

TÍNH CHẤT PHI CỔ ĐIỂN CỦA TRẠNG THÁI KẾT HỢP CẶP THÊM VÀ BỚT PHOTON HAI MODE

Hồ Sỹ Chương^{1,2}, Hồ Ngọc Trung¹, Trương Minh Đức*

¹ Khoa Vật lý, Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế, 34 Lê Lợi, Huế, Việt Nam

² Khoa Sư phạm Khoa học Tự nhiên, Trường Đại học Đồng Nai, 4 Lê Quý Đôn, Tp. Biên Hòa, Đồng Nai, Việt Nam

* Tác giả liên hệ Trương Minh Đức <tmduc@hueuni.edu.vn>
(Ngày nhận bài: 05-09-2021; Ngày chấp nhận đăng: 09-10-2021)

Tóm tắt. Trong bài báo này chúng tôi nghiên cứu các tính chất phi cổ điển như tính chất nén tổng hai mode, nén hiệu hai mode và tính chất phản kết chùm hai mode bậc cao của trạng thái kết hợp cặp thêm và bớt photon hai mode (PAASTMPCS). Các kết quả khảo sát về tính chất nén cho thấy rằng trạng thái PAASTMPCS có tính chất nén tổng hai mode nhưng không có tính chất nén hiệu hai mode. Tính chất nén tổng hai mode của trạng thái PAASTMPCS luôn xuất hiện khi thêm và bớt photon vào trạng thái kết hợp cặp (PCS). Ngoài ra, kết quả khảo sát chỉ ra rằng trạng thái PAASTMPCS còn có tính chất phản kết chùm hai mode bậc cao và tính chất này được tăng cường khi thêm và bớt photon vào PCS. Qua đó, vai trò của việc thêm và bớt photon đã được khẳng định thông qua việc tăng cường tính chất phi cổ điển của trạng thái PAASTMPCS.

Từ khóa: Trạng thái kết hợp cặp, trạng thái kết hợp cặp thêm và bớt photon hai mode, tính chất nén tổng hai mode, tính chất nén hiệu hai mode, tính chất phản kết chùm hai mode bậc cao

Non-classical properties of photon-added-and-subtracted two-mode pair coherent state

Ho Sy Chuong^{1,2}, Ho Ngoc Trung¹, Truong Minh Duc^{1*}

¹ Department of Physics, University of Education, Hue University, 34 Le Loi St., Hue, Vietnam

² Dong Nai University, 4 Le Quy Don St., Bien Hoa City, Dong Nai, Vietnam

* Correspondence to Truong Minh Duc <tmduc@hueuni.edu.vn >
(Received: 05 September 2021; Accepted: 09 October 2021)

Abstract. In this paper, we study the non-classical properties such as two-mode sum squeezing, two-mode difference squeezing, and higher-order two-mode antibunching properties of the photon-added-and-subtracted two-mode pair coherent state (PAASTMPCS). The results in the squeezing property show that the PAASTMPCS has two-mode sum squeezing but no two-mode difference squeezing. The two-mode sum squeezing of the PAASTMPCS always appears when adding and subtracting photons to two modes of a pair coherent state (PCS). Furthermore, the PAASTMPCS has higher-order two-mode antibunching in any order, and this property is enhanced when photons are simultaneously added and subtracted to two modes of the PCS. Thereby, the role of the photon addition and the photon subtraction has been confirmed by enhancing the non-classical properties of the PAASTMPCS.

Keywords: Pair coherent state, photon-added-and-subtracted two modes pair coherent state, two-mode sum squeezing, two-mode difference squeezing, higher-order two-mode antibunching

1 Giới thiệu

Các tính chất của các trạng thái phi cổ điển đã được quan tâm nghiên cứu từ rất sớm mà mở đầu là công trình của Mandel vào năm 1986 về các trạng thái phi cổ điển của trường điện từ [1]. Một trạng thái được gọi là trạng thái phi cổ điển nếu nó thể hiện tính chất phi cổ điển mà một trạng thái cổ điển không thể có được. Các tính chất phi cổ điển thường gặp đó là tính chất nén, tính chất phản kết chùm, tính chất thống kê sub-Poisson, super-Poisson và sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz. Sau này, tính chất đan rối cũng là một tính chất phi cổ điển của các trạng thái đa mode. Về tính chất nén, năm 1989, Hillery đưa ra điều kiện nén tổng và nén hiệu [2] cho các trạng thái hai mode. Các điều kiện này về sau được các tác giả khác phát triển thêm như nén đa mode và nén đa mode bậc cao [3-5]. Về tính chất phản kết chùm, năm 1986, Mandel đã nghiên cứu tính chất phản kết chùm của ánh sáng kết hợp [1]. Đến năm 1990, Lee [6] đã đưa ra điều kiện để một trạng thái có tính chất phản kết chùm bao gồm điều kiện phản kết chùm đơn mode, phản kết chùm đa mode và phản kết chùm đa mode bậc cao.

