



Viabilidade econômica agrícola em relação aos insumos água e nitrogênio

Angel Ramon Sanchez DELGADO^{1*} & Sergio Drumond VENTURA¹

¹Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, Brasil.

E-mail: asanchez@ufrjr.br

ORCID: (0000-0002-5108-4107; 0000-0001-9166-1856)

Submetido em 02/03/2022; Aceito em 14/07/2022; Publicado em 19/08/2022.

RESUMO: Em um planejamento agrícola é importante saber se existem insumos suficientes para alcançar certos níveis de produtividade de um conjunto de culturas, considerando que os insumos e seus custos são limitados. Nesse trabalho apresenta-se uma modelagem matemática e um procedimento computacional que determina se existe ou não um vetor de insumos limitados: lâmina de água e dose de nitrogênio, que permita alcançar determinados níveis de produção pré-fixados, sem exceder determinado capital de gastos disponíveis em insumos. Iterativamente o procedimento implementado utiliza como pontos testes o chamado “centro analítico” de uma região fechada e limitada. O procedimento foi testado para as culturas agrícolas: Alface, Aveia, Meloeiro e Cebola, com dados conhecidos na literatura em relação às exigências impostas à produção e custos dos insumos lâmina de água e dose de nitrogênio.

Palavras-chave: confiabilidade econômica; função Cobb-Douglas; centro analítico.

Agricultural economic feasibility in relation to inputs water and nitrogen

ABSTRACT: In an agricultural planning it is important to know if there are enough inputs to reach certain levels of productivity of a set of cultures, considering that the inputs and their costs are limited. This work presents a mathematical modeling and a computational procedure that determines whether there is a vector of limited inputs: water depth and nitrogen dose, which allows reaching certain pre-set production levels, without exceeding certain available expenditure capital. In inputs. Iteratively, the implemented procedure uses the so-called “analytical center” of a closed and limited region as test points. The procedure was tested for the following crops: Lettuce, Oats, Melon and Onion, with data known in the literature in relation to the requirements imposed on production and costs of inputs, water depth and nitrogen dose.

Keywords: economic reliability; Cobb-Douglas function; analytical center.

1. INTRODUÇÃO

Muitas vezes a confiabilidade econômica de um empreendedor ou produtor agrícola pode estar baseada no conhecimento da viabilidade de alcançar certos níveis de produção de uma determinada cultura, em relação aos insumos (por exemplo, lâmina de água e dose de nitrogênio), sabendo que tais recursos estarão limitados em magnitude e custos no seu planejamento.

A distribuição irregular dos insumos água e nitrogênio (variáveis centrais no planejamento agrícola), e a escassez de capital, justificam que o pequeno e médio produtor, procure modelos matemáticos que representem um espaço da viabilidade de produção economicamente confiável de determinadas culturas agrícolas. Em geral, os modelos estão inteiramente ligados às funções de produção em relação a lâmina de água e dose de nitrogênio, como também aos custos de produção (DELGADO; VENTURA, 2019).

Entendemos por função de produção ou resposta de uma cultura agrícola, aquela que expressa a relação física entre as quantidades utilizadas de certo conjunto de insumos, e as quantidades físicas máximas que se podem obter do produto, para uma dada tecnologia usada (Frizzzone; Andrade Junior, 2005). O emprego das funções resposta à produção e receita líquida na análise dos resultados de experiências agrícolas, está bastante difundido (MOUSINHO et al., 2003; FRIZZONE et al., 2005; MONTEIRO et al., 2006; SILVA

et al., 2008; CARVALHO et al., 2009; TEODORO et al., 2013).

Na prática, sabe-se que não é possível determinar a função resposta ou produção de uma cultura de forma exata, devido a grande variedade de variáveis climáticas, atributos físicos e muitos outros fatores que participam na sua construção. Mesmo assim, existem técnicas tipo regressão, que permitem obter boas aproximações das funções de produção ou resposta de cada cultura. Nesse trabalho medimos a produção fazendo uso da conhecida função de Cobb-Douglas (VARIAN et al., 2012).

