

Quaderni di Ricerca

SISTEMA STATISTICO NAZIONALE
ISTITUTO NAZIONALE DI STATISTICA

- **La disaggregazione temporale di serie economiche: un approccio econometrico**

Claudio Lupi e Giuseppe Parigi

- **Il trattamento delle modificazioni delle unità in un registro statistico delle imprese**

Giuseppe Garofalo

- **Tecniche di Analisi Multicriterio per la scelta di una strategia di Cluster Analysis applicate in ambito territoriale: la geografia sociale della presenza straniera in Italia**

Angela Ferruzza

- **Il bilanciamento dei conti economici nazionali: la metodologia Stone e le sue estensioni**

Stefano Borgioli

- **L'analisi dell'efficienza nell'ambito dell'approccio FDH: un'estensione e un'applicazione per gli ospedali di zona**

Sergio Destefanis e Antonio Pavone

NUOVA SERIE

n. 3/1996

 ISTAT

**L'analisi dell'efficienza nell'ambito dell'approccio
FDH: un'estensione e un'applicazione
per gli ospedali di zona**

Sergio Destefanis^() e Antonio Pavone^(**)*

() Università di Salerno - Dipartimento di Scienze Economiche
(**) ISTAT - Servizio Indagini sulle Famiglie*

Sommario

In questo lavoro si considera l'analisi non parametrica dell'efficienza proponendo un'estensione dell'approccio Free Disposal Hull (FDH) ai fini di tenere conto della presenza di eventuali *slacks* di input e output nella misura dell'efficienza tecnica. Questa estensione consiste nell'attribuire agli *slacks* un peso direttamente proporzionale allo scostamento del vettore di input (o di output) di un produttore inefficiente dal vettore di input (o di output) della relativa osservazione dominante. Minore è la correlazione con il vettore dominante, maggiore è lo *slack*, e maggiore è la correzione applicata alla misura di Debreu-Farrell originale.

L'applicazione sia dell'FDH originale che dell'FDH corretto (FDH-C) agli ospedali di zona italiani suggerisce che si possono ottenere consistenti e sistematiche differenze nei punteggi di efficienza assegnati alle osservazioni dominate. Come conseguenza di questi cambiamenti nei punteggi di efficienza, l'applicazione dell'FDH-C può condurre a sostanziali alterazioni della graduatoria di efficienza ottenuta col tradizionale approccio FDH, implicando che l'algoritmo qui proposto abbia un'effettiva rilevanza pratica dal punto di vista del *ranking* delle osservazioni. Si possono infine effettivamente trovare casi in cui un'osservazione inefficiente è dominata da osservazioni diverse nell'ambito dell'FDH e dell'FDH-C.

Summary

This work deals with the non-parametric analysis of efficiency. We propose an extension of the Free Disposal Hull (FDH) approach in order to allow for the presence of input or output slacks in measuring technical efficiency. These slacks are weighted according to the gap between the input (or output) vector of an inefficient producer and the input (or output) vector of the respective dominating observation. The lower the correlation with the dominating vector, the greater the slack, and the greater the correction applied to the original Debreu-Farrell measure of efficiency.

Applying both the original and the corrected FDH (FDH-C) to the Italian zone hospitals suggests that consistent and systematic differences in the efficiency scores can be actually obtained. As a consequence of these changes in the efficiency scores, the application of FDH-C can lead to substantial alterations of the efficiency ranking obtained with the traditional FDH, implying that the algorithm here proposed has some practical relevance. Finally, there actually are cases in which an inefficient producer is dominated by different observations in FDH and in FDH-C.

1. Introduzione(*)

Nell'ambito dei numerosi lavori sull'analisi dell'efficienza tecnica mediante il calcolo di frontiere di produzione,¹ i metodi non parametrici sono recentemente divenuti oggetto di particolare interesse. Questi metodi richiedono un numero molto limitato di ipotesi relative al processo di produzione, poichè l'efficienza tecnica di un produttore viene valutata sulla base di un insieme di produzione costruito mediante l'applicazione di tecniche di programmazione lineare senza presupporre l'esistenza di una relazione funzionale tra input e output.

Fra i metodi non parametrici si distinguono solitamente quelli che si ricollegano direttamente al fondamentale contributo di Farrell (1957) (comunemente raccolti sotto la denominazione *Data Envelopment Analysis*, o DEA) e quelli che si basano sull'approccio *Free Disposal Hull* (FDH) proposto per la prima volta da Deprins, Simar e Tulkens (1984). Nel presente lavoro si propone un'estensione del secondo metodo (qui chiamato FDH corretto, o FDH-C) che tiene conto dell'esistenza di *slacks* di input e output nel calcolo dell'efficienza tecnica dei produttori. Dopo aver accennato nella Sezione 2 agli elementi fondamentali della misurazione dell'efficienza, nella Sezione 3 vengono considerate le relazioni fra il concetto di efficienza tecnica, così come viene definito da Koopmans (1951) e la misura dell'efficienza tecnica proposta da Debreu (1951) e Farrell (1957). In questa maniera sarà possibile definire con precisione la nozione di *slack*, nonchè comprenderne la rilevanza per l'analisi dell'efficienza. La Sezione 4 riassume le principali caratteristiche dell'approccio FDH, mentre l'FDH-C viene presentato nella Sezione 5. Nelle Sezioni 6 e 7 è illustrata l'applicazione di FDH e FDH-C all'analisi dell'efficienza tecnica per una categoria di ospedali pubblici italiani (gli istituti generali di zona) negli anni 1988, 1989 e 1990. Alcune considerazioni conclusive sono presentate nella Sezione 8.

2. La misurazione dell'efficienza produttiva. Cenni metodologici.

La nozione di efficienza di un'unità produttiva ha ricevuto un trattamento rigoroso in teoria economica in seguito alla reinterpretazione della funzione di produzione non solo come relazione funzionale tra input e output, ma anche come frontiera dell'insieme di possibilità di

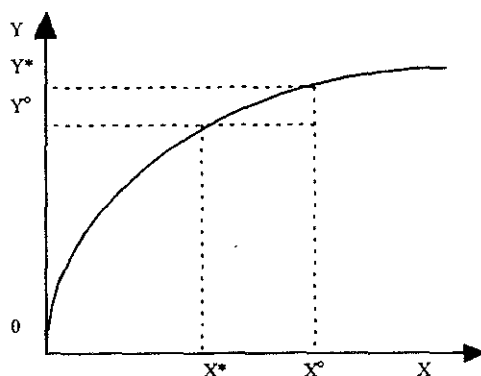
(*) Siamo grati alla prof. Carla Marchese, oltre che a Laura Arcangeli, Anna Maria Frasca e Vania Sena per alcune utili discussioni a proposito dell'analisi dell'efficienza nell'ambito del settore della sanità. Ovviamente resta nostra la responsabilità per ogni rimanente errore od omissione. Questo saggio è frutto del lavoro congiunto dei due autori. Nella stesura finale le sezioni 1, 2, 6, 7 e 8 sono attribuibili a S. Destefanis e le sezioni 3, 4 e 5 ad A. Pavone.

¹ Probabilmente il riferimento più recente e completo a questo riguardo è Fried e altri (1993).

produzione.² Questo insieme è definito da tutte le combinazioni di input e output che sono fisicamente realizzabili dal produttore.

Si consideri per esempio la Fig. 1, dove viene rappresentata l'abituale funzione di produzione $Y = f(X)$:

Figura 1 FUNZIONE DI PRODUZIONE CON UN SOLO FATTORE PRODUTTIVO



Ogni punto dell'insieme delle possibilità di produzione, caratterizzato da una coppia input-output, può essere utilizzato per rappresentare un'unità produttiva. Viene quindi evidenziato che la funzione di produzione è il limite superiore di questo insieme. In altri termini, la funzione di produzione permette di associare a ogni quantità di input X il massimo ammontare possibile di output Y , così da delimitare l'insieme delle osservazioni relative alle coppie input-output che caratterizzano ciascuna unità produttiva. E' in questo senso che si parla di funzione di produzione come di una frontiera e che il divario che separa un'unità produttiva da questa frontiera può essere considerato come una misura della sua efficienza. I modi usuali di definire questo divario sono i seguenti:

- efficienza relativa all'utilizzazione dell'input, cioè, per un livello di output Y° , il rapporto tra l'input corrispondente a Y^* sulla funzione di produzione e l'input effettivamente utilizzato;

- efficienza relativa all'ottenimento dell'output, cioè, per un livello di input X , il rapporto tra l'output effettivamente ottenuto e l'output corrispondente a X^* sulla funzione di produzione.

Questo tipo di analisi può essere estesa al caso di n dimensioni in input e in output. In tal caso le misure di efficienza solitamente utilizzate saranno misure radiali. In altre parole, si

² V. Koopmans (1951, 1957), Debreu (1951).

considerano equiporzionali espansioni (di tutti gli output) o contrazioni (di tutti gli input) per caratterizzare le unità produttive che si trovano sulla frontiera di produzione.

Naturalmente, dati statistici di output e input per le unità produttive non permettono di per sé di costruire un insieme di produzione, o di identificare una funzione di produzione. Per derivare dai dati queste entità, si possono utilizzare due approcci; quelli che si rifanno a tecniche non parametriche e quelli che si rifanno a tecniche di tipo parametrico.

In quest'ultimo caso, si specifica a priori una funzione a parametri costanti, per esempio la translogaritmica. Questa funzione viene in seguito stimata mediante procedure econometriche, in maniera tale che tutte le unità produttive osservate si trovino su di essa (qualora siano efficienti) o all'interno dell'insieme da essa delimitato (qualora siano inefficienti).³ Quindi, per ciascuna osservazione il calcolo dell'efficienza in termini di input e output sarà effettuato con riferimento a tale funzione, il cui grafico identificherà la frontiera dell'insieme delle possibilità di produzione.

Nell'ambito delle tecniche non parametriche, non si specifica a priori una data funzione, ma piuttosto alcune proprietà formali della tecnologia utilizzata (per esempio convessità, proporzionalità, eliminazione senza costo (*free disposal*) di input e output). Anche in questo caso, tutte le osservazioni potranno essere classificate, distinguendole in efficienti e inefficienti, e la misura dell'efficienza sarà ottenuta con riferimento alla frontiera di produzione. A partire dal lavoro di Farrell (1957), per identificare questa frontiera, sono stati sviluppati diversi metodi di programmazione lineare. La maggior parte di queste procedure va sotto il nome di *Data Envelopment Analysis* (DEA).⁴

Nel presente lavoro, ci interesseremo a un tipo particolare di approccio non parametrico, detto del *Free Disposal Hull* (FDH), basato unicamente sull'ipotesi di eliminazione senza costo (*free disposal*) di input e output. Le Sezioni 3 e 4 conterranno una dettagliata esposizione delle caratteristiche di questo approccio, nonché delle principali differenze tra questo e altri metodi non parametrici.

³ In realtà, qualora si utilizzino i cosiddetti modelli parametrici stocastici, una data osservazione si potrà trovare al di sopra della funzione di produzione in ragione di fattori puramente casuali (e cioè che prescindono dalla misura dell'efficienza). Per una rassegna aggiornata di questi metodi, si veda Fried ed altri (1993).

⁴ Charnes e altri (1993).

