# AIAS 2010 - 111

## GIUNTI ADESIVI DI GFRP: UN APPROCCIO ALLA MICROSCALA

F. Ascione<sup>a</sup>, G. Mancusi<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Università degli Studi di Roma "Tor Vergata", Dipartimento di Ingegneria Civile, via del Politecnico 1– 00100 Roma, e-mail: ascione@ing.uniroma2.it <sup>b</sup> Università degli Studi di Salerno, Dipartimento di Ingegneria Civile, via Ponte don Melillo – 84084 Fisciano (SA), e-mail: g.mancusi@unisa.it

## Sommario

Il comportamento meccanico di giunti incollati tra aderendi di FRP può essere influenzato dal cosiddetto "effetto-scala" in considerazione degli spessori generalmente sottili degli adesivi. La rigidezza esibita dal collegamento può risultare, in sostanza, più elevata di quella prevedibile sulle base di una analisi indifferente rispetto a tale parametro. L'effetto scala diviene rilevante a misura che lo spessore dell'interfaccia adesiva assume valori prossimi alla lunghezza caratteristica (micro scale length) della resina ( $20 \mu m$ ) di cui essa è generalmente composta. Ne consegue un evidente interesse ad approfondire l'influenza del suddetto parametro di scala sul comportamento meccanico di giunti adesivi. A tal riguardo, alcuni risultati numerici conseguiti in precedenza dagli autori in ambito lineare sono, nel presente lavoro, ottenuti nel caso più generale di comportamento non lineare dell'interfaccia.

#### Abstract

Parole chiave: giunti adesivi, FRP, couple stress theory

## **1. INTRODUZIONE**

L'influenza dell'effetto-scala sul comportamento dei metalli e dei materiali polimeri è ben nota in letteratura [1-10]. Tale effetto, consistente generalmente in un incremento della rigidezza locale del materiale, non può essere colto con l'ausilio di approcci meccanici tradizionali [11]. In letteratura è ben evidenziata la necessità di ricorrere a teorie non locali di ordine superiore, in grado di incorporare parametri atti a rappresentare la microstruttura del materiale.

Sia la classica teoria polare elaborata da Koiter che altre teorie elastiche di ordine superiore includono generalmente ben due costanti elastiche addizionali, correlate alla parte simmetrica ed antisimmetrica del tensore delle curvature. La loro determinazione sperimentale può essere conseguita solamente a patto di eseguire test combinati di flessione e torsione su campioni opportunamente sottili (films, microtubi, etc.). Proprio al fine di superare tali difficoltà sono stati recentemente pubblicati alcuni lavori che propongono formulazioni semplificate, caratterizzate dalla proprietà di simmetria del tensore delle coppie di tensione. Sotto tale ipotesi l'energia di deformazione risulta indipendente dalla parte antisimmetrica del tensore di curvatura e, in definitiva, il comportamento meccanico è influenzato da una sola lunghezza caratteristica.

Adottando tali semplificazioni, modelli meccanici monodimensionali introdotti di recente hanno consentito di investigare il comportamento sia in assenza che in presenza di deformazioni taglianti [12,13]. I risultati conseguiti, riferiti a comuni schemi di trave, evidenziano un effetto irrigidente rilevante non appena le dimensioni geometriche rappresentative della sezione retta sono confrontabili con la lunghezza caratteristica del materiale.

In particolare, Park e Gao, generalizzando il modello di trave di Eulero-Bernoulli, pervengono ad una soluzione in forma chiusa [12] nella quale alla rigidezza flessionale complessiva concorre un termine addizionale direttamente proporzionale al quadrato della lunghezza di microscala. Ne consegue la rapida crescita dell'effetto irrigidente con il diminuire delle dimensioni della sezione retta. I risultati ottenuti dai suddetti autori - oggetto peraltro di confronto con alcuni dati sperimentali- hanno evidenziato incrementi di rigidezza fino a cinque volte.

Ma, Gao e Reddy hanno inoltre proposto una generalizzazione del modello precedente incorporando la deformabilità tagliante nonché l'effetto del modulo di Poisson [13]. Le soluzioni presentate, relative allo studio dei problemi di flessione e taglio e di vibrazione libera, sono ottenute per il tramite di sviluppi in serie di Fourier. Si evidenzia anche in tal caso un rilevante aumento della rigidezza, sebbene mitigato dalla capacità di espansione laterale del materiale.

