

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**DE PRODUÇÃO**

**FRONTEIRAS EQUIESPAÇADAS DE PARETO PARA FUNÇÕES**  
**OBJETIVO CORRELACIONADAS**

**LUIZ GUSTAVO DIAS LOPES**

**Itajubá, 18 de Maio de 2015.**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**DE PRODUÇÃO**

**LUIZ GUSTAVO DIAS LOPES**

**FRONTEIRAS EQUIESPAÇADAS DE PARETO PARA FUNÇÕES**  
**OBJETIVO CORRELACIONADAS**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos para obtenção do Título de **Doutor em Ciências em Engenharia de Produção**

**Área de Concentração: Qualidade e Produto**

**Orientador: Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva**

**Mai de 2015**

**Itajubá**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**DE PRODUÇÃO**

**LUIZ GUSTAVO DIAS LOPES**

**FRONTEIRAS EQUIESPAÇADAS DE PARETO PARA FUNÇÕES**  
**OBJETIVO CORRELACIONADAS**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos para obtenção do Título de **Doutor em Ciências em Engenharia de Produção**

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva (Orientador)

Prof. Dr. Pedro Paulo Balestrassi (Coorientador)

Prof. Dr. Rogério Santana Peruchi (UFG)

Prof. Dr. Ronã Rinston Amaury Mendes (IFSULDEMINAS)

Prof. Dr. Antonio Carlos Zambroni de Souza (UNIFEI)

Prof. Dr. Emerson José de Paiva (UNIFEI)

**Itajubá, 18 de Maio de 2015.**

# AGRADECIMENTOS

A Deus, que sempre me fortalece para sobrepujar todos os momentos difíceis.

Ao prof. Dr. Amigo Anderson Paulo de Paiva, orientador e conselheiro, pela dedicação, paciência e competência transmitida durante todo desenvolvimento deste trabalho.

A minha esposa Neli, companheira de todos os momentos.

A minha mãe Ruth, por tudo. Nada que eu consiga escrever expressará o amor e a gratidão por tudo que essa pessoa é e sempre será em minha vida.

Ao meu filho Guilherme e aos meus irmãos Jorge Luiz, Sheila, Shirlei e Mônica, pela amizade e apoio incondicional.

Aos meus cunhados Marli e Antônio Carlos Zambroni. Tudo começou com eles.

Aos meus cunhados Sueli e José Gonçalves por todo apoio que sempre pude contar.

Aos amigos Prof. Dr. Pedro Paulo Balestrassi e Rafael Coradi Leme, pela ajuda e apoio em todos os momentos.

Ao irmão e amigo Paulo Henrique Campos, sempre solidário, positivo e incentivador.

Aos amigos e colegas de pós-graduação, em especial Bárbara Sotomonte, Gabriela Amorim, João Éderson, José Henrique F. Gomes, Pedro Papandrea, Rafael de Carvalho Miranda, Rogério S. Peruchi e Tarcísio G. Brito, pela convivência, amizade e apoio.

Aos demais professores do Instituto de Engenharia de Produção e Gestão da UNIFEI, pela formação e todo o conhecimento adquirido.

A CAPES e CNPQ, pelo apoio financeiro através do sistema de bolsas.

## RESUMO

O Método da Interseção Normal à Fronteira (*NBI*) é normalmente usado para gerar pontos equidistantes e uniformes na geração da fronteira de Pareto para problemas de otimização multiobjetivo não-lineares, oferecendo um conjunto de soluções ótimas. Estendendo-se a aplicação deste método ao Projeto de Parâmetro Robusto Multiobjetivo (*MRPD*) modelado por uma matriz combinada, o *NBI* pode ser muito útil para descobrir o melhor conjunto de variáveis controláveis capazes de minimizar o efeito das variáveis de ruído. No entanto, quando as diversas funções objetivo são correlacionadas o método *NBI* falha ao produzir resultados irreais e fronteiras não convexas que, influenciado pela atuação dos pesos, tenta separar as funções objetivo correlacionadas. Este inconveniente pode ser contornado se a Fronteira de Pareto for gerada a partir de funções não correlacionadas representadas pelos escores de componentes principais. Assim, acoplando o método *NBI* à Análise de Componentes Principais (*PCA*). Para os dados experimentais obtidos com matrizes combinadas, este trabalho apresenta uma abordagem capaz de tornar o processo menos sensível à variabilidade provocada por variáveis de ruído, enquanto identifica o conjunto de pontos ótimos numa fronteira de Pareto uniformemente distribuída. A aplicabilidade do método é ilustrada com a otimização de um processo de fresamento do aço AISI 1045. A confirmação da eficiência do método se dá após a fase de otimização, no qual três pontos da fronteira foram escolhidos para execução dos experimentos de confirmação. O planejamento, por meio de um Taguchi L9, indicou a necessidade de 27 experimentos para testar uma diferença de magnitude de 0,2 mm para  $R_a$  e 1,8 mm para  $R_t$  com um poder  $(1-\beta)$  de 82%, considerando-se, para cada resposta, nove condições de ruído. Os resultados dos experimentos de confirmação se localizaram dentro dos intervalos de confiança estabelecidos para médias e variâncias, respectivamente, o que demonstra a capacidade do método *NBI-PCA* de mitigar a influência das variáveis de ruído em processos de respostas múltiplas para qualquer peso desejado.

**Palavras-chave:** Interseção Normal à Fronteira (*NBI*), Projeto Robusto de Parâmetros Multiobjetivo (*MRPD*), Análise de Componentes Principais (*PCA*), Fronteira de Pareto, Arranjo Combinado, Correlação.

# ABSTRACT

*Normal Boundary Intersection is traditionally used to generate equispaced and uniform spread Pareto Frontiers for non-linear multi-objective optimization problems providing a set of optimal solutions. Extending its application to multiobjective robust parameter design (MRPD) modeled by a combined array, NBI can be very useful to find out the optimal set of controllable variables capable of minimize the effect of noise variables properly. However, when the several objective functions are correlated the NBI method tends to fail producing unreal results and non convex frontiers since the influence of weights acts in the attempt of separate the correlated objective functions. This drawback may be reversed if the Pareto Frontier be designed with uncorrelated functions represented by the scores of principal components. Hence, coupling NBI with Principal Component Analysis (PCA) for experimental data obtained with a combined arrays, this paper presents an approach capable of make the process less sensitive to variability provoked by noise variable while identifies the set of optimal points in a equispaced and continuous Pareto frontier. This theoretical proposal is illustrated and confirmed with the optimization of an end milling process of AISI 1045 steel. After optimization phase, three points of the frontier were chosen for confirmation runs. A L9 Taguchi design with 27 runs was used for testing a difference of magnitude  $0.2 \mu\text{m}$  and  $1.8 \mu\text{m}$  for responses ( $R_a$  and  $R_t$  respectively) with a power  $(1-\beta)$  of 82%, considering each one of nine noise conditions. The confirmation runs fell within the prediction confidence intervals established for means and variances respectively, which shows the NBI-PCA ability of mitigating the influence of noise variables in multiresponse processes for any desired weight.*

**Keywords:** *Normal Boundary Intersection (NBI), Multiobjective Robust Parameter Design (MRPD), Principal Component Analysis (PCA), Pareto Frontier, Combined array, Correlation*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1-	Superfície de Resposta .....	15
Figura 2.2-	Relações de dominância de regiões do espaço objetivo .....	20
Figura 2.3-	Relações de dominância e níveis de dominância.....	21
Figura 2.4 -	Desvantagens do Método de Somas Ponderadas.....	22
Figura 2.5-	Comparação entre o Método <i>NBI</i> e o Método de Somas Ponderadas.....	23
Figura 2.6-	Método da Interseção Normal à Fronteira ( <i>NBI</i> ).....	26
Figura 2.7-	Interpretação geométrica dos componentes principais.....	29
Figura 2.8-	Representação gráfica das variáveis originais e as componentes principais.....	29
Figura 2.9-	Representação das variáveis do processo.....	30
Figura 2.10-	Fatores do processo.....	42
Figura 2.11-	Classificação do <i>CCD</i> .....	44
Figura 2.12-	Arranjo cruzado.....	46
Figura 2.13-	Arranjo combinado... ..	47
Figura 3.1-	Metodologia do trabalho.....	49
Figura 3.2 -	Procedimentos preliminares.....	51
Figura 3.3 -	Algoritmo do método <i>NBI-PCA</i> .....	61
Figura 4.1 -	Exemplos de fresamento vertical com fresas de topo.....	66
Figura 4.2 -	Centro de usinagem Fadal.....	66
Figura 4.3 -	Cabeçote com insertos para o fresamento de topo.....	67
Figura 4.4 -	Rugosímetro Mitutoyo Surfesr SJ201.....	69
Figura 4.5 -	Execução do fresamento.....	70
Figura 4.6 -	Posições de leituras para registros dos dados.....	70
Figura 4.7 -	Rugosidades mensuradas de $R_a$ e $R_t$ .....	73
Figura 5.1-	Rugosidades previstas pelo método <i>NBI-MSE</i> .....	80
Figura 5.2-	Fronteiras de Pareto pelas Somas Ponderadas e pelo <i>NBI-MSE</i> .....	80
Figura 5.3	Gráfico dos resíduos: <i>PC score</i> .....	82
Figura 5.4-	Rugosidades previstas pelo método <i>NBI-PCA</i> .....	86
Figura 5.5-	Fronteira de Pareto <i>NBI-PCA</i> .....	87
Figura 5.6-	Fronteira de Pareto para $R_a$ .....	87
Figura 5.7-	Fronteira de Pareto para $R_t$ .....	88

Figura 5.8-	Fronteira <i>NBI-MSE</i> versus <i>NBI-PCA</i> .....	89
Figura 5.9-	Fronteira prevista pelos modelos para <i>Ra</i> e <i>Rt</i> .....	89
Figura 5.10-	Sobreposição das fronteiras previstas pelos modelos para <i>Ra</i> e <i>Rt</i> .....	90
Figura 5.11-	Valores dos experimentos vs. valores previstos pelos modelos de otimização..	91
Figura 5.12-	Ampliação da área de pontos de ótimos .....	92
Figura 5.13-	Rugosidade de <i>Rt</i> mensurada versus previstas .....	93
Figura 5.14a-	<i>Power curve</i> para <i>Ra</i> com peso = 10%.....	95
Figura 5.14b-	<i>Power curve</i> para <i>Ra</i> com peso = 50%.....	95
Figura 5.14c-	<i>Power curve</i> para <i>Ra</i> com peso = 90%.....	96
Figura 5.15a-	<i>Power curve</i> para <i>Rt</i> com peso = 10%.....	96
Figura 5.15b-	<i>Power curve</i> para <i>Rt</i> com peso = 50%.....	97
Figura 5.15c-	<i>Power curve</i> para <i>Rt</i> com peso = 90%.....	97



## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1-	Matriz Experimental.....	71
Tabela 5.1 -	Matriz <i>Payoff</i> .....	77
Tabela 5.2-	Otimização das respostas pelo método somas ponderadas .....	78
Tabela 5.3-	Otimização das respostas pelo método <i>NBI-MSE</i> .....	79
Tabela 5.4-	Autovalores e autovetores.....	81
Tabela 5.5-	Alvos de média e variância para $PC_1$ .....	84
Tabela 5.6-	Matriz <i>Payoff</i> ( $\mu$ e $\sigma^2$ ).....	84
Tabela 5.7-	Otimização pelo Método <i>NBI-PCA</i> .....	85
Tabela 5.8-	Resultados da aplicação do <i>Power Simple Size</i> .....	98
Tabela 5.9-	Parâmetros do Modelo.....	99
Tabela 5.10-	Medições dos experimentos de Confirmação.....	100
Tabela 5.11-	Teste de hipótese para média e variância.....	101

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1.1- Análise bibliométrica das obras publicadas por palavra-chave.....	9
Quadro 4.1- Composição química (%) do aço ABNT 1045.....	67
Quadro 4.2- Variáveis de controle selecionadas.....	68
Quadro 4.3- Variáveis de ruído selecionadas.....	68

## LETRAS LATINAS

<i>i</i>	Número de componentes considerados
<i>j</i>	Número de variáveis de resposta
<i>k</i>	Quantidade de componentes principais
<i>p</i>	Quantidade de variáveis originais
<i>r</i>	Coefficiente de Correlação de Pearson
<i>T</i>	Alvo
<i>y</i>	Variável dependente ou variável de resposta
<i>x</i>	Variável controlável
<i>w</i>	Peso atribuído à resposta
<i>z</i>	Variável incontrolável ou ruído

# LETRAS GREGAS

$\alpha$  Distância dos pontos axiais em relação aos pontos centrais

$\beta$  Coeficiente do modelo a ser estimado

$\varepsilon$  Erro experimental

$\mu$  Média populacional

$\sigma$  Desvio padrão

$\sigma^2$  Variância

$\Sigma$  Somatório

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACP	Análise de Componentes Principais
$A_e$	Penetração
ANOVA	Análise de variância
$A_p$	Profundidade
CCD	<i>Central Composite Design</i> - Arranjo Composto Central
CP	Componente principal
CQ	Característica de qualidade
DOE	<i>Design of Experiment</i>
DRS	<i>Dual response surface</i> - Superfície de Resposta Dual
EQM	Erro Quadrático Médio ou MSE ( <i>Mean Square Error</i> )
EQMM	Erro Quadrático Médio Multivariado
$F_z$	Avanço por dente
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado
LAM	Laboratório de Automação e Manufatura
LCB	<i>Lower confidence bound</i> - Limite de confiança inferior
MRPD	<i>Multobjective Robust Parameter Design</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i> – Erro Quadrático Médio
NBI	<i>Normal Boundary Intersection</i> ou Interseção Normal a Fronteira
NLP	<i>Nonlinear Constrained Programming</i>
OLS	<i>Ordinary Least Squares</i> – Mínimos Quadrados Ordinários
PCA	<i>Principal Component Analysis</i> - Análise de Componentes Principais
POE	<i>Propagation of Errors</i> - Propagação de Erros
$R_a$	Rugosidade média
RSM	<i>Response Surface Methodology</i> – Metodologia de Superfície de Resposta
RPD	<i>Robust Parameter Design</i> – Projeto de Parâmetro Robusto
$R_t$	Rugosidade total
UCB	<i>Upper confidence bound</i>
$V_c$	Velocidade
WLS	<i>Weighted Least Squares</i> - Mínimos Quadrados Ponderados

## Sumário

AGRADECIMENTOS.....	iv
RESUMO .....	v
ABSTRACT .....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	vii
LISTA DE TABELAS .....	ix
LISTA DE QUADROS .....	x
LETRAS LATINAS .....	x
LETRAS GREGAS.....	xi
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	xii
1 INTRODUÇÃO .....	4
1.1. Objetivo Geral.....	6
1.1.1. Objetivos específicos .....	7
1.2. Justificativas.....	7
1.2.1 Contribuição científica .....	8
1.3. Limitações.....	9
1.4. Estrutura do trabalho .....	10
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	12
2.1. Projeto Robusto de Parâmetros.....	12
2.2. Metodologia de Superfície de Resposta .....	14
2.3. Otimização Multiobjetivo .....	18
2.3.1. Erro Quadrático Médio .....	18
2.3.2. Fronteira de Pareto.....	22
2.3.3. Interseção Normal à Fronteira - <i>NBI</i> .....	23
2.4. Otimização de Parâmetro Robusto Multivariado.....	28

2.4.1.	Análise de Componentes Principais .....	28
2.4.2.	Otimização Dual baseada em Componentes Principais.....	33
2.5.	Algoritmos .....	35
2.5.1.	Gradiente Reduzido Generalizado.....	36
2.5.2.	Algoritmos de Estimação de Coeficientes: <i>OLS</i> e <i>WLS</i> .....	38
2.5.3.	Mínimos Quadrados Ponderados pela incerteza multivariada .....	39
2.6.	Planejamento e Análise de Experimentos ( <i>DOE</i> ).....	41
2.6.1.	Arranjo Composto Central .....	43
2.6.2.	Arranjo Cruzado e Arranjo Combinado.....	45
2.7.	Considerações Finais do Capítulo .....	47
3	DESENVOLVIMENTO DA METODOLOGIA.....	49
3.1.	Otimização Multivariada para Arranjos Combinados.....	50
3.2.	Método <i>NBI-PCA</i> para Arranjos Combinados.....	53
3.3.	Considerações finais do capítulo.....	63
4	PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL .....	65
4.1.	Fresamento.....	65
4.2.	Máquinas, ferramentas, material e instrumentos de medição .....	66
4.3.	Execução dos experimentos e registro dos dados .....	69
4.4.	Considerações finais do capítulo.....	73
5	APLICAÇÃO E RESULTADOS DA METODOLOGIA.....	75
5.1.	Base de dados.....	75
5.2.	Resultados pelo método das Somas Ponderadas e pelo método <i>NBI-MSE</i> ....	75
5.3.	Resultado pelo método <i>NBI-PCA</i> para arranjos combinados .....	81
5.4.	Comparação dos resultados <i>NBI-MSE</i> versus <i>NBI-PCA</i> .....	88
5.5.	Experimentos de confirmação .....	93

6	CONCLUSÕES .....	102
6.1.	Contribuições do trabalho.....	104
6.2.	Sugestões para estudos futuros .....	104
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	105
8	PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA.....	114

# 1 INTRODUÇÃO

A Interseção Normal à Fronteira (*NBI*, do inglês *Normal Boundary Intersection*) é um método de otimização multiobjetivo desenvolvido por Das e Dennis (1998) para compensar as deficiências atribuídas ao método de somas ponderadas como, por exemplo, a incapacidade de encontrar soluções ótimas para regiões não convexas da fronteira de Pareto, mesmo quando estas existem. Neste caso, geralmente, um conjunto de Pareto não-convexo com soluções ótimas viáveis podem se agrupar em regiões de extrema curvatura, porém, sem continuidade ao longo da fronteira (DEB, 2011).

Embora o método *NBI* tenha sido utilizado com o propósito de plotar uma fronteira de Pareto equiespaçada e contínua com pontos de ótimo, a sua utilização também pode ser estendida para problemas industriais envolvendo múltiplas funções objetivo formadas por interações entre as variáveis controláveis e as variáveis de ruído. Estas interações podem ser elaboradas através de um planejamento experimental chamado DOE.

No Projeto de Experimentos (*DOE*, do inglês *Design of Experiments*), as variáveis de ruído são inseridas na matriz de controle, geralmente representada por um Arranjo Composto Central (*CCD*, do inglês *Central Composite Design*), que conduz a uma "matriz combinada" (Montgomery, 2009). Uma vez que a variável dependente ( $Y$ ) é medida, as equações de média e variância podem ser obtidas calculando as derivadas parciais da superfície de resposta estimada ( $\hat{Y}$ ) em termos dos fatores de ruído, que por sua vez é estimado utilizando os Mínimos Quadrados Ordinários (*OLS*, do inglês *Ordinary Least Squares*). Então, supondo que existam várias características estimadas em um processo ou produto industrial específico ( $\hat{Y}_i$ ), que deveria ser otimizado, o *NBI* torna-se uma opção muito útil para descobrir o conjunto robusto de variáveis controláveis capazes de minimizar o efeito das variáveis de ruído, adequadamente. Este efeito também é expresso como uma equação de variância. A abordagem de otimização, aqui utilizada, é chamada de Projeto Robusto de Parâmetro Multiobjetivo (*MRPD*, do inglês *Multiobjective Robust Parameter Design*). Assim, um problema simples de *MRPD* é intrinsecamente um problema de otimização bi-objetivo composto por funções objetivo de média e de variância.

Suponha agora,  $\xi$  (quantidade) modelos estimados para média, então, ter-se-á a mesma quantidade de modelos para variância. Em seguida, haverá um problema de otimização



multiobjetivo com  $2\xi$  equações estimadas e  $\xi$  superfícies de resposta dupla. Portanto, o compromisso industrial de oferta de produtos de qualidade que emprega a otimização simultânea de blocos para equações de médias e variâncias torna-se uma tarefa não trivial (Kazemzadeh *et al.*, 2008).

Além dos efeitos da interação ruído-controle, outra particularidade associada ao *MRPD* é a presença de forte correlação entre as várias respostas estimadas. Este aspecto da otimização multivariada é muito comum na indústria e geralmente produz modelos de regressão instáveis e coeficientes imprecisos, que podem modificar substancialmente os resultados da otimização, conduzindo a resultados irreais (Box *et al.*, 1973; Khuri e Conlon, 1981; Bratchell, 1989; Tang e Xu, 2002; Quesada e Del Castillo, 2004; Jeong *et al.*, 2005; Wu, 2005; Lee e Park, 2006; Govindaluri e Cho, 2007; Yuan *et al.*, 2008; Paiva *et al.*, 2009; Kovach e Cho, 2009; Shaibu e Cho, 2009; Shin *et al.*, 2011; Paiva *et al.*, 2012; Brito *et al.*, 2014).

A influência da correlação é fundamental na construção da fronteira de Pareto. Uma vez que a fronteira é obtida por meio da ponderação entre uma função com dois ou mais objetivos, se a correlação é forte e se a mesma for negligenciada, os pesos serão igualmente divididos para atender os dois objetivos concomitantemente, promovendo uma situação que, na prática, não ocorre. Em outras palavras, pode ser possível obter uma excelente fronteira de Pareto composta por soluções viáveis, porém, irreais.

Assim, para evitar esta inconsistência na fronteira, as funções objetivo obtidas por meio de arranjos de superfície de resposta devem ser não correlacionadas. Este procedimento pode ser feito usando uma técnica estatística multivariada denominada Análise de Componentes Principais (*PCA*, do inglês *Principal Component Analysis*). A análise de componentes principais extrai os autovetores da variância-covariância ou a matriz de correlação e estes são utilizados como pesos para multiplicar os valores padronizados do conjunto de dados original. Este novo conjunto de dados, chamado escores de componentes principais, são úteis para construção de novas superfícies de resposta não correlacionadas (*RSM-PCA*).

A abordagem *RSM-PCA* (*RSM*, do inglês *Response Surface Methodology*) usada para tratar problemas com arranjos combinados difere da maioria das abordagens de *RPD*, devido

às equações de média e variância dos escores dos componentes principais ponderados serem obtidas a partir de uma equação de superfície de resposta de controle-ruído. Além de reduzir as dimensões, esta abordagem multiobjetivo apresenta duas outras vantagens: (i) considera a correlação entre as várias respostas; e (ii) gera Fronteiras de Pareto convexas para funções de média ( $f_{\mu}$ ) e variância ( $f_{\sigma^2}$ ). Ademais, a abordagem de componentes principais ponderados já foi utilizada com sucesso por alguns autores (Lopes *et al.*, 2013; Gomes *et al.*, 2013; Peruchi *et al.*, 2013; Paiva *et al.*, 2010).

Com o *NBI* é possível a geração de fronteiras convexas com soluções equidistantes ou mesmo, a determinação de pontos ótimos viáveis em regiões não convexas da fronteira. Deste modo, estendendo-se o conceito de fronteiras equiespaçadas convexas para o problema de múltiplos duais correlacionados, esta tese tenciona propor e testar formulações de otimização não-linear restrita (*NLP*, do inglês *Nonlinear Constrained Programming*) envolvendo fronteiras de Pareto para múltiplas grandezas correlacionadas através da utilização de uma abordagem híbrida multiobjetivo conciliando *RPD – NBI – PCA* para Arranjos Combinados.

Para validar a capacidade do método foi utilizado um estudo de caso da operação de fresamento do aço ABNT 1045 com dureza de 180HB, fresado com insertos de metal duro ISO P25. Os resultados desta aplicação confirmaram a eficácia do método, apresentando os seguintes resultados: índice de coeficiente de ajuste ( $R^2$  *adj.*) acima de 80% e uma fronteira de Pareto uniformemente distribuída, plotada com pontos de ótimo numa região convexa, indicando que os problemas de conflitos foram contornados e que o método foi capaz de contornar os efeitos da correlação e identificar os parâmetros que atendem às múltiplas respostas. Por último, os experimentos de confirmação comprovaram que os efeitos provocados pelos ruídos foram mitigados, portanto, não foram significativos para os resultados.

### 1.1. Objetivo Geral

Desenvolver um método de otimização robusta multivariada para arranjos combinados envolvendo a análise de componentes principais e o método *NBI*, para geração de fronteiras convexas de Pareto equiespaçadas.

### 1.1.1. Objetivos específicos

- Desenvolver um método com capacidade de identificar os parâmetros que atendam às múltiplas respostas contornando as situações de conflitos gerados em problemas de otimização multivariada;
- Reduzir os efeitos dos ruídos para que estes não sejam significativos para os resultados;
- Comprovar que o efeito da correlação pode levar a resultados irreais;
- Elevar o índice de explicação do modelo maximizando os percentuais de  $R^2 adj.$  e minimizando as variâncias;
- Ratificar, por meio dos experimentos de confirmação, que os valores previstos pelo método são factíveis.

### 1.2. Justificativas

Encontrar uma combinação de métodos que torne os processos menos sensíveis à variabilidade, situação comum na execução de um conjunto de atividades ou tarefas, é uma preocupação constante para as indústrias e um desafio a ser explorado pelos pesquisadores.

O projeto robusto de parâmetros (*RPD*) é uma alternativa conhecida, assim como, a fusão deste com a metodologia de superfície de resposta (*RSM*). Porém, pouco difundida para os casos de múltiplas respostas.

A análise de componentes principais (*PCA*) é outra alternativa explorada, quando se trabalha com otimização multiobjetivo, pois, além de reduzir o número de funções objetivo, elimina a influência da correlação sobre os regressores destas funções. A estrutura de correlação, presente nas variáveis de controle e nas variáveis de respostas, sempre foi um problema sério que afeta os resultados das pesquisas. No entanto, alguns pesquisadores ignoram este aspecto e executam suas atividades sem considerá-la ou tomar conhecimento de sua existência.

Então, qual a combinação ideal que incorpora a capacidade de identificar os parâmetros robustos, sem ignorar os efeitos da correlação, e ainda, apontar os pontos de ótimo na geração de fronteira uniformemente distribuída?

A resposta para este problema de pesquisa está no desenvolvimento e aplicação do método *NBI-PCA* para Arranjos Combinados para grupos de média e variância. Esta é uma abordagem híbrida e inédita. Portanto, espera-se que, com esta combinação de métodos, seja possível responder ao problema de pesquisa e cumprir com todos os objetivos elencados no item anterior.

### 1.2.1 Contribuição científica

Com o objetivo de comprovar a relevância do trabalho e a sua contribuição no campo da pesquisa, realizou-se uma análise bibliométrica focando os três temas principais desta tese: Interseção normal à fronteira (*NBI*), projeto robusto de parâmetros multiobjetivo (*MRPD*) e análise de componentes principais (*PCA*).

A análise bibliométrica foi realizada no dia 30/04/2015 contemplando os trabalhos disponíveis nas seguintes bases de dados: *Scopus*, *Emerald*, *ISI Web of Knowledge*, *Taylor & Francis* e *Scielo*. De acordo com Herculano e Norberto (2012), as bases utilizadas são fontes importantes de periódicos multidisciplinares reconhecidos internacionalmente. Os mesmos autores ressaltam a abrangência da *Scopus* como a maior base de dados de artigos e resumos e destacam que a *Scielo*, incorporada pela *Scopus*, disponibiliza um grande número de periódicos abrangendo 12 países ibero-americanos, entre eles, o Brasil.

Na análise bibliométrica foram realizadas buscas pelas palavras de forma separadas e, em seguida, procuraram-se pelas três palavras-chave em conjunto. Em ambas as pesquisas, o período de busca ficou em aberto, de modo que a análise foi processada de 30/04/2015, até onde houvesse registros. Na pesquisa das três palavras-chave, em conjunto, o refino da busca se concentrou na aparição das palavras-chave no título, no resumo e palavras-chave das obras. Em nenhuma das cinco bases de dados foram encontrados trabalhos, que como esta tese, combinam estes três campos de pesquisa. Os resultados desta pesquisa podem ser observados no Quadro 1.1.

Quadro 1.1 – Análise bibliométrica das obras publicadas por palavra-chave

Bases de dados	<i>Normal Boundary Intersection</i>	<i>Principal Component Analysis</i>	<i>Multiobjective robust parameter design</i>	NBI + PCA + MRPD
<i>Scopus</i>	420	110.929	369	0
<i>Emerald</i>	1.518	20.268	41	0
<i>ISI Web of Knowlwdge</i>	379	107.077	217	0
<i>Taylor &amp; Francis</i>	24	12.918	404	0
<i>Scielo</i>	0	668	1	0

Então, de acordo com a análise realizada, comprova-se o ineditismo da combinação dos métodos *NBI-PCA* para um projeto robusto multiobjetivo e destaca-se a contribuição desta tese para solução de problemas reais.

### 1.3. Limitações

O principal objetivo desta tese é desenvolver um método de otimização robusta multivariada para arranjos combinados, envolvendo a análise de componentes principais e o método *NBI* para geração de pontos de ótimo na fronteira de Pareto. Espera-se que este novo método sirva de base para outras pesquisas e possa ser utilizado por algumas indústrias. Sendo assim, as limitações deste trabalho são caracterizadas por alguns elementos utilizados no estudo, tais como:

- Conforme apresentado, este trabalho limitou-se ao processo de fresamento do aço ABNT 1045 com dureza de 180HB, fresado com insertos de metal duro ISO P25. Mas, espera-se que o método possa ser aplicado a diferentes processos de manufatura com outros tipos de aço, assim como outras ferramentas de corte.
- Para o planejamento e a realização dos experimentos, considerou-se apenas o arranjo composto central (*CCD*) para 7 variáveis com 10 pontos centrais, eliminando-se os pontos axiais relacionados com as variáveis de ruído. Diferentes níveis da variável de controle e de ruído formaram uma combinação de fatores e níveis que expressa as possíveis variações que podem ocorrer durante a operação de fresamento. Isto faz com

que os modelos matemáticos desenvolvidos fiquem restritos aos comportamentos desses arranjos;

- Todas as análises estatísticas e gráficas foram realizadas com auxílio do software Minitab 16. Portanto, nenhum outro software foi desenvolvido para resolução do caso apresentado;
- A Técnica de análise de componentes principais foi aplicada somente sobre as respostas originais
- Pontos de ótimo – Para identificação destes pontos foi utilizado o algoritmo gradiente reduzido generalizado (*GRG*, do inglês *Generalized Reduced Gradient*), disponível no pacote de suplementos do programa Excel da Microsoft. Portanto, a obtenção dos mesmos pontos de ótimo fica restrita à utilização desta ferramenta.

#### 1.4. Estrutura do trabalho

Este trabalho está dividido em seis capítulos. O primeiro capítulo tem o objetivo de familiarizar o leitor a respeito dos métodos de otimização multivariada e multiobjetivo e como eles se encaixam no contexto industrial. Chama atenção, quanto à existência de forte correlação entre as respostas que, se negligenciada, pode interferir no processo de otimização, conduzindo a resultados irreais. Ainda, no decorrer deste primeiro capítulo, contextualiza-se os objetivos da tese e listam-se as justificativas que motivam a execução desse trabalho e a sua relevância, os objetivos gerais a serem alcançados e as delimitações do trabalho, finalizando-se com esta apresentação sobre a estrutura do mesmo.

O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica dos temas importantes para o desenvolvimento da pesquisa. Aborda os principais conceitos relacionados a projeto robusto de parâmetro, otimização multiobjetivo, erro quadrático médio multivariado, análise de componentes principais, bem como outras técnicas encontradas em alguns trabalhos publicados no meio científico. Em alguns momentos, fundamentado na literatura, destaca as vantagens e desvantagens do uso das metodologias e das técnicas apresentadas.

O capítulo 3 trata da contribuição da tese, abordando o procedimento para utilização da otimização multivariada e o desenvolvimento do método *NBI* acoplado à análise de

componentes principais para arranjos combinados. São também apresentados dois fluxos que descrevem todo desenvolvimento do trabalho, assim como, o desenvolvimento do algoritmo *NBI-PCA* escrito em forma de equação.

O capítulo 4 descreve a aplicação do método, passando antes por uma breve explanação sobre o processo de fresamento, os materiais e os equipamentos envolvidos nos experimentos. Apresenta a composição do arranjo combinado, conforme sugerido por Montgomery (2009), e os níveis das variáveis de controle e de ruído, finalizando-se com a execução dos experimentos e o registro das respostas.

O capítulo 5 apresenta os resultados verificados por meio dos diferentes métodos aplicados com o intuito de compará-los e realçar as vantagens e desvantagens encontradas. Além disso, expõe o planejamento e execução dos experimentos de confirmação para comprovar a efetividade do método desenvolvido.

Por fim, o capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e as oportunidades de pesquisa para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo deste trabalho é desenvolver e aplicar um método de otimização robusta multivariada para arranjos combinados considerando a estrutura de correlação existente entre as variáveis de controle e de resposta. Problemas de otimização, geralmente envolvem objetivos conflitantes, pois desejam maximizar uma variável e minimizar outra simultaneamente. Para contornar os conflitos originados em situações desta natureza, fez-se necessário a utilização e a combinação de algumas metodologias. Sendo assim, este capítulo pretende apresentar, por meio de uma revisão bibliográfica dos conceitos de cada metodologia, como estas são utilizadas e qual a importância das abordagens na obtenção dos resultados.

### 2.1. Projeto Robusto de Parâmetros

Os estudos e pesquisas por métodos que tornem os processos mais estáveis são preocupações que sempre atraem a atenção. Uma alternativa, conhecida como Projeto Robusto de Parâmetros (*RPD*), foi proposta por Taguchi (1986), o qual é um método que combina arranjos experimentais (originalmente arranjos ortogonais de Taguchi) e técnicas de otimização para a determinação dos níveis ótimos das variáveis de controle, tornando assim, o processo menos sensível à influência das variáveis de ruído, o que conduz à redução da variabilidade do processo e do distanciamento da média em relação ao alvo proposto para a característica do produto (Quesada e Del Castillo, 2004; Robinson *et al.*, 2006; Ardakani e Noorossana, 2008; Shin *et al.*, 2011; Asiltürk e Neseli, 2012). Originalmente, o método foi desenvolvido para ser aplicado com um arranjo experimental chamado “cruzado”, o qual combina um arranjo interno formado pelas variáveis de controle com outro externo constituído pelas variáveis de ruído. Assim, cada combinação experimental das variáveis de processo é testada em diversos cenários formados pelas variáveis de ruído. Certamente, a alteração dos cenários provoca a mudança do valor da característica, originando um valor de variância para cada combinação experimental. Posteriormente, os valores de média e variância são modelados e otimizados. Embora seja bastante difundida entre os pesquisadores, a metodologia *RPD* de Taguchi sofre muitas críticas devido a uma variedade de falhas percebidas, principalmente no que diz respeito às inconsistências matemáticas e estatísticas (NAIR, 1992; BOYLAN e CHO, 2013). Neste contexto, destaca-se Nair (1992), que apresenta um painel de discussão sobre o tema com opiniões de alguns pesquisadores



reconhecidos internacionalmente. Outra crítica diz respeito à limitação do método. Por se tratar de um modelo linear, o método de Taguchi torna-se incompatível para utilização em problemas multiobjetivos (NAKAGAWA e KIRIKOSHI, 2012). Todavia, existe um relativo consenso de que a garantia da qualidade de produtos e serviços só pode ser conseguida considerando-se a redução da distância entre média e alvo, com minimização simultânea da variância desta característica (SHIN *et al.*, 2011). A principal polêmica ao *RPD* de Taguchi está relacionada à incapacidade do arranjo cruzado em revelar as interações entre variáveis de controle e variáveis de ruído (Quesada e Del Castillo, 2004; Montgomery, 2009), além da relativa desconfiança entre os pesquisadores no que diz respeito à razão sinal/ruído. Surge, ainda, outra questão na qual alguns pesquisadores acreditam que a metodologia de Taguchi apenas facilita a melhoria do processo, em vez de otimizá-lo (BOYLAN *et al.*, 2013). Para contornar estas desvantagens em relação ao método original, os pesquisadores têm buscado alternativas de modelos de *RPD* com ênfase no planejamento de experimentos e na metodologia de superfície de resposta. Vining e Myers (1990) e Box e Jones (1992), que estão entre os primeiros a criar alternativas ao modelo de Taguchi, propuseram o uso dos arranjos de superfície de resposta (*RSM*), como o *CCD* (*Central Composite Design*), por exemplo, na forma de um arranjo “combinado”. Neste tipo de arranjo, a variável de ruído é incorporada ao arranjo experimental das variáveis de controle, geralmente excluindo-se os pontos axiais referentes às variáveis de ruído adicionadas. Usando o princípio da propagação de erro (*POE*, do inglês *Propagation of Errors*), calculam-se as derivadas parciais da equação de regressão da superfície de resposta  $f(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  destas variáveis, em relação aos fatores de ruído, obtendo-se as equações da média e da variância para cada característica de interesse (QUESADA e DEL CASTILLO, 2004; MONTGOMERY, 2009). Destaca-se que  $f(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  é um polinômio quadrático que contém todas as interações entre variáveis de controle e ruído (MONTGOMERY, 2009).

Apesar de bastante útil, a abordagem *RPD-RSM* ainda é pouco difundida para os casos de múltiplas respostas, situação muito comum nas aplicações industriais de *DOE* (Quesada e Del Castillo, 2004; Kazemzadeh *et al.*, 2008 e Paiva *et al.*, 2012). Esta aplicação é ainda mais escassa quando as múltiplas respostas são correlacionadas (Govindaluri e Cho, 2007; Paiva *et al.*, 2009). Mesmo nos trabalhos que envolvem a aplicação de técnicas multivariadas, que reconhecem a influência da estrutura da correlação sobre a determinação dos coeficientes dos regressores, as interações entre variáveis de ruído e controle são geralmente negligenciadas,

sendo as equações de média e variância obtidas por intermédio dos arranjos cruzados ou réplicas experimentais (TANG e XU, 2002; JEONG *et al.*, 2005; LEE e PARK, 2006; GOVINDALURI e CHO, 2007; KOVACH e CHO, 2009; SHAIBU e CHO, 2009; SHIN *et al.*, 2011; PAIVA *et al.*, 2012). A presença de correlação em múltiplas respostas pode causar a instabilidade dos modelos estimados, aumento do erro de previsão, superajuste devido o erro aleatório ou ruído (*overfitting*), erros nos coeficientes dos regressores e outros, o que pode modificar substancialmente os resultados dos algoritmos de otimização que utilizam estas equações como funções objetivo ou restrições (BOX *et al.*, 1973; KHURI e CONLON, 1981; BRATCHELL, 1989; WU, 2005; YUAN *et al.*, 2008).

Quando duas ou mais variáveis aleatórias são definidas em um espaço probabilístico, é útil descrever como elas variam conjuntamente; isto é, é útil medir a relação entre as variáveis. Uma medida comum da relação entre duas variáveis aleatórias é a covariância, que é uma medida de relação linear. Há outra medida da relação entre duas variáveis aleatórias que é mais fácil de interpretar do que a covariância, a correlação. A correlação expressa a relação entre variáveis quantitativas. Para quaisquer duas variáveis aleatórias  $x$  e  $y$ , a correlação entre essas variáveis, denotada por  $\rho_{xy}$  é

$$\rho_{(xy)} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (2.1)$$

onde  $\rho$  representa a correlação populacional.

A correlação só escalona a covariância através do desvio-padrão de cada variável. Assim, a correlação é uma grandeza adimensional que pode ser usada para comparar as relações lineares entre pares de variáveis em diferentes unidades (MONTGOMERY e RUNGER, 2011).

## 2.2. Metodologia de Superfície de Resposta

De acordo com Box e Draper (1987), Montgomery e Runger (2011), Montgomery (2009) e Mao *et al.*, (2011), a Metodologia de Superfície de Resposta é uma coleção de técnicas matemáticas e estatísticas utilizada para modelar e analisar problemas nos quais a resposta de interesse é influenciada por muitas variáveis e o objetivo é a otimização desta resposta, reduzindo o número de experimentos para avaliar os fatores e suas interações. Por

exemplo, suponha que se deseje encontrar quais os níveis de temperatura ( $x_1$ ) e pressão ( $x_2$ ) que maximizem o rendimento ( $y$ ) de um processo. O processo de rendimento ( $y$ ) é em função dos níveis de temperatura e pressão, como segue:

$$Y = f(x_1, x_2) + \varepsilon \quad (2.2)$$

onde  $\varepsilon$  representa o ruído ou erro observado na resposta  $y$ . A superfície representada pela equação  $E(Y) = f(x_1, x_2) = \eta$ , então,  $\eta = f(x_1, x_2)$  e esta área é chamada de superfície de resposta, conforme representado pela Figura 2.1.

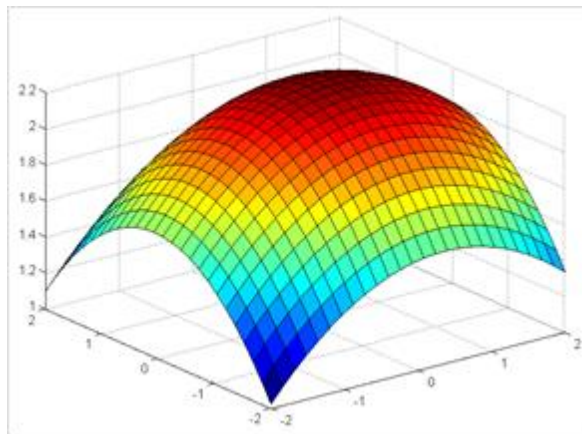


Figura 2.1 – Superfície de resposta.

Fonte: Gomes, 2013

Na maioria dos problemas de superfície de resposta, a relação entre a resposta e as variáveis independentes é desconhecida (ABBASI e MAHLOOJI, 2012). Assim, o primeiro passo dentro da *RSM* é encontrar uma aproximação adequada para o verdadeiro relacionamento entre  $y$  e o conjunto de variáveis. Geralmente, um polinômio de baixa ordem é empregado em alguma região das variáveis independentes. Se a resposta é bem modelada por uma função linear das variáveis independentes, então a próxima função é um modelo de primeira ordem.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (2.3)$$

onde:  $y$  – Resposta de interesse

$x_i$  – Variáveis independentes

$\beta_i$  – Coeficientes a serem estimados

$k$  – Número de variáveis independentes

$\varepsilon$  – Erro experimental

De acordo com Box e Draper (1987), supondo que a resposta esperada  $E(Y)$  seja função de  $K$  variáveis preditoras  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , codificadas de tal maneira que o centro da região de interesse é a origem  $(0, 0, \dots, 0)$ , o relacionamento entre  $y$  e as variáveis preditoras pode ser expresso segundo uma expansão em Série de Taylor, tal que:

$$E = (y) = \eta = \eta_0 + \sum_{i=1}^k \left[ \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \right]_0 X_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \left[ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x_i \partial x_j} \right]_0 x_i x_j + \dots \quad (2.4)$$

onde a letra grega  $\eta$  (*eta*) é um valor médio e o subscrito zero indica a avaliação na origem. Se os termos de alta ordem forem ignorados, a expansão produzirá:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i \quad (2.5)$$

Se, em adição, forem mantidos os termos de segunda ordem, a aproximação se tornará:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2.6)$$

Se houver curvatura no processo, então um polinômio de ordem mais alta deve ser utilizado, tal como um modelo de segunda ordem, por exemplo.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{\kappa} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{\kappa} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2.7)$$

Segundo Box e Draper (1987) quase todos os problemas de superfície de resposta utilizam um desses dois modelos, identificados pelas Equações 2.3 e 2.7, ou, em alguns casos, ambos. Contudo, é improvável que um modelo polinomial seja uma aproximação razoável do modelo real em todo o espaço experimental coberto pelas variáveis independentes, mas, pelo menos para uma determinada região, ele funcionará muito bem (MONTGOMERY, 2009).

Os parâmetros ( $\beta$ ) do modelo polinomial podem ser estimados utilizando-se o método dos Mínimos Quadrados Ordinários, representados na forma matricial  $\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$ .

Geralmente, quando se está em um ponto da superfície de resposta que está distante do ponto de ótimo, a curvatura do sistema é bem pequena, de onde decorre que um modelo de primeira ordem seja adequado para modelar a resposta. O objetivo experimental é, então, caminhar rápida e eficazmente em direção às proximidades da região de ótimo. Uma vez que tal região é encontrada, um modelo mais elaborado deve ser utilizado, tal como o de segunda ordem. Neste estágio, deve-se localizar o ponto de ótimo (PAIVA, 2006).

Enfim, a metodologia de superfície de resposta pode ser usada para modelar, analisar e otimizar tanto a média ( $\mu$ ) quanto a variância ( $\sigma^2$ ) de uma característica de qualidade ( $y$ ). Neste contexto, conforme explicitado por Yenzi *et al.*, (2006), a variância era assumida como pequena e constante. Porém, caso este pressuposto não se realizasse, o modelo de superfície de resposta para média não era alcançado e os resultados da otimização enganosos. Para contornar esta situação, Vining e Myers (1990) propuseram, inicialmente, uma abordagem que contemplava média e variância simultaneamente, conhecida como superfície de resposta dual (*DRS*, do inglês *Dual response surface*). As *DRS* formam uma classe de problemas *RSM* na qual se gera uma superfície de resposta para a média  $\hat{y}(\mathbf{x})$  e outra para variância  $\hat{\sigma}^2(\mathbf{x})$  de cada característica, utilizando para tal as réplicas experimentais, os arranjos cruzados ou combinados. Estas funções, usualmente escritas como modelos de mínimos quadrados ordinários (*OLS*, do inglês *Ordinary Least Squares*) de segunda ordem, podem ser utilizadas em algoritmos de otimização em diferentes esquemas de função objetivo e restrições (DEL CASTILLO *et al.*, 1999; KAZEMZADEH *et al.*, 2008). Vining e Myers (1990), por exemplo, estabeleceram a variância como função objetivo, tal que a sua minimização,  $\underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\text{Min}} \hat{\sigma}^2(\mathbf{x})$ , ficasse sujeita à satisfação da restrição  $\hat{y}(\mathbf{x}) = T$ , onde  $T$  é o alvo para a média da característica  $\hat{y}(\mathbf{x})$ . O problema foi resolvido usando o método dos multiplicadores de Lagrange, um conceito bastante difundido em *NLP*, através do qual um problema restrito pode ser resolvido pelas derivadas parciais de um problema irrestrito. Shin e Cho (2005) propuseram um método similar, sugerindo a minimização da variância sujeita a deslocamentos específicos da média em relação ao alvo,  $|\hat{y}(\mathbf{x}) - T| \leq \varepsilon$ , como restrição.

De forma geral, nos trabalhos de *RPD*, a combinação de média, alvo e variância em uma única função objetivo que deve ser minimizada, é a escolha mais comum. Esta função é conhecida como “Erro Quadrático Médio”.

## 2.3. Otimização Multiobjetivo

A otimização de problemas com múltiplos objetivos consiste em obter uma solução ótima com vários termos sujeitos a um conjunto de restrições. Às vezes, alguns dos termos da função objetivo têm metas opostas e melhorar uma delas consiste em piorar a outra. Neste contexto, a otimização com múltiplos objetivos é considerada por Zavala *et al.*, (2014) como uma das ferramentas mais valiosas.

### 2.3.1. Erro Quadrático Médio

O erro quadrático médio (*MSE*, do inglês *Mean Square Error*) é uma abordagem empregada por diversos pesquisadores, Vining e Myers (1990), Lin e Tu (1995) e Köksoy e Yalcinoz (2006), na otimização simultânea de média e variância para múltiplas respostas independentes e não correlacionadas.

A função objetivo *MSE*  $\text{Min}_{\mathbf{x} \in \Omega} [\hat{y}(\mathbf{x}) - T]^2 + \sigma^2$  é restrita apenas ao espaço experimental de solução (Lin e Tu, 1995; Cho e Park, 2005; Lee e Park, 2006; Kazemzadeh *et al.*, 2008; Steenackers e Guillaume, 2008; Kovach e Cho, 2009; Shin *et al.*, 2011; Paiva *et al.*, 2012). Supondo, porém, que média e variância possam ter diferentes graus de importância, a função objetivo *MSE* pode assumir a forma ponderada  $MSE_w = w_1 \cdot (\hat{y}(\mathbf{x}) - T)^2 + w_2 \cdot \hat{\sigma}^2(\mathbf{x})$ , na qual os pesos  $w_1$  e  $w_2$  são constantes positivas pré-especificadas (BOX e JONES, 1992; LIN e TU, 1995; TANG e XU, 2002; KAZEMZADEH *et al.*, 2008). Estes pesos também podem ser escolhidos a partir de diferentes combinações convexas, de tal modo que  $w_1 + w_2 = 1$ , com  $w_1$  e  $w_2 > 0$ , gerando um conjunto de soluções não inferiores (Pareto ótimas) como em problemas de otimização multiobjetivo (TANG e XU, 2002).

O que foi visto anteriormente em termos de modelos, consideram o *MSE* de apenas uma característica. Todavia, semelhante ao caso univariado, o conceito de *MSE* pode ser estendido para problemas de múltiplos duais, utilizando algum operador de aglutinação de funções objetivo, como as somas ponderadas, por exemplo, (Yang e Sen, 1996; Busacca *et al.*, 2001). Neste caso, a função objetivo global se torna.

$$MSE_T = \sum_{i=1}^p [(\hat{y}_i - T_i)^2 + \hat{\sigma}_i^2] \quad (2.8)$$

Se diferentes graus de importância forem atribuídos a cada  $MSE$ , a função objetivo global se torna, como proposto por Köksoy (2006):

$$MSE_T = \sum_{i=1}^p w_i \cdot MSE_i = \sum_{i=1}^p w_i \cdot [(\hat{y}_i - T_i)^2 + \hat{\sigma}_i^2] \quad (2.9)$$

Certas combinações mostram resultados interessantes. Partindo-se do princípio que cada parte da função  $MSE$  possa ter um peso diferente, ou seja, a minimização da variância pode ser tão importante quanto a minimização do deslocamento da média e vice-versa, então, pode-se combinar as abordagens anteriores e se obter:

$$MSE_T = \sum_{i=1}^p [w_i \cdot (\hat{y}_i - T_i)^2 + (1 - w_i) \cdot \hat{\sigma}_i^2] \quad (2.10)$$

As somas ponderadas, como descrito na Equação (2.10), são amplamente utilizadas (Govindaluri e Cho, 2007; Shin *et al.*, 2011; Boylan *et al.*, 2013) para gerar soluções de compromisso (*trade-off*) em problemas multiobjetivo e formam, via de regra, um conjunto de possíveis soluções provenientes do conceito dominância de Pareto.

Abraham, Jain e Goldberg (2005), dizem que uma solução pode ser melhor, pior ou indiferente a outras soluções. Para exemplificar as relações de dominância, considere a seguinte otimização multiobjetivo para um problema com  $m$  variáveis de decisão  $\mathbf{x}$  e  $n$  objetivos  $\mathbf{Y}$ , conforme mostrado na Equação (2.11),

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \mathbf{Y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(x_1, \dots, x_m), \dots, f_n(x_1, \dots, x_m)) \\ \text{Onde} \quad & \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m) \in X \\ & \mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n) \in Y \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde  $\mathbf{x}$  é chamado de vetor de decisão,  $X$  espaço de decisão,  $\mathbf{y}$  vetor objetivo e  $Y$  espaço objetivo.

De acordo com os trabalhos publicados por Mandal e Mukhopadhyay (2012) e Brigatto (2011), seja um problema de minimização com dois vetores de decisão  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$ . Determina-se, então, que a solução encontrada em  $\mathbf{x}_1$  é dominante e não-dominada em relação à solução de  $\mathbf{x}_2$  se ocorrer:

$$f_i(x_1) \leq f_i(x_2), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.12)$$

e se, em pelo menos um objetivo  $i$ , ocorrer:

$$f_i(x_1) < f_i(x_2) \quad (2.13)$$

Desta forma, para uma determinada solução possível, a verificação das relações de dominância resulta na classificação do espaço objetivo em regiões de dominância, conforme mostrado na Figura 2.2 para um conjunto de funções bidimensionais.

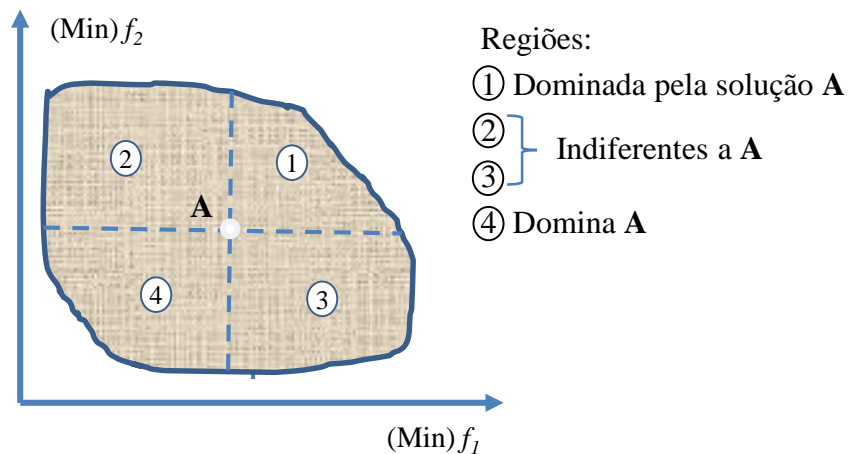


Figura 2.2 – Relações de dominância de regiões do espaço objetivo.

Fonte: Adaptado de Brigatto 2011.

Para consolidar o entendimento das relações de dominância e níveis de dominância, Brigatto (2011) utiliza algumas figuras bastante esclarecedoras. Conforme pode ser observado na Figura 2.3a, no conjunto **A**, **B** e **C**, as soluções são indiferentes entre elas, pois não há uma relação de dominância. Quando incluída uma solução **D**, Figura 2.3b, esta passa a ser não inferior em relação ao ponto **B**. Assim, o conjunto não dominado é formado pelas soluções **A**, **C** e **D**. Todavia, com a inclusão de novas soluções **E**, que domina a solução **A**, e **F**, que domina as soluções **C** e **D** (Figura 2.3c), então o conjunto não-dominado será agora formado pelos pontos **E** e **F**, pois estes pontos são indiferentes entre si. Logo, as várias negociações resultam em diversos conjuntos de pontos indiferentes entre si, que representam os diversos graus de dominância entre as soluções potenciais (Figura 2.3d), (BRIGATTO, 2011).



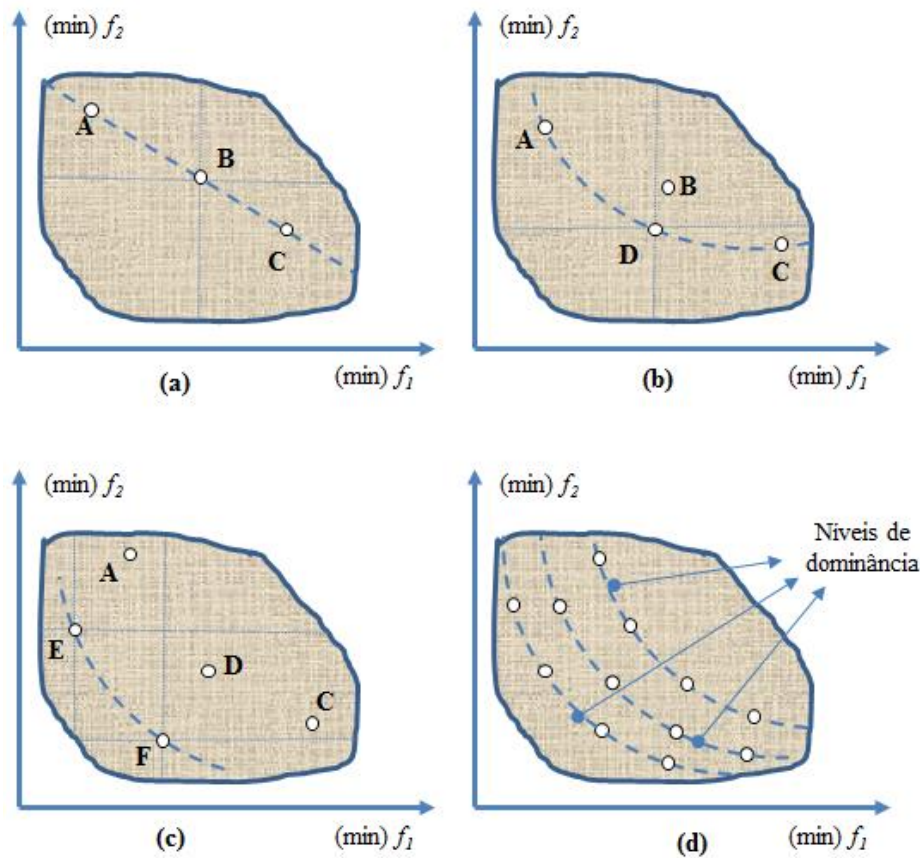


Figura 2.3 – Relações de dominância e níveis de dominância.

Fonte: Adaptado de Brigatto 2011.

Nenhum vetor de uma solução de Pareto-ótimo pode ser melhorado em qualquer função objetivo sem causar uma degradação em, pelo menos, um dos outros objetivos. Eles representam, nesse sentido, as soluções ótimas-globais, pois satisfazem a todas as restrições de pelo menos um dos objetivos e é a solução que causa menos danos para qualquer outra. Nota-se que um conjunto ótimo de Pareto não contém necessariamente todas as soluções Pareto-ótimo num espaço de decisão. Em um caso real à tomada de decisão, o *trade-off*, que é caracterizado por uma situação de conflito, é necessário para a obtenção de soluções ótimas. Ele reflete as variações de valores que ocorrem entre funções objetivo, quando o incremento em uma função implica, conseqüentemente, em uma redução do valor de outra função objetivo. O conjunto de vetores objetivos  $y$ , corresponde a um conjunto de vetores de decisão  $x$ , Pareto-ótimo, e é chamado de Fronteira de Pareto.

### 2.3.2. Fronteira de Pareto

Para Berezkin e Lotov (2014) e Martínez *et al.*, (2009), a solução de um problema de otimização com múltiplos objetivos é geralmente encontrada por meio da construção da fronteira de Pareto. Berezkin e Lotov (2014) acrescentam que esta é uma técnica que atrai muito interesse, principalmente por não envolver procedimentos complicados para identificar os pontos de ótimo. O tomador de decisão examina as opções na fronteira de Pareto e indica diretamente o ponto, que na sua percepção, é o mais vantajoso. A Fronteira de Pareto é um conjunto de soluções viáveis em que a ênfase em determinado objetivo resultará em resultados menos valorosos para os demais objetivos.

Nesta fronteira, cada ponto é um candidato à solução para o problema. Assim, ao invés de se obter uma resposta única que se aproxima do ótimo global no espaço de busca, obtém-se um conjunto de soluções no qual cada uma denota uma forma possível de equilibrar os objetivos de uma maneira globalmente ideal (YOO e HARMAN, 2007). Entretanto, se o conjunto de soluções de Pareto for não convexo, a fronteira passa a ser não convexa e descontínua, formando *clusters* de soluções Pareto-ótimas em regiões de grande curvatura, porém, descontínuas no espaço de soluções, (Figura 2.4), o que é típico de problemas mal condicionados. É importante destacar que um vetor de decisão  $\mathbf{x}^* \in S$  é Pareto-ótimo se nenhum outro vetor  $\mathbf{x} \in S$  existir de maneira que  $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^*)$ , para todo  $i = 1, 2, \dots, k$ .

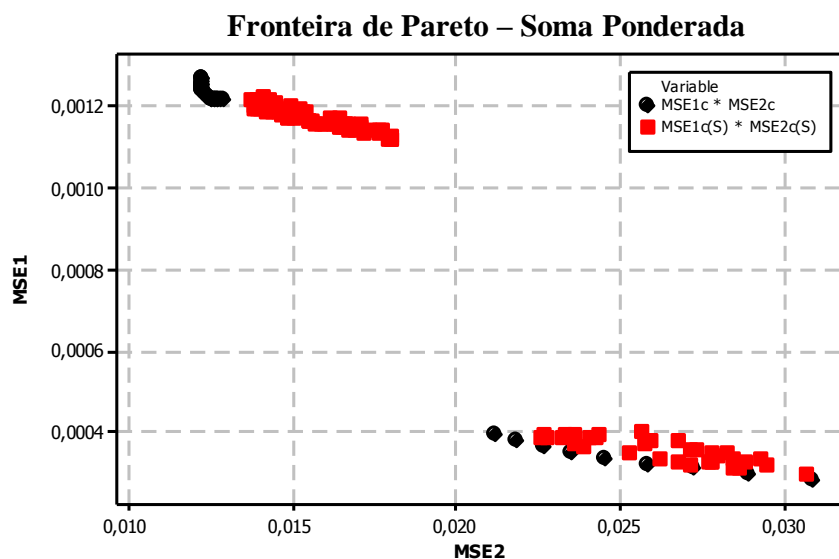
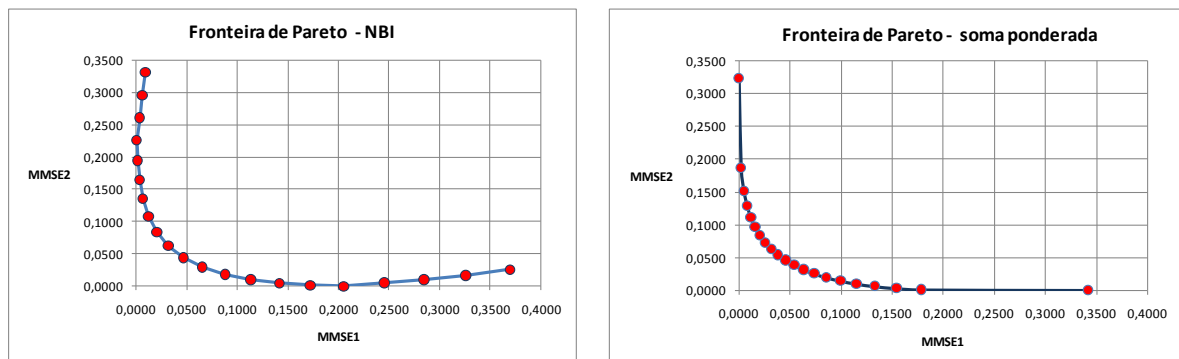


Figura 2.4 – Desvantagens do Método de Somas Ponderadas.  
Fonte: Paiva *et al.*, 2012

Como tal, as somas ponderadas dificilmente detectarão soluções nas regiões não convexas da fronteira ou em fronteiras não convexas (descontínuas) que, eventualmente, podem existir. Além disso, este método não é capaz de gerar uma fronteira uniformemente espaçada, mesmo quando a distribuição dos vetores de peso seja uniforme (SHUKLA e DEB, 2007; VAHIDINASAB e JADID, 2010). O método das somas ponderadas, segundo Messac e Mattson (2002), falha na captura dos pontos de Pareto onde a fronteira é não convexa. Todavia, mesmo que a curva fosse convexa, o método não produziria uma distribuição equilibrada dos pontos na curva de Pareto (DAS e DENNIS, 1997).

Para superar as desvantagens encontradas no método das somas ponderadas, Das e Dennis (1998) propuseram o método da Interseção Normal à Fronteira, no qual é possível a construção de fronteiras contínuas e uniformemente distribuídas, independentemente da distribuição dos pesos ou das escalas relativas entre as diversas funções objetivo. Empregando-se este método é possível identificar, visualmente (Figura 2.5), todos os pontos de ótimo plotados na curva da fronteira de Pareto.



(a) Método NBI

(b) Somas Ponderadas

Figura 2.5 – Comparação entre NBI e o Método de Somas Ponderadas.

Fonte: Paiva *et al.*, 2012

### 2.3.3. Interseção Normal à Fronteira - *NBI*

De acordo com Zangeneh *et al.*, (2008) o método NBI é uma abordagem para resolver problemas de otimização multiobjetivo que pode ser descrita, geralmente, conforme Eq. 2.14

$$\begin{aligned} \min F(x) &= \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)\} \\ \text{Sujeito a: } &g(x) \leq 0, \quad h(x) = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

O Método *NBI* foi desenvolvido por Das e Dennis (1998) para compensar as deficiências atribuídas ao Método de Somas Ponderadas. Em contraste com o Método de Somas Ponderadas, a abordagem *NBI* tem a capacidade de encontrar uma distribuição quase uniforme que contém as opções de solução Pareto-ótimos na fronteira. Isso faz com que o *NBI* se aproxime de uma alternativa mais viável em relação ao Método de Somas Ponderadas na resolução de problemas não convexos (GANESAN *et al.*, 2013).

Das e Dennis (1998) enumeram algumas vantagens obtidas com a utilização do *NBI*. Estas vão desde a capacidade de desenvolver uniformemente pontos para gerar a fronteira de Pareto ao *trade-off*, que otimiza vários níveis diferentes para garantir o melhor resultado. O ponto de partida para execução do método *NBI* envolve o cálculo dos elementos da matriz *pay off*, que representa os valores ótimos das múltiplas funções objetivo minimizados de modo individual. O vetor de solução que minimiza individualmente a *i*-ésima função objetivo  $f_i(x)$  é representado por  $x_i^*$ , de modo que o valor mínimo de  $f_i(x)$  neste ponto seja  $f_i^*(x_i^*)$ . Quando se substitui o ponto de ótimo individual  $x_i^*$  obtido na otimização da função objetivo nas demais funções, tem-se  $f_i(x_i^*)$  que é, portanto, um valor não ótimo dessa função. Repetindo-se este algoritmo para todas as funções, pode-se representar a matriz *pay off* como:

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_1^*(x_1^*) & \dots & f_1(x_i^*) & \dots & f_1(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_i(x_1^*) & \dots & f_i^*(x_i^*) & \dots & f_i^*(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_m(x_1^*) & \dots & f_m(x_i^*) & \dots & f_m^*(x_m^*) \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{f}_1 & \dots & \bar{f}_1 & \dots & \bar{f}_1(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{f}_i & \dots & \bar{f}_i & \dots & \bar{f}_i(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{f}_m(x_1^*) & \dots & \bar{f}_m(x_i^*) & \dots & \bar{f}_m(x_m^*) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Na Eq. 2.15, cada linha de  $\Phi$  é composta por valores mínimos e máximos de  $f_i(x)$ . Já  $\bar{\Phi}$  apresenta os valores de  $\Phi$  escalonados como sugere a equação 2.16.

$$\bar{f}_i(x) = \frac{f_i(x) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U} \quad i = 1, \dots, m \quad (2.16)$$

No método *NBI*, estes valores podem ser usados para normalizar as funções objetivo, principalmente quando as mesmas são representadas por escalas ou unidades diferentes. De

maneira semelhante, escrevendo o conjunto de ótimos individuais em um vetor, tem-se  $f^U = [f_1^*(x_1^*) \dots, f_i^*(x_i^*) \dots, f_m^*(x_m^*)]^T$ . Este vetor é denominado **Ponto de Utopia** que, quando resolvido individualmente, representa o ponto onde todos os objetivos têm seus valores ótimos. Os pontos de Utopia, para cada objetivo, estão na diagonal principal da matriz *pay off* e os seus extremos representam os **Pontos de Ancoragem**.

O intervalo de variação de cada função objetivo está limitado por um valor Nadir que é representado pelo valor máximo de cada linha da matriz *pay off*. Agrupando-se estes valores, isto é, os não ótimos de cada função objetivo, têm-se  $f^N = [f_1^N \dots, f_i^N \dots, f_m^N]^T$ . Este vetor é denominado de **Pontos Nadir** (JIA e IERAPETRITOU, 2007), que corresponde ao pior valor para todas as funções objetivo (UTYUZHNIKOV *et al.*, 2009). A partir destes dois conjuntos de pontos extremos é possível executar a normalização das funções objetivo.

Segundo Aronés (2009) as funções objetivo normalmente têm diferentes significados físicos ou ordens de magnitude. Geralmente, faz-se necessária a transformação das mesmas para que o problema possa ser analisado em um espaço de objetivos normalizados. A normalização das funções objetivo é uma transformação que converte o intervalo da função objetivo ao intervalo [0,1]. Esta transformação é realizada para cada função objetivo  $f_i$ , considerando as coordenadas dos pontos Nadir e o ponto utópico.

A normalização obtida pela Eq. 2.16 conduz conseqüentemente, à normalização para cada elemento da matriz *pay off*, fazendo com que a sua diagonal principal tenha somente valores de zero (0) e os outros elementos tenham valores entre 0 e 1. Desta forma, o ponto utópico normalizado  $f^U$  e o ponto Nadir normalizado  $f^N$  são definidos como:  $f^U = (0, 0, \dots, 0)$  e  $f^N = (1, 1, \dots, 1)$ . Assim, um problema com duas funções objetivo tem o Ponto de Utopia normalizado com  $f^U = (0, 0)$ , o Ponto Nadir com  $f^N = (1, 1)$  e os pontos de ancoragem com  $f_1 = (1, 0)$  e  $f_2 = (0, 1)$ .

De acordo com Vahidinasab e Jadid (2010), as combinações convexas de cada linha da matriz *pay off*, formam a “Envoltória Convexa de Mínimos Individuais” (CHIM, do inglês *Convex Hull of Individual Mínima*), ou ainda, a **Linha de Utopia** (Figura 2.6) (UTYUZHNIKOV *et al.*, 2009).

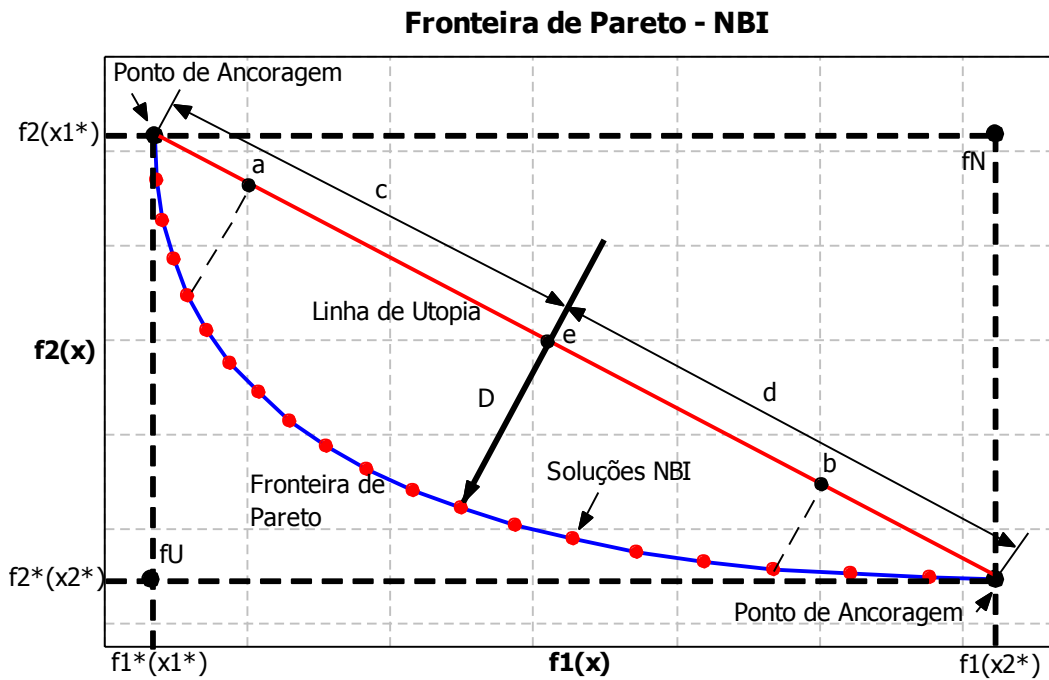


Figura 2.6 – Método da Interseção Normal à Fronteira (NBI).

Fonte: Paiva *et al.*, 2012

Ressalta-se que uma distribuição igualmente espaçada de pontos ao longo da linha de utopia não garante uma distribuição uniforme de pontos na fronteira de Pareto. A Figura 2.6 ilustra os principais elementos associados à otimização bi-objetivo. Observa-se que, além do ponto de Utopia e do ponto Nadir, existe um ponto de ancoragem para cada função objetivo na região do problema. As coordenadas do ponto âncora  $i$  são os valores das funções objetivo e representam as soluções de duas funções  $f_i^*(x_i^*)$  otimizadas individualmente (Jia e Ierapetritou, 2007; Utyuzhnikov *et al.*, 2009). As coordenadas do ponto âncora  $i$  podem ser extraídas da coluna  $i$  da matriz de *pay off*. Ainda, na Figura 2.6, é ilustrado como o método NBI funciona. Os pontos  $a$ ,  $b$  e  $e$  são pontos genéricos na linha de utopia, calculados a partir da matriz *pay off* escalonada,  $\bar{\Phi}_{w_i}$ , que sofrerão deslocamentos a partir dos pesos aplicados e o ponto  $D$  representa um vetor normal ao plano utópico. Considerando um conjunto de valores convexos para os pesos,  $w$ , tem-se que  $\Phi_{w_i}$  representará um ponto na linha de utopia. Fazendo  $\hat{n}$  denotar um vetor unitário normal à linha de utopia nos pontos  $\Phi_{w_i}$  na direção da origem; então,  $\Phi_{w_i} + D\hat{n}$ , com  $D \in \mathbb{R}$ , representará o conjunto de pontos no espaço de solução entre a linha de utopia e a fronteira de Pareto (JIA e IERAPETRITOU, 2007; SHUKLA e

DEB, 2007). O ponto de interseção desta normal com a fronteira da região viável, que for mais próximo da origem, corresponderá à maximização da distância entre a linha de utopia e a Fronteira de Pareto. Desse modo, o método NBI pode ser escrito como um problema de programação não-linear restrita, tal que:

$$\begin{aligned} & \mathbf{Max}_{(x,t)} \quad D \\ & \text{Sujeito a: } \bar{\Phi}w + D\hat{n} = \bar{F}(x) \\ & \quad \quad \quad x \in \Omega \end{aligned} \tag{2.17}$$

onde  $D$  é um vetor a ser maximizado,  $\bar{\Phi}w_i$  corresponde a uma matriz *pay off* escalonada e  $\Omega$  a uma região viável.

O problema de otimização representado pelo sistema de Equações (2.17) pode ser resolvido iterativamente para diferentes valores de  $w$ , o que cria, por conseguinte, uma Fronteira de Pareto igualmente espaçada. Uma escolha comum proposta por Jia e Ierapetritou (2007) é fazer  $w_n = 1 - \sum_{i=1} w_i$ . Por uma questão de simplificação, o parâmetro conceitual  $D$  pode ser algebricamente eliminado da Equação (2.17), dado que ele está tanto na função objetivo quanto nas restrições de igualdade. Para o caso bidimensional, esta expressão simplificada pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} & \mathbf{Min} \quad \bar{f}_1(x) \\ & \text{Sujeito a: } \bar{f}_1(x) - \bar{f}_2(x) + 2w - 1 = 0 \\ & \quad \quad \quad g_j(x) \geq 0 \\ & \quad \quad \quad 0 \leq w \leq 1 \end{aligned} \tag{2.18}$$

onde  $\bar{f}_1(x)$  e  $\bar{f}_2(x)$  representam duas funções objetivo escalonadas (normalizadas).

O método NBI pode ser útil também para a geração de fronteiras uniformemente distribuídas para o caso de múltiplos duais correlacionados. No entanto, observa-se que o método falha ao ignorar a correlação entre as respostas. Considerando apenas a matriz de peso, o método gera resultados que, na prática, não são possíveis de realizar.

Ressalta-se que  $\bar{f}_1(x)$  e  $\bar{f}_2(x)$  poderiam ser uma equação de média e outra de variância ou funções multivariadas EQMM – Erro Quadrático Médio Multivariado - (Paiva *et*

*al.*, 2009; 2012) representativas de um bloco de médias e outro bloco de variâncias, respectivamente. Para entender como as funções EQMM podem substituir adequadamente estes dois blocos de respostas que eventualmente serão correlacionadas, no próximo item, será abordado o método de otimização multivariada.

## 2.4. Otimização de Parâmetro Robusto Multivariado

Para Hair *et al.*, (2009), qualquer análise simultânea de mais de duas variáveis pode ser considerada, em geral, como uma análise multivariada. Algumas técnicas de análise multivariada fornecem meios de executar, em uma única análise, o que anteriormente exigia múltiplas análises univariadas.

### 2.4.1. Análise de Componentes Principais

A Análise de Componentes Principais, segundo Johnson e Wichern (2007) e Xu e Lu (2011) é uma técnica estatística multivariada amplamente utilizada para resumir em um número pequeno de combinações lineares os padrões comuns de variação entre as variáveis de interesse. Suponha que  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)$  sejam funções correlacionadas escritas a partir do vetor aleatório  $Y^T = [Y_1, Y_2, \dots, Y_p]$ . Assumindo que  $\Sigma$  seja a matriz de variância covariância associada a este vetor, então  $\Sigma$  pode ser fatorada em pares de autovalores-autovetores  $(\lambda_1, e_1), \dots, (\lambda_p, e_p)$ , onde  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ , de tal modo que a  $i$ -ésima combinação linear seja  $PC_i = e_i^T Y = e_{1i} Y_1 + e_{2i} Y_2 + \dots + e_{pi} Y_p$  com  $i = 1, 2, \dots, p$ . O  $i$ -ésimo componente principal pode ser obtido a partir da maximização desta combinação linear, restrita ao fato de que a  $(i+1)$ -ésima combinação linear seja independente da anterior, ou seja, a covariância entre as duas combinações lineares seja nula. Na Figura 2.7 é apresentada a interpretação geométrica dos componentes principais, na qual se pode observar que a quantidade de informações aglutinadas nos primeiros eixos da componente principal é bastante significativa.



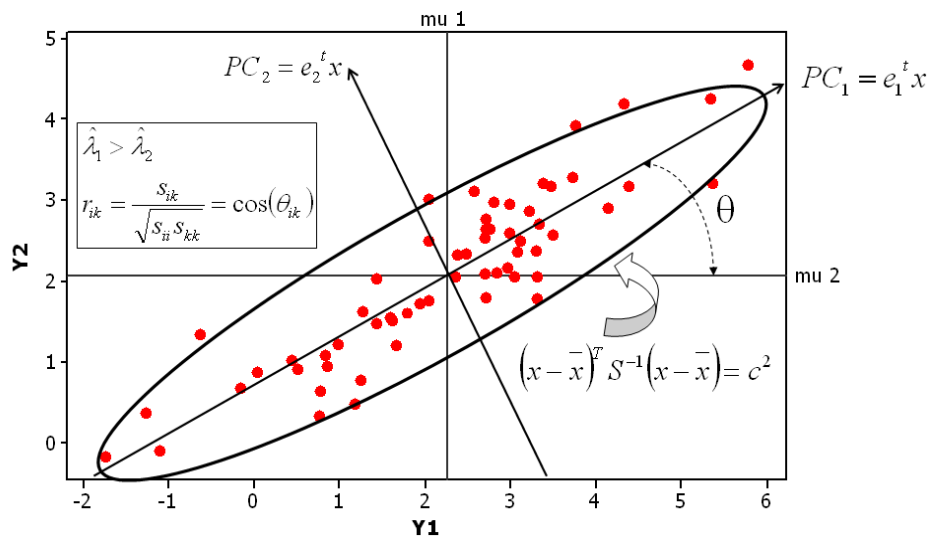


Figura 2.7 – Interpretação geométrica dos componentes principais.

Fonte: Johnson e Wichern (2007)

Nota-se que dois componentes consecutivos são retas ortogonais entre si. É possível reter nestes dois componentes,  $PC_1$  e  $PC_2$  (*PC*, do inglês *principal component*), a maior quantidade de variância do conjunto de dados originais (KLADSOMBOON e KERDCHAROEN, 2012).

Geometricamente, as variáveis das componentes principais  $PC_1$  e  $PC_2$  são os eixos do novo sistema de coordenadas obtido pela rotação do sistema original. Os novos eixos representam as direções de variabilidade máxima. Na Figura 2.8 há duas variáveis originais,  $x_1$  e  $x_2$ , e duas componentes principais  $PC_1$  e  $PC_2$ . A primeira componente principal,  $PC_1$ , responde pela maior parte da variabilidade das duas variáveis originais.

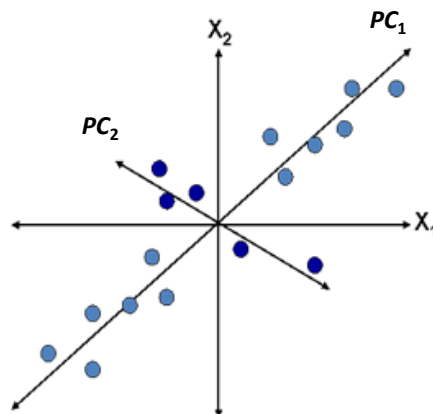


Figura 2.8– Representação gráfica das variáveis originais e as componentes principais.

Fonte: Montgomery (2004)

Na Figura 2.9, são ilustradas três variáveis originais do processo. A maior parte da variabilidade ou movimento dessas três variáveis está em um plano, de modo que foram usadas apenas duas componentes principais para descrevê-las. Nesta figura, novamente,  $PC_1$  é responsável pela maior parte da variabilidade, mas uma quantidade não trivial é também devida a segunda componente principal  $PC_2$ . Este é, na verdade, o principal objetivo dos componentes principais: achar o novo conjunto de direções ortogonais que definem a variabilidade máxima dos dados originais, que se espera, levará a uma descrição do processo requerendo consideravelmente menos variáveis do que as  $p$  variáveis originais (MONTGOMERY 2004).

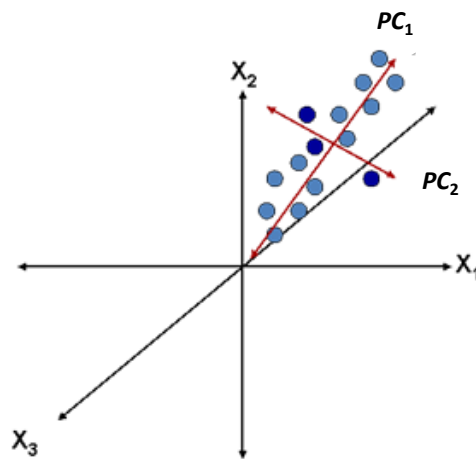


Figura 2.9 – Representação das variáveis do processo.

Fonte: Montgomery (2004)

De uma forma geral os componentes principais  $k$  podem substituir as  $p$  variáveis originais em um conjunto menor de dados. O primeiro componente principal (Pozo *et al.*, 2012) explica a maior parte da variância do problema, seguido pelo segundo componente principal e assim por diante. Na prática, é comum obter em apenas 2 ou 3 das primeiras componentes principais mais que 90% das informações necessárias (Moita e Neto, 1998; Yacoub e MacGregor, 2004), sem que haja prejuízo para o estudo. Isto quer dizer que existe quase tanta informação em  $k$  componentes principais quanto nas  $p$  variáveis originais.

O método mais utilizado para estimar o número de componentes principais significantes, é baseado no critério de Kaiser (JOHNSON e WICHERN, 2007). Segundo este critério, quando se utiliza a matriz de correlação na análise de componentes principais, apenas

os componentes principais que apresentarem autovalores  $> 1,0$  devem ser mantidos para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada pelos componentes principais deve ser superior a 80%. Este critério é adequado quando utilizado com uma matriz de correlação, conforme mencionado, caso contrário, a matriz de covariância somente poderá ser utilizada para um conjunto original de respostas escritas em alguma escala.

Do ponto de vista da otimização multiobjetivo, a aplicação da *PCA* é extremamente vantajosa. Primeiro, porque permite a redução do número de funções objetivo, o que reduz drasticamente a complexidade do problema e, segundo, porque a utilização das combinações lineares elimina a influência da correlação sobre os regressores das funções objetivo. É por isto que esta técnica tem sido extensamente aplicada em problemas de *MOP* (do inglês *Multiobjective Programming*), (DUBEY e YADAVA, 2008; PAIVA *et al.*, 2010; POZO *et al.*, 2012; SABIO *et al.*, 2012; REZAEI e MOINI, 2012).

Geralmente, os parâmetros  $\Sigma$  e  $\rho$  são desconhecidos, o que conduz à utilização das matrizes de correlação amostral  $R_{ij}$  e variância-covariância  $S_{ij}$  (Johnson e Wichern, 2007). Se as variáveis de interesse forem escritas no mesmo sistema de unidades ou se forem previamente padronizadas, a escolha mais comum para a extração dos componentes é a matriz  $S_{ij}$ ; caso contrário, deve-se utilizar a matriz de correlação  $R_{ij}$ . A matriz de variância-covariância pode ser escrita como:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots & s_{pp} \end{bmatrix}, \text{ com } s_{ii} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad s_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_i - \bar{y}_i)(y_j - \bar{y}_j) \quad (2.19)$$

Assim, os elementos da matriz de correlação da amostra  $R_{ij}$  podem ser obtidos como:

$$r_{(y_i, y_j)} = \frac{Cov(y_i, y_j)}{\sqrt{Var(y_i) \times Var(y_j)}} = \frac{\hat{e}_{ij} \sqrt{\hat{\lambda}_i}}{\sqrt{s_{ii}}} = \frac{s_{ij}}{\sqrt{s_{ii} \times s_{jj}}} \quad i, j = 1, 2, \dots, p \quad (2.20)$$

Como salienta Johnson e Wichern (2007), em termos práticos, o PC é uma combinação linear não correlacionada, expresso em termos de uma matriz de escores. Considerando-se os autovetores extraídos das matrizes  $R_{ij}$  ou  $S_{ij}$ , o escore do  $p$ -ésimo componente principal pode ser calculado como:

$$PC_k = \mathbf{Z}^T \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \left( \frac{x_{11} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{21} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \dots & \left( \frac{x_{p1} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \\ \left( \frac{x_{12} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{22} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \dots & \left( \frac{x_{p2} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left( \frac{x_{1n} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{2n} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \dots & \left( \frac{x_{pn} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1p} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{1p} & e_{2p} & \dots & e_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

No caso das superfícies de resposta,  $p$ -ésimo componente principal pode ser escrito em função dos parâmetros de entrada do arranjo, gerando modelos quadráticos para estes escores.

Valores ótimos podem ser obtidos pela localização do ponto estacionário da superfície multivariada ajustada dos componentes principais. O objetivo é encontrar um conjunto de  $x$ 's que possam otimizar a função objetivo multivariada ( $PC_1$ ), sujeito a uma única restrição que define a região de interesse.

Para Bratchell (1989) existem dois tipos de dificuldades na otimização de múltiplas respostas baseada em componentes principais. A primeira dificuldade está relacionada ao conflito entre mínimo e máximo no mesmo grupo de variáveis que são, ao mesmo tempo, maximizadas ou minimizadas. Esta dificuldade aparece quando as variáveis têm autovetores iguais e opostos e a otimização do componente principal privilegia alguma variável em detrimento das outras.

A segunda dificuldade exposta por Bratchell (1989) surge quando algumas variáveis são pobremente representadas por um componente principal. Otimizar tal componente não leva em consideração sua ineficiente representação da variável e não pode garantir a obtenção de um bom ponto de ótimo para estas variáveis. Isto também pode ocorrer quando algumas variáveis dominam o componente principal ou, mais geralmente, quando dois grupos de variáveis são aproximadamente ortogonais e representados por diferentes componentes

principais. Estas possíveis dificuldades da ACP levam à conclusão de que quanto mais homogêneos forem os conjuntos de análise, melhor será a representatividade proporcionada pelos componentes principais.

Segundo Paiva *et al.*, (2007) pode-se usar a análise de componentes principais de forma combinada com outras metodologias para se otimizar múltiplas respostas correlacionadas. Num processo de torneamento do aço AISI 52100 foi aplicado um modelo híbrido combinando a análise de componentes principais com a metodologia de superfície de resposta. Os resultados mostraram a compatibilidade da teoria com a prática, pois conseguiram simultaneamente maximizar a taxa de remoção de material, minimizar os tempos de corte e os custos, enquanto mantinham a qualidade da rugosidade desejada.

Wang e Du (1999) afirmam que este método é particularmente útil na análise de grandes conjuntos de dados correlacionados. Ribeiro *et al.*, (2010) afirmam que uma vez que a correlação entre as múltiplas respostas é detectada, o uso da Análise de Componentes Principais pode ser recomendado e a resposta  $y$  pode ser substituída pelos escores dos primeiros componentes principais.

Yacoub e MacGregor (2004) utilizaram a análise de componentes principais para otimizar um processo químico com sete variáveis de entrada e dez variáveis de resposta altamente correlacionadas. Após a aplicação da ACP, verificou-se que as três primeiras componentes principais armazenavam informações suficientes para representar o conjunto original de dados.

Diversos outros trabalhos (Bratchell, 1989; Bucher e Bourgund, 1990; Paiva *et al.*, 2012; Gomes *et al.*, 2011; Zhao *et al.*, 2013) mostram que as superfícies de resposta de componentes principais representam adequadamente o conjunto original de funções objetivo correlacionadas. Portanto, espera-se que ele seja, também, adequado para a consonante aplicação com o método *NBI* para problemas de *RPD*.

#### **2.4.2. Otimização Dual baseada em Componentes Principais**

A abordagem dual é uma técnica introduzida por Myers e Carter (1973) que tem por objetivo encontrar condições de otimalidade em um conjunto de variáveis independentes que maximizem ou minimizem uma função  $f(x)$ , denominada resposta primária, sujeita a uma

restrição  $g(x)$ , denominada resposta secundária, que é incluída para evitar que a resposta de interesse se apresente fora da região experimental. Em muitas aplicações práticas existem apenas duas respostas de interesse: média e variância. Por isso, esta técnica é conhecida como técnica de abordagem dual (MYERS E CARTER; 1973). Segundo Shaibu e Cho (2009) a técnica dual estima separadamente as funções de respostas para média e variância e em seguida, com base na estratégia escolhida, otimiza simultaneamente as funções sobre a região experimental. Esta técnica é muito eficaz na localização das condições ótimas de operação (DEL CASTILLO *et al.*, 1999).

Quando se trata de otimização de processos, há sempre dois objetivos a serem alcançados: minimizar a distância entre uma resposta em relação ao seu alvo ( $T$ ) e minimizar a sua variância. Para que estes objetivos sejam alcançados, Vining e Myers (1990) aconselham a utilização da Metodologia de Superfície Dual como forma de se atingir os alvos propostos, para cada característica de qualidade envolvida, baseando-se numa superfície de resposta para média e outra para a variância, ambas escritas como um polinômio de segunda ordem completada pelo algoritmo dos Mínimos Quadrados Ordinários. Lin e Tu (1995) acrescentam que essas funções podem ser combinadas, através da minimização do Erro Quadrático Médio ( $MSE$ ), como critério de otimização simultânea de média e variância, conforme mostrado na Equação (2.22).

$$MSE = (\hat{\omega}_\mu - T)^2 + \hat{\omega}_\sigma^2 \quad (2.22)$$

Paiva (2008) sugeriu que a otimização de múltiplas respostas pode ser obtida por intermédio da aplicação do Erro Quadrático Médio Multivariado ( $MMSE$ , do inglês *Multivariate Mean Square Error*), uma adaptação ao EQM, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse. Combinando-se a Metodologia de Superfície de Resposta e a Análise de Componentes Principais, chega-se a uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais.

Bratchell (1989) foi o primeiro pesquisador a empregar a análise de componentes principais associada às superfícies de respostas de variáveis de saída correlacionadas. Entretanto, seu trabalho não apresentou diretrizes para os casos nos quais fossem necessárias as considerações dos valores alvos das características. Para suprir esta necessidade, Paiva

(2008) propôs a formulação do Erro Quadrático Médio, um índice que incorporava as médias e os alvos das variáveis escritos em termos de escores de componentes principais, combinando as superfícies de respostas dos escores que totalizassem 80% da variância explicada na forma de um produtório. A formulação original do *MMSE* é descrita como:

$$\text{Min} \quad MMSE_T = \left[ \prod_{i=1}^m (MMSE_i | \lambda_i \geq 1) \right]^{\binom{1}{m}} = \left\{ \prod_{i=1}^m [(PC_i - \zeta_{PC_i})^2 + \lambda_i | \lambda_i \geq 1] \right\}^{\binom{1}{m}}, \quad m \leq p \quad (2.23)$$

$$\text{sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$$

$$\text{Com: } MMSE_i = (PC_i - \zeta_{PC_i})^2 + \lambda_i \quad (2.24)$$

$$\zeta_{PC_i} = e_i^T \left[ Z(Y_p | \zeta_{Y_p}) \right] = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q e_{ij} \left[ Z(Y_p | \zeta_{Y_p}) \right] \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (2.25)$$

Onde  $m$  é o número de funções *MMSE*, escolhidas de acordo com o número de componentes principais significativos,  $PC_i$  é a superfície de resposta para o  $i$ -ésimo componente principal,  $\zeta_{PC_i}$  é o alvo para este componente escrito a partir do alvo da resposta original padronizado  $\zeta_{Y_p}$ , multiplicado pelo respectivo autovetor;  $\mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$  é uma restrição convexa de espaço experimental,  $e_i$  representa o autovetor associado ao  $i$ -ésimo componente principal.

Notadamente, o método *MMSE* é uma adaptação do conceito de *MSE* para o caso de superfícies de resposta (funções objetivo) escritas em termos de componentes principais. Do mesmo modo que o método *NBI* pode ser aplicado a funções *MSE*, espera-se que ele seja também viável para problemas representados por funções *MMSE*.

A aplicação de algoritmos que viabilizem a otimização de problemas e a estimação de parâmetros é uma necessidade constante. Portanto, no próximo item, serão detalhados alguns algoritmos aplicados neste trabalho.

## 2.5. Algoritmos

Durante o desenvolvimento deste trabalho tem-se levantado a necessidade de criar uma função que concomitantemente minimize a distância entre uma resposta em relação ao seu

alvo (T) e minimize, também, a sua variância. Este é um problema clássico de otimização não-linear (NLP) com múltiplas respostas. Köksoy (2008) afirma que, na prática, o problema de múltiplas respostas frequentemente é formulado como sendo um problema de otimização com restrições. Em geral, uma resposta é escolhida como a “resposta primária”, que será otimizada, sujeita às demais respostas, ditas “respostas secundárias”, como restrições. A maioria dos softwares de otimização disponíveis formulam os problemas de otimização não lineares desta maneira.

Para resolver problemas com este perfil, Köksoy e Doganaksoy (2003) preconizam a utilização do algoritmo denominado Gradiente Reduzido Generalizado (GRG, do inglês *Generalized Reduced Gradient*), pois, por apresentar maior robustez, é apropriado para resolução de uma vasta variedade de problemas, e com maior eficiência entre os métodos de otimização de restrições não lineares disponíveis.

### 2.5.1. Gradiente Reduzido Generalizado

O Gradiente Reduzido Generalizado é um algoritmo desenvolvido por Lasdon *et al.*, (1978) para resolver problemas de pequeno e médio porte no âmbito da programação não linear. Köksoy (2008) afirma que este algoritmo é a escolha mais popular, pois pode ser aplicado a diversos tipos de problemas não lineares com restrições de igualdade.

O método GRG é conhecido como um método *primal* (KÖKSOY, 2008), e é também chamado de método da direção viável, apresentando, segundo Luenberger (1989), três significantes vantagens: (i) se o processo termina antes da confirmação do ótimo, o último ponto encontrado é viável devido ao fato de que cada ponto gerado no processo de pesquisa é viável e provavelmente próximo do ótimo; (ii) se o método gera uma sequência convergente, o ponto limite garante, pelo menos, um mínimo local; (iii) a maioria dos métodos primais são geralmente absolutos, não dependendo de uma estrutura especial, tais como a convexidade.

O método atinge uma base teórica extensa, e assegura resultados empíricos para solução de problemas não lineares em geral. Como característica essencial, o método também apresenta uma adequada convergência global, principalmente quando inicializado suficientemente próximo à solução (LASDON *et al.*, 1978). A expressão “gradiente reduzido” vem da substituição das restrições na função objetivo, diminuindo, então, o número de variáveis e, conseqüentemente, reduzindo o número de gradientes presentes (NASH e



SOFER, 1996). Uma forma geral para a programação não linear pode ser descrito como sugerido por Lasdon *et al.*, (1978).

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && f(x) \\ & \text{Sujeito a:} && g_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & && l_j \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.26)$$

Onde:  $\mathbf{x}$  é um vetor de  $n$  variáveis de processo  $(x_1, \dots, x_n)$ ,  $f$  é a função objetivo, e  $g_i$  é a restrição. Os  $l_j$  e  $u_j$  representam, respectivamente, os limites inferiores e superiores do processo. Algumas formulações também incluem inequações como restrições, que, para o método GRG deverão ser convertidas em equações pela introdução de variáveis de folga. A Equação 2.26, representa um problema não linear, se uma ou mais funções  $f, g_1, \dots, g_n$  forem não lineares.

O modelo geral do método *GRG* é baseado na conversão das restrições do problema para uma não restrição, usando substituição direta (LASDON *et al.*, 1978). Neste caso, o vetor da variável de processo  $\mathbf{x}$  pode ser dividido em dois subvetores  $x = (x^B, x^N)^T$ , onde  $\mathbf{x}^B$  é o  $m$  vetor das variáveis básicas (dependentes) e  $\mathbf{x}^N$  é o  $n-m$  vetor das variáveis não básicas (independentes). Reescrevendo o problema de *NLP*, a maneira reduzida poderia ser descrita como (LASDON *et al.*, 1978; CHEN e FAN, 2002):

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && F(x) = f(x^B(x^N), x^N) \\ & \text{Sujeito a:} && l_N \leq x^N \leq u_N \end{aligned} \quad (2.27)$$

Onde  $l_N$  e  $u_N$  são os vetores dos limites para  $x^N$ .

Iniciando-se com um ponto viável  $\mathbf{x}^k$ , o algoritmo *GRG* tenta encontrar uma direção de movimento para aperfeiçoar a função objetivo. A direção do movimento pode ser obtida pelo gradiente reduzido, conforme a Equação 2.28.

$$r^k(x_N) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f^k}{\partial x_N^k} \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} \frac{\partial f^k}{\partial x_B^k} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial g^k}{\partial x_B^k} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial g^k}{\partial x_N^k} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

De acordo com Lasdon *et al.*, (1978), o algoritmo é interrompido quando a magnitude do gradiente reduzido no ponto corrente é tão pequena quanto o desejado. De outro modo, um

procedimento de pesquisa é executado para localizar um novo ponto na direção do gradiente reduzido. Este procedimento é executado repetidamente até que a melhor solução viável seja encontrada.

Assim como o *GRG*, que foi utilizado visando à otimização de soluções para problemas não lineares, também surgiu a necessidade da estimação de alguns coeficientes. Os métodos dos Mínimos Quadrados Ordinários e Mínimos Quadrados Ponderados estão explicados no próximo item.

### 2.5.2. Algoritmos de Estimação de Coeficientes: *OLS* e *WLS*

De acordo com Myers *et al.*, (2002), o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (*OLS*, do inglês *Ordinary Least Squares*) é tipicamente usado para estimar os coeficientes de regressão num modelo de regressão linear múltipla.

Para estimar os parâmetros ( $\beta$ ) do modelo polinomial, Paiva (2006) aconselha a utilização do método *OLS*, que em forma matricial, pode ser representado como:

$$\hat{\beta} = (x^T x)^{-1} x^T y \quad (2.29)$$

Sendo  $x$  a matriz de fatores codificados e  $y$  a resposta.

Quando os erros  $\varepsilon$  não são correlacionados, mas têm variâncias desiguais, a matriz de covariância do  $\varepsilon$  é

$$\sigma^2 V = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{w_1} & & 0 \\ & \frac{1}{w_1} & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \frac{1}{w_n} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Então, o procedimento de estimação é geralmente chamado de Mínimos Quadrados Ponderados (*WLS*, do inglês *Weighted Least Squares*). Seja  $W = V^{-1}$ . Uma vez que  $V$  é uma matriz diagonal,  $W$  também é diagonal com elementos diagonais ou pesos  $w_1, w_2, \dots, w_n$ . A equação dos mínimos quadrados ponderados normais pode ser escrita como:

$$\hat{\beta} = (X^T W X)^{-1} (X^T W Y) \quad (2.31)$$

Neste algoritmo, as observações com grandes variâncias terão um peso menor do que as observações com pequenas variâncias.

Para usar os mínimos quadrados ponderados de forma prática, é preciso conhecer os pesos  $w_1, w_2, \dots, w_n$ . Às vezes, o conhecimento prévio, a experiência ou as informações baseadas em considerações teóricas básicas podem ser usadas para determinar os pesos. Em outras situações, pode-se descobrir empiricamente que a variabilidade na resposta é uma função de um ou mais regressores e, assim, o modelo pode ser adequado para prever a variância de cada observação e, portanto, determinar os pesos. Em alguns casos pode-se ter que estimar o peso, realizar as análises, re-estimar um novo conjunto de pesos com base nesses resultados e, em seguida realizar a análise novamente (MYERS *et al.*, 2002).

Os métodos dos mínimos quadrados ordinários (*OLS*) e mínimos quadrados ponderados (*WLS*) são bastante difundidos em diversos trabalhos científicos. Cho e Park (2005) testaram os dois modelos no desenvolvimento da metodologia de projetos robustos e concluíram que o método dos mínimos quadrados ordinários pode não ser uma ferramenta eficaz para a obtenção de funções de respostas para média e variância. Eles indicam o uso do método dos Mínimos Quadrados Ponderados e afirmam que este é mais eficaz que o método *OLS* para maximizar a eficiência da estimativa dos parâmetros.

### 2.5.3. Mínimos Quadrados Ponderados pela incerteza multivariada

A utilização de variáveis de ruído dentro dos arranjos de superfície de resposta, para as variáveis controláveis, geralmente causam a instabilidade da variância do modelo o que, por conseguinte, é responsável pela diminuição considerável do coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{adj.}$ ) (ARDAKANI e NOOROSSANA, 2008). Para estes casos, comumente se emprega a estimação dos parâmetros através do algoritmo de mínimos quadrados ponderados (Lee e Park, 2006), que, na sua forma original, pode ser escrito conforme Equação 2.31.

Porém, no caso das equações de regressão escritas para componentes principais, a questão suscitada é qual matriz de pesos  $W$  deve ser utilizada, uma vez que a heteroscedasticidade, variâncias diferentes para as respostas observadas ao longo do tempo, é um fenômeno que ocorre primeiramente nas respostas originais e tem forte impacto na estrutura de correlação (SAFI, 2011). Para contornar este problema, a utilização da incerteza multivariada, conforme aplicada por Lopes *et al.*, (2013), é uma boa opção. Neste método de

obtenção de pesos, o inverso da variância das réplicas ou o inverso do próprio quadrado dos resíduos, são boas estimativas de  $u_c^2(x_i)$ . Considerando-se a correlação que as variáveis originais possuem e a definição de componentes principais, pode-se utilizar a fórmula para o cálculo de incerteza para grandezas correlacionadas para se fixar um valor adequado para  $W$ . A incerteza combinada  $u_m^2(y)$  pode ser definida como:

$$u_m^2(y) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u_c^2(x_i) + 2 \sum_i^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \times \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \times u(x_i) \times u(x_j) \times r(x_i, x_j) \quad (2.32)$$

Uma variável padronizada  $Z_p$  pode ser escrita como:

$$Z_p = \frac{(y_{i_p} - \mu_p)}{\sigma_p} \quad (2.33)$$

Admitindo-se que o escore de componente principal é uma função  $PC_k = \mathbf{Z}^T \mathbf{E}$  tem-se:

$$y = f(x) = PC_{score} = \sum_{i=1}^p (e_i \times Z_i) = \sum_{i=1}^p \left[ e_i \times \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma_{x_i}} \right) \right] \quad (2.34)$$

Considerando-se que:

$$\frac{\partial PC(x)}{\partial x_i} = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} = \frac{e_i}{\sigma_{x_i}} \quad (2.35)$$

A incerteza do  $i$ -ésimo componente principal poderá ser escrita como:

$$u_m^2(PC) = \left( \frac{e_1}{\sigma_{x_i}} \right)^2 u^2(x_i) + \left( \frac{e_2}{\sigma_{x_j}} \right)^2 u^2(x_j) + 2 \times \left( \frac{e_1}{\sigma_{x_i}} \right) \times \left( \frac{e_2}{\sigma_{x_j}} \right) \times u(x_i) \times u(x_j) \times r(x_i, x_j) \quad (2.36)$$

Onde  $e_l$  é o autovetor da matriz de correlação utilizada na extração dos componentes principais;  $\sigma_{x_i}$  é o desvio padrão da resposta  $i$  (coluna);  $\sigma_{x_j}$  é o desvio padrão da coluna de resposta  $j$ ;  $u^2(x_i)$  é a incerteza (ou a variância) de cada linha da resposta  $i$ ;  $u^2(x_j)$  é a incerteza (ou a variância) de cada linha da resposta  $j$  e  $r(x_i, x_j)$  é o coeficiente de correlação entre as respostas  $x_i$  e  $x_j$ . Finalmente, os pesos utilizados no método *WLS* para escores de

componentes principais podem ser entendidos como o inverso da incerteza multivariada, tal que:

$$W_{(PC)} = \left( \frac{1}{u_m^2(PC)} \right) \quad (2.37)$$

A incerteza é um parâmetro associado ao resultado de uma medição que caracteriza a dispersão dos valores que poderiam ser razoavelmente atribuídos a um mensurando (GUM, 1996). Pérez (2002) alerta que tanto os parâmetros, quanto as respostas, são afetados pelas incertezas, que podem tornar a análise estatística ineficiente, caso estes efeitos não sejam considerados.

## 2.6. Planejamento e Análise de Experimentos (DOE)

Projeto de Experimentos (*DOE*, do inglês *Design of Experiments*), é uma metodologia relativamente antiga, desenvolvida por Sir Ronald A. Fisher, entre 1920 e 1930, sendo posteriormente aperfeiçoada por outros importantes pesquisadores como Box, Hunter e Taguchi, dentre outros.

O *DOE* é uma metodologia de otimização estatística que busca encontrar, por meio da análise simultânea de vários fatores, os melhores níveis para um conjunto de parâmetros que exerçam influência sobre certo processo. Montgomery (2009) diz que experimento é um teste, ou uma série de testes, no qual são feitas mudanças propositalmente nas variáveis de entrada de um processo, de modo que se possa observar e identificar mudanças correspondentes na resposta de saída. Os elementos básicos que compõem esta metodologia são:

- Fatores controlados: variáveis que podem ser modificadas durante os experimentos para determinar a influência nas saídas.
- Fatores não controlados: variáveis que deveriam permanecer constantes durante os experimentos, mas, de alguma forma, variam alterando as saídas.
- Respostas: saídas que deverão ser otimizadas.
- Modelo: consiste na equação que relaciona as respostas com as variáveis do processo.

Na Figura 2.10 é mostrado um esboço dos elementos de um processo.

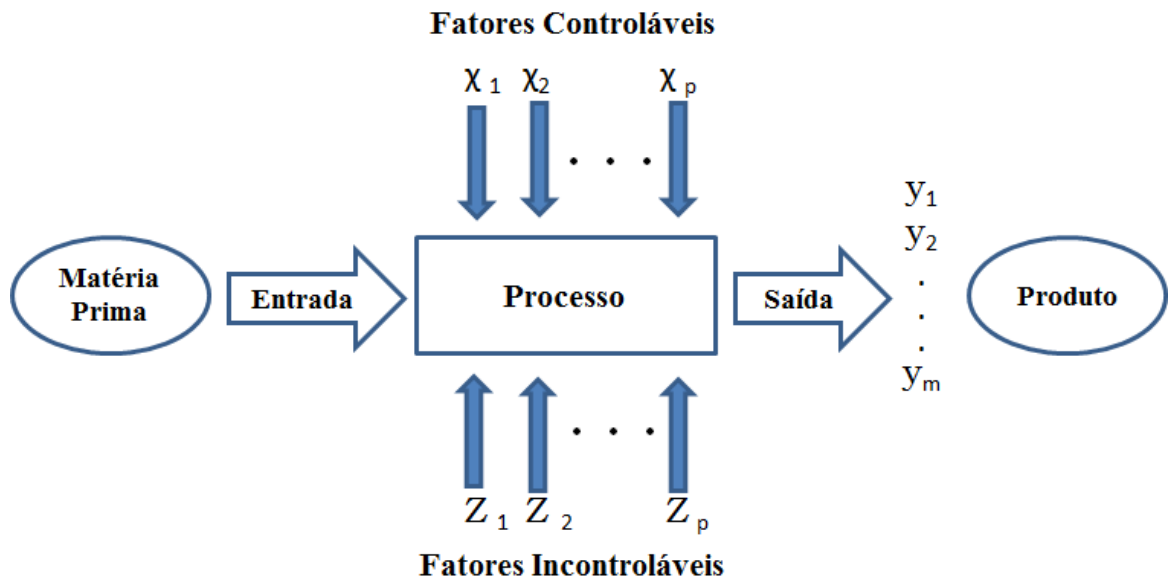


Figura 2.10– Fatores do processo.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2004)

A evolução das técnicas de Planejamento e Análise de Experimentos tem sido amplamente aproveitada pelas empresas. Segundo Bryman (1989) a pesquisa experimental adquiriu uma considerável importância na pesquisa organizacional devido, principalmente, a dois fatores: o primeiro deles diz respeito à força desse método de investigação em permitir que o pesquisador faça fortes declarações de causalidade; o segundo, diz respeito à facilidade encontrada pelo pesquisador, em estabelecer relações de causa e efeito, fazendo com que o experimento seja considerado um modelo de delineamento de pesquisa.

Segundo Montgomery (2009) os objetivos do experimento podem incluir:

1. Determinação de quais variáveis são mais influentes na resposta  $y$ .
2. Determinação do valor a ser atribuído aos  $x$ 's influentes de modo que  $y$  esteja perto da exigência nominal.
3. Determinação do valor a ser atribuído aos  $x$ 's influentes de modo que a variabilidade em  $y$  seja pequena.
4. Determinação do valor a ser atribuído aos  $x$ 's influentes de modo que os efeitos das variáveis não controláveis sejam minimizados.

O arranjo experimental mais comum é o fatorial completo, para o qual o número de experimentos é igual ao número de níveis experimentais, elevado ao número de fatores. No caso típico de fatoriais em dois níveis, o número de experimentos ( $N$ ) para se avaliar os  $k$  fatores são dados por  $N = 2^k$ . Os arranjos fatoriais completos podem ser arquitetados para qualquer quantidade de fatores e os níveis de cada fator se alternam nas colunas segundo uma mesma ordem, tal que, para a primeira coluna, os níveis se alteram a cada experimento ( $2^0$ ); para a segunda coluna, os níveis se alteram a cada  $2^1$ ; para a terceira coluna, os níveis se alteram a cada  $2^2$  e assim por diante. O procedimento se repete para tantas colunas quantos forem os  $k$  fatores, até a  $k$ -ésima coluna.

Este tipo de arranjo cobre todo o espaço experimental. Porém, Montgomery (2009) alerta que uma quantidade muito grande de fatores pode tornar o processo de experimentação inviável, pois à medida que o número de fatores cresce linearmente, o número de experimentos para esses fatores cresce exponencialmente. Montgomery e Runger (2011) mencionam que, se houver pouco interesse nas interações, essas podem ser negligenciadas. Neste caso, uma quantidade menor de experimentos seria suficiente para avaliar apenas os efeitos principais ou as interações de baixa ordem.

Embora os arranjos fatoriais sejam muito eficazes para a identificação de variáveis significativas presentes nos processos, o número de combinações experimentais diferentes que estes arranjos possuem não é compatível com o número de coeficientes presentes nos modelos quadráticos completos, sendo capazes, porém, de apenas estimar os coeficientes de termos lineares e interações. Para modelos quadráticos, portanto, existem os chamados arranjos de superfície de resposta, dentre os quais se destaca o Arranjo Composto Central ou *CCD* (*do inglês, Central Composite Design*) como é mais comum.

### 2.6.1. Arranjo Composto Central

O arranjo composto central (*CCD*) é um arranjo largamente utilizado para ajustar um modelo de superfície de resposta de segunda ordem devido à sua relativa eficiência com respeito ao número de experimentos necessários. Stanic *et al.*, (2014) utilizou um *CCD* para determinar os efeitos antimicrobianos na área odontológica. Nazari *et al.*, (2015) aplicou o *CCD* para otimização de nano TiO<sub>2</sub> pré-tratamento em tingimento ácido livre de lã, na indústria de engenharia química e Savic *et al.* (2014) empregou o *CCD* para otimizar as

condições de variáveis independentes (tempo de adsorção, valor de pH e concentração de argila bentonítica) num processo da área de energia.

O *CCD* é uma matriz formada por três conjuntos distintos de elementos experimentais: um conjunto de pontos fatoriais seguindo um arranjo fatorial completo ou fracionado; um conjunto de pontos centrais (*Center Points*) e, adicionalmente, um conjunto de níveis extras denominados pontos axiais. O número de pontos axiais em um *CCD* é igual ao dobro do número de fatores e representam seus valores extremos. A distância entre o centro do arranjo (pontos centrais) e um ponto fatorial axial, comumente representada por  $\rho$ , depende de certas propriedades desejadas para o experimento e do número de fatores envolvidos (MONTGOMERY, 2009). Em função da localização dos pontos axiais, os arranjos podem ser classificados como circunscritos (*CCC*, do inglês *Central Composite Circumscribed*) que é o *CCD* original, inscritos (*CCI*, do inglês *Central Composite Inscribed*) que é adequado às situações nas quais os limites especificados não podem ser extrapolados, quer por medida de segurança, quer por incapacidade física de realização e face centrada (*CCF*, do inglês *Central Composite Face*). O Arranjo de Face Centrada caracteriza-se por dispor os pontos axiais sobre o centro de cada face do espaço fatorial, ou seja,  $\alpha = +1$  ou  $-1$  e requer três níveis para cada fator. Na Figura 2.11 são representadas as diferentes classificações de um *CCD*.

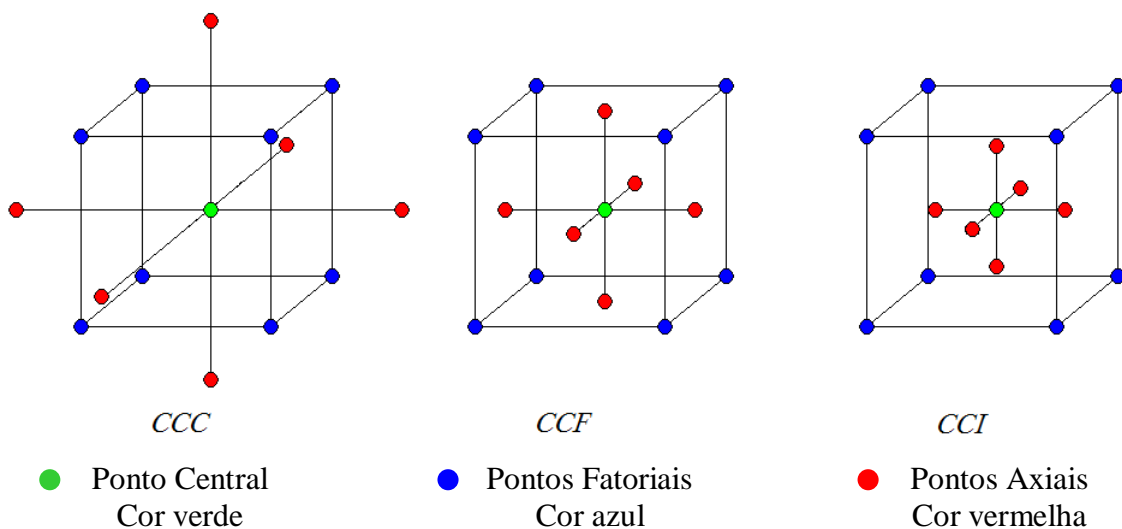


Figura 2.11 – Classificação do *CCD*.

Fonte: MONTGOMERY (2009)

Geralmente, um *CCD* com  $k$  fatores requer  $2^k$  corridas fatoriais,  $2k$  corridas axiais e, no mínimo, um ponto central, sendo mais comum a utilização de cinco pontos centrais. A



ortogonalidade do arranjo é requisito para a avaliação de quais efeitos (linear, quadrático ou de interação) são significativos. Isso significa que os efeitos de diferentes variáveis podem ser estimados de maneira independente. Um *CCD* rotacionável é aproximadamente ortogonal se forem adotados em torno de cinco pontos centrais. Dessa forma, pode-se esperar uma boa estimativa do erro experimental. Para manter a rotacionalidade de um arranjo, o valor de  $\alpha$  depende do número de experimentos ( $k$ ) da porção fatorial do *CCD*. Segundo Box e Drapper (1987):

$$\alpha = (\text{número de experimentos})^{1/4} = (2^k)^{1/4} \quad (2.38)$$

O *CCD* ajusta-se, quando necessário, a um modelo polinomial de segunda ordem (MONTGOMERY, 2009). Este modelo é adequado, uma vez que muitos processos podem ser aproximados por uma expansão em série de Taylor, truncada em um termo quadrático.

### 2.6.2. Arranjo Cruzado e Arranjo Combinado

Conforme mencionado anteriormente, na década de 80 o engenheiro Genichi Taguchi propôs uma nova abordagem para reduzir a variabilidade dos processos. Nesta abordagem, Taguchi (1986) classificou os fatores que afetam as características de qualidade como “variáveis de controle” e “variáveis de ruído”. As variáveis de controle exercem forte influência sobre o processo e podem ser controladas ou medidas em um processo normal. As variáveis de ruído também influenciam a operação de um processo, mas são incontroláveis. Todavia, as variáveis de ruído podem ser identificadas e controladas no âmbito de pesquisa e desenvolvimento. Estas variáveis estão relacionadas, por exemplo, às condições ambientais, às condições de utilização dos produtos e às alterações de características físicas de partes integrantes do processo durante sua realização.

Taguchi assumiu que a maior parte da variabilidade da resposta em relação ao alvo era causada pela presença de variáveis de ruído. Desta forma, o objetivo da abordagem proposta por Taguchi era encontrar um conjunto de variáveis de controle (parâmetros do processo) que gerasse uma variável de resposta muito próxima do valor alvo definido e que minimizasse sua variação, tornando assim o sistema insensível à ação das variações incontroláveis (ruído).

Taguchi utilizou um arranjo cruzado entre as variáveis de controle (arranjo interno) e as variáveis de ruído (arranjo externo). Neste tipo de arranjo, cada condição experimental é

repetida nas diversas condições de ruído. Então, a razão Sinal-Ruído (S/N – do inglês *signal-to-noise ratio* - *SNR*) é calculada, fornecendo informação a respeito da média e da variância. A Figura 2.12 exemplifica o formato de um arranjo cruzado composto de um arranjo interno  $2^2$  e de um arranjo externo  $2^3$ .

VISÃO ESQUEMÁTICA DO ARRANJO			Arranjo externo									
			Z1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	
			Z2	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	
			Z3	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	
Arranjo interno	X1	X2	Arranjo cruzado( Y1)									
	-1	-1										
	1	-1										
	-1	1										
	1	1										
	-1	-1										
	1	-1										
	-1	1										
	1	1										

Figura 2.12 – Arranjo Cruzado.

No entanto, o arranjo cruzado de Taguch sofre algumas críticas por parte de alguns pesquisadores (Quesada e Del Castillo, 2004; Montgomery, 2009) no que diz respeito a incapacidade deste método em expor as interações entre as variáveis de controle e as variáveis de ruído. Para contornar os problemas identificados, Vining e Myers (1990) e Box e Jones (1992), propuseram o uso do *CCD* na forma de um arranjo “combinado”, conforme é exemplificado pela Figura 2.13.

VISÃO ESQUEMÁTICA DO ARRANJO									
Variáveis de controle		Variáveis de ruído			Arranjo Combinado				
$x_1$	$x_2$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	...	$Y_n$
-1	-1	-1	-1	-1					
1	-1	1	-1	-1					
-1	1	-1	1	-1					
1	1	1	1	-1					
-1	-1	-1	-1	1					
1	-1	1	-1	1					
-1	1	-1	1	1					
1	1	1	1	1					

Figura 2.13 – Arranjo Combinado.

Neste tipo de arranjo, a variável de ruído é incorporada ao arranjo experimental das variáveis de controle excluindo-se, geralmente, os pontos axiais referentes às variáveis de ruído adicionadas e na forma matricial pode ser escrita como:

$$\hat{\beta}_M = (X_M^T X_M)^{-1} (X_M^T Y) \quad (2.39)$$

Onde M representa a modificação das variáveis de controle.

## 2.7. Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo foram abordados os principais temas ligados à proposta desta tese, contemplando alguns trabalhos publicados no meio científico. Conforme pode ser constatado, o capítulo destaca a importância do projeto robusto, método fundamental para tornar o processo menos sensível à influência das variáveis de ruído, presente na operacionalização de qualquer atividade. Apresenta alguns métodos de otimização e algumas combinações de

metodologias para se conseguir respostas mais precisas e menos vulneráveis às incertezas geradas por conflitos de interesse, ocorrência normal em projetos com múltiplos objetivos. O capítulo também aborda o método *NBI* para gerar fronteiras uniformes de Pareto, por meio da análise de Componentes Principais para arranjos combinados, considerando a estrutura de correlação existente entre as variáveis de controle e de resposta, que é a questão central do trabalho.

O capítulo 3 abordará a proposta do trabalho, o seu desenvolvimento e os passos necessários para se atingir os resultados compromissados.

### 3 DESENVOLVIMENTO DA METODOLOGIA

Informar as etapas do processo de execução do trabalho é importante, pois confere ao leitor uma visão mais clara dos caminhos a serem percorridos para o atingimento dos objetivos pretendidos. Sendo assim, este capítulo aborda o desenvolvimento da proposta que, conforme pode ser observado na Figura 3.1, é uma fusão da análise de componentes principais, projeto robusto de parâmetros e o método *NBI*. Pretende-se, com esta abordagem, alcançar resultados de otimização multivariada para arranjos combinados e a geração de fronteira equiespaçada de Pareto para funções objetivo correlacionadas.

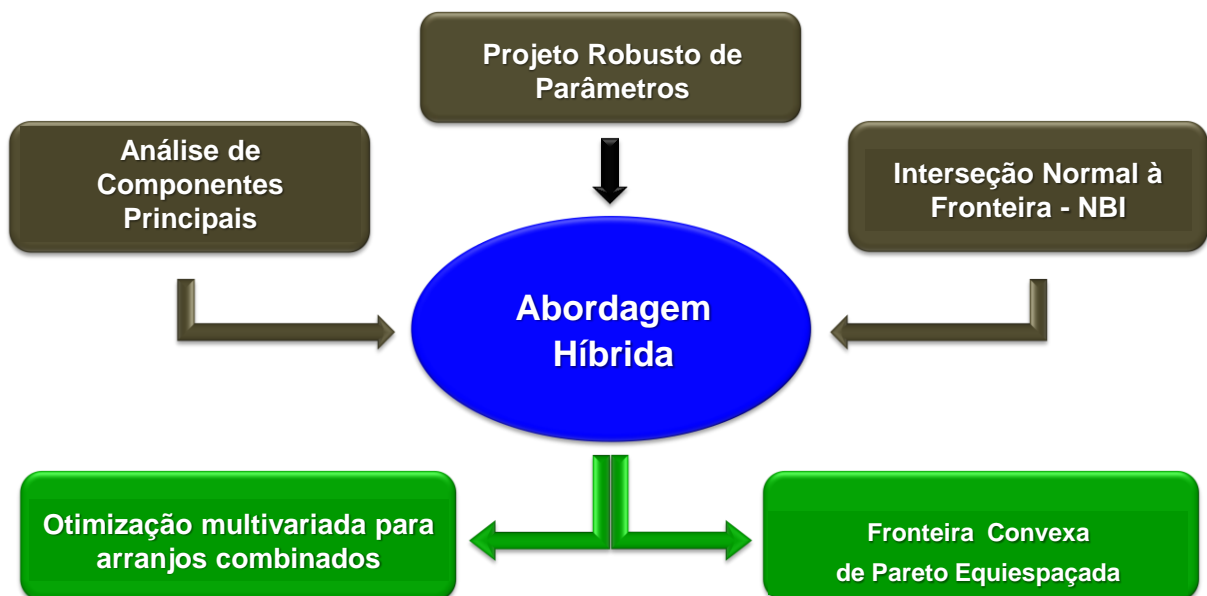


Figura 3.1 – Metodologia do trabalho.

Os poucos trabalhos encontrados com a combinação de duas ou mais metodologias, denominadas “abordagens híbridas”, com ou sem ponderação para as respostas, são os aspectos que motivam a realização desta tese.

Nela, questiona-se a utilização do método de somas ponderadas e evidenciam-se as desvantagens encontradas. Expõe-se o método *NBI*, desenvolvido por Das e Dennis (1998), para contornar os inconvenientes causados pelas funções de aglutinação por somas ponderadas e aborda-se o aspecto da otimização robusta multivariada, determinando-se modelos que considerem as estruturas de correlação existentes entre as variáveis de controle e de resposta e que sejam capazes de ponderá-las adequadamente, aplicando-se, para isso,

abordagens sugeridas na literatura e o método de otimização proposto, contribuição fundamental deste trabalho.

### 3.1. **Otimização Multivariada para Arranjos Combinados**

A utilização da otimização multivariada emerge da necessidade de se avaliar o efeito da aplicação de mais de uma variável sobre uma resposta. Diferente dos casos clássicos, como a otimização univariada na qual se aplica apenas uma variável por vez, a otimização multivariada traz resultados mais confiáveis, pois considera a estrutura da matriz de correlação existente entre as múltiplas características de qualidade.

A existência de correlações entre as várias respostas de um conjunto exerce uma forte influência sobre as funções de transferência utilizadas para representar as características de qualidade. Como o modelo matemático é extremamente importante para a determinação do ponto de ótimo, a negligência da estrutura de correlação pode conduzir a pontos de ótimo inapropriados, resultado de uma inadequação do método dos mínimos quadrados ordinários (Khuri e Conlon, 1981; Bratchell, 1989). Por isso, é importante empregar uma técnica capaz de eliminar a influência da correlação sobre os regressores da função objetivo.

A análise de componentes principais, conforme mencionado no item 2.4.1, é uma técnica bastante utilizada para eliminar os efeitos da correlação sobre os regressores. Então, por este motivo e por outras vantagens peculiares desta técnica, esta foi incorporada ao conjunto de métodos envolvidos na abordagem híbrida desta tese.

Visto que ignorar a correlação pode levar a falsos resultados adotou-se, como medida preventiva, a aplicação de um procedimento preliminar que, além de identificar a existência e o grau de correlação, prepara a base de dados para que se possa aplicar o método NBI-PCA para arranjos combinados. Este procedimento é mostrado na Figura 3.2 que, conforme pode ser observado, é composto por duas colunas. A coluna da esquerda é caracterizada pelos procedimentos a serem executados. Nela encontram-se relacionadas, em ordem cronológica, todas as etapas a serem realizadas. Na coluna do lado direito é mostrado o resultado da execução da atividade ou a equação que deve ser aplicada para que o efeito resultante da aplicação seja revelado.

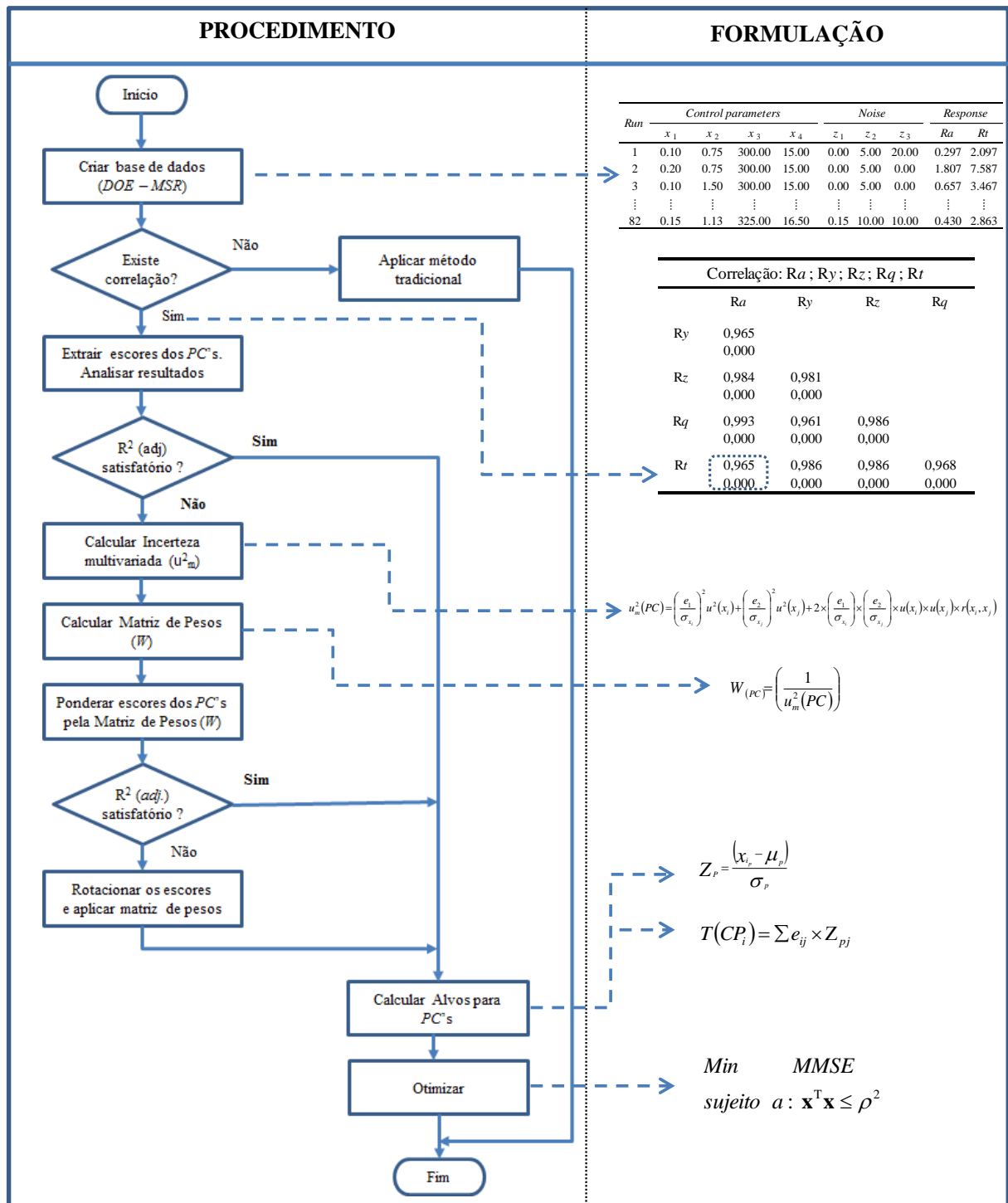


Figura 3.2- Procedimentos preliminares.

O procedimento é iniciado com a elaboração da base de dados contendo as médias das respostas originais. Em seguida, avalia-se a estrutura de correlação entre as respostas originais. Caso não seja identificada correlação entre as mesmas, sugere-se a aplicação dos

métodos de otimização tradicionais. Caso contrário, aplica-se a análise de componentes principais.

Inicialmente, são calculados os escores dos componentes principais, bem como os autovetores ( $e_{ij}$ ) e autovalores ( $\lambda_{ii}$ ) de cada componente. Neste momento, é possível definir o número adequado de componentes principais selecionados para representar o conjunto de dados originais, observando os critérios de Kaiser. Utilizando os escores calculados dos componentes principais selecionados, deve-se aplicar a *MSR* com o intuito de determinar o modelo (quadrático) que melhor represente cada componente principal. A partir deste modelo, é possível calcular o valor do  $i$ -ésimo componente principal para um determinado conjunto de variáveis de controle. Neste momento, é possível analisar se o coeficiente de determinação ( $R^2_{adj.}$ ) é satisfatório, isto é, o quanto, percentualmente, de variação da variável  $Y$  é explicado pelos regressores presentes no modelo.

Contudo, se o valor aferido do coeficiente de determinação ( $R^2_{adj.}$ ) não for satisfatório, faz-se necessário ponderar os escores de componentes principais utilizando-se uma matriz de pesos. Esta matriz pode ser obtida calculando-se, primeiro, a incerteza multivariada com a aplicação da Equação (2.36) e, em seguida, aplicando-se sobre estes resultados a Equação (2.37). Desta forma, tem-se como resultado a matriz de pesos ( $W$ ).

O próximo passo a ser executado é a padronização dos alvos em termos de componentes principais, partindo-se dos alvos originais das variáveis de resposta de interesse. Para tanto, utilizando-se os valores medidos durante a realização do experimento, calcula-se a média e o desvio padrão para cada variável de resposta do sistema. Com o *Solver* do Excel, define-se o valor alvo de cada variável de resposta individualmente e, só então, a partir destes dados, é possível calcular o valor alvo padronizado ( $Z_p$ ). Utilizando-se estes valores na Equação (3.1), é possível obter o valor alvo, em termos de componentes principais, para média e variância ( $T(PC_i)$ ), tal que:

$$T(PC_i) = \sum e_{ij} \times Z_{pj} \quad (3.1)$$

sendo:

$i$  = número de componentes principais considerados e,

$j$  = número de variáveis de resposta



Assim, o problema de otimização pode ser formulado de acordo com a Equação (3.2) que tem como função objetivo a minimização do *MMSE* sujeito a uma restrição de esfericidade:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \text{MMSE} \\ \text{sujeito a: } & \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Segundo Paiva (2008), o sentido de otimização só pode ser o de minimização, pois a equação está relacionada ao conceito de menor erro quadrático médio multivariado através de respostas obtidas próximas ao alvo e com mínima variância.

### 3.2. Método *NBI-PCA* para Arranjos Combinados

De acordo com Montgomery (2009), Taguchi propôs que analisando os dados de um arranjo cruzado, a partir da média e da variância de cada combinação experimental com um arranjo externo, poderia ser uma abordagem razoável para tratar os problemas de *RPD*. Ademais, média e variância poderiam, inclusive, ser combinadas na forma de uma relação denominada sinal/ruído. Entretanto, é notório que arranjos cruzados não são capazes de estimar as interações entre fatores de controle e de ruído, quando existirem, uma vez que as médias e variâncias amostrais são computadas sempre sobre os mesmos níveis das variáveis de ruído dentro da estrutura do arranjo cruzado (MONTGOMERY, 2009). De maneira alternativa, Box e Jones (1992) e Vining e Myers (1990) propuseram a inclusão das variáveis de ruído em um arranjo de superfície de resposta, de tal modo que as interações ruído-controle pudessem ser estimadas. O modelo, conhecido como “Arranjo Combinado”, permite a estimação dos coeficientes da seguinte superfície de resposta:

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \gamma_i z_i + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r \delta_{ij} x_i z_j + \varepsilon \quad (3.3)$$

Assumindo que variáveis de ruído possuem médias iguais a zero e variância  $\sigma_z^2$ , e que não são correlacionadas, pode-se escrever as equações de média e variância derivadas desta superfície de resposta como:

$$E_z[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = f(\mathbf{x}) \quad (3.4)$$

$$V_z[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = \sigma_z^2 \left\{ \sum_{i=1}^r \left[ \frac{\partial y(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_i} \right]^2 \right\} + \sigma^2 \quad (3.5)$$

Onde  $k$  e  $r$  representam o número de variáveis de controle e ruído, respectivamente.

Em um processo de torneamento, Paiva *et al.*, (2014) sugeriram o emprego da função MMSE na forma de uma função de aglutinação por média geométrica. Para efeitos de comparação, considere a utilização de somas ponderadas das funções MMSE para os blocos de média e variância. Neste caso, o algoritmo de otimização assume a seguinte formulação:

$$\text{Min } F(\mathbf{x}) = \left\{ \prod_{i=1}^m \left[ \omega \cdot \left( E_z [P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})] - \zeta_{PCz_i} \right)^2 + (1 - \omega) \cdot \left[ \sigma_z^2 \cdot \sum_{j=1}^r \left( \frac{\partial P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_j} \right)^2 + \sigma^2 \right] \right]^{\phi_i} \left| \sum_{i=1}^{m-r} \phi_i \geq \xi \right. \right\}^{\left( \frac{1}{\sum_{i=1}^{m-r} \phi_i} \right)} \quad (3.6)$$

sujeito a :  $\mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$

$$\text{com : } \zeta_{PCz_i} = e_{1i} [Z(Y_1 | \zeta_{Y_1})] + e_{2i} [Z(Y_2 | \zeta_{Y_2})] + \dots + e_{pi} [Z(Y_p | \zeta_{Y_p})] \quad (3.7)$$

$$P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})_i = \left( \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \gamma_i z_i + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r \delta_{ij} x_i z_j + \varepsilon \right)_i \quad (3.8)$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_k]$$

$$\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_r]$$

onde  $\omega$  representa o peso definido numa matriz com escala [0; 1] e  $\mathbf{z}$  representa o valor padronizado da  $i$ -ésima resposta.

Estendendo este conceito para o caso de múltiplas respostas correlacionadas, que podem ser adequadamente representadas por escores de componentes principais  $P_c = e_i^T [Z(Y_p)]$ , conforme discutido anteriormente, usando o método NBI, tem-se:

$$PC_{(\mu)i} = E_z [P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})_i] \quad (3.9)$$

$$PC_{(\sigma^2)_i} = \left[ \sigma_z^2 \cdot \sum_{j=1}^r \left( \frac{\partial P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_j} \right)^2 + \sigma^2 \right] \quad (3.10)$$

$$\zeta_{PC(\mu)_i} = e_i^T \left[ Z(Y_p | \zeta_{Y_p}) \right] = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q e_{ij} \left[ Z(Y_p | \zeta_{Y_p}) \right] \quad (3.11)$$

$$\zeta_{PC(\sigma^2)_i} = e_i^T \left[ Z(\sigma^2 | \zeta_{\sigma^2}) \right] = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q e_{ij} \left[ Z(\sigma^2 | \zeta_{\sigma^2}) \right] \quad (3.12)$$

$$\zeta_{Y_p} = f_i(x_i^*) \quad (3.13)$$

$$x_i^* = \arg \min_{\mathbf{x} \in \Omega} f_i(\mathbf{x}) \quad (3.14)$$

Considere, agora, o uso do método *NBI-PCA* para as rotinas de otimização conforme apresentado nas Eqs. (3.9) a (3.14). Primeiro, é necessário estabelecer duas funções objetivo:

$f_{(\mu)}(\mathbf{x})$  que representa  $PC_{(\mu)_i} = E_z[P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})]$  e  $f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x})$  que representa

$$PC_{(\sigma^2)_i} = \left[ \sigma_z^2 \cdot \sum_{j=1}^r \left( \frac{\partial P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_j} \right)^2 + \sigma^2 \right].$$

Então:

$$f_{(\mu)}(\mathbf{x}) = \left[ \sum_{i=1}^p \lambda_p \left( \frac{PC_{(\mu)_i} - \zeta_{PC(\mu)_i}}{\zeta_{PC(\mu)_i}} \right)^2 \right] \quad (\lambda_p \geq 1) \cup \left( \frac{\lambda_p}{\sum \lambda_p} \geq \xi \right) \quad p = 1, 2, \dots, P \quad (3.15)$$

$$f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) = \left[ \sum_{i=1}^p \lambda_p \left( \frac{PC_{(\sigma^2)_i} - \zeta_{PC(\sigma^2)_i}}{\zeta_{PC(\sigma^2)_i}} \right)^2 \right] \quad (\lambda_p \geq 1) \cup \left( \frac{\lambda_p}{\sum \lambda_p} \geq \xi \right) \quad p = 1, 2, \dots, P \quad (3.16)$$

As funções  $f_{(\mu)}(\mathbf{x})$  e  $f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x})$  são escritas como somas ponderadas de escores de componentes nas equações (3.15) e (3.16) para se generalizar o caso em que mais de um componente é necessário para uma explicação  $\xi$  de, no mínimo, 80% e com autovalores  $> 1$ . Considerando a normalização destas funções a partir da matriz *pay off*, obtém-se:

$$\bar{f}_{(\mu)}(x) = \frac{f_{(\mu)}(x) - f_{(\mu)}^U}{f_{(\mu)}^N - f_{(\mu)}^U} = \frac{f_{(\mu)}(x) - f_{(\mu)}^I}{f_{(\mu)}^{MAX} - f_{(\mu)}^I} \quad (3.17)$$

$$\bar{f}_{(\sigma^2)}(x) = \frac{f_{(\sigma^2)}(x) - f_{(\sigma^2)}^U}{f_{(\sigma^2)}^N - f_{(\sigma^2)}^U} = \frac{f_{(\sigma^2)}(x) - f_{(\sigma^2)}^I}{f_{(\sigma^2)}^{MAX} - f_{(\sigma^2)}^I} \quad (3.18)$$

Usando a formulação proposta pela Equação (2.18), o algoritmo *NBI-PCA* pode ser escrito na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } \bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) &= \left[ \frac{f_{(\mu)}(\mathbf{x}) - f_{(\mu)}^I}{f_{(\mu)}^{MAX} - f_{(\mu)}^I} \right] \\ \text{sujeito a: } \bar{g}_{1(\mu, \sigma^2)}(\mathbf{x}) &= \left[ \frac{f_{(\mu)}(\mathbf{x}) - f_{(\mu)}^I}{f_{(\mu)}^{MAX} - f_{(\mu)}^I} \right] - \left[ \frac{f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - f_{(\sigma^2)}^I}{f_{(\sigma^2)}^{MAX} - f_{(\sigma^2)}^I} \right] + 2w_i - 1 = 0 \\ g_2(\mathbf{x}) &= \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \\ 0 &\leq w_i \leq 1 \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$PC(\mathbf{x})_i = \left( \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \right)_i \quad (3.20)$$

$$i = 1, 2, \dots, p, \quad j = 1, 2, \dots, q$$

O método descrito pela equação (3.19) pode ser escrito como uma versão *NBI* bi-objetivo específica para dois blocos, um de  $\mu$  e outro de  $\sigma^2$ . Na seção (2.2.2) é possível notar que para construir a linha normal (D) é necessário ter as coordenadas de  $P_0$  (qualquer ponto CHIM) e  $P_{\max}$ . (um ponto na fronteira de Pareto). Da Figura 2.6, as seguintes relações podem ser escritas:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{f_2(x) - f_2^*(x_2^*)}{f_2(x_1^*) - f_2^*(x_2^*)} = \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} = \frac{f_i(x) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U} = \left[ \frac{f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - f_{(\sigma^2)}^I}{f_{(\sigma^2)}^{MAX} - f_{(\sigma^2)}^I} \right] \quad (3.21)$$

$$\frac{a_2}{b_2} = \frac{f_1(x) - f_1^*(x_1^*)}{f_1(x_2^*) - f_1^*(x_1^*)} = \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} = \frac{f_i(x) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U} = \left[ \frac{f_{(\mu)}(\mathbf{x}) - f_{(\mu)}^I}{f_{(\mu)}^{MAX} - f_{(\mu)}^I} \right]$$

$$\begin{aligned}
f_2(x) &= f_2^*(x_2^*) + \beta_1 f_2(x_1^*) - \beta_1 f_2^*(x_2^*) = \beta_1 f_2(x_1^*) + (1 - \beta_1) f_2^*(x_2^*) \\
&= \beta_1 f_2(x_1^*) + \beta_2 f_2^*(x_2^*) \\
&= \beta_1 f_{(\sigma^2)}^{MAX} + \beta_2 f_{(\sigma^2)}^I
\end{aligned}
\tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= f_1^*(x_1^*) + \beta_2 f_1(x_2^*) - \beta_2 f_1^*(x_1^*) = \beta_2 f_1(x_2^*) + (1 - \beta_2) f_1^*(x_1^*) \\
&= \beta_1 f_1^*(x_1^*) + \beta_2 f_1(x_2^*) \\
&= \beta_1 f_{(\mu)}^I + \beta_2 f_{(\mu)}^{MAX}
\end{aligned}$$

Na forma matricial, estas equações podem ser escritas como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}(\mathbf{x})} = \underbrace{\begin{bmatrix} f_{(\mu)}^I & f_{(\mu)}^{MAX} \\ f_{(\sigma^2)}^{MAX} & f_{(\sigma^2)}^I \end{bmatrix}}_{\Phi} \times \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}}_{\beta}
\tag{3.23}$$

Aplicando-se o procedimento tradicional de normalização NBI:

$$\bar{f}_i(x) = \frac{f_i(x) - f_i^*(x_i^*)}{f_i(x_j^*) - f_i^*(x_i^*)}, i \neq j
\tag{3.24}$$

Então, é possível escrever:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_{(\mu)}(\mathbf{x}) \\ f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \therefore \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) \\ \bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f_{(\mu)}(\mathbf{x}) - f_1^*(x_1^*)}{f_1(x_2^*) - f_1^*(x_1^*)} \\ \frac{f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - f_2^*(x_2^*)}{f_2(x_1^*) - f_2^*(x_2^*)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f_{(\mu)}(\mathbf{x}) - f_{(\mu)}^I}{f_{(\mu)}^{MAX} - f_{(\mu)}^I} \\ \frac{f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - f_{(\sigma^2)}^I}{f_{(\sigma^2)}^{MAX} - f_{(\sigma^2)}^I} \end{bmatrix}
\tag{3.25}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_1^*(x_1^*) & f_1^*(x_2^*) \\ f_2^*(x_1^*) & f_2^*(x_2^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{(\mu)}^I & f_{(\mu)}^{MAX} \\ f_{(\sigma^2)}^{MAX} & f_{(\sigma^2)}^I \end{bmatrix} \therefore$$

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \frac{f_1^*(x_1^*) - f_1^*(x_1^*)}{f_1(x_2^*) - f_1^*(x_1^*)} & \frac{f_1(x_2^*) - f_1^*(x_1^*)}{f_1(x_2^*) - f_1^*(x_1^*)} \\ \frac{f_2^*(x_1^*) - f_2^*(x_2^*)}{f_2(x_1^*) - f_2^*(x_2^*)} & \frac{f_2^*(x_2^*) - f_2^*(x_2^*)}{f_2(x_1^*) - f_2^*(x_2^*)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f_{(\mu)}^I - f_{(\mu)}^I}{f_{(\mu)}^{MAX} - f_{(\mu)}^I} & \frac{f_{(\mu)}^{MAX} - f_{(\mu)}^I}{f_{(\mu)}^{MAX} - f_{(\mu)}^I} \\ \frac{f_{(\sigma^2)}^{MAX} - f_{(\sigma^2)}^I}{f_{(\sigma^2)}^{MAX} - f_{(\sigma^2)}^I} & \frac{f_{(\sigma^2)}^I - f_{(\sigma^2)}^I}{f_{(\sigma^2)}^{MAX} - f_{(\sigma^2)}^I} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nota-se que  $\bar{\Phi}$  é uma matriz diagonal. Por outro lado, é simples demonstrar que a formulação original do método *NBI* pode ser escrita na forma de minimização como:

$$\begin{cases} \begin{array}{l} \text{Max } t \\ \text{(x,t)} \\ \text{Sujeito a: } \bar{\Phi}\beta + t\hat{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \in \Omega \\ g_j(x) \leq 0 \\ h_j(x) \leq 0 \end{array} \end{cases} = \begin{cases} \begin{array}{l} \text{Min } -t \\ \text{(x,t)} \\ \text{Sujeito a: } \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \bar{\Phi}\beta - t\hat{\mathbf{n}} = 0 \\ \mathbf{x} \in \Omega \\ g_j(x) \leq 0 \\ h_j(x) \leq 0 \end{array} \end{cases} \quad (3.27)$$

Prova: As condições de otimização Karush–Kuhn–Tucker, também chamado de teorema KKT, podem ser aplicadas para a formulação do *NBI*. Escrevendo o Lagrangeano do problema de maximização,  $L_1\{x, t, \lambda\}$  e tomando as derivadas parciais desta função, obtém-se:

$$\begin{aligned} L_1\{x, t, \lambda\} &= t + \lambda[\bar{\Phi}\beta + t\hat{\mathbf{n}} - \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*)] \\ \nabla_x L_1\{x, t, \lambda\} &= -\lambda \nabla_x \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) = 0 \Rightarrow \nabla_x \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*) = 0 \\ \nabla_t L_1\{x, t, \lambda\} &= 1 + \lambda\hat{\mathbf{n}} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{\hat{\mathbf{n}}} \\ \nabla_\lambda L_1\{x, t, \lambda\} &= \bar{\Phi}\beta + t\hat{\mathbf{n}} - \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*) = 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\text{Então: } \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*) = \bar{\Phi}\beta + t\hat{\mathbf{n}}$$

Analogamente, levando o gradiente lagrangeano para o método de minimização do *NBI*,  $L_2\{x, t, \lambda\}$ , tem-se:

$$\begin{cases} \text{Min}_{(x,t)} -t \\ \text{Sujeito a: } \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \bar{\Phi}\boldsymbol{\beta} - t\hat{\mathbf{n}} = 0 \\ \mathbf{x} \in \Omega, g_j(x) \leq 0, h_j(x) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L_2\{x,t,\lambda\} &= -t + \lambda[\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*) - \bar{\Phi}\boldsymbol{\beta} - t\hat{\mathbf{n}}] \\ \nabla_x L_2\{x,t,\lambda\} &= \lambda \nabla_x \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*) = 0 \Rightarrow \nabla_x \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*) = 0 \\ \nabla_t L_2\{x,t,\lambda\} &= -1 - \lambda\hat{\mathbf{n}} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{\hat{\mathbf{n}}} \\ \nabla_\lambda L_2\{x,t,\lambda\} &= \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*) - \bar{\Phi}\boldsymbol{\beta} - t\hat{\mathbf{n}} = 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

Então:  $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}^*) = \bar{\Phi}\boldsymbol{\beta} + t\hat{\mathbf{n}}$

É possível verificar que as condições KKT permanecem as mesmas, como no caso de maximização. Então, é provado que os dois procedimentos são idênticos.

Das e Denis (1998) propuseram que  $\hat{\mathbf{n}}$  deveria ser escolhido como um vector quase-normal, tal como:

$$\hat{\mathbf{n}} = -\bar{\Phi}\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Substituindo-se este vector na formulação geral, a primeira restrição *NBI* será formulada como:

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \bar{\Phi}\boldsymbol{\beta} - t(-\bar{\Phi}\mathbf{e}) = 0 \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \bar{\Phi}\boldsymbol{\beta} - t\hat{\mathbf{n}} &= \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \bar{\Phi}\boldsymbol{\beta} - t(-\bar{\Phi}\mathbf{e}) = 0 \\ \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \bar{\Phi}\boldsymbol{\beta} + t\bar{\Phi}\mathbf{e} &= \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) + \bar{\Phi}(-\boldsymbol{\beta} + t\mathbf{e}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Para problemas bi-objetivo a formulação acima mencionada pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \bar{\Phi}(\boldsymbol{\beta} - t\mathbf{e}) &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1(x) \\ \bar{f}_2(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta_1 - t \\ \beta_2 - t \end{bmatrix} \\
\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) - \bar{\Phi}(\boldsymbol{\beta} - t\mathbf{e}) &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1(x) - \beta_2 + t \\ \bar{f}_2(x) - \beta_1 + t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) - \beta_2 + t \\ \bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - \beta_1 + t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} -t \\ -t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) - \beta_2 \\ \bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - \beta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) - (1 - \beta_1) \\ \bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - \beta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) + \beta_1 - 1 \\ \bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - \beta_1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Igualando a expressão definida em termos de  $t$ , a primeira restrição *NBI* torna-se:

$$\begin{aligned}
\bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) + \beta_1 - 1 &= \bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) - \beta_1 \\
\bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) - \bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) + 2\beta_1 - 1 &= 0
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Isso também pode ser mostrado que:

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} \text{Min } F(\mathbf{x}) = \beta_1 \bar{f}_1(x) + (1 - \beta_1) \bar{f}_2(x) \\ \text{sujeito a: } g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \\
\text{If } : \beta_1 = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \text{Min } F(\mathbf{x}) = \bar{f}_2(x) \\ \text{sujeito a: } g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \\
\text{If } : \beta_1 = 1 &\Rightarrow \begin{cases} \text{Min } F(\mathbf{x}) = \bar{f}_1(x) \\ \text{sujeito a: } g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Então, a versão bi-objetiva do *NBI* pode ser escrita como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{(x,t)} \bar{f}_1(x) \\ \text{Sujeito a: } g_1(\mathbf{x}) = \bar{f}_1(\mathbf{x}) - \bar{f}_2(\mathbf{x}) + 2\beta_1 - 1 = 0 \\ g_1(x) \leq 0 \\ h_1(x) \leq 0 \\ x \in \Omega \end{array} \right. \tag{3.36}$$

Substituindo-se os respectivos valores do *MMSE* para os blocos de média e variância para *PCA*, a abordagem *NBI-PCA* pode ser matematicamente descrita conforme a Equação (3.19) com as equações (3.17) e (3.18).

Assim que a função global multiobjetivo esteja estabelecida, o seu ótimo pode ser obtido por meio de um dos métodos disponíveis para a resolução de problemas de



programação não linear, (Paiva *et al.*, 2012; Tang e Xu, 2002; M'silti e Tolla, 1993; Sadagopan e Ravindran, 1986; Haggag, 1981). O *GRG* é considerado um dos mais robustos e eficientes algoritmos para resolução de problemas de programação não-linear (Lasdon *et al.*, 1978). Então, devido aos motivos citados acima e na seção 2.4.1, o *GRG* foi adotado como algoritmo de otimização deste trabalho.

A aplicação do método proposto, *NBI-PCA* para arranjos combinados, pode ser resumida em quatorze etapas, conforme é mostrado na Figura 3.3:

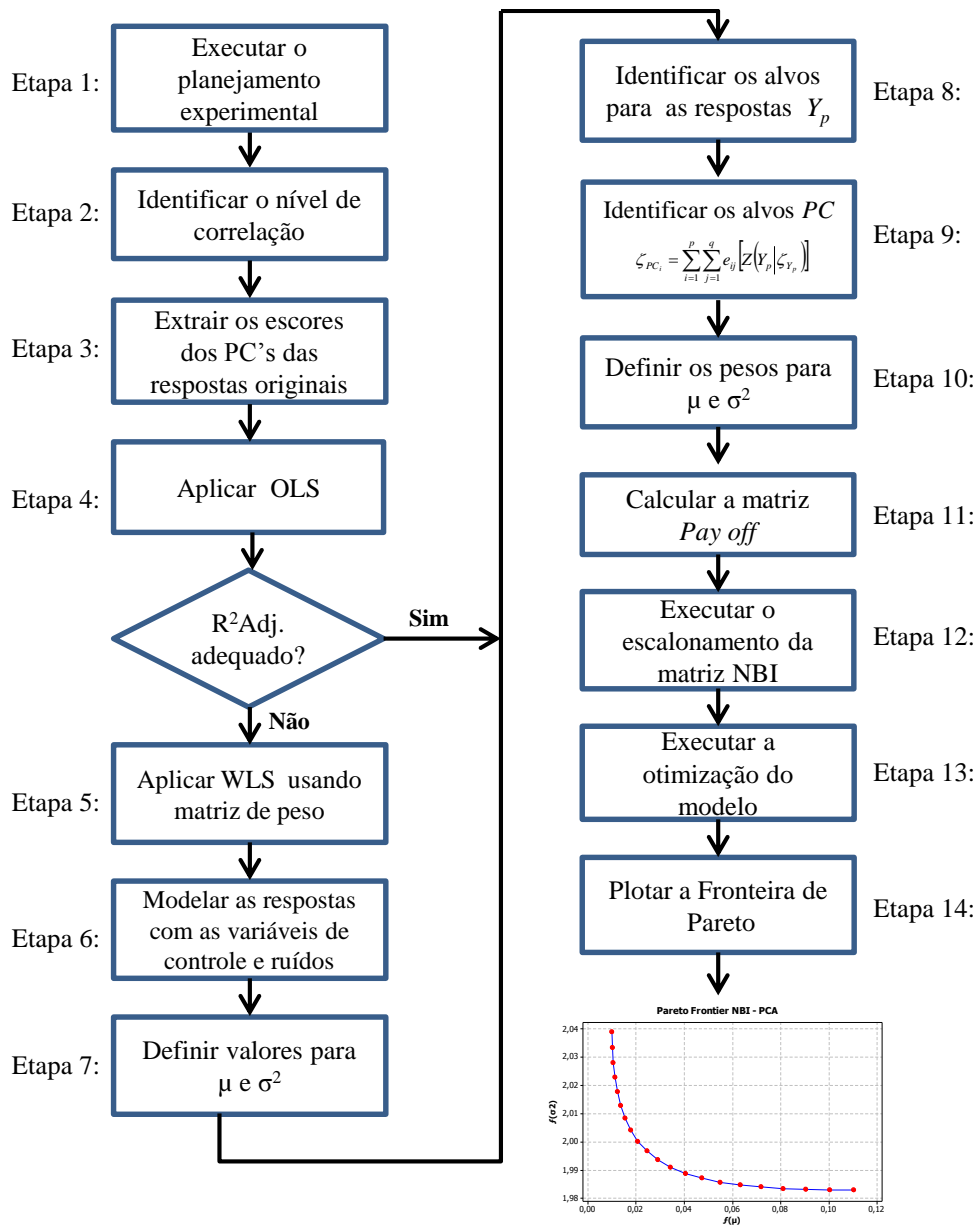


Figura 3.3 – Algoritmo do método *NBI-PCA*.

Para que os resultados pretendidos sejam alcançados, algumas atividades exigem certa preparação ou a execução de subatividades. Sendo assim, uma sequencia de etapas é descrita, a seguir, explicando como desenvolver as atividades apresentadas na Figura 3.3.

- Etapa 1: Um planejamento experimental com um arranjo combinado deve ser preparado incluindo as variáveis de controle e de ruído. Os experimentos são executados em ordem aleatória e as respostas são armazenadas;
- Etapa 2: Identificar a correlação entre as respostas. Esta necessidade é para classificar o tipo e o grau de correlação entre as mesmas;
- Etapa 3: Realizar a análise de componentes principais. Extrair os escores de *PC* das respostas originais e armazená-los com os respectivos autovalores e autovetores;
- Etapa 4: Aplicar o algoritmo *OLS* e analisar os resultados. Na análise de componentes principais a quantidade de *PC*'s é escolhida para explicar, pelo menos, 80% da variância do modelo. O índice  $R^2$  adj. obtido tem uma conotação muito importante para os modelos. Se  $R^2$  adj. é inferior a 80%, este é considerado inadequado, pois indica que o processo não está ajustado. Desta forma, a abordagem usada por Lopes *et al.*, (2013), definida pela Eq. (2.36), deve ser utilizada para os *PC*'s, enquanto que para as respostas originais o algoritmo *WLS* deve ser usado conforme descrito na Etapa 5;
- Etapa 5: Aplicar o algoritmo *WLS* nas respostas originais usando como peso o inverso dos resíduos ao quadrado. Para os *PC*'s, o inverso da incerteza multivariada produzida pela Eq. (2.37) deve ser usado como matriz de peso;
- Etapa 6: As equações para  $y(\mathbf{x}, \mathbf{z})_i$  e  $P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})_i$  são calculadas utilizando os dados experimentais das respostas originais e dos *PC-scores*;
- Etapa 7: As definições de média e variância para  $y(\mathbf{x}, \mathbf{z})_i$  e  $P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})_i$  são calculadas com base nas Eqs. (3.4) e (3.5);
- Etapa 8: Os alvos das respostas ( $\zeta_{Y_p}$ ) são obtidos efetuando a otimização individual de cada superfície de resposta,  $\zeta_{Y_p} = \text{Min}_{\mathbf{x} \in \Omega} [\hat{y}_i(\mathbf{x})]$
- Etapa 9: Os alvos originais ( $\zeta_{Y_p}$ ) são transformados em alvos para os *PC*'s usando a

$$\text{equação: } \zeta_{PC_i} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q e_{ij} \left[ Z(Y_p | \zeta_{Y_p}) \right]$$

- Etapa 10: Os valores dos  $\omega$  (pesos) para média e variância são definidos, geralmente, numa escala de [0; 1], observando-se o percentual de explicação para  $PC_i$  ( $\phi_i$ ). Este valor só será necessário caso o primeiro componente principal não seja suficiente para explicar a variabilidade do modelo;
- Etapa 11: O cálculo da matriz *pay off* é realizado utilizando-se os valores da média, variância e os alvos individuais definidos pela função *MSE*, ou cada função *PC*, quando *PCA* está sendo analisado. Depois disso, a otimização individual, de cada uma das funções do *PC* é calculada como: 
$$\text{Min}_{x \in \Omega} \left[ \left( PC_{(\mu)_i} - \zeta_{PC_{(\mu)_i}} \right)^2 + \sigma^2 \right]$$
- Etapa 12: Na escalarização de  $PC_I$ , caso bivariado, executam-se as funções  $f_{(\mu)}(\mathbf{x})$  e  $f_{(\sigma^2)}(\mathbf{x})$  conforme descrito nas Eqs. (3.17) e (3.18);
- Etapa 13: Utilizando-se o algoritmo do *GRG Solver* do *Microsoft Excel*, o valor mínimo do *MSE* ou para  $PC_{(Fi)}(x)$ , calculados na etapa 12, são obtidos considerando-se as restrições da região experimental, variância não-negativa ou alguma outra restrição  $g_{i(x)}$  desejada;
- Etapa 14: Plotar a Fronteira de Pareto.

### 3.3. Considerações finais do capítulo

Este capítulo apresentou a metodologia de trabalho, bem como, as etapas para o desenvolvimento dos algoritmos utilizados para alcançar os resultados da otimização robusta multivariada para grandezas correlacionadas. Na primeira abordagem, que trata da otimização multivariada para arranjos combinados, empregou-se, devido à grande quantidade de informações geradas através dos experimentos, a análise de componentes principais, um dos pilares desta tese para reduzir a dimensionalidade de dados. Na segunda abordagem, que utiliza o método *NBI* acoplado à análise de componentes principais para arranjos combinados, foram estimados os coeficientes de superfície de resposta, que é um passo intermediário para otimização do método *MMSE*. Também foram apresentados dois fluxos que descrevem todo desenvolvimento da metodologia de trabalho, assim como o desenvolvimento do algoritmo *NBI-PCA* escrito em forma de equação.

O próximo capítulo tratará do planejamento experimental, as variáveis envolvidas e o método de pesquisa aplicado. Abordará informações sobre o processo de usinagem, assim como: material, ferramentas, objeto de estudo, mecanismo de medição e registro dos dados.

## 4 PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

Este capítulo tem por objetivo descrever a estratégia utilizada para conduzir a aplicação prática do método apresentado no Capítulo 3. Para tanto, serão utilizados os arranjos experimentais do processo de fresamento que teve como material de estudo o fresamento do aço ABNT 1045.

Não é pretensão, nesta fase do trabalho, levantar todos os detalhes dos aspectos que envolvem os processos de usinagem. Mas, também, não serão suprimidas as informações e etapas fundamentais para geração da base de dados utilizada.

Logo, este capítulo foi estruturado para transmitir uma visão geral sobre o processo de usinagem envolvido no trabalho. Inicia-se com algumas explicações referentes ao processo de fresamento. Em seguida, aborda alguns detalhes sobre a máquina, a ferramenta utilizada, o material e o instrumento de medição para aferir a rugosidade das peças produzidas e, por fim, a execução dos experimentos e o registro dos dados na matriz experimental.

### 4.1. Fresamento

O fresamento é um dos processos de usinagem com maior emprego na indústria, devido a aspectos como alta taxa de remoção de material e produção de formas com boa precisão dimensional e geométrica, sendo utilizado na fabricação de superfícies planas, contornos, ranhuras e cavidades, entre outras (MARCELINO *et al.*, 2004; DINIZ *et al.*, 2014).

O processo de fresamento, segundo Diniz *et al.* (2014) é caracterizado, principalmente, pelos seguintes fatores:

- Fresa é a ferramenta usada no processo. Esta é multicortante, sendo provida de arestas cortantes dispostas simetricamente ao redor de um eixo;
- O movimento de corte é proporcionado pela rotação da fresa ao redor do seu eixo, fazendo com que cada uma das arestas cortantes retire uma porção de material;
- O movimento de avanço é geralmente feito pela própria peça em usinagem, que está fixada na mesa da máquina, a qual obriga a peça a passar sob a ferramenta em rotação, conferindo-lhe a forma e a dimensão desejadas.

Na Figura 4.1 são apresentadas duas operações de usinagem por fresamento de topo.

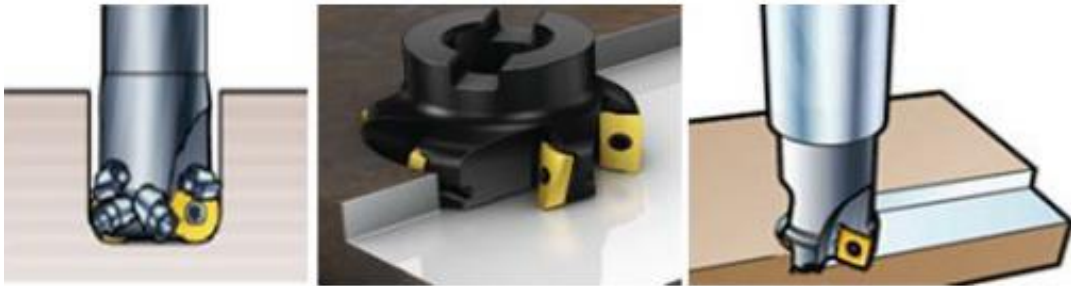


Figura 4.1 – Exemplos de fresamento vertical com fresas de topo.

Fonte: Sandvik (2011)

#### 4.2. Máquinas, ferramentas, material e instrumentos de medição

A execução dos ensaios foi realizada no Laboratório de Automação da Manufatura da UNIFEI. A máquina-ferramenta utilizada foi um centro de usinagem CNC marca Fadal com potência de 15 kW e máxima rotação de 7500 rpm conforme exposto na Figura 4.2.



Figura 4.2 - Centro de usinagem Fadal (UNIFEI).

Durante os ensaios, utilizou-se a fresa de topo código (Sandvik) R390-025A25-11M, diâmetro 25 mm, ângulo de posição  $K_T = 90^\circ$ , haste cilíndrica, passo médio com três insertos e fixação mecânica por pinça. Na fresa foram usados insertos de metal duro ISO P25, revestidos com nitreto de titânio (TiN), código R390-11T308M-PM GC 1025 do fabricante Sandvik, conforme a Figura 4.3.



Figura 4.3 - Cabeçote com insertos para o fresamento de topo.

Utilizou-se o fluido de corte ME-II, um óleo solúvel sintético, concentrado (alta taxa de diluição em água), ecológico (isento de nitritos, cloro, enxofre, solventes aromáticos e metais pesados) que refrigera e lubrifica com rendimento e com vida útil da ferramenta bastante satisfatória. Tem ação anticorrosiva, não ataca componentes da máquina-ferramenta e das peças usinadas. Não causa risco para operador nem produz vapores irritantes no ambiente de trabalho. Este fluido de corte foi utilizado nas concentrações 5%; 10% e 15% para todos os ensaios realizados.

Para os experimentos foram utilizados peças do aço ABNT 1045, forjado, com dureza de 180 HB na forma de barra com seção quadrada de 100 x 100 mm e comprimento de 300 mm, fixado por dispositivo usinado, e composição química (C: carbono; Mn: manganês; P: fósforo e S: enxofre) conforme o Quadro 4.1.

Quadro 4.1 – Composição química (%) do aço ABNT 1045.

Material	C	Mn	P <sub>máx</sub>	S <sub>máx</sub>
Aço ABNT 1045	0,430 - 0,500	0,600 - 0,900	0,040	0,050

Seguindo a sequência experimental para um arranjo combinado, conforme sugerido por Montgomery (2009), foi definido um *CCD* ( $k=7$ ) para variáveis ( $x_1, x_2, x_3, x_4, z_1, z_2$  e  $z_3$ ) com 10 pontos centrais. Os pontos axiais relacionadas com as variáveis de ruído foram eliminados. Os níveis das variáveis de controle e de ruído estão descritos nos Quadros 4.2 e 4.3.

Quadro 4.2 – Variáveis de controle selecionadas.

Variáveis de controle	Unidades	Níveis				
		-2,828	-1,000	0,000	1,000	2,828
Avanço por dente	$Fz$ (mm/dente)	0,01	0,10	0,15	0,20	0,29
Profundidade	$Ap$ (mm)	0,064	0,750	1,125	1,500	2,186
Velocidade	$Vc$ (m/min)	254	300	325	350	396
Penetração	$Ae$ (mm)	12,26	15,00	16,50	18,00	2,74

Quadro 4.3 – Variáveis de ruído selecionadas.

Variáveis de Ruído	Unidades	Símbolos	Níveis		
			-1	0	+1
Desgaste de flanco	mm	$Z_1$	0,00	0,15	0,30
Concentração de fluido	%	$Z_2$	5	10	15
Vazão do fluido	ml/min	$Z_3$	0	10	20

As diferentes condições de ruído ocasionadas por uma combinação de fatores e níveis, descritos no Quadro 4.2, expressa, em certo sentido, as possíveis variações que podem ocorrer durante a operação de fresamento, tais como: desgaste de flanco da ferramenta ( $Z_1$ ), variações na concentração do fluido de corte ( $Z_2$ ) e a variação do fluxo do fluido de corte ( $Z_3$ ). Os valores de rugosidade devem sofrer alguns tipos de variações devido à ação da combinação dos fatores de ruído. Portanto, o principal objetivo do projeto de parâmetro robusto é determinar uma configuração de parâmetros de controle capaz de atingir uma rugosidade baixa com mínima variância e mitigar a influência de fatores de ruído no desempenho do processo.

Medidas do desgaste de flanco da ferramenta ( $VB_{max}$ ) ( $Z_1$ ) foram capturados com um microscópio óptico (ampliação de 45 vezes), com imagens obtidas por uma câmera digital acoplada. Os critérios adotados como o fim da vida útil da ferramenta foi um desgaste de flanco de aproximadamente  $VB_{max} = 0,30$  mm.

As respostas medidas no processo de fresamento foram  $Ra$  (média aritmética) e  $Rt$  (rugosidade total). O parâmetro  $Ra$  é o valor médio aritmético de todos os desvios do perfil de rugosidade em relação à linha média dentro do comprimento de medição. Este parâmetro é



amplamente utilizado, conforme pode ser encontrado em alguns trabalhos - Khanlou *et al.* (2015); Asiltürk *et al.* (2012); Neseli *et al.* (2011); Bouacha *et al.* (2010), sendo aplicável na maioria dos processos de fabricação. O parâmetro  $R_t$  corresponde à distância vertical entre o pico mais alto e o vale mais profundo da peça fresada. Este parâmetro tem o mesmo emprego do parâmetro  $R_y$ , porém, com maior rigidez, uma vez que considera o comprimento de amostragem igual ao comprimento de medição (AGOSTINHO *et al.*, 2009). As duas métricas de rugosidade foram aferidas com um rugosímetro portátil Mitutoyo, modelo Surftest SJ 201, com um comprimento de corte de 0,25 mm. O parâmetro de *cut-off* foi ajustado para 0,8 mm em todas as medidas.

Os valores medidos para as variáveis de resposta foram lidos diretamente na tela do *laptop* e registrados em planilha eletrônica. Este rugosímetro, mostrado na Figura 4.4 é periodicamente aferido pelo laboratório de metrologia da UNIFEI.



Figura 4.4 – Rugosímetro Mitutoyo Surftest SJ201.

### 4.3. Execução dos experimentos e registro dos dados

A execução dos experimentos ocorreu no Laboratório de Automação e Manufatura (LAM) da Universidade Federal de Itajubá. O desenvolvimento do processo, um arranjo composto central (CCD), contendo sete fatores, seis pontos axiais, dez pontos centrais e 1 replicação, resultou em 82 experimentos.

Os experimentos foram executados no sentido concordante, ou seja, a rotação da ferramenta coincide com o sentido de avanço da mesa do Centro de Usinagem Fadal. Na Figura 4.5 é ilustrada a execução dos experimentos na qual podem ser vistos o corpo de prova fixado à mesa, a ferramenta, a mesa fresadora e a vazão do fluido.



Figura 4.5 – Execução do fresamento.

As duas métricas de rugosidade ( $Ra$  e  $Rt$ ) foram medidas três vezes em cada uma das três posições sobre o corpo de prova. Uma em cada extremidade e outra no centro do corpo de prova, conforme é apresentado na Figura 4.6.



Figura 4.6 – Posições de leituras para registros dos dados.

O método de pesquisa utilizado neste trabalho foi o experimental, uma vez que a otimização do objeto de estudo se baseou em funções objetivo determinadas a partir de dados coletados por experimentos. Portanto, conforme já mencionado, o procedimento gerou 82 experimentos e para facilitar a visualização de todos os dados, a Tabela 4.1 foi dividida em duas partes como se seguem:

Tabela 4.1 - Matriz Experimental (parte I).

Experi- mentos	Parâmetros de controle				Ruídos			Respostas		PC Score
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$Ra$	$Rt$	$PC_1$
1	0,10	0,75	300,00	15,00	0,00	5,00	20,00	0,297	2,097	-1,455
2	0,20	0,75	300,00	15,00	0,00	5,00	0,00	1,807	7,587	0,805
3	0,10	1,50	300,00	15,00	0,00	5,00	0,00	0,657	3,467	-0,903
4	0,20	1,50	300,00	15,00	0,00	5,00	20,00	2,573	8,957	1,652
5	0,10	0,75	350,00	15,00	0,00	5,00	0,00	0,353	2,160	-1,400
6	0,20	0,75	350,00	15,00	0,00	5,00	20,00	3,013	9,327	2,050
7	0,10	1,50	350,00	15,00	0,00	5,00	20,00	0,270	1,973	-1,501
8	0,20	1,50	350,00	15,00	0,00	5,00	0,00	2,417	8,743	1,493
9	0,10	0,75	300,00	18,00	0,00	5,00	0,00	0,320	2,087	-1,440
10	0,20	0,75	300,00	18,00	0,00	5,00	20,00	3,170	11,583	2,642
11	0,10	1,50	300,00	18,00	0,00	5,00	20,00	0,280	1,690	-1,553
12	0,20	1,50	300,00	18,00	0,00	5,00	0,00	2,877	10,187	2,133
13	0,10	0,75	350,00	18,00	0,00	5,00	20,00	0,270	2,027	-1,489
14	0,20	0,75	350,00	18,00	0,00	5,00	0,00	3,030	11,197	2,458
15	0,10	1,50	350,00	18,00	0,00	5,00	0,00	0,550	3,340	-1,008
16	0,20	1,50	350,00	18,00	0,00	5,00	20,00	1,520	7,043	0,482
17	0,10	0,75	300,00	15,00	0,30	5,00	0,00	0,497	4,560	-0,788
18	0,20	0,75	300,00	15,00	0,30	5,00	20,00	2,770	10,973	2,222
19	0,10	1,50	300,00	15,00	0,30	5,00	20,00	0,383	2,707	-1,263
20	0,20	1,50	300,00	15,00	0,30	5,00	0,00	3,247	12,473	2,886
21	0,10	0,75	350,00	15,00	0,30	5,00	20,00	0,760	4,647	-0,578
22	0,20	0,75	350,00	15,00	0,30	5,00	0,00	0,800	4,580	-0,563
23	0,10	1,50	350,00	15,00	0,30	5,00	0,00	0,500	3,660	-0,976
24	0,20	1,50	350,00	15,00	0,30	5,00	20,00	2,503	10,757	1,983
25	0,10	0,75	300,00	18,00	0,30	5,00	20,00	0,397	2,877	-1,217
26	0,20	0,75	300,00	18,00	0,30	5,00	0,00	1,063	6,007	-0,070
27	0,10	1,50	300,00	18,00	0,30	5,00	0,00	0,367	2,007	-1,423
28	0,20	1,50	300,00	18,00	0,30	5,00	20,00	2,783	15,330	3,155
29	0,10	0,75	350,00	18,00	0,30	5,00	0,00	0,763	4,217	-0,667
30	0,20	0,75	350,00	18,00	0,30	5,00	20,00	1,437	7,253	0,466
31	0,10	1,50	350,00	18,00	0,30	5,00	20,00	0,383	3,137	-1,172
32	0,20	1,50	350,00	18,00	0,30	5,00	0,00	2,960	11,610	2,495
33	0,10	0,75	300,00	15,00	0,00	15,00	0,00	0,803	4,007	-0,682
34	0,20	0,75	300,00	15,00	0,00	15,00	20,00	2,030	7,213	0,888
35	0,10	1,50	300,00	15,00	0,00	15,00	20,00	0,537	4,583	-0,754
36	0,20	1,50	300,00	15,00	0,00	15,00	0,00	2,110	9,117	1,350
37	0,10	0,75	350,00	15,00	0,00	15,00	20,00	0,920	4,480	-0,497
38	0,20	0,75	350,00	15,00	0,00	15,00	0,00	1,743	7,157	0,668
39	0,10	1,50	350,00	15,00	0,00	15,00	0,00	0,290	2,043	-1,471
40	0,20	1,50	350,00	15,00	0,00	15,00	20,00	0,943	4,460	-0,485
41	0,10	0,75	300,00	18,00	0,00	15,00	20,00	0,513	2,973	-1,112

Tabela 4.1 - Matriz Experimental (parte II).

Experi- mentos	Parâmetros de controle				Ruídos			Respostas		<i>PC</i> <i>Score</i>
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	<i>Ra</i>	<i>Rt</i>	$PC_1$
42	0,20	0,75	300,00	18,00	0,00	15,00	0,00	2,087	7,550	1,001
43	0,10	1,50	300,00	18,00	0,00	15,00	0,00	0,430	2,823	-1,204
44	0,20	1,50	300,00	18,00	0,00	15,00	20,00	2,557	10,570	1,982
45	0,10	0,75	350,00	18,00	0,00	15,00	0,00	0,350	2,457	-1,340
46	0,20	0,75	350,00	18,00	0,00	15,00	20,00	1,700	6,507	0,499
47	0,10	1,50	350,00	18,00	0,00	15,00	20,00	0,617	3,057	-1,019
48	0,20	1,50	350,00	18,00	0,00	15,00	0,00	1,747	8,273	0,907
49	0,10	0,75	300,00	15,00	0,30	15,00	20,00	0,823	4,690	-0,523
50	0,20	0,75	300,00	15,00	0,30	15,00	0,00	3,007	11,787	2,567
51	0,10	1,50	300,00	15,00	0,30	15,00	0,00	0,643	5,230	-0,539
52	0,20	1,50	300,00	15,00	0,30	15,00	20,00	2,937	9,870	2,109
53	0,10	0,75	350,00	15,00	0,30	15,00	0,00	0,803	4,997	-0,473
54	0,20	0,75	350,00	15,00	0,30	15,00	20,00	2,220	9,797	1,574
55	0,10	1,50	350,00	15,00	0,30	15,00	20,00	0,463	2,793	-1,186
56	0,20	1,50	350,00	15,00	0,30	15,00	0,00	2,203	9,823	1,567
57	0,10	0,75	300,00	18,00	0,30	15,00	0,00	0,820	5,343	-0,387
58	0,20	0,75	300,00	18,00	0,30	15,00	20,00	2,547	10,663	1,994
59	0,10	1,50	300,00	18,00	0,30	15,00	20,00	0,377	2,560	-1,299
60	0,20	1,50	300,00	18,00	0,30	15,00	0,00	2,193	8,853	1,354
61	0,10	0,75	350,00	18,00	0,30	15,00	20,00	0,637	4,050	-0,794
62	0,20	0,75	350,00	18,00	0,30	15,00	0,00	2,247	9,590	1,549
63	0,10	1,50	350,00	18,00	0,30	15,00	0,00	0,483	3,400	-1,043
64	0,20	1,50	350,00	18,00	0,30	15,00	20,00	2,887	11,327	2,382
65	0,01	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,100	0,820	-1,868
66	0,29	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	*	*	*
67	0,15	0,06	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,350	1,910	-1,456
68	0,15	2,19	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	1,573	6,817	0,472
69	0,15	1,13	254,29	16,50	0,15	10,00	10,00	0,650	5,257	-0,529
70	0,15	1,13	395,71	16,50	0,15	10,00	10,00	0,440	3,413	-1,072
71	0,15	1,13	325,00	12,26	0,15	10,00	10,00	0,390	3,383	-1,115
72	0,15	1,13	325,00	20,74	0,15	10,00	10,00	1,183	6,230	0,065
73	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,343	2,990	-1,232
74	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,540	3,283	-1,027
75	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,680	4,083	-0,756
76	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,520	3,247	-1,049
77	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,540	4,090	-0,856
78	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,323	2,993	-1,246
79	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,527	4,990	-0,675
80	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,607	3,453	-0,942
81	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,697	4,970	-0,556
82	0,15	1,13	325,00	16,50	0,15	10,00	10,00	0,430	2,863	-1,196

Para este conjunto de dados, os valores referentes aos resultados do experimento número 66 foram removidos do estudo, uma vez que os mesmos se caracterizaram como *outliers* e a presença destes poderia influenciar negativamente o resultado da modelagem matemática.

Os comportamentos, das rugosidades mensuradas de  $Ra$  e  $Rt$  dos 82 experimentos, podem ser observados na Figura 4.7, que traz estes dados em ordem crescente.

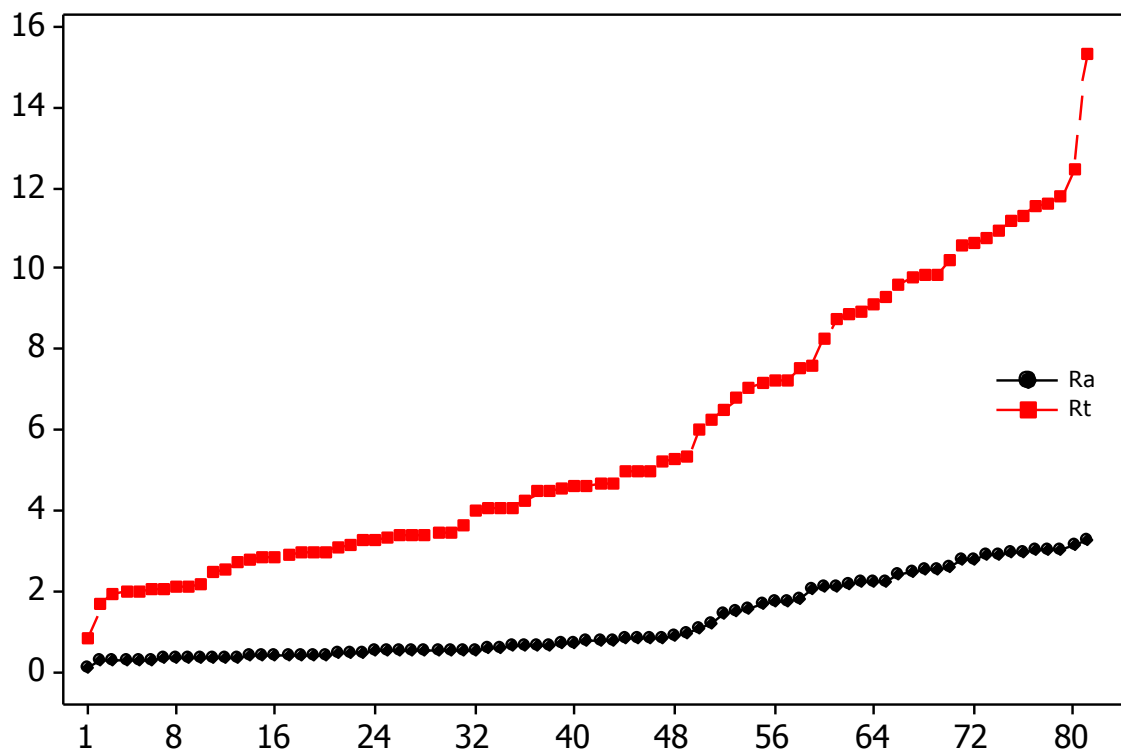


Figura 4.7 – Rugosidades mensuradas de  $Ra$  e  $Rt$ .

#### 4.4. Considerações finais do capítulo

Este capítulo teve o objetivo de descrever a aplicação do método experimental definido no Capítulo 3. Para a otimização do processo de fresamento a especificação do planejamento experimental utilizado é visto como algo primordial para que o problema de pesquisa seja estruturado de maneira organizada. Um processo industrial é composto de múltiplas variáveis de entrada e múltiplas respostas, sendo assim, o processo de usinagem utilizado como objeto de estudo neste trabalho, torna-se um exemplo muito útil para aplicação prática do método proposto.

As etapas realizadas para o planejamento e execução dos experimentos do processo de fresamento e também para o registro das respostas, compuseram uma das fases do método experimental permeada pela metodologia de superfície de respostas. As demais fases, onde são comparados os resultados atingidos por meio do método das somas ponderadas, o método *NBI-MSE* e o método *NBI-PCA* para arranjos combinados, serão os temas de discussão do próximo capítulo.

## 5 APLICAÇÃO E RESULTADOS DA METODOLOGIA

Partindo-se dos resultados dos experimentos de fresamento, este capítulo tem o propósito de testar e validar a aplicabilidade do método *NBI-PCA* apresentado no Capítulo 3. Para tanto, o processo de usinagem será utilizado como objeto de estudo, comparando-se os resultados conseguidos por meio da aplicação dos métodos: somas ponderadas, *NBI-MSE* e *NBI-PCA*.

### 5.1. Base de dados

Conforme mencionado anteriormente, a base de dados utilizada para testar a aplicabilidade do método desenvolvido, *NBI-PCA* para arranjos combinados, é originada dos experimentos realizados por Brito *et al.*, (2014). Os parâmetros de rugosidade considerados para esta análise foram  $R_a$  (rugosidade média) e  $R_t$  (rugosidade total). Tal escolha se deve à ampla utilização destas métricas nos processos de fabricação.

### 5.2. Resultados pelo método das Somas Ponderadas e pelo método *NBI-MSE*

Tendo como ponto de partida os valores organizados na matriz experimental exposta na Tabela 4.1, observou-se, por meio do coeficiente de Correlação de Pearson, uma forte associação entre as variáveis de respostas  $R_a$  e  $R_t$  de 0,965. A correlação se mostrou estatisticamente significativa para o par de respostas cujo *p-value* calculado foi inferior a 5% de significância ( $P\text{-value} = 0,000$ ).

Aplicando-se o algoritmo dos mínimos quadrados ordinários, através do software estatístico MINITAB®, constatou-se que o percentual de ajuste do modelo ( $R^2 \text{ adj.}$ ) estava aquém do desejado, indicando 70,08% para  $R_a$  e 71,22% para  $R_t$ . A percepção é que a inserção de variáveis de ruído ( $\mathbf{Z}$ ) na matriz de variáveis de controle ( $\mathbf{X}$ ), gera instabilidade nos resíduos, aumentando a sua não-normalidade e conseqüentemente diminuindo o valor de  $R^2 \text{ adj.}$  Para contornar este problema a aplicação do método mínimos quadrados ponderados foi necessária. Utilizando como peso o inverso do resíduo ao quadrado, o percentual de ajuste para  $R_a$  alcançou 99,9% e para  $R_t$  em 99,1%. A aplicação das Eqs. 3.4 e 3.5, num arranjo combinado para gerar uma superfície de resposta considerando o ruído,

transformam-se nas Eqs. 5.6 e 5.7 que expressam os valores obtidos para as constantes, para as variáveis de controle, para as variáveis de ruído e as respectivas interações, tanto para  $R_a$ , quanto para  $R_t$ .

$$\begin{aligned}
R_a(x, z) = & 0,689 + 0,898x_1 + 0,041 x_2 - 0,066 x_3 - 0,004 x_4 + 0,102 z_{11} + 0,002z_2 \\
& + 0,005 z_3 + 0,493 x_1^2 + 0,096 x_2^2 + 0,010x_3^2 + 0,064 x_4^2 + 0,074 x_1x_2 \\
& - 0,088 x_1x_3 + 0,030 x_1x_4 + 0,048 x_1z_1 - 0,086 x_1z_2 + 0,042 x_1z_3 - 0,039 x_2x_3 \\
& + 0,018x_2x_4 + 0,013 x_2z_1 - 0,073 x_2z_2 - 0,012 x_2z_3 + 0,043 x_3x_4 + 0,020 x_3z_1 \\
& - 0,034 x_3z_2 - 0,041 x_3z_3 - 0,052 x_4z_1 - 0,013 x_4z_2 - 0,025 x_4z_3
\end{aligned} \tag{5.6}$$

$$\begin{aligned}
R_t(x, z) = & 4,72 + 3,17 x_1 + 0,251 x_2 - 0,261 x_3 + 0,046 x_4 + 0,877 z_1 + 0,040 z_2 \\
& - 0,049 z_3 + 1,04 x_1^2 + 0,176 x_2^2 + 0,000 x_3^2 + 0,173 x_4^2 + 0,498 x_1x_2 \\
& - 0,225 x_1x_3 + 0,233 x_1x_4 + 0,310 x_1z_1 - 0,291 x_1z_2 + 0,188 x_1z_3 - 0,0205 x_2x_3 \\
& + 0,164 x_2x_4 - 0,087 x_2z_1 - 0,210 x_2z_2 - 0,127 x_2z_3 + 0,181 x_3x_4 + 0,128 x_3z_1 \\
& - 0,109 x_3z_2 + 0,042 x_3z_3 - 0,158 x_4z_1 - 0,016 x_4z_2 + 0,157 x_4z_3
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Aplicando a propagação do erro para os modelos de média e variância para  $R_a$  e  $R_t$ , obtêm-se as respectivas equações:

$$\begin{aligned}
E_z[Ra(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = & 0,689 + 0,898x_1 + 0,041x_2 - 0,066x_3 - 0,004x_4 + 0,493x_1^2 \\
& + 0,096x_2^2 + 0,010x_3^2 + 0,064x_4^2 + 0,074x_1x_2 - 0,087x_1x_3 \\
& + 0,030x_1x_4 - 0,039x_2x_3 + 0,018x_2x_4 + 0,043x_3x_4
\end{aligned} \tag{5.8}$$

$$\begin{aligned}
Var[Ra(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = & (0,102 + 0,048x_1 + 0,013x_2 + 0,020x_3 - 0,052x_4)^2 \\
& + (0,002 - 0,086x_1 - 0,073x_2 - 0,034x_3 - 0,013x_4)^2 \\
& + (0,005 + 0,042x_1 + 0,012x_2 - 0,041x_3 - 0,025x_4)^2 + 0,954^2
\end{aligned} \tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}
E_z[Rt(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = & 4,719 + 3,170x_1 + 0,251x_2 - 0,261x_3 + 0,046x_4 \\
& + 1,039x_1^2 + 0,176x_2^2 + 0,000x_3^2 + 0,173x_4^2 + 0,498x_1x_2 \\
& - 0,225x_1x_3 + 0,233x_1x_4 - 0,020x_2x_3 + 0,164x_2x_4 + 0,181x_3x_4
\end{aligned} \tag{5.10}$$



$$\begin{aligned}
\text{Var}[R_t(\mathbf{x}, \mathbf{z})] &= (0,877 + 0,310x_1 - 0,087x_2 + 0,128x_3 - 0,158x_4)^2 \\
&+ (0,040 - 0,291x_1 - 0,210x_2 - 0,109x_3 - 0,016x_4)^2 \\
&+ (-0,049 + 0,188x_1 - 0,127x_2 + 0,042x_3 + 0,157x_4)^2 + 0,993^2
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Seguindo as etapas preconizadas no procedimento, Fig. 3.3, os valores para média e variância foram calculados usando um arranjo combinado, escrito apenas, em termos de variáveis de controle, embora os fatores de ruído tenham sido utilizados na execução dos experimentos. Para realizar o cálculo da matriz *pay off*, para um caso bi-objetivo, foi usado a Eq. 5.12, que resultou nos valores dessa matriz, conforme é mostrado na Tabela 5.1

$$\Phi = \begin{bmatrix} MSE_1^I(\mathbf{x}) & MSE_1^{\max}(\mathbf{x}) \\ MSE_2^{\max}(\mathbf{x}) & MSE_2^I(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

Tabela 5.1 – Matriz *Pay off*.

Pay off - $R_a$ e $R_t$		Pay off - $MSE_1$ e $MSE_2$	
0,2301	0,4781	0,9079	0,9568
2,3675	1,7954	1,9679	1,2173

Com os valores conseguidos por meio da matriz *Pay off*, é possível efetuar a escalarização da função *MSE*. Como se trabalha com um caso bivariado, estes resultados serão obtidos pela aplicação das Eqs. 5.13 e 5.14.

$$\bar{f}(x) = \frac{f_i(x) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{f}_1(x) = \overline{MSE_1}(x) = \frac{MSE_1(x) - MSE_1^I}{MSE_1^{\max} - MSE_1^I} \\ \bar{f}_2(x) = \overline{MSE_2}(x) = \frac{MSE_2(x) - MSE_2^I}{MSE_2^{\max} - MSE_2^I} \end{array} \right\} \tag{5.13}$$

e,

$$\bar{f}(x) = \frac{f_i(x) - f_i^I}{f_i^{\max} - f_i^I} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{f}_1(x) = \overline{MSE_1}(x) = \frac{MSE_1(x) - MSE_1^I}{MSE_1^{\max} - MSE_1^I} \\ \bar{f}_2(x) = \overline{MSE_2}(x) = \frac{MSE_2(x) - MSE_2^I}{MSE_2^{\max} - MSE_2^I} \end{array} \right\} \tag{5.14}$$

Neste momento, executa-se o algoritmo *GRG, Solver* do *Excel*®, para minimizar o *MSE*. Visto que a equação de variância considera o efeito do ruído, o ajuste dos fatores de controle levará à minimização da variabilidade do processo garantindo, assim, a robustez do processo de fresamento. Os dados da otimização executada pelo método das somas ponderadas e pelo método *NBI-MSE* são mostrados nas Tabelas 5.2 e 5.3 respectivamente.

Tabela 5.2 - Otimização das respostas pelo método somas ponderadas.

Somas Ponderadas											
Pesos		Parâmetros Codificados				Respostas				$MSE_1$	$MSE_2$
$w_1$	$w_2$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$Ra$	$Rt$	Var $Ra$	Var $Rt$		
1,00	0,00	-0,899	0,373	-0,607	0,594	0,281	2,635	0,905	1,263	0,908	1,968
0,95	0,05	-1,193	0,571	-1,170	0,939	0,299	2,105	0,909	1,221	0,914	1,317
0,90	0,10	-1,242	0,601	-1,070	0,976	0,314	2,055	0,909	1,216	0,916	1,283
0,85	0,15	-1,270	0,630	-0,994	1,001	0,327	2,032	0,909	1,210	0,919	1,267
0,80	0,20	-1,292	0,656	-0,930	1,018	0,339	2,019	0,909	1,206	0,921	1,256
0,75	0,25	-1,309	0,680	-0,873	1,030	0,349	2,009	0,909	1,202	0,923	1,247
0,70	0,30	-1,325	0,702	-0,821	1,038	0,359	2,003	0,909	1,198	0,926	1,241
0,65	0,35	-1,338	0,722	-0,773	1,044	0,368	1,998	0,909	1,195	0,928	1,236
0,60	0,40	-1,351	0,740	-0,728	1,048	0,376	1,994	0,909	1,193	0,931	1,232
0,55	0,45	-1,362	0,756	-0,685	1,050	0,384	1,991	0,909	1,191	0,933	1,229
0,50	0,50	-1,373	0,771	-0,645	1,051	0,392	1,989	0,909	1,189	0,935	1,226
0,45	0,55	-1,383	0,785	-0,606	1,051	0,399	1,987	0,909	1,187	0,938	1,224
0,40	0,60	-1,393	0,797	-0,570	1,049	0,406	1,985	0,909	1,186	0,940	1,222
0,35	0,65	-1,401	0,808	-0,536	1,047	0,412	1,983	0,909	1,185	0,943	1,221
0,30	0,70	-1,410	0,817	-0,503	1,045	0,418	1,982	0,910	1,185	0,945	1,220
0,25	0,75	-1,418	0,826	-0,473	1,041	0,423	1,981	0,910	1,184	0,947	1,219
0,20	0,80	-1,425	0,833	-0,444	1,038	0,429	1,980	0,910	1,184	0,949	1,218
0,15	0,85	-1,432	0,840	-0,417	1,034	0,433	1,979	0,910	1,184	0,951	1,218
0,10	0,90	-1,438	0,846	-0,392	1,030	0,438	1,979	0,910	1,184	0,953	1,218
0,05	0,95	-1,445	0,851	-0,369	1,026	0,442	1,978	0,910	1,184	0,955	1,217
0,00	1,00	-1,450	0,855	-0,347	1,022	0,446	1,977	0,910	1,184	0,957	1,217
Correlação =						-0,6304					

Nota-se que a otimização pelo método das somas ponderadas previu valores de rugosidade para  $Ra$  crescente enquanto que para  $Rt$  decrescente.

Tabela 5.3 - Otimização das respostas pelo método NBI-MSE.

<i>NBI - MSE</i>											
Pesos		Parâmetros Codificados				Respostas				$MSE_1$	$MSE_2$
$w_1$	$w_2$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$Ra$	$Rt$	Var $Ra$	Var $Rt$		
1,00	0,00	-0,899	0,373	-0,607	0,594	0,281	2,635	0,905	1,263	0,908	1,968
0,95	0,05	-0,922	0,395	-0,643	0,609	0,280	2,594	0,905	1,256	0,908	1,893
0,90	0,10	-0,946	0,416	-0,684	0,626	0,280	2,550	0,906	1,250	0,908	1,820
0,85	0,15	-0,972	0,437	-0,731	0,646	0,280	2,505	0,906	1,244	0,908	1,748
0,80	0,20	-0,998	0,458	-0,784	0,669	0,281	2,458	0,906	1,238	0,908	1,677
0,75	0,25	-1,026	0,478	-0,847	0,698	0,282	2,407	0,906	1,233	0,909	1,607
0,70	0,30	-1,055	0,497	-0,920	0,733	0,283	2,354	0,907	1,229	0,909	1,540
0,65	0,35	-1,084	0,516	-1,006	0,778	0,285	2,297	0,907	1,225	0,910	1,476
0,60	0,40	-1,115	0,535	-1,106	0,834	0,287	2,235	0,908	1,222	0,911	1,415
0,55	0,45	-1,146	0,552	-1,224	0,909	0,290	2,168	0,909	1,221	0,912	1,359
0,50	0,50	-1,199	0,574	-1,159	0,943	0,301	2,099	0,909	1,220	0,914	1,312
0,45	0,55	-1,248	0,607	-1,054	0,981	0,317	2,050	0,909	1,215	0,917	1,279
0,40	0,60	-1,286	0,648	-0,949	1,013	0,335	2,022	0,909	1,207	0,920	1,258
0,35	0,65	-1,316	0,689	-0,852	1,033	0,353	2,007	0,909	1,200	0,924	1,245
0,30	0,70	-1,341	0,726	-0,764	1,045	0,370	1,997	0,909	1,195	0,929	1,235
0,25	0,75	-1,363	0,757	-0,684	1,050	0,385	1,991	0,909	1,190	0,933	1,229
0,20	0,80	-1,382	0,784	-0,609	1,051	0,398	1,987	0,909	1,187	0,938	1,224
0,15	0,85	-1,401	0,807	-0,538	1,047	0,411	1,984	0,909	1,186	0,942	1,221
0,10	0,90	-1,418	0,826	-0,472	1,041	0,424	1,981	0,910	1,184	0,947	1,219
0,05	0,95	-1,434	0,842	-0,408	1,033	0,435	1,979	0,910	1,184	0,952	1,218
0,00	1,00	-1,450	0,855	-0,347	1,022	0,446	1,977	0,910	1,184	0,957	1,217
Correlação =						-0,8023					

Observa-se que as respostas otimizadas por meio das somas ponderadas e pelo método *NBI-MSE* apresentam correlações negativas de -0,6304 e -0,8023, respectivamente. É importante lembrar que correlações negativas ( $r < 0$ ) indicam que uma das variáveis encolhe à medida que a outra é ampliada. Isto é, a obtenção de rugosidade baixa para uma das respostas está condicionada à rugosidade alta para outra resposta e vice-versa. No entanto, sabe-se que no processo de fresamento este tipo de resultado é irreal, uma vez que está sendo trabalhado um processo no qual todas as respostas são correlacionadas positivamente.

A seguir, é apresentado na Figura 5.1 o comportamento das rugosidades de  $Ra$  e  $Rt$  previsto pelo método *NBI-MSE*. Pode ser observado que os valores seguem em direções opostas. Enquanto  $Ra$  apresenta uma tendência crescente,  $Rt$  apresenta uma tendência decrescente. Este comportamento é reflexo da correlação negativa (-0,8023) identificada entre as duas variáveis de resposta.

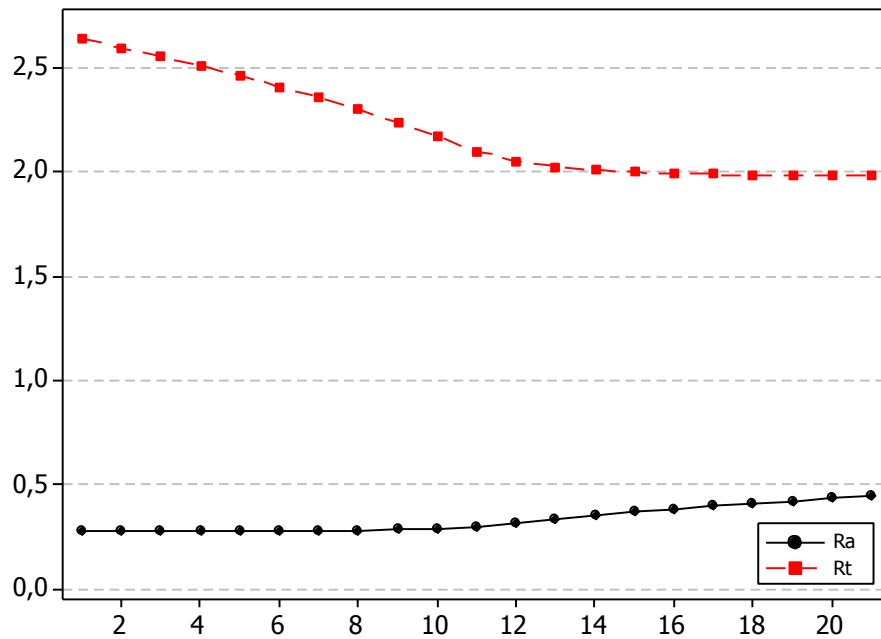


Figura 5.1 – Rugosidades previstas pelo método NBI-MSE.

Partindo-se dos dados das Tabelas 5.2 e 5.3, são geradas as fronteiras de Pareto pelos dois métodos, conforme é mostrado nas Fig. 5.2 (a) e 5.2 (b) respectivamente.

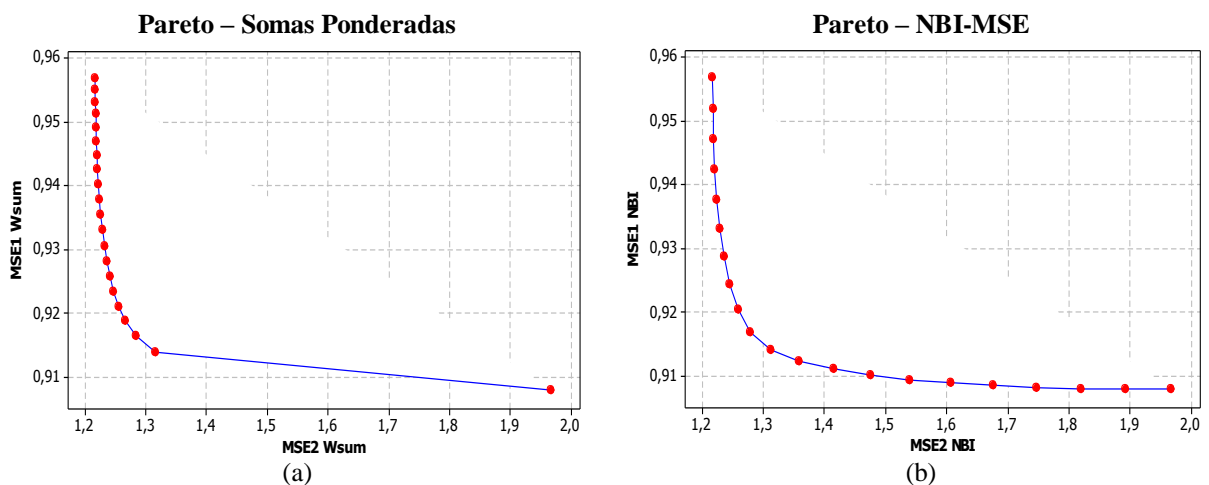


Figura 5.2 - Fronteiras de Pareto pelas somas ponderadas e pelo *NBI-MSE*.

Observando-se a Fig. 5.2(a), tem-se a noção do problema mencionado por Das e Denis (1997; 1998); Shukla e Deb (2007) e Vahidinasab e Jadid (2010) ao comentarem sobre a deficiência do método das somas ponderadas em não gerar pontos uniformemente distribuídos ao longo da curva. Este problema é reportado por Brito *et al.* (2014) ao mencionar que o método não consegue identificar soluções eficientes entre os dois pontos de ancoragem. Paiva *et al.*, (2014) acrescenta que, além dos problemas acima mencionados, o método das somas

ponderadas consegue gerar valores menores para  $MSE_2$ , conforme pode ser observado na Tab. 5.2, porque ignora o termo de correlação entre os fatores. Enfim, o método das somas ponderadas comparado com o método *NBI*, além de ignorar o efeito da correlação, não é capaz de produzir uma fronteira uniformemente espaçada, o que dificulta a identificação dos pontos de ótimo.

### 5.3. Resultado pelo método *NBI-PCA* para arranjos combinados

Algumas etapas e alguns resultados são comuns entre os modelos. A primeira etapa, que diz respeito a execução do planejamento experimental, já foi executada e os valores estão expostos na Tabela 4.1. A segunda etapa, também já executada, identificou o nível de correlação entre as respostas originais ( $R_a$  e  $R_t$ ). Este resultado indica forte correlação entre as duas variáveis com um coeficiente de 0,965, numa escala de 0 a 1.

A extração dos escores dos componentes principais, etapa específica do método desenvolvido, ocorre por meio do *Software Minitab®*. Nesta etapa, os autovetores e autovalores de  $R_a$  e  $R_t$  são identificados, analisados e armazenados. Os autovetores, chamados de *loading* (pesos), representam a contribuição com que cada um dos eixos originais participa na composição dos novos eixos ou componentes principais. Os autovalores, por sua vez, representam a quantidade de variância original descrita pelos respectivos autovetores. Um autovalor é considerado significativo, de acordo com os critérios de Kaiser (Johnson e Wichern, 2007), quando este apresenta valor  $> 1,0$  e variância acumulada superior a 80%. Para o trabalho em questão foi utilizado apenas o primeiro componente principal, pois, como pode ser observado na Tabela 5.4, este satisfaz as duas condições.

Tabela 5.4 – Autovalores e autovetores.

<i>Eigenvalue</i>	1,9651	0,0349
<i>Proportion</i>	0,9830	0,0170
<i>Cumulative</i>	0,9830	1,0000
Eigenvectors	$PC_1$	$PC_2$
Ra	0,7070	0,7070
Rt	0,7070	-0,7070

Na quarta etapa da proposta estimaram-se os coeficientes de regressão dos escores do componente principal (*PC score*) com a aplicação do método dos mínimos quadrados

ordinários. Nesta ação, alguns resultados foram analisados. O valor do  $R^2_{adj.}$ , métrica que expressa o poder de explicação do modelo em percentual (%), ficou abaixo do requerido (valor desejado  $> 80\%$ , valor medido =  $71,63\%$ ). Por outro lado, analisando os resíduos do modelo, verificou-se que os dados são normais com  $AD = 0,351$  e  $P\text{-value} = 0,461$ , conforme pode ser observado na Figura 5.3.

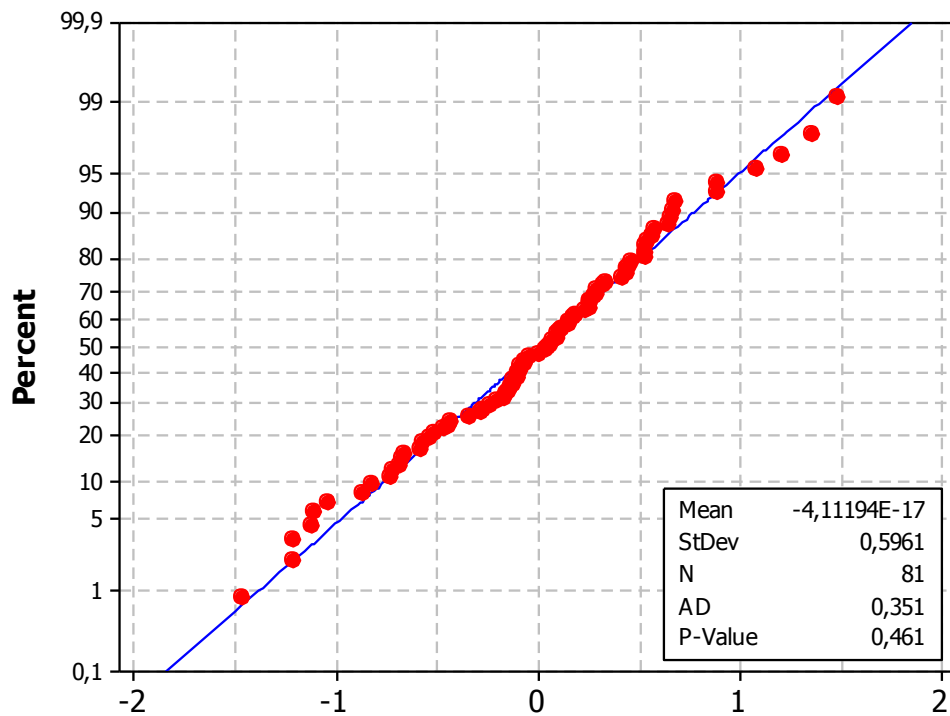


Figura 5.3 – Gráfico dos resíduos: *PC score*.

A afirmação de que os resíduos, apresentados na Fig. 5.3, são normais é fundamentada na literatura onde Myers, Montgomery e Anderson-Cook (2009) dizem que a suposição de normalidade é satisfeita quando os valores dos resíduos se apresentam de forma aderente ao longo da reta. Montgomery (2009) diz que outra forma para avaliar a normalidade dos dados é por meio das análises do coeficiente de Anderson-Darling (AD) que deve apresentar um resultado  $< 1$  e o valor de  $p\text{-value}$  deve ser superior a 5%, para que a hipótese de normalidade dos erros de previsão não seja rejeitada.

Constatado que o coeficiente de ajuste ( $R^2_{adj.}$ ) aferido não é adequado para o modelo, a 5ª etapa do método deve ser executada. Os escores de componentes principais devem ser otimizados por meio do algoritmo *WLS* considerando uma matriz de peso. O passo que antecede a elaboração da matriz de peso baseia-se na abordagem empregada por Lopes *et al.*, (2013) definida pela Eq. (2.36). Esta abordagem consiste em determinar a incerteza

multivariada do componente principal considerando os autovetores, os desvios padrão, as variâncias e a correlação entre as variáveis de respostas. Esta última é fundamental para o sucesso do método. Alertando que negligenciar a correlação entre as variáveis pode levar a resultados que, na prática, podem não se concretizar. Com os resultados da incerteza multivariada do componente principal ( $U_m^2 PC$ ), aplica-se a Eq. (2.37) para obtenção da matriz de peso ( $W_{PC}$ ) que ponderará os  $PC$  scores através do algoritmo  $WLS$ .

Como resultado, observa-se que o valor do coeficiente de ajuste passou de 71,63% para 96,90%, isto é, um aumento de 25,27<sub>p.p.</sub> (pontos percentuais). Então, as equações do componente principal para média e variância que trata as etapas 6 e 7 podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \mu (PC_{1RaRt}) = & -0,655 + 1,344 x_1 + 0,102 x_2 - 0,119 x_3 + 0,0175 x_4 + 0,265 z_1 \\ (x, z) \quad & + 0,0084 z_2 - 0,0100 z_3 + 0,623 x_1x_1 + 0,106 x_2x_2 + 0,0181 x_3x_3 \\ & + 0,0843 x_4x_4 + 0,165 x_1x_2 - 0,122 x_1x_3 + 0,102 x_1x_4 + 0,133 x_1z_1 \\ & - 0,138 x_1z_2 + 0,0702 x_1z_3 - 0,0394 x_2x_3 + 0,0588 x_2x_4 + 0,0030 x_2z_1 \\ & - 0,113 x_2z_2 - 0,0495 x_2z_3 + 0,0678 x_3x_4 + 0,0392 x_3z_1 - 0,0476 x_3z_2 \\ & - 0,0108 x_3z_3 - 0,0609 x_4z_1 - 0,0365 x_4z_2 + 0,0271 x_4z_3 \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 (PC_{1RaRt}) = & (0,2651 + 0,1333 x_1 + 0,0030 x_2 + 0,0392 x_3 - 0,0609 x_4)^2 + \\ (x, z) \quad & (0,0084 - 0,1377 x_1 - 0,1128 x_2 - 0,0476 x_3 - 0,0365 x_4)^2 + \\ & (-0,0100 + 0,0702 x_1 - 0,0495 x_2 - 0,0108 x_3 + 0,0271 x_4)^2 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Aplicando a propagação do erro para os modelos de média e variância para  $PC_1$ , obtêm-se as respectivas equações:

$$\begin{aligned} E_z [PC_1(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = & -0,578 + 1,342x_1 + 0,102x_2 - 0,107x_3 + 0,028x_4 \\ & + 0,569x_1^2 + 0,096x_2^2 + 0,002x_3^2 + 0,071x_4^2 + 0,177x_1x_2 \\ & - 0,144x_1x_3 + 0,110x_1x_4 - 0,050x_2x_3 + 0,061x_2x_4 + 0,060x_3x_4 \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} Var[PC_1(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = & (0,263 + 0,113x_1 + 0,017x_2 - 0,046x_3 - 0,057x_4)^2 \\ & + (-0,001 - 0,143x_1 - 0,114x_2 - 0,054x_3 - 0,028x_4)^2 \\ & + (-0,008 + 0,074x_1 - 0,061x_2 + 0,005x_3 + 0,017x_4)^2 + 0,965^2 \end{aligned} \quad (5.18)$$

Uma percepção vinda com a implementação da proposta é que a inserção de variáveis de ruído ( $\mathbf{Z}$ ) na matriz de variáveis de controle ( $\mathbf{X}$ ), gera uma instabilidade nos resíduos,

aumentando a sua não-normalidade e conseqüentemente, diminuindo o valor de  $R^2_{adj}$ . Para contornar este problema, utilizou-se WLS como em *Lopes et al.*, (2013).

Os alvos para médias e variâncias de  $R_a$  e  $R_t$ , etapa 8, foram conseguidos executando-se a otimização individual por meio do *Solver* do *Excel*®. A partir destes resultados foi possível efetuar a transformação dos mesmos em alvos para  $\mu$  e  $\sigma^2$  do componente principal, etapa 9.

A execução da décima etapa, que diz respeito à obtenção de pesos para média e variância não foi realizada. Conforme informado no início deste item, esta etapa só é necessária quando o primeiro componente principal não apresentar como resultado um autovalor significativo, isto é maior que 1,0 e variância acumulada superior a 80%. Sendo assim, as informações necessárias para obtenção dos alvos de média e variância para o componente principal são mostradas na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Alvos de média e variância para  $PC_1$ .

	Alvo (y)	Média	Desvio padrão	Z	Auto-vetor	Alvos $PC_1$
Média $R_a$	0,2301	1,3259	1,0182	-1,0762	0,7070	-0,7609
Média $R_t$	1,7954	6,0514	3,3786	-1,2597	0,7070	-0,8906
$PC_1\mu$						<b>-1,6515</b>
Var $R_a$	0,9000	0,9333	0,0219	-1,5216	0,7070	-1,0758
Var $R_t$	1,0730	2,1130	0,6790	-1,5318	0,7070	-1,0830
$PC_1$ Var $R_aR_y$						<b>-2,1588</b>

Agora, para utilizar o método *NBI* acoplado às rotinas de otimização do método *MMSE* é necessário estabelecer as funções objetivo para média  $f(\mu)$  e para variância  $f(\sigma^2)$ . Para tanto, as Eq. 3.15 e 3.16 foram aplicadas e os resultados obtidos são:  $f(\mu) = 0,02906$  e  $f(\sigma^2) = 1,9936$ . O próximo passo é o cálculo da matriz *pay off*, que para o caso bivariado, executam-se as funções  $f(\mu)x$  e para variância  $f(\sigma^2)x$ , conforme descrito pelas Eq. 3.17 e 3.18. Os resultados destas equações podem ser visualizados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Matriz *Pay off* ( $\mu$  e  $\sigma^2$ ).

<i>Pay off</i> $PC_1$ $\mu$ e $\sigma^2$	
<b>0,01007</b>	0,1102
2,03894	<b>1,98296</b>



Em problemas de otimização multiobjetivo, de acordo com Tang e Xu (2002), os pesos podem ser escolhidos a partir de diferentes combinações convexas, de tal modo que  $w_1 + w_2 = 1$ , com  $w_1$  e  $w_2 > 0$ , gerando um conjunto de soluções não inferiores (Pareto ótimas). Partindo-se desta premissa, foram definidos os pesos numa escala de 0,5 e estes foram atribuídos ao modelo para dar início à execução da otimização.

A abordagem de otimização por meio do método *NBI-PCA*, escrito conforme Eq. 3.19 previu, através do algoritmo *GRG - Solver* do Excel®, valores de rugosidade e variância para  $R_a$  e  $R_t$  e, também, valores para as funções de média  $f(\mu)$  e variância  $f(\sigma^2)$ , ora apresentados na Tabela 5.7. Vale observar que a correlação, outrora calculada para as respostas originais, permanece para os novos valores de rugosidade concebidos pelo método de otimização aplicado.

Tabela 5.7 – Otimização pelo Método *NBI-PCA*.

Pesos		Parâmetros codificados				Respostas				$f(\mu)$	$f(\sigma^2)$
$W_1$	$W_2$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$R_a$	$R_t$	Var $R_a$	Var $R_t$		
1,00	0,00	-1,239	-0,008	-1,263	0,933	0,262	2,076	0,920	1,335	0,010	2,039
0,95	0,05	-1,230	0,056	-1,241	0,972	0,264	2,074	0,919	1,312	0,010	2,033
0,90	0,10	-1,220	0,119	-1,214	1,012	0,267	2,078	0,917	1,290	0,011	2,028
0,85	0,15	-1,209	0,183	-1,182	1,053	0,271	2,088	0,915	1,269	0,011	2,023
0,80	0,20	-1,197	0,245	-1,144	1,095	0,277	2,105	0,914	1,247	0,012	2,018
0,75	0,25	-1,183	0,305	-1,100	1,140	0,285	2,130	0,913	1,225	0,014	2,013
0,70	0,30	-1,167	0,361	-1,048	1,188	0,294	2,165	0,911	1,205	0,015	2,008
0,65	0,35	-1,148	0,409	-0,984	1,236	0,303	2,211	0,910	1,185	0,018	2,004
0,60	0,40	-1,124	0,442	-0,861	1,256	0,313	2,278	0,909	1,168	0,021	2,000
0,55	0,45	-1,098	0,469	-0,766	1,308	0,324	2,349	0,908	1,151	0,025	1,997
0,50	0,50	-1,071	0,486	-0,698	1,381	0,337	2,425	0,907	1,135	0,029	1,994
0,45	0,55	-1,043	0,495	-0,651	1,466	0,351	2,505	0,907	1,121	0,034	1,991
0,40	0,60	-1,013	0,492	-0,594	1,542	0,365	2,593	0,907	1,111	0,041	1,989
0,35	0,65	-0,978	0,475	-0,515	1,598	0,378	2,692	0,907	1,105	0,047	1,987
0,30	0,70	-0,939	0,453	-0,451	1,646	0,391	2,794	0,907	1,102	0,055	1,986
0,25	0,75	-0,898	0,431	-0,410	1,685	0,402	2,895	0,906	1,101	0,063	1,985
0,20	0,80	-0,856	0,412	-0,393	1,716	0,413	2,994	0,906	1,102	0,072	1,984
0,15	0,85	-0,814	0,398	-0,397	1,738	0,424	3,089	0,906	1,103	0,081	1,983
0,10	0,90	-0,774	0,389	-0,415	1,754	0,434	3,178	0,905	1,105	0,091	1,983
0,05	0,95	-0,736	0,382	-0,442	1,766	0,444	3,262	0,905	1,106	0,100	1,983
0,00	1,00	-0,701	0,378	-0,473	1,772	0,454	3,340	0,904	1,108	0,110	1,983
Correlação =						0,9916					

A análise de componentes principais é uma técnica que quebra a estrutura de correlação ao transformar as respostas originais em escores de componentes principais. Todavia, constata-se que a metodologia resguarda ao máximo as informações de partida, uma vez que, ao se reconstituírem os novos valores para as respostas, gerados pelo método de otimização, estes apresentam a mesma estrutura de correlação dos dados originais.

A correlação positiva entre as respostas pode ser percebida por meio da apresentação da Figura 5.4. Nesta figura se percebe a tendência de crescimento entre os valores de rugosidades tanto para  $R_a$  quanto para  $R_t$ .

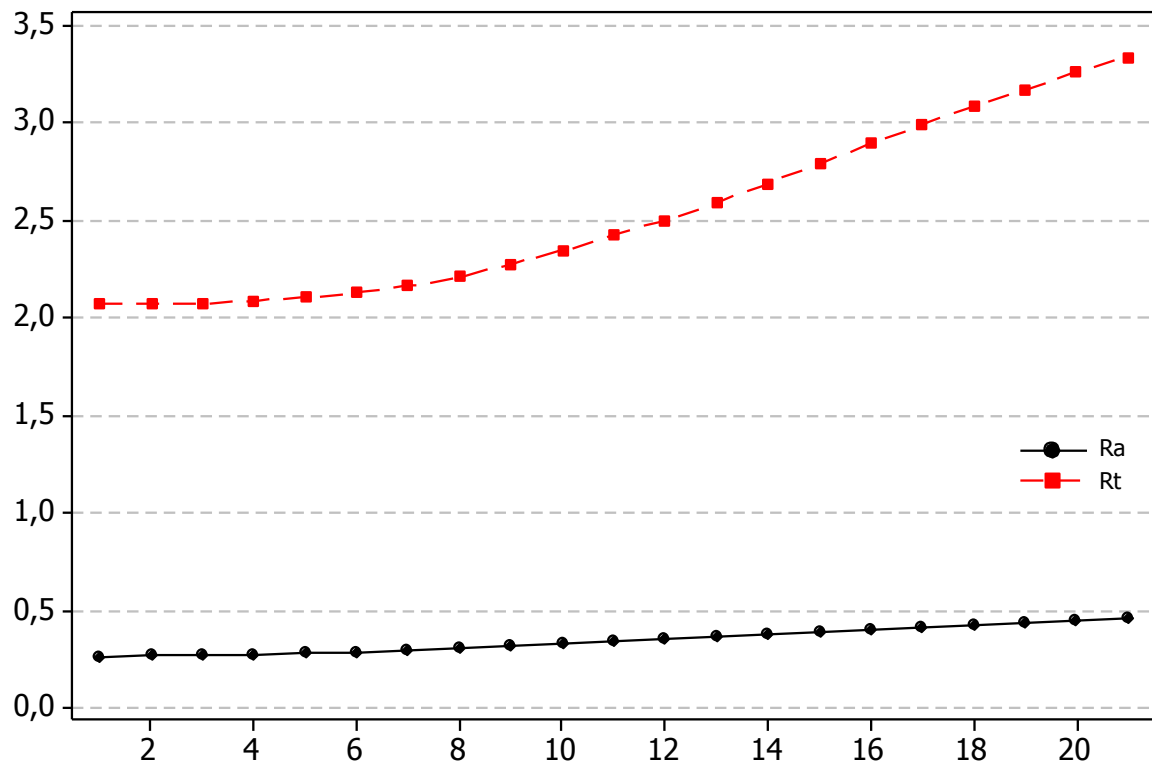


Figura 5.4 – Rugosidades previstas pelo método *NBI-PCA*.

A partir dos resultados armazenados na Tabela 5.7 é possível plotar a Fonteira de Pareto conforme é apresentada na Figura 5.5

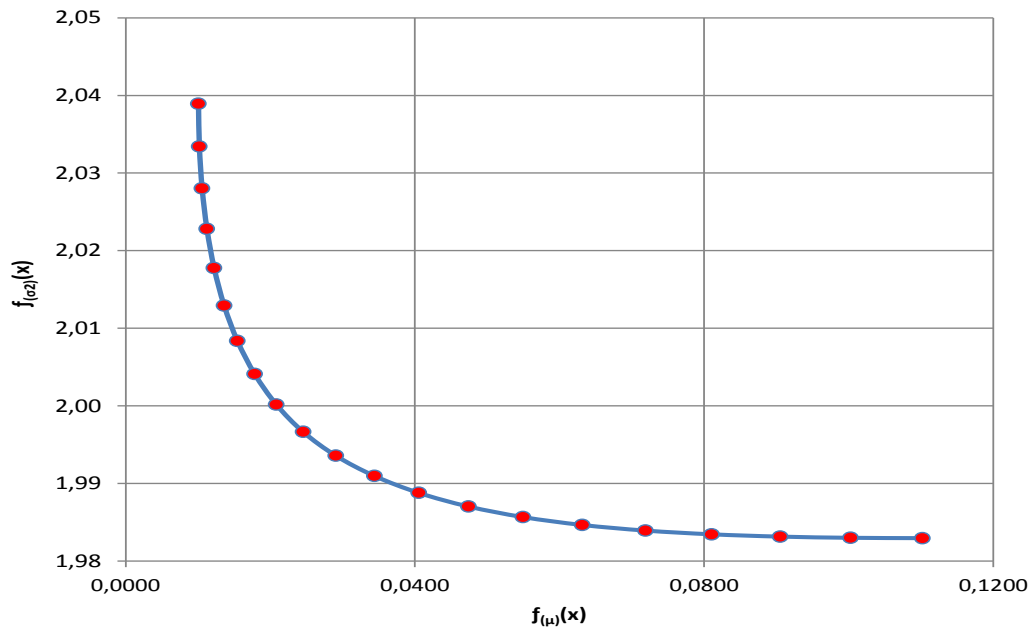


Figura 5.5 – Fronteira de Pareto *NBI-PCA*.

Conforme pode ser observado, a fronteira de Pareto apresentada na Fig. 5.5 foi gerada conforme planejado. Uma fronteira contínua e uniformemente distribuída onde é possível identificar visualmente todos os pontos de ótimo plotados na curva da fronteira.

A partir dos valores alcançados pelo método de otimização, foram plotadas outras fronteiras para média em função da variância das respostas  $Ra$  e  $Rt$ , conforme são apresentadas nas Figuras 5.6 e 5.7.

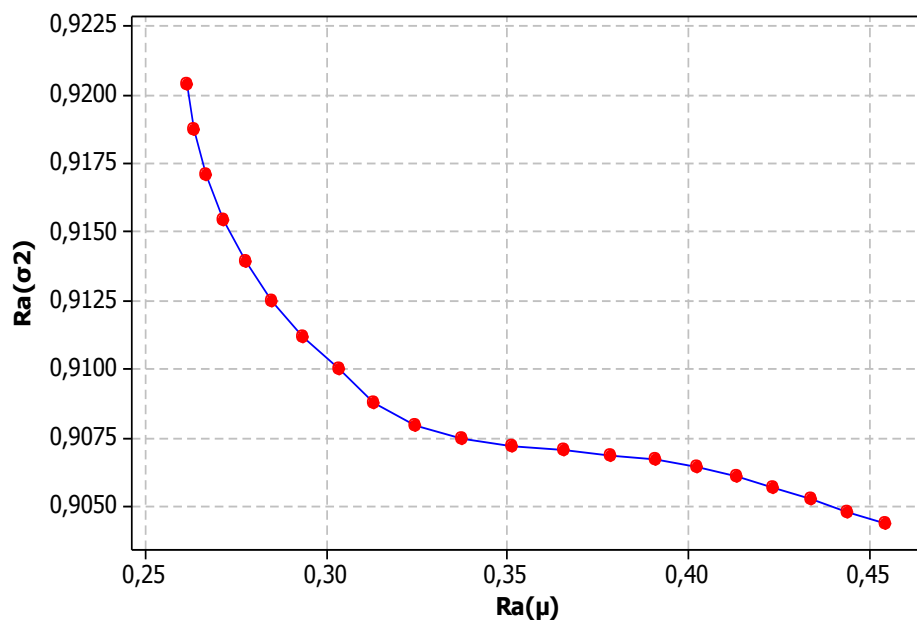


Figura 5.6 – Fronteira de Pareto para  $Ra$ .

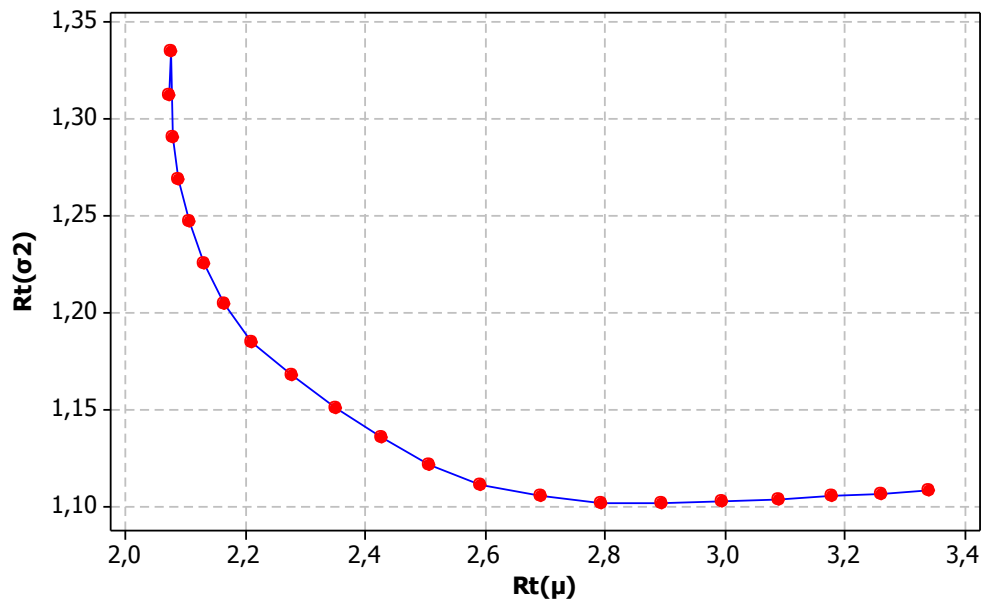


Figura 5.7 – Fronteira de Pareto para  $R_t$ .

Observa-se, nestas figuras, que as fronteiras geradas para as respostas individuais mantêm-se contínuas e uniformemente distribuídas.

#### 5.4. Comparação dos resultados *NBI-MSE* versus *NBI-PCA*

Neste tópico serão abordados e comparados os resultados alcançados com a aplicação dos métodos *NBI-MSE* e *NBI-PCA*. Para tanto, algumas representações gráficas dos resultados aferidos, permeadas pelos dados experimentais, serão utilizadas para que seja possível visualizar o comportamento dos dados.

Conforme foi observado nas Figuras 5.2(b) e 5.5, os dois métodos foram capazes de plotar fronteiras de Pareto uniformemente distribuídas. Então, aparentemente, ambos cumprem com o objetivo de indicar um conjunto de soluções ótimas numa região viável. Os resultados podem ser observados na Figura 5.8, que apesar das escalas diferentes, pode-se observar os efeitos da utilização do método NBI.

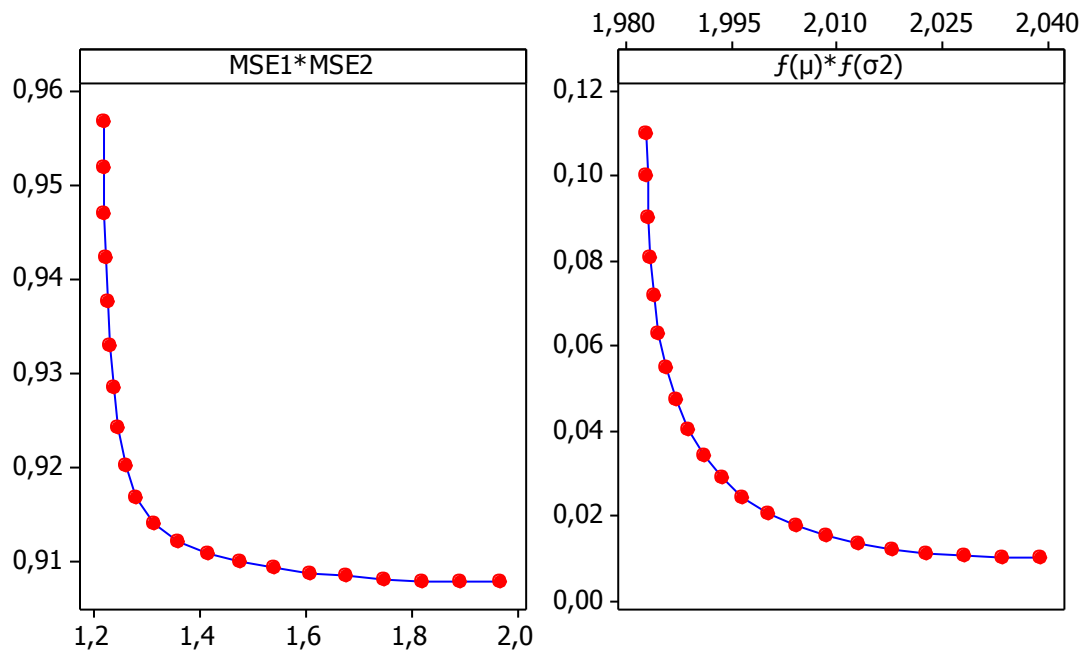


Figura 5.8 – Fronteiras de Pareto: *NBI-MSE* versus *NBI-PCA*.

Avaliando-se a uniformidade da Figura 5.8, supõe-se que existam poucas diferenças entre os métodos. Então, avaliando-se os dados apresentados nas Tabelas 5.3 e 5.7 nota-se que, apesar dos métodos *NBI-MSE* e *NBI-PCA* apresentarem formas gráficas supostamente parecidas, os valores de rugosidade previstos pelo método *NBI-MSE*, para as métricas  $R_a$  e  $R_t$ , são antagônicos aos valores de rugosidade previstos pelo método *NBI-PCA*, para as mesmas métricas. Este resultado pode ser conferido na Figura 5.9.

**Ra (NBI-MSE) vs Rt (NBI-MSE); Ra (NBI-PCA) vs Rt (NBI-PCA)**

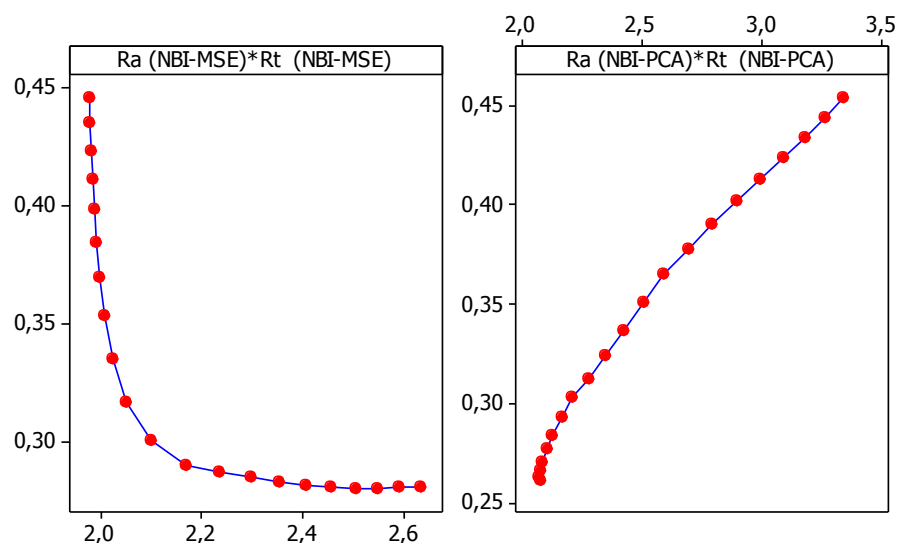


Figura 5.9 – Fronteiras previstas pelos modelos para  $R_a$  e  $R_t$ .

Observa-se que a projeção dos valores para as métricas  $Ra$  e  $Rt$  apresentam tendências diferentes. Essa inclinação fica mais nítida quando os valores projetados pelos métodos, para as mesmas métricas, são sobrepostos. Esta distinção pode ser verificada na ilustração gráfica apresentada na Figura 5.10.

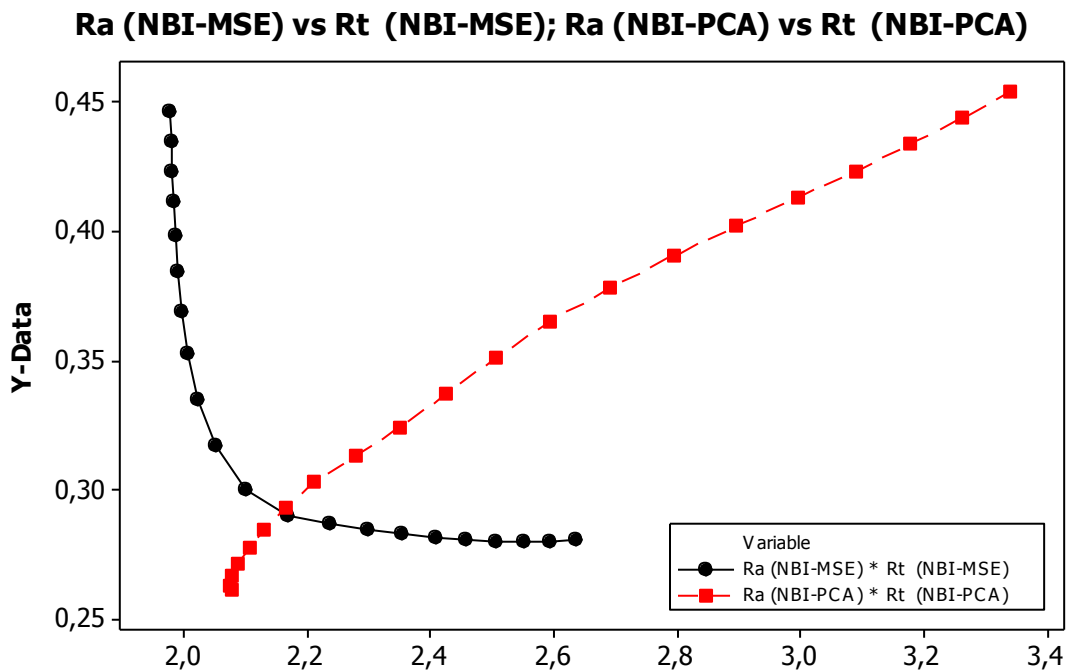


Figura 5.10 – Sobreposição das fronteiras previstas pelos modelos para  $Ra$  e  $Rt$ .

Diante do que foi exposto até o momento, constataram-se que ambos os métodos são capazes de plotar fronteiras de Pareto uniformemente distribuídas. Todavia, a aplicação do método objetiva ir além da criação de uma fronteira visualmente perfeita. Espera-se que, mais do que uma fronteira equiespaçada com pontos de ótimo, os valores projetados para as métricas em estudo sejam factíveis.

Então, para realizar uma análise assertiva sobre os resultados, decidiram-se cruzar os valores projetados para  $Ra$  e  $Rt$  pelos dois métodos, *NBI-MSE* e *NBI-PCA*, com a base de dados dos resultados experimentais. Estas informações estão apresentadas, em sua forma gráfica, na Figura 5.11. Nela são exibidos três conjuntos de dados com as seguintes legendas: i) valores experimentais, representados por círculos sem preenchimento, ii) valores previstos pelo método *NBI-MSE*, representados por círculos na cor preta e, iii) valores previstos pelo método *NBI-PCA*, representados por quadrados vermelhos.

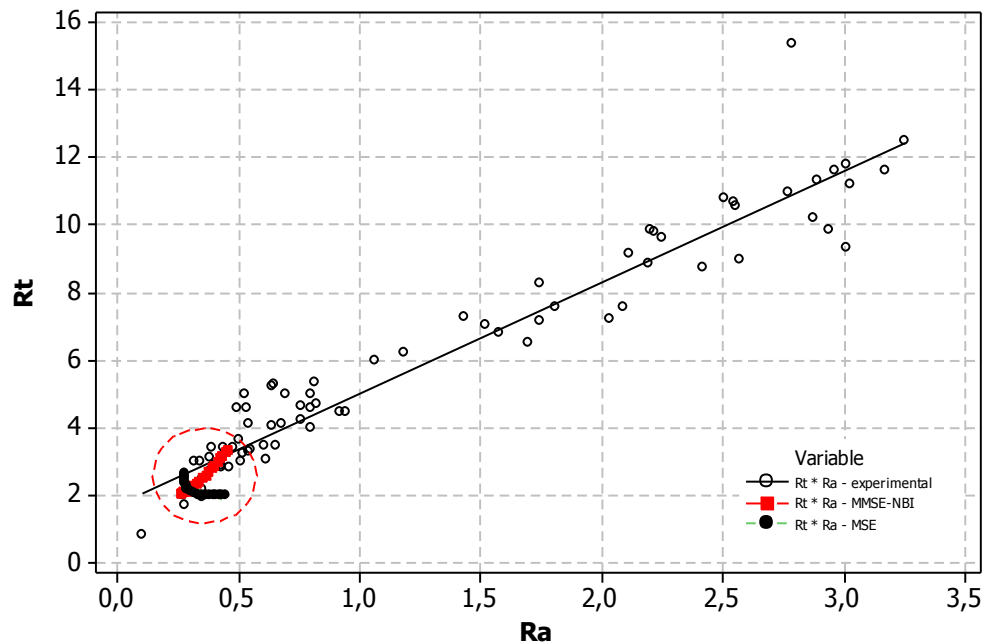


Figura 5.11 – Valores dos experimentos (Tab. 4.1) *versus* valores previstos pelos modelos de otimização.

Nesta figura observa-se que a maior concentração dos dados está posicionada na parte inferior do gráfico. Esta aglutinação ocorre devido ao processo de otimização, que tem como função objetivo a minimização dos valores de rugosidade. Apesar da grande quantidade de pontos concentrados no canto inferior esquerdo do gráfico, é possível identificar o que cada conjunto representa. Nesta primeira análise, nota-se que os resultados produzidos pelos experimentos, identificados pelos círculos sem preenchimento, estão numa diagonal crescente. Os resultados produzidos pelo método *NBI-MSE*, círculos preenchidos em preto, formam uma parábola na base do gráfico, apontando para direções opostas aos resultados dos experimentos. Agora, os resultados produzidos pelo método *NBI-PCA*, quadrados preenchidos em vermelho, formam uma diagonal crescente na mesma direção dos dados produzidos pelos experimentos.

Para que as declarações a respeito dos dados contidos na Figura 5.11 sejam confirmadas, ampliou-se a extremidade inferior esquerda do gráfico. O enquadramento da área expandida é apresentado na Fig. 5.12.

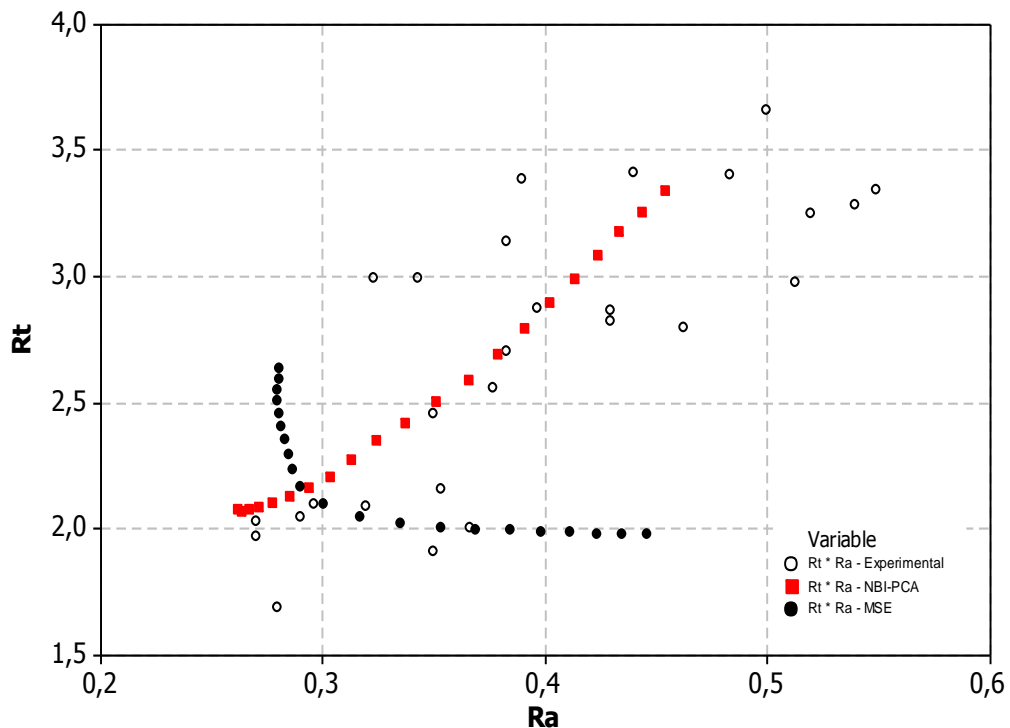


Figura 5.12 – Ampliação da área de pontos de ótimos.

Observa-se que os valores previstos pelo método *NBI-MSE* se desviam tanto dos valores experimentais quanto dos valores ótimos, previstos pelo método *NBI-PCA*, formando uma diagonal oposta em relação aos demais conjuntos de dados.

A otimização dos dados por meio do método *NBI-MSE* plotou uma fronteira de Pareto com pontos de ótimo aparentemente normal. No entanto, quando outros resultados são adicionados, percebe-se a contraposição entre eles. Conforme pode ser observado, ainda na Figura 5.12, a otimização *NBI-MSE* produziu resultados com correlação negativa (-0,8023) para as variáveis de respostas *Ra* e *Rt*. Isso explica o motivo da curva ser plotada na diagonal oposta. Agora, analisando-se na mesma figura os resultados da otimização produzidos via *NBI-PCA*, percebe-se que os pontos de ótimo seguem no mesmo sentido dos resultados experimentais. Estes resultados apresentam uma correlação positiva de 0,9916.

A rugosidade total (*Rt*), segundo Machado *et al.*, (2009), é diretamente influenciada por qualquer defeito ou irregularidade na superfície do material trabalhado. Portanto, por meio desta métrica, é possível identificar com mais facilidade os resultados decorrentes dos métodos aplicados. Com a intenção de ratificar a capacidade do método em prever valores confiáveis, é mostrado na Figura 5.13 os valores de *Rt* previstos pelos dois métodos e confrontados com os valores mensurados nos experimentos.



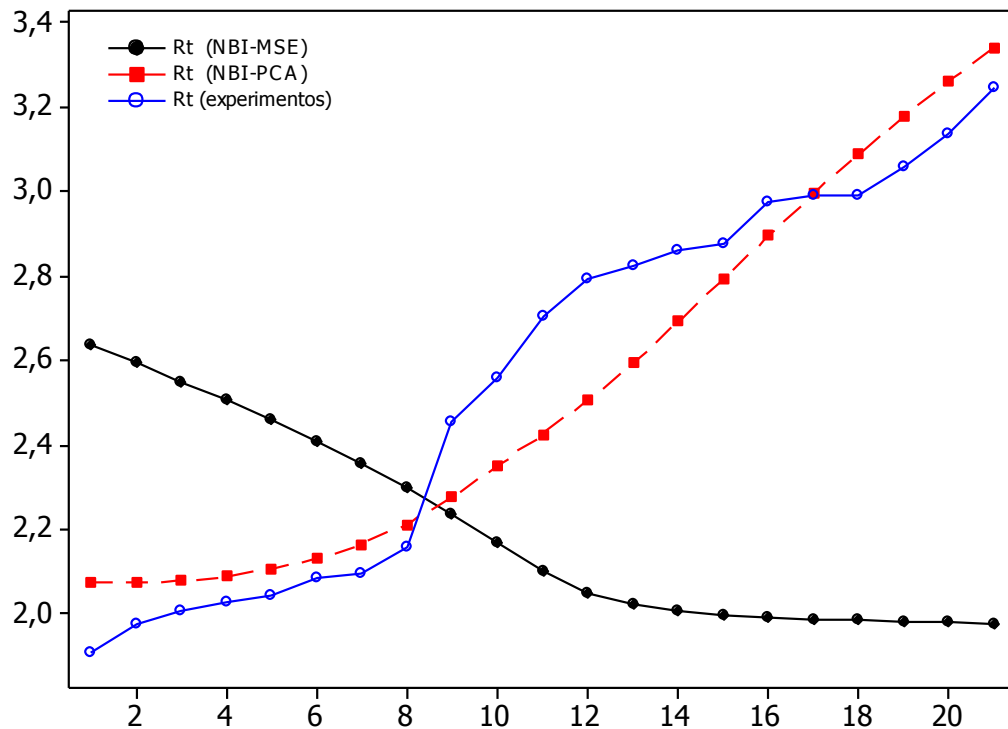


Figura 5.13 – Rugosidade de  $R_t$  mensurada *versus* previstas.

Diante do exposto, pode-se concluir que o método *NBI-PCA*, além de gerar uma fronteira de Pareto com pontos de ótimo alcançáveis, é capaz de resguardar a correlação existente entre as variáveis de resposta sem deixar que os pesos atribuídos prevaleçam sobre a estrutura de correlação.

Govindaluri (2007) aplicou o método *MSE* na modelagem de projeto robusto com características de qualidade (CQ) correlacionadas. Ele informou que o método considerou essas características de forma independente e, assim, processou a otimização para uma única característica. Portanto, o método empregado não foi capaz de manter as correlações estatísticas entre as CQ.

As considerações de Govindaluri (2007) reforçam a convicção que o método utilizado foi o responsável pela geração de correlação negativa entre as variáveis de respostas.

## 5.5. Experimentos de confirmação

Na otimização de um projeto robusto é utilizado um modelo matemático, contemplando uma configuração de variáveis de controle, desenvolvido com o objetivo de mitigar os efeitos dos ruídos presentes no processo. Então, para validar a capacidade do

método desenvolvido, executam-se os experimentos de confirmação e comparam-se os resultados reais com os resultados calculados para a condição otimizada. Todavia, para não comprometer a análise final dos dados e a interpretação dos resultados, é necessário planejar o experimento (tamanho da amostra) e os parâmetros a serem utilizados.

Em geral, quanto maior o tamanho da amostra, maior o poder de análise. No entanto, uma amostra muito grande envolve altos custos em termos de tempo e esforço. Então, para evitar o esforço desnecessário, a técnica *Power and Sample Size*, recurso disponível no *software* Minitab®, foi aplicada para identificar a quantidade ideal de experimentos que validasse os resultados do método proposto. Considerando-se que o projeto robusto de parâmetros tem o objetivo de minimizar o efeito das variáveis incontroláveis (ruídos), a técnica estatística determinará o número mínimo de experimentos necessários para detectar as diferenças previamente identificadas nas Equações 5.6 e 5.7. Para que o teste tenha a capacidade de apontar essas diferenças, caso elas ainda existam, foi determinado o poder de teste ( $1-\beta$ ), *Power* de 80%, com diferenças de magnitudes de 0,2 para *Ra* e 1,8 para *Rt*. A base de cálculo destes valores de magnitudes são as mesmas Equações 5.6 e 5.7, nas quais se observa que o efeito “desgaste da ferramenta” ( $z_I$ ) é a única variável incontrolável (ruído) com significância estatística no processo de fresamento. Visto que o efeito pode variar tanto para mais (+), quanto para menos (-), isto é,  $Y_{\text{máx}}$  e  $Y_{\text{mín}}$ , a magnitude é o valor do efeito multiplicado por 2. Logo, chegou-se à magnitude para *Ra* calculando-se ( $2 \times 0,102$ ) e, para *Rt*, ( $2 \times 0,877$ ).

Quanto aos parâmetros a serem utilizados nos experimentos de confirmação, cada ponto na fronteira de Pareto, ilustrado pela Figura 5.5, é um candidato à solução para o problema. Todos, de acordo com Yoo e Harman (2007), formam um conjunto de soluções no qual cada um denota uma forma possível de equilibrar os objetivos de uma maneira globalmente ideal. Diante desta afirmação, foram selecionados três pontos para serem analisados na execução dos experimentos. Os pontos selecionados, de acordo com a escala de pesos, correspondem a 10%, 50% e 90%. Procurou-se trabalhar com um ponto central e dois pontos equidistantes, porém, evitando-se os extremos.

Com base no desvio-padrão, correspondente ao conjunto de dados dos pontos escolhidos, e no *target* do poder do teste, aplicou-se o *Power and Sample Size for One-way ANOVA*. Como resultado, obteve-se o *Power Curve*, gráfico produzido pelo *software*

Minitab® que, além do número de experimentos necessários, indica também o poder efetivo do teste. Nas Figuras 5.14 (a), (b) e (c) pode-se observar os resultados com pesos equivalentes a  $w=0,1$ ;  $w=0,5$  e  $w=0,9$  para a resposta  $Ra$ .

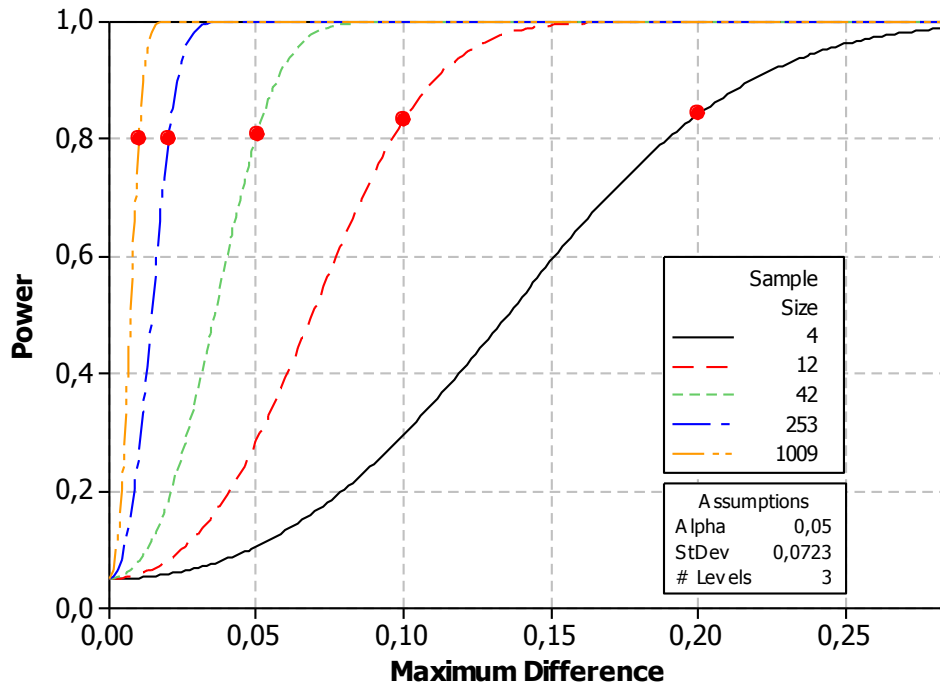


Figura 5.14 (a) – *Power curve* para  $Ra$  com peso = 10%.

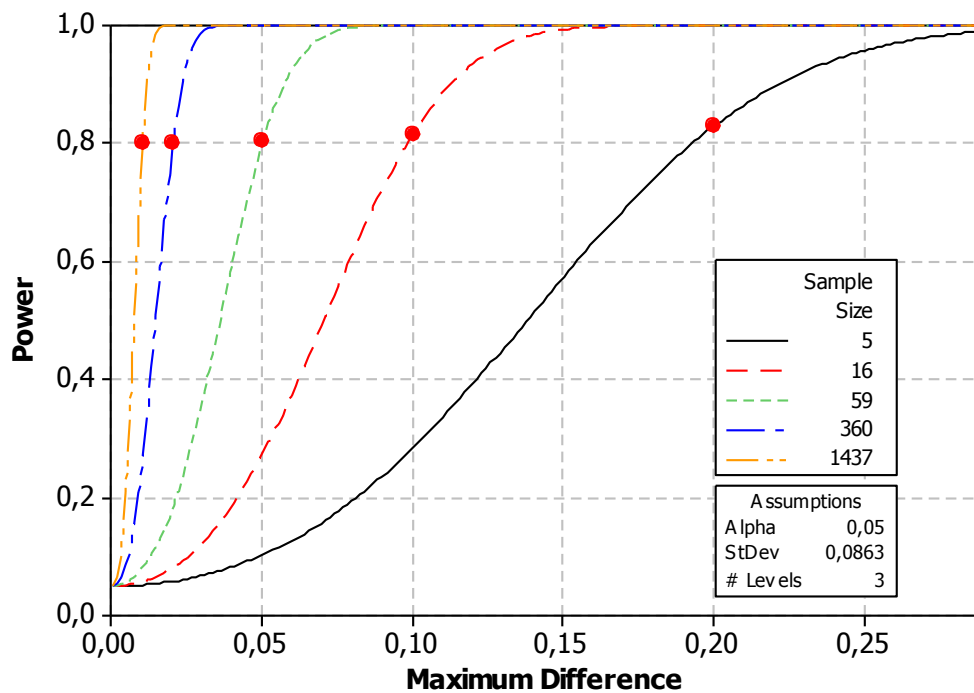


Figura 5.14 (b) – *Power curve* para  $Ra$  com peso = 50%.

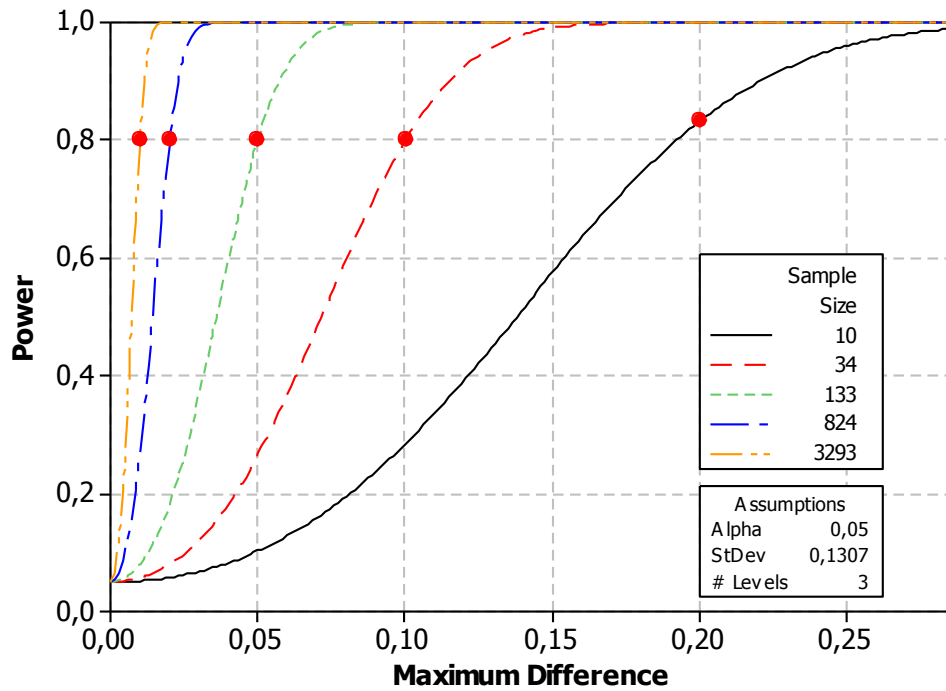


Figura 5.14 (c) – *Power curve* para  $R_a$  com peso = 90%.

E nas Figuras 5.15 (a), (b) e (c) pode-se observar os resultados com pesos equivalentes a  $w=0,1$ ;  $w=0,5$  e  $w=0,9$  para a resposta  $R_t$ .

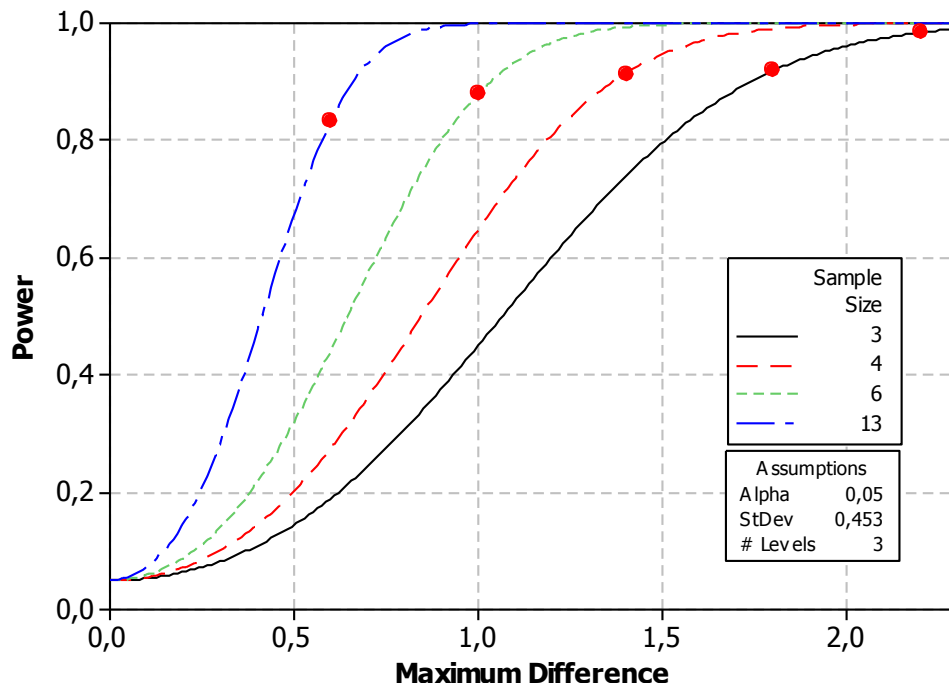


Figura 5.15 (a) – *Power curve* para  $R_t$  com peso = 10%.

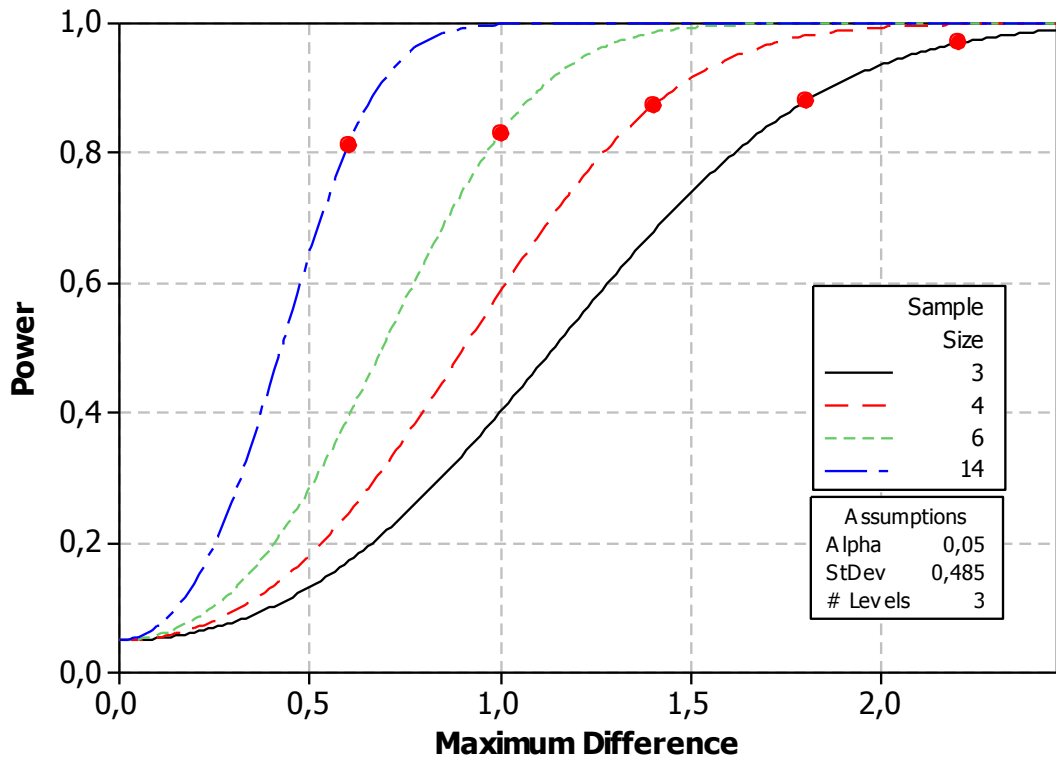


Figura 5.15 (b) – Power curve para Rt com peso = 50%.

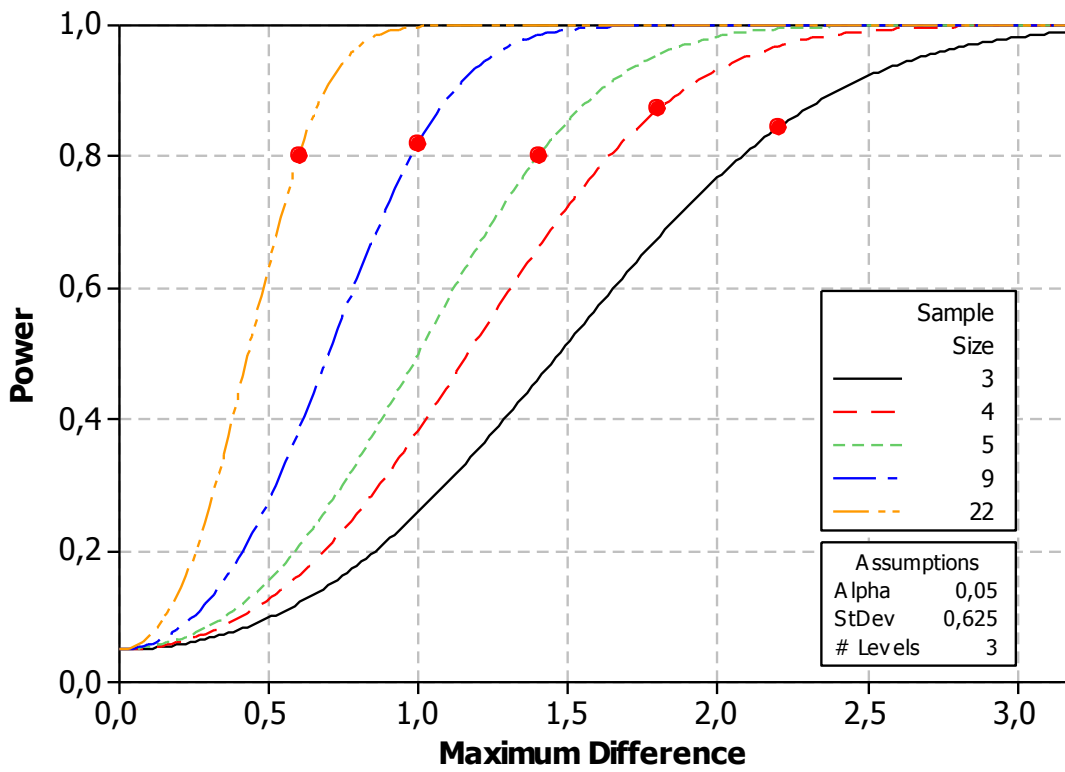


Figura 5.15 (c) – Power curve para Rt com peso = 90%.

Na Tabela 5.8 é apresentado um resumo dos valores aferidos com a aplicação da técnica *Power and Sample Size for One-way ANOVA* para  $R_a$  e  $R_t$  nos três pontos selecionados da fronteira de Pareto, correspondentes à escala de pesos em 10%, 50% e 90%.

Tabela 5.8 – Resultados da aplicação do *Power Simple Size*.

<b>Pesos</b>	<b>Características medidas</b>	<b><math>R_a</math></b>	<b><math>R_t</math></b>
10%	Nº de experimentos necessários	4	3
	Poder do teste (%)	84%	92%
50%	Nº de experimentos necessários	5	3
	Poder do teste (%)	83%	88%
90%	Nº de experimentos necessários	10	4
	Poder do teste (%)	83%	87%

Assim, para satisfazer às condições identificadas, um estudo de Taguchi foi planejado. Os projetos de Taguchi tentam identificar os fatores de controle que minimizam os efeitos dos fatores de ruído. Durante a experimentação manipulam-se os fatores de ruído para forçar a ocorrência da variabilidade e, em seguida, encontrar as configurações ideais dos fatores de controle que tornam o processo robusto, ou mais resistente à influência dos fatores de ruído (ASILTÜRK e NESELI, 2012; SUBULAN e CAKMAKCI, 2012).

Logo, considerando-se as três variáveis de ruído - desgaste de flanco da ferramenta ( $Z_1$ ), variações na concentração do fluido de corte ( $Z_2$ ) e variação do fluxo do fluido de corte ( $Z_3$ ) - em três níveis (-1; 0; +1), identificou-se a necessidade de execução de 9 experimentos para cada condição de peso (10%, 50% e 90%). Portanto, planejou-se 27 experimentos para confirmar a efetividade do método desenvolvido.

Antes da realização dos experimentos, os parâmetros codificados, fornecidos pelo método, foram transformados em parâmetros decodificados para as variáveis de controle: Avanço por Dente -  $F_z$  (mm/dente), Profundidade -  $A_p$  (mm), Velocidade -  $V_c$  (m/min) e Penetração -  $A_e$  (mm). Assim, obtiveram-se os valores ótimos para cada variável de controle nos respectivos pontos escolhidos, conforme é apresentado na Tabela 5.9.

Tabela 5.9 – Parâmetros do Modelo.

Fatores	Níveis		Parâmetros codificados			Parâmetros Decodificados		
	(-1)	(+1)	10%	50%	90%	10%	50%	90%
Fz	0,1	0,2	-1,220	-1,071	-0,774	0,11	0,10	0,089
Ap	0,75	1,5	0,119	0,486	0,389	1,27	1,31	1,170
Vc	300	350	-1,214	-0,698	-0,415	314,63	307,55	294,65
Ae	15	18	1,012	1,381	1,754	19,13	18,57	18,018

Com o objetivo de manter as mesmas condições experimentais na qual foi concebido o primeiro conjunto de dados, a execução dos experimentos de confirmação ocorreu no LAM - Laboratório de Automação e Manufatura da Universidade Federal de Itajubá. Os experimentos foram executados no sentido concordante, ou seja, a rotação da ferramenta coincide com o sentido de avanço da mesa do Centro de Usinagem Fadal. Após o fresamento de cada corpo de prova, as duas métricas de rugosidade ( $R_a$  e  $R_t$ ) foram medidas três vezes em cada uma das três posições sobre a peça - nas extremidades e no centro do corpo de prova. O equipamento utilizado para aferir os valores foi o rugosímetro Mitutoyo Surfes SJ-201 apresentado no Item 4.2, Figura 4.4.

A confirmação é relativa à robustez dos pontos de ótimo com três diferentes pesos correspondentes a 10%, 50% e 90%. A partir dos valores de rugosidade aferidos nestes pontos, foi possível calcular média ( $\mu$ ) e desvio-padrão ( $\sigma$ ) para as métricas  $R_a$  e  $R_t$ . Calcularam-se também, usando a carta de controle para médias e desvio padrão, os limites de confiança inferior e superior identificados pelas siglas *LCB* (do inglês *lower confidence bound*) e *UCB* (do inglês *upper confidence bound*). Todos os valores, aqui mencionados, estão expostos na Tabela 5.10 que traz os resultados das medições dos experimentos de confirmação, assim como, os valores de média e desvio padrão.





Para testar a igualdade entre os valores encontrados nos experimentos de confirmação e os valores fornecidos pelo modelo *NBI-PCA*, aplicou-se o teste de hipótese para média e variância. Os resultados deste teste podem ser observados na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Teste de hipótese para média e variância.

Pesos	Métricas	Medidas	Valores <i>NBI-PCA</i>	Valores Experimentos	<i>P_value</i>
<b>10%</b>	<i>Ra</i>	Média	0,434	0,512	0,021
		Desvio padrão	0,072	0,082	0,479
	<i>Rt</i>	Média	3,178	3,204	0,899
		Desvio padrão	0,453	0,596	0,172
<b>50%</b>	<i>Ra</i>	Média	0,337	0,293	0,296
		Desvio padrão	0,086	0,118	0,116
	<i>Rt</i>	Média	2,425	2,639	0,387
		Desvio padrão	0,485	0,702	0,065
<b>90%</b>	<i>Ra</i>	Média	0,267	0,280	0,772
		Desvio padrão	0,131	0,130	0,891
	<i>Rt</i>	Média	2,078	2,252	0,465
		Desvio padrão	0,625	0,680	0,608

Todos os valores de *P\_value* estão acima de 0,05. Isto indica que não há evidência estatística para rejeição da hipótese nula, tanto para média quanto para o desvio padrão, que podem ser escritas como:

$$\begin{array}{ll}
 H_0: \mu_{(NBI-PCA)} = \mu_{(experimentos)} & e \\
 H_1: \mu_{(NBI-PCA)} \neq \mu_{(experimentos)} & H_0: \sigma_{(NBI-PCA)} = \sigma_{(experimentos)} \\
 & H_1: \sigma_{(NBI-PCA)} \neq \sigma_{(experimentos)}
 \end{array}$$

Todas as respostas foram estimadas dentro dos limites de confiança (95%). Assim, os experimentos de confirmação comprovam que o ruído foi mitigado, portanto, não foi significativo para os resultados.

## 6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma nova abordagem para otimização robusta multivariada de experimentos, considerando uma combinação de métodos para deixar o processo mais resistente à variabilidade. Para tanto, uma abordagem híbrida foi concebida com a composição do método *NBI* e a técnica *PCA* em um arranjo combinado para grupos de média e variância, objetivo geral deste trabalho. Para comprovar a eficácia desta nova abordagem e atingir os objetivos especificados no item 1.1.1., foi utilizado o processo de fresamento do aço AISI 1045. Os dados experimentais, resultantes deste processo, foram trabalhados e analisados sob as perspectivas dos métodos somas ponderadas, *NBI-MSE* e pelo método desenvolvido, intitulado “*NBI-PCA* para arranjos combinados”.

Numa primeira análise, dos dados experimentais extraídos do processo de fresamento, percebeu-se que o modelo apresentava um ajuste ( $R^2$  *adj.*) abaixo do desejado, tanto para as respostas originais,  $Ra$  (70,08%) e  $Rt$  (71,22%), quanto para o componente principal ( $PC=71,63\%$ ). Tais valores, abaixo da proporção desejada de 80%, refletem a presença dos fatores de ruído trabalhados como variáveis de controle. O baixo rendimento destes coeficientes justificou a aplicação do método dos mínimos quadrados ponderados nas respostas originais,  $Ra$  e  $Rt$ , e no  $PC_{(RaRt)}$ . Após a realização deste procedimento, o percentual de ajuste para  $Ra$  atingiu 99,9%, para  $Rt$  em 99,1% e 96,90% para  $PC_{(RaRt)}$ . Assim, cumpriu-se o objetivo de elevar o índice de explicação do modelo, maximizando os percentuais de  $R^2$  *adj.* e minimizando as variâncias.

Comparando-se os resultados conseguidos com a aplicação dos métodos somas ponderadas e *NBI-MSE versus NBI-PCA*, pode-se elencar algumas conclusões:

- a) O método de somas ponderadas, como já havia sido previsto, não foi capaz de gerar uma fronteira uniformemente espaçada. Esta falha prejudicou a detecção das possíveis soluções na região da fronteira, onde ocorreu a aglutinação dos pontos ótimos;
- b) Se o método das somas ponderadas for aplicado em função objetivo correlacionadas, isso conduz a resultados que, na prática, não serão alcançados;

- c) O método *NBI-MSE* foi capaz de gerar uma fronteira de Pareto contínua e uniforme. A arquitetura do método *NBI* foi crucial na construção de uma fronteira contínua e uniformemente distribuída;
- d) No entanto, o método *NBI-MSE* falha quando as diversas funções objetivo são correlacionadas. Na tentativa de separar as funções objetivo correlacionadas, o método, influenciado pela atuação dos pesos, previu resultados irreais com índice negativo de correlação (-0,8023);
- e) As métricas analisadas  $R_a$  e  $R_t$  são, em geral, altamente correlacionadas. Portanto, num processo de fresamento não se consegue obter um valor de rugosidade baixa para uma em sacrifício da outra e vice-versa. Além do mais, as melhorias são realizadas no processo e não na resposta individual;
- f) Observa-se que ambos os métodos, somas ponderadas e *NBI-MSE*, ignoram a correlação entre as respostas e conduzem a resultados que, na prática, não se sustentam;
- g) A partir dos resultados oriundos da aplicação do método *NBI-PCA* foi possível gerar uma fronteira de Pareto equiespaçada com múltiplas respostas, numa região de soluções e graduais *trade-offs*;
- h) Os novos valores para  $R_a$  e  $R_t$ , resultantes da otimização pelo método *NBI-PCA*, apresentaram um coeficiente de correlação de 0,9916. Isto prova que o método é capaz de manter a estrutura de correlação entre as variáveis de resposta;
- i) Aponta-se o efeito do desgaste da ferramenta ( $z_l$ ) como única variável incontrollável (ruído) com significância estatística no processo de fresamento;
- j) Na Tabela 5.10 são apresentados os resultados dos experimentos de confirmação. Constata-se que os valores fornecidos pelo método *NBI-PCA*, para média e desvio padrão, foram estimados dentro dos intervalos de confiança;
- k) Conclui-se, por meio dos dados apresentados nas Tabelas 5.10 e 5.11, que o método *NBI-PCA* é robusto, é capaz de atenuar o efeito do ruído no processo e, principalmente, gera resultados exequíveis.

## 6.1. Contribuições do trabalho

Até então, todos os trabalhos identificados na literatura sempre alertaram quanto ao risco de negligenciar a correlação. Todavia, os efeitos práticos desta negligência não foram trazidos ao conhecimento dos pesquisadores. Este trabalho mostrou o quão danoso pode ser o efeito da correlação ao apresentar resultados, vistos como ótimos, mas que na prática não podem ser alcançados.

O método desenvolvido, *NBI-PCA* para arranjos combinados, é uma contribuição significativa no processo de otimização. Este método, além de reduzir a quantidade de dados, característica do *PCA*, é capaz de produzir um conjunto de valores ótimos reais.

## 6.2. Sugestões para estudos futuros

Realizar um estudo aplicando a análise de componentes principais sobre o valor dos coeficientes  $\beta$  e verificar se todos os resultados serão melhores ou semelhantes aos aferidos pela aplicação de *PCA* sobre as respostas originais.

Aplicar o Método *NBI-PCA* na concepção de um arranjo cruzado para testar a robustez do método nesta condição.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBASI, B., MAHLOOJI, H., NDREWS. *Improving response surface methodology by using artificial neural network and simulated annealing*. **Expert Systems with Applications** 39 3461–3468, 2012.

ABRAHAM, A., JAIN, L., e GOLDBERG, R. *Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications*. Springer, 313, 2005.

AGOSTINHO, O. L.; RODRIGUES, A. C. S.; LIRANI, J. *Tolerâncias, ajustes, desvios e análise de dimensões*. 5ª reimpressão, Editora Edgar Blücher Ltda, São Paulo, 1995.

ARDAKANI, M. K. e NOOROSSANA, R. *A new optimization criterion for robust parameter design – the case of target is best*. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 38, 851-859, 2008.

ARONÉS, M.F.B. *Desenvolvimento de uma metodologia robusta e eficiente para fluxo de carga da continuação ótimo multiobjetivo*. Tese de Doutorado apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – UNICAMP, 2009.

ASILTÜRK İ *Predicting surface roughness of hardened AISI 1040 based on cutting parameters using neural networks and multiple regression*, **Int J Adv Manuf Technol**, DOI 10.1007/s00170-012-3903-z - 2012

ASILTÜRK, I. e NESELI, S. *Multi response optimisation of CNC turning parameters via Taguchi method-based response surface analysis*, **Measurement** 45 -785-794, 2012.

BEREZKIN, V. E. e LOTOV, A. V. *Comparison of Two Pareto Frontier Approximations*. **Computational Mathematics and Mathematical Physics**. Vol. 54, No. 9, pp. 1402–1410 2014.

BOUACHA, K, YALLESE, M.A., MABROUKI T. RIGAL, J-F. *Statistical analysis of surface roughness and cutting forces using response surface methodology in hard turning of AISI 52100 bearing steel with CBN tool*, **Int. Journal of Refractory Metals & Hard Materials** 28 349–361 - 2010

BOYLAN, G.L.; CHO B.R. *Comparative studies on the high-variability embedded robust parameter design from the perspective of estimators*, **Computers & Industrial Engineering**, 64 442–452, 2013.

BOYLAN, G.L.; GOETHALS, P.L. e CHO, B.R. *Robust parameter design in resource-constrained environments: An investigation of trade-offs between costs and precision within variable processes*, **Applied Mathematical Modelling** 37 2394–2416, 2013.

BOX, G.E.P.; HUNTER, W.G.; MACGREGOR, J.F. and ERJAVEC,J. *Some problems associated with the analysis of multiresponse data*, **Technometrics** 15, pp. 33-51, 1973.

BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. *Empirical model-building and response surfaces*. New York, Wiley.(Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics), 1987.

BOX, G. E. P., e JONES, S. *Designing products that are robust to the environment*. **Total Quality Management**, 3, 265-282, 1992.

BRATCHELL, N. (1989), *Multivariate Response Surface Modelling by Principal Components Analysis*. **Journal of Chemometrics**, v 3, pp. 579-588, 1989.

BRIGATTO, G.A.A., Modelo de decisão multiobjetivo para a busca de estratégias ótimas de inserção de empreendimentos em geração distribuída. Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Santa Catarina, 2011.

BRITO, T.G.. PAIVA. A.O.. FERREIRA. J.R.. GOMES. J.H.F.. BALESTRASSI. P.P. (2014) A normal boundary intersection approach to multiresponse robust optimization of the surface roughness in end milling process with combined arrays. **Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology**, 2014.

BRYMAN, A. *Research Methods and Organization Studies*, Unwin Hyman Ltd, 283p., 1989.

BUCHER, C.G., BOURGUND, U. *A Fast and Efficient Response Surface Approach For Structural Reliability Problems*. **Structural Safety**, 7 (1990) 57-66, 1990.

BUSACCA, G. P., MARSEGUERRA, M., & ZIO, E. *Multiobjective optimization by genetic algorithms: application to safety systems*. **Reliability Engineering & System Safety**, 72, 59-74, 2001.

CHEN, M.C. e FAN, S.K.S. *Tolerance evaluation of minimum zone straightness using non-linear programming techniques: a spreadsheet approach*. **Computer & Industrial Engineering** 43 437-453, 2002.

CHO, B.R. e PARK C. *Robust design modeling and optimization with unbalanced data*, **Computers & Industrial Engineering** 48 173-180, 2005.

DAS, I., e DENNIS, J.E. *A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriteria optimization problems* **Structural Optimization** vol. 14, pp. 63-69, 1997.

DAS, I., e DENNIS, J.E. (1998). *Normal boundary intersection: A new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems*. **SIAM Journal of Optimization**, 8, 631-657, 1998.

DEB, K., *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms: An Introduction*. **Design and Manufacturing - Springer-Verlag**, 2011.

DEL CASTILLO, E., FAN, S., SEMPLE J. Optimization of dual response systems: A comprehensive procedure for degenerate and non degenerate problems. **European Journal of Operational Research** 112 174-186, 1999.

DINIZ, A. E., MARCONDES, F. C., COPPINI, N. L. *Tecnologia da usinagem dos materiais*. 9ª ed. São Paulo: Artliber Editora, 262 p., 2014.

DUBEY, A.K. and YADAVA, V. *Multi-objective optimization of Nd:YAG laser cutting of nickel-based superalloy sheet using orthogonal array with principal component analysis*. **Optics and Laser in Engineering** 46 (2) pp. 124-132, 2008.

GANESAN, T., VASANT, P. e ELAMVAZUTHI, I. Normal-boundary intersection based parametric multi-objective optimization of green sand mould system. **Journal of Manufacturing Systems** 32 197–205, 2013.

GOMES, J. H. F., PAIVA, A. P., COSTA, S. C. BALESTRASSI, P. P. e PAIVA, E. J. *Weighted Multivariate Mean Square Error for processes optimization: A case study on flux-cored arc welding for stainless steel claddings*. **European Journal of Operational Research**. 226. 522-535, 2013.

GOMES, J. H. F., SALGADO A.R., PAIVA A. P., FERREIRA, J.R., COSTA, S.C., BALESTRASSI, P.P. *Global Criterion Method based on Principal Components to the Optimization of Manufacturing Processes with Multiple Responses*. **Journal of Mechanical Engineering**, 2011.

GOVINDALURI, S. M., & CHO, B. R. Robust design modeling with correlated quality characteristics using a multicriteria decision framework. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 32, 423-433, 2007.

GUM, *Guia para a Expressão da Incerteza de Medição*, segunda edição, 1996.

HAGGAG, A.A. *A variant of the generalized reduced gradient algorithm for non-linear programming and its applications*. **European Journal of Operational Research**. 7. 161-168, 1981.

HAIR Jr., J.F. BLACK, C.W., BABIN, B.J., ANDERSON, R.E. *Multivariate Data Analysis*. 6th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall., 899 p., 2009.

HERCULANO, R.D. e NORBERTO, A.M.Q. *Análise da produtividade científica dos docentes da Universidade Estadual Paulista, campus de Marília/SP - Perspectivas em Ciência da Informação*, Scielo Brasil - 2012

JEONG, I. J., KIM, K. J., & CHANG, S. Y. *Optimal weighting of bias and variance in dual response surface optimization*. **Journal of Quality Technology**, 37, 236-247, 2005.

JIA, Z. & IERAPETRITOU, G. Generate Pareto optimal solutions of scheduling problems using normal boundary intersection technique. **Computers and Chemical Engineering**, 31,268-280, 2007.

JOHNSON, R. A., WICHERN, D. W. *Applied Multivariate Statistical Analysis*, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 6th ed., 773p., 2007.

KAZEMZADEH, R. B., BASHIRI, M., ATKINSON, A.C., & NOOROSSANA, R. *A general framework for multiresponse optimization problems based on goal programming*. **European Journal of Operational Research**, 189, 421-429, 2008.

KHANLOU, H.M., ANG, B.C., BARZANI, M.M., SILAKHORI, M., TALEBIAN, S. Prediction and characterization of surface roughness using sandblasting and acid etching process on new non-toxic titanium biomaterial: adaptive-network-based fuzzy inference System. **Neural Comput & Applic** DOI 10.1007/s00521-015-1833-z- 2015.

KHURI, A. I., & CONLON, M. *Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions*. **Technometrics**, 23, 363-375, 1981.

KLADSOMBOON, S. e KERDCHAROEN, T. *A method for the detection of alcohol vapours based on optical sensing of magnesium 5,10,15,20-tetraphenyl porphyrin thin film by an optical spectrometer and principal component analysis*, 2012.

KÖKSOY, O. *Multiresponse robust design: Mean square error (MSE) criterion*. **Applied Mathematics and Computation**, 175, 1716-1729, 2006.

KÖKSOY, O. A. *Nonlinear programming solution to robust multi-response quality problem*. **Applied Mathematics and Computation**, v. 196, p. 603-612, 2008.

KÖKSOY, O., DOGANAKSOY, N. *Joint Optimization of Mean and Standard Deviation Using Response Surface Methods*. **Journal of Quality Technology**, v. 35, n. 3, pp. 237-334, 2003.

KÖKSOY, O. e YALCINOZ , T. *Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm*. **Applied Mathematics and Computation** 175 (2006) 1657–1674, 2006.

KOVACH, J., & CHO, B. R. *A D-optimal design approach to constrained multiresponse robust design with prioritized mean and variance considerations*. **Computers & Industrial Engineering**, 57, 237-245, 2009.

LASDON, L.S., WARREN, A.D., JAIN, A., RATNER, M. *Design and Testing of a Generalized Reduced Gradient Code for Nonlinear Programming*. ACM Transactions on Mathematical Software, vol 4, No 1, March 1978, Pages 3, 1978.

LEE, S. B., e PARK, C. *Development of robust design optimization using incomplete data*. **Computers & Industrial Engineering**, 50, 345-356, 2006.

LIN, D. K. J., e TU, W. *Dual response surface optimization*. **Journal of Quality Technology**, 27, 34-39, 1995.

LOPES, L. G. D.; GOMES, J. H. F.; PAIVA, A. P.. BARCA,. L. F.; FERREIRA, J. R. e BALESTRASSI, P. P. *A multivariate surface roughness modeling and optimization under conditions of uncertainty*. **Measurement**. 46. 2555-2568, 2013.

LUENBERGER, D. G. *Linear and nonlinear programming*. Second Ed., Addison-Wesley, Rading, MA, 1989.

MACHADO, A. R., ABRÃO, A. M., COELHO, R. T., SILVA, M. B., “Teoria da Usinagem dos Materiais”, Edgard Blücher, São Paulo, 371 p. 2009.



- MANDAL, M. e MUKHOPADHYAY, A. *A Multiobjective PSO-based Approach for Identifying Non-redundant Gene Markers from Microarray Gene Expression Data*. Department of Computer Science and Engineering, University of Kalyani, Kalyani-74123, 2012.
- MAO, J., KWAK, I., SATHISHKUMAR, M., SNEHA, K., YUN, Y. *Preparation of PEI-coated bacterial biosorbent in water solution: Optimization of manufacturing conditions using response surface methodology*. **Bioresource Technology** 102 1462–1467, 2011.
- MARCELINO, A. P., DOMINGOS, D. C., CAMPOS, D. V. V., SCHROETER, R. B. *Medição e Simulação dos Esforços de Usinagem no Fresamento de Topo Reto de Ligas de Alumínio Tratável Termicamente 6061*. IX CREEM, Rio de Janeiro, Paper CRE04-PF25, 2004.
- MARTÍNEZ, M., GARCÍA-NETO, S., SANCHIS, J., BLASCO, X. *Genetic algorithms optimization for normalized normal constraint method under Pareto construction*. **Advances in Engineering Software**, n. 40, pp. 260-267, 2009.
- MESSAC, A. e MATTSON, C.A. *Generating Well-Distributed Sets of Pareto Points for Engineering Design Using Physical Programming*. **Optimization and Engineering**, 3, 431–450, 2002.
- MOITA NETO J. M.E MOITA G. C. *An Introduction Analysis Exploratory Multivariate Date*. Departamento de Química - Universidade Federal do Piauí - 64.049-550 - Teresina – PI, p. 466 – 469, 1998.
- MONTGOMERY, D. C. *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*, John Wiley & Sons, 4 ed., 513p., 2004.
- MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley & Sons, 7th ed., New York, 699p., 2009.
- MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. *Applied Statistics and Probability for Engineers*, John Wiley & Sons, 5 ed., 792p., 2011.
- M'SILTI, A.; TOLLA, P. *An interactive multiobjective nonlinear programming procedure*. **European Journal of Operational Research**. 64. 115-125, 1993.
- MYERS, R.H., MONTGOMERY, D.C. and VINING, G.G., *Generalized Linear Models with Applications in Engineering and the Sciences*, Wiley Series in Probability and Statistics, New York, 2002.
- MYERS, R.H., CARTER, W.H. *Response Surface Techniques for Dual Response Technometrics*, Vol. 15, No. 2, pp. 301-317, 1973.
- NAIR, V. N. *Taguchi's parameter design: a panel discussion*. **Technometrics**, 34, 127-161, 1992.
- NAKAGAWA, T. e KIRIKOSHI, T. *Multi-Objective Robust Parameter Design Methodology Applied to Microwave Circuit*. **Proceedings of the International Multi Conference of**

**Engineers and Computer Scientists** 2012 Vol. II IMECS march 14 -16, Hong Kong ISSN:2078-0966, 2012.

NASH, S. G., SOFER. *A Linear and nonlinear programming*. First ed., McGraw-Hill Companies Inc., p. 692, 1996.

NAZARI. A. MIRJALILI, M. NASIRIZADEH, N e TORABIAN, S, *Optimization of nano TiO2 pretreatment on free acid dyeing of wool using central composite design*. **Journal of Industrial and Engineering Chemistry**. Volume 12, Pages 1068–1076, 2015.

NESELI. S., YALDIZ, S., TÜRKES, E., *Optimization of tool geometry parameters for turning operations based on the response surface methodology*. **Measurement** 44 580–587 – 2011.

PAIVA, A. P. *Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em Otimização de Processos de Manufatura com Múltiplas Respostas Correlacionadas – Tese de Doutorado*, Itajubá, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, 257 p. 2006.

PAIVA, A. P. *et al*. *A multivariate hybrid approach applied to AISI 52100 hardened steel turning optimization*, **Journal of Materials Processing Technology** 189 26–35, 2007.

PAIVA, A. P. *et al*. *A multivariate mean square error optimization of AISI 52100 hardened steel turning*, **Internacional Journal of Advanced Manufacturing Technology**, DOI 10.1007/s00170-008-1745-5, 2009.

PAIVA, A. P. COSTA, S.; PAIVA, E.;BALESTRASSI, P., FERREIRA, J. *Multiobjective optimization of pulsed gas metal arc welding process based on weighted principal component score*, **Internacional Journal of Advanced Manufacturing Technology**, Vol.50(1), pp.113-125, 2010

PAIVA, A. P., CAMPOS, P. H., FERREIRA, J. R., LOPES, L. G. D., PAIVA, E. J., & BALESTRASSI, P. P. *A multivariate robust parameter design approach for optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool*. **International Journal of Refractory Metals and Hard Materials**, 30, 152-163, 2012.

PAIVA, A.P., GOMES, J.H.F., PERUCHI, R.S., LEME, R.C.e BALESTRASSI, P.P. *A multivariate robust parameter optimization approach based on Principal Component Analysis with combined arrays*. **Computers & Industrial Engineering** 74 (2014) 186–198, 2014

PAIVA, E. J. *Otimização de Processos de Manufatura com Múltiplas Respostas Baseadas em Índice de Capacidade – Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Itajubá, Instituto de Engenharia de Produção, itajubá, MG, 2008.

PÉREZ, L.C. J. *Surface roughness modelling considering uncertainty in measurements*. **International Journal of Production Research**, 1366-588X, Volume 40, Issue 10, , Pages 2245 – 2268, 2002.

PERUCHI, R. S.; BALESTRASSI, P. P.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R. e CARMELOSSI, M. S. A new multivariate gage R&R method for correlated characteristics. *International Journal of Production Economics*.144. 301-315, 2013.

POZO, C., FEMENIA, R.R., CABALLERO, B.J., GOSÀLBEZ, B.B., JIMÉNEZ, L. *On the use of Principal Component Analysis for reducing the number of environmental objectives in multi-objective optimization: Application to the design of chemical supply chains*. **Chemical Engineering Science** 69 146–158, 2012.

QUESADA, G. M., & DEL CASTILLO, E. **Two approaches for improving the dual response method in robust parameter design**. *Journal of Quality Technology*, 36, 154-168, 2004.

REZAEI, M. J.; MOINI, A. *Reduction method based on fuzzy principal component analysis in multi-objective possibilistic programming*. **Internacional Journal of Advanced Manufacturing Technology** 00170-012-4526-0, 2012.

RIBEIRO, J.S., TEÓFILO, R.F., AUGUSTO, F. e FERREIR, M. M.C. *Simultaneous optimization of the microextraction of coffee volatiles using response surface methodology and principal component analysis*, **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, 102 45–52, 2010.

ROBINSON, T.J, WUFF, S.S., MONTGOMERY, D.C. e KHURI, A.I. – *Robust parameter design using generalized linear mixed models*, **Journal of Quality Technology**, v. 38 n. 1, p. 65-75, 2006.

SABIO, N., KOSTIN, A., GUILLEN-GOSALBEZ, G., JIMENEZ, L. *Holistic minimization of the life cycle environmental impact of hydrogen infrastructures using multi-objective optimization and principal component analysis*. **International Journal of Hydrogen Energy**, 2012.

SADAGOPAN, S.; RAVINDRAN, A. *Interactive algorithms for multiple criteria nonlinear programming problems*. **European Journal of Operational Research**. 25. 247-257, 1986.

SAFI, S. *Explicit Equations for ACF in Autoregressive Processes In the Presence of Heteroscedasticity Disturbances* . **Journal of Modern Applied Statistical Methods: Vol. 10: Iss. 2, Article 20**, 2011

SANDVIK Catálogo técnico do fabricante de ferramentas, Sandvik Coromant, 2010.

SANDVIK COROMANT. Manual Técnico de Usinagem, Sandviken, Suécia, 2011.

SAVIC, I.M., STOJILJKOVICA, S.T., e GAJICB, D.G., *Modeling and optimization of energy-efficient procedures for removing lead(II) and zinc(II) ions from aqueous solutions using the central composite design*. **Energy**, Pages 66–72, 2014.

SHAIBU, A.B., CHO, B.R. *Another view of dual response surface modeling and optimization in robust parameter design*. **Int J Adv Manuf Technol** 41:631–641, 2009.

- SHIN, S., & CHO, B. R. *Bias-specified robust design optimization and its analytical solutions*. **Computers & Industrial Engineering**, 48, 129-140, 2005.
- SHIN, S., SAMANLIOGLU, F., CHO, B. R., & WIECEK, M. M. *Computing trade-offs in robust design: perspectives of the mean squared error*. **Computers & Industrial Engineering**, 60, 248-25, 2011.
- SHUKLA, P.K., & DEB, K. *On finding multiple Pareto-optimal solutions using classical and evolutionary generating methods*. **European Journal of Operational Research**, 181, 1630-1652, 2007.
- STANIC, V. DIMITRIJEVIC, S. ANTONOVIC, D.G. JOKIC, M.B. ZEC, P.S. TANASKOVIV, T.S. e RAICEVIC, S. *Synthesis of fluorine substituted hydroxyapatite nanopowders and application of the central composite design for determination of its antimicrobial effects*. **Applied Surface Science**, volume 290, Pages 346–352 - 2014
- STEENACKERS, G., & GUILLAUME, P. *Bias-specified robust design optimization: a generalized mean squared error approach*. **Computers & Industrial Engineering**, 54, 259-268, 2008.
- SUBULAN, K. e CAKMAKCI. *A feasibility study using simulation-based optimization and Taguchi experimental design method for material handling—transfer system in the automobile industry*. **Int J Adv Manuf Technol** 59:433–443, 2012.
- TAGUCHI, G. *Introduction to quality engineering: desingning quality into products and processes*. Tokyo: Usian, 1986.
- TANG, L. C., & XU, K. *A unified approach for dual response surface optimization*. **Journal of Quality Technology**, 34, 437-447, 2002.
- UTYUZHNIKOV, S.V., FANTINI, P., e GUENOV, M.D. *A method for generating a well-distributed Pareto set in nonlinear multiobjective optimization*. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, 223, 820-841, 2009.
- VAHIDINASAB, V., & JADID, S. *Normal boundary intersection method for suppliers' strategic bidding in electricity markets: An environmental/economic approach*. **Energy Conversion and Management**, 51, 1111-1119, 2010.
- VINING, G. G., & MYERS, R. H. *Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach*. **Journal of Quality Technology**, 22, 38-45, 1990.
- Xu, Z; Lu, S. *Multiobjective optimization of sensor array using genetic algorithm*. **Sensors and actuators**. **B, Chemical iss:1** pg:278 -286. 2011.
- WANG, F.K. e DU, T.C.T. *Using principal component analysis in process performance for multivariate data*, **Internacional Journal of Management Science**, Omega 28 185-194, 2000.
- WU, F. C. *Optimization of correlated multiple quality characteristics using desirability function*. **Quality Engineering**, 17, 119-126, 2005.

YACOUB, F., MACGREGOR, J. F. “*Product Optimization and Control in the Latent Variable Space of Nonlinear PLS Models*”, **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v 70, pp. 63-74, 2004.

YANG, J. B., & SEN, P. *Preference modelling by estimating local utility functions for multiobjective optimization*. **European Journal of Operational Research**, 95, 115-138, 1996.

YENIAY, O., UNAL, R., e LEPSCH, R.A. *Using dual response surfaces to reduce variability in launch vehicle design: A case study*, **Reliability Engineering and System Safety** 91 407–412, 2006.

YOO, S., e HARMAN, M. “*Pareto Efficient Multi-Objective Test Case Selection*”. **Proceedings of the 2007 international symposium on Software testing and analysis**. ACM ISSTA'07, July 9–12, 2007, London, England, United Kingdom, 2007.

YUAN, J.; WANG, K.; YU, T. and FANG, M. *Reliable multi-objective optimization of high-speed WEDM process based on Gaussian process regression*, **International Journal of Machine Tools & Manufacture** 48 (2008), pp. 47-60, 2008.

ZANGENEH, A., JADID, S. e RAHIMI-KIAN, A. *Normal boundary intersection and benefit–cost ratio for distributed generation planning*. **European Transactions On Electrical Power Copyright # John Wiley & Sons, Ltd.**, 2008.

ZAVALA G. R.; Nebro, A.; LUNA F. e COELLO C. A. C. *A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization*. **Struct Multidisc Optim** 49:537–558, 2014.

ZHAO, D., WANG, Y., SHENG, S. *Multi-objective optimal design of small scale resistance spotwelding process with principal component analysis and responsesurface methodology*. **Journal of Intelligent Manufacturing**, 10845-013-0733-2, 2013.

## 8 PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA

### Artigos publicados em periódicos

Luiz Gustavo D. LOPES; José Henrique de Freitas GOMES; Anderson Paulo de PAIVA; Luiz Fernando BARCA; João Roberto FERREIRA e Pedro Paulo BALESTRASSI. *A multivariate surface roughness modeling and optimization under conditions of uncertainty. Measurement*- 46 (2013) 2555–2568

Measurement 46 (2013) 2555–2568



### A multivariate surface roughness modeling and optimization under conditions of uncertainty



Luiz Gustavo D. Lopes<sup>a,\*</sup>, José Henrique de Freitas Gomes<sup>a</sup>, Anderson Paulo de Paiva<sup>a</sup>, Luiz Fernando Barca<sup>b</sup>, João Roberto Ferreira<sup>a</sup>, Pedro Paulo Balestrassi<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Industrial Engineering Institute, Federal University of Itajubá, Itajubá, Brazil  
<sup>b</sup> Mechanical Engineering Institute, Federal University of Itajubá, Itajubá, Brazil

#### ARTICLE INFO

Article history:  
 Received 3 July 2012  
 Received in revised form 26 March 2013  
 Accepted 23 April 2013  
 Available online 3 May 2013

Keywords:  
 Weighted least square  
 Multivariate mean square error  
 Response surface methodology  
 Principal Component Analysis (PCA)  
 Factor analysis

#### ABSTRACT

Correlated responses can be written in terms of principal component scores, but the uncertainty in the original responses will be transferred and will influence the behavior of the regression function. This paper presents a model building strategy that consider the multivariate uncertainty as weighting matrix for the principal components. The main objective is to increase the value of  $R^2$  predicted to improve model's explanation and optimization results. A case study of AISI 52100 hardened steel turning with Wiper tools was performed in a Central Composite Design with three-factors (cutting speed, feed rate and depth of cut) for a set of five correlated metrics ( $R_a$ ,  $R_p$ ,  $R_c$ ,  $R_q$  and  $R_t$ ). Results indicate that different modeling methods conduct approximately to the same predicted responses, nevertheless the response surface to Weighted Principal Component – case b – (WPC1<sup>b</sup>) presented the highest predictability.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

#### 1. Introduction

The uncertainty's measurement is a problem that affects the result's accuracy. Pérez [1] affirms that the uncertainties' measurement can both affect the response variable ( $y$ ) and the predictor variables ( $x$ ). Ignoring these uncertainties makes inefficient the results obtained through any design of experiments.

Correlated response may be written in terms of principal component scores. The uncertainty contained in the original responses will contaminate the principal components through the transfer function. The presence of correlation greatly influences the model building tasks causing

its instability and provoking errors in the regression coefficients. In other words, the regression equations are not adequate to represent the objective functions without considering the variance–covariance (or correlation) structure [2,3]. The later aspect of the multi objective optimization is the influence of the correlation among the responses over the global solution. As pointed out by some researchers [4–6] the individual analyses of each response may lead to a conflicting optimum, since the factor levels that improve one response can, otherwise, degrade another.

Wang [7] confirms that median or high correlations existing among multiple responses significantly affect the product quality and these correlations must be considered when resolving the optimizing problem of multiple responses. Chiang and Hsieh [8] considered the correlation between quality characteristics and applied the principal component analysis to eliminate the multiple colinearity. McFarland and Mahadevan [9] affirmed that large correlation suggest that the parameters can be characterized using a reduced set of variables and the standard method for finding such a reduced set is PCA.

\* Corresponding author. Address: Institute of Production Engineering and Management, Federal University of Itajubá, Av. BPS, 1303, CEP 37500 903, Pinheirinho, Itajubá, MG, Brazil. Tel.: +55 35 36291150; fax: +55 35 36291148.

E-mail addresses: luizgustavo.lopes@yahoo.com.br (L.G.D. Lopes), ze\_henrique@yahoo.com.br (J.H.F. Gomes), andersonpaiva@unifei.edu.br (A.P. Paiva), barca@unifei.edu.br (L.F. Barca), jrofe@unifei.edu.br (J.R. Ferreira), pedro@unifei.edu.br (P.P. Balestrassi).

A.P. PAIVA, P.H. CAMPOS, J.R. FERREIRA, L.G.D. LOPES, E.J. Paiva, P.P. BALESTRASSI. *A multivariate robust parameter design approach for optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool. Int. Journal of Refractory Metals and Hard Materials - 30 (2012) 152–163.*



Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Int. Journal of Refractory Metals and Hard Materials

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/IJRMHM](http://www.elsevier.com/locate/IJRMHM)



## A multivariate robust parameter design approach for optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool

A.P. Paiva, P.H. Campos, J.R. Ferreira, L.G.D. Lopes, E.J. Paiva, P.P. Balestrassi<sup>\*</sup>

Industrial Engineering Institute, Federal University of Itajubá, Minas Gerais, Brazil

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 1 March 2011  
Accepted 3 August 2011

#### Keywords:

Hard turning  
Wiper ceramic tool  
Multivariate Robust Parameter Design (MRPD)  
Principal Component Analysis (PCA)

### ABSTRACT

This paper presents an experimental study of AISI 52100 hardened steel turned with wiper mixed ceramic ( $Al_2O_3 + TiC$ ) inserts coated with TiN, using Multivariate Robust Parameter Design (MRPD). The main characteristic of this new optimization approach consists of considering both controllable ( $x_i$ ) and noise ( $z_i$ ) variables of the hard turning process to find out the parameter levels which minimize the distance of each response ( $y_i$ ) from its respective targets ( $T_i$ ) while keeps each variance caused by the noise variables as low as possible. Using a crossed array, a response surface design formed by cutting speed ( $V_c$ ), feed rate ( $f$ ) and depth of cut ( $d$ ) is submitted to the influence of four scenarios built with an  $2^2$  full factorial design of two noise factors – workpiece hardness decreasing ( $Z_1$ ) and tool flank wear ( $Z_2$ ). This experimental arrangement allows the generating of mean, variance and mean square error (MSE) of five surface roughness parameters ( $R_a$ ,  $R_z$ ,  $R_y$ ,  $R_t$  and  $R_q$ ). As these responses are highly correlated, to extract and employ this information, Principal Component Analysis (PCA) was used. Adopting the Multivariate Mean Square Error (MMSE) as optimization criteria, a robust solution could be found. Theoretical and experimental results were convergent and confirmed. With  $V_c = 199.9$  m/min,  $f = 0.191$  mm/rev and  $d = 0.190$  mm, the five surface roughness parameters and respective variances were minimal, with better results than those obtained with individual optimization.

© 2011 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### 1. Introduction

Considerable attention has been given recently to the understanding of hardened steel machining [1–17]. The hard turning process shows several potential benefits over traditional grinding – mainly considering its efficiency in the reduction of processing time consumed in each operation – such as, production costs [6], setup time [3,4], coolant elimination and reduced energy consumption [2], improvement of material properties, and capacity to promote low values for surface finish while removing much more workpiece material in a single cut rather than a lengthy grinding operation [4]. These benefits, however, can only be achieved with adequate values for the process parameters as also the correct choice of tool material and geometry [4].

Related to the contribution of the tool geometry for the improvement of hard turning process, several works present the use of wiper inserts as a machining tool [2,4,5]. This kind of insert allows the utilization of a much higher feed rate on the turning process when compared with traditional tools, due to its three radii geometry [4], with two of them being disposed adjacent to the nose radius with little or no clearance angle. This characteristic improves the finishing by the greater burnishing of the machined surface. With this

modification in the tool nose geometry it is possible to double the feed rate, increasing the productivity and also keeping the surface roughness as low as possible. Gaitonde et al. [2], studying the effects of cutting parameters in a hard turning operation, confirmed that wiper mixed ceramic inserts presented better surface roughness and tool wear performance when compared with traditional turning operation of high chromium AISI D2 cold work tool steel. Also in the AISI D2 steels with 60 HRC, Özel et al. [4] indicate that the average surface roughness ( $R_a$ ) is attainable with wiper tools, with values around  $0.20 \mu\text{m}$ .

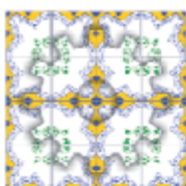
The potential benefits promoted by hard turning for surface quality and the increasing of productivity rate depend intrinsically on an optimal setup for the process parameters such as cutting speed ( $V_c$ ), feed rate ( $f$ ) and depth of cut ( $d$ ). These parameters are directly responsible for many of machining predictable properties like tool wear, tool life, surface finishing and amount of material removed [4]. In this sense, trying to achieve a better hard turning process comprehension, several works has been done recently [1–24]. Some works have studied the effect of cutting conditions ( $V_c$ ,  $f$ ,  $d$ ) [1–4,6,7], the influence of workpiece hardness [1], the tool geometry on surface roughness and cutting forces [1,4,10,11], the effects of cutting fluids [12–14], the wear and tribochemical mechanisms [8], the tool flank wear and its influence to the geometric error as the influence of solid lubricants [17], the surface integrity (surface roughness, residual stress and thermal damage layer) [18], the cooling effects [19] and the

<sup>\*</sup> Corresponding author. Tel.: +55 805 978 8385.

E-mail addresses: [pedro@unifci.edu.br](mailto:pedro@unifci.edu.br), [balestrassi@tennessee.edu](mailto:balestrassi@tennessee.edu) (P.P. Balestrassi).

## Artigos publicados em anais de congressos

GOMES, J. H. F.; CAMPOS, P. H. S.; LOPES, L. G. D.; COSTA, S. C.; PAIVA, A. P. Otimização robusta da diluição e da largura do cordão na soldagem com arame tubular para aplicações de revestimento do aço carbono ABNT 1020 com aço inoxidável ABNT 316L. VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, São Luís, Brasil, Julho de 2012.



CONEM 2012 «Engenharia em destaque»  
VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica  
São Luís - Maranhão - Brasil  
31 de julho a 03 de agosto  
www.abqm.org.br/conem2012

### OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DA DILUIÇÃO E DA LARGURA DO CORDÃO NA SOLDAGEM COM ARAME TUBULAR PARA APLICAÇÕES DE REVESTIMENTO DO AÇO CARBONO ABNT 1020 COM AÇO INOXIDÁVEL ABNT 316L

José Henrique de Freitas Gomes, [ze\\_henriquef@yahoo.com.br](mailto:ze_henriquef@yahoo.com.br)  
Paulo Henrique da Silva Campos, [paulohcampos@bol.com.br](mailto:paulohcampos@bol.com.br)  
Luiz Gustavo Dias Lopes, [luizgustavo.lopes@yahoo.com.br](mailto:luizgustavo.lopes@yahoo.com.br)  
Sebastião Carlos da Costa, [secosta@unifei.edu.br](mailto:secosta@unifei.edu.br)  
Anderson Paulo de Paiva, [andersonppaiva@unifei.edu.br](mailto:andersonppaiva@unifei.edu.br)

Instituto de Engenharia de Produção e Gestão, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Minas Gerais, Brasil

**Resumo:** Entre as diversas aplicações da soldagem, os revestimentos de aços carbono com aços inoxidáveis se caracterizam como uma alternativa viável para os ambientes industriais, na medida em que permitem a deposição de superfícies com propriedades anti-corrosivas a partir de materiais de baixo custo. Entretanto, a obtenção de cordões com a qualidade desejada envolve o controle de múltiplas características, as quais, muitas vezes, necessitam ser otimizadas. Nesse contexto, a diluição e a largura do cordão exercem papéis importantes, já que a otimização da diluição garante as propriedades finais dos revestimentos e uma largura ótima permite o recobrimento de maiores superfícies com um menor número de passes. Além disso, é desejável que essas características atinjam seus valores ótimos apresentando mínima variabilidade, caracterizando assim um processo robusto. Portanto, o objetivo deste trabalho é a otimização das médias e variâncias para a diluição e a largura do cordão dos revestimentos de aço inoxidável ABNT 316L depositados sobre chapas de aço carbono ABNT 1020 através da soldagem com arame tubular. Quanto à modelagem das funções objetivo, as equações de médias podem ser determinadas a partir de dados experimentais, o que é uma tarefa difícil para as funções de variâncias, cuja modelagem apresenta problemas. Dessa forma, a estratégia empregada baseou-se na modelagem e otimização do erro quadrático médio, calculados individualmente sobre os resultados dos experimentos planejados segundo um arranjo CCD. Desenvolvidos os modelos de superfície de resposta para os erros quadráticos médios da diluição e largura do cordão, estes foram programados matematicamente através do Método do Critério Global e então utilizados através do emprego do Algoritmo Genético. Os resultados mostraram uma diluição e uma largura ótima próximas aos alvos especificados e apresentando uma variabilidade inferior aos valores observados nos melhores experimentos para cada característica. Sendo assim, tais resultados foram julgados satisfatórios.

**Palavras-chave:** Otimização robusta, Soldagem de revestimento, Erro Quadrático Médio, Metodologia de Superfície de Resposta, Método do Critério Global.

#### 1. INTRODUÇÃO

A soldagem de revestimento de aços carbono com aços inoxidáveis é definida como a deposição de uma camada de aço inoxidável sobre superfícies de aço carbono ou aços de baixa liga, visando à produção de um revestimento com propriedades anti-corrosivas e resistência necessária para suportar ambientes sujeitos ao alto desgaste por corrosão (Murugan e Parmar, 1997; Phillips, 1965). Dessa forma, considerando que tais superfícies podem ser produzidas a partir de materiais comuns e de menor custo, a soldagem de revestimento de aços carbono com aços inoxidáveis tem se mostrado como uma alternativa viável aos mais diversos ambientes industriais, o que justifica o crescente interesse pelo processo nos últimos anos (Palani e Murugan, 2007). Casos de aplicações incluem as indústrias petrolíferas, químicas, alimentícias, agrícolas, nucleares, navais, ferroviária e de construção civil, conforme destacado por Palani e Murugan (2006) e Murugan e Parmar (1994).

Entretanto, a obtenção de fatores econômicos significativos requer que o cordão de solda seja depositado com o perfil geométrico desejado e este, por sua vez, demanda o controle e a otimização de diferentes características. Como pode ser observado na Fig. 1, o perfil geométrico de um cordão de solda é definido por algumas dimensões. Sendo assim, para as aplicações de revestimento de aços carbono com aços inoxidáveis, torna-se interessante que o processo



Jose Henrique de Freitas Gomes, Anderson Paulo de Paiva, Sebastião Carlos da Costa, Rogério Santana Peruchi e Luiz Gustavo Dias Lopes. Identificação de pesos ótimos para otimização de Processos Multiobjetivo: Uma Aplicação na Soldagem de Revestimento de Chapas de aço carbono Com aço inoxidável. VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, São Luís, Brasil, Julho de 2012.



XXXIV ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
Engenharia de Produção, Infraestrutura e Desenvolvimento Sustentável: a Agenda Brasil+10  
Curitiba, PR, Brasil, 07 a 10 de outubro de 2014.

## IDENTIFICAÇÃO DE PESOS ÓTIMOS PARA OTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS MULTI-OBJETIVO: UMA APLICAÇÃO NA SOLDAGEM DE REVESTIMENTO DE CHAPAS DE AÇO CARBONO COM AÇO INOXIDÁVEL

**Jose Henrique de Freitas Gomes (UNIFEI)**

ze\_henriquefg@yahoo.com.br

**Anderson Paulo de Paiva (UNIFEI)**

andersonpaiva@yahoo.com.br

**Sebastiao Carlos da Costa (UNIFEI)**

sccosta@unifei.edu.br

**Rogério Santana Peruchi (UNIFEI)**

rogeriooperuchi@unifei.edu.br

**Luiz Gustavo Dias Lopes (UNIFEI)**

luizgustavo.lopes@yahoo.com.br

*A otimização de processos com múltiplos objetivos envolve um conjunto de procedimentos, geralmente empregados para a modelagem, formulação e solução do problema de otimização. Se as múltiplas características a serem otimizadas apresentam diferentes graus de importância, pesos podem ser atribuídos, de forma que o ponto de ótimo priorize os objetivos mais importantes. Nesse contexto, verifica-se que poucos estudos têm feito uso de métodos sistemáticos para a alocação dos pesos, os quais, muitas vezes, são atribuídos utilizando a experiência do tomador de decisão como principal critério. Sendo assim, o objetivo deste artigo é apresentar um método desenvolvido para a identificação de pesos ótimos na otimização de processos multi-objetivo. Tal estratégia baseia-se na execução de experimentos de misturas sobre a formulação do problema de otimização, nos quais os pesos são tratados como variáveis de entrada. Os pesos ótimos são calculados a partir da modelagem e minimização de uma função erro, que leva em consideração a diferença das respostas ótimas em relação aos seus alvos. Como aplicação prática, o procedimento para a identificação dos pesos ótimos foi empregado na otimização da soldagem com arame tubular em uma operação de revestimento de chapas de aço carbono com aço inoxidável. O processo de soldagem foi ajustado por quatro variáveis de entrada e três respostas foram otimizadas. Para a formulação do problema multi-objetivo, a Metodologia de Superfície de Resposta foi utilizada na modelagem das funções objetivo e estas foram matematicamente programadas por meio do Método do Critério Global. O algoritmo GRG foi utilizado como algoritmo de otimização. Dessa forma, o*

Rogério Santana Peruchi; Anderson Paulo de Paiva; Pedro Paulo Balestrassi; Michele de Santana Carmelossi e Luiz Gustavo Dias Lopes. Uma Abordagem Ponderada em Análise Multivariada de Variância para Estimar um Índice de Avaliação do Sistema de Medição – Congresso Latino-Iberoamericano de Investigação Operativa – Setembro de 2012 – Rio de Janeiro – Brasil.



September 24-28, 2012  
Rio de Janeiro, Brazil

### UMA ABORDAGEM PONDERADA EM ANÁLISE MULTIVARIADA DE VARIÂNCIA PARA ESTIMAR UM ÍNDICE DE AVALIAÇÃO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO

**Rogério Santana Peruchi**  
**Anderson Paulo de Paiva**  
**Pedro Paulo Balestrassi**  
**Michele de Santana Carmelossi**  
**Luiz Gustavo Dias Lopes**

Instituto de Engenharia de Produção e Gestão, Universidade Federal de Itajubá  
Av. BPS, 1303 Bairro Pinheirinho – Itajubá, MG – CEP: 37500-903  
[rogeriooperuchi@unifei.edu.br](mailto:rogeriooperuchi@unifei.edu.br), [andersonppaiva@unifei.edu.br](mailto:andersonppaiva@unifei.edu.br), [pedro@unifei.edu.br](mailto:pedro@unifei.edu.br),  
[m.i.c.h.e.l.e@hotmail.com](mailto:m.i.c.h.e.l.e@hotmail.com), [luizgustavo.lopes@yahoo.com](mailto:luizgustavo.lopes@yahoo.com)

#### RESUMO

Este artigo explora a análise do sistema de medição com características correlacionadas através de estudos de repetitividade e reprodutibilidade. A principal contribuição desta pesquisa é a proposta de um método para avaliar sistemas de medição considerando uma abordagem de análise multivariada ponderada de variância (weighted multivariate analysis of variance - WMANOVA). Para provar a eficiência deste método, serão gerados dados com distintas estruturas de correlação entre as características da qualidade, assim como para sistemas de medição inaceitável, marginal e aceitável. O método proposto é comparado com métodos univariados e multivariados. Foi observado que, comparado aos outros métodos, WMANOVA foi mais robusto em estimar o índice de avaliação de sistemas de medição multivariado.

**PALAVRAS-CHAVE.** Análise do sistema de medição, repetitividade e reprodutibilidade, análise de componentes principais.

EST - Estatística  
SIM - Simulação

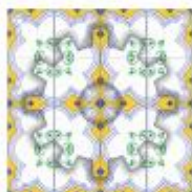
#### ABSTRACT

This article explores the analysis of measurement system with correlated characteristics through the study of repeatability and reproducibility. The main contribution of this research is to propose a method for evaluating measurement system by considering an approach of weighted multivariate analysis of variance (WMANOVA). To prove its efficiency, we generate simulated data with different correlation structures for measurement systems that are acceptable, marginal, and unacceptable. The proposed method is compared with classical univariate and multivariate methods. It was observed that, compared to the other methods, the WMANOVA was more robust in estimating the assessment indices of a multivariate measurement system.

**KEYWORDS.** Measurement system analysis, repeatability and reproducibility, principal component analysis.

EST – Statistics  
SIM - Simulation

Rogério Santana Peruchi; Pedro Paulo Balestrassi; Paulo Henrique da Silva Campos e Luiz Gustavo Dias Lopes. Um estudo GR&R multivariado aplicado no torneamento do aço ABNT 12L14. CONEM 2012 - VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, São Luís, Brasil.



CONEM 2012 «Engenharia em destaque»  
VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica  
São Luís - Maranhão - Brasil  
31 de julho a 03 de agosto  
www.abcm.org.br/conem2012

## UM ESTUDO GR&R MULTIVARIADO APLICADO NO TORNEAMENTO DO AÇO ABNT 12L14

Rogério Santana Peruchi, rogeriooperuchi@unifei.edu.br  
Pedro Paulo Balestrassi, pedro@unifei.edu.br  
Paulo Henrique da Silva Campos, paulohcampos@hotmail.com  
Luiz Gustavo Dias Lopes, luizgustavo.lopes@yahoo.com.br

Universidade Federal de Itajubá, Instituto de Engenharia de Produção e Gestão – UNIFEI/IEPG,  
Av. BPS, 1303 Bairro Pinheirinho – Itajubá, MG – CEP: 37500-903

**Resumo:** Este artigo explora a análise do sistema de medição (MSA) de características correlacionadas através do estudo de repetitividade e reprodutibilidade (GR&R). Quando as correlações entre as características não são significativas, o uso de métodos univariados pode ser satisfatório. Por outro lado, quando as correlações são significativas e estas grandezas são mensuradas pelo mesmo dispositivo de medição, caracteriza-se a necessidade de usar uma abordagem multivariada para avaliação do sistema de medição. Os principais métodos multivariados para GR&R encontrados na literatura utilizam análise multivariada de variância (MANOVA) ou análise de componentes principais (PCA). Este artigo apresenta uma abordagem de avaliação do sistema de medição, baseada em PCA, que utiliza ponderação dos escores das componentes principais por seus respectivos autovalores, denominado método dos Componentes Principais Ponderados (CPP). Estes métodos foram aplicados na avaliação das medições dos parâmetros de rugosidade obtidos do processo de torneamento do aço ABNT 12L14 usinado com ferramentas de metal duro. No estudo GR&R multivariado foram considerados: 12 peças, 3 operadores, 4 réplicas e 5 respostas ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  e  $R_5$ ) com estrutura de correlação que determina 86,2% de explicação para a primeira componente principal. As estimativas dos índices de avaliação do sistema de medição foram comparadas para os métodos multivariados. O critério utilizado para definir se um índice foi estimado corretamente foi baseado no intervalo de confiança da média obtido através dos índices estimados pelo método univariado (ANOVA). A análise dos resultados mostrou que o método CPP foi mais robusto que o MANOVA, pois foi capaz de estimar índices de avaliação do sistema de medição dentro do intervalo de confiança.

**Palavras-chave:** análise de sistema de medição (MSA), repetitividade e reprodutibilidade (R&R), análise de componentes principais (PCA), rugosidade.

### 1. INTRODUÇÃO

Os esforços em projetos de melhoria da qualidade são frequentemente direcionados para a produção com zero defeito através da redução da variabilidade. Se um produto é classificado como não conforme, geralmente, entende-se que a variabilidade é atribuída ao processo, logo ações de melhoria são implementadas para melhorar a capacidade do processo. Infelizmente, pode ser que os esforços não necessariamente resultem em capacidade do processo melhorada, pois é possível que o processo já seja capaz o bastante, no entanto, o erro de medição é ainda inaceitável quando comparado à variabilidade do processo. Portanto, é importante investigar tanto a variabilidade de um processo de medição quanto à variabilidade do processo de manufatura antes de tomar ações para melhorias futuras (Al-Refaie e Bata, 2010). Em manufatura, por exemplo, um sistema de medição nem sempre produz a dimensão exata de uma peça, mas ela fornece medições que são desviadas do valor verdadeiro por algum erro. Em qualquer atividade envolvendo medições, uma parte da variabilidade observada será devido ao próprio produto/processo,  $\sigma_p^2$ , enquanto que o restante será devido ao erro de medição ou variabilidade do sistema de medição,  $\sigma_m^2$  (Costa *et al.*, 2005; Li e Al-refaie, 2008; Majeske, 2008; Senol, 2004; Wang e Chien, 2010; Wang e Yang, 2007; Woodall e Borror, 2008).

O estudo usado para medir as componentes de variação de uma análise do sistema de medição (MSA) é chamado de estudo de Repetitividade e Reprodutibilidade do Instrumento de Medição (*Gage Repeatability and Reproducibility* = GR&R), o qual pretende determinar se a variabilidade do sistema de medição é relativamente menor que a variabilidade do processo monitorado. Repetitividade é a variação nas medições obtidas com um instrumento de medição quando usado diversas vezes por um avaliador que mede a mesma característica em uma mesma peça. Reprodutibilidade é tipicamente definida como a variação na média das medições feitas por diferentes avaliadores usando o mesmo