3. Efficienza tecnica: definizione e misurazione

Si consideri la definizione di Koopmans dell'efficienza tecnica: un'unità impiegata nella produzione di un vettore di output y mediante l'impiego di un vettore di input x è tecnicamente efficiente quando l'incremento di un output implica necessariamente o la riduzione di un altro output o l'incremento di almeno un input, e quando la riduzione di un input implica necessariamente o l'incremento di un altro input o la riduzione di almeno un output. Quindi un'unità produttiva è tecnicamente inefficiente se può ottenere un dato vettore di output dopo aver ridotto almeno un input, o se può ottenere l'incremento di almeno un output utilizzando un dato vettore di input.

D'altra parte, Debreu e Farrell propongono come misura dell'inefficienza tecnica il complemento a uno della massima riduzione equiproporzionale di tutti gli input che permetta di mantenere la produzione di un dato vettore di output. Un produttore che sia tecnicamente efficiente non potrà attuare una tale riduzione equiproporzionale di tutti gli input, ottenendo un risultato di efficienza pari a uno. Tuttavia, come è ben noto,⁵ l'ottenimento di una misura di Debreu e Farrell (DF) pari a uno è una condizione necessaria, ma non sufficiente, per l'efficienza tecnica così come definita da Koopmans. Analoghe considerazioni potranno farsi anche qualora la DF sia calcolata come il complemento a uno della massima espansione equiproporzionale di tutti gli output coerente con l'utilizzazione di un dato vettore di input.

Per rendersi conto del motivo di ciò, si considerino le Figg. 2 e 3, che rappresentano un risultato tipico dell'applicazione di metodi non parametrici ai problemi rispettivamente della minimizzazione degli input rispetto a dati output, e della massimizzazione degli output rispetto a dati input.

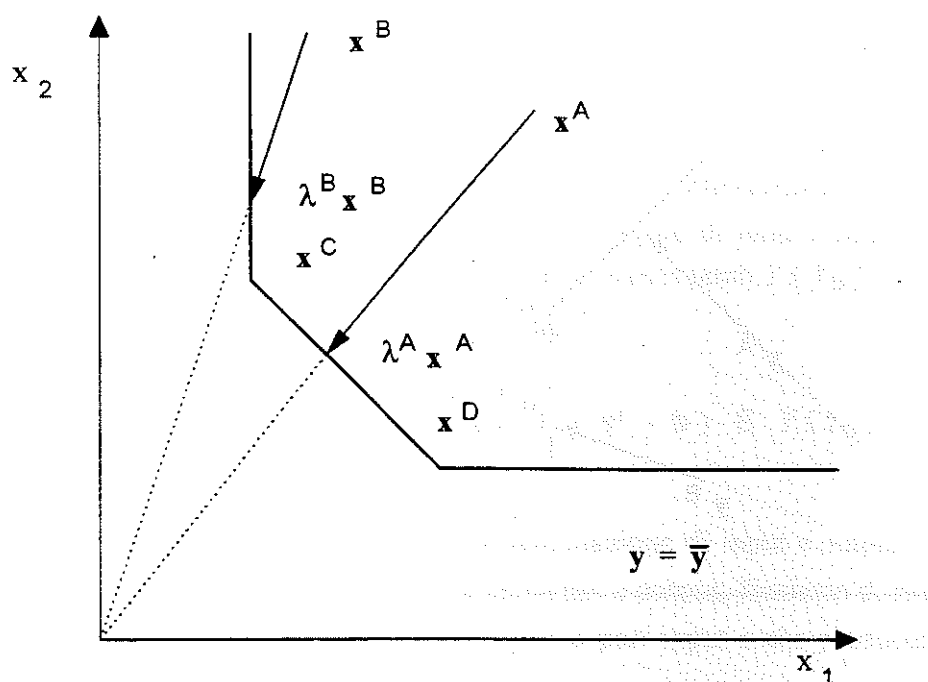
Nella Fig. 2 i vettori di input x^A e x^B possono essere contratti radialmente (vale a dire in maniera equiproporzionale) e produrre ancora un dato vettore di output, mentre una contrazione radiale di x^C e x^D implica una riduzione del vettore di output. Si può pertanto scrivere:

$$DF_I(y, x^C) = DF_I(y, x^D) = 1 > \max \{ DF_I(y, x^A), DF_I(y, x^B) \}$$

significando che la misura DF relativa all'utilizzazione degli input (o *input-oriented*), è uguale a uno per x^C e x^D ed è inferiore a uno per x^A e x^B . Si può facilmente verificare che x^C e x^D sono vettori di input efficienti anche in base alla definizione di Koopmans.

⁵ V. per esempio Lovell (1993), Sezione 2.

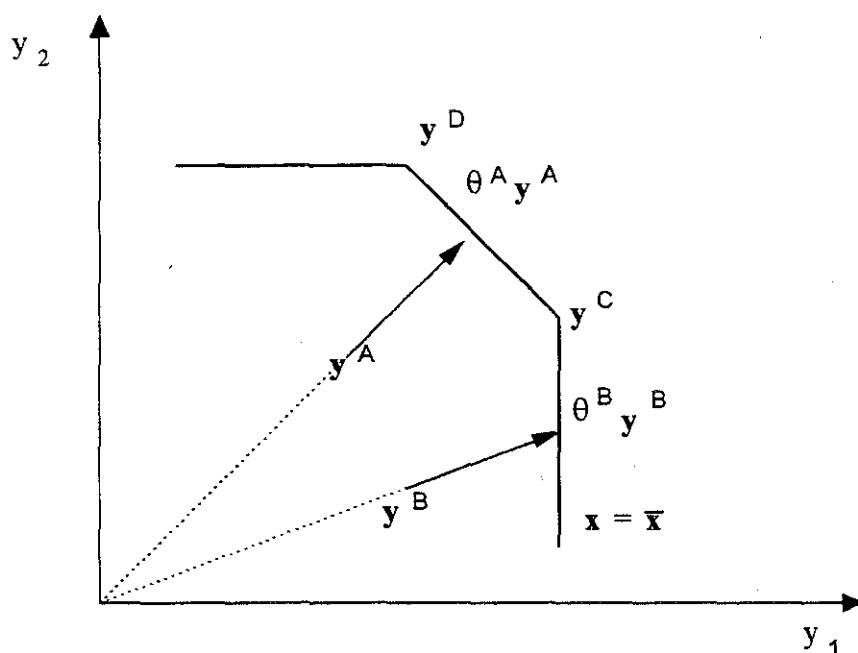
Figura 2 IL CASO DELL'EFFICIENZA RELATIVA ALL'UTILIZZAZIONE DEGLI INPUT



D'altra parte, il vettore $\lambda^B x^B$ (dove λ ha un valore tra zero e l'unità) non può essere contratto radialmente e continuare a produrre uno stesso vettore di output, e tuttavia non soddisfa i criteri della definizione di efficienza tecnica fornita da Koopmans. Infatti, la quantità dell'input x_2 contenuta in $\lambda^B x^B$ può essere ridotta senza implicare alcuna contrazione di output. In altre parole $\lambda^B x^B$ è caratterizzato dalla presenza di *slack* nell'input x_2 . In altre parole, la forma particolare postulata per l'isoquante (che dipende dal suo calcolo come frontiera non parametrica) implica che quest'ultimo sia equivalente solo in parte a un sottoinsieme di produzione efficiente nel senso di Koopmans. Dato che la DF richiede soltanto che un vettore efficiente sia su un isoquante, ne consegue che essa non può essere una condizione sufficiente affinché il criterio di Koopmans sia soddisfatto.

Considerazioni molto simili si possono fare a proposito della Fig. 3 sulle relazioni fra la misura DF relativa all'ottenimento degli output (o *output-oriented*), e la definizione dello stesso concetto da parte di Koopmans.

Figura 3 IL CASO DELL'EFFICIENZA RELATIVA ALL'OTTENIMENTO DEGLI OUTPUT



La discrepanza fra i due concetti di efficienza tecnica ha sollecitato molti tentativi (tutti rientranti nella tradizione DEA) di proporre metodi non parametrici che potessero risolvere questo problema. Come ha osservato Lovell (1993, pag. 15), a nessuno di questi tentativi può essere attribuito pieno successo. Comunque, nel presente lavoro non si intende confrontarne i loro rispettivi vantaggi e svantaggi. Ci si propone invece un diverso trattamento della questione, basato su di un semplice sviluppo dell'approccio FDH.

Come risulterà dalle sezioni successive, il presente tentativo di ridurre la discrepanza esistente fra la nozione di efficienza tecnica di Koopmans e quella di Debreu-Farrell si basa essenzialmente sulla nozione (propria del FDH) di *unità produttiva (od osservazione) dominante*. Inoltre, per quanto ci risulta, nell'ambito dell'approccio FDH non è mai stata proposta una misurazione dell'efficienza tecnica che tenga conto dell'esistenza di *slacks*, quando la natura stessa di questo approccio sembra attribuire un interesse particolare a tale sviluppo.

4. L'approccio FDH

Nell'analisi non parametrica dell'efficienza tecnica le unità produttive sono inserite in un insieme di riferimento, la cui frontiera rappresenta il luogo geometrico dell'efficienza, senza postulare alcuna relazione funzionale fra input e output. Più precisamente, per quello che riguarda l'approccio FDH,⁶ l'unica ipotesi che viene fatta relativamente alla tecnologia di produzione è che vi possa essere eliminazione senza costo di input e output. Vale a dire, per un dato insieme di unità produttive Y_0 , l'insieme di riferimento $Y(Y_0)$ ⁷ è caratterizzato nei termini di un'osservazione i dal seguente postulato:

$$\forall (x^i, y^i) \text{ osservato}, (x^i + a, y^i - b) \in Y(Y_0), \quad a, b \geq 0$$

dove a e b sono vettori, rispettivamente, di eliminazione di input e output. In altre parole, a causa della possibilità di eliminare senza costo input e output, l'insieme di riferimento include tutte le unità produttive che utilizzano maggiori o pari input e che producono minori o pari output rispetto all'osservazione i .

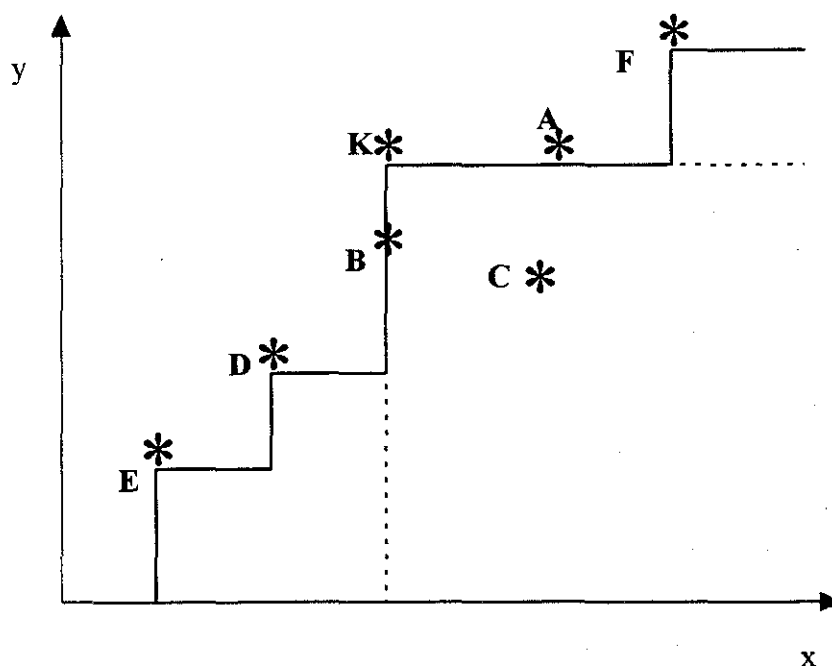
Per illustrare quelle che a nostro avviso sono le caratteristiche principali dell'approccio FDH, si prendano in esame le Figg. 4 e 5.