Facendo esplicito riferimento ai sopra citati studi, gli autori del presente lavoro hanno recentemente proposto di analizzare l'effetto irrigidente derivante dalla sottigliezza degli spessori di adesivo sul comportamento meccanico di giunzioni incollate a doppia sovrapposizione FRP / FRP [14,15]. L'analisi, di tipo numerico con modellazioni discrete agli elementi finiti, è stata condotta in un ambito bidimensionale introducendo da un lato l'ipotesi di tensioni piane per ciascuno degli aderendi e, dall'altro, l'ipotesi di deformazioni piane per gli strati di adesivo. Nel caso degli strati di adesivo, in virtù della loro sottigliezza, la modellazione proposta ha tenuto conto della influenza della lunghezza caratteristica di microscala. I risultati finora ottenuti, limitati alla fase lineare della risposta dell'interfaccia, hanno evidenziato incrementi significativi della resistenza del giunto rispetto alle previsioni che ignorano l'effetto scala, dipendenti ovviamente dal rapporto tra le dimensioni significative macroscopica e microscopica del problema.

Con il presente lavoro, gli autori estendono lo studio precedentemente introdotto analizzando l'influenza del parametro di microscala sulla risposta coesiva non lineare (*softening*) dell'interfaccia.

#### 2. IPOTESI MECCANICHE

Coerentemente con l'impostazione presentata in [10], le condizioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione di un corpo continuo polare assumono la forma seguente:

$$\int_{V} \rho \mathbf{b} dv + \int_{\partial V} \mathbf{t}_n ds = \mathbf{0}, \tag{1.a}$$

$$\int_{V} \left[ (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{o}) \wedge \rho \mathbf{b} + \rho \mathbf{m} \right] d\mathbf{v} + \int_{\partial V} \left[ (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{o}) \wedge \mathbf{t}_{n} + \boldsymbol{\mu}_{n} \right] d\mathbf{s} = \mathbf{0},$$
(1.b)

dove V indica il volume del corpo,  $\partial V$  la sua frontiera, il simbolo **n** la normale uscente dalla frontiera, **b** ed **m** denotano, rispettivamente, le forze e le coppie esterne per unità di massa,  $\rho$  la densità di massa, **x** - **x**<sub>0</sub> la posizione di un generico punto riferita ad un polo arbitrario O.

Infine,  $\mathbf{t}_n \in \boldsymbol{\mu}_n$  denotano, rispettivamente, le tensioni e le coppie di tensione (per unità di superficie) affioranti sulla frontiera del corpo. Si pone:

$$\mathbf{t} = \mathbf{T}\mathbf{n}, \quad \boldsymbol{\mu} = \mathbf{M}\mathbf{n}, \tag{2.a-b}$$

dove  $\mathbf{T}$  indica il tensore delle tensioni ed  $\mathbf{M}$  il tensore delle coppie di tensione. Attraverso facili passaggi, è agevole pervenire alla seguente rappresentazione delle equazioni indefinite di equilibrio:

$$Div \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} = \mathbf{0} \qquad \text{in V}, \tag{3.a}$$

 $\operatorname{Div} \mathbf{M} + \rho \mathbf{m} + 2\mathbf{w}_{\mathrm{T}} = \mathbf{0} \qquad \text{in V}, \tag{3.b}$ 

con:

$$\mathbf{w}_{\mathrm{T}} = -\frac{1}{2} \mathbf{e}_{\mathrm{ijk}} \mathbf{T}_{\mathrm{jk}} \hat{\mathbf{e}}_{\mathrm{i}}, \tag{4}$$

essendo  $\hat{\mathbf{e}}_i$  i versori della base adoperata (i=1, 2, 3).