A quase um século que a função produção de Cobb-Douglas é amplamente utilizada para representar a relação de uma saída de insumos. Em 1928, Charles Cobb e Paul Douglas publicaram um estudo no qual modelaram o crescimento da economia americana durante o período de 1899-1922, onde o modelo provou ser muito preciso. Na atualidade o termo função de produção Cobb Douglas tem sido usado para se referir a quase qualquer função de produção multiplicativa simples (BESANKO; BRAEUTIGAN, 2010). Aqui será utilizada para medir a produção alcançável em relação aos insumos lâmina de água e dose de nitrogênio.

Apresenta-se um procedimento ou heurística computacional que determina se existe ou não um vetor de insumos limitados: lâmina de água e dose de nitrogênio, que

permita alcançar determinados níveis de produção pré-fixados, sem exceder determinado capital de gastos disponíveis em insumos. Para o produtor significa saber se é possível achar uma lâmina de água e uma dose de nitrogênio, tal que a produtividade de cada cultura seja superior a uma produção conhecida ou estimada com custos dos insumos limitados (SANDRI et al., 2014; PEREIRA et al., 2015;).

Iterativamente o procedimento utiliza como pontos testes o chamado “centro analítico aproximado” de uma região fechada e limitada, definido como um ponto ou vetor mais afastado da fronteira da região considerada (FEIJOO et al., 1997; VENTURA et al., 2015;). O objetivo é determinar se existe ou não um vetor de insumos limitados lâmina de água e dose de nitrogênio, que permita alcançar determinados níveis de produção pré-fixados, sem exceder determinado capital de gastos disponíveis em insumos. Finalmente são apresentados e discutidos os resultados numéricos obtidos para um conjunto de culturas agrícolas com dados conhecidos na literatura.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Dado um conjunto de culturas agrícolas $I = \{1, 2, \dots, n\}$, associemos aleatoriamente a cada $i \in I$ um $\alpha_i \in (0, 1)$. Suponha que se $i, j \in I (i \neq j)$ então $\alpha_i \neq \alpha_j$. Definamos para cada w – lâmina de água (mm) e n – dose de nitrogênio (kg) a função multiplicativa de Cobb-Douglas dada por:

$$y_{\alpha_i}(w, n) = kw^{\alpha_i}n^{1-\alpha_i}, k > 0, i \in I \quad (01)$$

Também seja:

$$h_i(w, n) = c_w^i w + c_n^i n \quad (02)$$

(função de custos dos insumos agrícolas), em que c_w^i representa o custo da lâmina de água utilizada na cultura i ($R\$.mm^{-1}.ha^{-1}$) e c_n^i o custo da dose de nitrogênio utilizada na cultura i ($R\$.kg^{-1}ha^{-1}$). Define-se o espaço da viabilidade de produção agrícola economicamente confiável como o conjunto:

$$S = \left\{ (w, n): y_{\alpha_i}(w, n) \geq y^0; h_i(w, n) \leq \rho_i; \right. \\ \left. i \in I; w_l \leq w \leq w_u; n_l \leq n \leq n_u \right\}$$

em que:

y^0 – produção pré-fixada para o conjunto de culturas I ($kg.ha^{-1}$).

ρ_i – gasto máximo permitido nos insumos lâmina de água e dose de nitrogênio da cultura $i \in I$. ($R\$.ha^{-1}$).

w_l, n_l – limitante inferior da lâmina de água (mm) e da dose de nitrogênio (kg) respectivamente.

w_u, n_u – limitante superior da lâmina de água (mm) e da dose de nitrogênio (kg) respectivamente.

Suponha que o interior de S é não vazio ($int(S) \neq \emptyset$) e limitado (Izmailov; Solodov, 2012). O problema de interesse é determinar se existe $(w, n) \in S$; isto é, se $S \neq \emptyset$ (S não vazio). Sejam $f_{\alpha_i}(w, n) = y^0 - kw^{\alpha_i}n^{1-\alpha_i}$ e $g_i(w, n) = h_i(w, n) - \rho_i$, para cada $i \in I$. Então S pode ser escrito como:

$$S = \left\{ (w, n): f_{\alpha_i}(w, n) \leq 0; g_i(w, n) \leq 0; \right. \\ \left. i \in I; w_l \leq w \leq w_u; n_l \leq n \leq n_u \right\}$$

e o problema a ser tratado neste trabalho, é determinar se existe $(w, n) \in S$ no contexto de “centro analítico aproximado” da região S (VENTURA et al., 2015).