Nella Fig. 4, in cui si considera una tecnologia basata su un input e su un output, vi sono parecchie osservazioni, ognuna delle quali corrisponde a un'unità produttiva. Partendo dall'osservazione K , si definisce ogni osservazione posta alla destra e al di sotto di essa (cioè con maggiore input e stesso output, come in A ; o con minore output e stesso input, come in B ; o ancora con maggiore input e minore output, come in C) come *dominata* da K . D'altra parte, D non è dominata da K , poichè produce meno output ma utilizza anche meno input. In effetti K e D non possono essere confrontati.

⁶ Oltre che in Deprins, Simar e Tulkens (1984) un'utile introduzione a questo metodo di analisi si può trovare in Tulkens (1986, 1990).

⁷ Questo insieme di riferimento può indifferentemente essere un insieme di produzione, un insieme dei requisiti di input (rispetto ad output dati) o un insieme delle possibilità di output (rispetto ad input dati).

Figura 4 UNITÀ PRODUTTIVE EFFICIENTI E INEFFICIENTI NELL'APPROCCIO FDH



Nell'approccio FDH si segue questa procedura per ogni osservazione, e le unità produttive dominate da altre unità produttive sono considerate inefficienti. Al contrario, si considerano produttori efficienti, da trovarsi cioè sulla frontiera dell'insieme di riferimento, quelli che non sono dominati da nessun'altra osservazione.

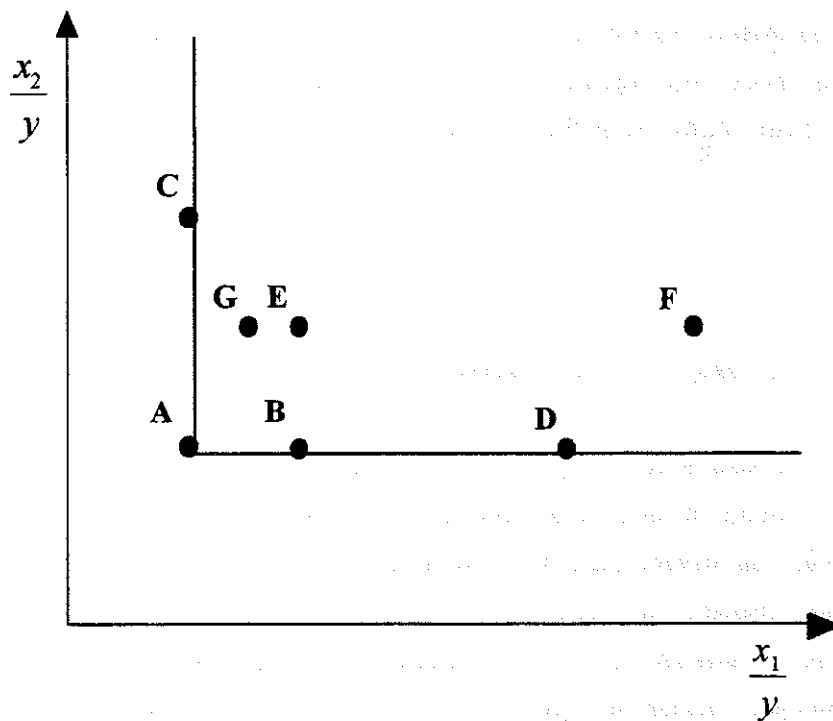
È importante sottolineare che un produttore inefficiente è necessariamente dominato da almeno un altro determinato produttore (realmente esistente). Questa caratteristica differenzia l'FDH dal DEA, secondo il quale i produttori inefficienti sono dominati da osservazioni virtuali costruite come combinazioni lineari di insiemi di produttori efficienti. La possibilità data dall'FDH di mettere in evidenza alcune unità produttive realmente esistenti, e di effettuare confronti diretti fra queste e le unità che esse dominano, può essere considerata come uno dei meriti maggiori di questo approccio. Inoltre, l'assenza di qualunque ipotesi sulla convessità della tecnologia di produzione significa che le frontiere ottenute per mezzo dell'FDH hanno maggiori probabilità di "accostarsi" ai dati rispetto a quelle ottenute per mezzo del DEA, quando l'insieme di riferimento sia caratterizzato (almeno localmente) dall'esistenza di non-convessità.

Naturalmente il ruolo rivestito nell'FDH da unità efficienti realmente esistenti rende questo metodo particolarmente sensibile alla presenza nell'insieme di riferimento di valori anomali (o erroneamente misurati). Inoltre, un'unità produttiva potrebbe essere considerata

efficiente solo in virtù del fatto di essere posta in un'area dell'insieme di riferimento in cui non vi siano altre osservazioni con le quali potrebbe essere confrontata.⁸

Un altro problema, forse ancora più importante, è che nell'FDH i sottoinsiemi efficienti coincidono con le osservazioni dominanti. Ciò riduce drasticamente la coincidenza tra sottoinsiemi efficienti e isoquanti, aumentando per lo stesso motivo la probabilità di discrepanze fra la definizione di Koopmans e la misura DF dell'efficienza tecnica. Intuitivamente, è chiaro che la forma "a scalini" della frontiera FDH si presta particolarmente a favorire l'esistenza di *slacks*, come viene mostrato nel caso a due input e un output raffigurato nella Fig. 5

Figura 5. MISURAZIONE DELL'EFFICIENZA IN PRESENZA DI *SLACKS*



La Fig. 5 rappresenta l'insieme dei requisiti di input per unità caratterizzata da una tecnologia a due input e un output. I requisiti di input per ogni osservazione, insieme ai rispettivi risultati DF *input-oriented* (DF_I), sono presentati nella Tab. 1.

⁸ Seguendo la terminologia di Tulkens, tali produttori verranno definiti efficienti *by default*.

Tabella 1. GRADUATORIA DELL'EFFICIENZA IN PRESENZA DI SLACKS

Unità	A	B	C	D	E	F	G
x_1 / y	50.0	100.0	50.0	250.0	90.0	468.0	75.0
x_2 / y	25.0	25.0	50.0	25.0	37.5	37.5	37.5
DFI	1.00	1.00	1.00	1.00	0.67	0.67	0.67

L'esempio mostra come sia facile nell'FDH attribuire lo stesso risultato DF a unità produttive la cui situazione, con riferimento alla definizione di Koopmans, presenta notevoli differenze. Come è stato precedentemente notato, questa è una conseguenza della forma particolare della frontiera FDH, la quale inevitabilmente riduce in modo considerevole l'informazione contenuta in misure basate su espansioni o contrazioni radiali. Nella sezione successiva si propone un modo per aggirare questa difficoltà introducendo una misura dell'efficienza tecnica che tiene conto dell'influenza degli *slacks* nel valutare l'efficienza delle unità produttive.

5. Un'estensione: l'approccio FDH corretto (FDH-C)

L'intuizione che sta alla base dello sviluppo analitico proposto in questa sezione⁹ è che gli *slacks* possono essere valutati in termini di contrazioni radiali di input (o di espansioni radiali di output) calcolando una misura della deviazione del vettore di input (o di output) di un produttore inefficiente rispetto al vettore di input (o di output) della rispettiva osservazione dominante. Lo strumento analitico utilizzato per effettuare questa misura è il coseno dell'angolo formato dal vettore di input (o di output) della rispettiva osservazione dominante e da un vettore virtuale di input (o di output), ottenuto contraendo radialmente gli input (o espandendo radialmente gli output) di una data osservazione finché viene raggiunta la frontiera dell'insieme di riferimento.

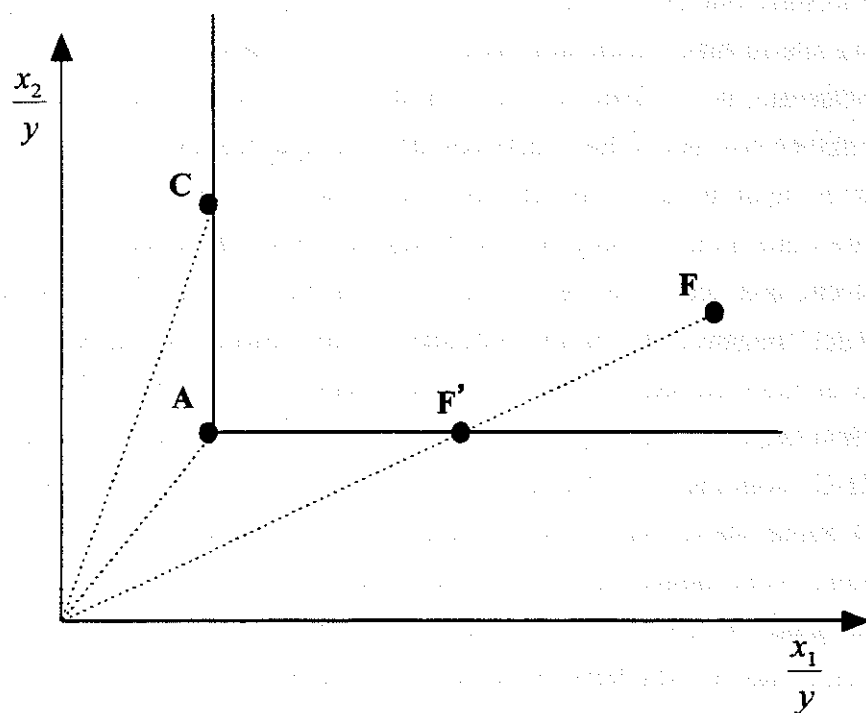
Si veda per esempio la Fig. 6 riportata di seguito. Se si prendono in considerazione le osservazioni A ed F, si contrarrà dapprima il vettore di input di quest'ultima fino a raggiungere il punto F', e successivamente si considererà come misura dello *slack* il coseno dell'angolo formato da A e da F'. La stessa procedura consente anche di valutare lo *slack* che caratterizza un'osservazione posta sull'insieme di riferimento (come per esempio C). In

⁹ Una prima formulazione di questa proposta si trova in Pavone (1992).

questo caso, la misura dello slack sarà semplicemente il coseno dell'angolo formato da A e da C. Chiaramente, la possibilità di definire unità dominanti effettivamente osservate è di cruciale importanza in ambedue i casi.

La misura dell'efficienza tecnica corretta per la presenza di *slacks*, denotata DF-C, sarà data per ogni unità produttiva dal prodotto della misura radiale DF per il coseno precedentemente definito, denotato $\cos(\omega)$.

