	66.6	80
M. Losa + Diaf.	0	4.9	29.1	34.9	46.6	58.2	69.8
M. Guar + P.	0	1.9	11.2	13.4	17.9	22.3	26.8
M. Carpeta	0	1.9	11.3	13.6	18.1	22.6	27.1
M.C.V. + I	0	8.1	48.1	57.8	77.1	96.3	115.6

 Cortante en Distintos Puntos del Claro

$$V.P.P. 1 = 14.9 \text{ Ton}$$

$$V.P.P. 2 = 14.9 \text{ Ton} - (1.194 \text{ Ton} * 0.385\text{m}) = 14.44 \text{ Ton-m}$$

$$V.P.P. 3 = 14.9 \text{ Ton} - (1.194 \text{ Ton} * 2.478\text{m}) = 12 \text{ Ton-m}$$

$$V.P.P. 4 = 14.9 \text{ Ton} - (1.194 \text{ Ton} * 3.051\text{m}) = 11.3 \text{ Ton-m}$$

$$V.P.P. 5 = 14.9 \text{ Ton} - (1.194 \text{ Ton} * 4.317\text{m}) = 9.74 \text{ Ton-m}$$

$$V.P.P. 6 = 14.9 \text{ Ton} - (1.194 \text{ Ton} * 5.818\text{m}) = 8 \text{ Ton-m}$$

$$V.P.P. 7 = 14.9 \text{ Ton} - (1.194 \text{ Ton} * 7.775\text{m}) = 5.6 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Losa} + \text{Diaf. } 1 = (10.8 \text{ Ton} + 2.2 \text{ Ton}) = 13 \text{ Ton}$$

$$V. \text{ Losa} + \text{Diaf. } 2 = (10.8 \text{ Ton} + 2.2 \text{ Ton}) - ((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 0.385\text{m}) = 12.6 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Losa} + \text{Diaf. } 3 = (10.8 \text{ Ton} + 2.2 \text{ Ton}) - ((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 2.478\text{m}) = 10.4 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Losa} + \text{Diaf. } 4 = (10.8 \text{ Ton} + 2.2 \text{ Ton}) - ((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 3.051\text{m}) = 9.8 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Losa} + \text{Diaf. } 5 = (10.8 \text{ Ton} + 2.2 \text{ Ton}) - ((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 4.317\text{m}) = 8.5 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Losa} + \text{Diaf. } 6 = (10.8 \text{ Ton} + 2.2 \text{ Ton}) - ((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 5.818\text{m}) = 7.0 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Losa} + \text{Diaf. } 7 = (10.8 \text{ Ton} + 2.2 \text{ Ton}) - ((0.864 \text{ Ton/m} + 0.179 \text{ Ton/m}) * 7.775\text{m}) = 4.9 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Guar} + \text{P. } 1 = 5.0 \text{ Ton}$$

$$V. \text{ Guar} + \text{P. } 2 = 5.0 \text{ Ton} - (0.4 \text{ Ton/m} * 0.385 \text{ m}) = 4.8 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Guar} + \text{P. } 3 = 5.0 \text{ Ton} - (0.4 \text{ Ton/m} * 2.478 \text{ m}) = 4.0 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Guar} + \text{P. } 4 = 5.0 \text{ Ton} - (0.4 \text{ Ton/m} * 3.051 \text{ m}) = 3.8 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Guar} + \text{P. } 5 = 5.0 \text{ Ton} - (0.4 \text{ Ton/m} * 4.317 \text{ m}) = 3.3 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Guar} + \text{P. } 6 = 5.0 \text{ Ton} - (0.4 \text{ Ton/m} * 5.818 \text{ m}) = 2.7 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Guar + P. } 7 = 5.0 \text{ Ton} - (0.4 \text{ Ton/m} * 7.775 \text{ m}) = 1.9 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Carpeta } 1 = 5.1 \text{ Ton}$$

$$V. \text{ Carpeta } 2 = 5.1 \text{ Ton} - (0.405 \text{ Ton/m} * 0.385 \text{ m}) = 4.9 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Carpeta } 3 = 5.1 \text{ Ton} - (0.405 \text{ Ton/m} * 2.478 \text{ m}) = 4.1 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Carpeta } 4 = 5.1 \text{ Ton} - (0.405 \text{ Ton/m} * 3.051 \text{ m}) = 3.9 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Carpeta } 5 = 5.1 \text{ Ton} - (0.405 \text{ Ton/m} * 4.317 \text{ m}) = 3.4 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Carpeta } 6 = 5.1 \text{ Ton} - (0.405 \text{ Ton/m} * 5.818 \text{ m}) = 2.7 \text{ Ton-m}$$

$$V. \text{ Carpeta } 7 = 5.1 \text{ Ton} - (0.405 \text{ Ton/m} * 7.775 \text{ m}) = 2.0 \text{ Ton-m}$$

$$V.C.V. + I 1 = 18.94 \text{ Ton} * (1 + 0.2415) = 23.5 \text{ Ton}$$

$$V.C.V. + I 2 = (18.94 \text{ Ton} + (-0.758 * 0.385)) * (1 + 0.2415) = 23.2 \text{ Ton}$$

$$V.C.V. + I 3 = (18.94 \text{ Ton} + (-0.758 * 2.478)) * (1 + 0.2415) = 21.2 \text{ Ton}$$

$$V.C.V. + I 4 = (18.94 \text{ Ton} + (-0.758 * 3.051)) * (1 + 0.2415) = 20.6 \text{ Ton}$$

$$V.C.V. + I 5 = (18.94 \text{ Ton} + (-0.758 * 4.317)) * (1 + 0.2415) = 19.5 \text{ Ton}$$

$$V.C.V. + I 6 = (18.94 \text{ Ton} + (-0.758 * 5.818)) * (1 + 0.2415) = 18.0 \text{ Ton}$$

$$V.C.V. + I 7 = (18.94 \text{ Ton} + (-0.758 * 7.775)) * (1 + 0.2415) = 16.2 \text{ Ton}$$

	Longitud de Claro (m)								
	Ext.	0.385	2.478	3.051	4.317	5.818	7.775	0.00	0.00
V.P.P.	14.9	14.5	12.0	11.3	9.8	8.0	5.6	0.0	0.0
V. Losa + Diaf.	13.0	12.6	10.5	9.9	8.5	7.0	4.9	0.0	0.0
V. Guar + P.	5.0	4.8	4.0	3.8	3.3	2.7	1.9	0.0	0.0
V. Carpeta	5.1	4.9	4.1	3.8	3.3	2.7	1.9	0.0	0.0
V.C.V. + I	23.5	23.2	21.2	20.6	19.5	18.0	16.2	0.0	0.0

🚧 Revisión de Esfuerzos en la 1era. Etapa (en kg/cm<sup>2</sup>)