Define-se o centro analítico (w_c, n_c) associado a S , como o vetor $(w, n) \in int(S)$ mais afastado da fronteira de S . Isso é equivalente a dizer que (w_c, n_c) é o ponto no $int(S)$ onde a função $B(w, n)$ alcança seu valor mínimo. Esta função é conhecida como a barreira logarítmica associada a S e está dada por:

$$B(w, n) = \sum_{i=1}^n -Ln[-f_{\alpha_i}(w, n)] - Ln[-g_i(w, n)] - \\ Ln(w_u^i - w) - Ln(w - w_l^i) - Ln(n_u^i - n) - Ln(n - n_l^i) \quad (03)$$

Note que a função $B(w, n)$ penaliza os pontos próximos da fronteira de S e é estritamente convexa no interior de S (Izmailov; Solodov, 2012). Em vista de não ser possível determinar de forma exata o centro analítico (w_c, n_c) associado a S , utilizaremos o conceito de *proximidade* de um ponto $(\bar{w}, \bar{n}) \in int(S)$ ao centro analítico (w_c, n_c) , como:

$$\delta(\bar{w}, \bar{n}) = \|H^{-1}(\bar{w}, \bar{n})g(\bar{w}, \bar{n})\|_H \quad (04)$$

onde $H(\bar{w}, \bar{n})$, $g(\bar{w}, \bar{n})$, representam a matriz Hessiana e o vetor gradiente de $B(w, n)$ no ponto (\bar{w}, \bar{n}) . Também, $\|\cdot\|_H$ é a norma relativa a H , definida como:

$$\|(x, y)\|_H = \sqrt{(x, y)H \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}} \quad (05)$$

para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2, (x, y) \neq (0, 0)$.

Agora, (\bar{w}, \bar{n}) se diz próximo do centro analítico (w_c, n_c) , se $\delta(w, n) < \varepsilon$ para $\varepsilon \in (0, 1)$. Note que $\delta(w, n) = 0$ se e somente se $(w, n) = (w_c, n_c)$.

Em seguida o procedimento computacional implementado em Matlab 7.4. para alcançar o objetivo do trabalho.

DADOS

$I = \{1, 2, \dots, n\}$ – Conjunto de culturas agrícolas a ser desenvolvidas em um perímetro irrigado.

Para cada $i \in I: c_w^i, c_n^i, \rho_i \in \mathbb{R}_+$

$y^0, w_l, n_l, w_u, n_u \in \mathbb{R}_+$

COMEÇO

PASSO 1

FAZER

$S = \{(w, n) \in \mathbb{R}^2: w_l \leq w \leq w_u; n_l \leq n \leq n_u\}$

SEJA (w_c^0, n_c^0) o centro analítico de S .

FAZER

$(w_c, n_c) = (w_c^0, n_c^0)$

PASSO 2

Para cada $i \in I$

FIXAR $\alpha_i \in (0, 1)$. $\alpha_i \neq \alpha_j$ se $i \neq j$.

FAZER $y_{\alpha_i}(w, n) = 1,01 w^{\alpha_i} n^{1-\alpha_i}$

$h_i(w, n) = c_w^i w + c_n^i n$

FAZER $f_{\alpha_i}(w, n) = y^0 - y_{\alpha_i}(w, n)$

$g_i(w, n) = h_i(w, n) - \rho_i$

PASSO 3

Para $i \in I$

Se $f_{\alpha_i}(w_c, n_c) > 0$

$$\text{FAZER } S_i = S \cup \{(w, n) \in \mathbb{R}^2: f_{\alpha_i}(w, n) \leq 0\}$$

“Recuperar um centro analítico aproximado (w_c^i, n_c^i) de S_i a partir de (w_c, n_c) ”

$$\text{FAZER } (w_c, n_c) = (w_c^i, n_c^i) \text{ e } S = S_i$$

Se $h_i(w_c, n_c) > 0$

$$\text{FAZER } S_i = S \cup \{(w, n) \in \mathbb{R}^2: h_i(w, n) \leq 0\}$$

“Recuperar um centro analítico aproximado (w_c^i, n_c^i) de S_i a partir de (w_c, n_c) ”