Figura 6. MISURA DELL'EFFICIENZA CORRETTA IN PRESENZA DI SLACKS



Ai fini di comprendere le ragioni dell'impiego della funzione coseno nel presente contesto, si consideri la formula del coefficiente di correlazione r tra due vettori \mathbf{x}^A e \mathbf{x}^B :

$$r = \frac{\mathbf{x}^A \cdot \mathbf{x}^B}{\| \mathbf{x}^A \| \| \mathbf{x}^B \|}$$

dove $\| \mathbf{x}^i \|$ denota la norma euclidea del vettore \mathbf{x}^i . Ma il prodotto scalare di due vettori \mathbf{x}^A e \mathbf{x}^B si può definire come:

$$\mathbf{x}^A \cdot \mathbf{x}^B = \| \mathbf{x}^A \| \| \mathbf{x}^B \| \cos(\omega)$$

Ne consegue che:

$$r = \cos(\omega)$$

Quindi il nocciolo della presente proposta si può riassumere come segue. Più la composizione del vettore virtuale è vicina a quella del vettore dell'osservazione dominante, più il coseno si avvicina all'unità e meno la misura corretta differisce da quella originale. In altri termini, la correzione è una funzione monotonicamente positiva dell'ammontare di *slack* (la cui misura è data dalla mancanza di correlazione con il vettore dominante). Maggiore è lo *slack*, maggiore è la correzione applicata alla misura radiale dell'efficienza per il relativo produttore. Si noti che nell'ambito qui considerato, la funzione $\cos(\omega)$ non può mai assumere valori pari a zero o negativi. Infatti, la funzione $\cos(\omega)$ di due osservazioni qualunque assume valore zero solo se almeno due output o input a turno assumono valore zero in ognuno dei punti di osservazione (l'angolo tra i due punti di osservazione diventa pertanto un angolo retto). In tal caso però è impossibile che una delle due osservazioni domini l'altra ai sensi dell'approccio FDH. D'altro canto, valori negativi di $\cos(\omega)$ implicano che almeno un output o input relativo a uno dei punti di osservazione assuma un valore inferiore a zero. Ma ciò è escluso dall'ipotesi standard di non negatività delle grandezze propria della teoria della produzione.

Dunque, nell'FDH-C i sottoinsiemi efficienti coincidono con le osservazioni dominanti proprio come nell'FDH tradizionale, ma la penalizzazione attribuita alla presenza di *slacks* assicura che un produttore possa essere definito efficiente solo se fa parte del sottoinsieme efficiente. L'esistenza di questa penalizzazione implica inoltre che ai produttori che si trovino in situazioni differenti dal punto di vista della definizione di efficienza di Koopmans non sarà più attribuito lo stesso risultato di efficienza.

Sembra opportuno aggiungere due ulteriori osservazioni sulle proprietà della correzione proposta. Innanzitutto, dall'equivalenza fra il coseno e il coefficiente di correlazione tra due vettori consegue che la correzione proposta può essere adottata in presenza di un numero qualunque (maggiore di uno¹⁰) di output e input. Inoltre, si può facilmente comprendere alla luce della stessa equivalenza che la correzione non è influenzata da cambiamenti nelle unità di misura di output e input.

Per avere un semplice esempio dell'FDH-C, si considerino i produttori già descritti nella Tab. 1. Nella Tab. 2 a ognuno di essi vengono attribuite le appropriate funzione $\cos(\omega)$ e misura DF-CJ:

¹⁰ E' appena necessario ricordare che in presenza di un solo input e un solo output il problema dell'esistenza di *slacks* viene risolto in maniera elementare mediante l'utilizzo di misure di efficienza non radiali.

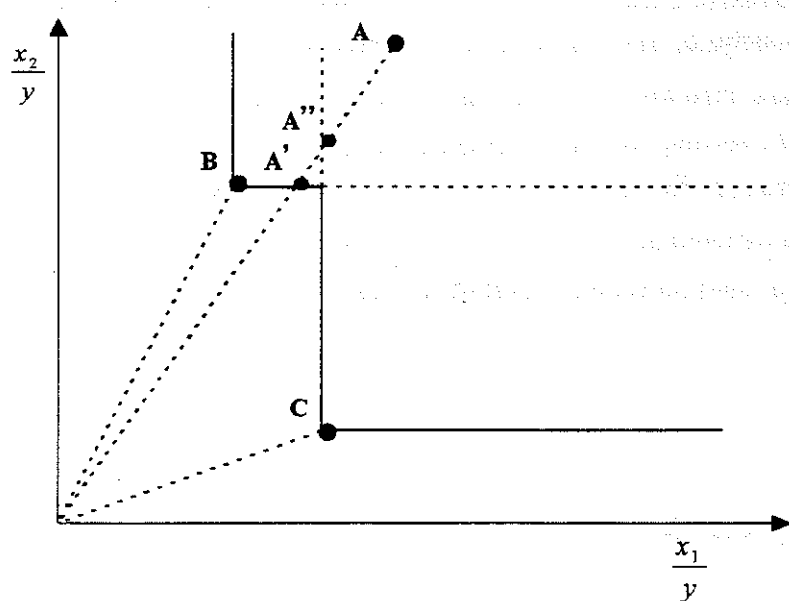
Tabella 2. GRADUATORIA DELL'EFFICIENZA CORRETTA IN PRESENZA DI SLACKS

Unità	A	B	C	D	E	F	G
cos (ω)	1.00	0.98	0.95	0.93	0.99	0.93	1.00
DF-CI	1.00	0.98	0.95	0.93	0.66	0.62	0.67

Per l'osservazione G, che è posta sullo stesso raggio di A, la funzione $\cos(\omega)$ è uguale a uno, lasciando la misura DFI immutata. Diversamente, alle osservazioni B, C e D, che precedentemente erano considerate efficienti, non è più attribuito un risultato di efficienza pari a uno, e le osservazioni E, F e G non ricevono più lo stesso punteggio di efficienza. Per tutti i produttori la correzione della misura DFI dipende dall'ammontare di *slack* che rimane dopo che una riduzione equiproporzionale degli input ha portato un'osservazione inefficiente sulla frontiera dei requisiti di input.

Si noti che c'è un altro modo in cui l'applicazione dell'FDH-C può modificare i risultati di efficienza dell'FDH tradizionale. Supponiamo di trovarci nel caso descritto nella Fig. 7.

Figura 7. APPLICAZIONE DEL FDH-C E MODIFICAZIONE DELL'UNITÀ DOMINANTE DI RIFERIMENTO



Come al solito, il diagramma raffigura l'insieme dei requisiti di input per produttori caratterizzati da una tecnologia a due input e un output. La Tab. 3 fornisce i requisiti di input per ogni unità produttiva, le rispettive funzioni coseno e i risultati di efficienza *input-oriented*.

L'osservazione A è dunque dominata sia da B che da C. Se venisse adottata la misura DF_I , il livello di efficienza di A rispetto a B risulterebbe inferiore al livello di efficienza di A rispetto a C. Nell'FDH si sceglie quindi B come osservazione di riferimento per A, selezionando poi il corrispondente risultato di efficienza per quest'ultima.

Tabella 3. APPLICAZIONE DEL FDH-C E MODIFICAZIONE DELL'UNITÀ DOMINANTE DI RIFERIMENTO

Unità	A	B	C
x_1 / y	45.0	25.0	35.0
x_2 / y	75.0	52.0	15.0
DF_I (A su B)	0.69	-	-
DF_I (A su C)	-	0.78	-
$\cos(\omega)$ (A su B)	0.99	-	-
$\cos(\omega)$ (A su C)	-	0.81	-
$DF-C_I$ (A su B)	0.68	-	-
$DF-C_I$ (A su C)	-	0.63	-

Tuttavia, se l'analisi dell'efficienza tiene conto degli *slacks* mediante l'utilizzazione della misura $DF-C_I$, il peso attribuito allo *slack* di A in relazione a B e a C implica che il risultato di A rispetto a C sia inferiore a quello di A rispetto a B. Di conseguenza, C diventerebbe l'osservazione di riferimento per A. In generale quindi il risultato di efficienza ottenuto con l'FDH-C potrebbe differire da quello dell'FDH non solo perchè la $DF-C_I$ penalizza gli *slacks*, ma anche perchè l'utilizzazione di questa misura può mettere in relazione un'osservazione dominata con un'osservazione dominante diversa da quella che verrebbe selezionata tramite la DF_I .

6. Un'applicazione per gli ospedali di zona. I dati

Gli approcci FDH e FDH-C verranno qui di seguito applicati all'analisi dell'efficienza tecnica nell'ambito degli ospedali di zona¹¹ italiani per gli anni 1988, 1989 e 1990. Questi dati sono stati scelti in ragione della loro buona qualità (per quanto riguarda in particolare la

¹¹ Si tratta più precisamente di istituti ospedalieri generali pubblici di zona, e cioè di istituzioni pubbliche a carattere generico.

misurazione degli input) e anche perchè, per quanto ci risulta, non esistono precedenti applicazioni di tecniche non parametriche di analisi dell'efficienza al settore sanitario italiano. L'obiettivo principale dell'applicazione è comunque quello di dare un contenuto reale al confronto fra l'FDH-C e l'FDH tradizionale.

I dati sono costituiti da osservazioni riguardanti 91 province italiane¹² per gli anni 1988, 1989 e 1990. In ragione dell'esiguità dell'orizzonte temporale, le osservazioni per i tre anni verranno prese in considerazione senza tenere conto di eventuali variazioni nel tempo della produttività.¹³ Le variabili di output e input per ogni provincia, fornite dall'ISTAT (1991, 1992, 1993), si riferiscono a medie provinciali per i relativi ospedali di zona. Purtroppo non sono disponibili dati a livello di singolo ospedale.

Per il presente esercizio sono stati scelti gli ospedali di zona perchè essi sono tenuti a fornire in tutto il paese una gamma di servizi molto simile in termini sia dell'ammontare approssimativo della popolazione da servire che del numero e del tipo dei reparti ospedalieri.¹⁴ Nel linguaggio dell'economia sanitaria, il *case-mix* offerto dagli ospedali di zona è piuttosto omogeneo, il che, come si vedrà qui di seguito, rende possibile una notevole semplificazione dell'analisi.

Seguendo un uso consolidato nell'analisi dell'efficienza degli ospedali,¹⁵ si considererà come output il *numero dei giorni di degenza annui*. Questa variabile è conforme ai principi dell'analisi dell'efficienza, poichè fa riferimento all'offerta di servizi sanitari piuttosto che al risultato finale delle cure sanitarie (intendendo con ciò il cambiamento dello stato di salute di una determinata popolazione). Tuttavia, essa costituisce una misura erronea dell'output qualora venga trascurata la diversità del tipo di cura prestata in situazioni differenti. In effetti, reparti ospedalieri differenti richiedono l'utilizzazione di combinazioni diverse di input e output. Se le quote di giorni di degenza relative ai diversi reparti variano fra un ospedale e un altro, il confronto fra le relative efficienze ne risulterà di conseguenza inficiato. Solitamente si tiene conto di questa fonte di eterogeneità dividendo l'output dell'ospedale in appropriati

¹² In due province (Aosta e Trieste) non esistono ospedali di zona, mentre per altre due province (Gorizia e Oristano) sono disponibili solo i dati relativi al 1988. Al fine di rendere più rigoroso il confronto fra i tre anni, non si è tenuto conto di queste due osservazioni.

¹³ Gli effetti della variabilità nel tempo di progresso tecnico ed efficienza sono già stati considerati nell'ambito dell'approccio FDH da Thiry e Tulkens (1992). Abbiamo l'intenzione di estendere in questo senso l'FDH-C in un prossimo lavoro.

