

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ - UNIFEI
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

Estimação da eficiência térmica dos processos de soldagem TIG e laser utilizando o Método da Função Especificada modificado com sensor móvel de temperaturas.

Rodrigo Gustavo Dourado da Silva

Itajubá, 8 de junho de 2022

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ - UNIFEI
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

Rodrigo Gustavo Dourado da Silva

Estimação da eficiência térmica dos processos de soldagem TIG e laser utilizando o Método da Função Especificada modificado com sensor móvel de temperaturas.

Tese de doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Ciências em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Térmica, Fluido e Máquinas de Fluxo (TFMF)

Orientador: Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva

Coorientador: Prof. Dr. Elisan dos Santos Magalhães

8 de junho de 2022

Itajubá

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ - UNIFEI
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

Estimação da eficiência térmica dos processos de soldagem TIG e laser utilizando o Método da Função Especificada modificado com sensor móvel de temperaturas.

Rodrigo Gustavo Dourado da Silva

Tese aprovada por banca examinadora em 15 de Março de 2022, conferindo ao autor o título de **Doutor em Ciências em Engenharia Mecânica**.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França - UFRGS

Prof. Dr. Guilherme Borges Ribeiro - ITA

Prof. Dr. José Carlos Escobar Palacio - UNIFEI

Prof. Dr. Rogério Fernandes Brito - UNIFEI

Prof. Dr. Elisan dos Santos Magalhães (Coorientador) - ITA

Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva (Orientador) - UNIFEI

Itajubá

2022

Rodrigo Gustavo Dourado da Silva

Estimação da eficiência térmica dos processos de soldagem TIG e laser utilizando o Método da Função Especificada modificado com sensor móvel de temperaturas. – Itajubá, 8 de junho de 2022– 98 p. : il. (algumas color.).

Orientador: Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva
Tese (Doutorado)

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI

Programa de pós-graduação em engenharia mecânica, 8 de junho de 2022.

1. Problemas inversos em transferência de calor. 2. Modelo multifísico. 3. Soldagem. Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI). Instituto de Engenharia Mecânica (IEM).

CDU

Rodrigo Gustavo Dourado da Silva

Estimação da eficiência térmica dos processos de soldagem TIG e laser utilizando o Método da Função Especificada modificado com sensor móvel de temperaturas

Tese de doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Ciências em Engenharia Mecânica.

Trabalho aprovado. Itajubá, 15 de Março de 2022:

**Prof. Dr. Francis Henrique Ramos
França**

Prof. Dr. Guilherme Borges Ribeiro

Prof. Dr. José Carlos Escobar Palacio

Prof. Dr. Rogério Fernandes Brito

Prof. Dr. Elisan dos Santos Magalhães
Orientador

**Prof. Dr. Sandro Metrevelle
Marcondes de Lima e Silva**
Coorientador

Itajubá
8 de junho de 2022

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais Diva Neves Dourado da Silva e Geraldo Serafim da Silva e a minha irmã Nicolle Dourado da Silva pelo o apoio e incentivo durante toda minha vida e durante a realização desse trabalho.

Ao professor Dr. Sandro Metreville Marcondes de Lima e Silva por sempre ter me motivado, ajudado e acreditado no meu potencial e também pela ótima orientação durante esse trabalho.

A minha namorada Giovanna Sales Santana por me dar inspiração e por sempre me apoiar.

Ao coorientador Dr. Elisan dos Santos Magalhães pelos ótimos comentários e ajuda nos meus trabalhos.

Aos professores Dr. Milton Pereira e Dr. Luiz Eduardo dos Santos Paes pelos experimentos realizados no Laboratório de Precisão Mecânica na Universidade Federal de Santa Catarina.

A todas as pessoas que se tornaram meus amigos durante todos esses anos na universidade, especialmente aos membros da minha república, das repúblicas Litraço e Repiradas e aos irmãos Romera, pelo companheirismo e pelos ótimos momentos que me proporcionaram.

Agradeço a todos os amigos do Laboratório de Transferência de Calor (LabTC).

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e ao Conselho de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

*"Dubium sapientiae initium."
(René Descartes)*

Resumo

A determinação da taxa de calor transferida para o material em processos de soldagem sempre foi um obstáculo para a modelagem desse fenômeno físico. A fim de diminuir essas dificuldades, o uso de técnicas de problemas inversos é uma alternativa para estimar a taxa de calor desconhecida. Neste trabalho apresenta-se uma metodologia numérico-experimental para estimar o aporte térmico em processos de soldagem. Uma modificação do Método da Função Especificada iterativa é utilizada para levar em consideração a sensibilidade térmica do sensor móvel de temperaturas em função do tempo e do posicionamento em relação ao cordão de solda. Dessa maneira é possível solucionar problemas altamente não-lineares e com grande gradiente de temperatura próximos dos sensores de medição. A partir da taxa de calor estimada determinou-se a eficiência térmica do processo como função da potência de soldagem. Neste trabalho foram determinadas as eficiências térmicas para experimentos de soldagem TIG no aço AISI 304 e soldagem a laser no aço AISI 1020. Também foi feita uma análise detalhada da eficiência térmica em função dos parâmetros de soldagem utilizando o método de Taguchi para o caso de soldagem TIG. No estudo de soldagem a laser foi proposto um modelo multifísico para a estimação da eficiência térmica no qual é considerado o movimento do metal líquido na poça de fusão. Um programa computacional utilizando o recurso *LiveLink for Matlab* foi desenvolvido para solucionar o problema inverso proposto e está detalhado nesse trabalho.

Palavras-chaves: Problemas inversos em transferência de calor. Soldagem TIG. Soldagem a laser. Eficiência térmica. Modelo multifísico.

Abstract

The determination of the imposed heat rate in welding processes has always been an obstacle to the modeling of this problem. Thus, the use of inverse problem techniques is an alternative to estimate the unknown heat rate. This work presents a numerical-experimental methodology for estimating the thermal input in welding processes. A modification of the iterative Function Specification Method is used to consider the thermal sensitivity of the temperature moving sensor as a function of time and the position in relation to the weld bead. In this way, it is possible to solve highly nonlinear problems with a large gradient of temperature near the measurement sensors. Once the heat rate was estimated, the thermal efficiency of the process as a function of the welding power was determined. In this work, thermal efficiencies for TIG welding experiments on AISI 304 steel and laser welding on AISI 1020 steel were estimated. A detailed analysis of thermal efficiency as a function of welding parameters was also carried out using the Taguchi method for the TIG welding case. In the case of laser welding, a multiphysical model to estimate thermal efficiency was proposed, in which the movement of the molten metal in the weld pool is considered. A computer program using the feature *Livelink for Matlab* was developed to solve the proposed inverse problem and it is explained in this work.

Key-words: Inverse heat transfer problems. TIG welding. Laser welding. Thermal efficiency. Multiphysic model.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Modelo para fonte de calor estacionária.	35
Figura 2 – Sensibilidade da temperatura em relação às dimensões do domínio.	36
Figura 3 – Desenho esquemático do domínio tridimensional.	36
Figura 4 – Posicionamento dos termopares do sensor móvel.	43
Figura 5 – Exemplo de um sensor móvel de temperatura	44
Figura 6 – Influência do erro de posicionamento do sensor de temperatura na estimativa da potência.	45
Figura 7 – Posição média e posições exatas dos sensores de temperatura em relação ao cordão de solda.	45
Figura 8 – Resultados do teste de convergência de malha.	50
Figura 9 – Malha final (M5).	51
Figura 10 – Malha tetraédrica para do modelo numérico de soldagem a laser.	53
Figura 11 – (a) Temperatura calculada no ponto de máxima temperatura interno à poça de fusão para vários tamanhos de elemento, l_e , dado em milímetros. (b) Convergência da geometria da poça de fusão em função do tamanho do elemento l_e	54
Figura 12 – Convergência do campo de velocidades com a diminuição do tamanho do elemento l_e . (a) $l_e = 1mm$. (b) $l_e = 0.8$ mm. (c) $l_e = 0.4$ mm. (d) $l_e = 0.2$ mm. (e) $l_e = 0.1$ mm	55
Figura 13 – Propriedades térmicas em função da temperatura para o aço AISI 1020.	55
Figura 14 – Massa específica em função da temperatura para o aço AISI 1020.	56
Figura 15 – (a) Número de Péclet para o problema térmico (Pe_c) em função das propriedades locais e do tamanho do elemento. (b) Número de Péclet para o problema hidrodinâmico (Pe_f)	58
Figura 16 – Algoritmo de solução do problema inverso generalizado de estimação da taxa de calor.	59
Figura 17 – Montagem experimental do processo de soldagem TIG.	61
Figura 18 – Dimensões da chapa de aço AISI 304 e posicionamento dos termopares na face inferior da amostra.	61
Figura 19 – Termopares posicionados paralelos ao cordão de solda.	63
Figura 20 – Desenho esquemático da montagem experimental.	65
Figura 21 – Temperaturas medidas para os experimentos E3 e E9.	66
Figura 22 – Sensores móveis de temperatura calculados.	67
Figura 23 – Taxa de calor estimada em função do tempo.	67
Figura 24 – Gráfico de convergência da solução do problema inverso.	68

Figura 25 – Temperaturas numéricas (preto) e experimentais (vermelho) para os nove experimentos E1 e E2.	68
Figura 26 – Relação entre a taxa de calor que atua no material e a eficiência térmica do processo de soldagem TIG.	69
Figura 27 – Análise da influência dos parâmetros de soldagem na eficiência térmica pelo método Taguchi.	70
Figura 28 – Sensor móvel de temperaturas medidas para os três experimentos.	71
Figura 29 – Sensor móvel obtido através das temperaturas experimentais.	72
Figura 30 – Taxa de energia estimada do processo de soldagem para os experimentos 1, 2 e 3.	73
Figura 31 – Comparação entre as temperaturas medidas e estimadas.	73
Figura 32 – Taxa de calor média estimada e erros de estimação com base nos experimentos realizados.	74
Figura 33 – Taxa de calor estimada para problema simulado sem erros aleatórios.	76
Figura 34 – (a) Influência de r na taxa de calor estimada. (b) Temperaturas estimadas para diferentes valores de r	76
Figura 35 – Comparação entre a geometria da poça de fusão estimada e experimental.	77
Figura 36 – Comparação entre o formato da zona fundida resultante da macrografia e a estimada pelo problema inverso.	78
Figura 37 – Formação de keyhole em modelo de soldagem a laser tridimensional.	82
Figura 38 – Redução no comprimento de uma barra através do aquecimento da extremidade por feixe de raios laser.	83

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros do modelo térmico para a soldagem TIG.	50
Tabela 2 – Malhas utilizadas no teste de convergência	51
Tabela 3 – Parâmetros do modelo numérico.	57
Tabela 4 – Parâmetros dos experimentos de soldagem TIG.	62
Tabela 5 – Distância Δy_i [mm] de cada termopar em relação ao cordão de solda.	63
Tabela 6 – Coeficientes para conversão de tensão em temperatura para o termopar K.	64
Tabela 7 – Eficiência térmica média estimada.	68
Tabela 8 – Erro quadrático para o experimento simulado sem erros aleatórios da Fig. 33	75

Lista de Algoritmos

1	Método da Função Especificada Sequencial iterativo para solução de problemas inversos com sensor móvel de temperaturas	87
2	Código auxiliar na geração do sensor móvel de temperaturas experimental no processo de soldagem TIG.	91

Lista de Siglas

AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
API	<i>Application Programming Interface</i>
TIG	<i>Tungsten Inert Gas</i>
IHTP	<i>Inverse Heat Transfer Problem</i>
ALE	<i>Arbitrary Lagrangian-Eulerian</i>
TTR	<i>Time Traveling Regularization</i>
IHTP	<i>Inverse Heat Transfer Problem</i>
IHCP	<i>Inverse Heat Conduction Problem</i>
SFSM	<i>Sequential Function Specification Method</i>
GTA	<i>Gas Tungsten Arc</i>
BFGS	<i>Broydon-Fletcher-Golfarb-Shanno</i>
ZTA	<i>Zona Termicamente Afetada</i>
LSTM-ED	<i>Long Short-Term Memory based Encoder Decoder</i>
RAM	<i>Random Access Memory</i>
Ar	Argônio
He	Hélio

Lista de Símbolos

Letras latinas

u_0	velocidade do fluxo de entrada [m/s]
\mathbf{v}_s	vetor velocidade de soldagem [m/s]
T_0	temperatura ambiente [°C]
W	largura da chapa [m]
L	comprimento do domínio [m]
H	altura do domínio [m]
x, y, z	coordenadas cartesianas
c_p	calor específico [J/(kg·K)]
T	temperatura [°C]
t	tempo [s]
k	condutividade térmica [W/(m·K)]
Q_s	fonte de calor volumétrica [W/m ³]
\mathbf{u}	vetor de velocidade [m/s]
\mathbf{n}	vetor diretor normal à superfície de contorno
h	entalpia específica [J/kg]
f	fração mássica
L_f	calor latente de fusão [J/kg]
p	pressão [Pa]
\mathbf{F}_b	força de empuxo [N]
\mathbf{F}_d	força de amortecimento [N]
\mathbf{g}	aceleração da gravidade [m/s ²]
T_{ref}	temperatura de referência do fluido [°C]
b	constante para evitar divisão por zero
l	comprimento característico
Z	sensibilidade térmica [°C/W]
\mathbf{r}	vetor posição [m]
i	número inteiro
n	número de passos de tempo
\bar{y}	posição média [m]
I	matriz identidade

S	função objetivo
r	número de passos de tempos futuros
Q	taxa de calor [W]
Y	temperatura experimental [°C]
r	número de passos de tempos futuros
R_L	raio do laser [m]
r_s	raio da área de fluxo de calor [m]
d	parâmetro da fonte de calor [m]
x_0, y_0	coordenada inicial [m]
I	potência do laser [W]
R	vetor de posições do sensor móvel

Letras gregas

ρ	massa específica [kg/m ³]
ε	emissividade térmica
σ	constante de Stefan-Boltzmann [W/(m ² ·K ⁴)]
θ	fração de estado sólido [1/K]
μ	viscosidade dinâmica [kg/(m·s)]
β	coeficiente de expansão [1/K]
ξ	constante de amortecimento
γ	tensão superficial [N/m]
ζ	parâmetro a ser estimado
τ	tolerância
δ	constante de valor próximo de zero
η	eficiência térmica

Subscrito

S	sólido
L	líquido
m	indica mudança de fase
eq	equivalente
Lat	latente
t	direção tangencial
i	índice
x, y, z	coordenadas cartesianas
M	passo de tempo atual
ms	sensor móvel

Superscrito

T matriz transposta

$*$ valor estimado

j iteração

Sumário

	Lista de Siglas	14
	Lista de Símbolos	15
1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Motivação	20
1.2	Objetivos do trabalho e contribuições para o estado da arte	24
2	PROBLEMAS INVERSOS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR	26
3	TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MECÂNICA DOS FLUIDOS NO PROCESSO DE SOLDAGEM	33
3.1	Estratégias de modelagem	33
3.2	O modelo térmico	36
3.3	O modelo do fluido	40
4	ESTIMAÇÃO DO APORTE TÉRMICO NO PROCESSO DE SOL- DAGEM	42
4.1	Sensor móvel de temperatura	42
4.2	Estimação sequencial da taxa de energia no processo de soldagem	45
5	MODELO NUMÉRICO	49
5.1	Soldagem TIG	49
5.2	Soldagem a laser	53
5.3	Algoritmo computacional	59
6	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	61
6.1	Soldagem TIG	61
6.2	Soldagem a laser	63
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	66
7.1	Soldagem TIG	66
7.2	Soldagem a laser	71
8	CONCLUSÕES	79
8.1	Conclusões gerais	79
8.2	Trabalhos publicados	80
8.3	Trabalhos futuros	82

APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO DA FRAÇÃO MÁSSICA . . .	84
APÊNDICE B – DETERMINAÇÃO DA EQUAÇÃO DO INCREMENTO DE TAXA DE CALOR	86
APÊNDICE C – CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA ESTIMAÇÃO DA TAXA DE CALOR	87
REFERÊNCIAS	93

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Um dos assuntos mais complexos que podem ser estudados em transferência de calor é a soldagem. A soldagem é um processo de fabricação caracterizado pela união de metais por meio da fusão dos materiais seguida da solidificação dos mesmos. Nesse processo, uma grande quantidade de fenômenos físicos ocorrem, como, por exemplo, a mudança de estado sólido-líquido no metal, forças de empuxo na poça de fusão, forças na superfície do fluido devido a variação da tensão superficial, deformações do material devido ao elevado gradiente de temperatura e forças eletromagnéticas que contribuem para o movimento do fluido na poça de fusão e influenciam a deposição de material. Pode-se concluir que a soldagem é um fenômeno que engloba todas as áreas fundamentais da física e pode-se tornar ainda mais complexo dependendo do tipo de processo utilizado, como por exemplo a soldagem a laser.

Apesar de sua complexidade, a soldagem é um processo fundamental na indústria e por isso é dada tanta importância aos estudos de modelagem, principalmente no campo da transferência de calor. Através das simulações numéricas é possível prever a geometria do cordão de solda, penetração, os esforços mecânicos e as microestruturas geradas pelo processo. Assim, muitos autores pesquisam modelos que consigam representar a distribuição de temperatura de maneira fiel durante a soldagem. Em quase todos esses modelos a eficiência térmica, ou eficiência de absorção (no caso da soldagem a laser), é considerada como um parâmetro da fonte de calor [1, 2], que é fundamental para determinar a real quantidade de energia que está sendo utilizada para fundir o metal durante o processo.

É notável que a quantidade de calor introduzida na chapa é um dos parâmetros mais importantes nas simulações de soldagem, uma vez que ela é o ponto de partida para as transformações físicas que irão ocorrer no material durante o processo. Desse modo, é importante saber com um certo critério qual é a energia líquida que de fato será utilizada para fundir o metal, sendo que considerável parcela é perdida para o ambiente por meio de radiação e convecção. Entretanto, medir experimentalmente a eficiência térmica do processo não é uma tarefa fácil, necessitando de técnicas de calorimetria complexas de serem realizadas, como apresentadas nos trabalhos de Collings *et al.* [3] e Pépe *et al.* [4], e que também podem apresentar consideráveis fontes de erros.

De acordo com a revisão feita por Stenbacka *et al.* [5], os trabalhos publicados relatam eficiências para o processo de soldagem TIG no intervalo de 0,36 a 0,90. O interessante é que em vários trabalhos, com materiais ou condições de soldagem parecidas,

existe uma certa divergência entre resultados. Um exemplo são os trabalhos de soldagem TIG para aço de baixo carbono realizados por Schellhaase [6] e Christensen *et al.* [7]. O primeiro apresenta a eficiência térmica do arco no intervalo de 0,45 a 0,75, enquanto o segundo encontrou valores de 0,36 a 0,46. Outro exemplo são as eficiências térmicas na soldagem do aço inoxidável AISI 304. Smartt *et al.* [8] e Giedt *et al.* [9], usando calorimetria, obtiveram valores de 0,82 e 0,75, respectivamente. Já Bag e De [10] determinaram a eficiência de 0,65 para o processo de soldagem TIG por meio de métodos computacionais.

O fato é que são muitos os parâmetros que podem influenciar a eficiência térmica na soldagem e não se pode afirmar com precisão um único valor que represente todo o conjunto dos processos de soldagem TIG ou a laser. Com essa motivação, este trabalho tem o objetivo de transcender os modelos comuns de simulação de soldagem e incorporar um estudo de problema inverso em transferência de calor (IHTP) em conjunto com análises experimentais para que seja possível estimar com boa fidelidade a eficiência térmica desses processos.

O IHTP é um problema inverso, no qual sua solução possibilita que a quantidade de energia transferida para a peça metálica seja estimada através de temperaturas experimentais obtidas em pontos do material durante a soldagem. Como dito anteriormente podemos dizer que o calor transmitido para peça é a causa das mudanças de temperatura e conseqüentemente dos fenômenos que irão ocorrer no material. No problema direto clássico de condução de calor, a partir da causa são determinados os efeitos, como por exemplo a variação de temperatura no domínio da chapa metálica. Já no problema inverso, a causa é desconhecida e é determinada através da observação de um ou mais efeitos que ocorrem no domínio ao longo do tempo.

Por outro lado, a solução dos problemas inversos é complexa (por motivos abordados no próximo capítulo) e possui um custo computacional elevado em problemas não-lineares. No trabalho apresentado por Stenbacka [5] é possível notar uma predominância de trabalhos puramente experimentais de 1955 até 2005. A partir do ano de 2005, com o grande aumento da capacidade de processamento dos computadores, o número de trabalhos computacionais cresceu consideravelmente e a solução de modelos mais complexos e fiéis a realidade física do problema começaram a ser passíveis de solução. Atualmente, é possível a solução de problemas inversos em transferência de calor utilizando multifísica. Esse trabalho também busca explorar esse tema através da estimação da eficiência térmica da soldagem a laser através de um modelo multifísico que considera a convecção causada pelo movimento do fluido na poça de fusão.

Na literatura é possível encontrar trabalhos de autores que utilizaram algumas técnicas de problemas inversos aplicados a processos de soldagem, entretanto poucos trabalhos são dedicados ao estudo da quantidade de calor transmitida para o material. Por exemplo, Dal *et al.* [11] modelaram um processo de soldagem TIG estática usando o

método do gradiente conjugado com equação adjunta. O objetivo desse trabalho foi aplicar um método de malha móvel Lagrangiana-Euleriana Arbitrária (ALE), adequado para resolver problemas de contorno móvel bidimensional e simétrico. Para calcular o movimento do fluido dentro da zona de fusão os autores fizeram simplificações: a região de fusão foi calculada por uma equação analítica e a forma foi estimada por um método inverso. Gonçalves *et al.* [12] realizaram uma estimação de domínio inteiro utilizando o método da Seção Áurea sem regularização. Embora esse método seja bom para estimar parâmetros em problemas não-lineares, ele requer muitos cálculos iterativos, aumentando o custo computacional. Além disso, o fluxo de calor é dependente do tempo e é melhor representado se estimado sequencialmente. Em Gonçalves *et al.* [12] o fluxo de calor foi representado como uma área circular na superfície superior da chapa. Dal *et al.* [13] estimaram a geometria da poça de fusão em relação ao tempo em um processo TIG usando o software Comsol acoplado a um código feito em Matlab. Neste problema, a fonte de calor foi assumida como estacionária em um domínio 2D e foi calculada pelo produto entre a corrente e a tensão fornecida pela fonte de alimentação. Magalhães *et al.* [14] propuseram a metodologia TTR (*Time Traveling Regularization*) que consiste no uso da técnica de otimização da Seção Áurea com regularização em tempos futuros, permitindo uma estimação sequencial do fluxo de calor em relação ao tempo no processo de soldagem TIG.

Em relação à soldagem a laser, esse tema é moderno e o número de trabalhos encontrados na literatura é muito escasso. Karkhin *et al.* [15] sugeriram uma metodologia simplificada para estimar a fonte de calor em um caso de soldagem a laser de uma liga de alumínio. Nesse trabalho foram feitas algumas simplificações: o campo de temperaturas é estático, ou seja, as temperaturas no domínio não mudam com o tempo e foi considerado que a temperatura não varia na direção da espessura do material. O problema direto foi calculado usando funções de Green e a minimização da função objetivo para calcular o parâmetro a ser estimado foi solucionada através do método de Gauss-Newton. Nguyen e Yang [16] sugeriram uma modificação do método Newton-Raphson combinado com regularização em tempos futuros para estimar o coeficiente de absorção em função do tempo no processo de soldagem a laser. Entretanto, foi utilizado um modelo unidimensional isolado com fonte de calor estática de distribuição gaussiana sobre a superfície. Magalhães *et al.* [17] compararam a taxa de energia estimada no processo de soldagem para cinco modelos de fonte de calor diferentes. O problema inverso de condução de calor foi solucionado utilizando a técnica da Seção Áurea com regularização em tempos futuros, utilizando as informações de temperatura obtidas através de termopares localizados próximos ao cordão de solda como dados de entrada para o problema. Nguyen *et al.* [18] utilizaram o mesmo método Newton-Raphson para solucionar o mesmo problema de soldagem com fonte estacionária citado anteriormente, dessa vez em um domínio tridimensional isolado. Os autores apresentam dois exemplos de aplicação prática, mas nenhum experimento foi

realizado.

Em suma, o problema de soldagem é muito complexo de ser solucionado, uma vez que envolve muitos parâmetros e o custo computacional é alto dependendo da complexidade do modelo. Um dos parâmetros mais importantes é a eficiência térmica do processo, a qual é utilizada para determinar a taxa de calor líquida transmitida para a chapa. Esse trabalho tem como objetivo aperfeiçoar a metodologia de estimação da taxa de calor no processo de soldagem, combinando pela primeira vez o método da função especificada não-linear e o sensor móvel de temperatura com o duplo objetivo de reduzir o custo computacional e garantir alta sensibilidade térmica durante todo o processo de estimação sequencial. Essa abordagem é baseada na técnica de otimização de Gauss, que é um método iterativo altamente eficiente utilizado para solucionar problemas não-lineares de mínimos quadrados, especialmente quando a iteração se inicia com valores próximos ao desejado [19]. Sendo assim, esse método se encaixa perfeitamente ao assunto discutido nesse trabalho, uma vez que ele é um problema sequencial contínuo e o chute inicial para um dado passo de tempo é o valor estimado para o tempo anterior.

Nesse trabalho são estudados os processos de soldagem TIG e a laser. Para o primeiro é apresentada uma análise clássica do modelo térmico de soldagem com mudança de fase e o objetivo principal é determinar a relação entre eficiência e potência de soldagem, bem como a influência dos principais parâmetros no processo. Para a soldagem a laser é discutida uma estratégia de modelagem que torne eficiente a estimação da taxa de energia do processo em conjunto com o modelo termo-fluido na poça de fusão. Também é apresentada uma solução para corrigir problemas no sensor móvel de temperatura quando os termopares estão localizadas muito próximos ao cordão de solda.

Para tanto, foram realizados experimentos de soldagem TIG em placas de aço inoxidável 304 e experimentos a laser em amostras de aço AISI 1020. O problema direto foi solucionado utilizando o Método dos Elementos Finitos através do software Comsol Multiphysics. Nesse trabalho foi utilizado o recurso *LiveLink for MATLAB*, que conecta o Comsol com o ambiente de programação do Matlab. Esse recurso inclui a API (*Application Programming Interface*) do Comsol, a qual possui todas as funções necessárias para a implementação e alteração de modelos. Além disso permite utilizar as funcionalidades do Matlab criar programas que utilizam o Comsol na solução dos modelos físicos utilizando o Método dos Elementos Finitos. Assim, esse recurso permitiu a comunicação entre o programa para solução do problema inverso feito em Matlab e o cálculo direto do campo de temperaturas no Comsol.

No capítulo 2 deste trabalho, será introduzido o conceito de problemas inversos em transferência de calor a partir da definição de problema bem-posto dada pelo matemático Hadamard. Também serão apresentadas as definições e os principais métodos de solução baseado nos trabalhos dos pioneiros nos estudos de problemas inversos aplicados

à transferência de calor. Finalmente uma revisão da literatura apresenta alguns trabalhos e temas publicados por autores e a nova tendência nessa área.

O capítulo 3 começa com uma revisão dos principais modelos utilizados nos estudos dos processos de soldagem com mudança de fase. São apresentadas as justificativas para as estratégias de modelagem utilizadas nesse trabalho seguida das equações que governam o modelo termo-fluido utilizado para representar a soldagem a laser.

No capítulo 4, é apresentada toda a formulação teórica utilizada na solução do problema inverso. Uma profunda abordagem do sensor móvel de temperaturas e as dificuldades que são encontradas na utilização das temperaturas experimentais na estimação da taxa de calor. Uma modificação na abordagem do cálculo da sensibilidade térmica no Método da Função Especificada iterativa é sugerida.

No capítulo 5 é descrito o modelo numérico utilizado para ambos os processos de soldagem. São apresentadas as propriedades termofísicas e os parâmetros do modelo térmico. Especificamente para o caso da soldagem a laser é explicado como foi feito o estudo paramétrico que possibilita a convergência do cálculo computacional.

Uma breve descrição da metodologia experimental é apresentada no capítulo 6. Nele são mostrados os parâmetros dos 9 experimentos TIG que são analisados utilizando o método de Taguchi, bem como os parâmetros e posicionamentos dos termopares utilizados na soldagem a laser.

No capítulo 7 são mostrados os resultados experimentais e numéricos obtidos para os casos estudados. É realizada uma análise detalhada da influência dos parâmetros de soldagem no rendimento térmico do processo e determinada uma curva de relação entre rendimento e potência de soldagem. Na segunda parte do capítulo 7 são apresentados os resultados obtidos para a taxa de calor líquida da soldagem a laser para os três experimentos realizados e calculado o rendimento médio do processo.

Finalmente, no capítulo 8 é apresentada uma conclusão sobre o estudo realizado nesse trabalho e sugestões de trabalhos futuros que dão continuidade neste tema.

1.2 Objetivos do trabalho e contribuições para o estado da arte

Os objetivos do trabalho são descritos a seguir:

1. Estimar a eficiência térmica em processos de soldagem através de uma abordagem de problemas inversos em transferência de calor;
2. Analisar a influência dos parâmetros de soldagem TIG na eficiência térmica do processo;

3. Estimar a eficiência de absorção do processo de soldagem a laser em um modelo termo-fluido com presença de forças de empuxo e efeito Marangoni na poça de fusão;
4. Desenvolver um programa computacional que combina a técnica do sensor móvel de temperaturas e o Método da Função Especifica não-linear usando a API do COMSOL e Matlab.

A principal contribuição desse trabalho para o estado da arte é a metodologia desenvolvida para a estimação da taxa de calor em processos de soldagem nos quais a fonte de calor é móvel e deseja-se utilizar pontos de medição de temperatura próximos a região da zona fundida. A metodologia descrita nesse trabalho busca compensar os erros de estimação causados por erros aleatórios de posicionamento dos termopares, que influenciam a estimação da taxa de calor devido ao elevado gradiente de temperatura no local.

Como mostrado na seção 1.1, os trabalhos de problemas inversos em soldagem a laser presentes na literatura atual apresentam modelos matemáticos simplificados. Nesses trabalhos são utilizados modelos unidimensionais, bidimensionais ou isolados. Na maioria o problema estudado utiliza um pulso de laser e não estuda de fato o processo de soldagem. Além disso, o movimento do fluido na poça de fusão e os efeitos de empuxo e Marangoni são desprezados. Isso é justificável, uma vez que são problemas de complexidade e custo computacional elevados. Nesse trabalho é apresentada uma estratégia para a solução do problema inverso em soldagem a laser utilizando um modelo termo-fluido na poça de fusão que apresenta um custo computacional relativamente baixo. Isso se deve também ao algoritmo computacional desenvolvido utilizando o sensor móvel de temperaturas e o Método da Função Especificada Sequencial iterativo, o qual apresenta custo computacional baixo nesse tipo de problema.

Finalmente, esse trabalho contribui com os estudos de eficiência térmica em soldagem TIG, apresentando uma curva de eficiência e potência de soldagem no aço AISI 304. Além disso, o estudo dos parâmetros de soldagem utilizando a abordagem numérico-experimental reforçam os resultados puramente experimentais presentes na literatura.

2 PROBLEMAS INVERSOS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Para definir o que são problemas inversos, primeiro é necessário definir o conceito de problema bem-posto (*well-posed problem*). Esse termo foi estabelecido pelo matemático francês Jacques-Salomon Hadamard [20], o qual, em 1902, estabeleceu alguns critérios que acreditava que qualquer modelo matemático que representasse um fenômeno físico deveria satisfazer. De acordo com Hadamard, para um problema ser considerado bem-posto ele deve satisfazer as seguintes condições:

- Deve existir uma solução;
- A solução deve ser única;
- A solução deve depender continuamente dos dados de entrada ou condições iniciais e de contorno.

Um exemplo clássico de um problema bem-posto é a determinação do campo de temperaturas através da equação da difusão do calor, dado que sejam conhecidas suas condições iniciais e de contorno. Dessa maneira, qualquer problema físico que não satisfaça pelo menos um dos critérios de Hadamard é considerado um problema mal-posto (*ill-posed problem*).

O problema inverso, por sua vez, é uma classe de problemas mal-postos. Geralmente, nesse tipo de problema, o terceiro critério de Hadamard não é atendido. Para um melhor entendimento considere um caso clássico de solução de um sistema linear de equações algébricas enunciado a seguir. Seja A uma matriz quadrada $n \times n$ cujo número de condição seja muito elevado e q um vetor de n componentes. Nesse caso, um problema algébrico direto e bem-posto é a determinação de um vetor f , tal que $Aq = f$. Nota-se, para esse caso, a solução é única e o valor de f varia continuamente com q . Em outras palavras, ao realizar uma pequena perturbação ψ nos valores das componentes de q , também haverá pequenas oscilações na resposta f , como mostrado a seguir. Sendo A e q dados

por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$q = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

tem-se,

$$Aq = f = \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \\ 38 \\ 16 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dada uma perturbação $\psi = 0.1$ ao vetor q , a nova solução para o sistema é dada por:

$$A(q + \psi) = f^* = \begin{bmatrix} 4.3 \\ 16.6 \\ 38.8 \\ 17.2 \\ 1.1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

É percebido que uma pequena variação no vetor q também produz uma pequena variação no resultado f^* . Agora, seja q desconhecido. Assim, o problema inverso se dá na determinação de q a partir de um vetor de observações \hat{f} , sujeito a pequenos erros, no qual $\hat{f} = f + \psi$ e do operador A^{-1} . Assim, o novo vetor de parâmetros q^* é dado pela Eq. 2.5.

$$q^* = A^{-1}\hat{f} = \begin{bmatrix} 72.9 \\ -34.4 \\ 10.1 \\ 4.0 \\ 1.1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

É notável que os valores de q^* não representam adequadamente o vetor q , mostrando que o problema é mal-posto, pois não atende ao terceiro critério de Hadamard. Em problemas inversos aplicados à transferência de calor, o fato descrito é o principal empecilho ao buscar soluções que representam com fidelidade o verdadeiro valor do objeto desconhecido.

Como mencionado no capítulo anterior, para Alifanov [21], em transferência de calor, todas as interações entre um corpo sólido ou um sistema com um ambiente, podem ser relacionadas a situações de causa e efeito. Nesse contexto, em um modelo físico as causas consideradas são as condições iniciais e de contorno de um sistema, as propriedades termofísicas de um corpo, as fontes internas de geração de calor e as características geométricas do problema. Já o efeito é o campo de temperaturas a ser determinado ao longo do tempo naquele sistema. Portanto, pode-se dizer que um problema direto é aquele no qual são conhecidas as causas e desejasse obter os seus efeitos. Ao contrário, um problema inverso é aquele nos quais os efeitos são monitorados ao longo do tempo e são utilizados para a determinação de uma ou mais causas.

De outra maneira, utilizando termos menos matemáticos e mais filosóficos, o problema inverso pode ser categorizado como aquele que é regido no sentido contrário ao da natureza. Em outras palavras, a causalidade da natureza impede que qualquer solução de um problema inverso seja reproduzida experimentalmente, uma vez que na proposição do problema inverso existe uma violação das relações de causa e efeito e, como escreve Alifanov [22], é impossível reverter o curso do tempo.

Woodbury [23] separa os problemas inversos em duas classes: estimação de parâmetros e estimação de funções. De fato, existem algumas particularidades entre essas duas categorias que permitem sua distinção. Pode ser notado que na estimação de parâmetros,

uma quantidade pequena de parâmetros são estimados, enquanto que para que seja possível determinar uma função esse número, geralmente, é elevado. Geralmente, a estimação de parâmetros trata da caracterização de propriedades termofísicas, as quais não estão sujeitas a ajustes humanos. Isso leva a outro ponto em que a estimação de parâmetros necessita de um intervalo de confiança (geralmente em função da temperatura). O que não acontece por exemplo em uma estimação de condição de contorno de fluxo de calor, ou seja, o fluxo estimado é aquele para aquele problema e não depende do intervalo de medição de temperaturas. Já a propriedade termofísica só possui validade no domínio do experimento realizado. Woodbury [23] ainda salienta que os experimentos para a estimação de parâmetro devem ser preparados com mais cautela do que aqueles para estimação de funções. Essa afirmação faz sentido ao se referir as propriedades termofísicas, uma vez que para estimar propriedades simultâneas é necessário determinar posicionamentos ótimos dos sensores de temperatura e garantir alta sensibilidade térmica a fim de diminuir os erros de estimação. Isso é importante pelo fato de cada parâmetro se comportar de uma maneira diferente em relação a variação de temperatura em um dado ponto do domínio, necessitando de estratégias experimentais mais complexas como, por exemplo, a metodologia mostrada em Czél *et al.* [24].

O fato é que os IHTPs podem ser classificados em diversas classes. Os problemas de contorno são aqueles no qual uma função ou parâmetro desconhecido que define uma condição de fronteira do modelo é estimado. Geralmente essa função é o fluxo de calor que atua em determinada área da superfície. Nesse caso, o problema pode ser denominado como um Problema Inverso em Condução de Calor (*Inverse Heat Conduction Problem - IHCP*) de acordo com a definição dada em Beck *et al.* [25]. Problemas de coeficientes são aqueles que se deseja estimar funções ou constantes que são coeficientes da equação da difusão do calor. Um exemplo são as estimações de constantes que caracterizam o material como por exemplo a difusividade térmica. Além desses problemas clássicos também podem ser citados aqueles que buscam determinar as condições iniciais do fenômeno físico (problemas retrospectivos) e os que buscam determinar condições geométricas do modelo (problemas geométricos). Este trabalho possui o foco na estimação de funções (segundo a classificação de Woodbury) e aborda duas categorias diferentes: a primeira é a estimação da condição de contorno de fluxo de calor na superfície do material; a segunda se trata da estimação de uma função de taxa de calor relacionada à quantidade de calor volumétrica que atua na chapa metálica durante a soldagem a laser.

Para Beck *et al.* [25] o problema de determinar as temperaturas em um ponto da superfície de um corpo ou o fluxo de calor desconhecido são equivalentes. Em outras palavras se um for conhecido o outro também pode ser determinado de maneira direta. Entretanto, o problema da estimação de contorno é muito mais difícil de ser solucionado de maneira precisa do que o problema direto. Isso se deve aos erros aleatórios inerentes do processo de medição de temperatura na superfície do corpo. Esse histórico de temperaturas

experimentais e o fato do problema ser mal-posto (*ill-posed*) não atendem ao terceiro critério de Hadamard (como mostrado no exemplo da Eq. 2.5). Assim, os valores estimados através da solução do problema inverso apresentam erros tão grandes que acabam não possuindo sentido físico em relação ao modelo real.

Por um longo período na história dos problemas inversos em transferência de calor, esse fato foi um empecilho para que problemas práticos fossem solucionados. Durante a Guerra Fria, com o início da corrida espacial, o interesse pelo tema tomou grandes proporções devido as necessidades científicas da época. Um exemplo clássico é o estudo da estimação do fluxo de calor que atua na superfície de um veículo espacial durante a reentrada da atmosfera terrestre com o intuito de determinar os melhores materiais a serem utilizados como escudo de proteção. Pode-se também citar estudos em mísseis e foguetes, bem como aplicações em componentes de reatores nucleares [26]. No início da década de 60, dois grandes nomes da história dos problemas inversos em transferência de calor, Andrey Nikolayevich Tikhonov e James Vere Beck, fizeram contribuições com seus métodos de regularização que alavancaram o estudo de problemas práticos. Beck [27] propôs um método de regularização baseado no uso de tempos futuros e uma forma funcional predefinida para o fluxo de calor que permitia a estimação sequencial tempo a tempo, o chamado Método da Função Especificada Sequencial (*Sequential Function Specification Method - SFSM*). Tikhonov [28, 29] apresentou o método do princípio variacional (*variational principle*), no qual operadores de regularização eram adicionados à função objetivo para reduzir o efeito que as incertezas de medição acarretam nos valores estimados. Esse resultado é de grande importância para diversas áreas da ciência e ficou conhecido como regularização de Tikhonov. Outro grande avanço nessa área pode ser atribuído a Oleg Mikhaylovich Alifanov. Em Alifanov [22, 30] um método mais geral de solução de problemas inversos conhecido como princípio de regularização iterativa (*iterative regularization principle*) foi apresentado. A proposta do método era solucionar o problema inverso de domínio inteiro de maneira iterativa em conjunto com algoritmos de minimização não-lineares baseados em cálculo de gradiente, como por exemplo o método do gradiente conjugado e o método de máxima descida.

Desde 1960 até os dias atuais muitos estudos na área de problemas inversos em transferência de calor aplicado a problemas industriais foram desenvolvidos e novos métodos de solução foram propostos. Antes mesmo do surgimento dos métodos de regularização, Stolz [31] apresentou um trabalho no qual era proposta uma metodologia para estimar o fluxo de calor na superfície de uma esfera submetida à temperatura, utilizando temperaturas medidas no interior do domínio. O método de Stolz pode ser considerado o precursor do SFSM proposto por Beck. A determinação da espessura do revestimento interno de uma fornalha siderúrgica foi um dos problemas industriais de determinação de parâmetros de difícil acesso estudados por Radmoser e Wincor [32]. Devido às condições severas de trabalho na fornalha, a escória formada pode-se aderir à parede aumentando

a sua espessura. Ao mesmo tempo, os tijolos que revestem a parede do alto-forno sofrem desgaste por erosão, diminuindo sua espessura. Desse modo, a integridade da parede do forno deve ser averiguada em intervalos de tempo para que seja possível evitar a ruptura de sua estrutura, o que pode trazer sérios danos aos trabalhadores e para o processo industrial. Como as temperaturas internas de 1500 °C impediam a análise direta do problema, Radmoser e Wincor modelaram um problema inverso, no qual consideraram uma parede composta de materiais diferentes e calcularam suas espessuras de maneira numérica. Kim e Oh [33] propuseram uma metodologia para determinar o coeficiente de troca de calor por convecção em dois processos de tratamento térmico: um resfriado a ar e o outro utilizando água. Foi utilizada a técnica de otimização dos mínimos quadrados para estimar o fluxo de calor que, por sua vez, possibilitou o cálculo do coeficiente de convecção através da lei do resfriamento de Newton.

Uma grande parte dos trabalhos de IHTP são dedicados ao estudo de processos de fabricação de usinagem e soldagem. Kim *et al.* [34] utilizaram o SFSSM para determinar a distribuição de fluxo de calor e o coeficiente de troca de calor por convecção no processo de usinagem por abrasão. Um interessante estudo sobre otimização de um processo de usinagem foi realizado por Gostimirovic *et al.* [35]. Os autores utilizam o método iterativo de Alifanov para estimar o fluxo de calor no modelo e assim otimizar os parâmetros de usinagem. Garcia *et al.* [36] também estudaram o processo de usinagem abrasiva. Dessa vez foi utilizado o método de Levenberg-Marquardt em uma análise numérico-experimental para determinar a parcela de calor que é transmitida para a peça de trabalho durante o processo.

No processo de usinagem um dos parâmetros mais importantes a ser considerado é a vida de uso de uma ferramenta de corte. O estudo do campo de temperatura na superfície de corte de uma ferramenta é de suma importância para o desenvolvimento de novas tecnologias que visam aumentar sua vida útil e, conseqüentemente, reduzir os custos de produção. Como as temperaturas são difíceis de se medir próximo da zona de corte, é necessária uma abordagem inversa do problema. Santos *et al.* [37] elaboraram um modelo matemático e experimental para estimar o fluxo de calor na superfície de corte da ferramenta, que foi utilizado para determinar o campo de temperaturas através da solução do problema direto.

Magalhães *et al.* [38] estudaram o problema inverso de condução de calor no processo de soldagem GTA do alumínio 6065 T5. O problema inverso foi resolvido através da técnica de otimização Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS). Uma vez estimado o fluxo de calor, o problema direto pode ser resolvido para determinar a distribuição de temperatura na chapa durante o processo. Assim, foi possível determinar as microestruturas formadas depois do resfriamento e conseqüentemente estimar o perfil da Zona Termicamente Afetada (ZTA).

Nos dias atuais, devido a grande capacidade de processamento dos computadores e a ascensão do *machine learning*, uma grande quantidade de trabalhos relacionados ao estudo da estimação em tempo real do fluxo de calor estão sendo realizados. Najafi e Woodbury [39] utilizaram com sucesso a ideia de redes neurais artificiais para realizar a estimação de um perfil arbitrário de fluxo de calor em tempo real. Um resultado importante é que esse método se assemelha a solução utilizando coeficientes de filtro proposta por Beck [40]. Também pode ser citada a estratégia utilizada por Huang *et al.* [41] de estimar em tempo real o fluxo de calor na ponta da ferramenta de corte utilizando sensibilidades térmicas calculadas *offline*. Já Han *et al.* [42] utilizaram redes neurais com uma complexa arquitetura LSTM-ED (*Long Short-Term Memory based Encoder Decoder*) para estimar *online* o fluxo de calor na ponta do inserto triangular em um processo de usinagem.

Nos capítulos que seguem, será apresentada abordagem alternativa para a estimação da taxa de calor líquida fornecida para o material nos processos de usinagem TIG e laser aqui estudados.

3 Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos no Processo de Soldagem

Neste capítulo é apresentada a fundamentação teórica necessária para a modelagem do fenômeno físico de soldagem. São propostas duas abordagens diferentes para cada um dos processos de soldagem TIG e a laser.

3.1 Estratégias de modelagem

A principal característica do processo de soldagem é a transformação da fase sólida em fase líquida, a qual apresenta o desenvolvimento de um campo de velocidades tridimensional na poça de fusão. A velocidade do fluido, por sua vez, possui grande influência no comportamento das temperaturas na poça de fusão e no formato do cordão de solda. Essa transição de estado físico é um dos principais desafios quando se trata em criar simulação numéricas mais fiéis à realidade, principalmente pela dificuldade de atingir a convergência da solução e pelo custo computacional.

A estratégia utilizada neste trabalho para modelar a mudança de estado físico, é considerar todo o domínio de estudo como um fluido (mesmo em temperaturas menores que o ponto de fusão) e garantir que só haja movimento na região da poça de fusão, enquanto o restante do domínio possui velocidade praticamente nula. Esse método é aplicado de maneira praticamente unânime nos trabalhos recentes de simulação de soldagem ([43–48]). Na literatura é possível encontrar duas maneiras distintas de abordar esse problema. A primeira é definir uma elevada viscosidade na região externa à poça de fusão, por exemplo 100 Pa.s, de modo que o fluido permaneça quase estático, enquanto que na região interna da poça o fluido apresenta o valor verdadeiro da viscosidade. O método da viscosidade aumentada é fácil e direto de ser implementado, mas, como mostrado em Samatará *et al.* [49], essa simplicidade pode levar a longos tempos de simulação e muitas vezes à divergências na solução devido à descontinuidade na função da viscosidade ao longo do domínio.

A aproximação de Carman-Kozeny (ou método da força de amortecimento), a qual é derivada da lei da permeabilidade de Darcy [50], é o método mais utilizado nos trabalhos que modelam o fluido da poça de fusão pelo fato de apresentar melhor convergência numérica. Sua ideia é introduzir na equação do momento um termo fonte que atua como uma força de sentido contrário ao movimento do fluido com o intuito de dissipar sua energia. Essa força é nula na poça de fusão, garantindo o movimento livre do fluido, máxima na região externa à poça de fusão e apresenta uma transição suave dentro da

região da *mushy zone*. Esse é o nome dado à porção do domínio na qual coexistem as fases sólida e líquida do material durante o processo de soldagem.

É importante levar em consideração que grandes velocidades na poça de fusão podem levar qualquer um dos métodos à divergência, pois acarretará em uma grande descontinuidade entre a velocidade dentro e fora da poça fusão. Além disso, em alguns problemas, o método da viscosidade aumentada, se possuir convergência garantida, pode consumir menos tempo computacional que o método da força de amortecimento. Neste trabalho será utilizado o método da força de amortecimento, pois o formato da função do fluxo de calor é desconhecido e, como o método de solução do problema inverso é iterativo, é preciso garantir maiores chances de convergência.

Existem duas alternativas para modelar o movimento da fonte de calor no processo de soldagem. Ambas serão discutidas e analisadas nesse trabalho, bem como suas particularidades.

A primeira abordagem, e mais natural de ser feita, é considerar que a chapa a ser soldada é um domínio fechado e fixo no tempo, no qual uma fonte de calor se movimenta com uma velocidade v_s ao longo de sua face superior no sentido de soldagem. Desse modo, o problema físico é fielmente representado pelo modelo, mas, por outro lado, apresenta um custo computacional excessivo. O fato de a fonte de calor se movimentar exige que a malha seja refinada em toda a extensão do trajeto percorrido. Isso amplia a quantidade de elementos de malha no domínio, o que gera um aumento excessivo do uso de memória RAM e do tempo de solução dos sistemas de equação. Uma alternativa para contornar esse problema seria utilizar um refinamento local automático da malha durante a solução, mas, no caso desse problema, toda vez que o refinamento de malha automático era ativado ocorriam problemas de convergência na região de transição de sólido-líquido causando a interrupção do cálculo.

O segundo fator que contribui para o aumento do tempo computacional é o fato de que a cada novo instante de tempo, novos gradientes de temperatura e velocidade irão surgir no domínio devido ao movimento da fonte de calor. Além disso, a cada instante novos pontos sofreram transições bruscas de mudança de fase, uma vez que os pontos do domínio na parte posterior da poça de fusão se encontram em temperaturas próximas da temperatura ambiente.

O custo computacional é um dos principais entraves na solução de problemas multifísicos, o que conseqüentemente é um agravante para esse trabalho, uma vez que o problema inverso é um problema de otimização no qual o campo de temperatura deve ser calculado repetidas vezes até atingir a convergência do método. Para diminuir o custo computacional uma segunda estratégia é utilizada para modelar o fenômeno da soldagem, principalmente na soldagem a laser, na qual a variação de temperatura é muito elevada e ocorre em um curto instante de tempo.

A segunda abordagem se resume em considerar a fonte de calor estática em um domínio aberto, no qual há um fluxo de entrada com velocidade $\vec{u}_0 = -\vec{v}_s$ e temperatura inicial T_0 como mostrado na Figura 1. Nesse caso é importante ressaltar que as dimensões W e H nas direções y e z , respectivamente, devem apresentar o valor real da chapa soldada. Já a dimensão L , relacionada ao comprimento, não apresenta influência significativa no campo de temperaturas, uma vez que a fonte de calor não seja posicionada próximo as extremidades do domínio e o comprimento da chapa seja muito maior que o comprimento das outras dimensões.

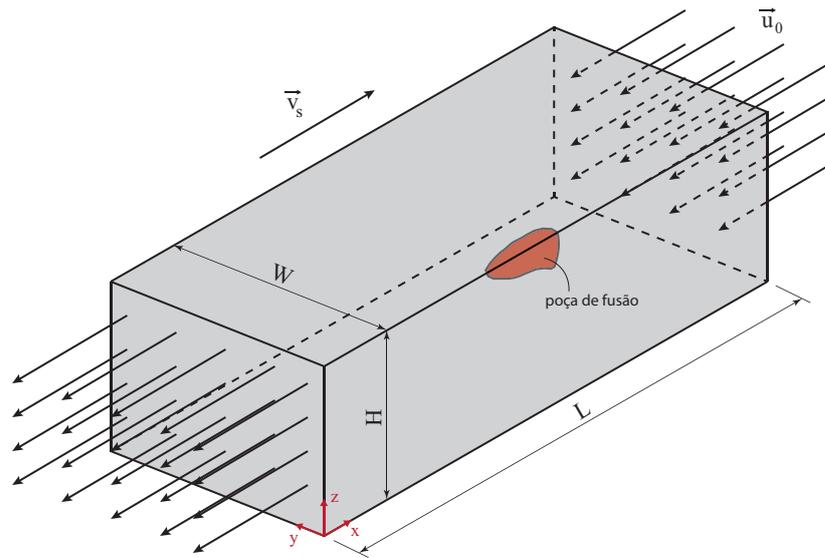


Figura 1 – Modelo para fonte de calor estacionária.

A Figura 2 mostra que a sensibilidade das temperaturas em relação ao comprimento L é baixa comparada com as outras dimensões. A sensibilidade térmica, nesse caso, relaciona o quanto a variação de uma dimensão influencia na temperatura de um ponto e é definida como mostra a Eq. 3.1:

$$Z = \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial \zeta} \quad (3.1)$$

sendo ζ o parâmetro que está sendo variado. Nota-se que a variação das temperaturas é mais sensível à variação das dimensões H e W , enquanto L não apresenta grande influência para o tempo de duração do processo de soldagem dos experimentos desse trabalho.

Como já comentado, esse método reduz consideravelmente o tempo computacional, principalmente pelo fato do refinamento da malha estar concentrado em uma pequena parcela do domínio. Além disso, como a poça de fusão na soldagem rapidamente tende a um regime permanente [51], a convergência do campo de velocidades e temperaturas é facilitada ao decorrer do tempo de simulação, ao contrário do método descrito anteriormente.

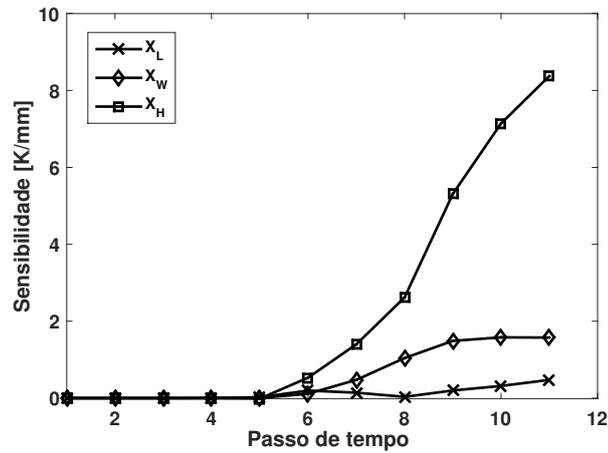


Figura 2 – Sensibilidade da temperatura em relação às dimensões do domínio para o modelo de soldagem a laser com fonte estacionária.

3.2 O modelo térmico

Na Figura 3 apresenta-se o domínio tridimensional utilizado para representar o processo de soldagem. Para economizar tempo computacional foi estabelecido um plano de simetria na face ODEA. A origem do sistema de coordenadas está localizada no ponto O. O domínio possui dimensões L , H , W e a região ω representa, esquematicamente, a fonte de calor volumétrica.

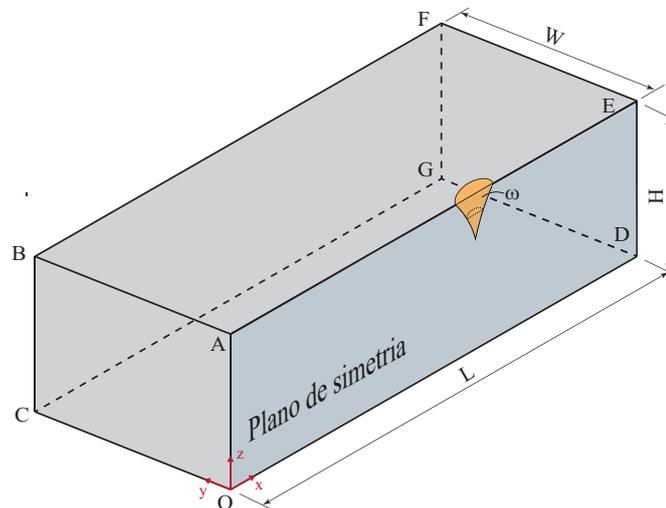


Figura 3 – Desenho esquemático do domínio tridimensional.

Para calcular a evolução do campo de temperaturas ao longo do tempo, a equação da difusão do calor (Eq. 3.2) deve ser solucionada na sua forma transiente:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q_s \quad (3.2)$$

na qual T representa a temperatura, t o tempo, \mathbf{u} o vetor de velocidade e Q_s a fonte

de calor. As propriedades térmicas ρ (massa específica), c_p (calor específico à pressão constante) e k (condutividade térmica) são funções da temperatura.

Para obter o campo de temperaturas através da solução da Eq. (3.2) é necessário estipular as condições de contorno do problema. Para o caso de soldagem estudado neste trabalho elas são listadas a seguir para cada método de modelagem enunciado na seção 3.1. No primeiro caso será utilizada uma fonte de calor móvel para modelar o problema da soldagem TIG, enquanto o segundo caso (fonte estacionária) será aplicado na soldagem a laser. É importante mencionar que na soldagem TIG não será considerada a convecção proveniente do movimento da fase fluida, logo o termo \mathbf{u} é nulo na Eq. (3.2).

Caso 1: fonte de calor móvel

Condição de contorno de simetria na face ODEA e isolamento na face ODGC (Eq. 3.3),

$$-\mathbf{n} \cdot (k\nabla T) = 0 \quad (3.3)$$

em que \mathbf{n} é o vetor unitário normal a face com sentido para fora do domínio.

As condições de convecção e radiação atuam na chapa nas superfícies OABC, DEFG, AEFB e CGFB conforme a Eq. (3.4),

$$-\mathbf{n} \cdot (k\nabla T) = h(T) (T_0 - T) + \varepsilon\sigma (T_0^4 - T^4) \quad (3.4)$$

na qual T_0 é a temperatura ambiente, h é o coeficiente de troca de calor por convecção, ε a emissividade térmica e σ a constante de Stefan-Boltzmann.

O fluxo de calor que simula o aporte térmico fornecido para a amostra durante o processo de soldagem TIG é dado por uma distribuição gaussiana da taxa de calor em uma área circular, conforme definido por Goldak e Akhlaghi [52]:

$$-\mathbf{n} \cdot (k\nabla T) = q(x, y, t) = \frac{3Q(t)}{\pi r_s^2} e^{-3\frac{(x - v_s)^2 + y^2}{r_s^2}} \quad (3.5)$$

sendo $Q(t)$ a taxa de calor e r_s o raio da região circular do contorno sujeita ao fluxo de calor.

Caso 2: fonte de calor estacionária

Neste caso, para simular o movimento da fonte de calor, é considerado um fluxo de material que entra no domínio pela face DEFG e uma sai pela face OABC. Assim,

todas condições de contorno permanecem iguais ao caso 1 com exceção dessas faces. Na face DEFG, é aplicada a condição de temperatura prescrita dada pela Eq. (3.6).

$$T = T_0 \quad (3.6)$$

A condição de contorno de isolamento é especificada para a face OABC. Nota-se que essa condição de contorno não interfere de maneira significativa na distribuição de temperaturas ao redor da poça de fusão, uma vez que esta se encontra suficientemente distante da face OABC.

No caso do modelo de fonte estacionária para soldagem a laser, o termo Q_s da Eq. (3.2) é modelado por uma fonte de calor volumétrica estacionária com distribuição gaussiana na superfície que varia linearmente com a profundidade da placa metálica. Sendo R_L o raio do laser na superfície de incidência, d a profundidade de penetração do cordão de solda e (x_0, y_0) a posição do centro do feixe de laser, a fonte calor é dada pelas Eqs. (3.7 e 3.8),

$$Q_s(x, y, z, t) = \frac{3\eta_{abs}(t)I}{\pi d R_L^2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{R^2}\right), \quad H_d - d \leq z \leq H_d \quad (3.7)$$

$$R = \frac{R_L}{d}(z - H_d + d), \quad H_d - d \leq z \leq H_d \quad (3.8)$$

em que η_{abs} é a eficiência de absorção, I é a potência do laser e H_d é a espessura da chapa. Desse modo, a taxa de calor transferida para o processo é dada por:

$$Q(t) = \eta_{abs}(t)I \quad (3.9)$$

A fim de resolver o problema da mudança de fase sólido-líquido, também conhecido como o clássico problema de Stefan, é utilizada a formulação da capacidade de calor aparente. Dentre alguns métodos existentes para resolver esse problema, o método da capacidade de calor aparente é um dos mais utilizados pelos pesquisadores de acordo com a literatura recente. Uma vantagem dessa técnica é que o custo computacional, geralmente, é menor se comparado com as outras. Entretanto, é sabido que essa formulação sofre um problema de singularidade quando a mudança de fase ocorre a uma temperatura constante [53], levando a não convergência da solução. Para a aplicação deste trabalho isso não se torna um problema, uma vez que o aço possui uma considerável faixa de transição de temperatura entre a região totalmente sólida e a totalmente líquida.

Sendo T_S a temperatura de início da transição de fase e T_L a temperatura na qual o material atinge totalmente o estado líquido, a temperatura de mudança de fase T_m é definida como:

$$T_m = \frac{T_S + T_L}{2} \quad (3.10)$$

Para identificar a região de transição de fase, será definida uma função $\theta(T)$. Essa função é definida de maneira que quando $\theta = 0$ o domínio se encontra no estado sólido, se $\theta = 1$ o domínio se encontra totalmente no estado líquido e quando $0 < \theta < 1$ ambas as fases coexistem de modo que θ representa a fração de estado líquido e $1 - \theta$ a fração de estado sólido. Na região de transição de fase, $\theta(T)$ é modelada através da função de Heaviside centrada em T_m com segunda derivada contínua (Eq. 3.11). Esta é uma função de passo unitário que garante uma transição suave das derivadas de θ entre os limites T_S e T_L , facilitando a convergência da solução numérica. Sendo $\Delta T = (T_L - T_S)/2$, tem-se:

$$\theta(T) = \begin{cases} 0, & T \leq T_S \\ 1, & T \geq T_L \\ 0.5 + 0.9375 \left(2 \frac{T - T_m}{\Delta T}\right) - 0.625 \left(2 \frac{T - T_m}{\Delta T}\right)^3 + \\ \quad + 0.1875 \left(2 \frac{T - T_m}{\Delta T}\right)^5, & T_S < T < T_L \end{cases} \quad (3.11)$$

As propriedades térmicas durante a transição de fase são calculadas através de uma média ponderada pela função θ , como mostrado nas Eqs. (3.12 - 3.14) para $T_S \leq T \leq T_L$,

$$\rho = (1 - \theta)\rho_S + \theta\rho_L \quad (3.12)$$

$$k = (1 - \theta)k_S + \theta k_L \quad (3.13)$$

$$H = \frac{1}{\rho} ((1 - \theta)\rho_S H_S + \theta\rho_L H_L) \quad (3.14)$$

nas quais os índices S e L representam que as propriedades são avaliadas, respectivamente, nas temperaturas T_S e T_L e H é a entalpia específica. Sabendo que o calor específico, c_p , é dado pela Eq. (3.15),

$$c_p = \frac{\partial H}{\partial T} \quad (3.15)$$

derivando a Eq. (3.14) em relação a T , para $T_S \leq T \leq T_L$ obtém-se o calor específico equivalente, como mostrado na Eq. (3.16),

$$c_{peq} = \frac{1}{\rho} [(1 - \theta) \rho_S c_{pS} + \theta \rho_L c_{pL}] + (H_L - H_S) \frac{\partial f}{\partial T} \quad (3.16)$$

sendo f a fração mássica definida pela Eq. (3.17).

$$f = \frac{1}{2} \frac{\theta \rho_L - (1 - \theta) \rho_S}{\rho} \quad (3.17)$$

Observa-se que $L = (H_L - H_S)$ é o calor latente de fusão, portanto a distribuição de calor latente no intervalo de mudança de fase é introduzida pela parcela adicional no calor específico dada pela Eq. (3.18).

$$c_{Lat} = L \frac{\partial f}{\partial T} \quad (3.18)$$

Assim, uma vez que $f(T_S) = -1/2$ e $f(T_L) = 1/2$ (Eq. 3.17), a quantidade de calor armazenada por unidade de volume é dada por:

$$\int_{T_S}^{T_L} c_{Lat} dT = \int_{T_S}^{T_L} L_f \frac{\partial f}{\partial T} dT = L_f. \quad (3.19)$$

Quando ΔT tende a zero, representando um material idealmente puro, a relação $\partial f / \partial T$ tende à função pulso de Dirac, o que pode levar à divergência do método, como comentado anteriormente.

3.3 O modelo do fluido

A estratégia utilizada para modelar a mudança de fase de sólido para líquido, com o desenvolvimento do campo de velocidades na poça de fusão, é considerar que todo o domínio se comporta como um fluido. Portanto, para determinar o campo de velocidades durante o processo de soldagem é necessário resolver as equações da continuidade e de Navier-Stokes (Eqs. 3.20-3.21) em todo o domínio ou na região da geometria na qual estará contida a poça de fusão completamente desenvolvida. As equações que regem o movimento do fluido na poça de fusão são dadas por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (3.20)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) + \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_d \quad (3.21)$$

com μ a viscosidade dinâmica, p o campo de pressão, \mathbf{F}_b a força de empuxo e \mathbf{F}_d a força de amortecimento. A força de empuxo é modelada pela aproximação de Boussinesq, dada pela Eq. (3.22).

$$\mathbf{F}_b = \rho \mathbf{g} \beta (T - T_{ref}) \quad (3.22)$$

onde \mathbf{g} é o campo gravitacional, β o coeficiente de expansão térmica e T_{ref} a temperatura de referência do fluido na poça de fusão.

Como o campo de velocidades é calculado em todo o domínio, é necessário garantir que só haja velocidade na poça de fusão. Assim, a força de arrasto, F_d tem a função de diminuir suavemente a velocidade durante a transição de fase de líquido para a sólido, de modo que a velocidade na região sólida seja praticamente nula. A aproximação de Carman-Kozeny, derivada da lei Darcy de meios porosos, é um dos métodos mais utilizados por garantir uma melhor convergência da solução numérica (Eq. 3.23).

$$\mathbf{F}_d = -\xi \frac{(1 - \theta)^2}{\theta^3 + b} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \quad (3.23)$$

Na Equação (3.23), θ representa a fração de fase líquida, ξ é uma constante de amortecimento cujo valor depende do problema e geralmente varia entre 10^5 e 10^7 . A constante b é utilizada para evitar a divisão por zero e é igual a 10^{-3} , nesse caso. Finalmente, \mathbf{u}_0 é a velocidade de entrada na face DEFG.

A condição de contorno de simetria é mantida na face ODEA. As faces AEFB, CGFB e ODGC estão sujeitas a condição de livre escorregamento (Eq. 3.24). O movimento relativo de soldagem é determinado através do fluxo de entrada na face DEFG com módulo de velocidade u_0 e contrário ao sentido de soldagem (Eq. 3.25).

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (3.24)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 = -\mathbf{v}_s \quad (3.25)$$

O efeito Marangoni foi considerado na face AEFB devido ao elevado gradiente de temperatura na superfície da fase líquida. Esse efeito possui influência no formato da poça de fusão [54] e conseqüentemente no campo de temperatura na face superior da chapa e é dado pela Eq. (3.26),

$$\left[-p\mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right] \mathbf{n} = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \nabla_t T \quad (3.26)$$

na qual γ é a tensão superficial e ∇_t representa o operador gradiente na direção tangencial à superfície.

4 ESTIMAÇÃO DO APORTE TÉRMICO NO PROCESSO DE SOLDAGEM

Nesse capítulo é apresentada a formulação teórica para a estimação da taxa de calor em problemas não-lineares e com fonte de calor móvel. Na seção 4.1 é tratado o conceito de sensor móvel de temperatura e na seção 4.2 é realizado o desenvolvimento matemático do método de otimização para a estimação da taxa de calor no processo de soldagem.

4.1 Sensor móvel de temperatura

Uma das dificuldades em resolver problemas inversos de estimação de funções (o qual é o caso desse trabalho) ou parâmetros é garantir que o problema apresente boa sensibilidade térmica, em relação à variável que está sendo estimada, durante todo o período de estimação [14]. No caso da estimação do fluxo de calor na superfície de contorno ou de uma fonte de calor no domínio, uma vez estabelecidas todas as condições do modelo, a sensibilidade varia com a posição em relação à fonte de calor ou fluxo de calor prescrito na fronteira. Além disso, apresenta variação com as propriedades térmicas em problemas não-lineares. A sensibilidade térmica foi definida na Eq. (3.1) e é apresentada novamente nessa seção (Eq. 4.1) com o objetivo da análise de problema inverso:

$$Z = \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial \zeta} \quad (4.1)$$

sendo \mathbf{r} o vetor que representa uma posição no domínio e ζ a variável a ser estimada.

Na estimação do aporte térmico em um processo de soldagem, a sensibilidade térmica em um ponto é prejudicada pelo movimento da fonte de calor. Em outras palavras, a sensibilidade térmica em um ponto será alta apenas quando a fonte de calor estiver nas proximidades desse ponto e diminuirá com o distanciamento da mesma devido ao seu movimento. Desse modo, haverá uma boa estimação apenas em um curto intervalo de tempo. Esse problema é ainda maior em processos no qual a velocidade de soldagem é bastante alta, como é o caso da soldagem a laser.

O sensor móvel de temperaturas é um sensor fictício que acompanha o movimento da fonte de calor durante a soldagem. Seu intuito é garantir que a sensibilidade térmica calculada no problema inverso seja alta ao longo de todo o processo de soldagem, a fim de obter valores mais precisos do parâmetro estimado. Ele é calculado através de uma função de posição $r_s(t)$ que se desloca junto com a fonte de calor. Experimentalmente, ele

é obtido de maneira discreta através de termopares posicionados paralelamente ao cordão de solda a uma distância teoricamente fixa como mostrado na Figura 4.

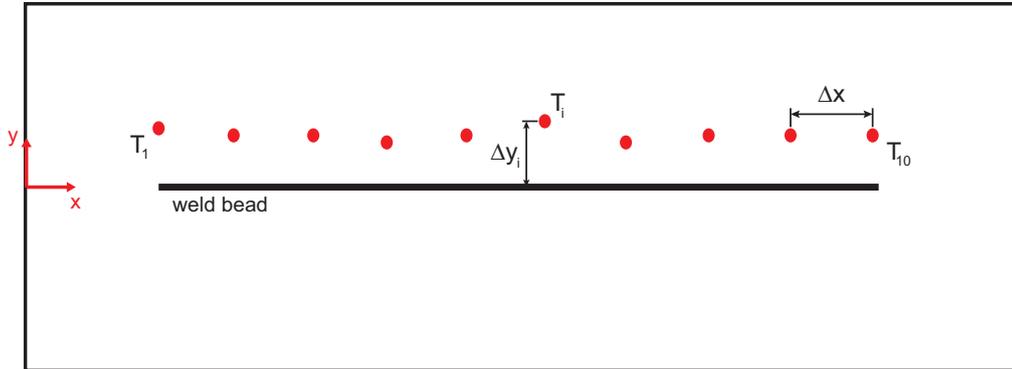


Figura 4 – Posicionamento dos termopares do sensor móvel.

Considere uma fonte de calor que se movimenta com velocidade v_s na direção x como mostrado na Figura 4. A fonte de calor começa seu movimento na posição $\mathbf{r} = (x_1, y_1)$ e avança com espaçamento $\Delta x = v_s \Delta t$ até a posição $\mathbf{r}_n = (x_n, y_n)$, sendo Δt o intervalo de tempo computacional. Desse modo, o conjunto de pontos que define o movimento do sensor móvel é dado pela matriz

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} & \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Para o caso desse trabalho, no qual a fonte de calor se movimenta em linha reta, os vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} são calculados pelas Eqs. (4.4 e 4.5)

$$x_i = x_1 + (i - 1)v_s \Delta t, \quad i = 2, \dots, n \quad (4.4)$$

$$y_i = y_0 + \Delta y_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.5)$$

na qual n é o número total de passos de tempo. Na Equação (4.5), y_0 é uma posição de referência e Δy_i representa uma variação do posicionamento em relação a y_0 . Desse modo,

o vetor de temperaturas que representa o sensor móvel, \mathbf{T}_{ms} , é definido como

$$\mathbf{T}_{ms} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$T_i = T(x_i, y_i, t_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (4.7)$$

A Figura 5 mostra um exemplo de sensor móvel obtido através da interpolação das temperaturas medidas utilizando dez termopares fixados na amostra. Nota-se, nesse exemplo, que o quinto termopar é desconsiderado, uma vez que não apresenta valores condizentes com os demais, para não prejudicar a estimação.

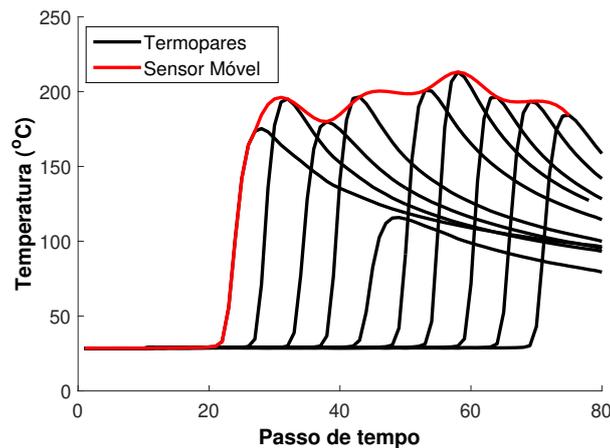


Figura 5 – Exemplo do sensor móvel de temperatura.

Geralmente, o sensor móvel de temperaturas é medido na face inferior da chapa soldada alinhada com a direção de movimento da fonte de calor com todos os termopares em uma mesma posição $y_i = y_0$. Se a chapa for muito espessa, é recomendado medir as temperaturas na superfície superior, próxima ao cordão de solda, para garantir maior sensibilidade térmica. Em contrapartida, a imprecisão do posicionamento manual dos termopares em conjunto com o alto gradiente de temperatura próximo ao cordão de solda podem atrapalhar a estimação do aporte térmico. Portanto, esses erros de posicionamento Δy_i (Figura 4) devem ser levados em consideração.

Na Figura 6 é apresentado um exemplo simulado com uma intensidade do laser de 1500 W e as posições y_i de dez termopares. A linha vermelha representa a intensidade do laser estimada considerando que os sensores de temperatura foram posicionados todos na mesma posição média \bar{y} . Já a curva preta representa a intensidade estimada utilizando

o posicionamento individual y_i de cada termopar. Nota-se, claramente, que a posição individual de cada termopar tem grande influência na qualidade da estimação da função da potência no problema inverso.

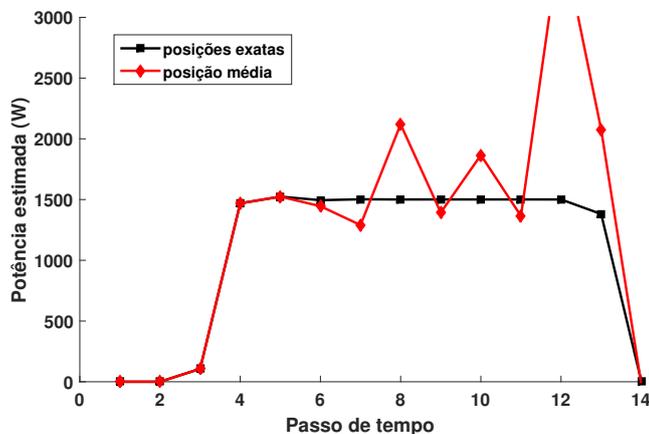


Figura 6 – Influência do erro de posicionamento do sensor de temperatura na estimação da potência.

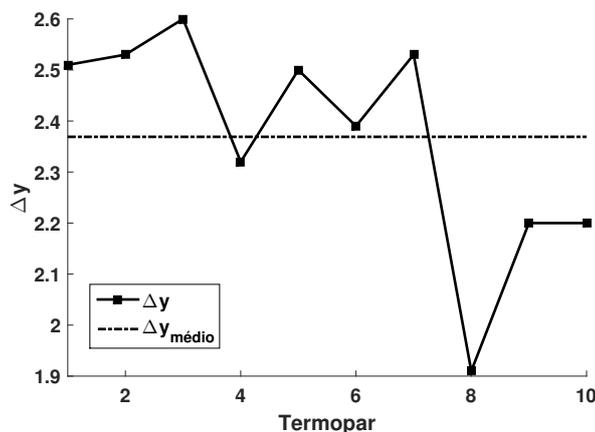


Figura 7 – Posição média e posições exatas dos sensores de temperatura em relação ao cordão de solda.

4.2 Estimação sequencial da taxa de energia no processo de soldagem

Como o processo de soldagem é um problema não-linear, a sensibilidade térmica varia a cada instante de tempo devido à variação das propriedades térmicas com temperatura, portanto o uso de técnicas iterativas se torna necessário na estimação do aporte térmico. Nesse trabalho será utilizado o Método da Função Especificada Sequencial não-linear, que é uma combinação do método de otimização de Gauss e a regularização em tempos futuros.

Em resumo, a ideia básica do método é assumir uma forma funcional arbitrária para o fluxo de calor desconhecido, calcular as temperaturas do problema direto para alguns passos de tempo a frente do tempo atual e iterativamente forçar esses valores calculados a se aproximarem das temperaturas medidas experimentalmente. Para isso é necessário minimizar a função objetivo, S , que é representada por uma soma de diferenças de quadrados, como mostrado na Eq. (4.8)

$$S_M = (\mathbf{Y}_{ms_M} - \mathbf{T}_{ms_M})^T (\mathbf{Y}_{ms_M} - \mathbf{T}_{ms_M}) \quad (4.8)$$

na qual os vetores \mathbf{Y}_{ms_M} e \mathbf{T}_{ms_M} são a temperatura experimental e a temperatura numérica estimada do sensor móvel, respectivamente, no tempo atual t_M .

Na literatura, as formas funcionais mais comuns utilizadas para o fluxo de calor desconhecido são: constante, linear e parabólica. É importante interpretar o comportamento do fluxo de calor para escolher a função que melhor se encaixa na estimação. A forma de fluxo mais utilizada é a constante, uma vez que em grande parte dos problemas a condição de contorno de fluxo de calor é aproximadamente constante. Isso inclui processos de fabricação tais como a soldagem e a usinagem por torneamento, e por isso será utilizada nesse trabalho.

Tanto no caso em que o aporte térmico na soldagem é uma gaussiana distribuída no contorno do domínio, quanto no caso em que é considerado uma fonte de calor volumétrica, o parâmetro de interesse no processo de estimação é a taxa de calor (potência de soldagem), Q , pois é o único parâmetro que influencia na variação da temperatura do domínio ao longo do tempo. Assim, supondo que Q_1, \dots, Q_{M-1} seja conhecido, assume-se que a taxa de calor apresenta uma forma constante e de valor arbitrário (a princípio) nos próximos r passos de tempo, ou seja:

$$Q_M = Q_{M+1} = Q_{M+2} = \dots = Q_{M+r-1} \quad (4.9)$$

O parâmetro r é conhecido como o número de passos de tempos futuros e é responsável pela regularização do método. Desse modo, é importante mencionar que os vetores da Eq. (4.8) possuem r componentes e são definidos como mostrado na Eq. (4.10)

$$\mathbf{Y}_{ms_M} = \begin{bmatrix} Y_M \\ Y_{M+1} \\ \vdots \\ Y_{M+r-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{ms_M} = \begin{bmatrix} T_M \\ T_{M+1} \\ \vdots \\ T_{M+r-1} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Seja \mathbf{T}_{ms} um vetor com n componentes, no qual cada componente representa o valor da temperatura ao longo do tempo (em um ponto específico do domínio), causada por uma taxa de calor Q^* . Desse modo, dada uma pequena variação ΔQ^* , as temperaturas \mathbf{T}_{ms} podem ser aproximadas através de uma expansão em série de Taylor truncada no termo de primeira ordem, como mostra a Eq. (4.11).

$$\mathbf{T}_{ms}|_{Q^*+\Delta Q^*} = \mathbf{T}_{ms}|_{Q^*} + \left. \frac{\partial \mathbf{T}_{ms}}{\partial Q} \right|_{Q^*} \Delta Q^* \quad (4.11)$$

Nota-se que o termo derivativo do lado direito da Eq. (4.11) apresenta o mesmo conceito de sensibilidade mostrado pela Eq. (4.1). Dessa maneira, a sensibilidade térmica do sensor móvel em relação a taxa de calor é definida por

$$\mathbf{Z}_{ms} = \frac{\partial \mathbf{T}_{ms}}{\partial Q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial T_2}{\partial Q} \\ \vdots \\ \frac{\partial T_n}{\partial Q} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Substituindo a Eq. (4.11) na função objetivo (Eq. 4.8) e minimizando-a em relação ao incremento da taxa de calor (o procedimento de minimização é descrito no apêndice B), ΔQ , obtém-se

$$\Delta Q = \left(\mathbf{Z}_{ms_M}^T \mathbf{Z}_{ms_M} \right)^{-1} \mathbf{Z}_{ms_M}^T (\mathbf{Y}_{ms_M} - \mathbf{T}_{ms_M}) \quad (4.13)$$

$$Q_M^{(j+1)} = Q_M^j + \Delta Q^j \quad (4.14)$$

A Equação (4.13) calcula o incremento da taxa de calor para cada iteração do tempo atual t_M . Considera-se que a convergência foi atingida uma vez que ΔQ se aproxima de zero para o passo de tempo em questão. Na Equação (4.14), o parâmetro j representa o processo iterativo no tempo t_M . O valor da taxa de calor da iteração seguinte é a soma do incremento com valor estimado na iteração anterior. O vetor de sensibilidades do sensor móvel do tempo atual, \mathbf{Z}_{ms_M} é definido da mesma forma que os vetores de temperatura da Eq. (4.10) e é recalculado em cada iteração.

Dependendo do critério de convergência adotado o método pode não atingir a convergência. De acordo com Woodbury [23], uma maneira de garantir a convergência é

assegurar que a variação relativa da taxa de calor seja menor que uma certa tolerância, τ , como mostrado na Eq. (4.15)

$$\left| \frac{\Delta Q^j}{Q_M^j} \right| < \tau \quad (4.15)$$

Geralmente o valor adotado na literatura para o parâmetro τ é menor ou igual a 0,001. Como pode ser observado no capítulo 2 de Woodbury [23], o valor de 0,0001 não apresenta um critério específico. Quando o fluxo de calor apresenta mudanças suaves ao longo do tempo a convergência é facilmente atingida, como pode ser observado no capítulo de resultados desse trabalho. É claro que um valor de tolerância muito pequeno implica em um tempo computacional muito elevado, que na maioria das vezes não compensa o ganho de precisão obtido, ou pode acarretar na não convergência em alguns passos de tempo.

A sensibilidade térmica pode ser calculada de maneira analítica ou numérica como mostrado em Beck *et al.* [25] e Woodbury [23]. Como não existe solução analítica conhecida para problemas complexos, como é o caso da soldagem, os coeficientes de sensibilidade (Eq. (4.12) para o tempo t_M são calculados de maneira aproximada pela Eq. (4.16).

$$\mathbf{Z}_{ms} = \frac{\mathbf{T}_{ms}|_{(1+\delta)Q(t_M)} - \mathbf{T}_{ms}|_{Q(t_M)}}{\delta Q(t_M)}, \quad \delta \ll 1 \quad (4.16)$$

Nesse trabalho é adotado o valor de $\delta = 0,001$ recomendado em Beck *et al.* [25].

5 MODELO NUMÉRICO

Nesse capítulo são descritos os modelos numéricos utilizados para o cálculo do problema direto de soldagem TIG e laser, bem como as propriedades térmicas, parâmetros e malha utilizados em cada caso. Como o modelo e a estratégia de solução é diferente para cada processo de soldagem, cada problema será tratado em uma seção particular.

5.1 Soldagem TIG

A condutividade térmica, k [W/(m · K)], e o calor específico a pressão constante, C_p [J/(kg · K)], do aço inoxidável AISI 304 utilizado no modelo numérico de soldagem TIG são definidos pelas Eqs. (5.1 e 5.2) [55]. Na zona de transição de fase foi considerado que as propriedades térmicas variam linearmente em função da fração de sólido-líquido. A emissividade na superfície do material foi considerada dependente da temperatura e foi obtida de Magalhães *et al.* [14] (Eq. 5.3).

$$k = \begin{cases} 14,30 + 0,1983T - 5,451 \times 10^{-6}T^2, & \theta = 1 \\ \theta k|_{T_m - \Delta T/2} + (1 - \theta)k|_{\theta=0}, & 0 < \theta < 1 \\ 31,378, & \theta = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

$$C_p = \begin{cases} 460,5 + 0,4257T - 5,050 \times 10^{-4}T^2 + 2,6608 \times 10^{-7}T^3, & \theta = 1 \\ \theta C_p|_{T_m - \Delta T/2} + (1 - \theta)C_p|_{\theta=0}, & 0 < \theta < 1 \\ 796,584, & \theta = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

$$\varepsilon = 8,47 \times 10^{-2} \ln(T) - 39,32 \times 10^{-2} \quad (5.3)$$

Com o objetivo de modelar o coeficiente de convecção natural, o qual depende da temperatura, foram utilizadas as correlações empíricas para a face superior de uma chapa plana horizontal aquecida [56], como mostra as Eqs. (5.4) e (5.5). Os número de Nusselt e Rayleigh na Eq. (5.4) são calculados utilizando o comprimento característico, l , definido pela Eq. (5.5). A Tabela 1 apresenta os valores dos parâmetros utilizados no problema direto de soldagem TIG.

$$Nu_l = \begin{cases} 0,54 Ra_l^{1/4}, & 10^4 \leq Ra_l \leq 10^7 \\ 0,15 Ra_l^{1/3}, & 10^7 < Ra_l \leq 10^{11} \end{cases} \quad (5.4)$$

$$l := \frac{A_s}{P} \quad (5.5)$$

Tabela 1 – Parâmetros do modelo térmico para a soldagem TIG.

Parâmetro	Valor	Descrição
u	50 [cm/min]	Velocidade de soldagem
r_s	1,8 [mm]	Raio da área de fluxo de calor
Δt	0,38 [s]	Intervalo de tempo
T_m	1400 [°C]	Temperatura de fusão
H	265200 [J/kg]	Entalpia de fusão
ρ	7900 [kg/m ³]	Massa específica
ΔT	80 [K]	Temperatura de transição de fase

A densidade da malha tetraédrica foi determinada através de um estudo de convergência. Um fluxo de 3×10^{10} W/m² foi aplicado com o objetivo de gerar uma grande variação de temperatura em um pequeno intervalo de tempo. A temperatura no centro da região aquecida foi analisada, onde atingiu mais de 2400 °C. Na Figura 8 mostra-se a variação obtida e o processo de convergência da malha. Na Tabela 2 é mostrado o número de elemento das malhas utilizadas no teste de convergência e a malha final é mostrada Fig. 9. A malha foi refinada na região central ao longo de todo o comprimento da placa, uma vez que a fonte de calor é móvel. O tamanho de elemento obtido na malha final na região da poça de fusão é de 0,4 mm.

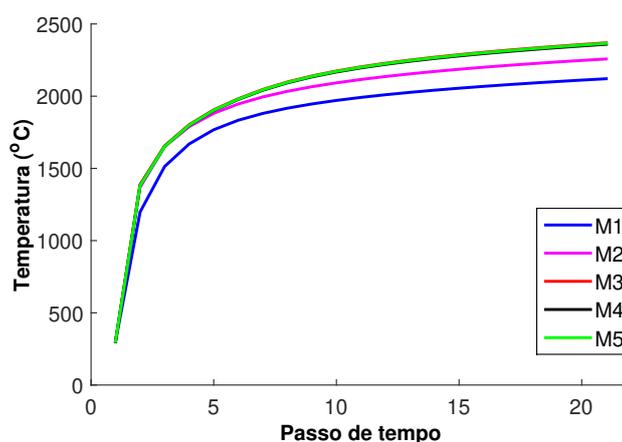


Figura 8 – Resultados do teste de convergência de malha.

A solução numérica do problema diferencial foi obtida através de aproximações polinomiais na discretização do tempo×espaço apropriado. Uma formulação fraca do problema é obtida através do produto da equação do calor por funções testes \tilde{w} propriamente

Tabela 2 – Malhas utilizadas no teste de convergência

Malha	Número de elementos
M1	2248
M2	10247
M3	23720
M4	66185
M5	90323

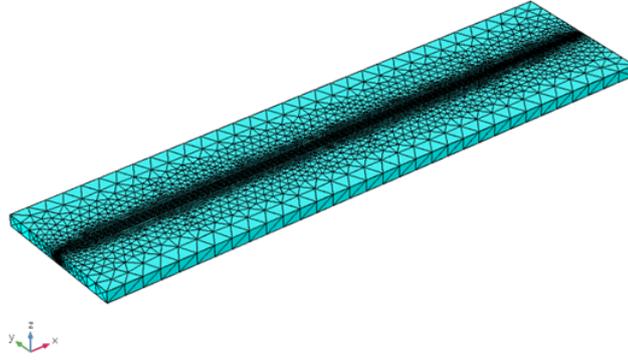


Figura 9 – Malha final (M5) para o modelo TIG.

regulares e integrando ao longo do domínio como mostrado na Eq. (5.6) para a Eq. (3.2). Sendo Ω o domínio de integração e dV o elemento infinitesimal de volume, tem-se:

$$\int_{\Omega} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \tilde{w} dV + \int_{\Omega} \rho c_p (\mathbf{u} \cdot \nabla T) \tilde{w} dV - \int_{\Omega} \nabla \cdot (k \nabla T) \tilde{w} dV = \int_{\Omega} Q_s \tilde{w} dV \quad (5.6)$$

Observando que a seguinte identidade é válida:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) \tilde{w} = \nabla \cdot (\tilde{w} (k \nabla T)) - (\nabla \tilde{w}) \cdot (k \nabla T) \quad (5.7)$$

O terceiro termo da Eq. (5.6) resulta em:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (k \nabla T) \tilde{w} dV = \int_{\Omega} \nabla \cdot (\tilde{w} (k \nabla T)) dV - \int_{\Omega} (\nabla \tilde{w}) \cdot (k \nabla T) dV \quad (5.8)$$

Do teorema da divergência, o primeiro termo do lado direito da igualdade na Eq. (5.8) pode ser escrito como uma integral de área, provendo o benefício de redução da ordem de integração:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\tilde{w} (k \nabla T)) dV = \int_{\partial \Omega} \tilde{w} (k \nabla T) \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.9)$$

sendo $\partial\Omega$ a fronteira de Ω e dS o elemento infinitesimal de área. Substituindo as Eqs. (5.9) e (5.8) na Eq. (5.6) é obtida a forma fraca da equação do calor:

$$\int_{\Omega} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \tilde{w} dV + \int_{\Omega} \rho c_p (\mathbf{u} \cdot \nabla T) \tilde{w} dV + \int_{\Omega} (\nabla \tilde{w}) \cdot (k \nabla T) dV = \int_{\Omega} Q_s \tilde{w} dV + \int_{\partial\Omega} \tilde{w} (k \nabla T) \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.10)$$

Na Equação (5.10) surge um termo de integral de área que representa o balanço de fluxo de calor que é transferido através fronteira do domínio. No caso do problema de soldagem TIG, o campo de velocidades é nulo e não existe termo fonte atuando no domínio. Assim, a Eq. (5.10) se reduz para:

$$\int_{\Omega} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \tilde{w} dV + \int_{\Omega} (\nabla \tilde{w}) \cdot (k \nabla T) dV = \int_{\partial\Omega} \tilde{w} (k \nabla T) \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.11)$$

A solução pode ser discretizada no tempo em função das funções de forma $\mathbf{N}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ e das temperaturas nodais $\Theta(\mathbf{t})$:

$$T(x, y, z, t) = \mathbf{N}(x, y, z) \Theta(t) \quad (5.12)$$

sendo que,

$$\nabla T = \nabla \mathbf{N} \Theta = \mathbf{B} \Theta \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \mathbf{N} \dot{\Theta} \quad (5.14)$$

Do método de Galerkin, as funções testes podem ser escrita na forma:

$$\tilde{w} = \mathbf{N} \mathbf{c} = \mathbf{c}^T \mathbf{N}^T \quad (5.15)$$

Dessa maneira, substituindo as aproximações dadas pelas Eqs. (5.13) e (5.14) em conjunto com a escolha das funções testes (Eq. 5.15) na forma fraca dada pela Eq. (5.11), resulta em:

$$\dot{\Theta} \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \rho c_p \mathbf{N} dV + \Theta \int_{\Omega} \mathbf{B}^T k \mathbf{B} dV = - \int_{\partial\Omega} \mathbf{N}^T q_n dS \quad (5.16)$$

A Equação (5.16) pode ser escrita na forma compacta como um sistema de equações:

$$\mathbf{C} \dot{\Theta}(t) + \mathbf{K} \Theta(t) = \mathbf{f} \quad (5.17)$$

Para esse caso, as funções de interpolação N_i são dadas pelo polinômio interpolador de Lagrange de grau 2.

O sistema de equações lineares foi solucionado através do solver direto PARDISO (*Parallel Sparse Direct Solver*) [57]. Esse é um solver direto otimizado pra cálculo multithread, entretanto possui um consumo alto de memória RAM se comparado com outros solvers. COMSOL Multiphysics utiliza a versão do PARDISO desenvolvida por Olaf Schenk e colaboradores.

Para o esquema de integração no tempo foi utilizado o método BDF (*Backward Differentiation Formula*) com ordem e passo de tempo variáveis baseados na fórmula:

$$\sum_{i=1}^{K_1} a_{M,i} y_{M-i+1} + h_M \sum_{i=0}^{K_2} b_{M,i} \dot{y}_{M-i} = 0 \quad (5.18)$$

Na Equação (5.18), y_M representa uma aproximação para $y(t_M)$ e $h_M = t_M - t_{M-1}$ é o passo de tempo variável. Nesse problema foi estipulada ordem máxima igual a 2 com passo de tempo variável sendo o passo de tempo máximo de 0,38 s. O programa utiliza o método *Backward Euler* como método de inicialização nas primeiras etapas da solução. Foi estipulada uma tolerância relativa de 10^{-3} .

5.2 Soldagem a laser

Para o problema de soldagem a laser foi utilizada uma malha tetraédrica com 553110 elementos, refinada na região da poça de fusão como mostrado na Fig. 10. A malha foi dividida em duas partes, sendo refinada na região da poça de fusão e grosseira em pontos afastados com o objetivo de ganho computacional. Foi estipulado um tamanho de aresta do elemento de 0,1 mm na região da poça de fusão através de um estudo de convergência de malha.

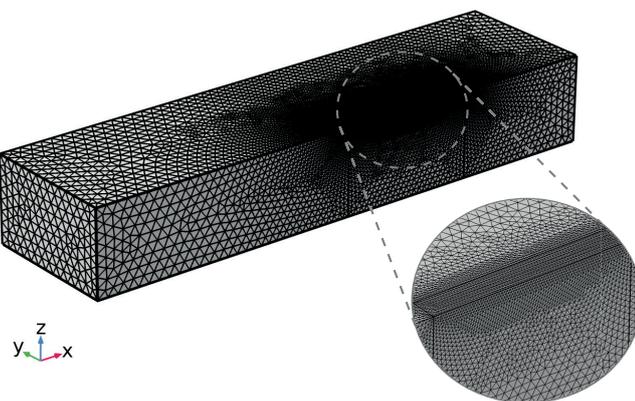


Figura 10 – Malha tetraédrica para do modelo numérico de soldagem a laser.

Nesse estudo foi considerado uma alta potência do laser $I = 4000$ W e eficiência $\eta = 1$ na Eq. 3.8. Foram analisados os comprimentos de 1 mm, 0,8 mm, 0,4 mm, 0,2 mm e 0,1 mm para a maior aresta do elemento, l_e , na região próxima a poça de fusão, a qual apresenta os maiores gradientes de temperatura. A Figura 11a mostra os resultados no ponto de maior temperatura no interior da poça de fusão. Em malhas grosseiras, além do comportamento oscilatório da solução, existe um grande erro no valor numérico da função no ponto. Com a diminuição de l_e , a solução converge para um mesmo resultado. A maior

diferença de temperatura calculada entre as soluções para $l_e = 0,2$ mm e $l_e = 0,1$ mm é de 24 °C, o que representa menos que 1% a variação máxima de temperatura. Nenhum ganho de precisão para tamanho de elemento menor que 0,1 mm é significativo se comparado com o custo computacional adicional, justificando a malha escolhida para a simulação. Na malha com $l_e = 0,2$ mm o custo de memória RAM foi de 13 GB, enquanto que para $l_e = 0,1$ mm foi de 35 GB. Isso mostra que em computadores comuns com 16 GB de memória RAM, o problema ainda pode ser solucionado com uma boa precisão. É importante ressaltar que a análise foi realizada para o solver direto PARDISO, que tem um uso elevado de RAM, mas fornece grande velocidade de solução.

Outro critério de convergência utilizado foi o formato da poça de fusão que pode ser observado na Fig. 11b. A convergência no formato da poça de fusão foi obtida para $l_e = 0,1$ mm. Pode-se notar que o refinamento da malha altera o formato da poça de fusão para uma geometria mais próxima da realidade. Além disso os contornos da zona fundida são mais bem definidos.

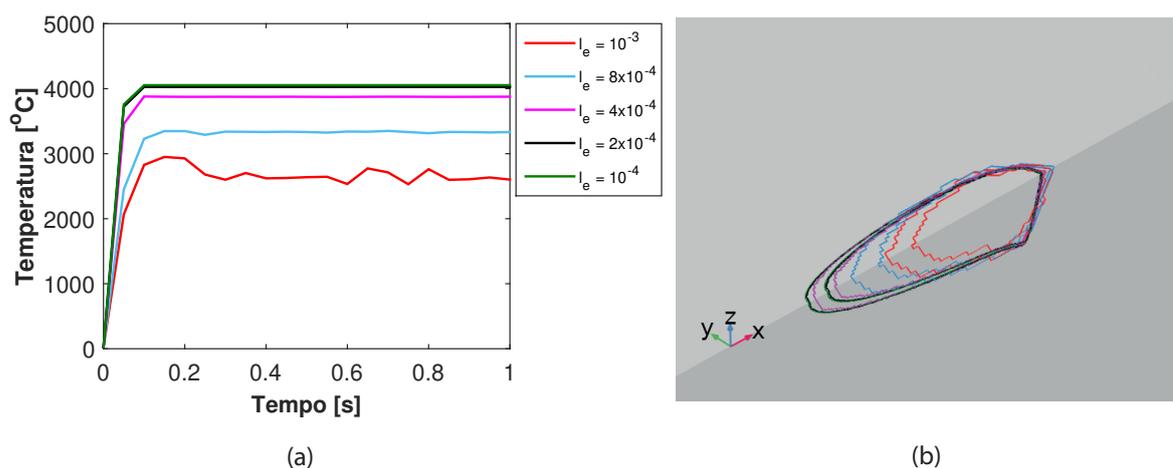


Figura 11 – (a) Temperatura calculada no ponto de máxima temperatura interno à poça de fusão para vários tamanhos de elemento, l_e , dado em milímetros. (b) Convergência da geometria da poça de fusão em função do tamanho do elemento l_e .

A convergência do campo de velocidades também foi atingida como mostrado na Fig. 12. Para uma malha grosseira (Fig. 12a e 12b) o campo de velocidades apresenta um comportamento não correspondente com a física do problema. Para $l_e = 1$ mm os vetores de velocidade na superfície da poça de fusão apontam para o ponto de maior temperatura, enquanto que para $l_e = 0.8$ mm a solução apresenta um comportamento oscilatório na direção do eixo x . Com o refinamento da malha (12c-12e) o campo de velocidade apresenta o comportamento esperado e convergente.

Na Tabela 3 estão listados os valores dos parâmetros utilizados no cálculo computacional. As propriedades térmicas em função da temperatura no estado sólido para o aço

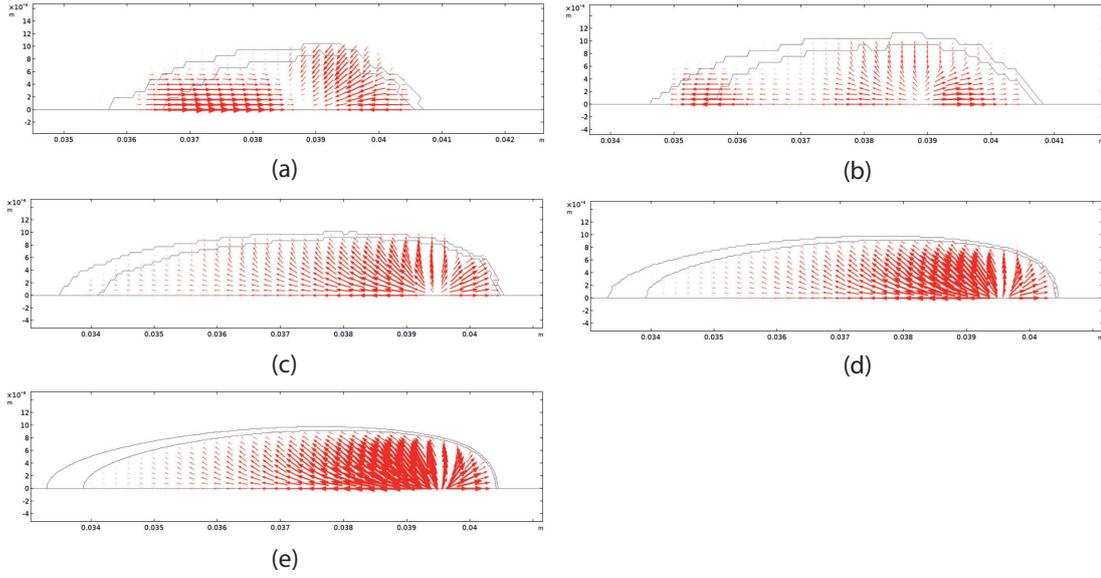


Figura 12 – Convergência do campo de velocidades com a diminuição do tamanho do elemento l_e . (a) $l_e = 1\text{mm}$. (b) $l_e = 0.8\text{ mm}$. (c) $l_e = 0.4\text{ mm}$. (d) $l_e = 0.2\text{ mm}$. (e) $l_e = 0.1\text{ mm}$

AISI 1020 foram retiradas de Clain *et al.* [58] e Ferreira *et al.* [59] e são mostradas nas Figuras 13 e 14.

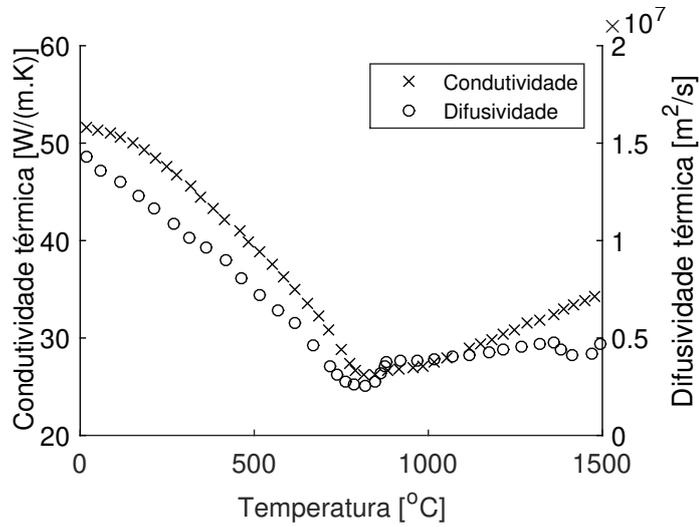


Figura 13 – Propriedades térmicas em função da temperatura para o aço AISI 1020.

A solução do problema foi obtida na formulação fraca utilizando a mesma metodologia apresentada na seção 5.1. Sendo assim, assumindo que \tilde{T} , $\tilde{\mathbf{u}}$, e \tilde{p} são funções teste, deseja-se obter uma solução para T , u e p de modo que o sistema dado pelas Eqs. (5.19-5.21) seja satisfeito.

$$\int_{\Omega} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \tilde{T} dV + \int_{\Omega} \rho c_p (\mathbf{u} \cdot \nabla T) \tilde{T} dV + \int_{\Omega} (\nabla \tilde{T}) \cdot (k \nabla T) dV = \int_{\Omega} Q_s \tilde{T} dV + \int_{\partial\Omega} \tilde{T} (k \nabla T) \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.19)$$

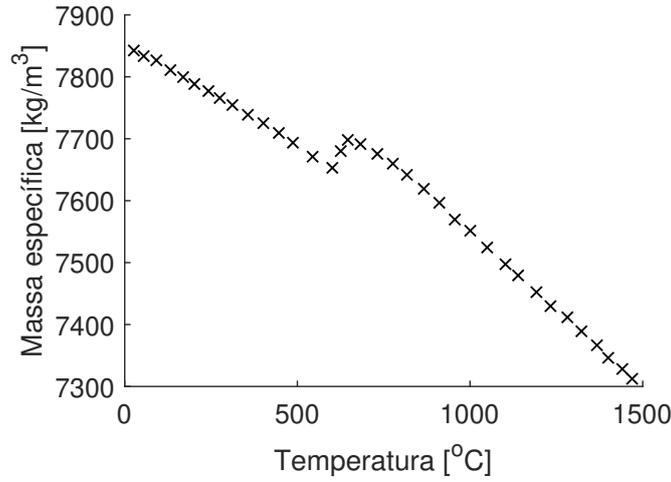


Figura 14 – Massa específica em função da temperatura para o aço AISI 1020.

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \tilde{\mathbf{u}} dV + \int_{\Omega} [\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}] \tilde{\mathbf{u}} dV + \int_{\Omega} (-p\mathbf{I} + \mathbf{K})(\nabla \tilde{\mathbf{u}}) dV = \int_{\Omega} \mathbf{F} \cdot \tilde{\mathbf{u}} dV \quad (5.20)$$

$$+ \int_{\partial\Omega} (-p\mathbf{I} + \mathbf{K}) \tilde{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\int_{\Omega} (\rho \nabla \mathbf{u}) \tilde{p} dV = 0 \quad (5.21)$$

O sistema de equações que governam o problema foram solucionados através de aproximações polinomiais com discretização apropriada do espaço×tempo utilizando o procedimento mostrado na seção 5.1. A discretização da função de temperatura no domínio foi realizada através de elementos de Lagrange lineares nesse caso. Já a discretização de (\mathbf{u}, p) foi realizada através de elementos de Lagrange quadráticos (P2, P2). O sistema linear de equações é solucionado através do solver direto PARDISO. O sistema linear é solucionado de maneira totalmente acoplada, ou seja, um único grande sistema de equações é montado e todas as variáveis são solucionadas de uma só vez dentro de uma mesma iteração. Essa abordagem é utilizada pois a solução converge de maneira mais robusta e em menos iterações que o método de solução segregado, entretanto o consumo de memória RAM é mais elevado. Assim como no problema de soldagem TIG, foi utilizado o método BDF com ordem e passo de tempo variáveis, com ordem máxima 2 e passo de tempo máximo de 0.05 s. Foi utilizado o método Backward Euler para inicialização do processo de solução.

A abordagem do método dos elementos finitos em soluções numéricas para problemas de transporte envolvendo difusão e convecção pode levar a problemas de instabilidade nos resultados. Seja a equação de transporte genérica dada pela Eq. 5.22,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + b \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot (c \nabla \phi) + f \quad (5.22)$$

Tabela 3 – Parâmetros do modelo numérico.

Parâmetro	Valor	Descrição
x_0	0,04 [m]	Coordenada x da fonte de calor
y_0	0 [m]	Coordenada y da fonte de calor
u_w	0,05 [m/s]	Velocidade de soldagem
R_L	4,4E-4 [m]	Raio do feixe de laser
T_L	1821,2 [K]	Temperatura de transição da fase líquida
T_S	1766,2 [K]	Temperatura de transição da fase sólida
μ	0,006 [kg/(m · s)] [60]	Viscosidade
ξ	1,0E+6	Coefficiente de amortecimento
b	0.001	Constante da força de amortecimento
β	1,3E-4 [1/K] [61]	Coefficiente de expansão térmica
ρ_L	6980 [kg/m ³] [62]	Massa específica da fase líquida
c_{pL}	845 [J/(kg · K)] [62]	Calor específico da fase líquida
k_L	33,4 [W/(m · K)] [62]	Condutividade térmica da fase líquida
$\frac{\partial\gamma}{\partial T}$	1,8 [N/(m · K)] [63]	Tensão superficial
d	0,0016 [m]	Comprimento de penetração do laser

é provado matematicamente que instabilidades numéricas ocorrem quando o número de Péclet é maior que a unidade [64]. Sendo l_e o comprimento da maior aresta do elemento, o número de Péclet, Pe , é definido como:

$$Pe := \frac{\|b\| l_e}{2c} \quad (5.23)$$

Um grande número de Péclet indica que os efeitos convectivos dominam o problema em relação aos efeitos difusivos em um determinado elemento de tamanho l_e . Para o modelo numérico de soldagem a laser estudado, o número de Péclet deve ser analisado tanto no problema térmico (Pe_c) dado pela Eq. (3.2), quanto na equação de Navier-Stokes (Pe_f) dada pela Eq. (3.20). Desse modo, os valores de Pe_c e Pe_f são calculados como:

$$Pe_c = \frac{\rho c_p \|\mathbf{u}\| l_e}{2k} \quad (5.24)$$

$$Pe_f = \frac{\|\mathbf{u}\| l_e}{2\nu} \quad (5.25)$$

sendo ν a viscosidade cinemática.

Como pode ser observado na Fig. 15, o número de Péclet varia de 0,9 a 2 na região da malha refinada onde é formada a poça de fusão para os dois casos. A medida que a malha se torna mais grosseira longe da região poça de fusão o número de Péclet aumenta.

Uma solução para diminuir o valor desse adimensional é fazer um refinamento ainda maior da malha, entretanto o tempo computacional e o consumo de memória RAM aumentaria consideravelmente. Uma alternativa para solucionar esse problema foi a utilização de métodos de estabilização consistentes dos tipos *streamline diffusion* e *crosswind diffusion*.

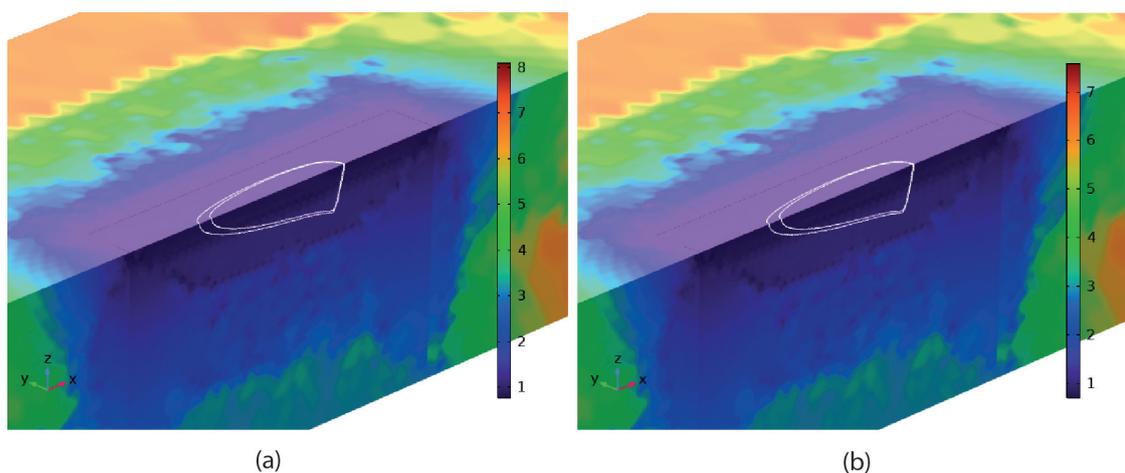


Figura 15 – (a) Número de Péclet para o problema térmico (Pe_c) em função das propriedades locais e do tamanho do elemento. (b) Número de Péclet para o problema hidrodinâmico (Pe_f)

O método de *streamline diffusion* adiciona uma pequena quantidade de difusão artificial na direção das linhas de corrente. Para esse caso, foi utilizado o método *Streamline Upwind Petrov-Galerkin* (SUPG) [65] implementado no COMSOL Multiphysics.

Outro problema numérico que ocorre na solução desse problema é a descontinuidade gerada pelo termo de força volumétrica, \mathbf{F}_d , na Eq. 3.20. No caso da soldagem a laser, para evitar divergência na solução, devido à transição brusca de velocidades geradas pelo termo de amortecimento (Eq. 3.23), foi realizado um estudo paramétrico cujo valor do parâmetro ξ variou de 4×10^5 até 10^6 com passo de 2×10^5 . No estudo paramétrico, os chutes iniciais para a solução do problema para um determinado parâmetro parte da solução obtida para o parâmetro anterior, facilitando a convergência e garantindo uma transição suave em uma região onde teoricamente haveria uma descontinuidade na física no problema.

5.3 Algoritmo computacional

A Figura 16 apresenta o algoritmo generalizado desenvolvido para a estimação da taxa de calor em problemas multifísicos com mudança de estado sólido-líquido, auxiliado pelo software COMSOL Multiphysics.

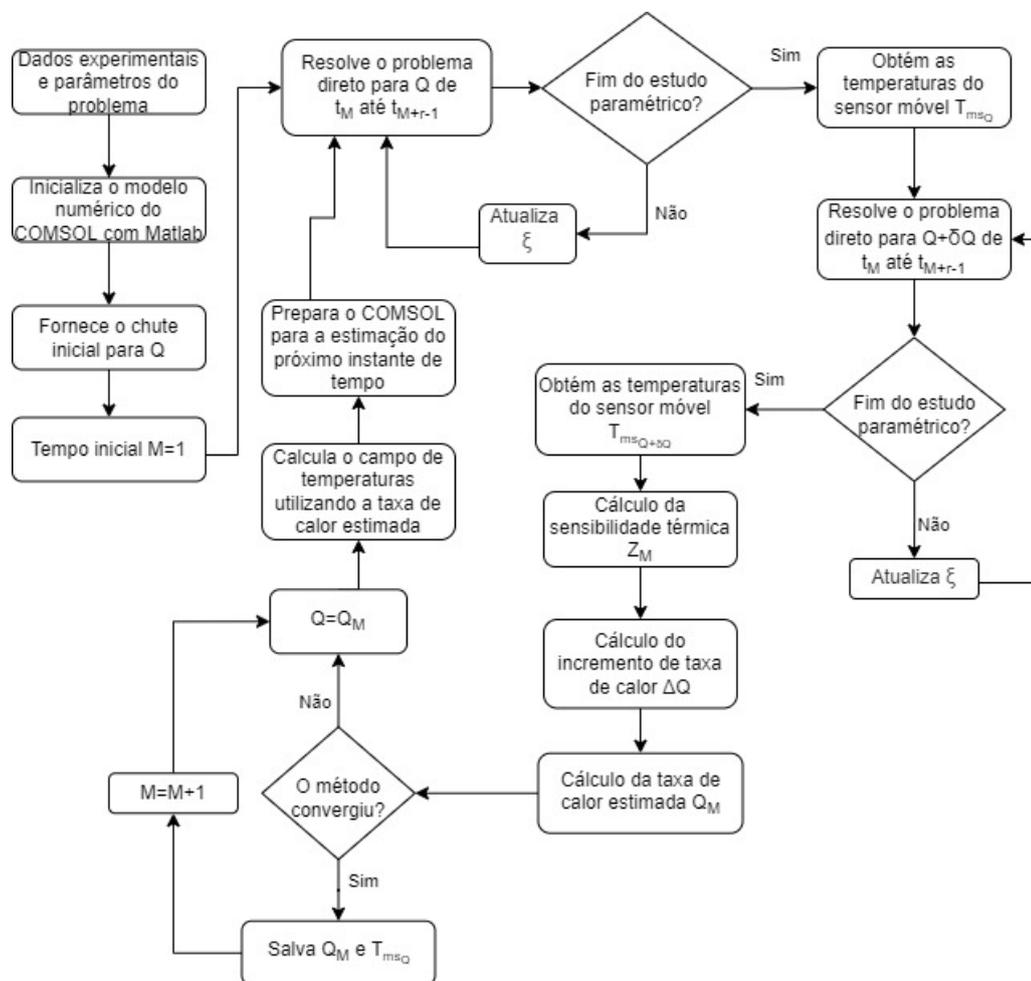


Figura 16 – Algoritmo de solução do problema inverso generalizado de estimação da taxa de calor.

O vetor de temperaturas experimentais \mathbf{Y}_{ms} , os parâmetros do problema inverso e da simulação são fornecidos no início do programa. É feita a comunicação do Comsol com o Matlab através de um Comsol server iniciado pelo recurso Livelink with Matlab. O arquivo do modelo numérico de extensão .mph é carregado pelo programa e é realizada uma preparação do Comsol para a rotina de estimação através de uma solução trivial do modelo. Um chute inicial arbitrário Q é fornecido para a taxa de calor para o passo de tempo inicial $M=1$. Na sequência é iniciada a rotina de estimação da taxa de calor para o tempo t_M . O problema direto é solucionado de maneira iterativa através de um estudo paramétrico do tempo t_M até t_{M+r-1} , variando o coeficiente de amortecimento ξ , com o objetivo de evitar problemas de convergência. Uma vez atingida a convergência, uma função é utilizada para armazenar as temperaturas do sensor móvel $T_{ms}(Q)$. Uma

pequena perturbação δQ é adicionada ao valor da taxa de calor e o problema direto é solucionado novamente obtendo-se o sensor móvel de temperaturas $T_{ms}(Q + \delta Q)$. A sensibilidade térmica do sensor móvel é calculada pela Eq. (4.16). Então, o incremento de taxa de calor ΔQ é calculado utilizando a Eq. (4.13) e é atualizado o valor da taxa de calor estimada Q_M . Se o método não atingir o critério de convergência (Eq. 4.15), Q assume o valor de Q_M como chute inicial na próxima iteração. Caso contrário, Q_M é o valor estimado para o instante de tempo atual e o programa avança para o passo de tempo seguinte $M + 1$. Desse modo, o valor estimado é utilizado como chute inicial para a estimação de Q_{M+1} e Q_M é utilizado para o cálculo do campo de temperaturas do domínio com intervalo de tempo computacional Δt que é utilizado como condição inicial do problema direto da estimação do próximo instante de tempo.

A escolha do fluxo estimado no tempo anterior ser o chute inicial da estimação do próximo instante de tempo contribui para uma diminuição do número de iterações necessárias para atingir a convergência, uma vez que a função da taxa de calor não possui grandes variações no tempo devido à natureza do processo de soldagem.

6 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

6.1 Soldagem TIG

Os experimentos em soldagem TIG foram realizados em chapas de aço inoxidável AISI 304 de dimensões $200 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$. Para obter o sensor móvel de temperatura foram utilizados dez termopares tipo K soldados por descarga capacitiva no centro da face inferior das amostras (Figura 17). Os termopares foram posicionados com um espaçamento de $16,7 \text{ mm}$ como mostrado na Figura 18.

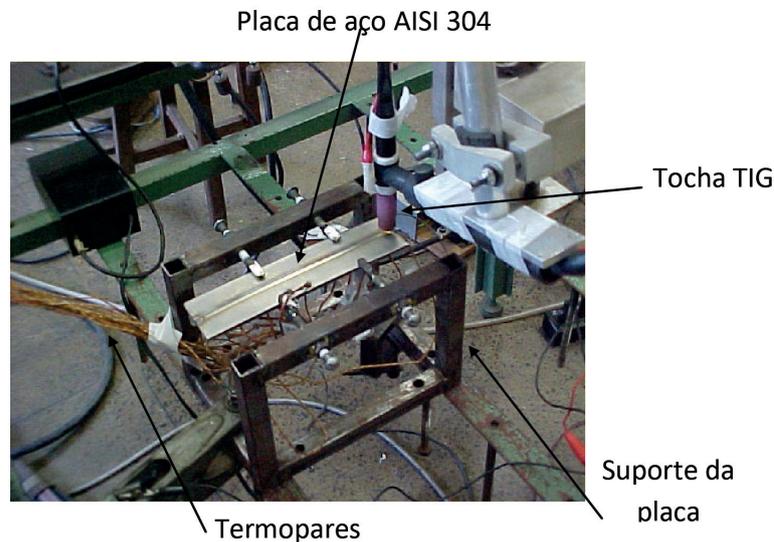


Figura 17 – Montagem experimental do processo de soldagem TIG.

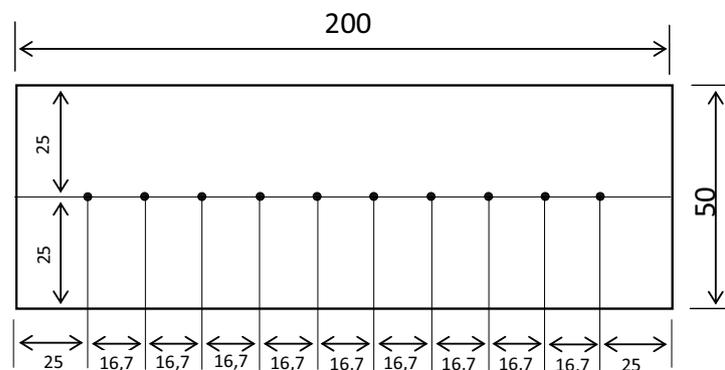


Figura 18 – Dimensões da chapa de aço AISI 304 e posicionamento dos termopares na face inferior da amostra (dimensões em milímetros).

Através do planejamento de experimentos utilizando a metodologia de Taguchi, foram realizados nove experimentos cujos parâmetros estão apresentados na Tabela 4. O

método Taguchi engloba um conjunto de técnicas com o objetivo de estabelecer o chamado Projeto Robusto e é bastante aplicado na área da manufatura e engenharia de qualidade. Basicamente ele é composto de quatro etapas:

1. Identificação dos fatores a serem estudados;
2. Planejamento de experimentos;
3. Determinação dos níveis ótimos dos parâmetros;
4. Validação dos resultados.

Para o objetivo desse trabalho, que é determinar a influência dos parâmetros em uma propriedade do processo, foram realizadas as etapas de 1 a 3. A teoria da metodologia de planejamento de experimentos e análise estatística pode ser encontrada em Montgomery [66].

O comprimento de arco, ângulo da ponta do eletrodo, gás de proteção e corrente de soldagem foram variados com o intuito de verificar a influência desses parâmetros na eficiência térmica do processo. Todos os parâmetros variaram em três níveis, com exceção do gás de proteção que variou em apenas dois. A velocidade de soldagem em todos os experimentos foi de 50 cm/min em trajetória retilínea na direção longitudinal no centro da chapa.

Tabela 4 – **Parâmetros dos experimentos de soldagem TIG.**

Experimento	Temperatura ambiente [°C]	Comprimento de arco [mm]	Ângulo da ponta do eletrodo [°]	Gás de proteção	Corrente [A]
E1	28,88	2	30	Ar	41
E2	28,84	3	30	Ar+25%He	70
E3	28,56	4	30	Ar+25%He	101
E4	36,89	2	60	Ar+25%He	70
E5	27,85	3	60	Ar	101
E6	28,63	4	60	Ar+25%He	41
E7	29,98	2	90	Ar+25%He	101
E8	30,05	3	90	Ar+25%He	41
E9	29,67	4	90	Ar	70

6.2 Soldagem a laser

Os experimentos foram realizados em amostras de aço AISI 1020 de dimensões $9,5 \text{ mm} \times 21 \text{ mm} \times 207 \text{ mm}$ utilizando uma fonte laser IPG-YLS 10000 de potência máxima de 10 kW. Foi utilizada uma potência de 3 kW e velocidade de soldagem de 3 m/min para minimizar a vaporização do metal e conseqüentemente a formação de *keyhole*. O feixe de laser possui raio de 0,440 mm na superfície da amostra e distribuição gaussiana de intensidade. Para medir a temperatura foram utilizados 10 termopares tipo K espaçados de $\Delta x = 5 \text{ mm}$ posicionados na face superior da chapa e paralelos ao cordão de solda como mostrado na Fig. 19. Os termopares foram posicionados dessa maneira com o objetivo de obter a maior sensibilidade térmica possível. A posição de cada termopar, Δy_i , em relação ao eixo y foi medida após cada experimento e é mostrado na Tabela 5.

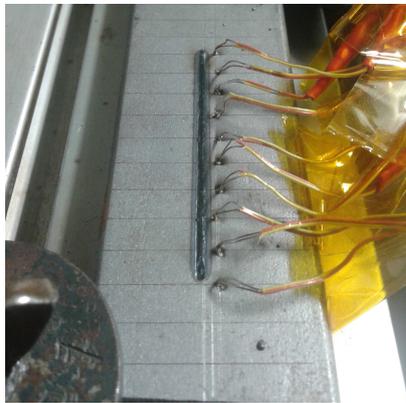


Figura 19 – Termopares posicionados paralelos ao cordão de solda.

Tabela 5 – Distância Δy_i [mm] de cada termopar em relação ao cordão de solda.

Termopar	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3
T1	1,97	1,94	2,51
T2	1,96	1,94	2,51
T3	1,97	1,82	2,53
T4	2,10	1,79	2,60
T5	2,10	1,74	2,42
T6	1,98	1,65	2,38
T7	2,19	1,68	2,39
T8	2,30	1,71	2,39
T9	2,35	1,68	1,91
T10	2,36	1,60	2,20

As temperaturas foram coletadas por uma aquisição de dados Keysight 34970A controlada por um notebook usando um intervalo de tempo medição de 0,1 s. Para conseguir medir nesse pequeno intervalo de tempo, as medições foram realizadas em milivolts. Foi utilizado um termômetro de resistência (PT100) com calibração RBC para medir a temperatura de referência (temperatura ambiente). Por fim, com o auxílio da curva de calibração para o termopar tipo K [67] foram feitas as conversões de tensão para graus Celsius. Na Tabela 6 estão os coeficientes, c_i , utilizados na conversão da tensão E (em μV) para a temperatura T (em $^\circ\text{C}$) dada pela Eq. (6.1). Um desenho esquemático do aparato experimental é mostrado na Fig. 20.

$$T(E) = c_i E^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (6.1)$$

Tabela 6 – Coeficientes para conversão de tensão em temperatura para o termopar K.

Temperatura:	0 a 500 $^\circ\text{C}$	500 a 1372 $^\circ\text{C}$
Tensão:	0 a 20,644 μV	20,644 a 54,886 μV
c_0	0,000000E+00	-1,318058E+02
c_1	2,508355E+01	4,830222E+01
c_2	7,860106E-02	-1,646031E+00
c_3	-2,503131E-01	5,464731E-02
c_4	8,315270E-02	-9,650715E-04
c_5	-1,228034E-02	8,802193E-06
c_6	9,804036E-04	-3,110810E-08
c_7	-4,413030E-05	
c_8	1,057734E-06	
c_9	-1,052755E-08	

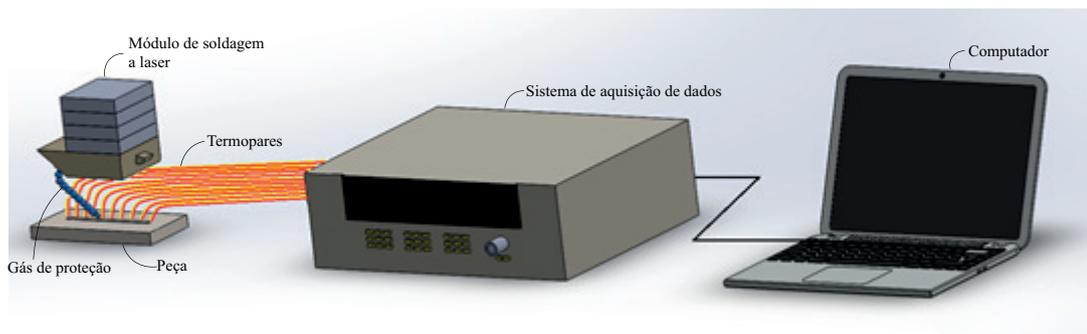


Figura 20 – Desenho esquemático da montagem experimental da soldagem a laser.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados apresentados nesse capítulo foram obtidos através de um código computacional desenvolvido em Matlab para solucionar os problemas inversos em processos de soldagem, utilizando o software Comsol Multiphysics para o cálculo numérico dos modelos apresentados no capítulo 3. O algoritmo implementado encontra-se no Apêndice C.

7.1 Soldagem TIG

O fluxo de calor foi estimado para cada um dos nove experimentos listados no capítulo 6 utilizando a metodologia descrita no capítulo 4. Com isso, a eficiência térmica para cada experimento foi calculada com base na potência do laser. Além disso, foi estudado a influência dos parâmetros de soldagem na eficiência térmica do processo.

Na Figura 21 mostra-se as temperaturas medidas pelos 10 termopares, localizados na face inferior da chapa metálica, para os experimentos E3 e E9. O sensor móvel de temperatura, Y_{ms} , para os nove experimentos são mostrados na Fig. 22. Essas curvas foram obtidas através da interpolação das temperaturas máximas obtidas pelos termopares em cada experimento.

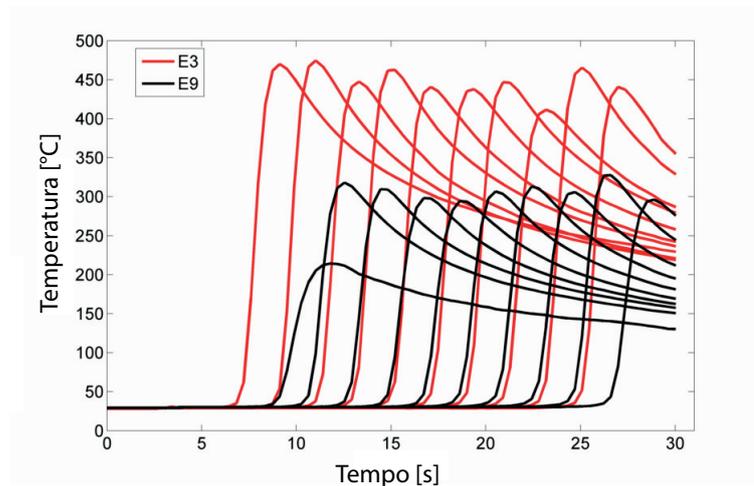


Figura 21 – Temperaturas medidas para os experimentos E3 e E9.

Na Figura 23 são apresentadas as taxas de calor estimadas, $Q(t)$, transmitida para a chapa de aço inoxidável AISI 304 nos nove experimentos. Através dos valores estimados, a taxa de calor média foi calculada, bem como sua respectiva eficiência térmica (Tabela 7). A taxa de calor no processo de soldagem TIG apresentou um comportamento médio constante, como era esperado, facilitando o processo de convergência do problema inverso.

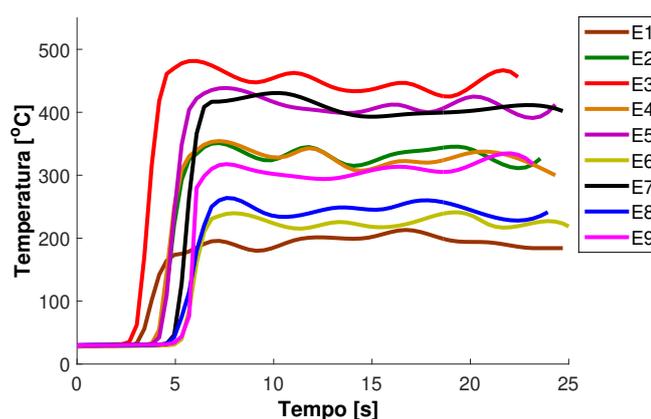


Figura 22 – Sensores móveis de temperatura calculados.

Após os segundos iniciais de aquecimento, a convergência foi atingida com apenas duas iterações, em média, para cada passo de tempo, atingindo erros relativos da ordem de 10^{-9} , como mostrado na Fig. 24. O tempo computacional variou de 440 min (E1) a 800 min (E3) utilizando um processador Intel Core i7-4790 de 3,6 GHz.

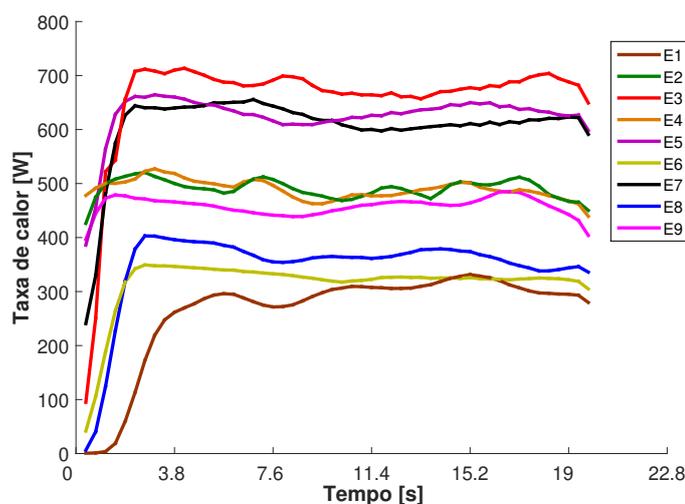


Figura 23 – Taxa de calor estimada em função do tempo.

Uma comparação entre as temperaturas estimadas e experimentais para os nove experimentos é apresentada na Fig. 25. Nota-se que o comportamento das temperaturas estimadas se aproxima das medidas experimentalmente, apresentando uma diferença média de 4,3% nos seus valores máximos. É importante notar que o modelo teórico busca representar o fenômeno físico tanto quanto possível, mas ainda assim é difícil encontrar os valores exatos das propriedades térmicas e parâmetros na literatura, o que pode contribuir para divergências entre os resultados numéricos e experimentais.

Pode ser notada uma correlação entre a eficiência térmica e a potência de soldagem fornecida pelo processo. Quanto maior a taxa de calor imposta, menor é a eficiência térmica do processo de soldagem, como mostrado na Fig. 26. A linha vermelha do gráfico

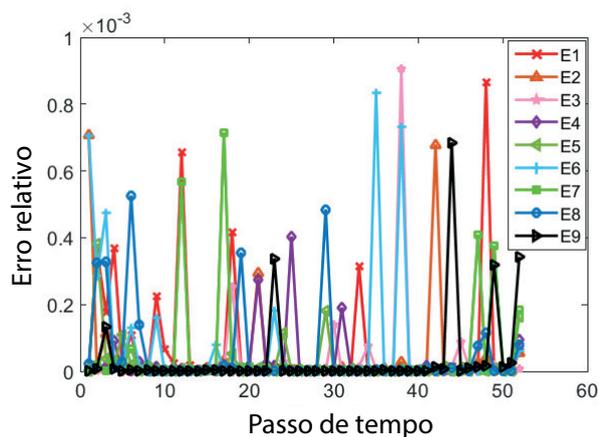


Figura 24 – Gráfico de convergência da solução do problema inverso.

Tabela 7 – **Eficiência térmica média estimada.**

Amostra	Taxa de calor estimada média [W]	Eficiência térmica média [%]
E1	293,33	87,2
E2	491,46	70,6
E3	684,58	63,4
E4	491,09	76,9
E5	635,32	65,5
E6	329,75	77,8
E7	623,22	72,6
E8	369,67	86,7
E9	461,07	67,9

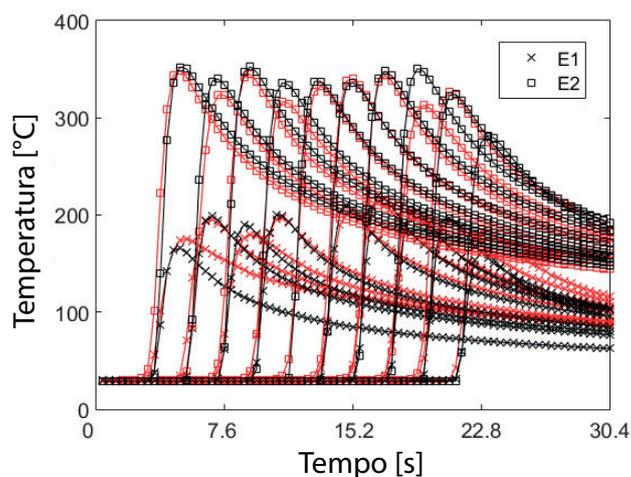


Figura 25 – Temperaturas numéricas (preto) e experimentais (vermelho) para os nove experimentos E1 e E2.

representa um ajuste quadrático da eficiência em função da taxa de calor, $\eta(Q)$, com coeficiente de determinação de 83% e é dada pela Eq. (7.1) dentro do intervalo de 293 a 685 W. É possível notar no gráfico três regiões de agrupamento dos pontos dispersos, representando as correntes de 41 A (293 W a 370 W), 70 A (461 W a 491 W) e 101 A (623 W a 685 W). Isso mostra que quanto menor a corrente de soldagem, menor é a eficiência térmica do processo. A dispersão dos pontos relacionados ao agrupamento dos resultados para cada nível de corrente é explicada pela variação dos outros parâmetros de soldagem, sendo mais influenciada pelo comprimento de arco. Assim, em um agrupamento de pontos no gráfico que representam um processo realizado com mesma corrente de soldagem, pontos com menor eficiência térmica estão associados com o aumento da distância do eletrodo em relação à superfície da chapa.

$$\eta(Q) = 120 - 0,12Q + 7,1 \times 10^{-5}Q^2, \quad 293 \leq Q \leq 685 \quad (7.1)$$

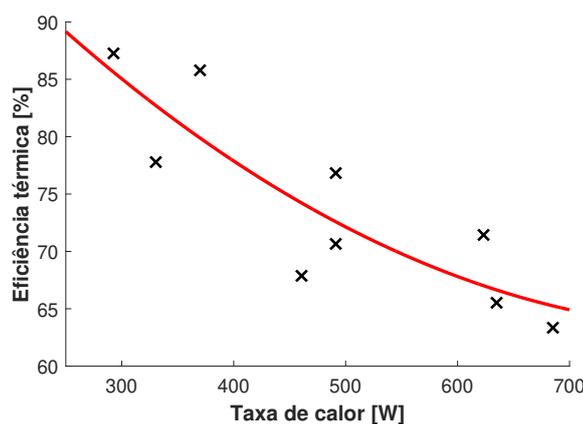


Figura 26 – Relação entre a taxa de calor que atua no material e a eficiência térmica do processo de soldagem TIG.

Na literatura, pode-se encontrar valores de eficiência térmica no intervalo de 21%-90% para vários tipos de materiais e parâmetros de soldagem. Para o processo de soldagem TIG analisado nesse trabalho, a eficiência térmica média é de 75% e é consistente com os trabalhos recentes nesse tópico. De acordo com Stenbacka [5], baseado em estudos de soldagem TIG para o aço inoxidável 304, nas últimas duas décadas, a média experimental da eficiência térmica encontra-se entre 56% e 85%.

Com o objetivo de investigar a influência dos parâmetros de soldagem na eficiência térmica para esse problema, foi utilizado o método de análise de Taguchi. O ângulo da ponta do eletrodo, o comprimento do arco, o gás de proteção e a corrente de soldagem foram analisados nos níveis estabelecidos conforme a Tabela 4. Como mostrado na Fig. 27, a corrente elétrica é estatisticamente significativa para determinar a eficiência do processo, com um nível de significância de 10%. Assim, quanto menor a corrente (e portanto, a potência de soldagem), maior é a eficiência térmica do processo. Conforme apresentado,

quando a corrente foi de 41 A, a eficiência atingiu 84%, enquanto para a maior corrente de 101 A, esse valor se manteve em aproximadamente 67%. Esse resultado é esperado. Quando a corrente é alta, mais energia é entregue para a chapa. Desse modo, as perdas de energia para o ambiente, devido a radiação e convecção, também tendem a aumentar. Como esses efeitos não são lineares, isso afeta a eficiência térmica em geral. Esse comportamento também é observado nos trabalhos experimentais de Rykalin [68], Niles and Jackson [69] e Dutta *et al.* [70] em processos de soldagem TIG.

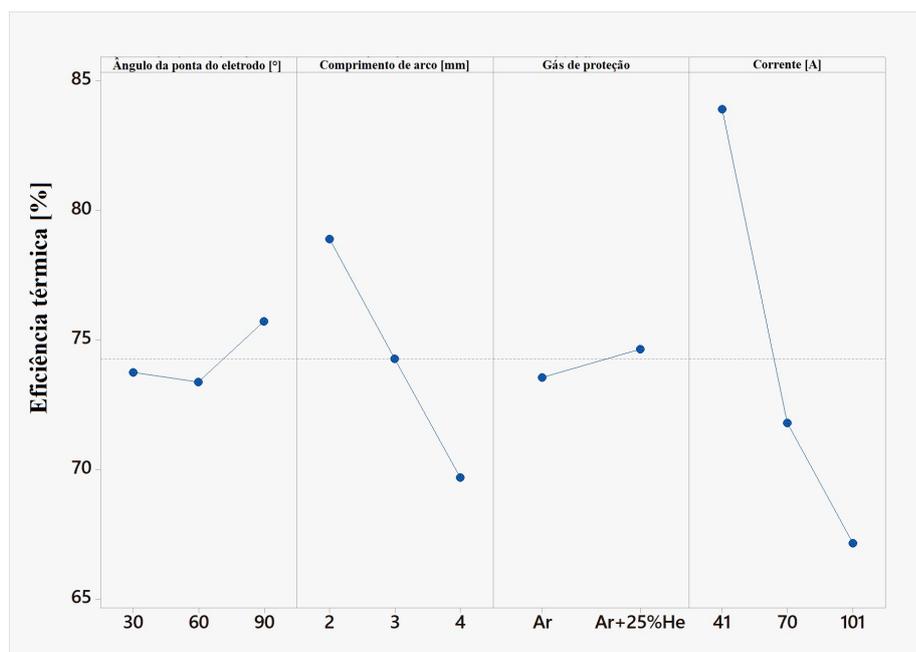


Figura 27 – Análise da influência dos parâmetros de soldagem na eficiência térmica pelo método Taguchi.

Outro fator que possui relevância estatística em relação a eficiência térmica é o comprimento de arco. Nota-se que quanto maior a distância entre o eletrodo e a chapa, menor é a eficiência térmica. Para uma distância de 2 mm, a eficiência é aproximadamente 78% enquanto que em 4 mm esse valor diminui para 69%. De fato, esse comportamento também é esperado. Quando a distância aumenta, o arco elétrico se torna instável, assim, um alto nível de energia é necessário para estabilizar e manter o arco. Além disso, arcos mais longos tendem a perder mais energia por radiação para o ambiente. Esses resultados também podem ser observados nos trabalhos de Rykalin [71], Ghent *et al.* [72] e Collings *et al.* [3].

O ângulo da ponta do eletrodo apresentou um pequeno aumento na eficiência térmica ao variar de 60° para 90°. Entretanto, essa diferença não é significativa (74%-76%). Como pode ser observado na Fig. 27, esse aumento da eficiência não ocorre de mudança do ângulo de 30° para 60°. Isso pode ser explicado pelo fato de quando o eletrodo está inclinado é necessário mais energia para manter o arco aberto, enquanto que quando o eletrodo está alinhado a 90° há uma simetria do arco, a qual ligeiramente aumenta sua

estabilidade. Sendo assim, é esperado um pequeno aumento da eficiência para um ângulo perpendicular a superfície do que para ângulos inclinados.

O gás de proteção também não mostrou influência significativa, mesmo assim, o aumento na concentração de He foi acompanhado pelo aumento da eficiência térmica (Fig. 27). Os resultados de eficiência térmica obtidos por Niles e Jackson [69] e Smartt [8] mostraram que para cinco razões de He diferentes, o gás de proteção apresentou pouco ou nenhuma influência na eficiência térmica da soldagem do aço inoxidável 304. Já Collings *et al.* [3] constatou que a adição de 20% de He aumentou a eficiência térmica do arco.

7.2 Soldagem a laser

Na Figura 28 são apresentadas as temperaturas do sensor móvel medidas pelos termopares para os três experimentos. Pode ser notada uma grande variação na amplitude da temperatura devido, principalmente, a inconsistência do posicionamento dos termopares em relação ao cordão de solda (coordenada y do termopar). Na Figura 29 é mostrado um exemplo da obtenção das temperaturas do sensor móvel para o experimento 1, através da interpolação entre as curvas de temperatura dos termopares. Nesse caso, é observado que os termopares 1 e 10 não contribuíram para o sensor móvel, uma vez que a fonte laser começou a soldagem exatamente na coordenada y do termopar 1 e parou exatamente na coordenada y do termopar 10. Dessa maneira, não houve aumento significativo na temperatura desses termopares de modo a serem úteis para o processo de estimação.

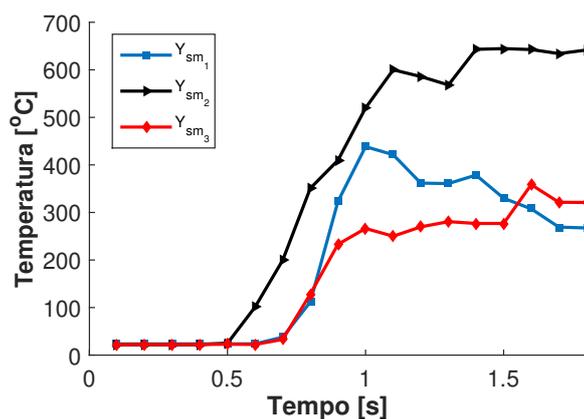


Figura 28 – Sensor móvel de temperaturas medidas para os três experimentos.

Os dados medidos de Y_{sm_1} , Y_{sm_2} e Y_{sm_3} foram utilizados como entrada no algoritmo descrito na seção 4.2. As funções estimadas para a taxa de calor da soldagem são apresentadas na Fig. 30. Como esperado, a taxa de energia estimada resultou em valores ligeiramente menores que a intensidade do laser de 3000 W. Observa-se uma boa repetibilidade entre os resultados, principalmente entre os ensaios 1 e 2, os quais apresentaram um valor médio de 2420 W e 2478 W, respectivamente. No experimento, 3 foi obtido um

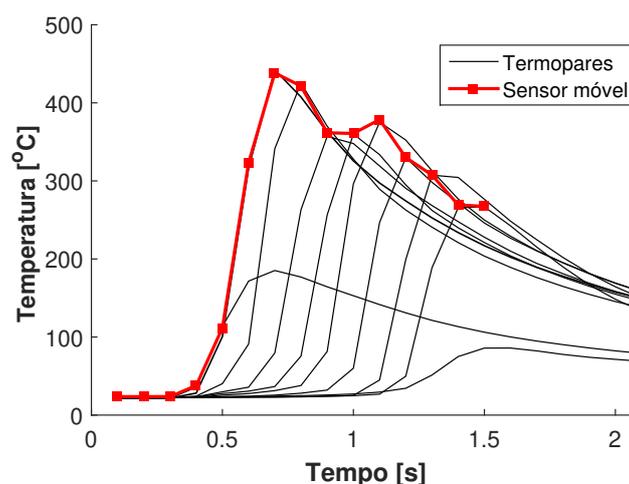


Figura 29 – Sensor móvel obtido através das temperaturas experimentais.

valor médio de 2245 W durante o período de soldagem, resultando em uma absorção de 75%. Considerando os três experimentos, o processo de soldagem estudado nesse trabalho apresentou um valor médio de eficiência de absorção de 80%.

É interessante notar que mesmo com a grande discrepância entre os valores medidos pelo sensor móvel de temperatura experimental, os três experimentos apresentam resultados consistentes para a taxa de calor variando. Isso ressalta a importância da análise da sensibilidade térmica do sensor móvel na direção ortogonal à direção de soldagem, como foi mostrado na seção 4.1

Existem poucos trabalhos dedicados ao estudo da eficiência de absorção em processos de soldagem laser. Entretanto, para fins de comparação, Kawahito *et al.* [73] obteve uma absorção de 84% para soldagem em aço inoxidável 304 com velocidade de 3 m/min usando laser de fibra e Shida *et al.* [74] reportou uma eficiência de absorção em um intervalo de 72-87% para aços de baixo teor de carbono para soldagem com laser de CO₂. Além disso, costuma-se utilizar valores entre 65% e 86% para representar o coeficiente de absorção em simulações numéricas de soldagem a laser de aços, como por exemplo em [75]. Contudo, deve ser considerado que a eficiência de absorção é influenciada por vários fatores, como a velocidade de soldagem e a penetração [76].

Foi verificado que solucionar o problema inverso de soldagem com mudança de estado físico e forças no fluido possui um custo computacional muito elevado. Nesse trabalho foi utilizado um processador AMD Ryzen 7 2700X 3.6 MHz e 4x8 GB de memória RAM 2666 MHz. Os tempos computacionais foram 104, 98 e 105 horas para os experimentos 1, 2 e 3, respectivamente. Uma grande parcela do esforço computacional é devido ao estudo paramétrico necessário para obter uma boa definição da região de transição sólido-líquido e garantir a convergência da solução. É importante frisar que para cada iteração no método de solução do problema inverso, o problema direto é solucionado várias vezes por

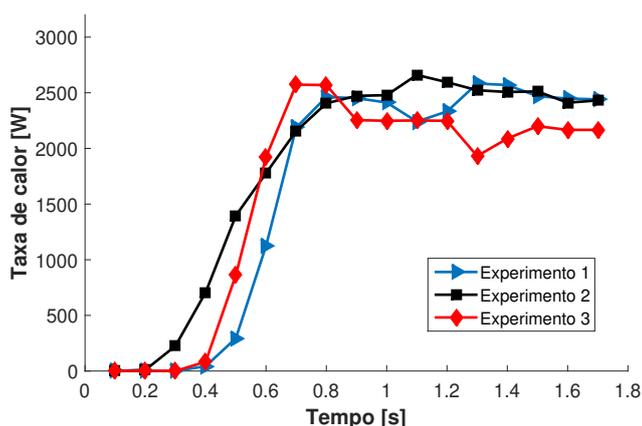


Figura 30 – Taxa de energia estimada do processo de soldagem para os experimentos 1, 2 e 3.

causa do estudo paramétrico.

A Figura 31 apresenta uma comparação entre as temperaturas experimentais do sensor móvel e as estimadas numericamente. Pode ser notado que o método apresenta um atraso no início do aquecimento. Isso acontece devido a utilização de r tempos futuros como método de regularização. Depois do décimo passo de tempo, as duas curvas apresentam boa concordância com um resíduo máximo de 14 °C.

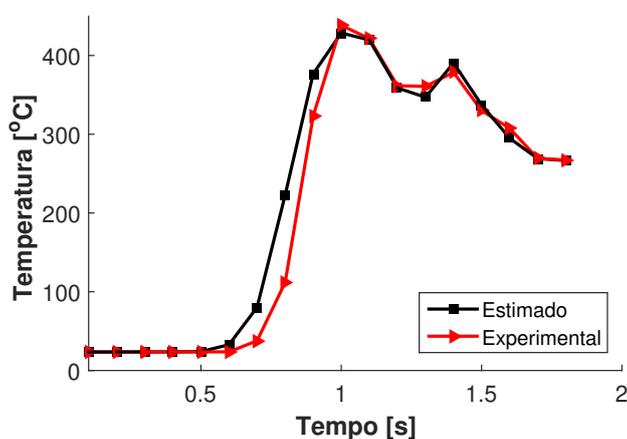


Figura 31 – Comparação entre as temperaturas medidas e estimadas.

Foram realizados três experimentos com os mesmos parâmetros de soldagem com o objetivo de verificar a repetibilidade dos valores de fluxo estimado e o erro de estimação. Mesmo com diferença do posicionamento dos sensores entre os experimentos, a taxa de calor estimada se manteve em torno do valor médio de 2381 W. A Figura 32 mostra a curva média da taxa de calor para o processo de soldagem analisado e o erro com base nos valores estimados dos três experimentos. A menor valor do erro é de 83 W e o maior de 239 W, representando aproximadamente 3% e 10% da média, respectivamente.

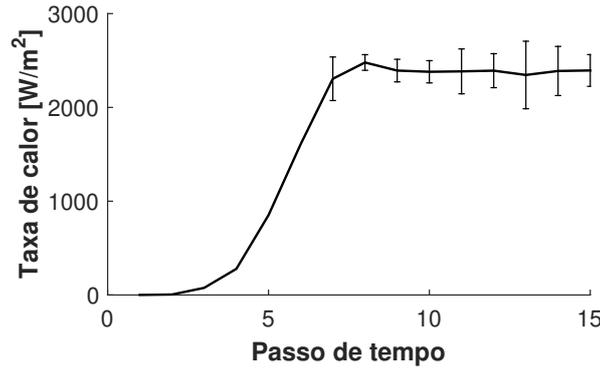


Figura 32 – Taxa de calor média estimada e erros de estimaco com base nos experimentos realizados.

O parâmetro de regularizao r deve ser analisado para evitar grandes erros por oscilaes indesejadas ou super-regularizao da funo estimada. O primeiro caso depende da incerteza de medio e do intervalo de tempo de medio em conjunto com um número pequeno de tempos futuros. Quanto menor é o número de tempos futuros, mais influente so esses fatores e, portanto, maior é a variânci da funo estimada. Por outro lado, quando o número de tempos futuros aumenta existe uma tendênci a aumentar o erro determinístico (ou *bias*) da funo obtida. Portanto, o problema de estimaco possui dois objetivos conflitantes que é a minimizao da variânci e do *bias* para garantir um bom estimador da taxa de calor. De acordo com Beck *et al.* [25], o erro médio quadrático (Eq. 7.2) é uma funo que considera tanto o erro determinístico quanto a variabilidade da estimaco:

$$R_{Q_M}^2 = E \left[(Q_M^* - Q_M)^2 \right] \quad (7.2)$$

Adicionando $E(Q_M^*) - E(Q_M^*)$ como artimanha matemática na Eq. (7.2), resulta:

$$\begin{aligned} R_{Q_M}^2 &= E \left[(Q_M^* - Q_M + E(Q_M^*) - E(Q_M^*))^2 \right] \\ &= E \left\{ [Q_M^* - E(Q_M^*)]^2 - 2 [Q_M^* - E(Q_M^*)] [Q_M - E(Q_M^*)] + [Q_M - E(Q_M^*)]^2 \right\} \end{aligned} \quad (7.3)$$

Como na Equaço (7.3) Q_M não é variável aleatória e $E [Q_M^* - E(Q_M^*)] = 0$, tem-se:

$$R_{Q_M}^2 = V(Q_M^*) + [Q_M - E(Q_M^*)]^2 \quad (7.4)$$

O primeiro termo na Eq. (7.4) representa a contribuio da variânci no erro da funo estimada, enquanto que o segundo termo representa o *bias*. Uma boa escolha para o parâmetro r é aquela que minimiza a funo $R_{Q_M}^2$. Entretanto, nesse caso a funo Q é impossível de ser conhecida, restando como opo a análise do erro em casos simulados. Também é importante notar que a soluo do problema será sempre enviesada, mesmo sem a presena de erros de medio de temperatura. Isso pode ser observado no caso

simulado sem erros aleatórios enunciado no capítulo 4 e mostrado novamente na Fig. 33, a qual compara a taxa de calor estimada com seu valor verdadeiro em função do tempo adimensional $t/\Delta t$, sendo $\Delta t = 0.1$ s. O erro quadrático para cada tempo se encontra na Tabela 8 que nesse caso coincide com o valor de $R_{Q_M}^2$. O valor da taxa de calor estimada começa a aumentar no tempo 2, sofre uma oscilação ao redor do tempo 5 e estabiliza a partir do tempo 6 até diminuir novamente no tempo 12. Isso indica que, nesse caso, um experimento coerente deve ter mais que 6 pontos de medição para obter valores que apresentam baixo erro determinístico. Na Tabela 8 observa-se que há um grande viés no início (tempos 2 a 5) e no final (tempos 12 a 14). Isso ocorre por causa do parâmetro de regularização em tempos futuros e pela variação brusca de temperatura no processo, sendo um erro inerente do método.

Tabela 8 – **Erro quadrático para o experimento simulado sem erros aleatórios da Fig. 33**

Tempo	Erro quadrático [W ²]
0	0
1	3,095E-14
2	716,003
3	5,732E5
4	192,006
5	45,745
6	0,554
7	0,074
8	0,273
9	0,136
10	0,247
11	0,010
12	626,469
13	6,736E5
14	2,225
15	0,429

Pode-se observar na Fig. 34 que as variações em r alteram tanto a taxa de calor quanto as temperaturas estimadas. Quanto maior o número de tempos futuros, mais regularizada é a taxa de calor estimada. Entretanto, o resíduo entre as temperaturas estimadas e experimentais aumenta e isso pode ser observado para $r = 5$. Opostamente,

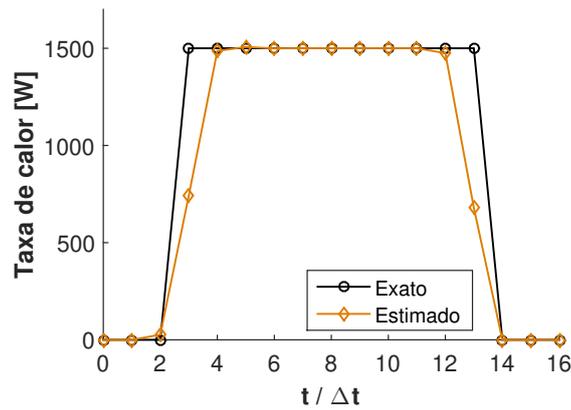


Figura 33 – Taxa de calor estimada para problema simulado sem erros aleatórios.

as oscilações na taxa de calor estimada aumentam para $r = 3$, enquanto a temperatura estimada se aproxima mais da experimental. Para $r = 2$ a estimação se tornou instável grandes oscilações, resultando em divergência na solução do problema direto no passo de tempo $M = 6$, interrompendo o cálculo do problema inverso. O parâmetro $r = 4$ foi utilizado para obter tanto uma boa regularização da taxa de calor quanto um baixo resíduo das temperaturas estimadas.

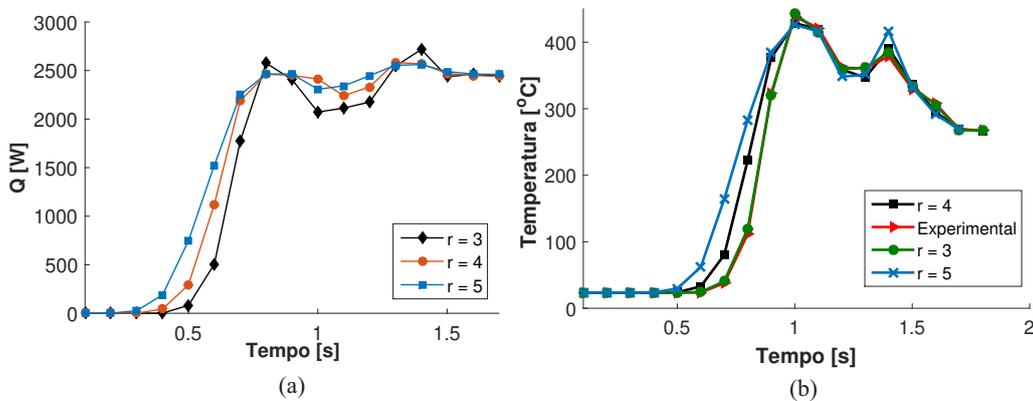


Figura 34 – (a) Influência de r na taxa de calor estimada. (b) Temperaturas estimadas para diferentes valores de r .

Uma vez determinada a eficiência de absorção é possível determinar os campo de temperatura e velocidade na poça de fusão durante o processo de soldagem. Na Figura 35 apresenta-se a geometria da poça de fusão calculada através da taxa de energia estimada para o experimento 1. Nessa imagem, os vetores em preto representam o campo de velocidades. Nota-se que, embora todo o domínio seja considerado fluido, o campo de velocidades fora da poça de fusão tende a zero. A região localizada entre as linhas brancas representa a mushy zone. Para esse problema, o efeito Marangoni apresentou mais influencia no comprimento do que na largura do cordão. A Figura 35b mostra a vista superior da poça de fusão, que apresentou um comprimento médio de 6,4 mm. Nas Figuras 35c e 35d é

feita uma comparação entre a seção transversal da poça calculada numericamente e a foto da amostra obtida através de um microscópio. As dimensões $L_1 = 1.71$ mm e $L_2 = 1,62$ mm representam a largura e a profundidade do cordão da amostra, respectivamente. Para o resultado numérico foram obtidos $L_1 = 1.64$ mm e $L_2 = 1,47$ mm.

O formato obtido para poça de fusão estimada numericamente assemelha-se à região fundida do cordão de solda. Isso mostra que o modelo de fonte de calor cônica (Eq. 3.8) é qualificada para modelar o processo de soldagem a laser com esses parâmetros de soldagem. A penetração da poça de fusão no modelo numérico pode ser aperfeiçoada otimizando o parâmetro d da fonte de calor utilizando dados experimentais. Os erros entre a seção transversal da zona fundida experimental e a estimada são mostrados na Fig. 36. As coordenadas dos pontos que definem a zona fundida experimental foram medidas em relação á superfície da amostra com o auxílio do software de análise de imagem Digimizer. O erro relativo entre o resultado estimado e experimental atinge valor de aproximadamente 10% na região inferior da zona fundida. A largura estimada da zona fundida é ligeiramente menor que a experimental, com erro relativo de 2.9% na lateral esquerda e 1.2% na lateral direita. O erro varia ao longo do formato da curva devido a fato da zona fundida experimental não apresentar um comportamento simétrico. Apesar dos erros na região inferior, a fonte de calor cônica utilizada nesse trabalho representa bem a geometria final da zona fundida.

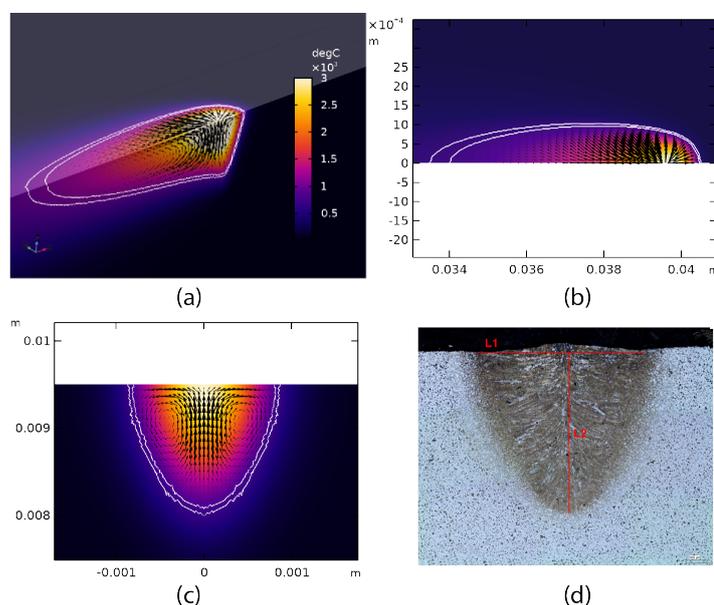


Figura 35 – Comparação entre a geometria da poça de fusão estimada e experimental.

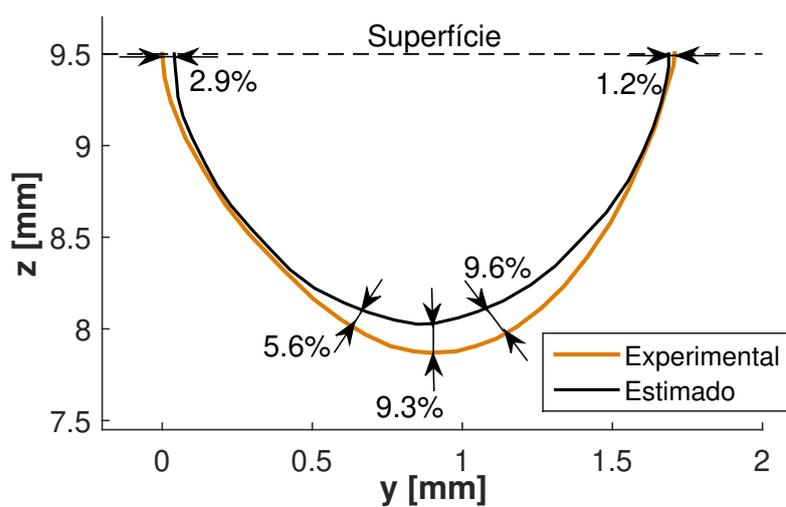


Figura 36 – Comparação entre o formato da zona fundida resultante da macrografia e a estimada pelo problema inverso.

8 CONCLUSÕES

8.1 Conclusões gerais

Nesse trabalho foi apresentada uma metodologia para estimar a taxa de calor efetiva e, conseqüentemente, a eficiência térmica de um processo de soldagem. O programa comercial Comsol foi utilizado para resolver o problema direto, acoplado com o programa que soluciona o problema inverso em transferência de calor. Essa junção é eficiente e se justifica por três motivos: a facilidade do estudo de geometrias complexas, a possibilidade de criar modelos físicos mais fiéis a realidade e a velocidade de solução dos sistemas de equação, devido aos algoritmos otimizados e a possibilidade de utilizar vários processadores em cálculos paralelizados.

O código desenvolvido utiliza o método de otimização de Gauss com regularização de passos de tempo futuros para estimar a taxa de calor em problemas não-lineares. A partir dos resultados, pode-se notar que a estimação obteve sucesso mesmo utilizando um número pequeno de tempos futuros. Para o caso da soldagem TIG, o comportamento da taxa de calor se manteve aproximadamente constante durante o processo, apresentando pequenas oscilações devido à incertezas de medição e posicionamento dos termopares. Na soldagem a laser é possível perceber um comportamento similar, mesmo com poucos dados de temperatura. O resultado interessante no caso do experimento a laser é o fato de que mesmo com grandes diferenças entre as temperaturas experimentais, os resultados da taxa de calor se mantiveram próximos. O que ressalta a importância da consideração da sensibilidade térmica em função da posição relativa ao cordão de solda.

Em relação aos experimentos de soldagem é necessário ressaltar alguns pontos que devem ser levados em consideração em trabalhos futuros para aprimorar a solução do problema. Como observado nas Figs. 21 e 29, o primeiro termopar de cada experimento não foi utilizado durante a estimação da taxa de calor. Isso ocorre quando o experimento de soldagem é iniciado com a tocha próximo à projeção ortogonal da posição do primeiro termopar sobre a direção de soldagem. A solução é iniciar o processo consideravelmente antes desse termopar. Outro cuidado que deve ser ressaltado é a sincronização entre o tempo de medição e o tempo de soldagem. Pode ser notado que o pico de temperatura medido pelo termopar ocorre em um intervalo de tempo após a fonte de calor passar pela posição do termopar projetado na direção de soldagem. Esse atraso térmico pode influenciar o resultado da estimação da taxa de calor. Portanto, sincronizando os tempos de soldagem e de medição é possível melhorar o cálculo das sensibilidades térmicas e conseqüentemente obter valores estimados mais exatos.

Na soldagem TIG percebeu-se que o sensor de movimento de temperatura garantiu boas sensibilidades térmicas para estimar a taxa de calor. A eficiência térmica média de soldagem obtida para o processo TIG neste trabalho foi de 75%. Além disso, foi confirmada estatisticamente uma correlação entre a potência de soldagem e a eficiência térmica. Através da análise de Taguchi, notou-se que a corrente e o comprimento do arco influenciam significativamente na eficiência térmica. O gás de proteção e a ponta do eletrodo não têm efeito significativo no processo estudado neste trabalho.

Destaca-se que o posicionamento dos termopares em relação ao cordão de solda possui grande influência na estimação do problema inverso da soldagem a laser. A eficiência de absorção média obtida para o aço AISI 1020, no processo experimental estudado nesse trabalho, foi de 80%. Através do resultado obtido foram calculadas as temperaturas numéricas e a geometria do cordão que apresentaram boa concordância com os valores experimentais. Contudo, verificou-se que o custo computacional é elevado devido ao método iterativo e o estudo paramétrico para garantir a convergência do modelo direto. Mesmo assim, a estratégia de modelagem utilizada nesse trabalho se mostra eficiente para a modelagem sólido-fluido do processo de soldagem e é promissora para trabalhos mais complexos nos quais a interface de contato do líquido com a atmosfera pode ser modelada utilizando métodos como o *level set* ou *phase field*.

8.2 Trabalhos publicados

Durante o período de realização desse trabalho foram publicados dois artigos científicos em periódicos internacionais:

- DOURADO DA SILVA, R. G.; MAGALHÃES, E. S.; LIMA E SILVA, S. M. M. Modified nonlinear function specification and temperature moving sensor to estimate the heat supply in a welding process. *International Journal of Thermal Sciences*, V. 162, 2021.
- DOURADO DA SILVA, R. G.; FERREIRA, D. C.; DUTRA, F. V. A.; LIMA E SILVA, S. M. M. Simultaneous real time estimation of heat flux and hot spot temperature in machining process using infrared camera. *Case Studies in Thermal Engineering*, V. 18, 2021.

Foram registrados programas de computadores desenvolvidos com base no tema estudado:

- DOURADO DA SILVA, R. G.; LIMA E SILVA, S. M. M. Real-Time Heat Flux Monitor. 2021. Patente: Programa de Computador. Número registro: BR512021003111-3, data de registro: 07/12/2021, Instituição de registro: INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial.

- DOURADO DA SILVA, R. G.; MAGALHÃES, E. S.; LIMA E SILVA, S. M. M. 3D NHFE Three-Dimensional Nonlinear Heat Flux Estimation. 2019. Patente: Programa de Computador. Número do registro: BR512019002806-6, data de registro: 05/11/2019, Instituição de registro: INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial.
- DOURADO DA SILVA, R. G.; LIMA E SILVA, S. M. M. 3D NHC Three Dimensional Nonlinear Heat Conduction. 2019. Patente: Programa de Computador. Número do registro: BR512019002807-4, data de registro: 06/12/2019, Instituição de registro: INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial.

Os trabalhos apresentados e publicados trabalhos em anais de congressos são listados a seguir:

- DOURADO DA SILVA, R. G.; MAGALHÃES, E. S. ; LIMA E SILVA, S. M. M. Comsol With Modified Nonlinear Function Specification and Temperature Moving Sensor to Estimate Heat Rate in a TIG Welding Process. Anais 26th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2021.
- FARIA, F. S.; DOURADO DA SILVA, R. G.; LIMA E SILVA, S. M. M. Efficiency Estimation of a Capacitive Discharge Welding Process in Thermocouples. Anais 26th ABCM International Congress of Mechanical Engineering. Rio de Janeiro: ABCM, 2021.
- ROQUE CAIRES, L.; DOURADO DA SILVA, R. G.; LIMA E SILVA, S. M. M. Analysis of Linear and Nonlinear Inverse Problem Techniques for Solving a Three-Dimensional Heat Conduction Problem. Proceedings of the 18th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, 2020.
- ANTUNES, M. M.; DOURADO DA SILVA, R. G.; RAMOS, N. P.; LIMA E SILVA, S. M. M. A Nonlinear Inverse Heat Conduction Technique to Estimate Thermal Properties of Metals. Proceedings of the 18th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, 2020.
- DOURADO DA SILVA, R. G.; RAMOS, N. P.; FERREIRA, J. R.; LIMA E SILVA, S. M. M. Determinação do Campo de Temperatura de uma Ferramenta de Corte de Metal Duro Utilizando Problemas inversos e COMSOL. Anais do 10º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação. Rio de Janeiro: ABCM, 2019.
- RAMOS, N. P.; DOURADO DA SILVA, R. G.; FERREIRA, J. R.; LIMA E SILVA, S. M. M. Temperature Field Determination of a Tungsten Carbide Cutting Tool Using Inverse Problems and Comsol. 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2019. Rio de Janeiro: ABCM, 2019.

- DOURADO DA SILVA, R. G.; MAGALHÃES, E. S. ; LIMA E SILVA, S. M. M. A Time Traveling Regularization Method for Three-dimensional Inverse Problems in Heat Conduction. Anais do 17th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering - ENCIT2018. Rio de Janeiro: ABCM, 2018.

8.3 Trabalhos futuros

Uma proposta para a continuidade desse trabalho é a estimação da eficiência térmica em processos de soldagem a laser com formação de *keyhole*. O aumento da potência do laser com o intuito de uma maior penetração da região fundida no metal causa o fenômeno denominado *keyhole*. Isso ocorre devido a força de recoil, causada pela vaporização do metal a altas temperaturas, na superfície da poça de fusão, causando uma depressão e aumentando a profundidade atingida pela poça de fusão (Fig. 37). O fato é que esse fenômeno influencia na eficiência de absorção da energia fornecida, uma vez que os raios do laser sofrem múltiplas reflexões no interior do *keyhole*. Assim, é justificável um estudo de problema inverso em transferência de calor para estimar essa eficiência em um dado modelo, e a influência dos parâmetros de soldagem na eficiência de absorção.

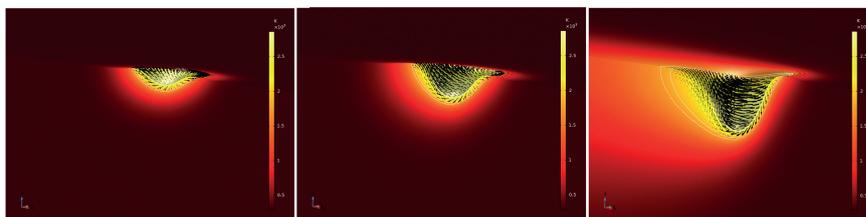


Figura 37 – Formação de *keyhole* em modelo de soldagem a laser tridimensional.

A fabricação de microcomponentes se tornou essencial para o desenvolvimento de novos produtos. Por outro lado, a miniaturização trouxe um desconforto para a indústria da manufatura, uma vez que esse tipo de processo necessita de uma teoria da conformação diferente daquela utilizada para macrocomponentes. Em processos realizados com forjamento livre, a razão de conformação diminui com a diminuição do diâmetro da barra a ser conformada, sendo o seu comprimento mantido constante. Esse é um problema recorrente da miniaturização de componentes mecânicos [77]. Uma solução para esse tipo de problema é a utilização de um feixe a laser para acelerar o processo de conformação do material através da fusão da extremidade da barra. Esse é um processo multifísico em que ao receber calor a extremidade da barra funde e o metal, no estado líquido se organiza em formato de esfera devido à tensão superficial como mostrado na Fig. 38. Desse modo, há uma diminuição no comprimento da barra a ser conformada, podendo atingir razão de redução que pode ser 12 vezes mais eficiente que um processo convencional. Nesse cenário, um estudo de simulação do processo multifísico causado por uma fonte de calor

a laser pode ser realizado para otimizar o processo de conformação e determinar a taxa de energia ótima fornecida pra o material em cada processo.

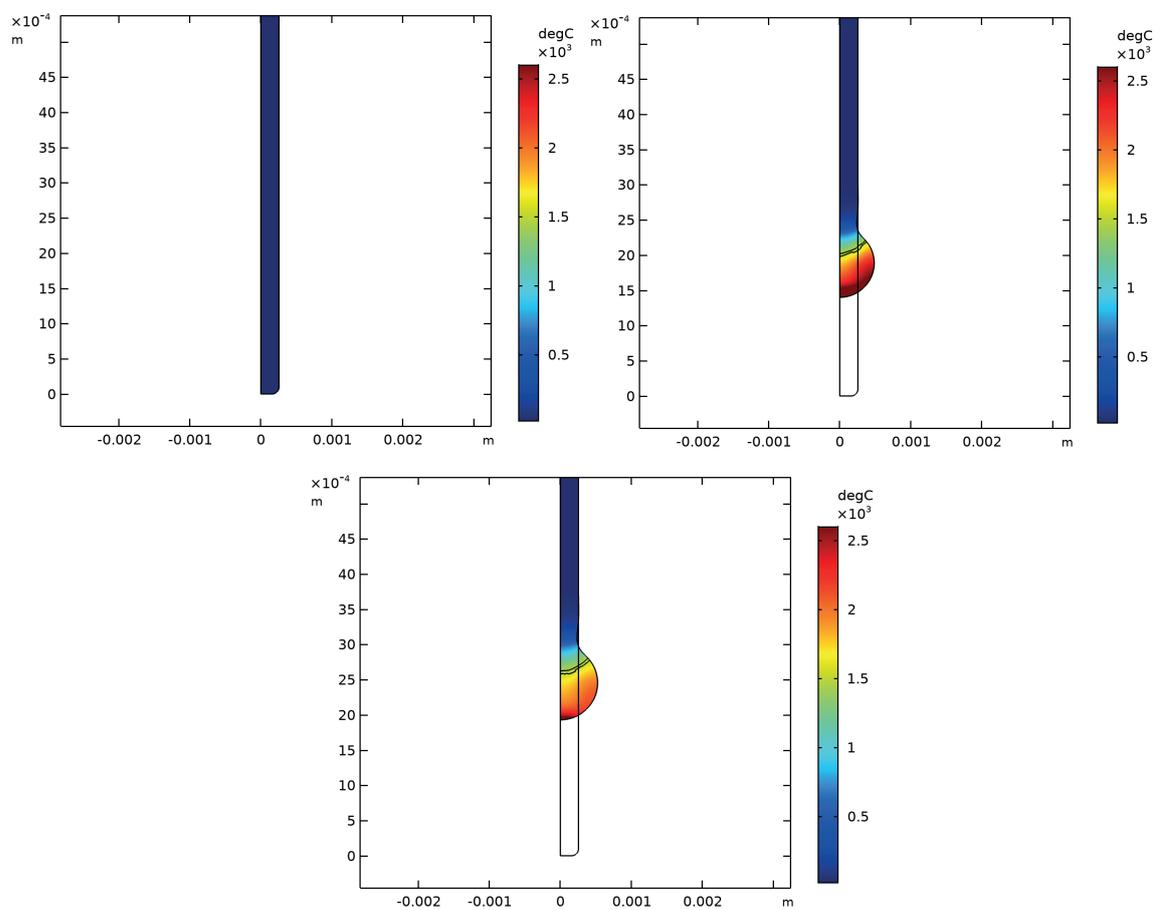


Figura 38 – Redução no comprimento de uma barra através do aquecimento da extremidade por feixe de raios laser.

APÊNDICE A – Determinação da fração mássica

Considerando que a massa específica é dada pela Eq. (A.1),

$$\rho = \theta\rho_1 + (1 - \theta)\rho_2 = \theta_1\rho_1 + \theta_2\rho_2 \quad (\text{A.1})$$

então,

$$\rho_1 = \frac{\rho - \theta_2\rho_2}{\theta_1} \quad (\text{A.2})$$

Observe que ρ_1 e ρ_2 podem ser relacionados da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_1\rho_1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\frac{\theta_1(\rho - \theta_2\rho_2)}{\theta_1}}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\rho}{\rho} - \frac{\theta_2\rho_2}{\rho} \right) = \frac{\partial(1)}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_2\rho_2}{\rho} \right) \quad (\text{A.3})$$

assim,

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_1\rho_1}{\rho} \right) = -\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_2\rho_2}{\rho} \right) \quad (\text{A.4})$$

Considerando que a entalpia específica é dada pela Eq. (A.5) e C_p é dado pela Eq. (A.6), temos

$$H = \frac{1}{\rho} (\theta_1\rho_1 H_1 + \theta_2\rho_2 H_2) \quad (\text{A.5})$$

$$C_p = \frac{\partial H}{\partial T} \quad (\text{A.6})$$

Logo, pode-se calcular C_p como mostrado na Eq. (A.7)

$$\begin{aligned} C_p = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{\rho} (\theta_1\rho_1 H_1 + \theta_2\rho_2 H_2) \right) &= \frac{1}{\rho} (\theta_1\rho_1 C_{p1} + \theta_2\rho_2 C_{p2}) + \\ &+ H_1 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_1\rho_1}{\rho} \right) + H_2 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_2\rho_2}{\rho} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Substituindo a Eq. (A.4) na Eq. (A.7), resulta

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{1}{\rho} (\theta_1\rho_1 C_{p1} + \theta_2\rho_2 C_{p2}) - H_1 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_2\rho_2}{\rho} \right) + H_2 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_2\rho_2}{\rho} \right) \\ C_p &= \frac{1}{\rho} (\theta_1\rho_1 C_{p1} + \theta_2\rho_2 C_{p2}) + (H_2 - H_1) \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_2\rho_2}{\rho} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

ou, finalmente

$$C_p = \frac{1}{\rho} (\theta_1\rho_1 C_{p1} + \theta_2\rho_2 C_{p2}) + \Delta H \frac{\partial f}{\partial T} \quad (\text{A.9})$$

Note que f representa a fração mássica e é dado por

$$f = \frac{\theta_2 \rho_2}{\rho} \quad (\text{A.10})$$

Nesse caso, quando $T = T_1$, $f = 0$ (fração nula de líquido) e quando $T = T_2$, $f = 1$ (fração nula de sólido). Isso pode ser conferido ao realizar a mesma transformação na equação dada pelo manual do software COMSOL. Nele a derivada da fração mássica é dada por

$$\frac{\partial f}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{2} \frac{\theta_2 \rho_2 - \theta_1 \rho_1}{\rho} \right) \quad (\text{A.11})$$

Realizando o mesmo procedimento descrito anteriormente, é obtido

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial T} &= \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{2} \frac{\theta_2 \rho_2 - \theta_1 \rho_1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{2} \frac{\theta_2 \rho_2}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{\theta_1 \rho_1}{\rho} \right) = \\ &= \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{2} \frac{\theta_2 \rho_2}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{\theta_2 \rho_2}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\theta_2 \rho_2}{\rho} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

que é o mesmo resultado obtido pela Eq. (A.8).

APÊNDICE B – Determinação da equação do incremento de taxa de calor

Substituindo a Eq. (4.11) na Eq. (4.8), obtém-se

$$S = [\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{T}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q]^T [\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{T}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q] \quad (\text{B.1})$$

Derivando a Eq. (B.1) em relação a ΔQ , fica

$$\frac{\partial S}{\partial \Delta Q} = \frac{\partial}{\partial \Delta Q} [(\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{T}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q)^T (\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{T}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q)] \quad (\text{B.2})$$

Para resolver a equação Eq. (B.2) será utilizada a seguinte proposição do cálculo matricial: sendo α um escalar definido por $\alpha = \mathbf{x}^T \mathbf{y}$ e os vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} funções de \mathbf{z} , então

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{x}^T \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{z}} + \mathbf{y}^T \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{z}} \quad (\text{B.3})$$

Logo, a Eq. (B.2) resulta em

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mathbf{z}} = 2(\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q - \mathbf{T}_{ms})^T \frac{\partial}{\partial \Delta Q} (\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q - \mathbf{T}_{ms}) \quad (\text{B.4})$$

Fazendo a Eq. (B.4) nula e resolvendo para ΔQ , a Eq. (4.13) é finalmente obtida,

$$2(\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q - \mathbf{T}_{ms})^T \frac{\partial}{\partial \Delta Q} (\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q - \mathbf{T}_{ms}) = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$-2\mathbf{Z}_{ms}(\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{Z}_{ms}\Delta Q - \mathbf{T}_{ms})^T = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{Z}_{ms}\mathbf{Y}_{ms}^T - \mathbf{Z}_{ms}\mathbf{Z}_{ms}^T\Delta Q - \mathbf{Z}_{ms}\mathbf{T}_{ms}^T = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\Delta Q = (\mathbf{Z}_{ms}\mathbf{Z}_{ms}^T)^{-1} \mathbf{Z}_{ms}(\mathbf{Y}_{ms}^T - \mathbf{T}_{ms}^T) \quad (\text{B.8})$$

$$\Delta Q = (\mathbf{Z}_{ms}^T \mathbf{Z}_{ms})^{-1} \mathbf{Z}_{ms}^T (\mathbf{Y}_{ms} - \mathbf{T}_{ms}) \quad (\text{B.9})$$

APÊNDICE C – Código computacional para estimação da taxa de calor

O código computacional desenvolvido para a estimação da taxa de calor no processo de soldagem a laser é apresentado a seguir (Algoritmo 1). A estratégia de programação do Comsol utilizada pode ser aproveitada para a solução de qualquer outro problema inverso em transferência de calor por técnicas sequenciais.

Para a execução desse programa é necessário que arquivo de texto (linha 12) seja composto por duas colunas, sendo a primeira o tempo e a segunda as temperaturas experimentais do sensor móvel. Além disso, é necessário o modelo do problema em extensão .mph (linha 39). O parâmetro desconhecido deve ser definido como um parâmetro sem unidade no Comsol.

A seção 4 do programa (linhas 43-50) inicia um estudo auxiliar no *model builder* do Comsol. Esse estudo (std1) é usado para salvar o campo de temperatura do passo de tempo anterior e utilizá-lo como condição inicial de temperatura do estudo 2 (std2). Na seção 5 do programa (linhas 79-86 e 98-104) o estudo 2 (std2) tem a função de calcular o campo de temperaturas do passo de tempo M até $M + r - 1$ para Q e $Q + \Delta Q$. Na seção 5.2 do código (linhas 142-144), o estudo 2 é utilizado para o cálculo do campo de temperaturas do passo de tempo M ao $M + 1$ utilizando a taxa de calor estimada Q_M . Nas linhas 146-152 o estudo 1 é utilizado para salvar o campo de temperaturas do tempo $M + 1$.

Algorithm 1 Método da Função Especificada Sequencial iterativo para solução de problemas inversos com sensor móvel de temperaturas

```

1 % Autor: Rodrigo G. Dourado da Silva
2 % Data: 23/05/2020
3 % LabTC – UNIFEI
4 % Resumo: codigo para estimacao da taxa de calor em processo de ...
   soldagem a laser utilizando uma metodologia que combina o metodo ...
   da funcao especificada nao linear com o sensor movel de ...
   temperaturas. Nesse programa eh possivel entender como utilizar o ...
   comsol para a solucao de problemas inversos em transferencia de ...
   calor utilizando o Livelink com Matlab.
5
6 %%
7 clear;
8 tic;
9
10 %% 1 – DADOS DE ENTRADA

```

```

11
12 DATA=load('SM_ensaio8_2.txt');           %carrega temperatura ...
    experimental
13 ypos=DATA(:,2);                          %carrega vetor de posicoes Δ y
14 %ypos=ypos*10^-3;                        %converte para [m] se Δ y ...
    estiver em [mm]
15 Y=DATA(:,1);                             %vetor da temperatura ...
    experimental
16 N=size(Y,1);                             %numero de passos de tempo total
17 r=4;                                      %numero de tempos futuros
18 dp=0.001;                                %Δ Q (W)
19 npar=3;                                   %numero de estudos parametricos
20 aux_par=r*npar-r+1;                      %posicao que inicia o ...
    calculo no vetor de temperatura
21 tot_par=r*npar;                          %comprimento do vetor de ...
    temperatura total
22 dt=0.1;                                  %passo de tempo (s)
23 xfonte=0.04;                             %coordenada x da fonte de ...
    calor [m]
24 xdelay=0.007;                            %coordenada y da fonte de ...
    calor [m]
25 ttot=dt*N-dt;                            %tempo total de calculo (s)
26 timetot=0:dt:ttot;                       %vetor de tempos totais
27 timetot=timetot';                         %vetor de tempos totais ...
    transposto
28 coordx=xfonte-xdelay;                    %coordenada y dos sensores [m]
29 coordz=0.0095;                           %coordenada z dos sensores [m]
30 timecoord=0:dt:(r-1)*dt;                 %vetor de tempos futuros
31 time=timecoord';                          %vetor de tempos futuros ...
    transposto
32 T0=Y(1)+273.15;                           %temperatura inicial [K]
33 tol=0.001;                                %tolerancia
34 par='Pot';                                %'Pot' eh o parametro da ...
    potencia no Comsol
35 fprintf('\nDados carregados\n');
36
37 %% 2 - MODELO
38
39 model=mphload('laser3D_InverseProblem1.mph'); %carregao modelo ...
    do Comsol
40
41 fprintf('\nModelo carregado\n')
42
43 %% 4 - INICIA O ESTUDO 1 (STD 1)
44
45 model.param.set('T0', T0);                 ...
    %define a temperatura inicial

```

```

46 model.param.set(par, 0); ...
    %define Pot = 0
47 model.study('std1').feature('time').set('tlist',[0;0.000001]); ...
    %define a timelist
48 model.study('std1').run; ...
    %calcula o estudo 1
49
50 fprintf('\b STD1 inicializado'\n);
51
52 %% 5 - PROBLEMA INVERSO
53
54 erro=1; %inicializa o erro
55 maxit=10; %numero de iteracao maxima
56 it=0; %contador de iteracoes
57 teste=0;
58 POT=1; %chute inicial para potencia
59
60 fprintf('\nInicio do problema inverso\n')
61
62
63 %coord = [coordx; ypos(1); coordz];
64
65 for M=1:N-r
66
67     fprintf('Progresso: %d%%\n', M/(N-r)*100); % ...
        fracao do programa completa
68
69     coordy=ypos(M:M+r-1);
70
71     while erro>tol
72
73         disp('estimando fluxo')
74
75         model.param.set('Pot', POT);
76         model.study('std2').feature('time').set('tlist',time);
77         model.study('std2').run; ...
                                                    %calcula o estudo 2
78
79         T1=zeros(r,1);
80         for ii=1:r
81             coord=[coordx;coordy(ii);coordz]; ...
                                                    % coordenadas moveis
82             T1_aux=mpinterp(model,'T','coord',coord,'dataset','dset2');
83             % salva temperatura
84             %T1(ii)=T1_aux(aux_par+ii-1);
85             T1(ii)=T1_aux(ii);
86         end

```

```
87
88     T1=T1-273.15; %temperatura em [degC]
89
90     fprintf('  Temperatura 1\n');
91
92     POT2=(1+dp)*POT;
93
94     model.param.set('Pot', POT2);
95     model.study('std2').feature('time').set('tlist',time);
96     model.study('std2').run;
97
98     T2=zeros(r,1);
99     for ii=1:r
100         coord=[coor dx;coor dy(ii);coor dz];
101         T2_aux=mpinterp(model,'T','coord',coord,'dataset','dset2');
102         %T2(ii)=T2_aux(aux_par+ii-1);
103         T2(ii)=T2_aux(ii);
104     end
105
106     T2=T2-273.15;
107
108     fprintf('  Temperatura 2\n');
109
110     X=(T2-T1)/(dp*POT); %sensibilidade da potencia
111
112     Z=X;
113     K=Z'*Z;
114     dpot=K\ (Z'*(Y(M:(M+r-1))-T1));
115     POT=POT+dpot;
116     erro=min(abs(dpot/POT),abs(POT));
117     %disp(POT)
118     it=it+1;
119
120     if it==maxit
121         erro=0;
122         teste=teste+1;
123     end
124
125 end
126
127 %% 5.1 - SALVA VALORES ESTIMADOS
128 pot_hat(M)=POT; % vetor de potencia estimada
129 T_hat(M)=T1(1); % vetor de temperatura estimada
130 fprintf('\n  Potencia: %.2f W\n',pot_hat(M));
131 relativo(M)=erro; % vetor da convergencia
132 fprintf('  Erro: %.3f\n',erro);
133 tempoit(M)=toc; % vetor dos tempos em cada iteracao
```

```

134
135     erro=1;           % reinicia o erro
136     it=0;            % reinicia o contador de iteracoes
137
138     %% 5.2 - PREPARA PARA O PROXIMO TEMPO
139
140     fprintf('\nPreparando para o proximo tempo...\n');
141
142     model.param.set('Pot', POT);
143     model.study('std2').feature('time').set('tlist', [0;dt]);
144     model.study('std2').run;
145
146     model.study('std1').feature('time').set('useinitsol', 'on');
147     model.study('std1').feature('time').set('initmethod', 'sol');
148     model.study('std1').feature('time').set('initstudy', 'std2');
149     model.study('std1').feature('time').set('solnum', 'auto');
150     model.param.set('Pot', 0);
151     model.study('std1').feature('time').set('tlist', [0;0.000000000001]);
152     model.study('std1').run;
153
154     fprintf('Avanca para o proximo tempo\n');
155 end
156
157 tempotot=toc;

```

O Algoritmo 2 foi utilizado para auxiliar a construção da curva do sensor móvel de temperaturas para os dados experimentais de soldagem TIG.

Algorithm 2 Código auxiliar na geração do sensor móvel de temperaturas experimental no processo de soldagem TIG.

```

1 %Autor: Rodrigo G. Dourado da Silva
2 %Data: 11/09/2019
3 %Resumo: programa auxiliar para a obtencao do sensor movel de ...
   temperaturas a partir das temperaturas experimentais de n ...
   termopares para o processo de soldagem de TIG.
4
5 clear;
6
7 Y=load('T24a.txt'); %temperaturas experimentais
8 nt=size(Y,2);
9 [C, I]=max(Y(:,1));
10 Tsm=Y(1:I,1);
11
12 for i=1:nt
13     [A, B]=max(Y(:,i));
14     MAX(i)=A;
15     IND(i)=B;

```

```
16 end
17
18 xx=IND(1):IND(nt);
19
20 media=mean(MAX);
21 desvio=std(MAX);
22 ss=2.58*desvio/nt^0.5;
23
24 for i=1:nt
25     if i>1 &&(MAX(i)<(media-ss) || MAX(i)>1*(media+ss));
26         MAX(i)=0;
27         IND(i)=0;
28     end
29 end
30
31 aux=1;
32 for i=1:nt
33     if MAX(i)≠0
34         MAX2(aux)=MAX(i);
35         IND2(aux)=IND(i);
36         aux=aux+1;
37     end
38 end
39
40 yy=spline(IND2,MAX2,xx);
41 YY=YY';
42
43 Tsm=[Tsm(1:I-1);yy];
44 plot(Tsm);
45 hold on;
46 plot(IND2,MAX2,'r.');
```

Referências

- 1 FARAJI, A. et al. Numerical modeling of heat transfer and fluid flow in hybrid laser–tig welding of aluminum alloy aa6082. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 77, p. 2067–2082, 04 2014. [20](#)
- 2 TOMSHCHUK, I. et al. Multiphysical modeling of keyhole formation during dissimilar laser welding (best paper award comsol 2016). In: . [S.l.: s.n.], 2016. [20](#)
- 3 COLLINGS, N.; WONG, K.; GUILLE, A. Efficiency of tungsten-inert-gas arcs in very-high-speed welding. v. 126, p. 276–280, March 1979. [20](#), [70](#), [71](#)
- 4 PÉPE, N. et al. Measuring the process efficiency of controlled gas metal arc welding processes. *Science and Technology of Welding and Joining*, Taylor & Francis, v. 16, n. 5, p. 412–417, 2011. [20](#)
- 5 STENBACKA, N. On arc efficiency in gas tungsten arc welding. *Soldagem & Inspeção*, sciELO, v. 18, p. 380 – 390, 12 2013. [20](#), [21](#), [69](#)
- 6 SCHELLHAASE, M. *Der Schweisslichtbogen: ein technologisches Werkzeug*. [S.l.]: VEB Verlag Technik, 1985. [21](#)
- 7 CHRISTENSEN, N.; DAVIES, L. de; GJERMUNDSEN, D. Distribution of temperatures in arc welding. *British Welding Journal*, v. 12, p. 54–75, 1965. [21](#)
- 8 SMARTT, H. Chapter 6 - arc-welding processes. In: OLSON, D. L.; DIXON, R.; LIBY, A. L. (Ed.). *Welding*. [S.l.]: Elsevier, 1990, (Materials Processing: Theory and Practices, v. 8). p. 175–208. [21](#), [71](#)
- 9 GIETD, W.; TALLERICO, L. N.; FUERSCHBACH, P. W. Gta welding efficiency: Calorimetric and temperature field measurements. In: . [S.l.: s.n.], 2013. [21](#)
- 10 BAG, S.; DE, A. Probing reliability of transport phenomena based heat transfer and fluid flow analysis in autogeneous fusion welding process. *Metallurgical and Materials Transactions A*, v. 41, p. 2337–2347, 2010. [21](#)
- 11 DAL, M.; Le Masson, P.; CARIN, M. Estimation of fusion front in 2d axisymmetric welding using inverse method. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 55, p. 60–68, 2012. [21](#)
- 12 GONÇALVES, C. V.; CARVALHO, S. R.; GUIMARÃES, G. Application of optimization techniques and the enthalpy method to solve a 3d inverse problem during a tig welding process. *Applied Thermal Engineering*, v. 30, n. 16, p. 2396–2402, 2010. Selected Papers from the 12th Conference on Process Integration, Modelling and Optimisation for Energy Saving and Pollution Reduction. [22](#)
- 13 DAL, M.; Le Masson, P.; CARIN, M. A model comparison to predict heat transfer during spot gta welding. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 75, p. 54–64, 2014. [22](#)

- 14 MAGALHÃES, E. dos S.; Lima e Silva, A. L. F. de; Lima e Silva, S. M. M. de. A thermal efficiency analysis of a gas tungsten arch welding process using a temperature moving sensor. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 129, p. 47–55, 2018. [22](#), [42](#), [49](#)
- 15 KARKHIN, V. A.; PLOCHIKHINE, V. V.; BERGMANN, H. W. Solution of inverse heat conduction problem for determining heat input, weld shape, and grain structure during laser welding. *Science and Technology of Welding and Joining*, Taylor & Francis, v. 7, n. 4, p. 224–231, 2002. [22](#)
- 16 NGUYEN, Q.; YANG, C. yu. A modified newton–raphson method to estimate the temperature-dependent absorption coefficient in laser welding process. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 102, p. 1222–1229, 2016. [22](#)
- 17 MAGALHÃES, E. dos S. et al. A thermal analysis in laser welding using inverse problems. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 92, p. 112–119, 2018. [22](#)
- 18 NGUYEN, N. P. L.; NGUYEN, S. H.; NGUYEN, Q. Determining of the laser heat flux for three-dimensional conduction model by the sequential method. *Vietnam Journal of Mechanics*, v. 42, p. 95–103, 2020. [22](#)
- 19 SIREGAR, R. W.; TULUS; RAMLI, M. Analysis local convergence of gauss-newton method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, IOP Publishing, v. 300, p. 012044, jan 2018. [23](#)
- 20 HADAMARD, J. *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Diferential Equations*. New Haven, CT: Yale University Press, 1923. [26](#)
- 21 ALIFANOV, O. M. *Inverse Heat Transfer Problems*. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994. [28](#)
- 22 ALIFANOV, O. M. Solution of an inverse problem of heat conduction by iteration methods. *Journal of engineering physics*, v. 26, n. 4, p. 471–476, 1974. [28](#), [30](#)
- 23 WOODBURY, K. Inverse engineering handbook. *Handbook Series for Mechanical Engineering*, 01 2002. [28](#), [29](#), [47](#), [48](#)
- 24 CZÉL, B.; WOODBURY, K. A.; GRÓF, G. Simultaneous estimation of temperature-dependent volumetric heat capacity and thermal conductivity functions via neural networks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 68, p. 1–13, 2014. [29](#)
- 25 BECK, J. V.; BLACKWELL, B. F.; CLAIR, C. S. Inverse heat conduction: Ill-posed problems. In: . [S.l.: s.n.], 1985. [29](#), [48](#), [74](#)
- 26 MUZZY, R. J.; AVILA, J. H.; ROOT, R. E. Topical report: Determination of transient heat transfer coefficients and the resultant surface heat flux from internal temperature measurements. *General Eletric (GEAP-20731)*, 1975. [30](#)
- 27 BECK, J. V. Calculation of surface heat flux from an internal temperature history. *ASME Paper 62-HT-46*, 1962. [30](#)
- 28 TIKHONOV, A. N. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. *Soviet Mathematics Doklady*, v. 4, p. 1035–1038, 1963. [30](#)

- 29 TIKHONOV, A. N. Regularization of incorrectly posed problems. *Soviet Mathematics Doklady*, v. 4, p. 1624–1627, 1963. [30](#)
- 30 ALIFANOV, O. M. Inverse boundary-value problems of heat conduction. *Journal of engineering physics*, v. 29, n. 1, p. 821–830, 1975. [30](#)
- 31 STOLZ, G. Numerical solution to an inverse problem of heat conduction for simple shapes. *Journal of Heat Transfer*, v. 82, p. 20–26, 1960. [30](#)
- 32 RADMOSEER, E.; WINCOR, R. *Determining the Inner Contour of a Furnace from Temperature Measurements*. 1998. [30](#)
- 33 KIM, H.; OH, S. Evaluation of heat transfer coefficient during heat treatment by inverse analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 112, n. 2, p. 157–165, 2001. [31](#)
- 34 KIM, H.-J.; KIM, N.-K.; KWAK, J.-S. Heat flux distribution model by sequential algorithm of inverse heat transfer for determining workpiece temperature in creep feed grinding. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, v. 46, n. 15, p. 2086–2093, 2006. [31](#)
- 35 GOSTIMIROVIC, M.; KOVAC, P.; SEKULIC, M. An inverse heat transfer problem for optimization of the thermal process in machining. *Sadhana*, v. 36, n. 4, p. 489, 2011. [31](#)
- 36 GARCÍA, E. et al. Identification of heat partition in grinding related to process parameters, using the inverse heat flux conduction model. *Applied Thermal Engineering*, v. 66, n. 1, p. 122–130, 2014. [31](#)
- 37 SANTOS, M. R. et al. Analyses of effects of cutting parameters on cutting edge temperature using inverse heat conduction technique. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2014, p. 871859, 2014. ISSN 1024-123X. [31](#)
- 38 MAGALHÃES, E. S. et al. Microstructural analysis in gta aluminum alloy welding using inverse problems. *Applied Thermal Engineering*, v. 100, p. 333–339, 2016. [31](#)
- 39 NAJAFI, H.; WOODBURY, K. A. Online heat flux estimation using artificial neural network as a digital filter approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier Ltd, v. 91, p. 808–817, 2015. [32](#)
- 40 BECK, J. V. Filter solutions for the nonlinear inverse heat conduction problem. *Inverse Problems in Science and Engineering*, Taylor & Francis, v. 16, n. 1, p. 3–20, 2008. [32](#)
- 41 HUANG, S. et al. On-line estimation of the tool-chip interface temperature field during turning using a sequential inverse method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, v. 97, n. 1-4, p. 939–952, 2018. [32](#)
- 42 HAN, J. et al. Case Studies in Thermal Engineering Online estimation of the heat flux during turning using long short-term memory based encoder-decoder. *Case Studies in Thermal Engineering*, Elsevier Ltd, v. 26, p. 101002, 2021. [32](#)

- 43 TOMASHCHUK, I. et al. The simulation of morphology of dissimilar copper–steel electron beam welds using level set method. *Computational Materials Science*, v. 48, p. 827–836, 2010. [33](#)
- 44 BRUYERE, V.; TOUVREY, C.; NAMY, P. Thermohydraulic modeling of pulsed laser welding. *International Congress on Applications of Lasers & Electro-Optics*, v. 60, 2013. [33](#)
- 45 BACHMANN, M. et al. Experimental and numerical investigation of an electromagnetic weld pool control for laser beam welding. *Physics Procedia*, v. 56, 2014. [33](#)
- 46 COURTOIS, M. et al. Guidelines in the experimental validation of a 3d heat and fluid flow model of keyhole laser welding. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, v. 49, 2016. [33](#)
- 47 ZHANG, T. et al. Evolution of molten pool during selective laser melting of Ti-6Al-4V. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, v. 52, 2018. [33](#)
- 48 BAYAT, M.; MOHANTY, S.; HATTEL, J. H. Thermo-fluid-metallurgical modelling of laser-based powder bed fusion process. *Proceedings of the COMSOL Conference in Lausanne*, 2018. [33](#)
- 49 SAMARA, F.; GROULX, D.; BIWOLE, P. H. Natural convection driven melting of phase change material: Comparison of two methods. In: *COMSOL Conference*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–8. [33](#)
- 50 BRENT, A.; VOLLER, V.; REID, K. Enthalpy-porosity technique for modeling convection-diffusion phase change: Application to the melting of a pure metal. *Numerical Heat Transfer*, Taylor and Francis Ltd., v. 13, n. 3, p. 297–318, 1988. ISSN 0149-5720. [33](#)
- 51 LE GUEN, E. *Etude du procédé de soudage hybride laser/MAG: Caractérisation de la géométrie et de l'hydrodynamique du bain de fusion et développement d'un modèle 3D thermique*. Tese (Engenharia Mecânica) — Université de Bretagne Sud, 2010. [35](#)
- 52 GOLDAK, J. A.; AKHLAGHI, M. *Computational Welding Mechanics*. [S.l.]: Springer, USA, 2005. [37](#)
- 53 CIVAN, F.; SLIEPCEVICH, C. M. Limitation in the apparent heat capacity formulation for heat transfer with phase change. In: *in: Proc. Okla. Acad. Sci.* [S.l.: s.n.], 1987. p. 83–88. [38](#)
- 54 FUHRICH, T.; BERGER, P.; HÜGEL, H. Marangoni effect in laser deep penetration welding of steel. *Journal of Laser Applications*, v. 13, n. 5, p. 178–186, 2001. [41](#)
- 55 PARK, K. J.; JANG, K. C.; KIM, C. J. Numerical study on the two-dimensional heat flow in high-power density welding process. *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers. B*, v. 24, Sep 2000. [49](#)
- 56 INCROPERA, F. P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2006. [49](#)
- 57 SCHENK, O.; GÄRTNER, K. Solving unsymmetric sparse systems of linear equations with pardiso. *Future Gener. Comput. Syst.*, Elsevier Science Publishers B. V., NLD, v. 20, n. 3, p. 475–487, apr 2004. [52](#)

- 58 CLAIN, F.; TEIXEIRA, P.; ARAÚJO, D. A heat source model to simulate welding processes with magnetic deflection. In: . [S.l.: s.n.], 2016. 55
- 59 FERREIRA, D. et al. A new approach to simulate hsla steel multipass welding through distributed point heat sources model. *Metals*, MDPI AG, v. 8, n. 11, p. 951, Nov 2018. 55
- 60 OSTROVSKI, O.; BELASHCHENKO, D. Thermophysical properties and structure of liquid fe-c alloys. *High Temperatures - High Pressures*, v. 42, p. 137–149, 01 2013. 57
- 61 CHATTOPADHYAY, K.; ISAC, M.; GUTHRIE, R. I. L. Modelling of non-isothermal melt flows in a four strand delta shaped billet caster tundish validated by water model experiments. *ISIJ International*, v. 52, n. 11, p. 2026–2035, 2012. 57
- 62 RYWOTYCKI, M. et al. Modelling liquid steel motion caused by electromagnetic stirring in continuous casting steel process. *Archives of Metallurgy and Materials*, v. 59, p. 487–492, 01 2014. 57
- 63 MILLS, K. C. *Recommended Values of Thermophysical Properties for Selected Commercial Alloys*. [S.l.: s.n.], 2002. 57
- 64 ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R.; NITHIARASU, P. *The Finite Element Method for Fluid Dynamics*. [S.l.]: Elsevier Science, 2005. 57
- 65 BROOKS, A. N.; HUGHES, T. J. Streamline upwind/petrov-galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible navier-stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 32, n. 1, p. 199–259, 1982. 58
- 66 MONTGOMERY, D. *Design and Analysis of Experiments*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. 62
- 67 GARRITY, K. Nist its-90 thermocouple database - srd 60. *National Institute of Standards and Technology*, 2000. 64
- 68 RYKALIN, N. Calculation of heat flow in welding. *translated by Z. Paley and CM Adams, Jr., Contract N. UC-19-066-001-C3817*, 1951. 70
- 69 NILES, R. W.; JACKSON, C. E. Weld thermal efficiency of the gtaw process. *Welding journal*, v. 54, n. 1, p. 25, 1975. 70, 71
- 70 DUTTA, P.; JOSHI, Y.; FRANCHE, C. Determination of gas tungsten arc welding efficiencies. *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 9, n. 1, p. 80–89, 1994. 70
- 71 RYKALIN, N.; FRITZSCHE, C. *Berechnung der wärmevorgänge beim schweissen: aus dem Russ.* [S.l.]: Verlag Technik, 1957. 70
- 72 GHENT, H. et al. Arc efficiencies in tig welds. *Conf. Proc. Arc Physics and Weld Pool Behavior*, *The Welding Institute*, 1980. 70
- 73 KAWAHITO, Y. et al. Laser absorption characteristics in high-power fibre laser welding of stainless steel. *Welding International*, Taylor & Francis, v. 27, n. 2, p. 129–135, 2013. 72

-
- 74 SHIDA TAISUKE WAKASA, S. T. T.; HIRAOKA, K. Measurement of beam energy absorption in co, laser beam welding (2nd report). *Quarterly Journal of Japan Welding Society*, v. 17, p. 493–500, 1999. [72](#)
- 75 FAKIR, R. et al. Analysis of the mechanical behavior of aisi 4340 steel cylindrical specimens heat treated with fiber laser. *Journal of Manufacturing Processes*, v. 55, p. 41 – 56, 2020. [72](#)
- 76 WANG, H.; NAKANISHI, M.; KAWAHITO, Y. Effects of welding speed on absorption rate in partial and full penetration welding of stainless steel with high brightness and high power laser. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 249, p. 193 – 201, 2017. [72](#)
- 77 KUHFUSS, B. et al. *Cold Micro Metal Forming: Research Report of the Collaborative Research Center*. Bremen, Germany: Springer International Publishing, 2020. 27–94 p. [82](#)