Năm 1963, Glauber [7] và Sudarshan [8] đã đề xuất trạng thái kết hợp để mô tả các tính chất của chùm sáng laser. Đến năm 1988, trạng thái kết hợp cặp (PCS) và các đặc tính của nó được Argawal đưa ra và nghiên cứu [9-11] vì ông nhận thấy rằng trong nhiều vấn đề của quang phi tuyến, khi đảo ngược hay trộn bốn sóng, các photon được tạo ra theo cặp hay hai photon đồng thời bị hủy. Từ đó đến nay, các tác giả khác như Hong [12], Zavatta [13, 14] và một số tác giả gần đây [15-22] đã đề xuất các trạng thái phi cổ điển mới bằng việc thêm và bớt photon lên trạng thái PCS. Việc thêm bớt photon vào trạng thái PCS có thể làm tăng tính chất phi cổ điển của trạng thái, từ đó cải thiện tính hiệu

quả của việc ứng dụng các trạng thái phi cổ điển vào các lĩnh vực như thông tin lượng tử và điều khiển lượng tử.

Trạng thái PCS [9, 10] mà Argawal đưa ra là trạng thái riêng của toán tử hủy cặp $\hat{a}\hat{b}$ và toán tử $\hat{Q} = \hat{a}^\dagger \hat{a} - \hat{b}^\dagger \hat{b}$ như sau

$$\begin{aligned} \hat{a}\hat{b}|\xi, q\rangle &= \xi|\xi, q\rangle, \\ (\hat{a}^\dagger \hat{a} - \hat{b}^\dagger \hat{b})|\xi, q\rangle &= q|\xi, q\rangle. \end{aligned} \quad (1)$$

Trong không gian của các trạng thái Fock, trạng thái PCS được khai triển dưới dạng

$$|\xi, q\rangle = A_q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^n}{\sqrt{n!(n+q)!}} |n, n+q\rangle_{ab}, \quad (2)$$

trong đó $\xi = |\xi|e^{i\varphi}$ là một số phức. Trong bài báo này, chúng tôi chọn $\varphi = 0$; $q \in N$ là tham số suy biến; A_q là hệ số chuẩn hóa được xác định bởi

$$A_q^{-2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2n}}{n!(n+q)!} \quad (3)$$

Trạng thái hai mode kết hợp cặp thêm m photon lên mỗi mode (PAPCS) [12] đã Hong và Quang-can đưa ra năm 1999. Một số tính chất phi cổ điển của PAPCS cũng đã được nhóm này nghiên cứu như tính phân bố sub-Poisson, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và tính chất nén hai mode. Trong thời gian gần đây, trạng thái kết hợp cặp thêm và bớt photon hai mode (PAASTMPCS) đã được đề xuất [23] bằng cách đồng thời thêm k photon vào mode a và bớt l photon khỏi mode b của trạng thái PCS. Trạng thái PAASTMPCS được viết dưới dạng

$$|\xi, q; k, l\rangle_{ab} = B_{q,k,l}(\xi) \hat{a}^{\dagger k} \hat{b}^l |\xi, q\rangle_{ab}, \quad (4)$$

trong đó k, l là các số nguyên không âm và $B_{q,k,l}(\xi)$ là hệ số chuẩn hóa được xác định có dạng

$$B_{q,k,l}(\xi) = \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2m} (m+k)!}{(m!)^2 (m+q-l)!} \right)^{-1/2}. \quad (5)$$

Trong không gian Fock, trạng thái PAASTMPCS được viết như sau

$$|\xi, k, h\rangle_{ab} \equiv |\xi, q, k, l\rangle_{ab} = \sum_{n=0}^{\infty} C_{n,k,h}(\xi) |n+k, n+h\rangle_{ab}, \quad (6)$$

trong đó h được đặt $h = q - l$ và $C_{n,k,h}(\xi)$ được xác định

$$C_{n,k,h}(\xi) = \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2m} (m+k)!}{(m!)^2 (m+h)!} \right)^{-1/2} \xi^n \sqrt{\frac{(n+k)!}{(n!)^2 (n+h)!}}. \quad (7)$$

Khi $k = 0$ và $h = q$ (khi đó $k = l = 0$) thì trạng thái PAASTMPCS ở (6) quy về trạng thái PCS ở (2).

Một số thuộc tính phi cổ điển như tính chất phi Gauss và tính chất đan rối của PAASTMPCS đã được nghiên cứu một cách chi tiết thông qua hàm phân bố Wigner và độ đan rối Entropy tuyến tính [23]. Tuy nhiên, các đặc tính phi cổ điển khác của PAASTMPCS chưa được quan tâm nghiên cứu. Do đó, trong bài báo này, chúng tôi tập trung nghiên cứu một số tính chất phi cổ điển của trạng thái PAASTMPCS như tính chất nén tổng hai mode ở mục 2, tính chất nén hiệu hai mode ở mục 3 và tính chất phản kết chùm hai mode bậc cao ở mục 4. Cuối cùng chúng tôi tóm tắt lại các kết quả nghiên cứu ở mục kết luận.