¹⁴ V. la legge n. 132 del 1968. L'utilità analitica offerta da questa situazione è stata riconosciuta per la prima volta in Franci e Calcagnini (1982), dove veniva condotta un'analisi parametrica dell'efficienza per gli ospedali di zona delle Marche.

¹⁵ V. per esempio Grosskopf e Valdmanis (1987), oltre che il succitato lavoro di Franci e Calcagnini (1982).

gruppi di consumo a pari risorse (*isoresource consumption groups*) o associando a ogni ospedale un indice scalare (chiamato l'indice di *case-mix*) che rispecchia numero e tipo di servizi offerti. Nel presente caso non è risultato possibile raccogliere la quantità di informazioni necessaria all'applicazione di queste soluzioni. D'altra parte, se numero e tipo dei servizi offerti sono abbastanza omogenei, come nel caso degli ospedali di zona, il potenziale errore di misurazione è ridotto, rendendo meno pressante il bisogno di adottare procedure correttive.

Per quanto riguarda l'input di lavoro, i dati consentono di considerare separatamente l'ammontare del personale medico (a tempo pieno e a tempo parziale), paramedico, tecnico specializzato, esecutivo, amministrativo e degli altri dipendenti. Per semplificare l'analisi e ottenere un numero di input paragonabile a quello che caratterizza in genere le analisi empiriche dell'efficienza, si è deciso di considerare congiuntamente medici a tempo pieno e a tempo parziale,¹⁶ di contare anche il personale tecnico specializzato nei paramedici e di aggregare in una sola categoria i restanti dipendenti. Si noti che le ore di lavoro contrattuali di ognuna di queste categorie sono fissate da contratti collettivi a livello nazionale, rendendo dunque vana una loro inclusione nella misurazione dell'input di lavoro. D'altra parte, non sono assolutamente disponibili dati riguardanti le ore di lavoro effettive (che tengano conto di ore di lavoro straordinario, assenteismo, ecc.). Riassumendo, si tiene conto nell'analisi empirica di tre tipi di input di lavoro: il *numero di medici, di paramedici e di altri dipendenti*.

La misura adottata per lo stock di capitale è il *numero di posti letto*. Dati relativi ad altri tipi di impianti, o misurazioni dello stock di fabbricati non sono disponibili per nessuna categoria di ospedali. Tuttavia, l'ente incaricato della raccolta dei dati nel settore della sanità (l'Assessorato della Sanità) raccoglie sotto l'indicazione del numero di posti letto dati relativi alla maggior parte degli impianti e dei macchinari necessari per la fornitura dei servizi ospedalieri. Inoltre, tutte le voci sono inserite nell'elenco in base a una determinata scala di equivalenza con i posti letto veri e propri.

Alcuni autori¹⁷ sostengono che bisognerebbe prendere in considerazione come altro input anche il numero delle accettazioni ospedaliere. Si tratta di un punto molto discutibile, poichè le accettazioni non possono essere considerate come una risorsa scarsa, anche se sono evidentemente collegate al numero dei giorni di degenza e al numero delle persone dimesse. Inoltre, si potrebbe pure valutare la possibilità di considerare le accettazioni come un output,

¹⁶ Il numero totale dei medici è stato costruito moltiplicando il numero dei medici a tempo parziale per il rapporto tra il relativo orario settimanale contrattuale (28 ore e 30') e l'orario settimanale contrattuale dei medici a tempo pieno (38 ore), e sommando il risultato al numero dei medici a tempo pieno.

¹⁷ V. per esempio Grosskopf e Valdmanis (1987).

poichè esse stesse sono un tipo di servizio sanitario offerto. Data la natura ambigua di questa variabile, si è ritenuto preferibile di escluderla del tutto dall'analisi empirica.

7. Un'applicazione per gli ospedali di zona. I risultati

Prima di commentare i risultati, sembra doveroso fare due annotazioni. Anzitutto, i commenti si appunteranno principalmente sulla *differenza* tra i risultati ottenuti mediante rispettivamente l'FDH e l'FDH-C,¹⁸ in maniera da meglio chiarire le caratteristiche di quest'ultimo approccio. L'attenzione sarà quindi rivolta alla ricerca di una componente sistematica in queste differenze, in particolare per ciò che riguarda la loro dimensione territoriale. In secondo luogo, il presente esercizio empirico concerne unicamente l'analisi dell'efficienza per ciò che riguarda l'utilizzazione degli input. Ciò dipende unicamente dal fatto che l'esempio utilizzato è caratterizzato da una tecnologia a un solo output, il che permette di calcolare le funzioni coseno unicamente per gli input.

Dall'allegato 1 è possibile desumere come, in media, i due approcci diano punteggi estremamente simili. Inoltre, mediante entrambi si ottiene una struttura degli *slacks* pesantemente spostata sui tre tipi di input di lavoro. In effetti il coefficiente di correlazione tra DF_I e $DF-C_I$ è uguale a 0.995, e anche le misure di correlazione di Spearman e di Kendall sono molto elevate, essendo rispettivamente uguali a 0.992 e a 0.943. Ancora, applicando il test di Kolmogorov-Smirnov (sensibile a ogni tipo di differenza delle distribuzioni delle variabili esaminate) si ottiene un *p-value* di 0.483, portando a concludere che eventuali differenze tra i risultati dei due approcci non possono essere colte attraverso misure di sintesi.

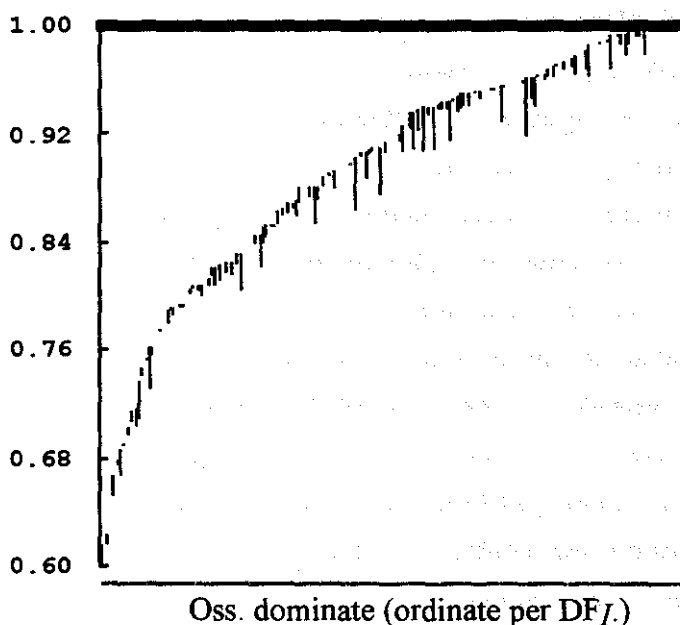
Peraltro, come è messo in evidenza nell'allegato 2, e soprattutto dai diagrammi *high-low* raffigurati nella Fig. 8, le differenze tra DF_I e $DF-C_I$ (che denunciano un peso più o meno rilevante degli *slacks* per le varie osservazioni) possono raggiungere valori abbastanza considerevoli.

Ciò è tanto più vero quanto più le differenze sono rapportate all'ampiezza del campo che caratterizza la distribuzione dei punteggi di efficienza (da 1.00 a 0.62 per la DF_I). Può essere quindi interessante accertare se in queste differenze esista una qualche componente sistematica. Dato che in questa sede non si vogliono considerare spiegazioni analitiche per la distribuzione degli *slacks*, la ricerca di una componente sistematica sarà esclusivamente incentrata sulla loro dimensione territoriale. Di conseguenza, si sono ordinati i dati nella seguente maniera. Le osservazioni relative alla stessa provincia per anni diversi sono state

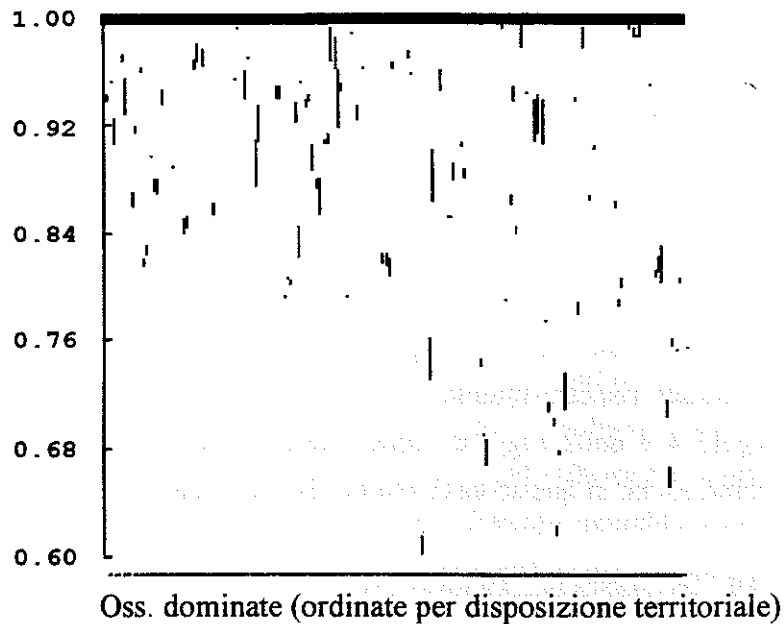
¹⁸ Le due procedure sono state applicate utilizzando un insieme di *routines* scritte in Basic da A. Pavone.

poste in successione temporale. Quindi, i dati sono stati disposti per provincia nell'ordine tradizionalmente adottato dall'Istat (e cioè sostanzialmente da Nord a Sud).¹⁹ In questo modo la presenza di effetti sistematici per una stessa provincia, o per province geograficamente contigue, dovrebbe implicare l'esistenza di correlazione seriale tra le osservazioni. Nell'analisi si terrà conto solo delle osservazioni dominate (o non efficienti), poichè si vuole evitare che essa sia influenzata dalla diversa distribuzione territoriale delle osservazioni efficienti, che per definizione hanno *slacks* uguali a zero.

Figura 8. DIAGRAMMI HIGH-LOW NELLA GRADUATORIA DI EFFICIENZA

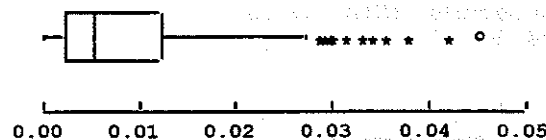


¹⁹ Un esempio di questa disposizione si trova nell'allegato 4. Già in Marchese (1990) un analogo tipo di ordinamento dei dati permette di riscontrare l'esistenza di autocorrelazione spaziale nella graduatoria di efficienza. Come si sarà già notato, nell'allegato 2 i dati sono invece disposti per ordine decrescente di DF-C_I.



L'applicazioni di procedure inferenziali alla ricerca di una componente sistematica nei dati richiede comunque una certa cautela. Come mostra il *box-plot* illustrato nella Fig. 9, la distribuzione di frequenza dei punteggi di efficienza sembra fortemente asimmetrica e caratterizzata dalla presenza di valori anomali assai importanti.