Alle (1.a-b) va aggiunta la seguente condizione, specifica della teoria semplificata presentata in [10]:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^T.$$

Nella scrittura variazionale delle equazioni di equilibrio si assume che l'energia di deformazione, w, sia funzione del gradiente del campo di spostamento,  $\nabla \mathbf{u}$ , e di quello del campo di rotazione,  $\nabla \theta$ :

$$\int_{V} \delta w \left( \nabla \mathbf{u}, \nabla \boldsymbol{\theta} \right) dv = \int_{V} \left( \rho \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{m} \cdot \delta \boldsymbol{\theta} \right) dv + \int_{\partial V} \left( \mathbf{t}_{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{u} + \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{n}} \cdot \delta \boldsymbol{\theta} \right) ds .$$
(6)

In ciò che precede si è fatto uso delle seguenti posizioni [14]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[ \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^{\mathrm{T}} \right], \quad \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \left[ \nabla \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^{\mathrm{T}} \right], \quad \boldsymbol{\theta} = -\frac{1}{2} \ \mathbf{e}_{ijk} \boldsymbol{\omega}_{jk} \hat{\mathbf{e}}_{i}, \tag{7.a-c}$$

$$\chi = \frac{1}{2} \left[ \nabla \boldsymbol{\theta} + (\nabla \boldsymbol{\theta})^{\mathrm{T}} \right], \quad \gamma = \frac{1}{2} \left[ \nabla \boldsymbol{\theta} - (\nabla \boldsymbol{\theta})^{\mathrm{T}} \right], \tag{7.d-e}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{T} + \mathbf{T}^{\mathrm{T}} \right), \quad \boldsymbol{\tau} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{T} - \mathbf{T}^{\mathrm{T}} \right), \tag{7.f-g}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{a} \mathbf{I} + \overline{\mathbf{m}}, \qquad \mathbf{a} = \frac{1}{3} tr(\mathbf{M}), \qquad \overline{\mathbf{m}} = \mathbf{M} - \mathbf{a} \mathbf{I}, \quad tr(\overline{\mathbf{m}}) = 0.$$
(7.h-k)

Nel successivo paragrafo questo modello di corpo continuo sarà specificamente particolarizzato al caso dei problemi piani nelle deformazioni, allo scopo di investigare l'influenza dei parametri della microstruttura del materiale sul comportamento macroscopico delle interfacce adesive che collegano aderendi di FRP.

## 3. MODELLAZIONE DEL PROBLEMA

Lo studio del comportamento meccanico di giunti incollati di FRP è stato sviluppato dagli autori della presente memoria considerando sia gli aderendi che gli adesivi come continui bidimensionali. In particolare, per gli adesivi, per i quali lo spessore è supposto molto più piccolo della profondità (Fig.1) si è assunta l'ipotesi di stato piano di deformazione; per gli aderendi, invece, è stata assunta l'ipotesi di stato piano di tensione. Una rappresentazione schematica della geometria del problema è presentata in Figura 1.

Con riferimento alla Figura 1, le uniche componenti di spostamento diverse da zero, rispettivamente lungo l'asse x e lungo l'asse y, sono indicate nel prosieguo con i simboli u e v.



Figura 1: Schema di giunto adesivo

In virtù delle ipotesi sopra introdotte, attraverso facili passaggi è possibile ricavare le espressioni di seguito riportate:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0\\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\bar{m}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_{xz}\\ 0 & 0 & m_{yz}\\ m_{xz} & m_{yz} & 0 \end{bmatrix}, \qquad (8.a-b)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 0\\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)\\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)\\ -\frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) & 0 \end{bmatrix}, \qquad (8.c-d)$$

dove con il simbolo  $\sigma$  si è indicata la parte simmetrica del tensore delle tensioni **T**, con  $\overline{\mathbf{m}}$  la parte deviatorica del tensore delle coppie di tensione **M**, con  $\varepsilon$  il tensore di deformazione infinitesima e con  $\chi$  la parte simmetrica del tensore delle curvature.