$$\text{FAZER } (w_c, n_c) = (w_c^i, n_c^i) \text{ e } S = S_i$$

FIM

O procedimento anterior inicia-se com a construção da caixa bidimensional $S = [w_l, w_u] \times [n_l, n_u]$, onde o centro analítico de S coincide com o centro geométrico de S ; (w_c^0, n_c^0) , e, portanto, temos de “graça” o ponto teste inicial (centro analítico exato) do procedimento (passo 1). Já no passo 2, e para cada cultura ($i \in I$), fixa-se o parâmetro de elasticidade $\alpha_i \in (0,1)$ na função de produção Cobb-Douglas, que representa o grau de contribuição (%) que tem cada insumo (lâmina de água e dose de nitrogênio) sobre a produção. Seguidamente definem-se as funções auxiliares: $f_{\alpha_i}(w, n)$, $g_i(w, n)$.

No passo 3 é checado se todas as desigualdades que compõem ao S dado inicialmente são devidamente satisfeitas pelo ponto teste atual (centro analítico aproximado). Se fosse assim, então temos o ponto desejado. Caso contrário, a desigualdade não satisfeita (referente à produção ou custos de insumos) é acrescentada a S e realizamos uma sub-rotina chamada de “recuperação do centro analítico da região perturbada S_i ”, descrita em Ventura et al. (2015), e que fundamentalmente está baseada na determinação de um deslocamento do lado direito da nova desigualdade acrescentada, de tal forma que o centro analítico aproximado atual continue estando próximo do respectivo centro analítico da região trasladada. Seguidamente baixo sucessivos decrescimentos deste novo lado direito da desigualdade não satisfeita, e as devidas centralizações necessárias de ser realizadas, obtém-se um novo centro analítico aproximado do respectivo S_i . O procedimento termina quando todas as desigualdades em S tenham sido checadas, achando um ponto $(w^*, n^*) \in S$ ou declarando que $S = \emptyset$.

É importante destacar que o modelo computacional apresentado para a resolução de problemas de viabilidade agrícola, também pode ser utilizado na resolução de problemas de otimização agrícola (IZMAILOV; SOLODOV, 2012).

Para testar computacionalmente o procedimento apresentado, foram realizados ensaios numéricos utilizando informações conhecidas na literatura para as culturas agrícolas: Cebola (Baptestini, 2013), Alfacede (Silva et al. 2008), Meloeiro (Monteiro et al. 2006) e Aveia (Frizzzone et al. 1995). De acordo com os dados fornecidos pelas fontes bibliográficas, é viável ou razoável supor que para as culturas consideradas, a mínima lâmina de água seja de 100 mm e a máxima de 600 mm. Já para o insumo do nitrogênio, fixou-se um teto de 300 kg.ha⁻¹, e considerou-se uma dose mínima de 100 kg.ha⁻¹.

Estamos supondo que: $R\$ 300 \leq h_i(w, n) \leq R\$ 800$, para cada $i \in I$. Em relação ao parâmetro y^0 , foi pré-fixado 250 kg.ha⁻¹ para todas as culturas. Nesta experiência numérica, o primeiro ensaio considerou a caixa bidimensional [100,500] × [0,300], o segundo a caixa [100,400] × [100,300] e o terceiro a caixa bidimensional [100,600] × [100,300]. Os custos dos insumos lâmina de água (w) e dose de nitrogênio (n) do momento, encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1. Custos da lâmina de água e custos da dose de nitrogênio de cada cultura considerada.

Table 1. Water depth costs and nitrogen dose costs for each considered crop.

CULTURAS	c_w^i (R\$. mm ⁻¹ . ha ⁻¹)	c_n^i (R\$. kg ⁻¹ . ha ⁻¹)
Aveia ($i = 1$)	0,24	0,57
Melão ($i = 2$)	0,134	2,33
Alfacede ($i = 3$)	0,134	2,33
Cebola ($i = 4$)	0,025	1,20

Em relação ao grau de contribuição (%) que cada insumo (lâmina de água e dose de nitrogênio) tem sobre a função de produção Cobb-Douglas, $\alpha_i \in (0,1)$, nesta experiência consideramos que no caso da Aveia ($i = 1$), $\alpha_1 = 0,2$; isto é, a água contribui com 20% enquanto o nitrogênio com 80%. O Melão ($i = 2$) com 40% ($\alpha_2 = 0,4$), a Alfacede ($i = 3$) com 60% ($\alpha_3 = 0,6$), e a Cebola ($i = 4$) com 80% ($\alpha_4 = 0,8$).

