

Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов

УДК 621.396.96

Оригинальная статья

<https://doi.org/10.32603/1993-8985-2022-25-3-22-38>

Новый алгоритм оценки вектора скорости цели в РСА на основе согласованного фильтра Меллина

А. А. Монаков✉

Институт радиотехники, электроники и связи,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

✉ a_monakov@mail.ru

Аннотация

Введение. Получение радиолокационного изображения (РЛИ) и измерение вектора скорости движущейся цели в радиолокаторах с синтезированной апертурой (РСА) является одной из ключевых задач. Явление миграции сигнала цели по элементам разрешения по дальности является причиной низкого качества РЛИ. Традиционные методы компенсации миграций, которые успешно применяются для получения РЛИ неподвижных объектов, не дают нужного качества в случае применения в обработке сигналов движущейся цели. В настоящее время известны алгоритмы решения поставленной задачи. Однако большинство из них использует оптимизационные процедуры поиска оценок неизвестных параметров, что в значительной степени затрудняет их реализацию. Исключением из этого множества является LvD-алгоритм, который для построения РЛИ использует двукратное применение преобразования "замкового камня". LvD-алгоритм не только не использует сложных процедур поиска оценок, но и позволяет строить РЛИ цели в координатах "продольная скорость – поперечная скорость", что делает задачу оценки составляющих скорости цели чрезвычайно простой. В то же время двукратное применение преобразования "замкового камня", которое использует интерполяцию принятого сигнала, увеличивает нагрузку вычислителя.

Цель работы. Разработка альтернативного алгоритма оценки вектора скорости и построения РЛИ движущейся цели в РСА бокового обзора без использования оптимизационных процедур поиска на основе применения согласованного фильтра Меллина (СФМ).

Материалы и методы. Полученный алгоритм основан на свойствах инвариантности интегрального преобразования Меллина к масштабу сигнала и использует для оценки составляющих скорости цели согласованный фильтр Меллина.

Результаты. В статье приведен синтез алгоритма построения РЛИ движущейся цели, в основании которого лежит применение согласованного фильтра Меллина. Дан анализ LvD-алгоритма, который позволил оптимальным образом выбрать коэффициент масштабирования при реализации КТ-преобразования. Проведено математическое моделирование СФМ и LvD-алгоритмов, которое показало их одинаковое качество. Оба алгоритма при одинаковых сценариях моделирования дают эффективные оценки составляющих вектора скорости движущейся цели при отношении сигнал/шум больше -10 дБ.

Заключение. Предлагаемый алгоритм построения РЛИ может быть использован при разработке РСА для обнаружения и оценки вектора скорости движущейся цели.

Ключевые слова: радиолокатор с синтезированной апертурой, миграции по дальности, радиолокационное изображение движущейся цели, преобразование "замкового камня", LvD-распределение, согласованный фильтр Меллина

Для цитирования: Монаков А. А. Новый алгоритм оценки вектора скорости цели в РСА на основе согласованного фильтра Меллина // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 3. С. 22–38. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-3-22-38

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 13.03.2022; принята к публикации после рецензирования 15.04.2022; опубликована онлайн 28.06.2022



An Algorithm for Estimating the Velocity of a Moving Target Based on Mellin Matched Filter

Andrey A. Monakov ✉

Institute of Radio Technique, Electronics and Communication
Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St Petersburg, Russia

✉ a_monakov@mail.ru

Abstract

Introduction. Construction of the radar image of a moving target and estimation of its velocity in synthetic aperture radars (SAR) presents a relevant research problem. The low quality of radar imaging is frequently related to the phenomenon of range cell migration (RCM). Conventional methods for RCM compensation, which are successfully used to obtain radar images of stationary targets, fail to provide the required quality when applied to moving targets. At present, a number of algorithms are used to solve this problem. However, the majority of them employ optimization procedures when searching for estimates of unknown parameters, which fact greatly complicates their implementation. An exception is the LvD algorithm, which implements double keystone transform to construct a radar image without using complex estimate search procedures. Radar images are constructed in the coordinates "longitudinal velocity – lateral velocity", which facilitates estimation of the target velocity components.

Aim. Development of an alternative algorithm based on the Mellin matched filter (MMF) for estimating the velocity and constructing the radar image of a moving target in a side-looking SAR.

Materials and methods. The derived algorithm is based on the invariance of the integral Mellin transform to the signal scale and uses the MMF to estimate the target velocity components.

Results. An algorithm for constructing the radar image of a moving target based on the MMF was synthesized. An analysis of the LvD algorithm showed its capacity for selecting the optimum scale factor when implementing a second KT. The conducted computer simulation of the MMF and LvD algorithms showed their equal accuracy. Under the same simulation scenarios, both algorithms yield effective estimates of the velocity components of a moving target when the signal-to-noise ratio is greater than –10 dB.

Conclusion. The proposed algorithm for constructing a radar image can be used in SAR systems designed for detection and velocity estimation of a moving target.

Keywords: synthetic aperture radar, range cell migration, radar image of a moving target, keystone transform, Lv's distribution, Mellin matched filter

For citation: Monakov A. A. An Algorithm for Estimating the Velocity of a Moving Target Based on Mellin Matched Filter. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 3, pp. 22–38. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-3-22-38

Conflict of interest. The author declares no conflicts of interest.

Submitted 13.03.2022; accepted 15.04.2022; published online 28.06.2022

Введение. Получение радиолокационных изображений (РЛИ) и измерение параметров движущихся целей является в настоящее время одной из ключевых проблем в теории радиолокаторов с синтезированной апертурой (РСА). Использование обычных алгоритмов синтеза апертуры при обработке сигнала движущейся цели не дает требуемого качества РЛИ, которое в этом случае получается расфокусированным и смещенным относительно истинного положения цели. Основной причиной этого является миграция сигнала цели по эле-

ментам разрешения по дальности, причем вследствие априорного незнания собственной скорости цели традиционные методы компенсации миграции, такие как RDA (Range–Doppler Algorithm) [1–4], WA (Wavenumber Algorithm) [5–8], CSA (Chirp Scaling Algorithm) [9–13], ECS (Extended Chirp Scaling Algorithm) [14], FSA (Frequency Scaling Algorithm) [15, 16], не дают нужного результата.

Предложенный в [17, 18] алгоритм "замкового камня" занимает особое место среди алгоритмов компенсации миграции. Этот алгоритм,

использующий масштабирование "медленного" времени путем интерполяции принятого сигнала, получил в научно-технической литературе название КТ-алгоритма (Keystone Transform) первого порядка. В [19, 20] были предложены варианты КТ-алгоритма, не требующие применения интерполяционных методов при масштабировании "медленного" времени. Это позволило значительно упростить и ускорить его реализацию. Успешное применение КТ-алгоритма дало начало поискам новых эффективных алгоритмов обработки сигналов, позволяющих компенсировать миграции сигнала движущейся цели. Однако все варианты КТ-алгоритма дают качественное РЛИ движущейся цели только при условии, что кривизна фронта принимаемой волны мала. В случае когда цель движется, кривизной волнового фронта нельзя пренебречь. Поэтому приходится дополнительно проводить оценку и компенсацию квадратического члена мгновенной фазы принимаемого сигнала, который к тому же зависит не только от "медленного" времени, но и от "дальномерной" частоты. В [17] для решения этой задачи была предложена специальная процедура поиска на основе решения оптимизационной задачи, которая хотя и дает необходимый результат, но в значительной степени усложняет и замедляет синтез РЛИ. Для того чтобы облегчить процедуру оценки квадратического члена фазы, в [21] был предложен КТ-алгоритм второго порядка, который позволяет сделать квадратический член зависящим только от "медленного" времени. Однако и этот алгоритм требует оценки, но уже линейного члена в разложении фазы сигнала, который после применения интерполяции по "медленному" времени начинает зависеть от "дальномерной" частоты. Эта задача хотя и является менее сложной, но все равно требует дополнительных вычислительных затрат. Кроме того, оценка и компенсация квадратического члена фазы сигнала по-прежнему остаются актуальными. Так, в [22, 23] для ее решения предлагается использовать оценку мгновенной частоты сигнала путем применения адаптивного однополосного фильтра (Adaptive Notch Filter). В [24, 25] (см. также работы, цитируемые в этих статьях) рассматривается возможность использования специальных алгоритмов оцени-

вания полиномиальных коэффициентов в разложении фазы принимаемого частотно-модулированного сигнала, которые хотя и являются достаточно эффективными, но требуют при реализации больших вычислительных затрат. В [26] принцип масштабирования сигнала по "медленному" времени, использованный в КТ-алгоритме, был применен для масштабирования по "азимутальной" (доплеровской) частоте. Синтезированный ДКТ-алгоритм (Doppler Keystone Transform) позволяет получить разложение фазы сигнала на компоненты, которые зависят отдельно от дальномерной и азимутальной частот. Однако после этой факторизации для получения РЛИ движущейся цели по-прежнему требуется оценка и компенсация квадратической фазовой ошибки.

В последнее время внимание специалистов привлекли алгоритмы синтеза РЛИ и оценки параметров движения цели на основе TF-представления (Time–Frequency Representation – TFR) принятого сигнала или распределения его энергии на плоскости "время–частота". Базисом для этих алгоритмов является теория линейных и квадратических преобразований (распределений) [27, 28]. В рассматриваемую группу входят алгоритмы, использующие преобразование Вигнера–Вилля (Wigner–Ville Distribution – WVD) [29–31], преобразование Радона–Вигнера (Radon–Wigner Transform – RWT) и Вигнера–Хафа (Wigner–Hough Transform – WHT) [32, 33], оконное преобразование Фурье (Short Time Fourier Transform – STFT) [28, 34], дробное преобразование Фурье (Fractional Fourier Transform – FrFT) [35, 36]. TF-представления сигнала позволяют получить информацию об изменении его частотного состава во времени. Именно поэтому алгоритмы, основанные на TF-представлениях, оказались весьма эффективными при обработке сигналов РСА. Однако и в этой группе алгоритмов существует необходимость решать достаточно сложные задачи оптимизации при поиске оценок неизвестных параметров. Например, при обработке сигналов РСА часто встречающейся задачей является оценка скорости изменения мгновенной частоты линейной частотной модуляции (ЛЧМ) сигнала, для решения которой обычно применяются преобразования Радона–Вигнера и Вигнера–Хафа.

В [37–41] было предложено новое квадратическое преобразование ЛЧМ сигнала, названное LvD-распределением (Lv's Distribution), по-видимому, по имени одного из авторов указанных работ. LvD-распределение, как и все квадратические распределения, основано на преобразовании параметрической симметричной мгновенной автокорреляционной функции (Parametric Symmetrical Instantaneous Autocorrelation Function – PSIAF) сигнала. Алгоритм с использованием LvD-распределения имеет существенные преимущества перед другими алгоритмами оценки параметров движущейся цели в системах РСА:

1. Поскольку PSIAF не зависит от квадратического члена в разложении фазы сигнала РСА, отпадает необходимость в оценке и компенсации квадратической фазовой ошибки.

2. В алгоритме дважды используется КТ-алгоритм: для компенсации миграций по дальности и для факторизации билинейного члена в разложении фазы сигнала. Это позволяет получить РЛИ цели простым двухмерным преобразованием Фурье.

3. РЛИ движущейся цели строится в координатной системе CFCR (Centroid Frequency – Chirp Rate) на плоскости "средняя частота – скорость изменения мгновенной частоты", что позволяет очень просто оценивать компоненты вектора скорости цели.

В соответствии с [37–41] LvD-алгоритм показал отличные результаты при оценке составляющих вектора скорости цели. Однако двукратное использование интерполяции при реализации КТ-преобразований увеличивает вычислительную сложность LvD-алгоритма. Кроме того, концепция LvD-алгоритма менялась авторами от статьи к статье. Некоторые элементы синтеза алгоритма и выбора его параметров не были достаточно освещены в указанных публикациях. Поэтому целесообразно подробно рассмотреть LvD-алгоритм и определить его основные свойства.

Анализ показывает, что те отличия, которые наблюдаются между излученным и принятым РСА сигналами в случае наблюдения движущейся цели, могут быть отнесены к изменениям масштаба излучаемого сигнала. Поэтому для обработки принятого сигнала полезным

может быть использование методов, основанных на преобразовании Меллина, основным свойством которого является инвариантность амплитудного спектра Меллина к масштабным изменениям сигнала [42]. В частности, можно предположить, что использование согласованного фильтра Меллина, свойства которого были исследованы в [43, 44], позволит построить РЛИ движущейся цели и оценить составляющие ее вектора скорости.

Целью настоящей статьи является разработка прямого алгоритма оценки вектора скорости и построения РЛИ движущейся цели в РСА бокового обзора без использования оптимизационных процедур поиска на основе применения согласованного фильтра Меллина (СФМ). В статье решаются следующие задачи:

1. Анализ LvD-алгоритма.

2. Синтез прямого алгоритма построения РЛИ движущейся цели на плоскости "продольная скорость – поперечная скорость" с использованием СФМ.

3. Сравнительный анализ качества синтезированного алгоритма и LvD-алгоритма.

Принятый сигнал. Пусть РСА излучает импульсный ЛЧМ-сигнал

$$s(t) = g(t) \exp \left[i \left(\omega_0 t + \frac{\nu}{2} t^2 \right) \right], \quad 0 \leq t \leq T_p,$$

где $g(t)$ – огибающая импульса, длительность которого равна T_p ; ω_0 – несущая частота; ν – скорость изменения мгновенной частоты. Допустим, что цель, находящаяся в точке (x_0, y_0) в момент времени $t = 0$, движется равномерно и прямолинейно, и вектор ее скорости равен $U = \hat{x}U_x + \hat{y}U_y$, где \hat{x}, \hat{y} – орты прямоугольной системы координат XOY , начало отсчета O которой совпадает с положением фазового центра антенны РСА в момент времени $t = 0$, ось OX направлена вдоль вектора скорости носителя РСА V , а ось OY – вдоль оси антенны (рис. 1). Тогда в текущий момент времени t расстояние между фазовым центром антенны и целью будет равно

$$R(t) = \sqrt{(x_0 + U_x t - Vt)^2 + (y_0 + U_y t)^2}.$$

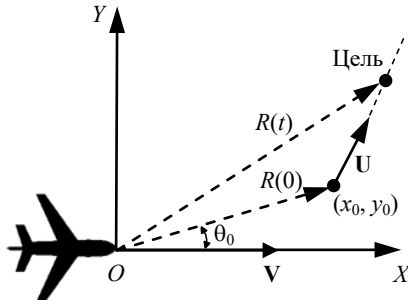


Рис. 1. Наблюдение движущейся цели в РСА
 Fig. 1. Observation of a moving target in SAR

Принятый сигнал после преобразования частоты и согласованной фильтрации будет равен

$$ss(t, \tau) = \dot{\rho}g \left[\tau - \frac{2R(t)}{c} \right] \exp \left[-i \frac{2\omega_0}{c} R(t) \right],$$

$$0 \leq \tau \leq T_r, \quad 0 \leq t \leq T_D,$$

где $\dot{\rho}$ – комплексная амплитуда принятого сигнала; g – огибающая сигнала на выходе согласованного фильтра; c – скорость света; τ – "быстрое" время; t – "медленное" время; T_r – период повторения РСА; T_D – интервал когерентного накопления.

Сигнал $ss(t, \tau)$ удобно переписать, введя две новые переменные:

– поперечную дальность $x = Vt$ вместо "медленного" времени t ;

– продольную дальность $y = c\tau/2$ вместо "быстрого" времени τ .

Здесь и далее для обозначения сигналов будем придерживаться следующих обозначений: первая литера соответствует поперечной дальности x ("медленному" времени) или поперечному (азимутальному) волновому числу $K = 2\Omega/c$ (доплеровской частоте Ω); вторая – продольной дальности y ("быстрому" времени) или продольному (дальномерному) волновому числу $k = 2\omega/c$ (дальномерной частоте ω); строчные литеры s – сигналу по соответствующей дальности, заглавные S – спектру по соответствующему волновому числу. Тогда в новых переменных сигнал $ss(t, \tau)$ запишется в виде

$$ss(x, y) = \dot{\rho}g[y - R(x)] \exp[-ik_w R(x)],$$

$$0 \leq y \leq L, \quad 0 \leq x \leq D,$$

где $k_w = 2\omega_0/c$ – волновое число; $L = cT_r/2$ – ширина кольца дальностей; $D = VT_D$ – длина синтезируемой апертуры. Осуществим над принятым сигналом преобразование Фурье по продольной дальности:

$$sS(x, k) = \int_0^L ss(x, y) \exp[-iky] dy =$$

$$= \dot{\rho}G(k) \exp[-i(k_w + k)R(x)],$$

$$|k| \leq \frac{\Delta\omega}{c}, \quad 0 \leq x \leq D,$$

где k – продольное волновое число; $G(k)$ – спектр сигнала $g(y)$; $\Delta\omega = vT_p$ – девиация частоты (полоса) излученного сигнала.

Предположим, что ширина кольца дальностей L и длина апертуры D намного меньше, чем расстояние до ближней границы области наблюдения R_{\min} , т. е. $L, D \ll R_{\min}$. Тогда для $R(x)$ будет справедливо следующее разложение:

$$R(x) = \sqrt{(x_0 + u_x x - x)^2 + (y_0 + u_y x)^2} =$$

$$= \sqrt{(R_0 + \beta x)^2 + (\gamma x)^2} \approx R_0 + \beta x + \frac{\gamma^2}{2R_0} x^2,$$

где $u_x = U_x/V$ и $u_y = U_y/V$ – относительные скорости перемещения цели вдоль координатных осей OX и OY ; параметры

$$\beta = (u_x - 1) \sin \theta_0 + u_y \cos \theta_0;$$

$$\gamma = (u_x - 1) \cos \theta_0 - u_y \sin \theta_0$$

характеризуют продольную и поперечную скорости движения цели относительно линии ее визирования; $R_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ и $\theta_0 = \arctg(y_0/x_0)$ – начальные дальность и угловая координата цели.

Тогда функция $sS(x, k)$ может быть записана в виде

$$sS(x, k) = \dot{\rho}G(k) \exp \left\{ -i \left[(k_w + k) R_0 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \beta (k_w + k) x + \frac{\gamma^2}{2R_0} (k_w + k) x^2 \right] \right\};$$

$$|k| \leq \frac{\Delta\omega}{c}, \quad 0 \leq x \leq D.$$

Рассмотрим информационный и физический смысл каждого из членов, стоящих в по-

казателе полученного фазора. Первый член $(k_w + k)R_0$ соответствует задержке принятого сигнала, поскольку при возврате к продольной дальности y получающийся сигнал будет задержан на R_0 . Второй член $\beta(k_w + k)x$ несет информацию об относительной продольной скорости перемещения β и угловой координате θ_0 цели. Присутствие произведения kx свидетельствует о наличии миграции сигнала по дальности, в результате которой происходит дефокусировка РЛИ цели. Наконец, третий член $\gamma^2(k_w + k)x^2/(2R_0)$ несет информацию о поперечной скорости γ и угловой координате θ_0 цели. Этот член соответствует квадратичной фазовой ошибке, которая также ведет к дефокусировке РЛИ.

Таким образом, обработка принятого сигнала с целью получения сфокусированного РЛИ и оценки вектора скорости цели должна осуществляться так, чтобы сохранить всю полезную информацию, содержащуюся в принятом сигнале, и одновременно компенсировать все факторы, вызывающие дефокусировку РЛИ.

В статье рассматриваются два алгоритма обработки принятого сигнала, которые основаны на преобразовании параметрической симметричной мгновенной автокорреляционной функции (Parametric Symmetrical Instantaneous Autocorrelation Function – PSIAF):

$$\begin{aligned} \chi(x, \Delta x; k) &= sS(x + \Delta x, k) sS^*(x - \Delta x, k) = \\ &= |\dot{\rho}|^2 |G(k)|^2 \exp \left[-2i(k_w + k)\Delta x \left(\beta + \frac{\gamma^2}{R_0} x \right) \right], \\ &|k| \leq \frac{\Delta\omega}{c}. \end{aligned}$$

Поскольку сумма $(x + \Delta x)$ и разность $(x - \Delta x)$ должны одновременно удовлетворять условиям

$$\begin{cases} 0 \leq x + \Delta x \leq D; \\ 0 \leq x - \Delta x \leq D, \end{cases}$$

введенные переменные x и Δx оказываются взаимно зависимыми и должны удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{aligned} |\Delta x| \leq x \leq D - |\Delta x|; \\ \Delta x \in [-D/2, D/2]. \end{aligned} \quad (1)$$

Область изменения переменных x и Δx , которая определена неравенствами (1), является носителем функции $A = \text{supp} \chi(\Delta x, x; k)$. Эта область представляет собой квадрат с диагональю, равной D , одна из вершин которого находится в начале координат плоскости $(\Delta x, x)$, а противоположная ей – в точке $(0, D)$.

Компенсируем миграции по дальности, используя КТ-преобразование [17, 18]. Для этого сделаем замену

$$\Delta x \rightarrow \frac{k_w}{k_w + k} \Delta x', \quad (2)$$

где $\Delta x'$ – новая переменная. Поскольку $k_w \gg |k|$, область изменения $\Delta x'$ примерно совпадает с областью изменения переменной Δx . Последнее очень важно, так как КТ-преобразование (2) требует интерполяции функции $\chi(x, \Delta x; k)$. В результате получим

$$\begin{aligned} \chi(x, \Delta x; k) &= |\dot{\rho}|^2 |G(k)|^2 \exp \left[-2ik_w \Delta x \left(\beta + \frac{\gamma^2}{R_0} x \right) \right], \\ &|k| \leq \frac{\Delta\omega}{2c}, \quad (x, \Delta x) \in A, \end{aligned}$$

где для новой переменной сохранено прежнее обозначение Δx .

Поскольку в полученном выражении для $\chi(x, \Delta x; k)$ от волнового числа k зависит только $|G(k)|^2$, проинтегрируем PSIAF по k . В результате можно переписать уравнение для PSIAF в виде

$$\begin{aligned} \chi(x, \Delta x) &= 2\pi |\dot{\rho}|^2 E \exp \left[-2ik_w \Delta x \left(\beta + \frac{\gamma^2}{R_0} x \right) \right], \\ &(x, \Delta x) \in A, \end{aligned} \quad (3)$$

где $E = (2\pi)^{-1} \int_{-\Delta\omega/(2c)}^{\Delta\omega/(2c)} |G(k)|^2 dk$ – энергия сигнала $g(y)$.

LvD-алгоритм. В полученном выражении переменные x и Δx по-прежнему не фактори-

зованы. Для их факторизации в [39, 40] предложено осуществить замены:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{a + \Delta x'}{2}; \\ x = \frac{ax'}{a + \Delta x'}, \end{cases} \quad (4)$$

где $a > 0$ – постоянная величина. Замена Δx не вызывает затруднений и сводится к сдвигу носителя PSIAF – области A – влево на a и ее растяжению вдоль оси Δx в 2 раза. Замена x осуществляется на основе КТ-преобразования, которое позволяет факторизовать переменные x и Δx . Первая замена имеет смысл только в том случае, если вторая замена примерно сохраняет область A , поскольку для интерполяции при КТ-преобразовании необходимо равенство областей изменения переменных x и x' . Это возможно, если $a \gg \max|\Delta x| = D/2$. Однако при этом условии становится невозможной замена $\Delta x \rightarrow \Delta x'$, поскольку сдвиг влево области A просто ведет к тому, что область значений $\Delta x'$ перемещается в окрестность точки $\Delta x' = -a$. Поэтому замена переменной Δx принципиального значения не имеет, и можно ограничиться заменой

$$x = \frac{ax'}{\Delta x}, \quad (5)$$

где $a > 0$ – масштабный коэффициент, подлежащий выбору. Преобразование (5) формально не может больше называться преобразованием "замкового камня", так как область совместного изменения переменных Δx и x' значительно отличается от перевернутой равносторонней трапеции (прил. 1). Однако в данной статье сохранено название "КТ-преобразование" для замены (5), которое было использовано в [37–41].

Для реализации КТ-преобразования путем интерполяции необходимо, чтобы область значений переменной x' при любом Δx , которую обозначим как $A'(\Delta x)$, принадлежала области значений переменной x , т. е. должно выполняться $A'(\Delta x) \subset A(\Delta x)$, где $A(\Delta x)$ – сечение области A при $\Delta x = \text{const}$. Как показано в прил. 1, невозможно добиться вложенности $A'(\Delta x) \subset A(\Delta x)$ ни при каких значениях a .

Однако можно выбрать такое значение этого параметра, которое обеспечивает максимальное перекрытие областей A' и A . Для этого необходимо, чтобы

$$a = \frac{8D}{27 + 5\sqrt{33}} \approx 0.14357D.$$

При таком значении масштабного коэффициента a удастся получить следующее соотношение между площадями:

$$S(A' \cap A) \approx 0.48415 S(A),$$

где $S(\dots)$ – площадь соответствующего множества. Следовательно, в лучшем случае только 48 % площади носителя PSIAF A будет использовано для построения РЛИ при замене (4).

В результате выполнения КТ-преобразования (4) PSIAF приобретает следующий вид:

$$\chi(x, \Delta x) = 2\pi|\dot{\rho}|^2 E \exp \left[-i \left(2k_w \beta \Delta x + 2k_w \frac{a\gamma^2}{R_0} x \right) \right],$$

$$(x, \Delta x) \in A',$$

где A' – преобразованная область A (прил. 1). Двухмерное прямое преобразование Фурье по переменным x и Δx дает РЛИ цели на плоскости (K, κ)

$$I(K, \kappa) = \iint_{A'} \chi(x, \Delta x) \exp[-i(Kx + \kappa\Delta x)] dx d(\Delta x) =$$

$$= C \delta \left(K + 2 \frac{ak_w}{R_0} \gamma^2 \right) \delta(\kappa + 2k_w \beta),$$

где K и κ – соответствующие волновые числа. Определив точку (K_m, κ_m) , где РЛИ $|I(K, \kappa)|^2$ достигает максимального значения, можно вычислить оценки параметров β и γ :

$$\beta = -\frac{\kappa_m}{2k_w}; \quad \gamma = \pm \sqrt{\frac{|K_m| R_0}{2ak_w}}.$$

Выбор знака Γ будет рассмотрен в следующем разделе.

Алгоритм на основе согласованного фильтра Меллина. Запишем (3) в виде

$$\chi(x, \Delta x) = 2\pi|\dot{\rho}|^2 E \exp[-2ik_w\beta\Delta x] \times \exp\left[-2ik_w\left(\frac{\gamma^2}{R_0}\Delta x\right)x\right], \quad (x, \Delta x) \in A.$$

Для каждого значения переменной x второй экспоненциальный множитель, равный

$$z_\mu(x|\Delta x) = \exp\left[-i\gamma^2\left(\frac{2k_w}{R_0}\Delta x\right)x\right], \quad \frac{x_{\min}}{\gamma^2} \leq x \leq \frac{x_{\max}}{\gamma^2},$$

можно рассматривать как масштабированный сигнал

$$z_1(x|\Delta x) = \exp\left[-i\left(\frac{2k_w}{R_0}\Delta x\right)x\right], \quad x_{\min} \leq x \leq x_{\max},$$

где x_{\min} и x_{\max} – пределы изменения x , соответствующие данному ранее определению области A . Коэффициент масштабирования $\mu = \gamma^2$ и $z_\mu(x|\Delta x) = z_1(\mu x|\Delta x)$. Тогда для оценки μ можно воспользоваться согласованным фильтром Меллина, который был синтезирован в [42–44]. Основные свойства СФМ для удобства читателя представлены в прил. 2. М-спектр (преобразование Меллина) сигнала $z_\mu(x|\Delta x)$ равен

$$\begin{aligned} Z_\mu(\kappa|\Delta x) &= \int_{\Delta x_{\min}/\mu}^{\Delta x_{\max}/\mu} z_\mu(x|\Delta x) \left(\frac{x}{D}\right)^{-i\kappa D-1} dx = \\ &= \mu^{-1} \int_{\Delta x_{\min}}^{\Delta x_{\max}} z_1(x|\Delta x) \left(\frac{x}{\mu D}\right)^{-i\kappa D-1} dx = \\ &= \mu^{i\kappa D} Z_1(\kappa|\Delta x), \end{aligned}$$

где $Z_1(\kappa|\Delta x)$ – М-спектр сигнала $z_1(x|\Delta x)$.

Частотная характеристика СФМ равна $H(\kappa) = F^*(\kappa|\Delta x)$, где $F(\kappa|\Delta x)$ – преобразование Меллина сигнала $f(x|\Delta x) = \frac{x}{D} z_1(x|\Delta x)$ (прил. 2). Тогда М-спектр выходного сигнала СФМ равен

$$W_\mu(\kappa|\Delta x) = H(\kappa) Z_\mu(\kappa|\Delta x) =$$

$$\begin{aligned} &= F^*(\kappa|\Delta x) Z_\mu(\kappa|\Delta x) = \\ &= \mu^{i\kappa D} F^*(\kappa|\Delta x) Z_1(\kappa|\Delta x). \end{aligned}$$

Выходной сигнал СФМ равен обратному преобразованию Меллина М-спектра $W(\kappa|\Delta x)$:

$$\begin{aligned} w_\mu(x|\Delta x) &= \frac{1}{2\pi} \int W_\mu(\kappa|\Delta x) \left(\frac{x}{D}\right)^{i\kappa D} d\kappa = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int F^*(\kappa|\Delta x) Z_1(\kappa|\Delta x) \left(\frac{\mu x}{D}\right)^{i\kappa D} d\kappa = w_1(\mu x|\Delta x), \end{aligned}$$

где $w_1(x|\Delta x)$ – выход СФМ при входном сигнале $z_1(x|\Delta x)$:

$$\begin{aligned} w_1(x|\Delta x) &= \frac{1}{2\pi} \int W_1(\kappa|\Delta x) \left(\frac{x}{D}\right)^{i\kappa D} d\kappa = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int F^*(\kappa|\Delta x) Z_1(\kappa|\Delta x) \left(\frac{x}{D}\right)^{i\kappa D} d\kappa. \end{aligned}$$

Важным свойством выбранного способа вычисления преобразования Меллина является то, что максимум сигнала $w_1(x|\Delta x)$ приходится на точку $x_1 = D$ при любом значении Δx . Таким образом, определив положение максимумов сигналов $w_\mu(x|\Delta x)$ и $w_1(x|\Delta x)$, которые соответствуют точкам x_μ и x_1 , можно оценить относительную поперечную скорость движения цели γ :

$$\Gamma_m = \pm\sqrt{x_1/x_\mu} = \pm\sqrt{D/x_\mu}.$$

РЛИ цели можно получить, осуществив фильтрацию PSIAF $\chi(x, \Delta x)$ в СФМ для каждого значения переменной Δx . В результате функция $\chi(x, \Delta x)$ будет равна

$$\chi(x, \Delta x) = |\dot{\rho}|^2 E \exp[-2ik_0\beta\Delta x] w_\mu(x|\Delta x), \quad (x, \Delta x) \in A.$$

Затем следует вычислить прямое преобразование Фурье по переменной Δx . Учитывая, что выходные сигналы СФМ $w_\mu(x|\Delta x)$ имеют максимум в точке $x_\mu = x_1/\gamma^2 = D/\gamma^2$ при любых значениях переменной Δx , прямое преобразование Фурье даст следующий результат:

$$I(x, \kappa) = \int_{-D/2}^{D/2} \chi(x, \Delta x) \exp[-i\kappa \Delta x] d(\Delta x) =$$

$$= 2\pi |\dot{\rho}|^2 E w_{\mu}(x|\Delta x) \delta(\kappa + 2k_w \beta), (x, \kappa) \in C,$$

где $C = \{0 \leq x \leq D, |\kappa| \leq 2\pi/D\}$ – область определения двумерной функции $I(x, \kappa)$. Следовательно, оценка относительной продольной скорости β равна

$$\beta_m = -\frac{\kappa_m}{2k_w},$$

где κ_m – значение волнового числа κ , при котором РЛИ $|I(x, \kappa)|^2$ имеет глобальный максимум.

Выбор знака оценки Γ может быть сделан на основании предположения о скорости движения цели $U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$ по отношению к скорости носителя РСА V . Предположим, что $U < V$, что эквивалентно неравенству $u_x^2 + u_y^2 < 1$. Выразим u_x и u_y через β и γ :

$$\begin{cases} u_x = \beta \sin \theta_0 + \gamma \cos \theta_0 + 1; \\ u_y = \beta \cos \theta_0 - \gamma \sin \theta_0. \end{cases}$$

Подставив эти выражения в последнее неравенство при $\beta = \beta_m$ и $\gamma = \Gamma_m$, получим

$$(\beta_m + \sin \theta_0)^2 + (\Gamma_m + \cos \theta_0)^2 < 1.$$

Тогда знак перед квадратным корнем в уравнении для Γ_m должен быть выбран так, чтобы выполнялось это неравенство.

В заключение необходимо отметить, что ре-

ализация СФМ-алгоритма принципиально может быть организована без применения интерполяции в процессе обработки принятого сигнала. Для этого необходимо, во-первых, использовать версию КТ-алгоритма без интерполяции [19, 20] и, во-вторых, осуществить экспоненциальную дискретизацию принятого сигнала [45, 46].

Анализ алгоритмов. Анализ качества рассмотренных алгоритмов проведем методом математического моделирования со следующими сценарными параметрами:

- длина волны РСА $\lambda = 5.6$ см;
- ширина спектра импульса $\Delta f = 200$ МГц;
- скорость движения носителя $V = 30$ м/с;
- дальность до ближней границы зоны обзора РСА $R_{\min} = 10$ км;
- длина синтезированной апертуры $D = 147.4$ м;
- количество элементов разрешения по дальности $M = 64$;
- количество элементов разрешения по азимуту $N = 2048$;
- цель находится в точке $x_0 = 489.4$ м; $y_0 = 100134.5$ м;
- вектор скорости цели $U = [4 \text{ м/с}; 4 \text{ м/с}]$;
- количество статистических испытаний $J = 50$.

На рис. 2 и 3 приведены сечения полученных двумя рассмотренными алгоритмами РЛИ $|I(\beta, \Gamma)|^2$ главными плоскостями, проходящими через максимум РЛИ. Переменные Γ и β являются результатом преобразований переменных K и κ для LvD-алгоритма и переменных x и κ для СФМ-алгоритма:

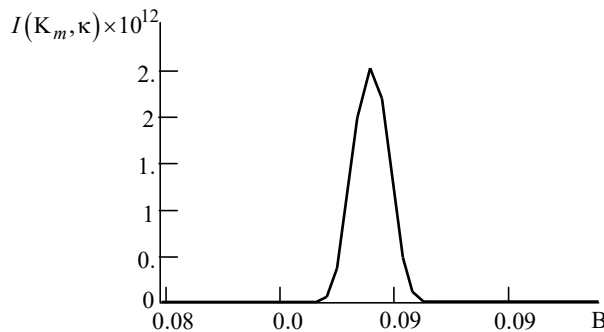


Рис. 2. Сечения PSIAF для LvD-алгоритма

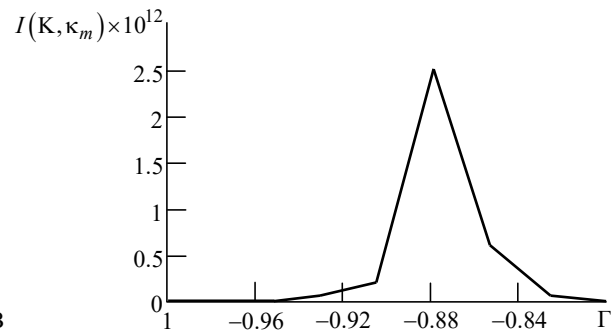


Fig. 2. PSIAF sections for the LvD-algorithm

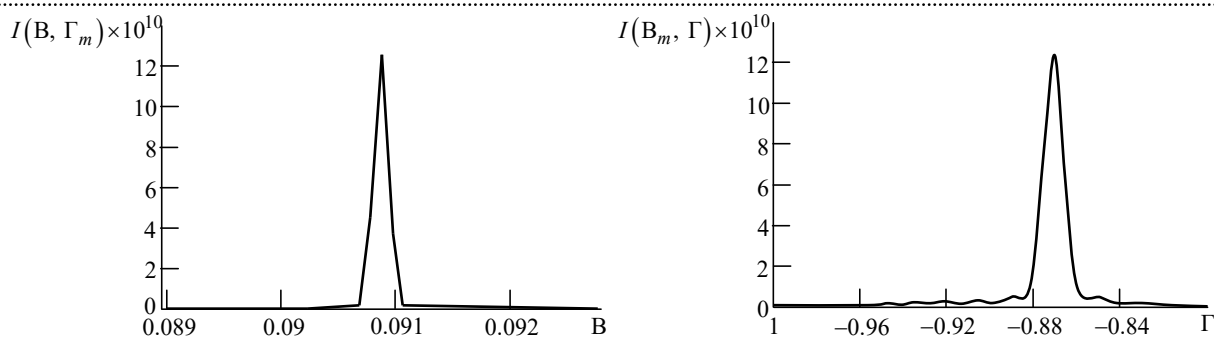


Рис. 3. Сечения PSIAF для СФМ-алгоритма

Fig. 3. PSIAF sections for the MMF-algorithm

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma = \sqrt{\frac{|K|R_0}{2ak_0}}, \quad B = -\frac{\kappa}{2k_0}, \quad \text{алг. LvD;} \\ \Gamma = \sqrt{\frac{D}{x}}, \quad B = -\frac{\kappa}{2k_0}, \quad \text{алг. СФМ.} \end{array} \right.$$

Как видно из рисунков, РЛИ в обоих случаях представляет собой дельтообразные пики, сосредоточенные в окрестности истинных значений оцениваемых относительных скоростей. Оценки параметров при отношении сигнал/шум (ОСШ) $q^2 = 0$ дБ и истинных значениях относительных скоростей $\beta = 0.090864$ и $\gamma = -0.87214$ равны соответственно: $B_m = 0.090785$ и $\Gamma_m = -0.87889$ для алгоритма на основе LvD и $B_m = 0.090881$ и

$$\langle k \rangle = \frac{1}{M} \sum_{j=-M/2}^{M/2-1} (k_w + k_j), \quad \Gamma_m = -0.87027 \text{ для}$$

алгоритма на основе СФМ.

На рис. 4 приведены зависимости смещения и среднеквадратического отклонения (СКО) оценок от ОСШ q^2 , а также границы Крамера–Рао (ГКР) для СКО ошибок оценивания, которые построены на основании следующего уравнения для корреляционной матрицы ошибок:

$$C = \frac{1}{2Nq^2} \times$$

$$\times \left(\begin{array}{l} \left\{ \langle k^2 \rangle \langle R_{\beta\beta}^2 \rangle - [\langle k \rangle \langle R_{\beta} \rangle]^2 \right\} \left(\langle k^2 \rangle \langle R_{\beta\gamma}^2 \rangle - \langle k \rangle^2 \langle R_{\beta} \rangle \langle R_{\gamma} \rangle \right) \\ \left(\langle k^2 \rangle \langle R_{\beta\gamma}^2 \rangle - \langle k \rangle^2 \langle R_{\beta} \rangle \langle R_{\gamma} \rangle \right) \left\{ \langle k^2 \rangle \langle R_{\gamma\gamma}^2 \rangle - [\langle k \rangle \langle R_{\gamma} \rangle]^2 \right\} \end{array} \right)^{-1},$$

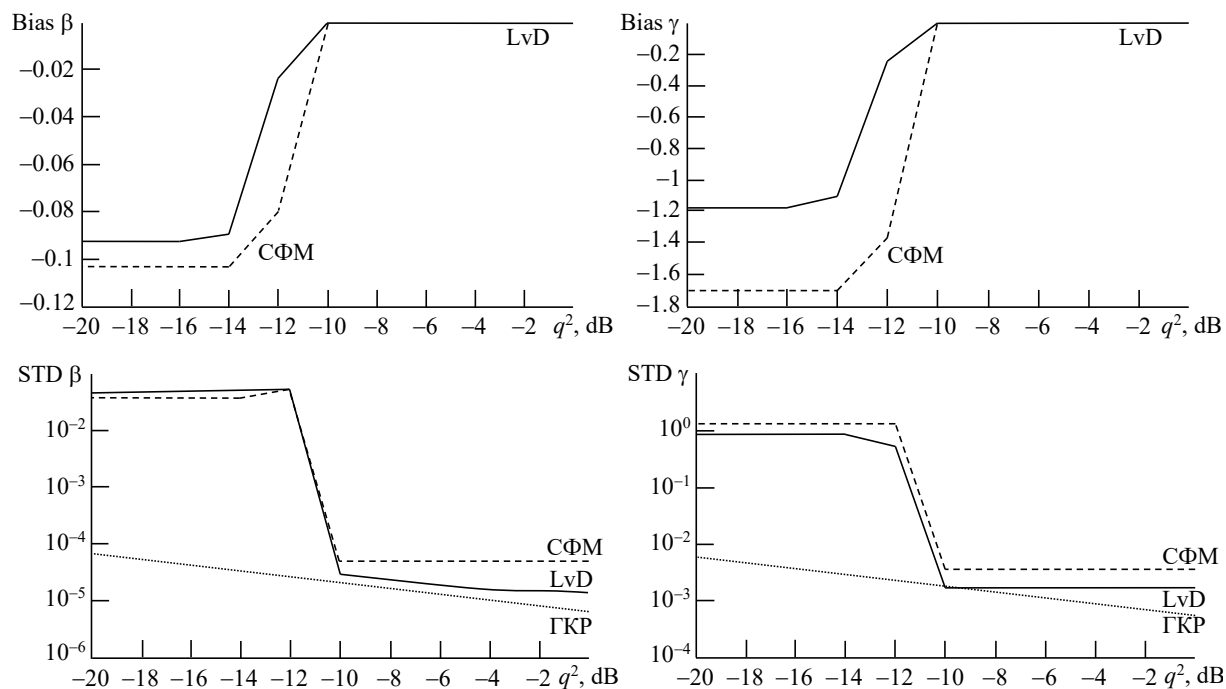


Рис. 4. Зависимости смещения и СКО оценок от ОСШ

Fig. 4. Plots of the estimate biases and the standard deviations versus SNR

где

$$\begin{aligned}\langle k \rangle &= \frac{1}{M} \sum_{j=-M/2}^{M/2-1} (k_w + k_j); \\ \langle k^2 \rangle &= \frac{1}{M} \sum_{j=-M/2}^{M/2-1} (k_w + k_j)^2; \\ \langle R_\beta \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{dR(x_n)}{d\beta}; \\ \langle R_\gamma \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{dR(x_n)}{d\gamma}; \\ \langle R_{\beta\beta}^2 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{dR(x_n)}{d\beta} \right]^2; \\ \langle R_{\beta\gamma}^2 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{dR(x_n)}{d\beta} \frac{dR(x_n)}{d\gamma}; \\ \langle R_{\gamma\gamma}^2 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{dR(x_n)}{d\gamma} \right]^2,\end{aligned}$$

$k_j = 2\omega_j/c = 4\pi j/(cMT_s)$; T_s – период дискретизации сигнала по "быстрому" времени и

$$R(x_n) = \sqrt{(R_0 + \beta x_n)^2 + (\gamma x_n)^2}.$$

Графики на рисунке свидетельствуют о том, что оба рассмотренные алгоритма имеют одинаковые характеристики. В области малых ОСШ, где $q^2 < -10$ дБ, наблюдаются аномальные ошибки оценивания, причиной которых является наличие нескольких локальных максимумов РЛИ. В области $q^2 \geq -10$ дБ РЛИ обоих алгоритмов имеет один глобальный максимум, и качество оценивания приближается к потенциально достижимому: оценки становятся несмещенными и эффективными. Существование области аномальных ошибок не является серьезным недостатком рассмотренных алгоритмов. Как показано в [43, 44], аномальные ошибки можно полностью исключить, если при оценке привлечь дополнительную априорную информацию. В случае оценки компонент вектора скорости цели это нетрудно сделать исходя из физических соображений, накладывая на область поиска всегда существующие на практике ограничения на значение модуля скорости цели.

Закключение. В статье предлагается новый алгоритм оценки вектора скорости движущейся цели в РСА бокового обзора. Алгоритм основан на вычислении параметрической симметричной мгновенной автокорреляционной функции сигнала и применении согласованного фильтра Меллина. Оценки составляющих вектора скорости цели соответствуют положению пика радиолокационного изображения цели, построенного в координатах "продольная скорость – поперечная скорость". Алгоритм не требует при своей реализации процедур интерполяции в процессе обработки принятого сигнала и оптимизации при поиске оценок. В статье также дан подробный анализ LvD-алгоритма, который в настоящее время является одним из наиболее цитируемых алгоритмов для решения поставленной задачи. Сравнительный анализ предлагаемого алгоритма и LvD-алгоритма свидетельствует о близости их характеристик. Так, в результате математического моделирования в одинаковых сценарных условиях оба алгоритма показали несмещенность и эффективность оценок составляющих вектора скорости при ОСШ больше -10 дБ. Дальнейшие исследования будут посвящены вопросам практической реализации предлагаемого алгоритма и поиску варианта, способного качественно работать в условиях существования траекторных нестабильностей при движении носителя РСА.

Приложение 1. Выбор масштабного коэффициента a . Положим $a > 0$ и введем новые нормированные переменные

$$\Delta\xi = \frac{\Delta x}{a}; \quad \xi = \frac{x}{a}; \quad \xi' = \frac{x'}{a}; \quad \delta = \frac{D}{a}.$$

Область значений переменных $\Delta\xi$ и ξ , для которой сохраним обозначение A , равна

$$A = \{(\Delta\xi, \xi) : |\Delta\xi| \leq \xi \leq \delta - |\Delta\xi|\}$$

(рис. 5). Определим область значений переменных $\Delta\xi$ и ξ' , для которой сохраним обозначение A' . Для этого в соответствии с (5) в последнем неравенстве сделаем замену $\xi = \xi'/\Delta\xi$:

$$A' = \left\{ (\Delta\xi, \xi') : |\Delta\xi| \leq \frac{\xi'}{\Delta\xi} \leq \delta - |\Delta\xi| \right\}$$

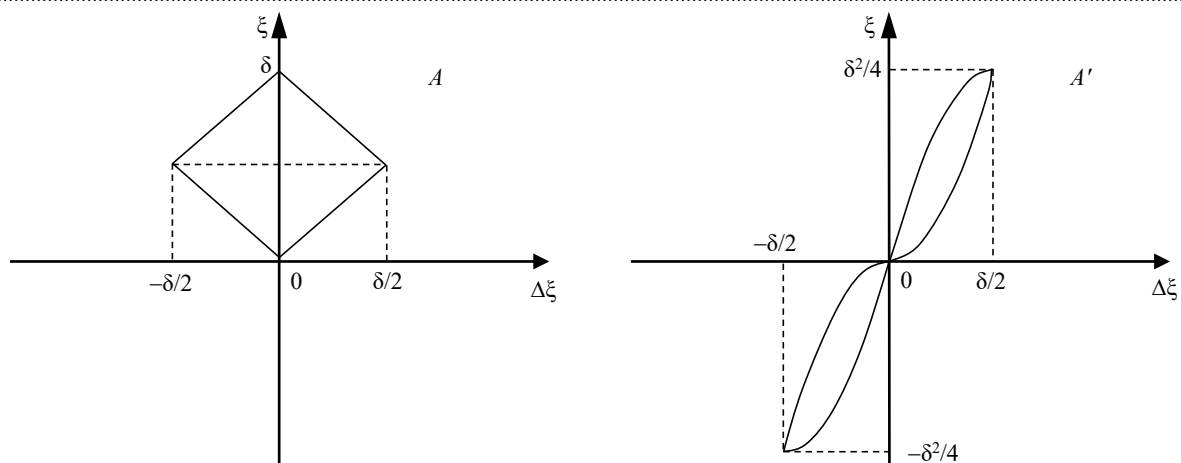


Рис. 5. Области A и A'

Fig. 5. Domains A and A'

или

$$A' = \left\{ (\Delta\xi, \xi') : \begin{cases} \Delta\xi(\delta + \Delta\xi) \leq \xi' \leq -\Delta\xi^2, \Delta\xi \leq 0 \\ \Delta\xi^2 \leq \xi' \leq \Delta\xi(\delta - \Delta\xi), \Delta\xi \geq 0 \end{cases} \right\}.$$

Область A' представлена на рис. 5.

Как видно из рис. 5, область A симметрична, а A' – асимметрична относительно вертикальных координатных осей ξ и ξ' , причем если $\xi \geq 0$ при любом $\Delta\xi$, то $\xi' \geq 0$ только при $\Delta\xi \geq 0$. Следовательно, для реализации второго КТ-преобразования в LvD-алгоритме можно использовать только часть области A' , которая соответствует неотрицательным значениям $\Delta\xi$. Этот факт не имеет принципиального значения, поскольку PSIAF обладает свойством эрмитовой сопряженности по переменной Δx : $\chi(-\Delta x, x) = \chi^*(\Delta x, x)$. Поэтому КТ-преобразование можно реализовать только при $\Delta x \geq 0$.

При фиксированном значении $\Delta\xi \geq 0$ сечение $A(\Delta\xi) = \{\xi : \Delta\xi \leq \xi \leq \delta - \Delta\xi\}$, в свою очередь сечение $A'(\Delta\xi) = \{\xi' : \Delta\xi^2 \leq \xi' \leq \Delta\xi(\delta - \Delta\xi)\}$. Поэтому, для того чтобы $A'(\Delta\xi) \subset A(\Delta\xi)$, должно одновременно выполняться $1 \leq \Delta\xi$ и $\Delta\xi \leq 1$, что возможно лишь в частном случае, когда $\Delta\xi = 1$. Следовательно, можно сделать следующие два вывода:

1. Точка $\Delta\xi = 1$, где соответствующие сечения множеств A и A' равны, должна принадлежать отрезку $[0, \delta]$.

2. Ни при каких вариантах выбора параметра a невозможно добиться того, чтобы $A' \subset A$.

Из первого вывода следует, что $\delta \geq 1$. Поэтому параметр a должен удовлетворять неравенству $a \leq D$. Следствием того, что при любом a $A' \not\subset A$, является необходимость выбора такого значения a , которое обеспечивало бы максимальное перекрытие областей A и A' в области положительных значений $\Delta\xi$. Как следует из рис. 5, площадь множества $A' \cap A$ равна

$$\begin{aligned} S(A' \cap A) &= \int_0^1 [t(\delta - t) - t^2] dt + \\ &+ \int_1^x (\delta - t - t^2) dt = \\ &= \delta \left(x - \frac{1}{2} \right) - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} = \frac{2x^3}{3} - \frac{x}{2}, \end{aligned}$$

где $x = (\sqrt{1 + 4\delta} - 1)/2$ и, следовательно, $\delta = x(x + 1)$.

Введем целевую функцию $Q(x) = S(A' \cap A)/S(A|\Delta\xi \geq 0)$, где $S(A|\Delta\xi \geq 0) = \delta^2/2$ – площадь области A при $\Delta\xi \geq 0$. Введенная целевая функция может быть представлена как функция переменной x :

$$Q(x) = \frac{2(4x^2 - 3)}{3x(x + 1)^2}.$$

Найдем значение x_{opt} , соответствующее ее максимуму. Несложно показать, что это значение является корнем уравнения

$4x^3 - 4x^2 - 9x - 3 = (2x + 1)(2x^2 - 3x - 3) = 0$,
 единственный положительный корень которого
 является искомым решением $x_{\text{opt}} = \frac{3 + \sqrt{33}}{4} \approx$
 ≈ 2.1861 . При этом $Q(x_{\text{opt}}) \approx 0.4842$. Таким
 образом, в лучшем случае только 48 % носителя
 PSIAF могут быть использованы для реали-
 зации КТ-преобразования. Достигается этот
 результат при $a_{\text{opt}} = \frac{8D}{27 + 5\sqrt{33}} \approx 0.14357D$.

Приложение 2. Согласованный фильтр Меллина и его свойства. Свойства СФМ, определение которого было впервые дано в [42], вытекают из свойств интегрального преобразования Меллина. Сам СФМ представляет собой линейный некаузальный фильтр, инвариантный к изменению длительности (масштаба) сигнала. Импульсная характеристика СФМ так же, как и в случае с обычным согласованным фильтром, который в [42, 43] назван согласованным фильтром Фурье (СФФ), рассчитана на получение максимального ОСШ на выходе.

СФМ так же, как и СФФ, представляет собой линейный фильтр со следующими свойствами [43, 44]:

1. Импульсная характеристика СФМ соответствует реакции на входной сигнал $\delta(t - T_M)$ ($\delta(t)$ – дельта-функция Дирака) и равна

$$h(t) = \frac{T}{t} s \left(\frac{T^2}{t} \right),$$

где T – момент времени, соответствующий максимуму выходного сигнала фильтра.

2. Частотная характеристика СФМ, которая соответствует преобразованию Меллина импульсной характеристики $h(t)$, равна

$$H(i\omega) = \int_0^{\infty} h(t) \left(\frac{t}{T} \right)^{-i\omega T - 1} dt = F^*(i\omega),$$

где $F(i\omega)$ – преобразование Меллина функции $f(t) = \frac{t}{T} s(t)$.

3. Выходной сигнал СФМ, равный свертке по Меллину входного сигнала $s(t)$ и импульсной характеристики $h(t)$, равен

$$g(t) = T \int_0^{\infty} s(\tau) h \left(\frac{Tt}{\tau} \right) \frac{d\tau}{\tau} = \frac{T}{t} \int_0^{\infty} s(\tau) s^* \left(\frac{T\tau}{t} \right) d\tau$$

и достигает своего максимума в момент времени $t = T$.

4. В момент $t = T$ на выходе фильтра наблюдается максимальное ОСШ:

$$q_{\text{max}}^2 = \frac{E}{N_0},$$

где $E = \int |s(t)|^2 dt$ – энергия сигнала; N_0 – спектральная плотность мощности белого шума на входе фильтра.

5. Форма выходного сигнала СФМ не зависит от масштаба сигнала $s_{\mu}(t) = s(\mu t)$ на входе:

$$g_{\mu}(t) = g_1(\mu t),$$

где $g_1(t)$ – реакция фильтра на сигнал $s_1(t) = s(t)$; $\mu (\mu > 0)$ – масштаб сигнала.

Список литературы

1. Cumming I., Bennett J. Digital processing of Seasat SAR data // Proc. IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Proc. 1979. Vol. 4. P. 710–718. doi: 10.1109/icassp.1979.1170630
2. Jin M. Y., Wu Ch. A SAR correlation algorithm which accommodates large range migration // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1984. № 6. P. 592–597. doi: 10.1109/tgrs.1984.6499176
3. Chang C. Y., Jin M., Curlander J. C. Squint Mode SAR Processing Algorithms // 12th Canadian Symp. on Remote Sensing Geoscience and Remote Sensing Symp. 1989. Vol. 3. P. 1702–1706. doi: 10.1109/igarss.1989.576456
4. Smith A. M. A new approach to range-Doppler SAR processing // Int. J. of Remote Sensing. 1991. Vol. 12, № 2. P. 235–251. doi: 10.1080/01431169108929650
5. Franceschetti G., Schirinzi G. A SAR processor based on two-dimensional FFT code // IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems. 1990. Vol. 26, № 2. P. 356–366. doi: 10.1109/7.53462
6. Cafforio C., Prati C., Rocca F. SAR data focusing using seismic migration techniques // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1991. Vol. 27, № 2. P. 194–207. doi: 10.1109/7.78293
7. Franceschetti G., Lanari R., Marzouk E. S. Aberration free SAR raw data processing via transformed grid

predeformation // Proc. of IGARSS '93 – IEEE Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. 1993. Vol. 4. P. 1593–1595. doi: 10.1109/igarss.1993.322306

8. Stolt R. H. Migration by Fourier transform // Geophysics. 1978. Vol. 43, № 1. P. 23–48. doi: 10.1190/1.1440826

9. Runge H., Bamler R. A Novel High Precision SAR Focussing Algorithm Based on Chirp Scaling // Proc. Article IGARSS '92 Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. 1992. Vol. 1. P. 372–375. doi: 10.1109/igarss.1992.576715

10. Cumming I., Wong F., Raney K. A SAR Processing Algorithm with no Interpolation // Proc. IGARSS '92 Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. 1992. Vol. 1. P. 376–379. doi: 10.1109/igarss.1992.576716

11. Wong F., Cumming I., Raney R. K. Processing simulated RADARSAT SAR data with squint by a high precision algorithm // Proc. of IGARSS '93. IEEE Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. 1993. Vol. 3. P. 1176–1178. doi: 10.1109/igarss.1993.322127

12. Precision SAR processing using chirp scaling / R. K. Raney, H. Runge, R. Bamler, I. G. Cumming, F. H. Wong // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1994. Vol. 32, № 4. P. 786–799. doi: 10.1109/36.298008

13. Moreira A., Huang Y. Airborne SAR Processing of Highly Squinted Data Using a Chirp Scaling Approach with Integrated Motion Compensation // IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing. 1994. Vol. 32, № 5. P. 1029–1040. doi: 10.1109/36.312891

14. Moreira A., Mittermayer J., Scheiber R. Extended chirp scaling algorithm for air- and spaceborne SAR data processing in stripmap and scanSAR imaging modes // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1996. Vol. 34, № 5. P. 1123–1136. doi: 10.1109/36.536528

15. Mittermayer J., Moreira A., Loffeld O. Spotlight SAR data processing using the frequency scaling algorithm // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1999. Vol. 37, № 5. P. 2198–2214. doi: 10.1109/36.789617

16. Zhu D., Shen M., Zhu Z. Some Aspects of Improving the Frequency Scaling Algorithm for Dechirped SAR Data Processing // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2008. Vol. 46, № 6. P. 1579–1588. doi: 10.1109/tgrs.2008.916468

17. Perry R. P., DiPietro R. C., Fante R. L. SAR imaging of moving targets // IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems. 1999. Vol. 35, № 1. P. 188–200. doi: 10.1109/7.745691

18. Perry R. P., DiPietro R. C., Fante R. L. Coherent Integration with Range Migration Using Keystone Formatting // IEEE Radar Conf. 2007. Waltham, USA, 17–20 Apr. 2007. IEEE, 2007. P. 863–868. doi: 10.1109/radar.2007.374333

19. Zhu D., Li Y., Zhu Z. A Keystone Transform without Interpolation for SAR Ground Moving Target Imaging // IEEE Geoscience and Remote Sensing Lett. 2007. Vol. 4, № 1. P. 18–22. doi: 10.1109/lgrs.2006.882147

20. Monakov A. A. A Simple Algorithm for Compensation of the Range Cell Migration in a Stripmap SAR // J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2021. Vol. 24, № 2. P. 27–37. doi: 10.32603/1993-8985-2021-24-2-27-37

21. Approach for single channel SAR ground moving target imaging and motion parameter estimation / F. Zhou, R. Wu, M. Xing, Z. Bao // IET Radar, Sonar & Navigation. 2007. Vol. 1, № 1. P. 59–66. doi: 10.1049/iet-rsn:20060040

22. Kirkland D. Imaging moving targets using the second-order keystone transform // IET Radar, Sonar & Navigation. 2011. Vol. 5, № 8. P. 902–910. doi: 10.1049/iet-rsn.2010.0304

23. Kirkland D. An alternative range migration correction algorithm for focusing moving targets // Progress in Electromagnetics Research. 2012. Vol. 131. P. 227–241. doi: 10.2528/PIER12060711

24. Djurović I., Thayaparan T., Stanković L. SAR Imaging of Moving Targets using Polynomial FT // IET Signal Processing. 2008. Vol. 2, № 3. P. 1436–1447. doi: 10.1049/iet-spr:20070114

25. Монаков А. А. Оценка параметров сигнала с полиномиальным законом фазовой модуляции // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2020. Т. 23, № 5. С. 24–36. doi: 10.32603/1993-8985-2020-23-5-24-36

26. Li G., Xia X.-G., Peng Y.-N. Doppler keystone transform for SAR imaging of moving targets // Proc. of the 2008 Congress on Image and Signal Processing. 2008. Vol. 4. P. 716–719. doi: 10.1109/CISP.2008.600

27. Cohen L. Time-frequency distributions – a review // Proc. of the IEEE. 1989. Vol. 77, № 7. P. 941–981. doi: 10.1109/5.30749

28. Hlawatsch F., Boudreaux-Bartels G. F. Linear and quadratic time-frequency signal representations // IEEE Signal Processing Magazine. 1992. Vol. 9, № 2. P. 21–67. doi: 10.1109/79.127284

29. Claassen T. A. C. M., Mecklenbräuker W. F. G. The Wigner distribution – a tool for time-frequency signal analysis. Pt. I: continuous-time signals // Philips J. Res. 1980. Vol. 35, № 3. P. 217–250.

30. Boashash B. Note on the use of the Wigner distribution for time-frequency signal analysis // IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1988. Vol. 36, № 9. P. 1518–1521. doi: 10.1109/29.90380

31. Barbarossa S., Farina A. Detection and imaging of moving objects with synthetic aperture radar. Pt. 2: Joint time-frequency analysis by Wigner-Ville distribution // IEE Proc. F Radar Signal Process. 1992. Vol. 139, № 1. P. 89–97. doi: 10.1049/ip-f-2.1992.0011

32. Wood J. C., Barry D. T. Radon transformation of time-frequency distributions for analysis of multi-component signals // IEEE Transactions on Signal Processing. 1994. Vol. 42, № 11. P. 3166–3177. doi: 10.1109/78.330375

33. Barbarossa S. Analysis of multicomponent LFM signals by a combined Wigner-Hough transform // IEEE

Transactions on Signal Processing. 1995. Vol. 43, № 6. P. 1511–1515. doi: 0.1109/78.388866

34. Sejdic' E., Djurovic' I., Jiang J. Time-frequency feature representation using energy concentration: An overview of recent advances // Digital Signal Processing. 2009. Vol. 19, № 1. P. 153–183. doi: 10.1016/j.dsp.2007.12.004

35. Almeida L. B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations // IEEE Transactions on Signal Processing. 1994. Vol. 42, № 11. P. 3084–3091. doi: 10.1109/78.330368

36. Sejdic' E., Djurovic' I., Stankovic' L. Fractional Fourier transform as a signal processing tool: An overview of recent developments // Signal Processing. 2011. Vol. 91, № 6. P. 1351–1369. doi: 10.1016/j.sigpro.2010.10.008

37. Keystone transformation of the Wigner-Ville distribution for analysis of multicomponent LFM signals / X. L. Lv, M. D. Xing, S. H. Zhang, Z. Bao // Signal Processing. 2009. Vol. 59. P. 791–806. doi: 10.1016/j.sigpro.2008.10.029

38. ISAR imaging of maneuvering targets based on the range centroid Doppler technique / X. L. Lv, M. D. Xing, C. R. Wan, S. H. Zhang // IEEE Trans. on Image Process. 2010. Vol. 19, № 1. P. 141–153. doi: 10.1109/TIP.2009.2032892

39. Lv's distribution: principle, implementation, properties, and performance / X. L. Lv, G. A. Bi, C. R. Wan, M. D. Xing // IEEE Trans. on Signal Pro-

cess. 2011. Vol. 59, № 8. P. 3576–3591. doi: 10.1109/TSP.2011.2155651

40. Luo S., Lv X., Bi G. Lv's distribution for time-frequency analysis // Proc. of 2011 Int. Conf. on Circuits, Systems, Control, Signals. 2011. P. 110–115.

41. Performance analysis on Lv distribution and its applications / Sh. Luo, G. Bi, X. Lv, F. Hu // Digital Signal Process. 2013. Vol. 23, № 3. P. 797–807. doi: 10.1016/j.dsp.2012.11.011

42. Монаков А. А. Применение масштабнo-инвариантных преобразований при решении некоторых задач цифровой обработки сигналов // Успехи современной радиоэлектроники. 2007. Т. 65, № 11. С. 65–72.

43. Монаков А. А. Согласованный фильтр Меллина // Успехи современной радиоэлектроники. 2013. Т. 67, № 2. С. 56–62.

44. Monakov A. The Mellin matched filter // IEEE J. of Selected Topics in Signal Processing. 2015. Vol. 9, № 8. P. 1451–1459. doi: 10.1109/JSTSP.2015.2465309

45. De Sena A., Rocchesso D. A fast Mellin transform with applications in DAF // Proceedings of the 7th Int. Conf. on Digital Audio Effects (DAFx '04). 2004. P. 65–69.

46. De Sena A., Rocchesso D. A fast Mellin and scale transform // EURASIP J. on Advances in Signal Processing. 2007. P. 1–9. doi: 10.1155/2007/89170

Информация об авторе

Монаков Андрей Алексеевич – доктор технических наук (2000), профессор (2005) кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. Почетный машиностроитель РФ (2005), почетный работник высшего профессионального образования РФ (2006). Автор более 200 научных работ. Сфера научных интересов – радиолокация протяженных целей; цифровая обработка сигналов; радиолокаторы с синтезированной апертурой; исследование природных сред радиотехническими методами; управление воздушным движением.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, ул. Большая Морская, д. 67 А, Санкт-Петербург, 190000, Россия

E-mail: a_monakov@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-4469-0501>

References

1. Cumming I., Bennett J. Digital processing of Seasat SAR data. Proc. IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Proc. 1979, vol. 4, pp. 710–718. doi: 10.1109/icassp.1979.1170630

2. Jin M. Y., Wu Ch. A SAR Correlation Algorithm Which Accommodates Large Range Migration. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1984, no. 6, pp. 592–597. doi: 10.1109/tgrs.1984.6499176

3. Chang C. Y., Jin M., Curlander J. C. Squint Mode SAR Processing Algorithms. 12th Canadian Symp. on Remote Sensing Geoscience and Remote Sensing Symp. 1989, vol. 3, pp. 1702–1706. doi: 10.1109/igarss.1989.576456

4. Smith A. M. A New Approach to Range-Doppler SAR Processing. Int. J. of Remote Sensing. 1991, vol. 12, no. 2, pp. 235–251. doi: 10.1080/01431169108929650

5. Franceschetti G., Schirinzi G. A SAR Processor Based on Two-Dimensional FFT code. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems. 1990, vol. 26, no. 2, pp. 356–366. doi: 10.1109/7.53462

6. Cafforio C., Prati C., Rocca F. SAR Data Focusing Using Seismic Migration Techniques. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1991, vol. 27, no. 2, pp. 194–207. doi: 10.1109/7.78293

7. Franceschetti G., Lanari R., Marzouk E. S. Aberration Free SAR Raw Data Processing Via Transformed Grid Predeformation. Proc. of IGARSS '93 – IEEE Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. 1993, vol. 4, pp. 1593–1595. doi: 10.1109/igarss.1993.322306

8. Stolt R. H. Migration by Fourier Transform. Geophysics. 1978, vol. 43, no. 1, pp. 23–48. doi: 10.1190/1.1440826

9. Runge H., Bamler R. A Novel High Precision SAR Focussing Algorithm Based on Chirp Scaling. Proc. Article IGARSS '92 Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. 1992, vol. 1, pp. 372–375. doi: 10.1109/igarss.1992.576715
10. Cumming I., Wong F., Raney K. A SAR Processing Algorithm with no Interpolation. Proc. IGARSS '92 Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. 1992, vol. 1, pp. 376–379. doi: 10.1109/igarss.1992.576716
11. Wong F., Cumming I., Raney R. K. Processing Simulated RADARSAT SAR Data with Squint by a High Precision Algorithm. Proc. of IGARSS '93. IEEE Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. 1993, vol. 3, pp. 1176–1178. doi: 10.1109/igarss.1993.322127
12. Raney R. K., Runge H., Bamler R., Cumming I. G., Wong F. H. Precision SAR Processing Using Chirp Scaling. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1994, vol. 32, no. 4, pp. 786–799. doi: 10.1109/36.298008
13. Moreira A., Huang Y. Airborne SAR Processing of Highly Squinted Data Using a Chirp Scaling Approach with Integrated Motion Compensation. IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing. 1994, vol. 32, no. 5, pp. 1029–1040. doi: 10.1109/36.312891
14. Moreira A., Mittermayer J., Scheiber R. Extended Chirp Scaling Algorithm for Air- and Spaceborne SAR Data Processing in Stripmap and ScanSAR Imaging Modes. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1996, vol. 34, no. 5, pp. 1123–1136. doi: 10.1109/36.536528
15. Mittermayer J., Moreira A., Loffeld O. Spotlight SAR Data Processing Using the Frequency Scaling Algorithm. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1999, vol. 37, no. 5, pp. 2198–2214. doi: 10.1109/36.789617
16. Zhu D., Shen M., Zhu Z. Some Aspects of Improving the Frequency Scaling Algorithm for Dechirped SAR Data Processing. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2008, vol. 46, no. 6, pp. 1579–1588. doi: 10.1109/tgrs.2008.916468
17. Perry R. P., DiPietro R. C., Fante R. L. SAR imaging of moving targets. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems. 1999, vol. 35, no. 1, pp. 188–200. doi: 10.1109/7.745691
18. Perry R. P., DiPietro R. C., Fante R. L. Coherent Integration with Range Migration Using Keystone Formatting. IEEE Radar Conf. Waltham, USA, 17–20 April 2007. IEEE, 2007, pp. 863–868. doi: 10.1109/radar.2007.374333
19. Zhu D., Li Y., Zhu Z. A Keystone Transform without Interpolation for SAR Ground Moving Target Imaging. IEEE Geoscience and Remote Sensing Lett. 2007, vol. 4, no. 1, pp. 18–22. doi: 10.1109/lgrs.2006.882147
20. Monakov A. A. A Simple Algorithm for Compensation of the Range Cell Migration in a Stripmap SAR. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2021, vol. 24, no. 2, pp. 27–37. doi: 10.32603/1993-8985-2021-24-2-27-37
21. Zhou F., Wu R., Xing M., Bao Z. Approach for Single Channel SAR Ground Moving Target Imaging and Motion Parameter Estimation. IET Radar, Sonar & Navigation. 2007, vol. 1, no. 1, pp. 59–66. doi: 10.1049/iet-rsn:20060040
22. Kirkland D. Imaging Moving Targets Using the Second-Order Keystone Transform. IET Radar, Sonar & Navigation. 2011, vol. 5, no. 8, pp. 902–910. doi: 10.1049/iet-rsn.2010.0304
23. Kirkland D. An Alternative Range Migration Correction Algorithm for Focusing Moving Targets. Progress in Electromagnetics Research. 2012, vol. 131, pp. 227–241. doi: 10.2528/PIER12060711
24. Djurović I., Thayaparan T., Stanković L. SAR Imaging of Moving Targets using Polynomial FT. IET Signal Processing. 2008, vol. 2, no. 3, pp. 1436–1447. doi: 10.1049/iet-spr:20070114
25. Monakov A. A. Parameter Estimation of Polynomial-Phase Signals. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2020, vol. 23, no. 5, pp. 24–36. doi: 10.32603/1993-8985-2020-23-5-24-36 (In Russ.)
26. Li G., Xia X.-G., Peng Y.-N. Doppler Keystone Transform for SAR Imaging of Moving Targets. Proc. of the 2008 Congress on Image and Signal Processing. 2008, vol. 4, pp. 716–719. doi: 10.1109/CISP.2008.600
27. Cohen L. Time-Frequency Distributions – a Review. Proc. of the IEEE. 1989, vol. 77, no. 7, pp. 941–981. doi: 10.1109/5.30749
28. Hlawatsch F., Boudreaux-Bartels G. F. Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations. IEEE Signal Processing Magazine. 1992, vol. 9, no. 2, pp. 21–67. doi: 10.1109/79.127284
29. Claasen T. A. C. M., Mecklenbräuker W. F. G. The Wigner Distribution – a Tool For Time-Frequency Signal Analysis. Part I: Continuous-Time Signals. Philips J. Res. 1980, vol. 35, no. 3, pp. 217–250.
30. Boashash B. Note on the Use of the Wigner Distribution for Time-Frequency Signal Analysis. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 1988, vol. 36, no. 9, pp. 1518–1521. doi: 10.1109/29.90380
31. Barbarossa S., Farina A. Detection and Imaging of Moving Objects with Synthetic Aperture Radar. Part 2: Joint Time-Frequency Analysis by Wigner-Ville distribution. IEE Proc. F Radar Signal Process. 1992, vol. 139, no. 1, pp. 89–97. doi: 10.1049/ip-f-2.1992.0011
32. Wood J. C., Barry D. T. Radon Transformation of Time-Frequency Distributions for Analysis of Multicomponent Signals. IEEE Transactions on Signal Processing. 1994, vol. 42, no. 11, pp. 3166–3177. doi: 10.1109/78.330375
33. Barbarossa S. Analysis of Multicomponent LFM signals by a Combined Wigner-Hough Transform // IEEE Transactions on Signal Processing. 1995, vol. 43, no. 6, pp. 1511–1515. doi: 10.1109/78.388866
34. Sejdíć E., Djurović I., Jiang J. Time-Frequency Feature Representation Using Energy Concentration: An Overview of Recent Advances. Digital Signal Processing. 2009, vol. 19, no. 1, pp. 153–183. doi: 10.1016/j.dsp.2008.09.001

10.1016/j.dsp.2007.12.004

35. Almeida L. B. The Fractional Fourier Transform and Time-Frequency Representations. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 1994, vol. 42, no. 11, pp. 3084–3091. doi: 10.1109/78.330368

36. Sejdic' E., Djurovic' I., Stankovic' L. Fractional Fourier Transform as a Signal Processing Tool: An Overview of Recent Developments. *Signal Processing*, 2011, vol. 91, no. 6, pp. 1351–1369. doi: 10.1016/j.sigpro.2010.10.008

37. Lv X. L., Xing M. D., Zhang S. H., Bao Z. Keystone Transformation of the Wigner-Ville Distribution for Analysis of Multicomponent LFM signals. *Signal Processing*. 2009, vol. 59, pp. 791–806. doi: 10.1016/j.sigpro.2008.10.029

38. Lv X. L., Xing M. D., Wan C. R., Zhang S. H. ISAR Imaging of Maneuvering Targets Based on the Range Centroid Doppler Technique. *IEEE Trans. on Image Process.* 2010, vol. 19, no. 1, pp. 141–153. doi: 10.1109/TIP.2009.2032892

39. Lv X. L., Bi G. A., Wan C. R., Xing M. D. Lv's Distribution: Principle, Implementation, Properties, and Performance. *IEEE Trans. on Signal Process.* 2011, vol. 59, no. 8, pp. 3576–3591. doi: 10.1109/TSP.2011.2155651

40. Luo S., Lv X., Bi G. Lv's Distribution for Time-Frequency Analysis. *Proc. of 2011 Int. Conf. on Circuits, Systems, Control, Signals*. 2011, pp. 110–115.

41. Luo Sh., Bi G., Lv X., Hu F. Performance Analysis on Lv Distribution and its Applications. *Digital Signal Process.* 2013, vol. 23, no. 3, pp. 797–807. doi: 10.1016/j.dsp.2012.11.011

42. Monakov A. A. Application of Scale Invariant Transforms to Some Problems in Digital Signal Processing. *J. Achievements of Modern Radioelectronics*, 2011, vol. 65, no. 11, pp. 65–72. (In Russ.)

43. Monakov A. A. The Mellin Matched Filter. *J. Achievements of Modern Radioelectronics*. 2013, vol. 67, no. 2, pp. 56–62. (In Russ.)

44. Monakov A. The Mellin Matched Filter. *IEEE J. of Selected Topics in Signal Processing*. 2015, vol. 9, no. 8, pp. 1451–1459. doi: 10.1109/JSTSP.2015.2465309

45. De Sena A., Rocchesso D. A Fast Mellin Transform with Applications in DAF. *Proc. of the 7th Int. Conf. on Digital Audio Effects (DAFx '04)*. 2004, pp. 65–69.

46. De Sena A., Rocchesso D. A fast Mellin and Scale Transform. *EURASIP J. on Advances in Signal Processing*. 2007, pp. 1–9. doi: 10.1155/2007/89170

Information about the author

Andrey A. Monakov – Dr Sci. (Eng.) (2000), Professor (2005) of the Department of Radio Engineering Systems of Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. Honored Mechanical Engineer of the Russian Federation (2005), Honored Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation (2006). The author of more than 200 scientific publications. Area of expertise: extended radar targets; digital signal processing; synthetic aperture radar; remote sensing; air traffic control.

Address: Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67 A, Bolshaya Morskaya St., St Petersburg 190000, Russia

E-mail: a_monakov@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-4469-0501>