Nello studio effettuato dagli autori si è supposto che gli aderendi, costituiti di FRP, esibiscano un comportamento elastico lineare ortotropo (trasversalmente isotropo) non dipendente dalla microstruttura:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E_{xx}} \sigma_{xx} - \frac{\nu_{xy}}{E_{xx}} \sigma_{yy}, \qquad \varepsilon_{yy} = -\frac{\nu_{xy}}{E_{xx}} \sigma_{xx} + \frac{1}{E_{yy}} \sigma_{yy}, \qquad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2G_{xy}} \sigma_{xy}.$$
(9.a-c)

Nel formulare il legame costitutivo dell'adesivo, di tipo isotropo, si è tenuto conto, invece, anche dell'influenza del parametro di microscala *l*. Alle equazioni costitutive (9.a-c) vanno pertanto aggiunte le ulteriori due:

$$m_{xz} = 2l^2 G_{xy} \chi_{xz}, \qquad m_{yz} = 2l^2 G_{xy} \chi_{yz}.$$
 (9.d-e)

Nel caso dell'adesivo occorre però evidenziare un ulteriore aspetto inerente i valori da attribuire ai moduli elastici che figurano nelle (9.a-e). Essi, infatti, devono essere stabiliti attraverso una semplice procedura [14] che associa un preciso valore ai moduli elastici in funzione della specifica legge coesiva considerata [16-19]. Le componenti di deformazione  $\varepsilon_{xx}$  ed  $\varepsilon_{xy}$  possono infatti essere espresse in funzione degli spostamenti relativi di interfaccia,  $\delta_n e \delta_s$ , come di seguito:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\delta_n}{h_a}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\delta_s}{h_a}.$$
 (10.a-b)

Nelle equazioni (10.a-b) il simbolo  $h_a$  indica lo spessore dello strato di adesivo, mentre i simboli  $\delta_n e \delta_s$  rappresentano, rispettivamente, gli spostamenti normali e tangenziali dell'interfaccia. All'interno dell'adesivo si assume, inoltre, nulla la componente di tensione  $\sigma_{vv}$ :

$$\sigma_{yy} = 0. \tag{11}$$

Da tale ipotesi discende che le tensioni di interfaccia normale  $t_n$ , e tangenziale,  $t_s$ , sono esprimibili in funzione delle componenti di deformazione  $\varepsilon_{xx}$  e  $\varepsilon_{xy}$  attraverso le seguenti espressioni:

$$t_{n} = \sigma_{xx} = E_{xx}\varepsilon_{xx} = \left(\frac{E_{xx}}{h_{a}}\right)\delta_{n}, \quad t_{s} = \sigma_{xy} = 2G_{xy}\varepsilon_{xy} = \left(\frac{G_{xy}}{h_{a}}\right)\delta_{s}.$$
(12.a-b)

I termini in parentesi nelle equazioni (12.a-b) rappresentano il valore corrente della rigidezza secante delle leggi coesive di interfaccia per modo I e modo II (Figg. 2.a-b).



È interessante notare che i moduli  $E_{xx}$  e  $G_{xy}$  sono funzione del valore corrente della rigidezza secante dell'interfaccia. Il modulo  $l^2G_{xy}$  è invece stato assunto indipendente dal valore corrente delle tensioni interfacciali.

In accordo con il criterio di Hutchinson and Suo [16], il completo distacco tra gli aderendi è convenzionalmente associato al raggiungimento della seguente condizione:

$$\frac{G_{I}}{\Phi_{I}} + \frac{G_{II}}{\Phi_{II}} = 1,$$
(13)

dove

$$\mathbf{G}_{\mathrm{I}} = \int_{0}^{\overline{\delta}_{\mathrm{n}}} \mathbf{t}_{\mathrm{n}} \mathrm{d}\delta_{\mathrm{n}}, \qquad \Phi_{\mathrm{I}} = \int_{0}^{\delta_{\mathrm{nu}}} \mathbf{t}_{\mathrm{n}} \mathrm{d}\delta_{\mathrm{n}}, \qquad \mathbf{G}_{\mathrm{II}} = \int_{0}^{\overline{\delta}_{\mathrm{s}}} \mathbf{t}_{\mathrm{s}} \mathrm{d}\delta_{\mathrm{s}}, \qquad \Phi_{\mathrm{II}} = \int_{0}^{\delta_{\mathrm{su}}} \mathbf{t}_{\mathrm{s}} \mathrm{d}\delta_{\mathrm{s}}. \tag{14.a-d}$$

I simboli  $\overline{\delta}_n \in \overline{\delta}_s$  rappresentano i valori correnti degli spostamenti di interfaccia  $\delta_n \in \delta_s$ , mentre i simboli  $\delta_{nu} \in \delta_{su}$  denotano i corrispondenti valori ultimi.