Figura 9. DIFFERENZA NEI PUNTEGGI DI EFFICIENZA
(per le osservazioni dominate)



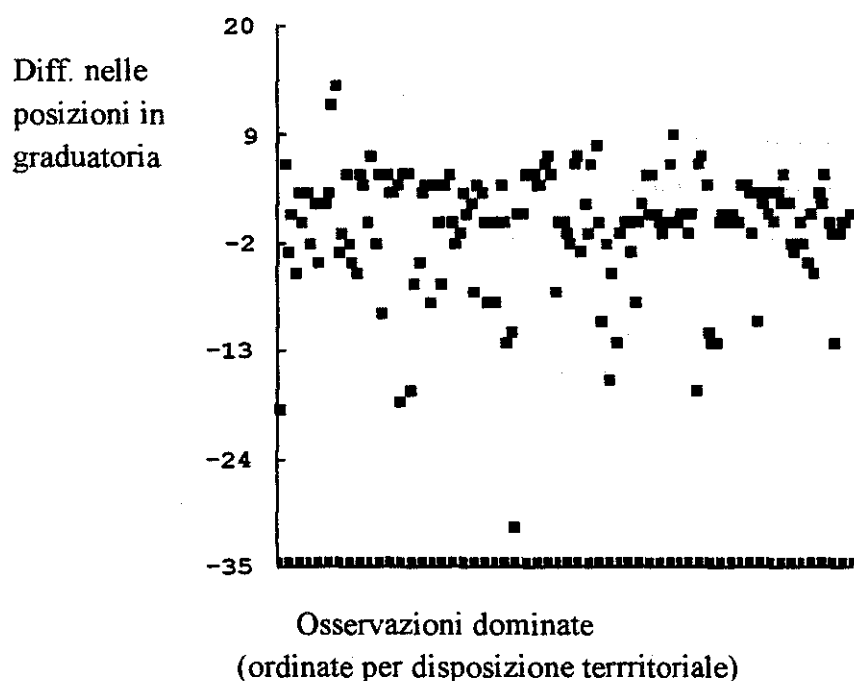
Poichè semplici trasformazioni dei dati (come quella logaritmica) non portano a una significativa riduzione di queste caratteristiche, pare appropriato preferire alcuni test non parametrici a procedure inferenziali basate sull'ipotesi di normalità delle variabili.²⁰ Così, in primo luogo la ricerca di una componente sistematica nelle differenze tra DF_I e $DF-C_I$ è stata effettuata mediante l'applicazione del test delle successioni di Wald-Wolfowitz. L'ipotesi nulla di questo test è che successive realizzazioni di un dato evento (nel presente caso le differenze tra le due graduatorie di efficienza) non siano correlate serialmente. Dai risultati

²⁰ Per ulteriori raggugli sui test non parametrici qui applicati si veda il classico testo di Siegel (1956) o Marascuilo e McSweeney (1977).

(v. allegato 3) traspare invece l'esistenza di una significativa correlazione seriale nel campione. Il passo successivo sarà quindi teso a meglio cernere la natura territoriale di questa correlazione, mediante l'applicazione dell'analisi non parametrica della varianza di Kruskal-Wallis. Come si vede nell'allegato 3, questa procedura consente di rintracciare una componente sistematica nelle differenze tra punteggi per le singole regioni. Al livello di due o cinque²¹ circoscrizioni territoriali la differenza tra i punteggi pare invece essere distribuita in modo uniforme.

Un'analogha procedura può essere applicata all'analisi delle differenze nelle graduatorie di efficienza associate rispettivamente all'utilizzazione di FDH e FDH-C.²² E' possibile vedere dall'allegato 4 e dalla Fig. 10 come queste differenze possano essere di una certa importanza, e come anche in questo caso sembri esistere una struttura sistematica nei dati.

Figura 10. DIFFERENZA DELLE POSIZIONI IN GRADUATORIA CON APPLICANDO FDH E FDH-C

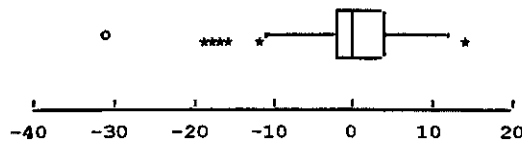


Il *box-plot* riportato nella Fig. 11 consiglia di ricorrere anche per questa variabile a procedure inferenziali non parametriche.

²¹ La regione Emilia-Romagna viene qui considerata come facente parte del Centro e non del Nord-Est, contrariamente a quanto avviene per la classificazione adottata dall'Istat. Questo tipo di classificazione, già più volte adottato nei rapporti Svimez, si giustifica in base alla volontà di ottenere aggregati omogenei dal punto di vista dei comportamenti finanziari degli enti pubblici.

²² Una differenza negativa sta a significare che la posizione in classifica di una data osservazione è più bassa con l'FDH-C che con l'FDH.

Figura 11. DIFFERENZA NELLE POSIZIONI IN GRADUATORIA
(per le osservazioni dominate)

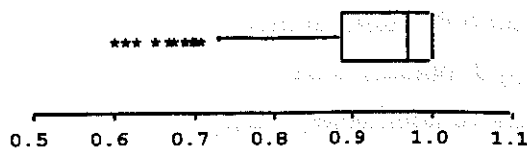


I risultati del test di Wald-Wolfowitz (v. allegato 5) confermano che una (seppur debole) componente sistematica esiste anche in questo caso. Tuttavia, l'analisi di Kruskal-Wallis evidenziata nell'allegato 5 non consente di meglio individuare per questa variabile la dimensione territoriale degli effetti sistematici. Ciò naturalmente potrebbe essere dovuto non solo a una dimensione relativamente poco importante delle differenze tra punteggi (rispetto al campo di variazione della misura di efficienza originale), ma anche a una correlazione negativa tra DF_I e differenza tra punteggi (cioè $DF_I - DF-C_I$). In effetti le relative misure di correlazione di Spearman e di Kendall sono rispettivamente uguali a -0.227 e a -0.153. Analogamente, dovrebbe risultare una correlazione positiva tra DF_I e $\cos(\omega)$, e le due misure sono in effetti rispettivamente pari a 0.297 e a 0.209.

Per ciò che riguarda l'eventualità descritta nella Fig. 7, l'allegato 6 riporta i sei casi effettivamente caratterizzati da un cambiamento dell'osservazione dominante. Il fatto che questa eventualità si realizzi significa che esisteranno *slacks* più ampi coll'FDH-C che coll'FDH. Questo accadrà in quanto l'algoritmo del FDH-C selezionerà osservazioni dominanti che, *ceteris paribus*, saranno caratterizzate da un maggiore risparmio di *slacks* nei riguardi dell'osservazione dominata (o piuttosto della proiezione di quest'ultima sulla frontiera di efficienza).

Per concludere, sembra interessante accertare la presenza di una componente sistematica in $DF-C_I$, includendo nel campo di osservazione anche le unità efficienti. Anche per questa variabile (v. Fig. 12) è consigliabile utilizzare le procedure non parametriche già utilizzate in precedenza.

Figura 12. PUNTEGGI DI EFFICIENZA $DF-C_I$
(per le osservazioni comparabili)



L'allegato 7 mostra chiaramente come esista una componente sistematica territoriale in questa variabile, che penalizza largamente le regioni del Mezzogiorno continentale e insulare e avvantaggia leggermente il Nord-Est rispetto a Nord-Ovest e Centro. Come già detto, esula dagli scopi del presente lavoro uno studio più approfondito delle ragioni di questi divari (così come di quelli relativi alla distribuzione degli *slacks*), che paiono comunque meritevoli di attenzione nell'ambito di una futura ricerca.

E' opportuno fare a questo punto alcune annotazioni. Prima di tutto, i risultati relativi a presenza e tipo delle componenti sistematiche nelle variabili rimangono sostanzialmente gli stessi qualora si applichino ai dati delle procedure parametriche di ANOVA. Quindi, è opportuno sottolineare che valori più eterogenei per $\cos(\omega)$ potevano verosimilmente essere ottenuti qualora si fosse tenuto conto nell'analisi di un maggiore numero di input. Più alto è questo numero e più dovrebbe infatti ridursi lo schiacciamento attorno a valori molto elevati del coefficiente di correlazione tra vettori di input. Considerazioni di carattere esemplificativo hanno tuttavia suggerito di mantenere il numero di input vicino a un valore abituale per la letteratura empirica. Infine, la presenza di una correlazione positiva tra DFI e $\cos(\omega)$ tenderebbe a ridurre la rilevanza pratica di quest'ultima per il *ranking* delle osservazioni. E' chiaro comunque che anche in questo caso $\cos(\omega)$ fornirebbe un'utile misura sintetica dell'ammontare degli *slacks*, e che la correlazione qui riscontrata meriterebbe di per sé di essere oggetto di futuri studi.

8. Note conclusive

In questo lavoro si è proposta un'estensione dell'approccio FDH ai fini di tenere conto della presenza di eventuali *slacks* di input e output nella misura dell'efficienza produttiva. Per una data unità produttiva dominata, a questi *slacks* viene dato un peso inversamente proporzionale al coseno dell'angolo formato dal vettore virtuale di input (o di output) ottenuto dalla contrazione radiale degli input (o dall'espansione radiale degli output) sino alla frontiera dell'insieme di riferimento e dal vettore di input (o di output) della rispettiva osservazione dominante. Questo coseno - denotato $\cos(\omega)$ - è analiticamente equivalente al coefficiente di correlazione fra il vettore virtuale e il vettore di input (o di output) dominante, fornendo una misura di quanto il vettore di input (o di output) di un produttore inefficiente si scosti dal vettore di input (o di output) della relativa osservazione dominante. Quindi, minore è la correlazione con il vettore dominante, maggiore è lo *slack*, e maggiore è la correzione applicata alla misura DF originale. La misura DF-C qui proposta si ottiene poi semplicemente moltiplicando la misura DF per $\cos(\omega)$.

Come per l'approccio FDH, i sottoinsiemi efficienti coincideranno con i punti di osservazione dominanti. Tuttavia, penalizzando l'esistenza di *slacks*, l'FDH-C assicura che un produttore possa essere definito efficiente solo se appartiene al sottoinsieme efficiente. Un'altra interessante proprietà della correzione qui proposta è che essa non è influenzata dalle unità di misura adottate per input e output.

L'applicazione sia del FDH che dell'FDH-C agli ospedali di zona italiani suggerisce che si possono ottenere consistenti e sistematiche differenze nei punteggi di efficienza assegnati alle osservazioni dominate. Come conseguenza di questi cambiamenti nei punteggi di efficienza, l'applicazione dell'FDH-C può condurre a sostanziali alterazioni della graduatoria di efficienza ottenuta col tradizionale approccio FDH, suggerendo che l'algoritmo qui proposto abbia un'effettiva rilevanza pratica dal punto di vista del *ranking* delle osservazioni. Si possono infine effettivamente trovare casi in cui un'osservazione inefficiente è dominata da osservazioni diverse nell'ambito dell'FDH e dell'FDH-C. Ciò si verifica perché, se una determinata unità è dominata da più di un'unità di riferimento, la penalizzazione attribuita dal FDH-C agli *slacks* può alterare l'identità dell'osservazione dominante rispetto alla quale il punteggio dell'osservazione dominata risulta più basso.