### Cálculo de la $\delta_{Superior}$ :

$$\delta_{Superior} 1 = (-61703.3 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) + ((61703.3 \text{ kg/cm}^2 * 56.5 \text{ kg/cm}^2) / 139581.445 \text{ cm}^3) - (0 \text{ m} / 139581.445 \text{ cm}^3) = 12.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 2 = (-130605.3 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) + ((130605.3 \text{ kg/cm}^2 * 56.5 \text{ kg/cm}^2) / 139581.445 \text{ cm}^3) - (5.7 \text{ m} * 10^5 / 139581.445 \text{ cm}^3) = 22.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 3 = (-156726.3 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) + ((156726.3 \text{ kg/cm}^2 * 56.5 \text{ kg/cm}^2) / 139581.445 \text{ cm}^3) - (33.3 \text{ m} * 10^5 / 139581.445 \text{ cm}^3) = 8.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 4 = (-208968.4 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) + ((208968.4 \text{ kg/cm}^2 * 55.2 \text{ kg/cm}^2) / 139581.445 \text{ cm}^3) - (40 \text{ m} * 10^5 / 139581.445 \text{ cm}^3) = 12.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 5 = (-261210.5 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) + ((261210.5 \text{ kg/cm}^2 * 54.5 \text{ kg/cm}^2) / 139581.445 \text{ cm}^3) - (53.3 \text{ m} * 10^5 / 139581.445 \text{ cm}^3) = 11.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 6 = (-313452.6 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) + ((313452.6 \text{ kg/cm}^2 * 54 \text{ kg/cm}^2) / 139581.445 \text{ cm}^3) - (66.6 \text{ m} * 10^5 / 139581.445 \text{ cm}^3) = 10.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 7 = (-365694.8 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) + ((365694.8 \text{ kg/cm}^2 * 52.9 \text{ kg/cm}^2) / 139581.445 \text{ cm}^3) - (80 \text{ m} * 10^5 / 139581.445 \text{ cm}^3) = 7.8 \text{ kg/cm}^2$$

### Cálculo de la $\delta_{inferior}$ :

$$\delta_{inferior} 1 = (-61703.3 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) - ((61703.3 \text{ kg/cm}^2 * 56.5 \text{ kg/cm}^2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (0 \text{ m} * 10^5 / 166882.30 \text{ cm}^3) = -33.30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 2 = (-130605.3 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) - ((130605.3 \text{ kg/cm}^2 * 56.5 \text{ kg/cm}^2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (5.7 \text{ m} * 10^5 / 166882.30 \text{ cm}^3) = -67.06 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 3 = (-156726.3 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) - ((156726.3 \text{ kg/cm}^2 * 56.5 \text{ kg/cm}^2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (33.3 \text{ m} * 10^5 / 166882.30 \text{ cm}^3) = -64.62 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 4 = (-208968.4 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) - ((208968.4 \text{ kg/cm}^2 * 55.2 \text{ kg/cm}^2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (40 \text{ m} * 10^5 / 166882.30 \text{ cm}^3) = -87.16 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 5 = (-261210.5 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) - ((261210.5 \text{ kg/cm}^2 * 54.5 \text{ kg/cm}^2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (53.3 \text{ m} * 10^5 / 166882.30 \text{ cm}^3) = -105.88 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 6 = (-313452.6 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) - ((313452.6 \text{ kg/cm}^2 * 54 \text{ kg/cm}^2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (66.6 \text{ m} * 10^5 / 166882.30 \text{ cm}^3) = -124.54 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 7 = (-365694.8 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) - ((365694.8 \text{ kg/cm}^2 * 52.9 \text{ kg/cm}^2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (80 \text{ m} * 10^5 / 166882.30 \text{ cm}^3) = -141.50 \text{ kg/cm}^2$$

	Longitud del Claro (m)								
	Ext.	0.385	2.478	3.051	4.317	5.818	7.775	0.000	0.000
$\delta_{superior}$	12.6	22.5	8.0	12.0	11.3	10.5	7.8	0.0	0.0
$\delta_{inferior}$	-33.30	-67.6	-64.62	-87.16	-105.88	-124.54	-141.50	0.0	0.0

 Revisión de Esfuerzos en la 2da. Etapa (en kg/cm2):

### Cálculo de la $\delta_{Superior}$ :

$$\delta_{Superior} 1 = (-52081.7 / 4974) + ((52081.7 * 56.5) / 139581.445) - (((0+0) * 10^5) / 139581.445) = 10.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 2 = (-110239.5/4974) + ((110239.5*56.5) / 139581.445) - (((5.7+4.9) * 10^5) / 139581.445) = 14.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 3 = (-132287.4/4974) + ((132287.4*56.5) / 139581.445) - (((33.3+29.1) * 10^5) / 139581.445) = -17.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 4 = (-176383.2/4974) + ((176383.2*55.2) / 139581.445) - (((40+34.9) * 10^5) / 139581.445) = -19.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 5 = (-220479/4974) + ((220479*54.5) / 139581.445) - (((53.3+46.6) * 10^5) / 139581.445) = -29.81 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 6 = (-264574.8/4974) + ((264574.8*54) / 139581.445) - (((66.6+58.2) * 10^5) / 139581.445) = -40.25 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{Superior} 7 = (-308670.6/4974) + ((308670.6*52.9) / 139581.445) - (((80+69.8) * 10^5) / 139581.445) = -52.39 \text{ kg/cm}^2$$

**Cálculo de la  $\delta_{inferior}$ :**

$$\delta_{inferior} 1 = (-52081.7 \text{ kg/cm}^2 / 4974 \text{ cm}^2) - ((52081.7 \text{ kg/cm}^2 * 56.5 \text{ kg/cm}^2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((0+0) * 10^5) / 166882.30) = -28.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 2 = (-110239.5/4974) - ((110239.5*56.5) / 166882.30) + (((5.7+4.9) * 10^5) / 166882.30) = -53.13 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 3 = (-132287.4/4974) - ((132287.4*56.5) / 166882.30) + (((33.3+29.1) * 10^5) / 166882.30) = -34 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 4 = (-176383.2/4974) - ((176383.2*55.2) / 166882.30) + (((40+34.9) * 10^5) / 166882.30) = -49 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 5 = (-220479/4974) - ((220479*54.5) / 166882.30) + (((53.3+46.6) * 10^5) / 166882.30) = -56.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 6 = (-264574.8/4974) - ((264574.8*54) / 166882.30) + (((66.6+58.2) * 10^5) / 166882.30) = -64.02 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{inferior} 7 = (-308670.6/4974) - ((308670.6*52.9) / 166882.30) + (((80+69.8) * 10^5) / 166882.30) = -70.14 \text{ kg/cm}^2$$

	Longitud del Claro (m)								
	Ext.	0.385	2.478	3.051	4.317	5.818	7.775	0.000	0.000
$\delta_{superior}$	10.6	14.9	-17.8	-19.4	-29.81	-40.25	-52.39	0.0	0.0
$\delta_{inferior}$	-28.1	-53.13	-34.0	-49.0	-56.5	-64.02	-70.14	0.0	0.0

🚧 Revisión de Esfuerzos en la 3era. Etapa (en kg/cm<sup>2</sup>)

$$\delta_{Superior} 1 = (-52081.7/4974\text{cm}^2) + ((52081.7*56.5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((0+0) * 10^5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((0+0+0) * 10^5) / 572058.92\text{cm}^3) = 10.6$$

$$\delta_{Superior} 2 = (-110239.5/4974\text{cm}^2) + ((110239.5*56.5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((5.7+4.9) * 10^5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((1.9+1.9+8.1) * 10^5) / 572058.92\text{cm}^3) = 12.8$$

$$\delta_{Superior} 3 = (-132287.4/4974\text{cm}^2) + ((132287.4*56.5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((33.3+29.1) * 10^5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((11.2+11.3+48.1) * 10^5) / 572058.92\text{cm}^3) = -30.1$$

$$\delta_{Superior} 4 = (-176383.2/4974\text{cm}^2) + ((176383.2*55.2) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((40+34.9) * 10^5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((13.4+13.6+57.8)*10^5)/572058.92\text{cm}^3) = -34.2$$

$$\delta_{Superior} 5 = (-220479/4974\text{cm}^2) + ((220479*54.5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((53.3+46.6) * 10^5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((17.9+18.1+77.1) * 10^5) / 572058.92\text{cm}^3) = -49.6$$

$$\delta_{Superior} 6 = (-264574.8/4974\text{cm}^2) + ((264574.8*54) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((66.6+58.2) * 10^5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((22.3+22.6+96.3) * 10^5) / 572058.92\text{cm}^3) = -65$$

$$\delta_{Superior} 7 = (-308670.6/4974\text{cm}^2) + ((308670.6*52.9) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((80+69.8) * 10^5) / 139581.45 \text{ cm}^3) - (((26.8+27.1+115.6) * 10^5) / 572058.92\text{cm}^3) = -82$$

**Cálculo de la  $\delta_{inferior}$ :**

$$\delta_{inferior} 1 = (-52081.7/4974 \text{ cm}^2) - ((52081.7 * 56.5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((0+0) * 10^5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((0+0+0) * 10^5) / 251628.58 \text{ cm}^3) = -28.1$$

$$\delta_{inferior} 2 = (-110239.5/4974 \text{ cm}^2) - ((110239.5 * 56.5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((5.7+4.9) * 10^5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((1.9+1.9+8.1) * 10^5) / 251628.58 \text{ cm}^3) = -48.41$$

$$\delta_{inferior} 3 = (-132287.4/4974 \text{ cm}^2) - ((132287.4 * 56.5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((33.3+29.1) * 10^5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((11.2+11.3+48.1) * 10^5) / 251628.58 \text{ cm}^3) = -5.9$$

$$\delta_{inferior} 4 = (-176383.2/4974 \text{ cm}^2) - ((176383.2 * 55.2) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((40+34.9) * 10^5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((13.4+13.6+57.8) * 10^5) / 251628.58 \text{ cm}^3) = -15.22$$

$$\delta_{inferior} 5 = (-220479/4974 \text{ cm}^2) - ((220479 * 54.5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((53.3+46.6) * 10^5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((17.9+18.1+77.1) * 10^5) / 251628.58 \text{ cm}^3) = -11.52$$

$$\delta_{inferior} 6 = (-264574.8/4974 \text{ cm}^2) - ((264574.8 * 54) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((66.6+58.2) * 10^5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((22.3+22.6+96.3) * 10^5) / 251628.58 \text{ cm}^3) = -7.8$$

$$\delta_{inferior} 7 = (-308670.6/4974 \text{ cm}^2) - ((308670.6 * 52.9) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((80+69.8) * 10^5) / 166882.30 \text{ cm}^3) + (((26.8+27.1+115.6) * 10^5) / 251628.58 \text{ cm}^3) = -2.8$$

	Longitud del Claro (m)								
	Ext.	0.385	2.478	3.051	4.317	5.818	7.775	0.000	0.000
$\delta_{superior}$	10.6	12.8	-30.1	-34.1	-49.6	-65.0	-82.0	0.0	0.0
$\delta_{inferior}$	-28.1	-48.4	-5.9	-15.3	-11.6	-7.8	-2.8	0.0	0.0

### 🚧 Capacidad de Flexión al Centro del Claro

$$M_u = 629.291 \text{ Ton-m}$$

$$D_p = 18\text{cm} + (135\text{cm} - 61.487\text{cm}) + 51.49 \text{ cm} = 143 \text{ cm}$$

$$P_p = 28 / (210\text{cm} * 143\text{cm}) = 0.0009\text{cm}$$

$$F_{PS} = 19000 \text{ kg/cm}^2 - (1 - (0.28/0.85)) * 0.0009 * (19000 \text{ kg/cm}^2 / 250 \text{ kg/cm}^2) = 18999.02 \text{ kg/cm}^2$$

La cantidad del Bloque de esfuerzos equivalentes es:

$$a = (27.64 \text{ cm}^2 * 19000 \text{ kg/cm}^2) / (0.85 * 210\text{cm} * 350 \text{ kg/cm}^2) = 8.41 \text{ cm}$$

$$W_p = (27.64 \text{ cm}^2 * 18999.02 \text{ kg/cm}^2) / (210 \text{ cm} * 350 \text{ kg/cm}^2 * 143 \text{ cm}) = 0.05 \text{ cm}$$

$$\phi = 1$$

$$M_n = 1 * 27.64 \text{ cm}^2 * 18999.02 \text{ kg/cm}^2 * (143 \text{ cm} - (8.40 \text{ cm}/2)) = 72888448.3 \text{ kg/cm}^2 = \mathbf{728.88 \text{ T-m} > 601.29 \text{ T-m}}$$

por lo que el Momento Resistente si Cumple

### 🚧 Revisión de la Reserva de Resistencia Después del Agrietamiento

$$\text{Esfuerzo a tensión adicional (Fad)} = (2 * (350 \text{ kg/cm}^2)^{0.5}) - 23.41 \text{ kg/cm}^2 = 14.01 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{ad} = 14.01 \text{ kg/cm}^2 * 251628.58 \text{ cm}^3 = 3525316.41 \text{ kg-cm}$$

$$\text{Momento de Agrietamiento al Centro del Claro (Mcr)} = (3525316.41 \text{ kg-cm} + 19781560.35 \text{ kg-cm} + 17476562.50 \text{ kg-cm}) / (10^5) = 407.834 \text{ T-m}$$

Para comprobar que nuestros cálculos están bien se debe cumplir la siguiente condición:

$$M_n / M_{cr} > F_{mrc} = (728.88 \text{ T-m} / 407.834 \text{ T-m}) > 1.20 = 1.79 \text{ Ton-m} > 1.20 \text{ por lo tanto se Cumple con la condición.}$$

### 🚧 Revisión por Fuerza Cortante

Peralte de la Sección Compuesta: 153cm

Ø de estribo propuesto: #4 y área de varilla de: 1.27 cm<sup>2</sup>

$$\phi = 0.85$$

$$V_{u1} = (((5/3 * (18.94 * (1+0.2415)))) + (14.9+10.8 +2.2+5+5.1)) * 1.3/0.9 = 111.5 \text{ ton}$$

$$V_{u2} = (((5/3 * (17.05 * (1+0.2415)))) + (11.9+8.6 +1.8+4+4.1)) * 1.3/0.9 = 94.87 \text{ ton}$$

$$V_{u3} = (((5/3 * (15.15 * (1+0.2415)))) + (9+6.5 +1.3+3+3)) * 1.3/0.9 = 78.21$$

$$V_{u4} = (((5/3 * (13.26 * (1+0.2415)))) + (6+4.3 +0.9+2+2)) * 1.3/0.9 = 61.59$$

$$V_{u5} = (((5/3 * (11.37 * (1+0.2415)))) + (3+2.2+0.4+1+1)) * 1.3/0.9 = 44.96$$

$$V_{u6} = (((5/3 * (9.47 * (1+0.2415)))) + (0+0+0+0+0)) * 1.3/0.9 = 28.30$$

$$f_{Vc1} = (0.85 * 0.53 * (350^{0.5}) * 20 * 153) / 1000 = 25.79$$

$$fV_c 2 = (0.85 * 0.53 * (350^{0.5}) * 20 * 153) / 1000 = 25.79$$

(la misma operación para los restantes)

\*Se proponen las siguientes separaciones como recomendaciones que sean múltiplos de 5 y que por norma no excedan los 30 cm

$$\text{Sep. 1} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Sep. 2} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Sep. 3} = 25 \text{ cm}$$

$$\text{Sep. 4} = 25 \text{ cm}$$

$$\text{Sep. 5} = 30 \text{ cm}$$

$$\text{Sep. 6} = 30 \text{ cm}$$

$$fV_s 1 = ((0.85 * 1.27 \text{ cm}^2 * 2 * 4200 \text{ kg/cm}^2 * 153 \text{ cm}) / 10 \text{ cm}) / 1000 = 138.74 \text{ Ton}$$

$$fV_s 2 = ((0.85 * 1.27 \text{ cm}^2 * 2 * 4200 \text{ kg/cm}^2 * 153 \text{ cm}) / 10 \text{ cm}) / 1000 = 138.74 \text{ Ton}$$

$$fV_s 3 = ((0.85 * 1.27 \text{ cm}^2 * 2 * 4200 \text{ kg/cm}^2 * 153 \text{ cm}) / 15 \text{ cm}) / 1000 = 92.49 \text{ Ton}$$

$$fV_s 4 = ((0.85 * 1.27 \text{ cm}^2 * 2 * 4200 \text{ kg/cm}^2 * 153 \text{ cm}) / 20 \text{ cm}) / 1000 = 69.37 \text{ Ton}$$

$$fV_s 5 = ((0.85 * 1.27 \text{ cm}^2 * 2 * 4200 \text{ kg/cm}^2 * 153 \text{ cm}) / 25 \text{ cm}) / 1000 = 55.49 \text{ Ton}$$

$$fV_s 6 = ((0.85 * 1.27 \text{ cm}^2 * 2 * 4200 \text{ kg/cm}^2 * 153 \text{ cm}) / 25 \text{ cm}) / 1000 = 55.49 \text{ Ton}$$

$$V_u 1 = 138.79 \text{ Ton} + 25.79 \text{ Ton} = 164.53 \text{ Ton}$$

$$V_u 2 = 138.79 \text{ Ton} + 25.79 \text{ Ton} = 164.53 \text{ Ton}$$

$$V_u 3 = 92.49 \text{ Ton} + 25.79 \text{ Ton} = 118.28 \text{ Ton}$$

$$V_u 4 = 69.37 \text{ Ton} + 25.79 \text{ Ton} = 95.16 \text{ Ton}$$

$$V_u 5 = 55.49 \text{ Ton} + 25.79 \text{ Ton} = 81.28 \text{ Ton}$$

$$V_u 6 = 55.49 \text{ Ton} + 25.79 \text{ Ton} = 81.28 \text{ Ton}$$

## REVISIONES DE DEFLEXIONES AL CENTRO DEL CLARO

Etapas 1.- Fuerza de Presfuerzo y Peso Propio de la Trabe en Sección Simple

$$= (5 * (1.194 \text{ Ton / m} * 10) * (25 \text{ m} * 100)^4) / (384 * (15000 * ((350 \text{ kg/m})^{0.5}) * 10261069.642 \text{ cm}^4)) \\ = 2.109 \text{ cm}$$

$$= -(365694.75\text{kg} * 52.92\text{cm}) * ((25\text{m} * 100)^2) / (8 * (15000 * ((350\text{kg}/\text{m})^{0.5}) * 10261069.642 \text{ cm}^4)) = -5.250 \text{ cm}$$

Restando:

$$2.109 \text{ cm} - 5.250\text{cm} = -3.141 \text{ cm}$$

Etapa 2.- Esfuerzos Anteriores más Peso de la Losa

$$(5 * ((0.864 \text{ Ton}/\text{m} + 0.179 \text{ Ton}/\text{m}) * 10) * ((25\text{m} * 100)^4)) / (384 * (15000 * (350^{0.5}\text{kg}/\text{m}) * 10261069.642 \text{ cm}^4)) = 1.842 \text{ cm}$$

Etapa 3.- Efecto de la Etapa No.2 más Carga Muerta Adicional más Carga Viva en la Sección Compuesta

$$(5 * ((0.4\text{Ton}/\text{m} + 0.405 \text{ Ton}/\text{m}) * 10) * ((25\text{m} * 100)^4)) / (384 * (15000 * (350^{0.5}\text{kg}/\text{m}) * 23592394.43 \text{ cm}^4)) = 0.618 \text{ cm}$$

$$((32.67 \text{ Ton} * 1000) * (0.6543/2) * (1+0.2415)) * ((25\text{m} * 100)^3) / (48 * (15000 * (350^{0.5}\text{kg}/\text{m}) * 23592394.43)) = 0.652\text{cm}$$

$$\text{Sumando } 0.618\text{cm} + 0.652\text{cm} = 1.27 \text{ cm}$$

$$-3.141\text{cm} + 1.842\text{cm} + 1.27\text{cm} = -0.029 \text{ cm}$$

Emplearemos multiplicadores del Manual de Diseño del Instituto de Concreto Presforzado pag.442, que servirán para hacer correcciones pertinentes.

$$= 2.109\text{cm} * 1.85 = 3.9\text{cm}$$

$$= -5.250\text{cm} * 1.8 = -7.05\text{cm}$$

La deflexión neta a largo plazo, empleando los multiplicadores mencionados es:

$$= 2.109\text{cm} * 2.4 = 5.06 \text{ cm}$$

$$= -5.250 \text{ cm} * 2.2 = -11.55 \text{ cm}$$

$$= 1.842\text{cm} * 2.3 = 4.24\text{cm}$$

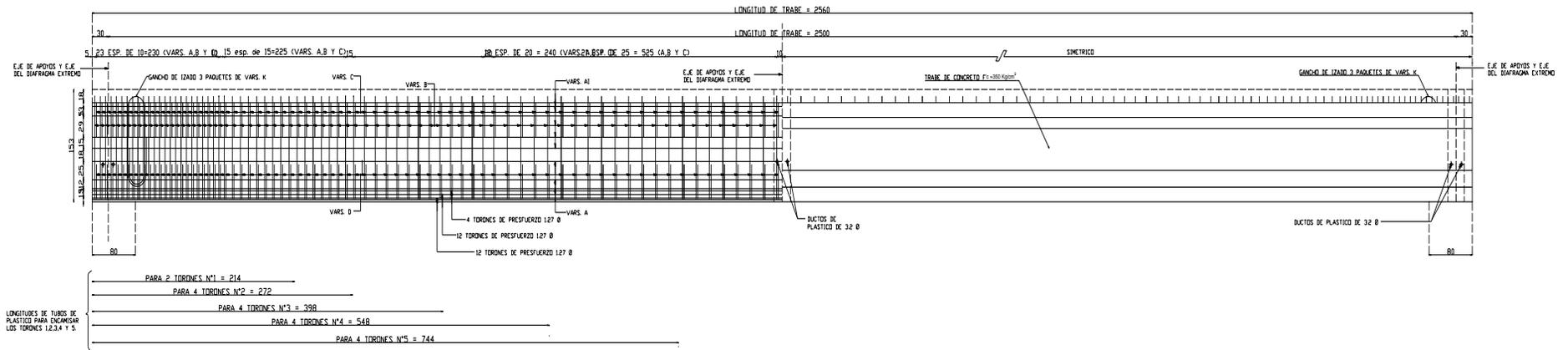
$$= 0.618\text{cm} * 3 = 1.85\text{cm}$$

$$= 0.65\text{cm}$$

Por lo tanto:

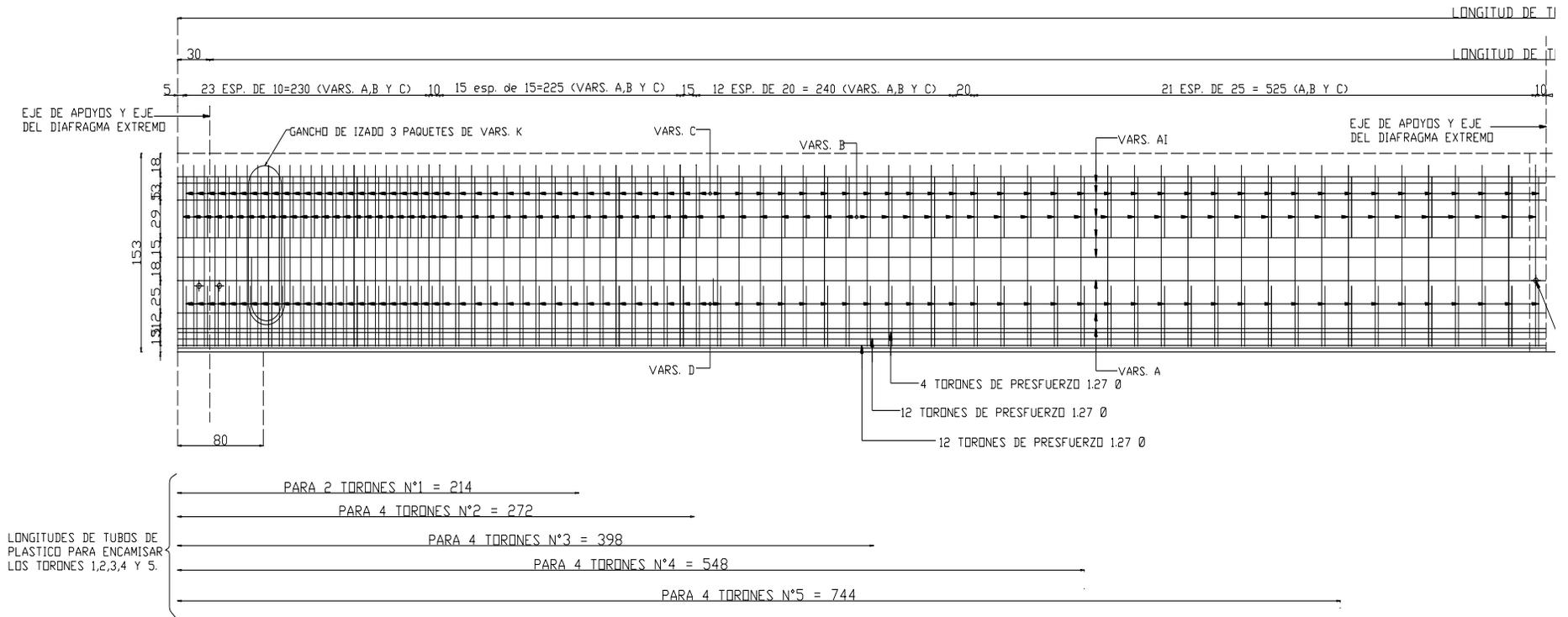
$$5.06 - 11.55 + 4.24 + 1.85 + 0.65 = 0.25 \text{ cm}$$

## PLANOS DEL EJERCICIO

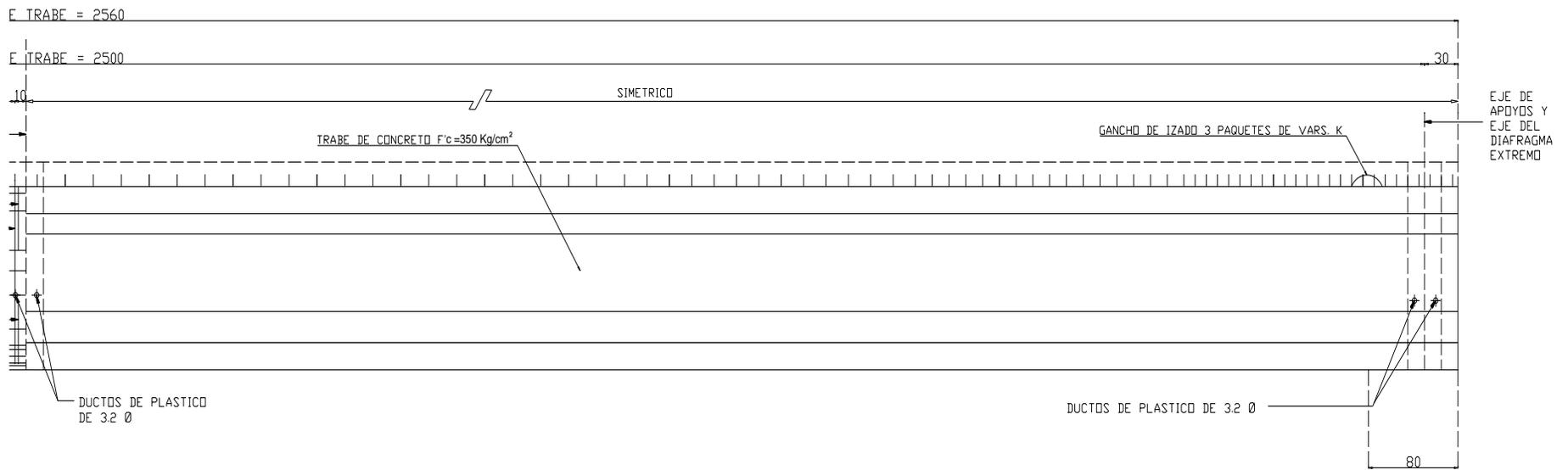


## ARMADO DE VIGA, VISTA LATERAL

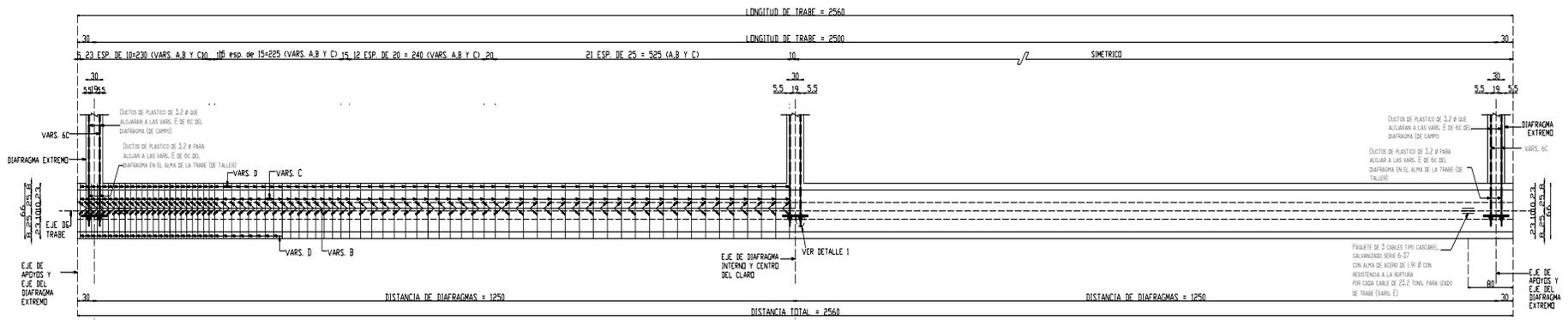
➤ **CORTE LADO A**



➤ **CORTE LADO B**

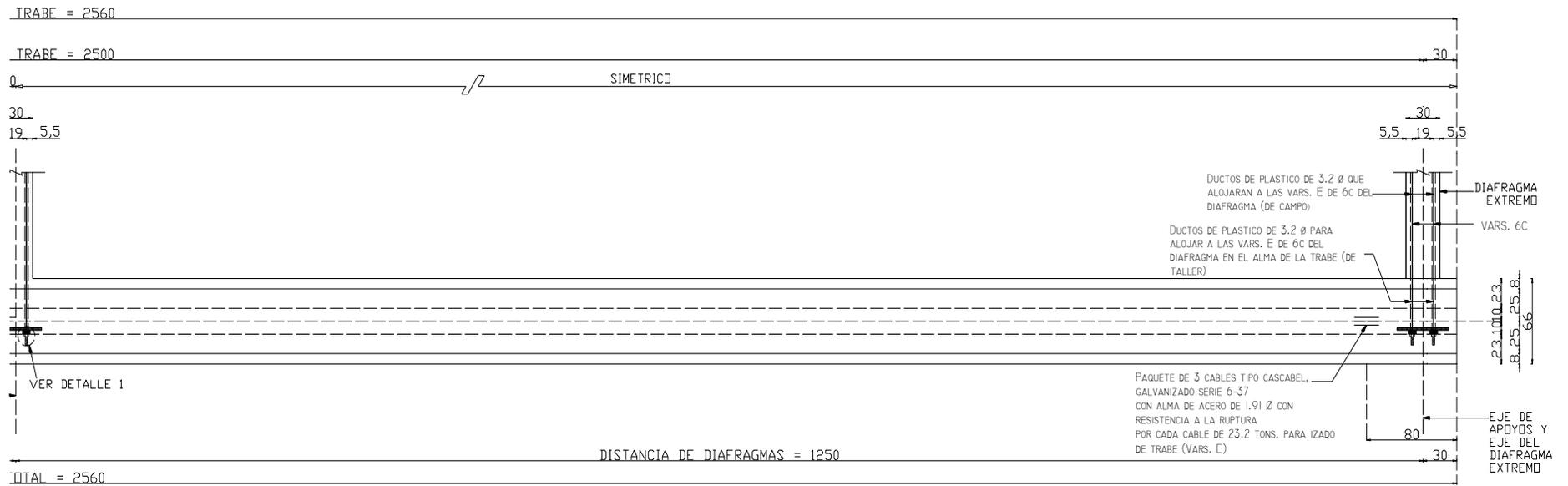


➤ **VISTA EN PLANTA**

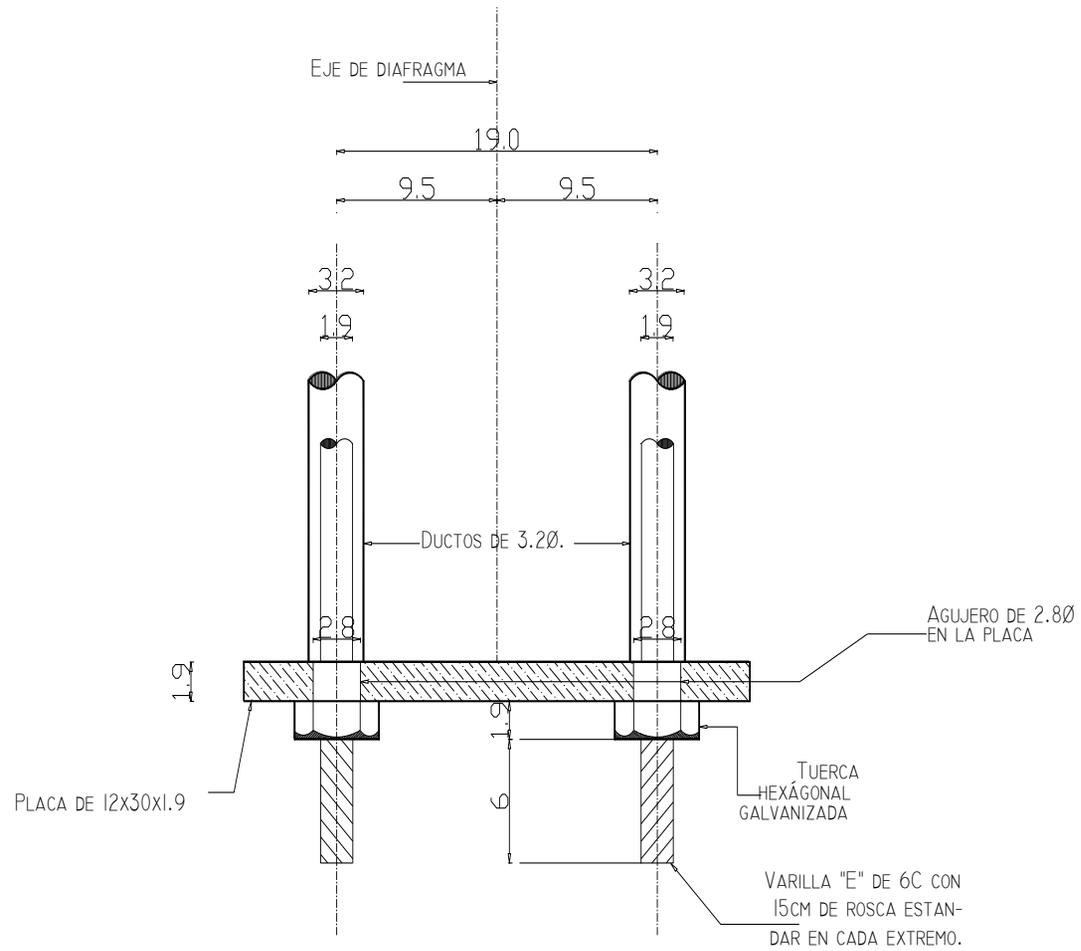




➤ **CORTE LADO B**

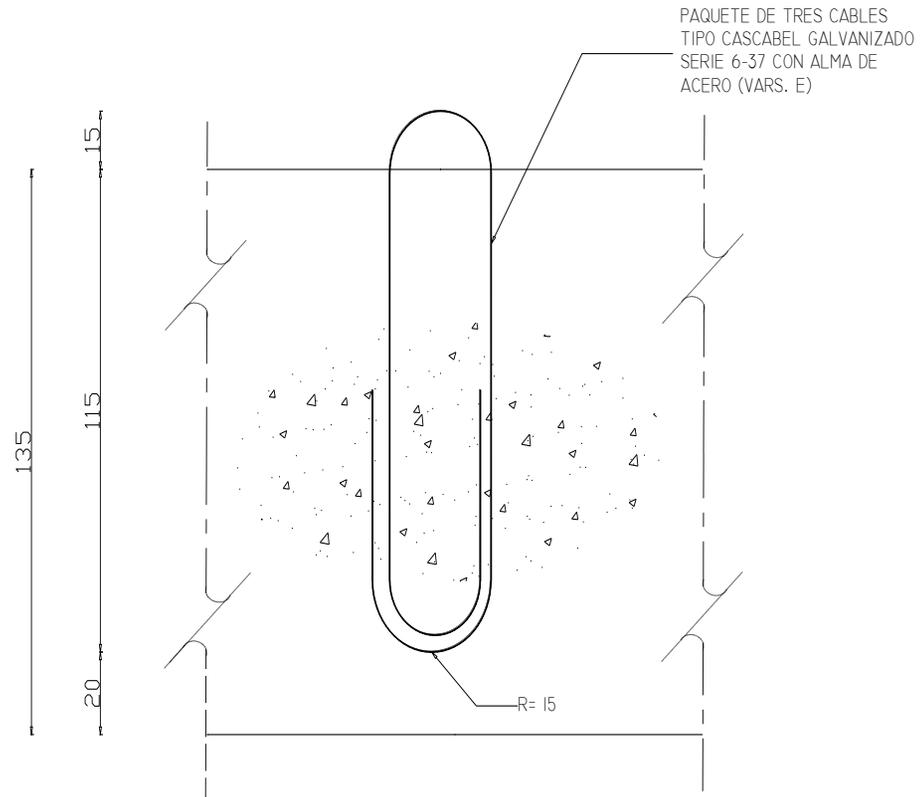


➤ **DETALLE 1**



**DETALLE 1 ESC. 1:4**

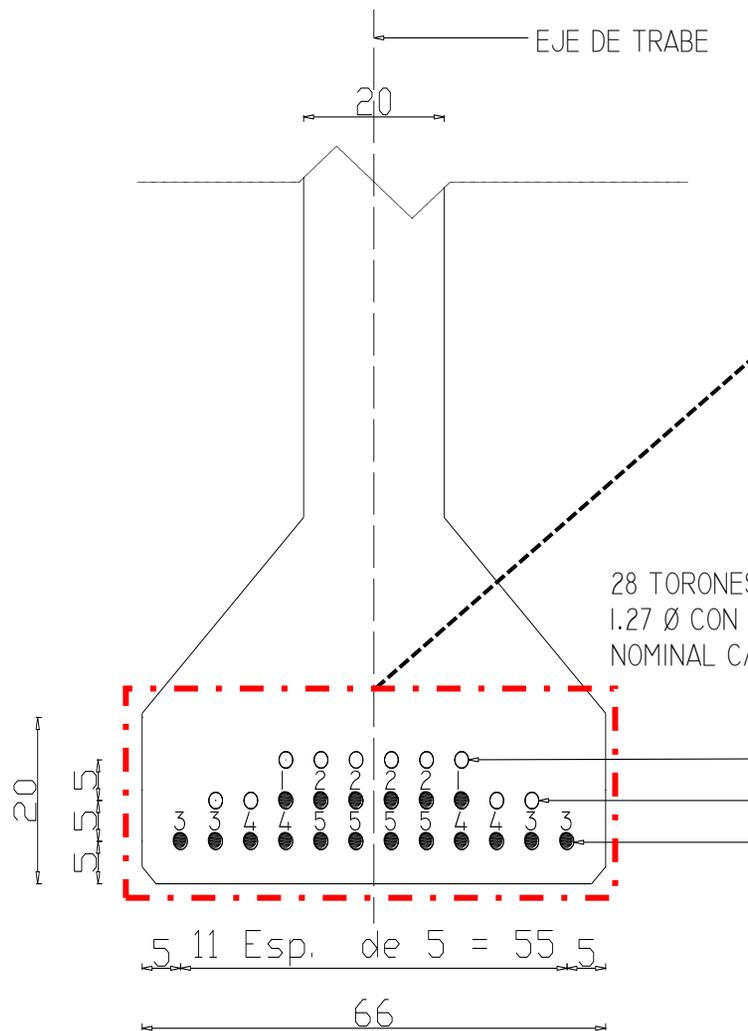
➤ **DETALLE 2**



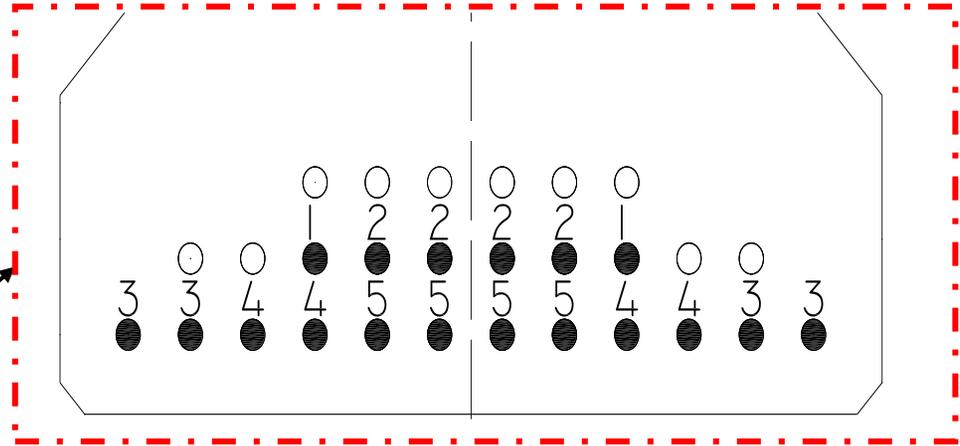
**DETALLE DE GANCHO DE IZADO**



➤ **DETALLE 4**



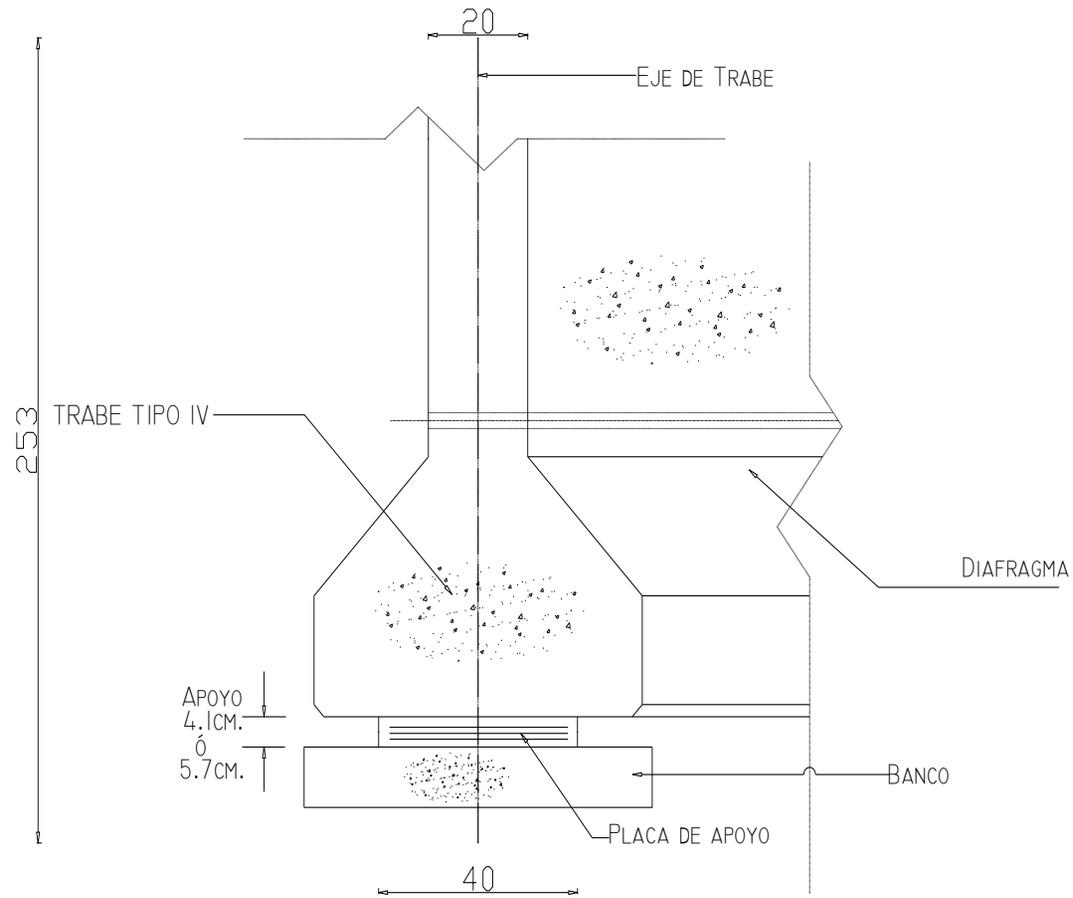
28 TORONES DE PRESFUERZO DE  
1.27 Ø CON 0.987 CM DE AREA  
NOMINAL C/U Y L. R. = 19,000 KG/CM<sup>2</sup>



DETALLE DEL REFUERZO

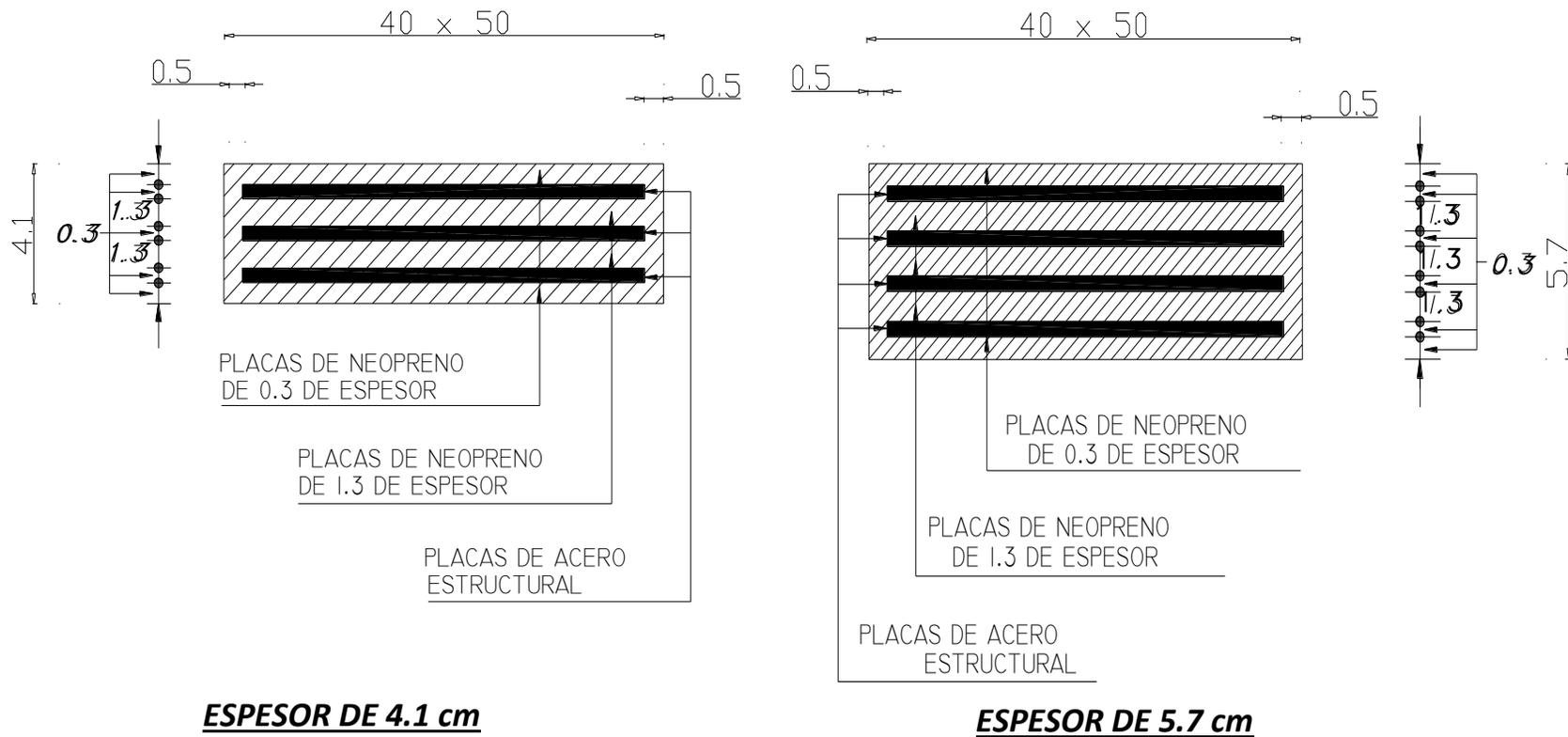
LOS TORONES SE ENCAMISARAN EN TUBOS DE PLASTICO CON LAS LONGITUDES INDICADAS EN EL CORTE LONGITUDINAL DE LA TRABE LOS TORONES SE TENSARAN EN LA CAMA DE PRESFUERZO A 14,250 KG/CM<sup>2</sup> PARA TENER UNA FUERZA TOTAL INICIAL POR TRABE DE 393,813 KG

➤ **DETALLE 5**



## CORTE

### ➤ DETALLE DE PLACAS DE NEOPRENO



## Bibliografía

- <http://civilgeeks.com/2011/03/15/hormigon-pretensado-ventajas-y-desventajas/>
- <http://civilgeeks.com/2011/12/24/concreto-pretensado/>
- <https://prezi.com/y2arg4fi7zyi/pretensado-y-postensado/>
- <https://concretopreforzado.wordpress.com/category/acero/>
- [http://www.freyssinet.com/freyssinet/wfreyssinet\\_sp.nsf/sb/la-empresa.historia..los-principios](http://www.freyssinet.com/freyssinet/wfreyssinet_sp.nsf/sb/la-empresa.historia..los-principios)
- Temas Fundamentales del Concreto Presforzado. Dr Ing. Felipe de Jesús Orozco Zepeda.
- <http://efreyssinet-association.com/loeuvre/pour-comprendre-son-oeuvre/>
- Bridge Engineering Design, Rehabilitation, and Maintenance of Modern Highway Bridges. Demetrios E. Tonias, P.E. Jim J. Zhao, P.E. Second Edition.
- ISSN 0188-7114, “Estudio de Peso y Dimensiones de los Vehículos que Circulan sobre las Carreteras Mexicanas”. Alberto Mendoza Díaz, Arturo Cadena Rodríguez, Oscar de Buen Richkarday, Luis Dominguez Pommerencke, Alfonso Rico Rodríguez Documento Técnico No.8. Sanfadila, Qro, 1992.
- PRY. PROYECTO, Car Carreteras, Proyecto de Puentes y Estructuras, Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares, Distribución de Cargas, N.PRY.CAR.6.01.007/16.
- Tesis Diseño Estructural de Trabes Tipo AASHTO IV Aplicadas al Proyecto: “P.I.V. ENTRONQUE ACCESO – GM” de la Carretera México-San Luis Potosí, Gerardo Delgado Pérez, Ciudad Universitaria, México,D.F., 2015.
- Tesis Calculo de una Superestructura de un Puente Presforzado con Trabes AASHTO, Ing. Armando Rafael Bazán Tépac, Universidad Veracruzana, Xalapa Enríquez Veracruz, Mayo 2013.
- PRY. PROYECTO, CAR. Carreteras, Proyecto de Puentes y Estructuras, Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares, Características Generales de Proyecto, N.PRY.CAR.6.01.002/01
- PRY. PROYECTO, CAR. Carreteras, Proyecto de Puentes y Estructuras, Proyecto de Nuevos Puentes y Estructuras Similares, Cargas y Acciones, N.PRY.CAR.6.01.003/01

- Estudio de Pesos y Dimensiones de los Vehículos que Circulan Sobre las Carreteras Mexicanas, “Análisis Estadístico del Peso y las Dimensiones de los Vehículos de Carga que Circulan por la Red Nacional de Carreteras. Estaciones Instaladas Durante 1991”, Alberto Mendoza Díaz, Arturo Cadena Rodríguez, Oscar de Buen Richkarday, Luis Domínguez Pommerencke, Alfonso Rico Rodríguez, Documento Técnico No.8, Sanfandila, Qro, 1992.
- PCI Bridge Desing Manual. Version Compressed for ePub. William N. Nickas. 3rd Edition, Second Release, August 2014