#### 4. RISULTATI NUMERICI

Il problema meccanico formulato nel precedente paragrafo è stato approssimato attraverso un modello numerico agli elementi finiti presentato dagli autori in [14].

In questo paragrafo sono presentati i risultati dell'analisi numerica di un caso esemplificativo di un giunto a doppia sovrapposizione bilanciato (Fig. 3) deputato alla trasmissione di sforzo assiale.



Figura 3: Giunto a doppia sovrapposizione bilanciato

Attesa la notevole sottigliezza dello strato di adesivo, il cui spessore è ipotizzato in questo studio sostanzialmente coincidente con il parametro di microscala *l*, è sembrato interessante investigare circa l'effetto che tale parametro ha sul comportamento del giunto fino a collasso.

Le proprietà geometriche e meccaniche degli aderendi sono riassunte in Tabella 1, con riferimento ai simboli già introdotti nella Figura 3.

	Propr	Moduli						
	Spessore	larghezza	Lughezza	E <sub>xx</sub>	E <sub>yy</sub>	G <sub>xy</sub>	$\nu_{xy}$	l
		[MPa]			[-]	[µm]		
Aderendi esterni	$h_{e} = 0.25$	$b_{e} = 20.0$	$L_{e} = 90.0$	7450	93700	3970	0.26	0
Aderendo interno	$h_i = 0.50$	$b_i = 20.0$	L <sub>i</sub> = 90.0	7450	93700	3970	0.26	0
Adesivo	$h_a = 0.02$	$b_a = 20.0$	$L_a = 80.0$	2500	2500	962	0.30	20

Tabella 1: Proprietà geometriche e meccaniche degli aderendi e dell'adesivo

I parametri delle leggi coesive sono stati assunti come riportato in Tabella 2:

Tabella 2: Parametri meccanici delle leggi coesive						
$\delta_{nu}$	$0.368 \cdot 10^{-1}$	mm		$\delta_{nu}$	$0.343 \cdot 10^{-1}$	mm
t <sub>nu</sub>	14.13	N/mm <sup>2</sup>		t <sub>su</sub>	28.28	N/mm <sup>2</sup>

I dettagli della discretizzazione sono presentati nella Tabella 3, dove i simboli  $n_x e n_y$  indicano il numero di divisioni della mesh adottate lungo l'asse x e l'asse y rispettivamente, mentre i simboli  $L_x$  e  $L_y$  denotano le dimensioni degli elementi finiti piani.

Tabella 3: Dettagli geometrici della mesh (misure in mm)

	00		/
		Zona di incollaggio	
	$0 \text{ mm} \le y \le 10 \text{ mm}$	10 mm < y ≤ 90 mm	90 mm < y ≤ 100 mm
Aderendi esterni	$n_x = 2 (L_x = 0.125)$	$n_x = 2 (L_x = 0.125)$	
	$n_y = 100 (L_y = 0.10)$	$n_y = 800 (L_y = 0.10)$	-
Aderendo interno		$n_x = 4 (L_x = 0.125)$	$n_x = 4 (L_x = 0.125)$
	-	$n_y = 800 (L_y = 0.10)$	$n_y = 100 (L_y = 0.10)$
Adesivo		$n_x = 2 (L_x = 0.01)$	
	-	$n_y = 800 (L_y = 0.10)$	-

Si è assunta quale origine dell'asse y (asse longitudinale) l'estremità di sinistra degli aderendi esterni.

A scopo esemplificativo nelle Figg. 4.a-b sono presentati i diagrammi delle interazioni normali e tangenziali mobilitate all'estremità di sinistra del giunto al variare del carico di trazione T applicato all'aderendo interno (Fig. 3). In particolare, sono stati presi in considerazione i seguenti valori del carico di trazione T: 50%, 70%, 90%, 100% del valore di collasso determinato in assenza dell'effetto scala: T=5000N (caso 7 nella successiva Tabella 4). I diagrammi sono stati ottenuti a partire dai risultati delle simulazioni effettuate tenendo conto dell'effetto scala. Giova fin da ora sottolineare che le differenze sono assai modeste con i risultati relativi alle simulazioni effettuate senza tener conto di un simile effetto. Si evidenzia la progressiva estensione della zona dei processi di degrado in Modo II a misura che si intensifica il carico esterno T applicato al giunto. Si osserva inoltre che i fenomeni di concentrazione delle interazioni normali (modo I), per valori del carico T prossimi al valore di collasso, si localizzano all'inizio della zona di innesco dei processi di degrado in Modo II.



Figura 4.b: Interazioni tangenziali

Nella Fig. 5 viene inoltre presentato il diagramma delle componente tensione  $m_{yz}$  attinta nello strato di adesivo.



Figura 5: Componente  $m_{yz}$  del tensore delle coppie di tensione (l=20 µm)

 $\dot{E}$  agevole constatare che la componente  $m_{yz}$  del tensore delle coppie di tensione acquista importanza solo in presenza dei processi di degrado in modo II.

In Tabella 4 sono presentati valori numerici che l'espressione a primo membro della eqn. 13 - valutata per la sezione all'estremità di sinistra del giunto adesivo di Fig. 3- assume a seconda del tipo di analisi effettuata (con o senza portare in conto il parametro di microscala) in funzione della entità del carico di trazione affidato al giunto. Come è possibile osservare, l'influenza del lunghezza di microscala è assai modesta per bassi valori del carico esterno; per valori più elevati le variazioni in termini di densità di energia immagazzinata nell'interfaccia assumono maggiore importanza ma restano comunque di lieve entità. Si osserva una differenza massima in termini di percentuali dell'ordine del 2,2% nel confronto tra i risultati ottenuti in condizioni prossime al collasso (casi 7 e 8).

caso			$\frac{G_{I}}{\Phi_{I}}$	$\frac{G_{II}}{\Phi_{II}}$	$\frac{G_{\mathrm{I}}}{\Phi_{\mathrm{I}}} + \frac{G_{\mathrm{II}}}{\Phi_{\mathrm{II}}}$
1	T=2500 N	<i>l</i> =0µm	0.00063	0.20595	0.20658
2		<i>l</i> =20µm	0.00063	0.20574	0.20638
3	— T=3500 N	<i>l</i> =0µm	0.00035	0.46827	0.46863
4		<i>l</i> =20µm	0.00040	0.45892	0.45933
5	T=4500 N	<i>l</i> =0µm	0.00007	0.81313	0.81319
6		<i>l</i> =20µm	0.00007	0.78760	0.78767
7	— T=5000 N	<i>l</i> =0µm	0.00001	0.99190	0.99191
8		<i>l</i> =20µm	0.00003	0.97056	0.97059

Tabella 4: Effetto del parametro *l* sulla densità di energia immagazzinata

Rispetto all'entità degli spostamenti di interfaccia, il confronto tra i casi 7 ed 8 ha evidenziato, invece, una rigidezza secante maggiore nel caso 8 di circa il 4,2% che quella riscontrata nel caso 7.

Per quanto riguarda l'estensione della zona di processo, è possibile affermare che essa risulta sostanzialmente stabile, a parità di carico di trazione applicato, rispetto al citato parametro.

#### 5. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Il lavoro presenta i risultati dell'applicazione di un semplice modello meccanico arricchito di un parametro micro-strutturale allo studio di giunti incollati tra aderendi di materiale composito fibrorinforzato.

Le analisi numeriche effettuate tengono conto del comportamento non lineare dell'interfaccia secondo le più comuni leggi della frattura coesiva in modo misto, caratterizzate dalla presenza di un primo ramo lineare e di un successivo ramo *softening*. I risultati ottenuti rappresentano perciò una estensione di quelli presentati in un precedente lavoro [14], laddove l'approccio micromeccanico era abbinato all'adozione di legami di interfaccia semplificati, di tipo lineare, derivati da opportune equivalenze in termini di energia di frattura sia in modo I che in modo II.

Le analisi hanno consentito di confermare la modesta entità degli effetti microstrutturali sul comportamento complessivo del giunto.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] Lam, D.C.C., Yang, F., Chong, A.C.M., Wang, J. and Tong, P., "Experiments and theory in strain gradient elasticity" in *Int. J. Mech. Phys. Solids*, **51**, 1477-1508 (2003).
- [2] McFarland, A.W. e Colton, J.S., "Role of material microstructures in plate stiffness with relevance to microcantilever sensors" in *Int. J. Micromech. Microeng.*, **15**, 1060-1067, 2005.
- [3] Papargyri-Beskou, S., Tsepoura, K.G., Polyzos, D. and Beskos, D.E., "Bending and stability analysis of gradient elastic beams" in *Int. J. Solids Struct.* **40**, 385-400, 2003.
- [4] Giannakopoulos, A.E. e Stamoulis, K., "Structural analysis of gradient elastic components" in *Int. J. Solids Struct.* **44**, 3440-3451, 2007.
- [5] Peddieson, J., Buchanan, G.R. e McNitt, R.P., "Application of non local continuum models to nanotechnology" in *Int. J. Eng. Sci.* **41**, 305-312, 2003.
- [6] Wang, Q., "Wave propagation in carbon nano tubes via non local continuum mechanics" in *J. Appl. Phys.* **98**, 124301, 1-6, 2005.
- [7] Reddy, J.N., "Non local theories for bending, buckling and vibration of beams" in *Int. J. Eng. Sci.* **45**, 288-307, 2007.
- [8] Lam, D.C.C., Yang, F., Chong, A.C.M., Wang, J. and Tong, P., "Experiments and theory in strain gradient elasticity" in *J. Mech. Phys. Solids* **51**, 1477-1508, 2003.
- [9] Maranganti, R. e Sharma, P., "A novel atomistic approach to determine strain-gradient elasticity constants: tabulation and comparison for various metals, semiconductors, silica, polymers and the (ir) relevance for nanotechnologies" *J. Mech. Phys. Solids* **55**, 1823-1852, 2007.
- [10] Yang, F., Chong, A.C.M., Lam, D.C.C. e Tong, P., "Couple stress based stain gradient theory of elasticity" in *Int. J. Solids Struct.*, **39**, 2731-2743, 2002.
- [11] Koiter, W.T., "Couple-stress in theory of elasticity: I and II" in *Proc. K. Ned. Akad. Wet*, B67 (1), 17-44, 1964.
- [12] Park, S.K. e Gao, X.L., "Bernoulli-Euler beam model based on a modified couple stress theory" in *Int. J. Micromech. Microeng.*, **16**, 2355-2359, 2006.
- [13] Ma, H.M., Gao, X.L. e Reddy J.N., "A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory" in *J. Mech. Phys. Solids*, **56**, 3379–3391, 2008.
- [14] Ascione, F. e G. Mancusi, "FRP adhesive lap-joints: a micro-scale mechanical approach" in Atti del XIX Congresso AIMETA.
- [15] Ascione, F., "Adhesive lap-joints: a micro-scale numerical investigation" in *Mech Res Comm*, 37, 169-172, 2010.
- [16] Suo, Z. e Hutchinson, J.W., "Interface crack between two elastic layers", *Int. J Fracture*, **43**, 1-18, 1990.
- [17] Hutchinson, J.W. e Suo, Z., "Mixed-mode cracking in layered materials", *Adv Appl Mech*, **29**, 63-191, 1992.
- [18] Xu, X.P. e Needleman A., "Void nucleation by inclusing debonding in a crystal matrix", *Modeling Simul. Mater. Sci. Eng.*, **1**, 111-132, 1993.
- [19] Camacho, G. T. e Ortiz, M., "Computational modelling of impact damage in brittle materials", *Int. J Solids Struct*, **33**, 2899-2938, 1996.
- [20] Ascione, F. e Mancusi, G., "Axial/Bending coupled analysis for FRP adhesive lap-joints" in *Mech Adv Mater Struct*, **17**, 85-98, 2010.
- [21] Ascione, F. e Mancusi, G., "Failure criteria for FRP adhesive lap-joints: a comparative analysis" in *Mech Adv Mater Struct*, **17**, 157-164, 2010.