Allegato 1

OUTPUT: Giornate di degenza per ospedale
 INPUT: N. di medici per ospedale
 N. di paramedici per ospedale
 N. di altri dipendenti per ospedale
 N. di posti letto per ospedale

N. di osservazioni: 273
 N. di osservazioni dominanti: 101
 N. di osservazioni dominate: 159
 N. di osservazioni efficienti *by default*: 13

FDH

PUNTEGGIO DI EFFICIENZA MEDIO (osservazioni dominate) : 0.896
 PUNTEGGIO DI EFFICIENZA MEDIO (osservazioni comparabili) : 0.937

SOMMA DEGLI SLACKS:

	ASSOLUTA	PERCENTUALE
Giornate di degenza per ospedale:	-284 570.6	-4.4454 %
N. di medici per ospedale:	1 020.6	16.2696 %
N. di paramedici per ospedale:	2 115.5	10.0819 %
N. di altri dipendenti per ospedale:	3 271.7	21.1764 %
N. di posti letto per ospedale	548.6	1.9421 %

FDH-C

PUNTEGGIO DI EFFICIENZA MEDIO (osservazioni dominate): 0.887
 PUNTEGGIO DI EFFICIENZA MEDIO (osservazioni comparabili) : 0.931

SOMMA DEGLI SLACKS:

	ASSOLUTA	PERCENTUALE
Giornate di degenza per ospedale:	-291 004.8	-4.5459 %
N. di medici per ospedale:	1 036.2	16.5168 %
N. di paramedici per ospedale:	2 195.7	10.4642 %
N. di altri dipendenti per ospedale:	3 367.8	21.7984 %
N. di posti letto per ospedale	535.4	1.8955 %

OSSERVAZIONI EFFICIENTI BY DEFAULT

MN89, MN90, UD90, IM88, SV90, PT89, FI90, GR90, VT89, TE89, PE90, CB90, PZ90.

OSSERVAZIONI DOMINANTI

AT88, VA88, CO88, PV88, CR88, BZ88, TN88, VR88, TV88, PD88, RO88,
 PN88, SV88, PC88, PR88, RE88, MO88, BO88, FE88, FO88, PT88, MC88, VT88,
 LT88, FR88, TE88, CH88, IS88, CB88, BN88, FG88, PZ88, MT88, PA88, SR88,
 TO89, AT89, CO89, MI89, CR89, BZ89, TN89, VI89, TV89, PD89, RO89,
 PN89, UD89, IM89, SV89, GE89, PC89, PR89, MO89, BO89, FE89, FO89, FI89,
 TR89, PS89, RM89, FR89, IS89, FG89, PZ89, MT89,
 AT90, VA90, CO90, BG90, BS90, PV90, CR90, BZ90, TN90, PD90, RO90,
 GE90, PC90, PR90, RE90, BO90, RA90, FO90, LU90, PT90, LI90, AR90, TR90,
 PS90, MC90, RI90, RM90, FR90, IS90, BN90, FG90, BR90, MT90, SR90, CA90.

Allegato 2

PUNTEGGI DI EFFICIENZA (PER LE OSSERVAZIONI DOMINATE)

<u>osservazione</u>	DF_I	$DF-C_I$
CB89	1	0,999999
VR89	1	0,999995
RM88	1	0,999986
UD88	1	0,999972
CH89	1	0,999964
RE89	1	0,999953
MC89	1	0,999921
BN89	1	0,999876
VI88	1	0,998666
TE90	1	0,997496
RG89	0,995525	0,994537
MN88	0,993590	0,993348
BA90	0,995704	0,990959
CT88	0,997456	0,990680
BL89	0,993669	0,990662
PG89	0,990184	0,986973
RI89	0,987421	0,986107
MO90	0,988837	0,985876
RI88	0,987421	0,985289
RG88	0,995525	0,984260
CT89	0,994002	0,983521
CT90	0,988149	0,983376
FE90	0,982188	0,982160
VR90	0,980622	0,979751
BR89	0,999210	0,976537
PA90	0,994113	0,975293
VE89	0,976846	0,973976
AQ88	0,972414	0,972332
LT89	0,976932	0,969053
VE88	0,972167	0,967976
BG88	0,983070	0,966753
SI88	0,993432	0,966525
SP90	0,973713	0,965505
VI90	0,964698	0,964038
BG89	0,978183	0,962381
PS88	0,963810	0,961012
SI89	0,986949	0,960923
MI90	0,970940	0,960755
VP90	0,967914	0,959723
TO90	0,959170	0,959116
BL90	0,959730	0,958646
MI88	0,958614	0,957977
VC90	0,964772	0,957536
LE90	0,958532	0,957452
LT90	0,960446	0,956632
BL88	0,956175	0,952863
BS89	0,955036	0,951566
GE88	0,954267	0,951249
FI88	0,954123	0,950249
TP89	0,953425	0,949820

Allegato 2
(continuazione)

TP88	0,953425	0,949593
SR89	0,952321	0,948814
PG88	0,950243	0,948751
CH90	0,962435	0,945278
GR88	0,953237	0,943735
LE89	0,946084	0,943493
VA89	0,941134	0,937902
SO88	0,938202	0,937838
TV90	0,963198	0,937796
RA88	0,950113	0,937676
RA89	0,950113	0,937676
TA90	0,949700	0,936828
IM90	0,944724	0,936693
TP90	0,942308	0,936493
LI89	0,944767	0,935689
CN90	0,948214	0,935595
LI88	0,941120	0,932242
AQ89	0,931298	0,928856
TO88	0,955882	0,926675
PG90	0,935841	0,922076
LU88	0,937838	0,920751
BA89	0,918138	0,917916
LE88	0,919487	0,917637
SI90	0,961990	0,916937
CL89	0,918664	0,916075
CS89	0,944897	0,913696
VC89	0,920849	0,911993
BA88	0,911510	0,910452
CS88	0,941500	0,907296
PN90	0,936495	0,906787
AR88	0,910512	0,905359
AR89	0,915069	0,904643
CS90	0,940129	0,904533
BS88	0,906144	0,904311
SP88	0,926332	0,904199
NA88	0,909110	0,903270
ME90	0,906862	0,900972
NO90	0,899123	0,895727
AN90	0,896990	0,895629
AL88	0,897803	0,894800
AL89	0,897803	0,894555
ME88	0,895972	0,892570
NA90	0,889818	0,888251
AL90	0,890939	0,886540
PI88	0,907202	0,886001
AN89	0,880714	0,880311
NA89	0,888821	0,879701
AN88	0,880714	0,879572
CE90	0,893008	0,876567
VE90	0,911690	0,873927
PI89	0,880759	0,871241
CN88	0,881514	0,869210

Allegato 2
(continuazione)

CN89	0,880421	0,868215
AG90	0,867028	0,864711
ME89	0,868966	0,862940
PE89	0,902564	0,860817
TA89	0,868521	0,859399
CL90	0,865724	0,856973
VC88	0,870912	0,856752
PI90	0,880759	0,852256
PV89	0,863187	0,851745
CE88	0,853462	0,849473
CE89	0,853462	0,849451
TR88	0,844828	0,843040
SO90	0,853288	0,841142
BR88	0,845871	0,838446
CL88	0,838664	0,838135
SO89	0,851852	0,836753
AV88	0,835514	0,833108
AG88	0,830913	0,829926
AV89	0,825866	0,823728
NO89	0,832206	0,822770
LU89	0,846354	0,819092
AP88	0,826748	0,815891
AP89	0,826748	0,814195
NO88	0,821643	0,812970
SP89	0,810976	0,809632
SS89	0,824773	0,809595
AP90	0,821752	0,806845
SS88	0,814126	0,806479
MS89	0,807018	0,803029
CA89	0,808219	0,802977
SS90	0,832460	0,802523
MS90	0,805092	0,799893
EN89	0,808307	0,798270
AG89	0,795037	0,793889
GR89	0,793532	0,790688
MS88	0,793726	0,790378
TA88	0,792607	0,787856
RG90	0,788033	0,786815
EN88	0,793104	0,784128
PA89	0,789554	0,778068
CZ88	0,775509	0,772718
EN90	0,762761	0,762066
NU90	0,761905	0,753924
CA88	0,754261	0,751233
AV90	0,747492	0,739177
PE88	0,761905	0,728827
RC90	0,736520	0,706502
CZ89	0,714030	0,705510
NU88	0,716418	0,700756
CZ90	0,703933	0,695180
SA88	0,691792	0,687752
RC89	0,679065	0,673662

Allegato 2
(continuazione)

SA89	0,687727	0,665191
NU89	0,668293	0,649908
SA90	0,628666	0,628034
RC88	0,623855	0,613716
AQ90	0,616780	0,599746

Allegato 3

DIFFERENZA NEI PUNTEGGI DI EFFICIENZA (per le osservazioni dominate)

PIEMONTE	N = 14	MEDIA = 0.009
LOMBARDIA	N = 12	MEDIA = 0.008
VENETO	N = 11	MEDIA = 0.007
FRIULI-V. G.	N = 2	MEDIA = 0.015
LIGURIA	N = 5	MEDIA = 0.009
EMILIA-R.	N = 5	MEDIA = 0.006
TOSCANA	N = 18	MEDIA = 0.015
UMBRIA	N = 4	MEDIA = 0.005
MARCHE	N = 8	MEDIA = 0.006
LAZIO	N = 6	MEDIA = 0.004
ABRUZZO	N = 8	MEDIA = 0.014
MOLISE	N = 1	MEDIA = 0.000
CAMPANIA	N = 13	MEDIA = 0.006
PUGLIA	N = 11	MEDIA = 0.006
CALABRIA	N = 9	MEDIA = 0.019
SICILIA	N = 24	MEDIA = 0.006
SARDEGNA	N = 8	MEDIA = 0.013

TEST di WALD-WOLFOWITZ

Mediana = 0.005
Casi < Mediana = 77
Casi > Mediana = 82
Successioni = 65
Z = - 2.456
P-value (a 2 code) = 0.014

ANALISI DELLA VARIANZA di KRUSKAL-WALLIS

Gruppi: Centro-Nord, Sud.
MANN-WHITNEY U TEST STATISTIC = 3094.500
P-value = 0.862 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO = 0.030 CON 1 GdL

Gruppi: Nord-Ovest, Nord-Est, Centro, Mezzogiorno continentale, Isole.
KRUSKAL-WALLIS TEST STATISTIC = 2.741
P-value = 0.602 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO CON 4 GdL

Gruppi: Piemonte, Lombardia, Veneto, Friuli-V. G., Liguria, Emilia-R., Toscana, Umbria, Marche, Lazio, Abruzzo, Molise, Campania, Puglia, Calabria, Sicilia, Sardegna.
KRUSKAL-WALLIS TEST STATISTIC = 28.480
P-value = 0.028 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO CON 16 GdL

Allegato 4

DIFFERENZA NELLE POSIZIONI IN GRADUATORIA
(PER LE OSSERVAZIONI DOMINATE)

oss. Diff. nel ranking

TO88	-19.0
TO90	6.0
VC88	-3.0
VC89	1.0
VC90	-5.0
NO88	3.0
NO89	0.0
NO90	3.0
CN88	-2.0
CN89	2.0
CN90	-4.0
AL88	2.0
AL89	2.0
AL90	3.0
VA89	12.0
SO88	14.0
SO89	-3.0
SO90	-1.0
MI88	5.0
MI90	-2.0
BG88	-4.0
BG89	-5.0
BS88	5.0
BS89	4.0
PV89	0.0
MN88	7.0
VR89	-2.0
VR90	5.0
VI88	-9.0
VI90	5.0
BL88	3.0
BL89	3.0
BL90	4.0
TV90	-18.0
VE88	5.0
VE89	5.0
VE90	-17.0
PN90	-6.0
UD88	-4.0
IM90	3.0
GE88	4.0
SP88	-8.0
SP89	4.0
SP90	0.0
RE89	-6.0
MO90	4.0
PE90	5.0
RA88	0.0