3. RESULTADOS

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos na caixa bidimensional [100,500] × [0,300].

Tabela 2: Função de produção Cobb-Douglas e função custos dos insumos lâmina de água e dose de nitrogênio, na solução viável $(w^*, n^*) = (460,59; 216,84)$, com $y^0 = 250$ kg.ha⁻¹.

Table 2: Cobb-Douglas production function and input costs function water depth and nitrogen dose, in the viable solution $(w^*, n^*) = (460,59; 216,84)$, with $y^0 = 250$ kg.ha⁻¹.

CULTURAS	$y_{\alpha_i}(w^*, n^*)$ (kg.ha ⁻¹)	$h_i(w^*, n^*)$ (R\$. ha ⁻¹)	ρ_i (R\$. ha ⁻¹)
Aveia ($i = 1$)	254,62	667,82	750
Melão ($i = 2$)	296,03	566,95	600
Alfacede ($i = 3$)	344,16	620,38	650
Cebola ($i = 4$)	400,13	271,72	300

Note que a solução viável determinada pelo procedimento, $(460,59; 216,84) \in [100,500] \times [0,300]$. Também para todo $i \in I$, $y_{\alpha_i}(460,59; 216,84) \geq y^0$ e $h_i(460,59; 216,84) \leq \rho_i$; isto é, todas as desigualdades que compõem o espaço da viabilidade de produção agrícola economicamente confiável são satisfeitas. Mais ainda, a maior produtividade neste cenário se alcança na cultura da Cebola com 400,13 kg.ha⁻¹, e onde o grau de contribuição da lâmina de água é de 80% ($\alpha_4 = 0,8$), e do nitrogênio de 20%. Já a menor produtividade é alcançada na cultura da Aveia com 254,62 kg.ha⁻¹, onde a lâmina de água tem uma contribuição de 20% ($\alpha_1 = 0,2$), e o nitrogênio de 80%. Uma situação similar se apresenta com as culturas Melão ($i = 2$) e Alfacede ($i = 3$), onde $\alpha_2 = 0,4$ com 296,03 kg.ha⁻¹

e $\alpha_3 = 0,6$ com $344,16 \text{ kg. ha}^{-1}$ respectivamente. A Figura 1 mostra a trajetória de pontos gerados iterativamente pelo procedimento, convergindo ao $(460,59; 216,84)$.

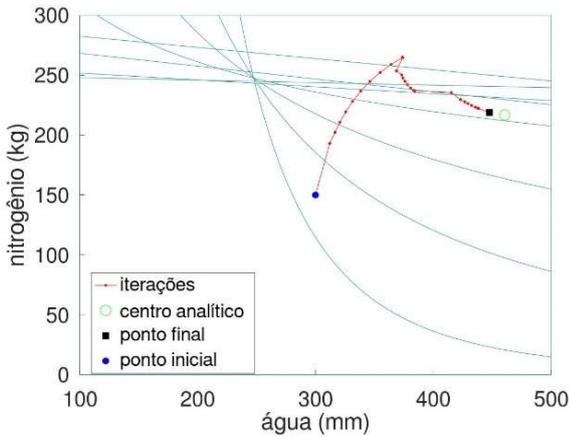


Figura 1. Espaço da viabilidade de produção agrícola economicamente confiável e trajetória de pontos gerados pelo procedimento para o cenário numérico $[100,500] \times [0,300]$.
Figure 1. Space of feasibility of economically reliable agricultural production and trajectory of points generated by the procedure for the numerical scenario $[100,500] \times [0,300]$.

A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos na caixa bidimensional $[100,400] \times [100,300]$.

Tabela 3. Função de produção Cobb-Douglas e função custos dos insumos lâmina de água e dose de nitrogênio, na solução viável $(w^*, n^*) = (371,84; 233,54)$, com $y^0 = 250 \text{ kg. ha}^{-1}$.
Table 3. Cobb-Douglas production function and input costs function water depth and nitrogen dose, in the viable solution $(w^*, n^*) = (371,84; 233,54)$, with $y^0 = 250 \text{ kg. ha}^{-1}$.

CULTURAS	$y_{\alpha_i}(w^*, n^*)$ (kg. ha^{-1})	$h_i(w^*, n^*)$ ($\text{R}\$. \text{ha}^{-1}$)	ρ_i ($\text{R}\$. \text{ha}^{-1}$)
Aveia ($i = 1$)	258,87	689,43	750
Melão ($i = 2$)	284,10	593,96	650
Alface ($i = 3$)	311,80	637,10	750
Cebola ($i = 4$)	342,20	289,54	350

É possível observar que a solução viável $(371,84; 233,54) \in [100, 400] \times [100, 300]$. Também para todo $i \in I$, $y_{\alpha_i}(371,84; 233,54) \geq y^0$ e $h_i(371,84; 233,54) \leq \rho_i$; isto é, todas as desigualdades que compõem o espaço da viabilidade de produção agrícola economicamente confiável são satisfeitas. Novamente a maior produtividade neste cenário é alcançada na cultura Cebola com $342,20 \text{ kg. ha}^{-1}$, porém menor que a alcançada no cenário da Tabela 2. Também a menor produtividade é alcançada na cultura Aveia com $258,87 \text{ kg. ha}^{-1}$, nada distante da alcançada na Tabela 2 de $254,62 \text{ kg. ha}^{-1}$. Note que as produções alcançadas na Tabela 3 para Melão e Alface, são menores que as alcançadas na Tabela 2. A Figura 2 mostra a trajetória de pontos gerados iterativamente pelo procedimento, convergindo ao ponto $(371,84; 233,54)$.

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos na caixa bidimensional $[100,600] \times [100,300]$.

Neste cenário também temos que a solução viável encontrada pelo procedimento $(519,30; 220,48) \in [100,600] \times [100,300]$, mais uma vez: $y_{\alpha_i}(519,30; 220,48) \geq y^0$ e $h_i(519,30; 220,48) \leq \rho_i$. Como nos cenários anteriores (Tabelas 2 e 3), a cultura da Cebola alcança a maior produtividade $441,91 \text{ kg. ha}^{-1}$, sendo essa produtividade maior que as produções alcançadas nos cenários anteriores. Porém, neste cenário (Tabela 4) tem-se maior quantidade de água e a contribuição da lâmina de água na função de produção Cobb-Douglas é da ordem de 80%. Em relação à menor produtividade alcançada neste cenário, novamente resulta ser a Aveia com $264,30 \text{ kg. ha}^{-1}$, mas note que entre os menores valores de produtividade alcançados nos cenários anteriores este é maior, o que torna razoável e considerando que neste cenário se tem mais água. Note que as produções alcançadas na Tabela 4 para Melão e Alface, são menores que as alcançadas na Tabela 3. A Figura 3 mostra a trajetória de pontos gerados iterativamente pelo procedimento, convergindo ao ponto $(519,30; 220,48)$.

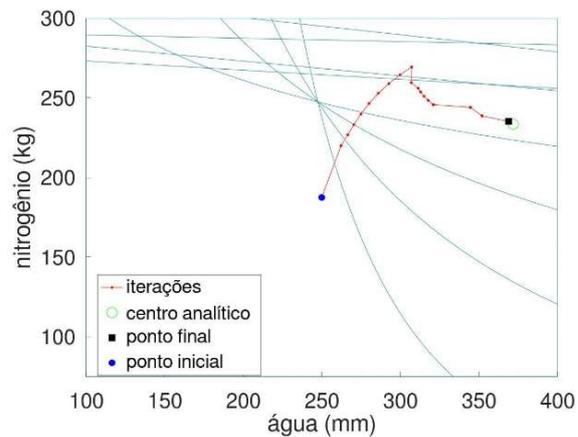


Figura 2. Espaço da viabilidade de produção agrícola economicamente confiável e trajetória de pontos gerados pelo procedimento para o cenário numérico $[100,400] \times [100,300]$.
Figure 2. Space of feasibility of economically reliable agricultural production and trajectory of points generated by the procedure for the numerical $[100,400] \times [100,300]$.

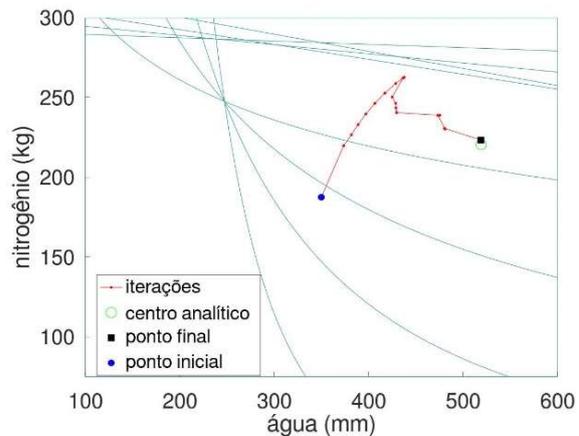


Figura 3. Espaço da viabilidade de produção agrícola economicamente confiável e trajetória de pontos gerados pelo procedimento para o cenário numérico $[100,600] \times [100,300]$.
Figure 3. Space of feasibility of economically reliable agricultural production and trajectory of points generated by the procedure for the numerical scenario $[100,600] \times [100,300]$.

Tabela 4. Função de produção Cobb-Douglas e função custos dos insumos lâmina de água e dose de nitrogênio, na solução viável $(w^*, n^*) = (519,30; 220,48)$, com $y^0 = 250 \text{ kg. ha}^{-1}$.

Table 4. Cobb-Douglas production function and input costs function water depth and nitrogen dose, in the viable solution $(w^*, n^*) = (519,30; 220,48)$, with $y^0 = 250 \text{ kg. ha}^{-1}$.

CULTURAS	$y_{\alpha_i}(w^*, n^*)$ (kg. ha^{-1})	$h_i(w^*, n^*)$ ($\text{R}\$. \text{ha}^{-1}$)	ρ_i ($\text{R}\$. \text{ha}^{-1}$)
Aveia ($i = 1$)	264,30	691,27	800
Melão ($i = 2$)	313,70	583,31	700
Alface ($i = 3$)	372,32	643,55	750
Cebola ($i = 4$)	441,91	277,56	350

4. DISCUSSÕES

É bom destacar que nos três ensaios numéricos realizados, os resultados obtidos satisfazem todas as restrições lineares e não lineares que definem um espaço de viabilidade de produção agrícola economicamente confiável, para um conjunto de culturas dado.

Finalmente em relação à função custo de insumos avaliada na solução viável determinada pelo procedimento $h_i(w^*, n^*)$, podemos observar para a cultura Aveia com $\rho_i = \text{R}\$ 750$, que no segundo cenário (Tabela 3) se tem $\text{R}\$ 21,61$ a mais de gasto que no primeiro cenário (Tabela 2). Isso deve-se ao fato que a dose de nitrogênio tem maior custo que a lâmina de água, que no segundo cenário tem-se um maior consumo de nitrogênio, e que a contribuição do nitrogênio neste caso é da ordem de 80%. Já em relação à Cebola com $\rho_i = \text{R}\$ 750$, no terceiro cenário (Tabelas 4) se observa uma pequena queda de gastos em relação ao segundo cenário (Tabela 3) de $\text{R}\$ 11,98$. Isso se justifica ao considerar que no terceiro cenário a variável dose de nitrogênio na solução viável encontrada é menor que a determinada no segundo cenário (Tabela 3), e que para esta cultura estamos considerando um 80% de contribuição da lâmina de água e 20% da dose de nitrogênio.

Comparando as informações de produtividade obtidas nos três cenários e culturas consideradas, pode-se observar que o cenário mais promissor é o terceiro $[100,600] \times [100,300]$. Neste cenário tem-se o maior limitante superior da lâmina de água (600mm) e maior limitante inferior da dose de nitrogênio (100 kg). Já em relação aos custos dos insumos (lâmina de água e dose de nitrogênio), observasse um escalada levemente crescente, salvo nas culturas Melão e Alface. Finalmente é importante destacar que não foi possível comparar os resultados obtidos com resultados da literatura por dois motivos, primeiro que o problema aqui apresentado é um problema de viabilidade e não de otimização e em segundo lugar, por ser a primeira vez que o problema de viabilidade agrícola economicamente confiável é modelado matematicamente através de um conjunto de desigualdades não-linear e o conceito de centro analítico.

5. CONCLUSÕES

Apresentou-se um procedimento computacional que determina se existe ou não um vetor de insumos limitados lâmina de água e dose de nitrogênio, que permita alcançar determinados níveis de produção pré-fixados, sem exceder determinado capital de gastos disponíveis em insumos.

Em cada cenário (ou caixa bidimensional) experimentado, foi possível visualizar através dos resultados

obtidos, que a função de Cobb-Douglas utilizada, responde a uma produção com retornos constantes à escala.

6. REFERÊNCIAS

- BAPTESTINI, J. C. M. **Produção de cebola submetida a diferentes lâminas de água e doses de nitrogênio com adubação molibdica**. 102p. Tese [Doutorado] – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013.
- BESANKO, D. A.; BRAEUTIGAM, R. R. **Microeconomics**. 4 ed. Nova York: John Wiley & Sons, 2010. 816p.
- CARVALHO, D. F.; DELGADO, A. R. S.; OLIVEIRA, R. F.; SILVA, W. A.; FORTE, V. L. Maximização da produção e da receita agrícola com limitações de água e nitrogênio utilizando método de pontos interiores. **Engenharia Agrícola**, v. 29, n. 2, p. 321-327, 2009.
- DELGADO, A. R. S.; VENTURA, S. D. **Leituras em Agromatemática**. Curitiba: Editora APPRIS, 2019. 267p.
- FRIZZONE, J. A.; TEODORO, R. E. F.; PEREIRA A. S.; BOTREL, T. A. Lâmina de água e doses de nitrogênio na produção de aveia (*Avena sativa* L.) para forragem. **Scientia Agrícola**, v. 52, n. 3, p. 578-586, 1995.
- FRIZZONE, J. A.; ANDRADE JÚNIOR, A. S. **Planejamento de irrigação: análise de decisão de investimento**. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 2005. 626p.
- IZMAILOV, A.; SOLODOV, M. **Otimização - volume 2. Métodos Computacionais**. 2 ed. Rio de Janeiro: Editora IMPA, 2012. 458p.
- MONTEIRO, R. O. C.; COLARES, D. S.; COSTA T. R. N.; LEÃO, M. C. S.; de AGUIAR, J. V.; Função de resposta do meloeiro a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. **Horticultura Brasileira**, v. 24, n. 4. p. 455-459, 2006.
- MOUSINHO, F. E. P.; COSTA, R. N. T.; SOUZA, F. D.; GOMES FILHO, R. R. Função de resposta da melancia à aplicação de água e nitrogênio para as condições Edafoclimáticas de Fortaleza, CE. **Irriga**, v. 8, n. 3, p. 264-272, 2003.
- PEREIRA, R. M.; ALVES JÚNIOR, J.; CASAROLI, D.; SALES, D. L.; RODRIGUEZ, W. D. M.; SOUZA, J. M. F. Viabilidade econômica da irrigação de cana-de-açúcar no Cerrado Brasileiro. **Irriga**, v. 1, n. 2, p. 149, 2015.
- SANDRI, D.; PEREIRA, J. A.; VARGAS, R. B. Custos de produção e rentabilidade produtiva da melancia sob diferentes lâminas e sistemas de irrigação. **Irriga**, v. 19, n. 3, p. 414-429, 2014.
- SILVA, P. A. M.; PEREIRA, G. M.; REIS, R. P.; LIMA, L. A.; TAVEIRA, J. H. S. Função de resposta da alface americana aos níveis de água e adubação nitrogenada. **Ciência & Agrotecnologia**, v. 32, n. 4, p. 1266-1271, 2008.
- TEODORO, I. T.; NETO, J. D. D.; SOUZA, J. L.; LYRA, G. B.; BRITO, K. S.; SÁ, L.A.; SANTOS, M.A.L.; SARMENTO, P. L.V. S. Isoquantas de Produtividade da Cana-de-açúcar em Função de Níveis de Irrigação e Adubação Nitrogenada. **Irriga**, v. 18, n. 3, p. 387, 2013.
- VARIAN, H. R. **Microeconomia: uma abordagem moderna**. 8 ed. Amsterdam: Elsevier, 2012. 821p.
- VENTURA, S. D.; DELGADO, A. R. S.; GONZAGA, C. C. A nonlinear feasibility problem heuristic. **Pesquisa Operacional**, v. 35, n. 1, p. 107-121, 2015.