2 Nén tổng hai mode

Tính chất nén của các trạng thái phi cổ điển có nhiều ứng dụng trong các nhiệm vụ lượng tử như việc tạo ra ánh sáng nén, sử dụng ánh sáng nén để nâng cao chất lượng của các giao thoa kế laser [24, 25]. Có nhiều loại nén đã được nghiên cứu như nén tổng, nén hiệu [2], nén đơn mode, nén đa mode, nén thường và nén bậc cao [3, 4]. Trong mục này chúng tôi sử dụng nén tổng hai mode kiểu Hillery được giới thiệu năm 1989 [2]. Trong đó, toán tử nén tổng hai mode có dạng

$$V_{\phi} = \frac{1}{2} (a^{\dagger} b^{\dagger} e^{i\phi} + a b e^{-i\phi}). \quad (8)$$

Một trạng thái được gọi là bị nén tổng nếu

$$\langle \Delta V_{\phi}^2 \rangle < \frac{1}{4} \langle N_a + N_b + 1 \rangle, \quad (9)$$

trong đó ϕ có giá trị bất kỳ, $\langle N_a \rangle$ và $\langle N_b \rangle$ là trị trung bình số hạt tương ứng ở mode a và b , $\langle \Delta V_{\phi}^2 \rangle = \langle V_{\phi}^2 \rangle - \langle \hat{V}_{\phi} \rangle^2$ là trị trung bình bình phương độ lệch (phương sai) của toán tử nén tổng. Để thuận tiện trong quá trình khảo sát, chúng tôi đưa ra một đại lượng đặc trưng cho tính chất nén tổng, được gọi là thông số nén tổng, ký hiệu là S [17], dưới dạng

$$S = \frac{4 \langle \Delta V_{\phi}^2 \rangle - \langle N_a + N_b + 1 \rangle}{\langle N_a + N_b + 1 \rangle}. \quad (10)$$

Trạng thái hai mode có tính chất nén tổng nếu $-1 \leq S < 0$.

Từ định nghĩa toán tử nén tổng ở (8), chúng tôi đã tính toán và thu được kết quả về trị trung bình bình phương độ lệch là

$$\begin{aligned} \langle \Delta V_{\phi}^2 \rangle &= \langle V_{\phi}^2 \rangle - \langle \hat{V}_{\phi} \rangle^2 \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \left(\langle \hat{a}^{\dagger 2} \hat{b}^{\dagger 2} \rangle - \langle \hat{a}^{\dagger} \hat{b}^{\dagger} \rangle^2 \right) e^{i2\phi} + \left(\langle \hat{a}^2 \hat{b}^2 \rangle - \langle \hat{a} \hat{b} \rangle^2 \right) e^{-i2\phi} \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\langle \hat{N}_a \hat{N}_b \rangle - \langle \hat{a}^{\dagger} \hat{b}^{\dagger} \rangle \langle \hat{a} \hat{b} \rangle \right) + \langle \hat{N}_a + \hat{N}_b + 1 \rangle \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Bằng cách thay $\langle \Delta V_{\phi}^2 \rangle$ ở (11) vào (10), chúng tôi đưa đại lượng S về dạng

$$\begin{aligned} S &= 2 \left[\left(\text{Re} \left(\langle \hat{a}^{\dagger 2} \hat{b}^{\dagger 2} \rangle e^{i2\phi} \right) + \langle \hat{N}_a \hat{N}_b \rangle \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\text{Re} \left(\langle \hat{a}^{\dagger} \hat{b}^{\dagger} \rangle^2 e^{i2\phi} \right) + \left| \langle \hat{a}^{\dagger} \hat{b}^{\dagger} \rangle \right|^2 \right) \right] \cdot \langle \hat{N}_a + \hat{N}_b + 1 \rangle^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Các trị trung bình trong (12) đã được tính toán chi tiết, từ đó thông số nén tổng S được viết dưới dạng khai triển như sau

$$\begin{aligned}
 S = & 2 \left\{ C_q^2 \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{|\xi|^{2m} (m+k)!}{((m!)^2 (m+h)!} \right) \right. \right. \\
 & \times \left. \left. \left(\frac{(m+k+1)(m+k+2)}{(m+1)(m+2)} |\xi|^2 \cdot \cos 2\alpha + (m+k)(m+h) \right) \right] \right. \\
 & - C_q^4 \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{|\xi|^{2m+1} (m+k)!}{((m!)^2 (m+h)!} \right) \left(\frac{(m+k+1)}{(m+1)} \right)^2 (1 + \cos 2\alpha) \right] \\
 & \left. \times \left\{ C_q^2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{|\xi|^{2n} (n+k)!}{(n!)^2 (n+h)!} \right) (2n+k+h) \right] + 1 \right\}^{-1} \right\}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

trong đó $\alpha = (\varphi + \phi)$.

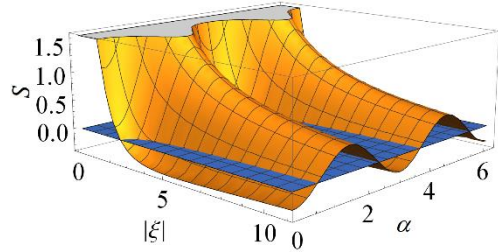
Từ kết quả ở (13), chúng tôi vẽ đồ thị sự phụ thuộc của S vào $|\xi|$ và $\alpha = \phi + \phi$, trong trường hợp $k = 4$ và $h = 8$ (Hình 1). Kết quả cho thấy rằng giá trị của S luôn bằng nhau và nhỏ nhất tại mọi giá trị của $|\xi|$ nếu $\alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vì vậy, trong quá trình khảo sát sự phụ thuộc của S vào các tham số khác, chúng tôi chọn $\alpha = \varphi + \phi = 0$.

Trên Hình 2, các đường cong mô tả sự phụ thuộc của S như là một hàm theo biến $|\xi|$ khi $k = 0$ và tham số $h = q$ tăng dần. Đây là trường hợp ứng với trạng thái gốc PCS ($k = l = 0$) trước khi thêm và bớt photon. Từ đồ thị có thể thấy PCS có $S \geq 0$ trên toàn miền giá trị của $|\xi|$ với mọi q ; điều này có nghĩa là PCS không có tính chất nén tổng.

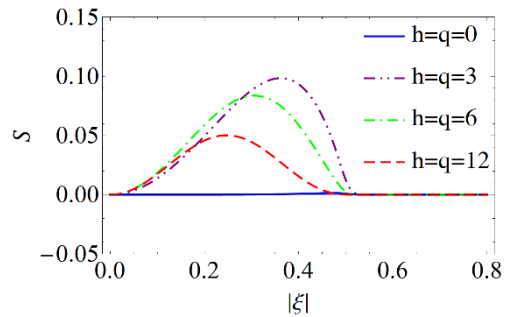
Hình 3 là các đồ thị sự phụ thuộc của S vào biến $|\xi|$ và bộ tham số (k, h) , trong đó cố định $h = 6$ và k tăng dần. Các đường cong cho thấy rằng khi k tăng dần, trạng thái bắt đầu bị nén tại các vị trí tương ứng giá trị $|\xi|$ giảm dần và đồng thời độ sâu của các đường cong S tăng, tức là độ nén tăng dần.

Hình 4 là các đồ thị sự phụ thuộc của S vào biến $|\xi|$ và bộ tham số (k, h) , với $k = 6$ và h tăng dần (q cố định và l giảm). Từ các đường cong có thể thấy rằng khi h tăng dần, trạng thái bắt đầu bị nén tại các vị trí có giá trị $|\xi|$ tăng dần, đồng thời độ sâu lớn nhất của S tăng theo, tức là độ nén cực đại tăng dần. Do đó, trường hợp cần có tính chất nén

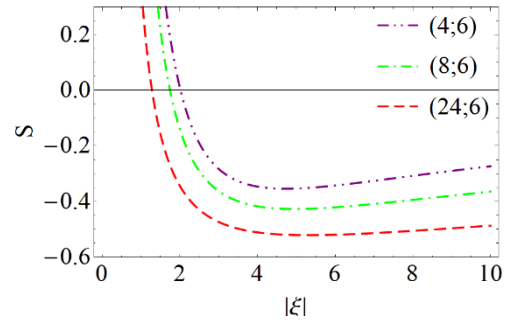
khi giá trị $|\xi|$ nhỏ thì có thể chọn tham số h bé (l lớn), nhưng nếu cần có độ nén cao thì nên chọn tham số h lớn (l bé).



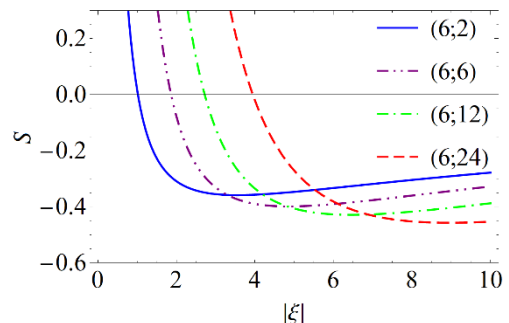
Hình 1. Đồ thị sự phụ thuộc của S vào $|\xi|$ và α khi chọn $k = 4$ và $h = 8$



Hình 2. Sự phụ thuộc của S theo biến $|\xi|$ của PCS ($k = l = 0$) ứng với các tham số $h = q$ khác nhau



Hình 3. Sự phụ thuộc của S theo biến $|\xi|$ và bộ tham số (k, h) , trong đó cố định $h = 6$ và k tăng dần



Hình 4. Sự phụ thuộc của S theo biến $|\xi|$ và bộ tham số (k, h) , trong đó cố định $k = 6$ và h tăng dần

Như vậy, các đồ thị trên các Hình 2, 3 và 4 cho thấy rằng, trạng thái hai mode kết hợp cặp thêm và bớt photon có tính chất nén tổng trong khi trạng thái kết hợp cặp thì không. Tính chất nén tổng của PAASTMPCS tăng khi số photon thêm vào mode a tăng (k tăng) hoặc số photon bớt đi ở mode b giảm (h tăng).

3 Nén hiệu hai mode

Giống như nén tổng, nén hiệu sẽ xảy ra trong quá trình tạo tần số hiệu. Hillery cũng đưa ra điều kiện nén hiệu hai mode [2]. Toán tử nén hiệu hai mode được định nghĩa như sau

$$\hat{W}_\phi = \frac{1}{2}(\hat{a}\hat{b}^\dagger e^{i\phi} + \hat{a}^\dagger\hat{b}e^{-i\phi}), \quad (14)$$

trong đó ϕ có giá trị bất kỳ.

Tương tự như trường hợp nén tổng hai mode, ở đây, một đại lượng đặc trưng cho tính chất nén hiệu, gọi là thông số nén hiệu và ký hiệu là D [17], cũng được định nghĩa như sau

$$D = \frac{4\langle\Delta\hat{W}_\phi^2\rangle - \left|\langle\hat{N}_a\rangle - \langle\hat{N}_b\rangle\right|}{\left|\langle\hat{N}_a\rangle - \langle\hat{N}_b\rangle\right|}, \quad (15)$$

trong đó $\langle N_a \rangle$ và $\langle N_b \rangle$ là trị trung bình số hạt ở mode a và b ; $\langle\Delta\hat{W}_\phi^2\rangle = \langle\hat{W}_\phi^2\rangle - \langle\hat{W}_\phi\rangle^2$ là phương sai của toán tử nén hiệu. Một trạng thái hai mode có tính chất nén hiệu nếu $-1 \leq D < 0$.

Từ định nghĩa toán tử nén hiệu hai mode ở (14) ta có:

$$\begin{aligned} \langle\hat{W}_\phi^2\rangle &= \frac{1}{4}\left\{\langle\hat{a}^2\hat{b}^{\dagger 2}\rangle e^{i2\phi} + \langle\hat{a}^{\dagger 2}\hat{b}^2\rangle e^{-i2\phi}\right. \\ &\quad \left. + 2\langle\hat{N}_a\hat{N}_b\rangle + \langle\hat{N}_a + \hat{N}_b\rangle\right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

và

$$\begin{aligned} \langle\hat{W}_\phi\rangle^2 &= \frac{1}{4}\left(\langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle e^{i\phi} + \langle\hat{a}^\dagger\hat{b}\rangle e^{-i\phi}\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}\left(\langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle^2 e^{i2\phi} + \langle\hat{a}^\dagger\hat{b}\rangle^2 e^{-i2\phi} + 2\langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle\langle\hat{a}^\dagger\hat{b}\rangle\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Từ các kết quả ở (16) và (17), chúng tôi xác định phương sai $\langle\Delta\hat{W}_\phi^2\rangle$

$$\begin{aligned} \langle\Delta\hat{W}_\phi^2\rangle &= \langle\hat{W}_\phi^2\rangle - \langle\hat{W}_\phi\rangle^2 \\ &= \frac{1}{4}\left\{\left(\langle\hat{a}^2\hat{b}^{\dagger 2}\rangle - \langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle^2\right)e^{i2\phi} + \left(\langle\hat{a}^{\dagger 2}\hat{b}^2\rangle - \langle\hat{a}^\dagger\hat{b}\rangle^2\right)e^{-i2\phi}\right. \\ &\quad \left.+ 2\left(\langle\hat{N}_a\hat{N}_b\rangle - \langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle\langle\hat{a}^\dagger\hat{b}\rangle\right) + \langle\hat{N}_a + \hat{N}_b\rangle\right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Đối với PAASTMPCS, các trị trung bình trong (18) đều bị triệt tiêu nên phương sai $\langle\Delta\hat{W}_\phi^2\rangle$ được viết lại thành

$$\begin{aligned} \langle\Delta\hat{W}_\phi^2\rangle &= \frac{1}{2}\langle\hat{N}_a\hat{N}_b\rangle + \frac{1}{4}\left(\langle\hat{N}_a\rangle + \langle\hat{N}_b\rangle\right) \\ &\quad > \frac{1}{4}\left|\langle\hat{N}_a\rangle - \langle\hat{N}_b\rangle\right|. \end{aligned} \quad (19)$$

Thay kết quả ở (19) vào (15), chúng tôi thu được $D > 0$. Vậy, trạng thái PAASTMPCS không có tính chất nén hiệu. Điều này cũng tương tự như trạng thái PCS.

4 Phản kết chùm hai mode bậc cao

Phản kết chùm là một trong những tính chất phi cổ điển quan trọng và được ứng dụng trong các nhiệm vụ lượng tử như tạo ra các trạng thái thêm photon bằng bộ tách chùm [26]. Điều kiện phản kết chùm được Lee [3] đưa ra lần đầu tiên năm 1990 và sau đó được phát triển và được An [3] mở rộng vào năm 2002. Theo Lee, một trạng thái có hai mode a và b có tính chất phản kết chùm hai mode bậc cao nếu hàm $R_{ab}(u, v)$ thỏa mãn điều kiện

$$R_{ab}(u, v) = \frac{\langle N_a^{(u+1)} N_b^{(v-1)} \rangle + \langle N_a^{(v-1)} N_b^{(u+1)} \rangle}{\langle N_a^{(u)} N_b^{(v)} \rangle + \langle N_a^{(v)} N_b^{(u)} \rangle} - 1 < 0, \quad (20)$$

trong đó $u \geq v \geq 1$, $N_x^{(l)} = \prod_{j=0}^{l-1} (N_x - j)$ và $x = \{a, b\}$.

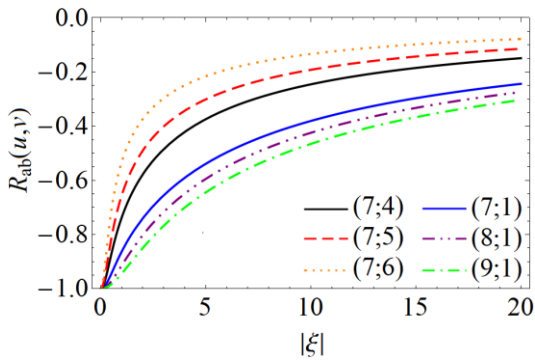
Các trị trung bình trong biểu thức (20) được xác định như sau

$$\begin{aligned} \langle N_a^{(u+1)} N_b^{(v-1)} \rangle &= B_{qkl}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2n} ((n+a_1)!)^2}{(n!)^2 (n+a_1-u-1)! (n+b_1-v+1)!}, \\ \langle N_a^{(v-1)} N_b^{(u+1)} \rangle &= B_{qkl}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2n} ((n+a_1)!)^2}{(n!)^2 (n+a_1-v+1)! (n+b_1-u-1)!}, \\ \langle N_a^u N_b^v \rangle &= B_{qkl}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2n} ((n+a_1)!)^2}{(n!)^2 (n+a_1-u)! (n+b_1-v)!}, \\ \langle N_a^v N_b^u \rangle &= B_{qkl}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2n} ((n+a_1)!)^2}{(n!)^2 (n+a_1-v)! (n+b_1-u)!}. \end{aligned}$$

Thay các kết quả tính toán ở trên vào (20), hàm $R_{ab}(u,v)$ trở thành

$$\begin{aligned} R_{ab}(u,v) &= \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2n} ((n+k)!)^2}{(n!)^2} \left(\frac{1}{(n+k-u-1)! (n+h-v+1)!} \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{1}{(n+k-v+1)! (n+h-u-1)!} \right) \right] \times \left[\sum_{m=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{2m} ((m+k)!)^2}{(m!)^2} \right. \\ &\times \left. \left(\frac{1}{(m+k-u)! (m+h-v)!} + \frac{1}{(m+k-v)! (m+h-u)!} \right) \right]^{-1} - 1. \end{aligned} \quad (21)$$

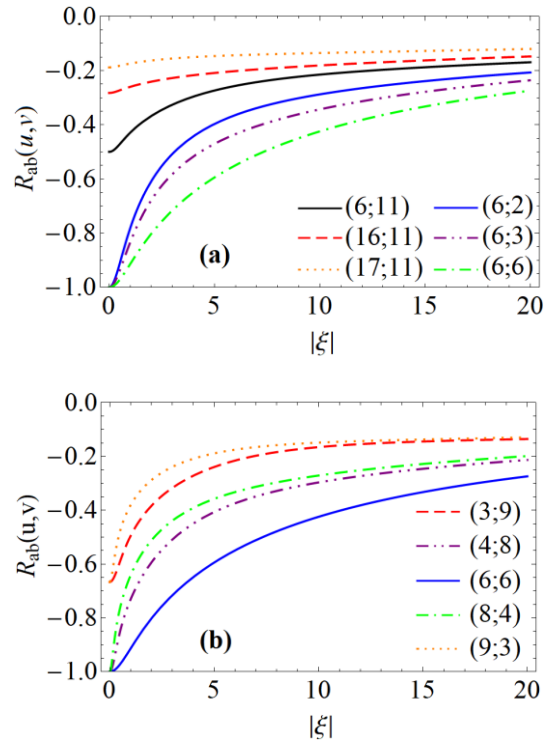
Từ kết quả về hàm số phân kết chùm hai mode bậc cao $R_{ab}(u,v)$ ở (21), chúng tôi cố định tham số k và h ($k = h = 6$) và vẽ đồ thị hàm $R_{ab}(u,v)$ theo biến $|\xi|$ và bộ tham số (u, v) (Hình 5). Trong đó, các đường cong màu đen nét liền (7, 4), màu đỏ nét đứt gạch (7, 5) và màu cam nét đứt chấm (7, 6) là các trường hợp ứng với $u = 7$ và v tăng dần. Có thể thấy rằng khi v tăng, độ âm của hàm $R_{ab}(u,v)$ giảm, tức là tính chất phân kết chùm giảm.



Hình 5. Các đồ thị của hàm $R_{ab}(u,v)$ theo biến $|\xi|$ và bộ tham số (u, v) , trong khi các tham số k và h được chọn cố định là $k = h = 6$

Các đường cong màu xanh dương nét liền (7, 1), màu tím nét đứt gạch chấm chấm (8, 1) và màu xanh lá cây nét đứt gạch chấm (9, 1) là các trường hợp ứng với u tăng và $v = 1$. Các đường này cho thấy khi u tăng thì độ âm của hàm $R_{ab}(u,v)$ tăng theo, tức là tính phân kết chùm tăng.

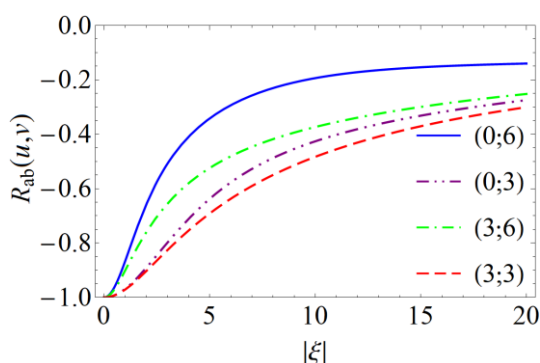
Tiếp theo, chúng tôi cố định tham số u và v ($u = 8, v = 1$) và vẽ đồ thị sự phụ thuộc của hàm $R_{ab}(u,v)$ theo biến $|\xi|$ và bộ tham số (k, h) (Hình 6). Ở Hình 6a, các đường cong màu đen nét liền (6, 11), màu đỏ nét đứt gạch (16, 11) và màu cam nét đứt chấm (17, 11) là các trường hợp ứng với h cố định và k tăng dần. Có thể thấy rằng khi k tăng, độ âm của hàm $R_{ab}(u,v)$ giảm, tức là khi số photon thêm vào mode a tăng thì tính chất phân kết chùm giảm. Các đường còn lại bao gồm đường màu xanh dương nét liền (6, 2), màu tím nét đứt gạch chấm (6, 3) và màu xanh lá cây nét đứt gạch chấm (6, 6) là các trường hợp ứng với k cố định và h tăng. Các đường này cho thấy rằng, khi h tăng (q cố định



Hình 6. Các đồ thị của hàm $R_{ab}(u,v)$ theo biến $|\xi|$ và bộ tham số (k, h) , khi chọn $u = 8$ và $v = 1$. Hình a là trường hợp chỉ thay đổi một trong hai đại lượng k hoặc h . Hình b là trường hợp $k + h$ không đổi

và l giảm) thì độ âm của hàm $R_{ab}(u,v)$ tăng, nghĩa là khi số photon bớt đi ở mode b giảm thì tính chất phản kết chùm tăng. Ngoài ra, ở Hình 6b, các đường cong là các đồ thị của hàm $R_{ab}(u,v)$ khi thay đổi cả hai tham số k và h sao cho tổng của chúng không đổi ($k + h = 12$). Các đường cong cho thấy, khi $k = h = 6$ (đường nét liền màu xanh dương) đường cong ở vị trí thấp nhất. Điều đó có nghĩa là khi thêm và bớt photon vào hai mode, nếu số photon ở hai mode cân bằng ($k = h$) thì mức độ phản kết chùm là cao nhất tại mọi giá trị của $|\xi|$.

Để so sánh về mức độ phản kết chùm giữa PAASTMPCS và PCS, chúng tôi vẽ đồ thị sự phụ thuộc của hàm $R_{ab}(u,v)$ theo biến $|\xi|$ và bộ tham số (k, h) trong khi các tham số khác được chọn cố định là $q = 6, u = 8, v = 1$ (Hình 7). Trong đó, đường cong màu xanh dương nét liền $(0, 6)$ ứng với PCS có $q = 6$, đường cong màu tím nét đứt gạch chấm chấm $(0, 3)$ ứng với trường hợp PAASTMPCS có $k = 0, h = 3$ ($l = 3$). Đường cong màu xanh lá nét đứt gạch chấm $(3, 6)$ ứng với trường hợp PAASTMPCS có $k = 3, h = 6$ ($l = 0$) và đường cong $(3, 3)$ màu đỏ nét đứt gạch ứng với trường hợp PAASTMPCS có $k = 3, h = 3$ ($l = 3$). Nếu so sánh hai đường $(0, 6)$ và $(0, 3)$, có thể thấy rằng việc bớt photon ($l > 0$) cho trạng thái PAASTMPCS có mức độ phản kết chùm cao hơn PCS. Tương tự như vậy, các đường $(0, 6)$ và $(3, 6)$ lại cho thấy việc thêm photon ($k > 0$) cũng



Hình 7. Đồ thị so sánh tính phản kết chùm của PAASTMPCS và PCS, các đường cong là các đồ thị của hàm $R_{ab}(u,v)$ theo biến $|\xi|$ và bộ tham số (k, h) trong khi các tham số khác được chọn cố định là $q = 6, u = 8, v = 1$

làm cho mức độ phản kết chùm của PAASTMPCS cao hơn PCS.

5 Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi đã khảo sát các quá trình nén tổng hai mode, nén hiệu hai mode và tính chất phản kết chùm hai mode bậc cao của trạng thái PAASTMPCS. Kết quả nghiên cứu về tính chất nén tổng hai mode cho thấy, PAASTMPCS có tính chất nén tổng hai mode trong khi đó PCS thì không. Tính chất nén tổng càng tăng khi số photon thêm vào mode a tăng hoặc số photon bớt đi ở mode b giảm. Về tính chất nén hiệu hai mode, kết quả nghiên cứu cho thấy rằng PAASTMPCS và PCS đều không thể hiện tính chất nén hiệu hai mode. Đối với tính chất phản kết chùm hai mode bậc cao, các kết quả khảo sát cho thấy tính phản kết chùm phụ thuộc vào việc chọn bậc (u, v) của hàm phản kết chùm $R_{ab}(u,v)$. Cụ thể, khi u càng lớn hoặc v càng nhỏ thì độ phản kết chùm của PAASTMPCS tăng. Ngoài ra, khi giảm số photon thêm vào mode a hay bớt đi ở mode b thì mức độ phản kết chùm hai mode bậc cao được tăng cường. Đặc biệt là khi thêm và bớt photon lên các mode sao cho tổng $k + h$ không đổi, nếu số photon ở hai mode cân bằng ($k = h$), thì độ phản kết chùm hai mode bậc cao là lớn nhất. Kết quả khảo sát còn cho thấy rằng trạng thái PAASTMPCS có tính chất phản kết chùm cao hơn so với trạng thái gốc PCS. Như vậy, có thể kết luận PAASTMPCS là trạng thái có tính chất phi cổ điển cao và tốt hơn so với trạng thái gốc PCS. Điều đó cho thấy vai trò của việc đồng thời thêm và bớt photon vào hai mode của trạng thái gốc PCS. Đặc biệt, tính chất phản kết chùm và tính chất nén tổng hai mode càng được tăng cường khi số photon đồng thời thêm và bớt vào hai mode của trạng thái PCS một cách phù hợp. Việc tăng cường các tính chất phi cổ điển, đặc biệt là tính chất phản kết chùm hai mode bậc cao cho thấy trạng thái PAASTMPCS rất có tiềm năng trong việc áp dụng vào các nhiệm vụ lượng tử trong tương lai gần.

Thông tin tài trợ

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 103.01-2018.361.

Tài liệu tham khảo

1. Mandel L. Non-Classical States of the Electromagnetic Field. *Physica Scripta*. 1986;T12:34-42.
2. Hillery M. Sum and difference squeezing of the electromagnetic field. *Physical Review A*. 1989; 40:3147-3155.
3. An NB. Multimode higher-order antibunching and squeezing in trio coherent states. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*. 2002;4(3):222-227.
4. Duc TM, Hoai NTX, An NB. Sum Squeezing, Difference Squeezing, Higher-Order Antibunching and Entanglement of Two-Mode Photon-Added Displaced Squeezed States. *Int J Theor Phys*. 2014; 53:899-910.
5. Duc TM, and Noh J. Higher-order properties of photon-added coherent states. *Opt. Commun*. 2008; 281(10):2842-2848.
6. Lee CT. Many-photon antibunching in generalized pair coherent states. *Physical Review A*. 1990;41: 1569-1575.
7. Glauber RJ. Coherent and Incoherent States of the Radiation Field. *Physical Review*. 1963;131(6):2766-2788.
8. Sudarshan ECG. Equivalence of semiclassical and quantum mechanical descriptions of statistical light beams. *Physical Review Letters*. 1963;10(7):277-279.
9. Agarwal GS. Generation of pair coherent states and squeezing via the competition of four-wave mixing and amplified spontaneous emission. *Phys Rev Lett*. 1986;57(7):827-830.
10. Agarwal GS. Nonclassical statistics of fields in pair coherent states. *Journal of the Optical Society of America B*. 1988;5:1940-1947.
11. Agarwal GS, Tara K. Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state. *Physical Review A*. 1991;43(1):492-497.
12. Hong L, Guang-can G. Nonclassical properties of photon-added pair coherent states. *Acta Physica Sinica (Overseas Edn)*. 1999;8(8):577-582.
13. Zavatta A. Quantum-to-Classical Transition with Single-Photon-Added Coherent States of Light. *Science*. 2004;306(5696):660-662.
14. Zavatta A, Viciani S, Bellini M. Single-photon excitation of a coherent state: catching the elementary step of stimulated light emission. *Phys Rev A*. 2005;72(2):023820(1-9).
15. Wang D, Li M, Zhu F, Yin Z, Chen W, Han Z, Guo G, Wang Q. Quantum key distribution with the single-photon-added coherent source. *Physical Review A*. 2014;90(6):062315(1-8).
16. Hoai NTX, Duc TM. Nonclassical properties and teleportation in the two-mode photon-added displaced squeezed states. *International Journal of Modern Physics B*. 2016;30:1650032(1-15).
17. Dinh DH, Duc TM. Sum squeezing, difference squeezing and higher-order antibunching properties of two-mode even and odd charge coherent states. *Hue University Journal of Science: Natural Science*. 2016;117(3):15-24.
18. Duc TM, Dinh DH, Dat TQ. Higher-order nonclassical properties of nonlinear charge pair cat states. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2019;53(2):025402(1-11).
19. Duc TM, Dat TQ, Chuong HS. Quantum entanglement and teleportation in superposition of multiple-photon-added two-mode squeezed vacuum state. *International Journal of Modern Physics B*. 2020;34(25):2050223(1-9).
20. Dat TQ, Duc TM. Nonclassical Properties of the Superposition of Three-Mode Photon-Added Trio Coherent State. *International Journal of Theoretical Physics*. 2020;59:3206-3216.
21. Dat TQ, Duc TM. Higher-order nonclassical and entanglement properties in photon-added trio coherent state. *Hue University Journal of Science: Natural Science*. 2020;129(1B):49-55.
22. Duc TM, Dat TQ. Enhancing nonclassical and entanglement properties of trio coherent states by photon-addition. *Optik*. 2020;210:164479(1-11).
23. Truong DM, Ho CS, Tran DQ. Detecting nonclassicality and non-Gaussianity by the Wigner function and quantum teleportation in photon-added-and-subtracted two modes pair coherent state. *Journal of Computational Electronics*. 2021;20(6):2124-34

24. Schnabel R. Squeezed states of light and their applications in laser interferometers. *Physics Reports*. 2017;684:1-51.
25. Aasi J, Abadie J, Abbott BP, Abbott R, Abbott TD, Abernathy MR, et al. Enhanced sensitivity of the LIGO gravitational wave detector by using squeezed states of light. *Nature Photonics*. 2013;7(8):613-619.
26. Sabapathy KK, Winter A. Non-Gaussian operations on bosonic modes of light: Photon-added Gaussian channels. *Physical Review A*. 2017;95(6):062309(1-17).