Allegato 4
(continuazione)

RA89	-2.0
MS88	-1.0
MS89	3.0
MS90	1.0
LU88	2.0
LU89	-7.0
FI88	4.0
LI88	3.0
LI89	0.0
PI88	-8.0
PI89	0.0
PI90	-8.0
AR88	4.0
AR89	0.0
SI88	-12.0
SI89	-11.0
SI90	-31.0
GR88	1.0
GR89	1.0
PG88	5.0
PG89	5.0
PG90	5.0
TR88	4.0
PS88	4.0
AN88	6.0
AN89	7.0
AN90	5.0
MC89	-7.0
AP88	0.0
AP89	0.0
AP90	-1.0
VT90	-2.0
RI88	6.0
RI89	7.0
RM88	-3.0
LT89	2.0
LT90	-1.0
AQ88	6.0
AQ89	8.0
AQ90	0.0
TE90	-10.0
PE88	-2.0
PE89	-16.0
CH89	-5.0
CH90	-12.0
CB89	-1.0
CE88	0.0
CE89	0.0
CE90	-3.0
BN89	-8.0
NA88	0.0
NA89	2.0

Allegato 4
(continuazione)

NA90	5.0
AV88	1.0
AV89	5.0
AV90	1.0
SA88	0.0
SA89	-1.0
SA90	0.0
BA88	6.0
BA89	9.0
BA90	0.0
TA88	1.0
TA89	1.0
TA90	-1.0
BR88	1.0
BR89	-17.0
LE88	6.0
LE89	7.0
LE90	4.0
CS88	-11.0
CS89	-12.0
CS90	-12.0
CZ88	0.0
CZ89	1.0
CZ90	0.0
RC88	0.0
RC89	1.0
RC90	0.0
TP88	4.0
TP89	4.0
TP90	3.0
PA89	-1.0
PA90	-10.0
ME88	3.0
ME89	2.0
ME90	1.0
AG88	3.0
AG89	0.0
AG90	3.0
CL88	2.0
CL89	5.0
CL90	2.0
EN88	-2.0
EN89	-3.0
EN90	0.0
CT88	-2.0
CT89	-4.0
CT90	1.0
RG88	-5.0
RG89	3.0
RG90	2.0
SR89	5.0
SS88	0.0

Allegato 4
(continuazione)

SS89	-1.0
SS90	-12.0
NU88	-1.0
NU89	0.0
NU90	0.0
CA88	1.0
CA89	1.0

Allegato 5

DIFFERENZA NELLE POSIZIONI IN GRADUATORIA (per le osservazioni dominate)

PIEMONTE	N = 14	MEDIA = 2.571
LOMBARDIA	N = 12	MEDIA = 0.583
VENETO	N = 11	MEDIA = - 2.636
FRIULI-V. G.	N = 2	MEDIA = 2.000
LIGURIA	N = 5	MEDIA = - 4.000
EMILIA-R.	N = 5	MEDIA = 0.200
TOSCANA	N = 18	MEDIA = - 3.278
UMBRIA	N = 4	MEDIA = 4.750
MARCHE	N = 8	MEDIA = 1.750
LAZIO	N = 6	MEDIA = 1.500
ABRUZZO	N = 8	MEDIA = - 3.875
MOLISE	N = 1	MEDIA = - 1.000
CAMPANIA	N = 13	MEDIA = 0.154
PUGLIA	N = 11	MEDIA = 1.545
CALABRIA	N = 9	MEDIA = - 3.667
SICILIA	N = 24	MEDIA = 0.667
SARDEGNA	N = 8	MEDIA = -1.500

TEST di WALD-WOLFOWITZ

Mediana = 0.000
Casi < Mediana = 80
Casi > Mediana = 79
Successioni = 70
Z = - 1.670
P-value (a 2 code) = 0.095

ANALISI DELLA VARIANZA di KRUSKAL-WALLIS

Gruppi: Centro-Nord, Sud.
MANN-WHITNEY U TEST STATISTIC = 3421.500
P-value = 0.338 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO = 0.918 CON 1 GdL

Gruppi: Nord-Ovest, Nord-Est, Centro, Mezzogiorno continentale, Isole.
KRUSKAL-WALLIS TEST STATISTIC = 1.324
P-value = 0.857 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO CON 4 GdL

Gruppi: Piemonte, Lombardia, Veneto, Friuli-V. G., Liguria, Emilia-R., Toscana, Umbria, Marche, Lazio, Abruzzo, Molise, Campania, Puglia, Calabria, Sicilia, Sardegna.
KRUSKAL-WALLIS TEST STATISTIC = 20.982
P-value = 0.179 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO CON 16 GdL

Allegato 6

CASI IN CUI L'IDENTITÀ DELL'OSSERVAZIONE DOMINANTE DI RIFERIMENTO
E' ALTERATA DALLA FUNZIONE COS (w)

<u>Osservazione dominata</u>	<u>Osservazioni dominanti</u>	DF _I	cos(w)	DF-C _I
TO88	PR89	0.956	0.976	0.933
	PR90	0.963	0.962	0.927
SP88	PR89	0.926	0.997	0.924
	LI90	0.937	0.965	0.904
PE89	RO90	0.903	0.996	0.899
	RA90	0.921	0.935	0.861
SA89	PR89	0.688	0.976	0.671
	PR90	0.693	0.960	0.665
PA90	AT90	0.994	0.994	0.988
	PT88	0.996	0.979	0.975
SS89	IS89	0.825	0.989	0.816
	IS90	0.827	0.979	0.810

Allegato 7.

PUNTEGGI DI EFFICIENZA DF-C_T
(per le osservazioni comparabili)

PIEMONTE	N = 18	MEDIA = 0.916
LOMBARDIA	N = 25	MEDIA = 0.964
TRENTINO-A. A.	N = 6	MEDIA = 1.000
VENETO	N = 21	MEDIA = 0.981
FRIULI-V. G.	N = 6	MEDIA = 0.984
LIGURIA	N = 9	MEDIA = 0.952
EMILIA-R.	N = 24	MEDIA = 0.993
TOSCANA	N = 24	MEDIA = 0.915
UMBRIA	N = 6	MEDIA = 0.950
MARCHE	N = 12	MEDIA = 0.921
LAZIO	N = 14	MEDIA = 0.990
ABRUZZO	N = 10	MEDIA = 0.903
MOLISE	N = 5	MEDIA = 1.000
CAMPANIA	N = 15	MEDIA = 0.842
PUGLIA	N = 15	MEDIA = 0.936
BASILICATA	N = 5	MEDIA = 1.000
CALABRIA	N = 9	MEDIA = 0.766
SICILIA	N = 27	MEDIA = 0.902
SARDEGNA	N = 9	MEDIA = 0.786

TEST di WALD-WOLFOWITZ

Mediana = 0.969
Casi < Mediana = 130
Casi > Mediana = 130
Successioni = 82
Z = - 6.809
P-value (a 2 code) = 0.000

ANALISI DELLA VARIANZA di KRUSKAL-WALLIS

Gruppi: Centro-Nord, Sud.

MANN-WHITNEY U TEST STATISTIC = 11056.000
P-value = 0.000 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO = 32.276 CON 1 GdL

Gruppi: Nord-Ovest, Nord-Est, Centro, Mezzogiorno continentale, Isole.

KRUSKAL-WALLIS TEST STATISTIC = 37.254
P-value = 0.000 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO CON 4 GdL

Gruppi: Piemonte, Lombardia, Trentino-A.A., Veneto, Friuli-V.G.,
Liguria, Emilia-R., Toscana, Umbria, Marche, Lazio, Abruzzo, Molise,
Campania, Puglia, Basilicata, Calabria, Sicilia, Sardegna.

KRUSKAL-WALLIS TEST STATISTIC = 105.434
P-value = 0.000 per APPROSSIMAZIONE CHI-QUADRO CON 18 GdL

Riferimenti bibliografici

- CHARNES A., COOPER W.W., LEWIN A.Y., E SEIFORD L. (a cura di) (1993), *Data Envelopment Analysis Theory, Methodology and Applications*, Quorum Books, Amherst (Mass.).
- DEBREU G. (1951), The Coefficient of Resource Utilisation, *Econometrica*, Vol. 19, pp. 273-292.
- DEPRINS D., SIMAR L. e TULKENS H. (1984), Measuring Labor-Efficiency in Post Offices, in MARCHAND M., PESTIEAU P. e TULKENS H. (a cura di), *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurement*, North-Holland, Amsterdam, pp. 243-267.
- FARRELL M. J. (1957), The Measurement of Productive Efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, General*, Vol. 120, pp. 253-281.
- FRANCI A. e CALCAGNINI G. (1982), Una funzione di produzione per gli ospedali generali di zona della Regione Marche, *Economia Pubblica*, vol. 12, pp. 343-352.
- FRIED H., LOVELL C. A. K. e SCHMIDT S. (a cura di) (1993), *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford University Press, Londra.
- GROSSKOPF S. e VALDMANIS V. (1987), Measuring Hospital Performance: A Non-parametric Approach, *Journal of Health Economics*, Vol. 6, pp. 89-107.
- KOOPMANS T. C. (1951), An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities, in KOOPMANS T. C. (a cura di), *Activity Analysis of Production and Allocation*, Wiley, New York, Cap. 3.
- KOOPMANS T. C. (1957), *Three Essays on the State of Economic Science*, McGraw Hill, New York.
- ISTAT (1991), *Statistiche della Sanità*, Annuario n. 4.
- ISTAT (1992), *Statistiche della Sanità*, Annuario n. 5.
- ISTAT (1993), *Statistiche della Sanità*, Annuario n. 6.
- LOVELL C. A. K. (1993), Production Frontiers and Productive Efficiency, in FRIED H., LOVELL C. A. K. e SCHMIDT S. (a cura di), *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford University Press, Londra, Cap. 1.
- MARCHESE C. (1990), Rapporto di agenzia ed efficienza tecnica: il caso delle Poste italiane, in GIARDINA E. (a cura di), *Impresa pubblica, privatizzazione e regolamentazione*, F. Angeli, Milano, pp. 173-190.
- MARASCUILO, L.A. e McSWEENEY, M. (1977), *Nonparametric and Distribution-free Methods for the Social Sciences*, Wadsworth, Belmont, CA.

- PAVONE A. (1992), *Valutazione della performance nel sistema universitario italiano: alcune evidenze dal punto di vista dell'efficienza produttiva*, Tesi di Master in Economia del settore pubblico, Formez, Napoli.
- SIEGEL S. (1956), *Nonparametric Statistics for the Behavioural Sciences*, McGraw-Hill, New York.
- THIRY B. e TULKENS H. (1992), Allowing for Technical Inefficiency in Parametric Estimation of Production Functions for Urban Transit Firms, *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 3, pp. 45-65.
- TULKENS H. (1986), La performance productive d'un service public. Définition, méthodes de mesure et application à la Régie des Postes en Belgique, *L'Actualité Economique, Revue d'Analyse Economique* (Montréal), Vol. 62, pp. 306-335.
- TULKENS H. (1990), *Non-Parametric Efficiency Analyses in Four Service Activities: Retail Banking, Municipalities, Courts and Urban Transit*, D.P. n. 9050, CORE, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve.