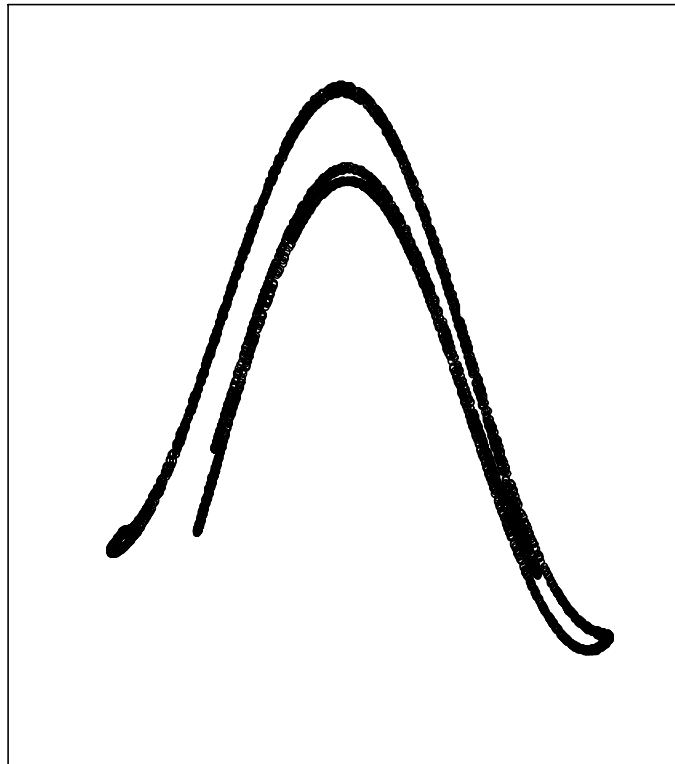


Vincenzo Comegna - Cira Perna - Cosimo Vitale

**ANALISI STATISTICA DELLE PROPRIETÀ
IDRAULICHE ED IDRODISPERSIVE DEI SUOLI**



Edizioni Scientifiche Italiane

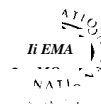
*La collana «Manlio Rossi-Doria» si avvale in parte del contributo dell'Istituto Banco di Napoli
Fondazione.*

COMEGNA Vincenzo; PERNA Cira; VITALE Cosimo
Analisi statistica delle proprietà idrauliche ed idrodispersive dei suoli
Collana: «Manlio Rossi-Doria», a cura del Centro per la Formazione
in Economia e Politica dello Sviluppo Rurale e del Dipartimento
di Economia e Politica Agraria dell'Università di Napoli Federico II, 8
Napoli: Edizioni Scientifiche Italiane, 2004
pp. VIII+208; 24 cm
ISBN 88-495-0867-0

O 2004 by Edizioni Scientifiche Italiane s.p.a.
80121 Napoli, via Chiatamone 7
00185 Roma, via dei Taurini 27

Azienda con sistema qualità certificato da

Internet: www.esispa.com
E-mail: info@esispa.com



I diritti di traduzione, riproduzione e adattamento totale o parziale e con qualsiasi mezzo (compresi i microfilm e le copie fotostatiche) sono riservati per tutti i Paesi.

Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, comma 4 della legge 22 aprile 1941, n. 633 ovvero dall'accordo stipulato tra SIAN, AIE, SNS e CNA, CONFARTIGIANATO, CASA, CLAAI, CONFCOMMERCIO, CONFESERCENTI il 18 dicembre 2000.

Associazione Italiana per i Diritti di Riproduzione delle Opere dell'ingegno (AIDRO)
via delle Erbe, 2 - 20121 Milano - tel. e fax 02-809506; e-mail: aidro@iol.it

INDICE

<i>Premessa</i>	1
Capitolo 1	
<i>Nuovi sviluppi nelle analisi statistiche delle proprietà idrauliche del suolo</i>	
1. <i>Introduzione</i>	5
2. <i>Variabilità e scala di misura</i>	7
3. <i>Variabili casuali e variabili regionali</i>	10
4. <i>Distribuzioni di frequenza</i>	11
5. <i>Test delle ipotesi, intervalli di confidenza, numerosità campionaria</i>	23
Capitolo 2	
<i>Analisi della struttura spaziale della variabilità</i>	
1. <i>Modelli concettuali di variazione del suolo</i>	27
2. <i>Metodi geostatistici e variazione continua del suolo</i>	28
3. <i>Il variogramma</i>	29
4. <i>L'autocorrelazione</i>	34
5. <i>Lo spettro di potenza</i>	36
6. <i>Modelli ARMA e sue varianti</i>	39
7. <i>Trend spaziale</i>	42
8. <i>Alcune applicazioni</i>	43
Capitolo 3	
<i>Interpolatori statistico-probabilistici</i>	
1. <i>Il kriging puntuale</i>	47
2. <i>Esempi di applicazione del kriging</i>	49
(a) <i>Mappe di contenuto idrico</i>	
(b) <i>Efficienza di campionamento</i>	
(c) <i>Strategie di campionamento</i>	
3. <i>Cross-variogramma e co-kriging</i>	53
4. <i>Variogramma bidimensionale</i>	55
5. <i>Altre procedure di kriging</i>	59

6. Interpolatori di tipo deterministico	60
Capitolo 4	
<i>Similitudine geometrica e stabilita' temporale</i>	
1. Introduzione	65
2. Cenni di teoria	66
3. Esempio di applicazione	67
4. La stabilita' temporale	72
5. Una applicazione	73
Capitolo 5	
<i>Rappresentazioni frattali</i>	
1. Introduzione	79
2. La curva di Koch	81
3. Le spugne di Sierpinski - Menger	83
4. Un esempio di applicazione	89
5. Moto Browniano e parametri idrici del suolo	94
6. La dimensione frattale per alcuni suoli	97
Serie osservate su ANDOSUOLO	
Serie osservate su suolo VERTIC-FLUVENT	
7. Variabilita' caotica delle grandezze idrauliche del suolo	104
Capitolo 6	
<i>Modelli stato-spazio</i>	
1. Introduzione	107
2. Un modello stato-spazio	107
3. Una applicazione nel caso univariato	110
4. Una applicazione nel caso bivariato	114
5. L'uso di modelli STAR	117
(a) Analisi univariata nello spazio	
(b) Analisi univariata nello spazio-tempo	
(c) Analisi bivariata nello spazio	
(d) Analisi bivariata nello spazio-tempo	
Capitolo 7	
<i>Equazioni differenziali stocastiche</i>	
1. Introduzione	133
2. Studio dell'infiltrazione su suolo PANOCHE	135
3. Studio del moto dei soluti su suolo PANOCHE	
con modello convettivo-dispersivo	140
4. Il problema della validita' dei modelli convettivi- dispersivi	144

5. <i>Modelli funzioni di trasferimento (TFM)</i>	147
6. <i>Misura dei parametri del TFM</i>	149
7. <i>Esperimenti di moto miscibile</i>	152
8. <i>Ulteriori considerazioni sui modelli di trasporto</i>	157
<i>(a) Calibratura e validazione</i>	
<i>(b) Criteri per la valutazione dei modelli</i>	
<i>(c) Criteri statistici di valutazione</i>	
 Capitolo 8	
<i>Le reti neurali artificiali</i>	
1. <i>Introduzione</i>	161
2. <i>Le reti neurali artificiali</i>	162
3. <i>La stima dei parametri</i>	165
3. <i>La scelta della tipologia della rete</i>	166
4. <i>La valutazione della performance della rete</i>	168
5. <i>Alcune applicazioni</i>	170
<i>A) L'applicazione di Schaap e Leij</i>	
<i>B) L'applicazione di Person et al.</i>	
6. <i>Considerazioni conclusive</i>	177
 Appendici	
<i>Caratteristiche generali dei suoli esaminati:</i>	181
<i>Suolo di Policoro (MT)</i>	
<i>Suolo di Guardia Perticara (PZ)</i>	
<i>Suolo di San Ferdinando di Puglia (FG)</i>	
<i>Suolo di Ginosa (TA)</i>	
<i>Suolo di Nardò (LE)</i>	
<i>Suolo di Ponticelli (NA)</i>	
<i>Suolo di Acerra (NA)</i>	
<i>Suolo di Guglionesi (CB)</i>	
<i>Suolo Panoche (USA)</i>	
<i>Software per personal computers:</i>	188
 Bibliografia	 191
 Indice degli autori	 205

Premessa

Questo volume è una edizione riveduta ed ampliata di una precedente ormai esaurita (Comegna V., Vitale C.; 1996). In questa versione, rispetto alla precedente, sono stati corretti alcuni errori tipografici, è stata aggiornata la bibliografia e, cosa più rilevante, è stato introdotto un capitolo sull'uso delle reti neurali per l'analisi delle proprietà idrauliche dei suoli corredato di applicazioni ed illustrazioni a casi reali.

La statistica di Fisher, Snedecor e collaboratori ha consentito di scrivere, tra l'altro, numerose pagine di biologia, agronomia e di scienza del suolo. In una visione *riduzionista* del mondo, per una numerosa schiera di ricercatori, è stato possibile manipolare separatamente variabili ed osservare, *ceteris paribus*, il comportamento di sistemi naturali pensando semplicisticamente che le variabili potessero essere separate, che eventi specifici potessero isolarsi dal loro contesto e che definite cause potessero tradursi in specifici effetti in assenza di interazione. Tale visione, pur essendosi rivelata efficace, non è tuttavia una prova stringente della sua validità ed è plausibile che i risultati raggiunti debbano riferirsi a microcosmi artificiali e non necessariamente al complesso sistema naturale che sfugge al nostro controllo.

In un'ottica ambientale è essenziale un approccio *olistico* nello studio degli ecosistemi in cui la regola, *ceteris non paribus*, è la complessità. Quando il sistema è esteso fisicamente fino a, per esempio, dimensioni planetarie e culturalmente sino ai valori più elevati dello spirito umano, se ne ottiene la definizione di portata più ampia e in questo caso si può parlare dell'*ambiente naturale globale*. Ogni visione che trascuri le esigenze dell'intero sistema, può indurre a soluzioni inopportune, con risultati persino opposti a quelli auspicati. D'altra parte, lo sviluppo impressionante delle conoscenze tecniche e della strumentazione scientifica, da pochi decenni a questa parte, rende possibile svelare alterazioni anche molto piccole del sistema in esame ed effettuare rilevamenti su larga scala (tele-rilevamento con impiego di satelliti) che permettono di studiare e seguire l'evolversi dell'ambiente in maniera enormemente più accurata di quanto lo fosse solo venti anni fa e con possibilità di prevedere con sensibile anticipo i pericoli di manifestazioni dannose. Quest'ultimo aspetto, che spesso determina

esaltazione delle apprensioni dei più pessimisti, deve essere per altro considerato come fattore di formidabile aumento delle capacità di previsione e in linea di massima di prevenzione di questi danni e perciò sotto questo aspetto di maggiore serenità di giudizio nell'affrontare il futuro.

Dall'esame dei problemi estesi ad un livello molto ampio, in un quadro più complesso fondato su misure più precise, numerose e sistematicamente rilevate, rispetto a quando fosse concesso di farlo nel passato, emerge una grande complessità del *sistema globale* che svela spesso insospettite ripercussioni di manifestazioni sia naturali che antropiche che risultano foriere di conseguenze pratiche ma anche di incertezze visto che si lavora ai margini delle possibilità tecniche e delle conoscenze scientifiche. Ne sono un esempio, a partire dalla grande scala, le discusse relazioni tra l'influenza della vegetazione naturale ed agraria e le immissioni gassose dell'industria sul bilancio dell'anidride carbonica dell'atmosfera, con le paventate conseguenze climatiche; seguono, ad una diversa scala, i problemi della desertificazione, i contributi dell'agricoltura all'inquinamento diffuso; si passa poi gradatamente ai problemi dell'eutrofizzazione delle acque marine e, attraverso il moto dei contaminanti nella zona non satura del suolo, all'inquinamento delle risorse idriche sotterranee.

L'approfondimento di questi problemi va evidentemente studiato a livello puntuale. In effetti, l'esigenza più sentita è quella di disporre di conoscenze adeguate alla gravità dei problemi che si presentano. È assolutamente necessario l'approfondimento delle ricerche e parallelamente l'istituzione di efficienti e non troppo costosi strumenti di monitoraggio dell'ambiente sì che risulti ridotta al minimo possibile la soggettività insita nei processi decisionali riguardanti i problemi stessi. Anche lo sviluppo di una nuova classe di metodologie statistiche che verranno presentate in questo studio può rappresentare uno dei mezzi migliori di progresso in questa direzione.

Già con riferimento alla spiccata eterogeneità dei mezzi porosi presenti nell'ecosistema, sede di numerosi processi chimico - fisici e biologici, le caratteristiche idrauliche possono presentare una spiccata variabilità anche se manifestano una qualche sorta di correlazione nelle loro distribuzioni spaziali e temporali. A causa della natura spazialmente continua dei processi di formazione dei suoli e delle aree climatiche, è possibile che misure effettuate in punti vicini risultino correlate. È anche plausibile attendere relazioni spazio - temporali di uno o più fenomeni ecologici correlabili a variazioni di altri parametri e proprietà intrinseche del suolo e dell'ecosistema.

Nell'esigenza di interpretare tale struttura della variazione in base ad un insieme di osservazioni, da tempo si sono affermati procedimenti stocastici di interpretazione della realtà osservata. In questo ambito un particolare ruolo è assunto dai modelli stato - spazio, dall'analisi spettrale della variabilità e da tecniche alternative per l'analisi di campi random multi - dimensionali.

Il presente studio è particolarmente dedicato agli aspetti fondamentali dell'analisi della variabilità spaziale e temporale delle proprietà idrauliche dei suoli, sviluppati secondo il paradigma fondamentale: teoria, risultati, utilizzazione e temi di ricerca che dovrebbero essere affrontati in futuro.

Sosteniamo che l'efficienza delle metodologie proposte si fonda sul postulato, largamente accettato, che il suolo è un complesso fenomeno naturale non perfettamente definito e pertanto le metodologie non pretendono che il sistema suolo, che può essere modellato con parametri ed osservazioni strumentali sia più esatto o più perfetto di quanto esso realmente sia. Da questo postulato discendono tutti gli strumenti analitici di sintesi ed indagine proposti in questo lavoro. Allo scopo, utile riferimento è fornito dall'ampia casistica offerta relativamente alle indagini svolte nel Dipartimento DIAAT dell'Università di Napoli Federico II, nel Dipartimento DITEC dell'Università della Basilicata e portate a sintesi grazie alla collaborazione con il Dipartimento DISES della Università di Salerno. Nelle appendici vengono presentati i caratteri generali dei suoli esaminati, alcuni pacchetti statistici per PC utilizzati ed una vasta bibliografia relativa ai diversi argomenti trattati.

Il quadro concettuale, di cui questo studio rappresenta una introduzione, può consentire, in tesi generale, un più corretto sviluppo di tecnologie *agro-ecologiche* volte all'accertamento della struttura delle risorse naturali integrate su differenti scale di spazio e di tempo per una gestione ottimale dell'ecosistema in toto piuttosto che valutare l'impatto di particolari, a volte arbitrari, trattamenti applicati, come spesso accade nelle scienze agronomiche, a sets di piccole parcelle sperimentali mediante il solo ricorso ai metodi di analisi della varianza.

CAPITOLO 1

Nuovi sviluppi nelle analisi statistiche delle proprietà idrauliche del suolo

1. *Introduzione*

I processi di trasporto dell'acqua e dei soluti alla scala di pieno campo sono in larga parte influenzati dalla variabilità spaziale e temporale delle proprietà idrauliche del suolo, osservabile anche in mezzi porosi naturali mediamente omogenei. E pertanto anche con l'impiego di modelli matematici è estremamente difficile una descrizione dettagliata nel suolo delle grandezze caratteristiche del processo di moto.

In molte applicazioni alla scala territoriale non sono richiesti dettagli, ma piuttosto sono sufficienti pochi parametri atti a definire statisticamente la distribuzione nel suolo delle grandezze che interessano. In questi casi può risultare abbastanza agevole l'impiego di modelli statistici in cui le variabili idrauliche sono considerate come stocastiche (Freeze, 1975).

Una definizione, sia pure stocastica, delle eterogeneità di un mezzo poroso richiede un elevato numero di rilievi nel dominio della circolazione idrica sotterranea, e allorché si passa allo studio della zona non satura, che si intende approssimativamente estesa dalla superficie del suolo alla falda, la caratterizzazione idraulica del mezzo poroso pone notevoli difficoltà di pari rilievo.

Data la complessità del problema, in quest'ultimo ventennio numerose ricerche sono state rivolte allo studio della variabilità spaziale delle proprietà fisiche ed idrauliche e per alcuni suoli rappresentativi si è pervenuti, con diversi approcci, metodologici ad una valutazione quantitativa della variabilità (Nielsen et al., 1973; Carvallo et al., 1976).

Le variazioni nello spazio delle proprietà fisiche del suolo sono considerate da questi Autori come irregolari, determinate da innumerevoli parametri secondo leggi complesse in modo da apparire sostanzialmente casuali e pertanto sono state descritte con procedimenti statistici. L'approccio statistico convenzionale adottato è consistito nel trattare le osservazioni relative alla proprietà studiata come grandezze statisticamente indipendenti svincolate dalla loro posizione spaziale. Più recentemente sono state condotte indagini che hanno chiaramente

messo in luce l'esistenza di una struttura spaziale delle eterogeneità (Gajem et al., 1981, Russo e Bresler, 1981).

Alla stregua dei fenomeni naturali, che sviluppati nello spazio e nel tempo evidenziano una struttura e che in geostatistica vengono indicati come fenomeni regionali (Matheron, 1971), anche i parametri idrologici possono essere considerati come variabili regionali la cui struttura può essere descritta in termini di *variogramma*. È stato così possibile considerare ciascuna proprietà fisica, nel caso di *isotropia*, come realizzazione di un *processo stocastico* funzione delle coordinate su di un piano orizzontale e nel caso di *anisotropia* funzione della direzione. Le applicazioni di tali tecniche si sono mostrate promettenti per la descrizione della variabilità nello spazio delle caratteristiche idrauliche del suolo ed hanno consentito di definire il numero e la distanza a cui effettuare le misurazioni riducendo i costi di campionamento (Viera et al., 1981). Inoltre, attraverso il variogramma è possibile applicare tecniche di estrapolazione ottimale (*kriging e cokriging*) che consentono, con un ridotto numero di osservazioni, di tracciare delle mappe abbastanza dettagliate di distribuzione spaziale dei vari parametri (Burgess e Webster, 1980).

Ulteriori tecniche impiegate, soprattutto in idrologia, per lo studio spaziale della variabilità consentono di analizzare la struttura in termini di funzioni di *autocorrelazione* e generalizzazioni dei modelli *ARMA* finalizzati alla stima delle proprietà stocastiche dei dati. Alcune applicazioni in fisica del suolo includono i lavori di Morkoc e Nielsen (1985), Comegna et al. (1990), Comegna e Vitale (1993).

La possibilità di ridurre l'onerosità delle misurazioni ripropone con maggiore concretezza l'esame della variabilità delle caratteristiche del suolo. Da tempo Miller e Miller (1956), ipotizzando che le geometrie del suolo in punti diversi siano tra loro in similitudine, hanno mostrato che è possibile riferire i valori locali delle grandezze di interesse misurati in zone diverse, ai corrispondenti valori medi attraverso la distribuzione spaziale del valore locale di opportuno rapporto di similitudine α . Tale promettente metodologia è stata utilizzata per comprimere la variabilità delle proprietà idrauliche del suolo (Warrick et al., 1977; Ciollaro e Comegna, 1989).

L'accertamento dell'esistenza per i parametri idraulici del suolo di una stabilità temporale intesa come la persistenza nel tempo della correlazione tra la localizzazione di alcuni siti di misura ed i parametri statistici della funzione di *densità di probabilità* delle proprietà fisiche del suolo, può consentire una notevole riduzione del numero delle osservazioni di campo. Una indagine della recente letteratura (Vachaud et al., 1985; Comegna e Basile, 1992) mostra che è possibile ipotizzare una persistenza o stabilità temporale nel contenuto idrico spaziale del suolo anche se accertato su pochi casi.

Occorre anche ricordare che nell'ambito delle metodologie considerate le tecniche di geostatistica tendono quasi sempre a sottovalutare il ruolo e la di-

mensione del tempo nei modelli spaziali. Numerosi parametri idrologici sono da considerare piuttosto come funzioni spazio-temporali con continue complesse fluttuazioni e con scale spaziali e temporali fondamentalmente differenti e quindi non comparabili in senso fisico. Così di rilievo possono risultare i modelli di tipo *STAR* recentemente utilizzati da Comegna e Vitale (1993) nell'analisi dei parametri b e θ per caratterizzare lo stato idrico del suolo in un dominio spazio-temporale.

È da osservare, infine, che anche il concetto di *insieme frattale* introdotto da Mandelbrot (1983) offre l'opportunità di sviluppare nuovi modelli concettuali di interpretazione dell'eterogeneità di quei mezzi porosi in cui i processi responsabili della loro genesi hanno operato ed interagito su differenti scale spazio-temporali e pertanto, per ragionevole supposizione, le loro proprietà intrinseche si potranno presentare correlate su differenti scale (Burrough, 1983).

In questo lavoro, ben lungi dal sottovalutare l'importanza dei metodi di statistica classica, si intende presentare una rassegna di alcuni strumenti statistici non impiegati normalmente nel settore delle scienze agrarie. Non si intende per altro identificare metodologie specifiche per la loro applicazione. Tuttavia si può dire che è essenziale sollecitare il lettore a riferirsi all'ampia letteratura specialistica disponibile (Journel e Huijbregts, 1978; Piccolo e Vitale, 1981; Isaaks e Srivastava, 1989; Webster e Oliver, 1990; Cressie, 1991) per poter pienamente apprezzare ed approfondire i fondamenti stessi delle metodologie. Vengono altresì forniti esempi di applicazione in contesti pedologici specifici dell'Italia meridionale alla luce delle ricerche condotte dall'Istituto di Idraulica Agraria dell'Università di Napoli e della Basilicata di concerto con il Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche dell'Università di Salerno.

2. Variabilità e scala di misura

Le proprietà del suolo vengono misurate su campioni di dimensioni finite e con strumenti con assegnate *finestre di osservazione* di modo che il valore misurato della proprietà rappresenta una media relativamente ad una certa area o volume del mezzo poroso. Le dimensioni dei campioni, generalmente, possono variare da 10^{-2} a $10^{-1}m$ e pertanto il processo di misura media la variabilità alla scala delle più importanti classi diametrali delle particelle primarie del suolo, cioè ad una *scala macroscopica*. La misura del contenuto idrico alla saturazione di un mezzo poroso costituito da materiale omogeneo semplicemente illustra l'effetto di scala sulla misura. Il campionamento di un piccolissimo volume di suolo fornisce un valore del contenuto idrico volumetrico θ che può variare tra zero (quando il volume di campionamento coincide interamente con una particella solida) ed uno (quando esso si identifica con la porosità impegnata dalla fase liquida). Vi-

ceversa il campionamento di un volume più grande si traduce in un campo di valori di θ decrescenti come mostrato nella figura 1.

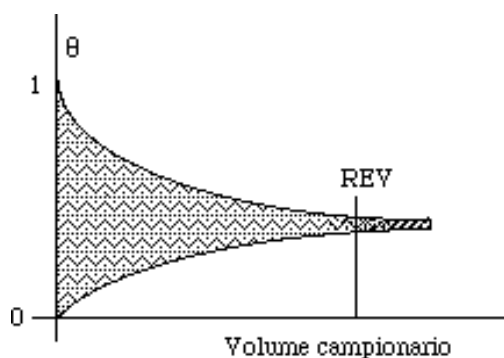


FIG. 1 - Misura del contenuto idrico di un mezzo e definizione del volume rappresentativo di campionamento (REV)

Dopo aver campionato un volume sufficientemente grande, θ si attesterà su valori pressoché costanti. Il più piccolo volume in corrispondenza del quale ciò si verifica prende il nome di *REV* (*Representative Elementary Volume*) potendosi considerare come quel volume contenente un campione rappresentativo di particelle che si ripete identicamente in tutto il dominio poroso allo studio; l'acqua nel mezzo poroso potrà supporre uniformemente distribuita nell'intero volume ignorando le inerenti eterogeneità presenti alla microscala.

Similmente, nella dinamica dell'acqua nei mezzi porosi si può schematizzare la reale situazione fisica nell'interno del liquido in movimento per mezzo di un campo di flusso. Tale campo è vettoriale e si costruisce associando a ciascun punto nello spazio una grandezza vettoriale e cioè la velocità di flusso v che compete a quel punto. Il campo ci dà le proprietà dello spazio da cui si può dedurre il comportamento delle particelle in quello spazio. Se il flusso è *irrotazionale* o *stazionario* il campo ammette potenziale, cioè la velocità può essere derivata da una funzione ψ detta potenziale di velocità. Se si disegnano le superfici equipotenziali, è possibile, analogamente a quanto osservabile per il campo gravitazionale, dedurre la densità di flusso q dalla distanza ed orientazione di tali superfici. Vi è dunque perfetta analogia fra questo campo di flusso ed il campo di una forza conservativa. In effetti, osservato alla microscala il vettore velocità in un mezzo poroso varia moltissimo da un punto all'altro nell'ambito di singole vie

di deflusso e si annulla nello spazio occupato dalla fase solida. Tuttavia, con riferimento ad un *REV* (se esiste), la velocità potrà valutarsi con la legge di Darcy originariamente dedotta per via sperimentale e dimostrabile attraverso le equazioni di Stokes-Navier dell'idrodinamica classica (Childs, 1969).

Per le applicazioni delle equazioni differenziali del trasporto nei mezzi porosi eterogenei, il concetto di *REV* è stato introdotto, a nostra conoscenza, da Hubbert (1956) il quale ha presentato il grafico riportato nella figura 2 della funzione *REV* nella sua prolusione per il centenario della legge di Darcy. Tale grafico è stato successivamente riportato nel trattato sulle acque sotterranee da Bear (1979).

I mezzi porosi eterogenei vengono quindi idealizzati come mezzi continui mediando le variabili di stato su una prefissata ma non specificata regione chiamata per l'appunto *REV*. È stato dimostrato recentemente che il volume di campionamento del suolo per la definizione delle sue caratteristiche idrauliche può variare da 50 a 1000 cm^3 (Gee e Bauder, 1986). Per la definizione delle *curve granulometriche* sono invece richiesti campioni di suolo rimaneggiato la cui massa risulta funzione del massimo diametro delle particelle; una regola empirica molto seguita comporta che la massa del campione deve essere almeno 100 volte la massa delle particelle con il massimo diametro.

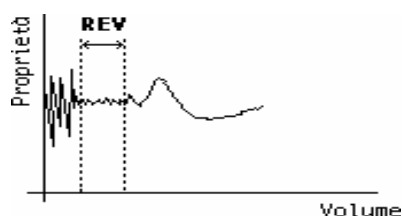


FIG. 2 - Tipico andamento del *REV*

Infine, per la misura della conducibilità idraulica sono richiesti campioni non rimaneggiati con volume variabile tra 0.002 e 0.03 m^3 sino ai massimi valori di alcuni m^3 nel caso di monoliti di suolo non rimaneggiato normalmente richiesti, allorché trattasi di suoli a carattere vertico (Bouma, 1983).

Queste semplici considerazioni su alcuni aspetti della fisica dello stato idrico del suolo illustrano la fondamentale importanza del concetto di *REV* nelle teorie che consentono di predire assegnati fenomeni fisici a partire dalla misura di proprietà fisiche del mezzo poroso. In ogni caso, una volta stabilita la dimensione del *REV* a cui riferire le varie grandezze fisiche, il suolo può considerarsi

come un *continuum* le cui proprietà sono funzioni delle coordinate spaziali e della direzione a cui sono riferite.

3. Variabili casuali e variabili regionali

Si definisce *variabile casuale* (nel seguito v.c.) Y una variabile associata a un qualche parametro idraulico osservabile i cui valori assunti sono aleatori e quindi caratterizzati da una qualche *distribuzione di probabilità*. Poiché l'intera popolazione di tutte le possibili realizzazioni di un evento non è mai nota, la probabilità può essere stimata solo in modo approssimato mediante ripetute osservazioni effettuate in condizioni teoricamente identiche.

Le proprietà idrauliche del suolo assumono prefissati valori con riferimento a specifico REV . Se le proprietà possono essere misurate in assegnato punto senza alcuna alterazione del mezzo poroso allo studio, il valore in quel punto risulta noto con certezza. Tali parametri sono denominati *variabili regionali* (Journel e Huijbregts, 1978). Per applicare il concetto di probabilità ad una variabile regionale si fa l'ipotesi che essa sia una funzione casuale nello spazio, considerando le misure di quella proprietà in differenti punti come se esse fossero ripetute prove dello stesso evento. Pertanto, perché una variabile sia casuale nello spazio dovrà assumere valori in differenti siti caratterizzati da una distribuzione di probabilità. Tali distinzioni diverranno sempre più esplicite dopo aver fornito alcune altre definizioni.

Una v.c. Y può essere funzione di un parametro x inteso come tempo o come spazio. Essa viene denotata con $Y(x)$ mentre la sua *funzione di densità* (nel seguito f.d.) con $f(y, x)$ oppure $f(y(x))$. In generale, ciascun valore del parametro ha una sua f.d. e $Y(x_1)$, $Y(x_2)$ devono essere descritte mediante la f.d. congiunta $f(y(x_1), y(x_2))$. Tuttavia è impossibile misurare la f.d. se soltanto un valore $Y(x_i)$ è disponibile in x_i a caratterizzare $f(y, x_i)$. Per superare queste difficoltà generalmente si assume che la v.c. sia stazionaria almeno per quanto attiene i suoi due primi momenti. Una v.c. con *stazionarietà di secondo ordine* ha le seguenti proprietà:

(i) *media* costante per ogni x , cioè

$$E[Y(x)] = \mu$$

(ii) *varianza* costante per ogni x , cioè

$$Var(Y(x)) = \sigma^2$$

(iii) *autocovarianza* di $Y(x_1)$ e $Y(x_2)$ dipendente solo da $h = x_1 - x_2$, cioè

$$\text{Cov}[Y(x_1), Y(x_2)] = c(b).$$

Il tipico andamento di una traccia di v.c. $Y(x)$ stazionaria è riportato nella figura 3.

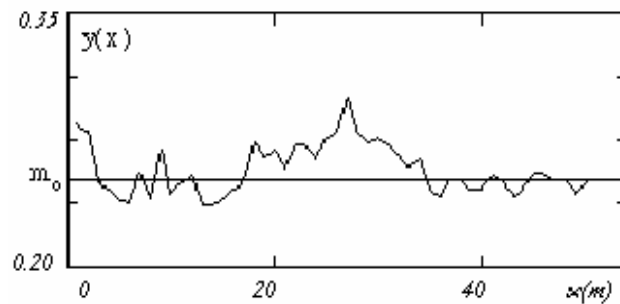


FIG. 3 - Esempio di traccia di v.c. stazionaria di secondo ordine

Per ogni punto il valore della variabile è casuale ed oscilla intorno allo stesso valore medio μ . Inoltre, la correlazione fra $Y(x_1)$ ed $Y(x_2)$ non dipende da x_1 e x_2 ma solo dalla loro differenza. Questi semplici concetti sono per il momento sufficienti per sviluppare la teoria della struttura della variabilità spaziale che verrà nel seguito presentata (vedi il capitolo 2).

4. Distribuzioni di frequenza

Le più importanti caratteristiche statistiche di una v.c. Y sono il suo valore medio μ e la sua dispersione intorno alla media valutabile mediante la varianza σ^2 . Le stime consistenti di queste quantità, a partire dalle informazioni campionarie y_1, y_2, \dots, y_n osservate su Y , si calcolano con le ben note espressioni:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - m)^2$$

Un'altro indice pure impiegato per ottenere una misura adimensionale della variabilità è il *coefficiente di variazione* stimato con

$$CV = \frac{s}{|m|}$$

Implicitamente, quando è dato verificare che la proprietà di interesse Y ha una distribuzione normale o gaussiana, media e varianza sono sufficienti a descrivere il meccanismo probabilistico del fenomeno. Infatti, la relativa funzione di densità, funzione solo di μ e σ^2 , è rappresentato dalla equazione

$$f(y; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(y - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Nella figura 4 seguente è riportato l'andamento tipico di questa funzione

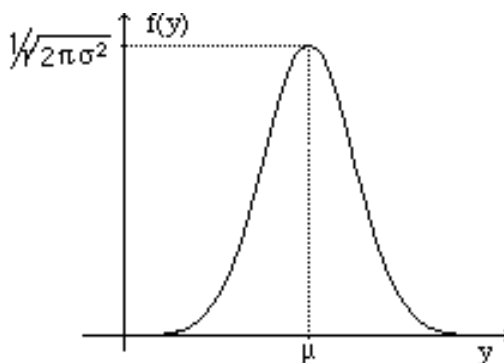


FIG. 4 - Funzione di densità di probabilità di un fenomeno tipicamente gaussiano.

Altri indici di sintesi che descrivono particolari caratteristiche di un fenomeno casuale Y sono:

- a) la *mediana*, indicata di solito con il simbolo M_e , definita come soluzione della seguente equazione integrale:

$$\int_{-\infty}^{M_e} f(y) dy = 0.5$$

- b) la *moda*, indicata di solito con il simbolo M_o , data dalla soluzione della seguente uguaglianza

$$f(M_o) = \max_y f(y)$$

Si osservi che nel caso in cui la v.c. Y è simmetrica risulta immediatamente che $\mu = M_e$, inoltre, se è anche unimodale avremo $\mu = M_e = M_o$.

Da un punto di vista interpretativo, il parametro μ rappresenta il baricentro della distribuzione del fenomeno, mentre σ (detto anche *deviazione standard*) ne rappresenta la dispersione. La funzione $f(y)$ descrive, nella originaria interpretazione di Gauss, la distribuzione limite dei risultati di misura di una grandezza Y il cui vero valore è μ se le misure sono indipendenti e soggette soltanto ad errori casuali. Le aree della funzione limite, che insistono su intervalli dell'asse delle ordinate, forniscono la probabilità che il fenomeno cada in detti intervalli:

$$\int_a^b f(y) dy = Pr\{a \leq Y \leq b\}.$$

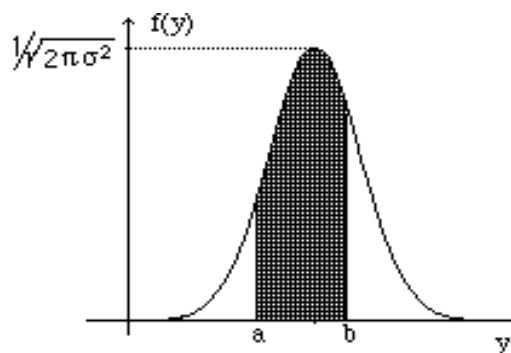


FIG. 5 - La probabilità come area sottesa dalla funzione di densità di un fenomeno con modello gaussiano

Graficamente si ha una situazione come quella schematizzata nella figura 5. In particolare, è possibile calcolare la probabilità che sia $|Y - \mu| \leq \sigma$ cioè che una misura di Y differisca dal valore vero atteso μ per una deviazione standard σ :

$$Pr\{|Y - \mu| \leq \sigma\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} \exp\left\{-\frac{(Y - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\} dy$$

che può essere semplificato utilizzando la trasformazione lineare di standardizzazione:

$$z = \frac{y - \mu}{\sigma}$$

e si ottiene

$$Pr\{|Z| \leq 1\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1}^1 \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} dz \approx 0.68$$

La nuova variabile Z prende il nome di *standardizzata* mentre la relativa f.d. $f(z)$ quella di probabilità degli errori accidentali. Dalla f.d. $f(y)$ è possibile derivare la funzione di ripartizione $F(y)$, e viceversa, tramite le seguenti:

$$F(y) = \int_{-\infty}^y f(z) dz; \quad f(y) = \frac{\partial F(y)}{\partial y}.$$

Numerose proprietà fisiche del suolo quali la massa volumica apparente, il contenuto idrico volumetrico a prefissati valori del potenziale e le percentuali di sabbia, limo ed argilla seguono il modello della distribuzione gaussiana (Nielsen, 1973). A titolo di esempio, nella figura 6 sono rappresentate le distribuzioni di frequenza, misurate e calcolate, della massa volumica apparente ρ relativamente ad un suolo franco-sabbioso localizzato in tenimento di Ginosa (TA) studiato da Ciollaro e Comegna (1985) mediante campionamento su 400 *ba*, in corrispondenza degli orizzonti *Ap* e *B*. I punti indicano il numero di campioni per classi di ampiezza assunte pari a 0.1 *gr/cm³* mentre la curva teorica, tratto continuo, è la f.d. del modello gaussiano con μ e σ stimate, rispettivamente, pari a

$$m = 1.684; s = 0.095 \text{ gr/cm}^3.$$

Come si può notare dalla figura 6, l'adattamento con il modello probabilisti-

co gaussiano risulta soddisfacente per la caratteristica fisica qui presa in considerazione.

La scelta di un modello di distribuzione di frequenza a rappresentare la popolazione, a partire da un campione di osservazioni di dimensione finita n , risulta molto difficile. Normalmente, per alcune proprietà fisiche del suolo si potranno a priori escludere le distribuzioni atipiche (per esempio le distribuzioni bimodali) e verificare se la distribuzione della proprietà di interesse possa essere descritta da una normale o da una lognormale.

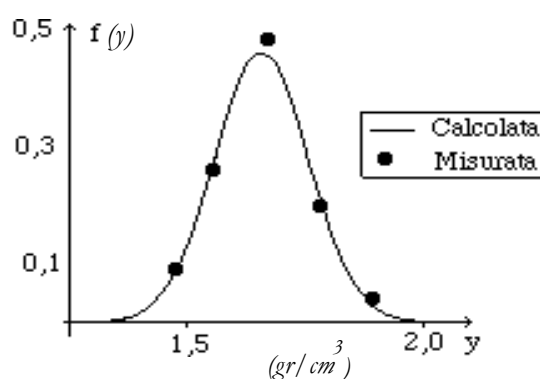


FIG. 6 - Adattamento del modello gaussiano alla distribuzione di frequenza della massa volumica apparente (gr/cm^3) osservata presso Ginosa (TA)

Diagrammi su carta probabilistica costituiscono un mezzo grafico molto espressivo per l'identificazione del tipo di distribuzione e forniscono nel piano $(F(y); y)$ una retta, se effettivamente il fenomeno o una sua idonea trasformazione, segue la legge gaussiana che identifica la funzione di ripartizione $F(y)$ che trasforma le osservazioni y in un set di osservazioni distribuite normalmente. Per la costruzione di tali diagrammi è necessario:

- (i) ordinare gli n valori campionari in modo crescente;
- (ii) assegnare al valore più piccolo il rango $m = 1$ e così via fino al valore più elevato a cui verrà assegnato il rango di $m=n$;
- (iii) per ciascun rango resta calcolata la frequenza relativa:

$$F_m = \frac{m}{n+1} 100, \quad m=1, 2, \dots, n;$$

- (iv) le frequenze così calcolate vengono riportate su carte di probabilità che

hanno scale verticali disegnate in modo tale che, sotto l'ipotesi di normalità, la curva di frequenza cumulata della distribuzione si rettifichi.

È anche possibile costruire test di normalità sulle distribuzioni originali o trasformate mediante le ben note statistiche del χ^2 e di Kolmogorov.

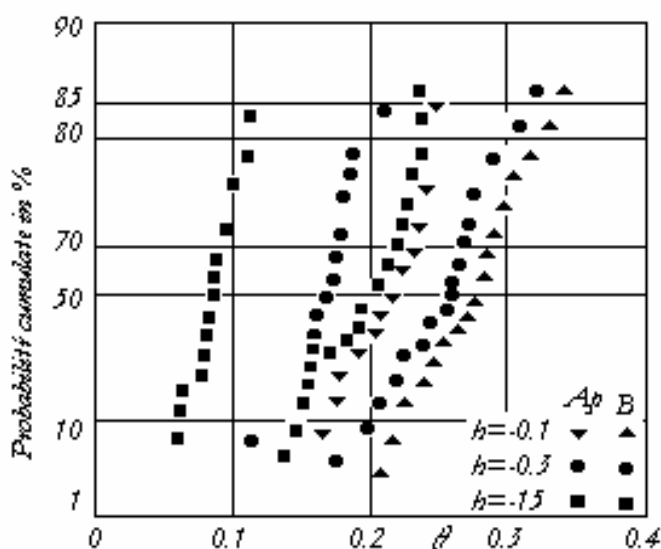


FIG. 7 - Curve di probabilità cumulata del contenuto d'acqua

Nella figura 7, con riferimento al suolo già menzionato, sono riportati su diagrammi probabilistico-normale, per tutti i campioni esaminati divisi per orizzonte, i contenuti d'acqua ai valori di tensione $b = -0.1; -0.3; -1.5$ bar. Dalla rappresentazione grafica si deduce che, con buona approssimazione, i dati seguono la legge di distribuzione normale.

In tesi generale, le proprietà fisiche che seguono la legge di distribuzione normale mostrano una variabilità medio-bassa con coefficienti di variazione compresi tra 0.05 e 0.60 (Warrick e Nielsen, 1980).

Infine, nella figura 8 sono riportate le curve medie di tensione $b(\theta)$ per i due orizzonti A_p e B ed il campo in cui si attende che ricada il 68% dei contenuti d'acqua.

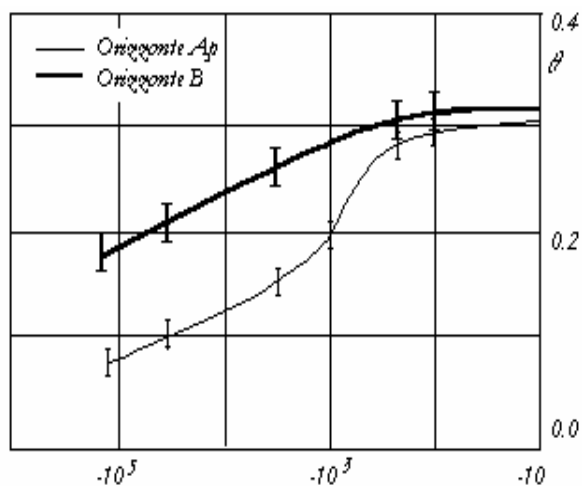


FIG. 8 - Curve di tensione medie

Nella tabella 1 sono riportati i parametri caratteristici delle distribuzioni. Dall'esame dei dati si nota come il coefficiente di variazione aumenta al crescere della tensione a causa della maggiore variabilità delle frazioni più fini del suolo da cui dipendono i contenuti d'acqua ai più alti valori della tensione.

TAB. 1- Media (m), deviazione standard (s) e coefficiente di variazione (CV) del contenuto d'acqua in volume per valori della tensione da -0.05 bar ($\theta_{0,05}$) a -15 bar (θ_{15})

	Orizzonte	
	A_p	B
$\theta_{0,10}$		
m	0.203	0.278
s	0.025	0.031
CV	12.32	11.15
$\theta_{0,30}$		
m	0.163	0.254
s	0.025	0.035
CV	15.34	13.78
θ_{15}		
m	0.083	0.185
s	0.019	0.034
CV	22.89	18.38

Di un dato parametro idraulico descritto da un determinato modello probabilistico è possibile elaborare indici che ne descrivono particolari aspetti relativi alla sua forma ed in particolare se è “vicino” o lontano dal modello gaussiano. Due fra i più importati di tali indici sono:

- a) *l'indice di asimmetria* definito come il momento terzo della standardizzata e precisamente

$$\gamma_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(y - \mu)^3}{\sigma^3} f(y) dy$$

Nel caso in cui Y sia simmetrica risulterà necessariamente $\gamma_1 = 0$, è questo il caso della normale. Mentre se è $\gamma_1 > 0$ la distribuzione di Y ha la coda destra più accentuata della coda sinistra (asimmetria positiva); viceversa se $\gamma_1 < 0$,

- b) *l'indice di curtosi* definito come il momento quarto della standardizzata mentre è dato da

$$\gamma_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(y - \mu)^4}{\sigma^4} f(y) dy - 3.$$

Si dimostra che se Y è gaussiana risulta $\gamma_2 = 0$, mentre se è $\gamma_2 > 0$ si dice che Y è *leptocurtica*, se risulta $\gamma_2 < 0$ si dice che è *platicurtica*. Da molti Autori γ_2 viene anche detto indice di *disnormalità*.

Questi due indici permettono di stabilire se un dato fenomeno osservato può essere approssimato in modo soddisfacente dal modello normale. In pratica, di Y si conoscono le n determinazioni y_1, y_2, \dots, y_n , sotto l'ipotesi che tali determinazioni siano indipendenti, una stima dei momenti costanti di γ_1 e γ_2 è data da

$$g_1 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - m)^3}{n s^3}$$

$$g_2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - m)^4}{n s^4} - 3$$

che possono quindi essere utilizzate per avere indicazioni sulla gaussianità di un determinato fenomeno.

Recenti studi hanno evidenziato che alcune grandezze dinamiche: conducibilità idraulica, coefficiente di dispersione idrodinamica, velocità di infiltrazione, hanno distribuzioni asimmetriche (Nielsen et al., 1973; Biggar e Nielsen, 1976; Sharma, 1980); in molti casi tali distribuzioni possono essere approssimate dalla legge *Lognormale*. Più precisamente, data la variabile casuale X che si distribuisce come una normale con parametri (λ, δ) la nuova v.c.

$$Y = e^X$$

prende il nome di v.c. *Lognormale* con parametri (λ, δ) . Per costruzione, la Lognormale assume valori non negativi e quindi è più utile per rappresentare fenomeni che possono assumere solo valori positivi. Il nome di Lognormale nasce dal fatto che la v.c. $\log(Y)$ si distribuisce come una Normale con parametri (λ, δ) . Partendo dalla distribuzione della Normale non è difficile dimostrare che la funzione di densità della Lognormale è

$$f(y) = \frac{1}{y \sqrt{2\pi\delta}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log y - \lambda}{\delta}\right)^2\right\}$$

per $-\infty < \lambda < \infty$, $\delta > 0$.

Nella figura seguente è riportato il grafico della f.d. della Lognormale per tre diverse coppie dei parametri.

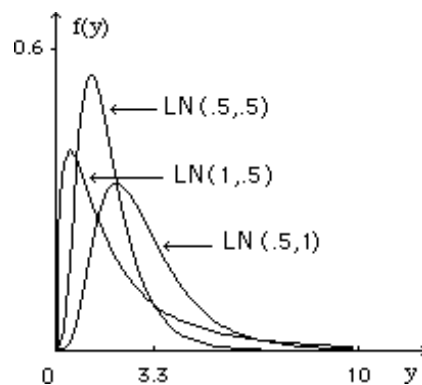


FIG. 9 - Funzione di densità di probabilità della lognormale per alcune coppie di parametri.

Si può dimostrare che i primi quattro momenti e la mediana della Lognormale sono dati da

$$\mu_1 = e^\lambda e^{\delta^2/2} ; \quad \mu_2 = e^{2\lambda} e^{2\delta^2}$$

$$\mu_3 = e^{3\lambda} e^{9\delta^2/2} ; \quad \mu_4 = e^{4\lambda} e^{8\delta^2}$$

$$M_e = e^\lambda$$

Questi permettono di calcolare

$$\sigma^2 = e^{2\lambda} e^{\delta^2} (e^{\delta^2} - 1);$$

$$CV = (exp(\delta^2) - 1)^{1/2};$$

$$\gamma_1 = (e^{\delta^2} + 2) \sqrt{e^{\delta^2} - 1} > 0;$$

$$\gamma_2 = e^{4\delta^2} + 2e^{3\delta^2} + 3e^{2\delta^2} - 6 > 0.$$

La Lognormale è sempre asimmetrica positiva e leptocurtica e tanto più vicina alla simmetria quanto più δ è piccolo. Questo implica che la Lognormale può approssimare fenomeni che si distribuiscono normalmente scegliendo un δ opportunamente piccolo. In conclusione, il modello lognormale fornisce una rappresentazione più soddisfacente di quello normale per le proprietà fisiche ed idrauliche del suolo che assumono:

- a) valori positivi ($y \geq 0$)
- b) un elevato valore di CV
- c) forte asimmetria positiva e di conseguenza $\mu > M_0 > M_e$.

Nella figura 10 è riportata la distribuzione di frequenza dei valori della conducibilità idraulica alla saturazione del suolo di Ginosa con relativa approssimazione lognormale.

Nella figura 11 sono rappresentati, in diagramma probabilistico normale, i valori della conducibilità idraulica K del medesimo suolo per differenti valori della tensione. Tutti i dati sono stati raggruppati in quanto i coefficienti di variazione non mutano sostanzialmente considerando separatamente gli orizzonti A_p e B caratteristici del profilo pedologico di tale suolo. Il diagramma di figura 11 mostra che i dati si dispongono bene secondo la distribuzione logaritmicamente normale.

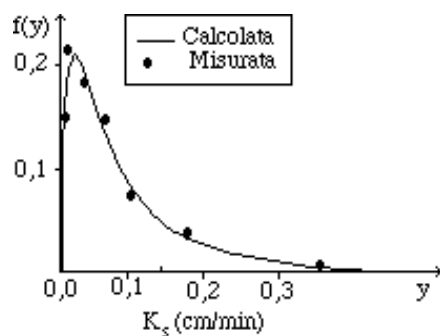


FIG. 10 - Distribuzione di frequenza misurata e calcolata della conducibilità idrica alla saturazione

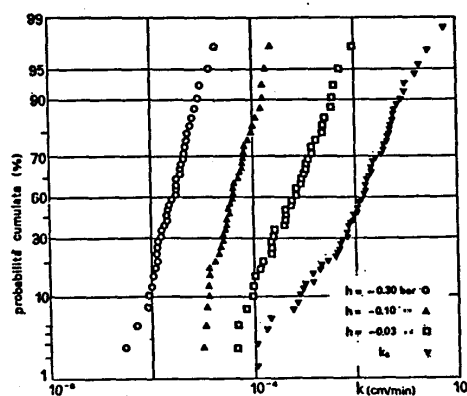


FIG. 11 - Curve di probabilità cumulata della conducibilità idraulica

Inoltre, osservando i dati di tabella 2 si nota che la conducibilità K è caratterizzata da una variabilità certamente non trascurabile e più elevata di quella relativa agli altri parametri fisici già esaminati.

I coefficienti di variazione diminuiscono al crescere della tensione ed i più alti si rilevano per le condizioni di saturazione come riscontrato da altri Autori (Warrick e Nielsen, 1980) che riportano un CV variabile da un minimo di 10^2 ad un massimo di 10^6 .

TAB. 2 - *Media (m), deviazione standard (s) e coefficiente di variazione (CV) della conducibilità idraulica K (cm/min) alla saturazione (K_s) e per tensioni di -0.03 , -0.10 , -0.30 bar ($K_{0.03}$, $K_{0.10}$, $K_{0.30}$)*

<i>Orizzonte</i>			
	<i>Ap</i>	<i>B</i>	<i>Ap+B</i>
<i>K_s</i>			
<i>m</i>	6.36×10^{-2}	2.10×10^{-2}	3.79×10^{-2}
<i>s</i>	0.117	3.10×10^{-2}	8.16×10^{-2}
<i>CV</i>	183.4	148.1	214.9
<i>K_{0.03}</i>			
<i>m</i>	2.46×10^{-3}	6.05×10^{-4}	1.34×10^{-3}
<i>s</i>	2.51×10^{-3}	7.13×10^{-4}	1.88×10^{-3}
<i>CV</i>	102.1	117.9	140.5
<i>K_{0.10}</i>			
<i>m</i>	5.99×10^{-5}	5.82×10^{-5}	5.89×10^{-5}
<i>s</i>	3.20×10^{-5}	5.35×10^{-5}	5.39×10^{-5}
<i>CV</i>	94.4	91.9	91.7
<i>K_{0.30}</i>			
<i>m</i>	2.64×10^{-6}	4.62×10^{-6}	3.83×10^{-6}
<i>s</i>	2.48×10^{-6}	4.27×10^{-6}	3.76×10^{-6}
<i>CV</i>	94.7	92.4	98.1

5. Test delle ipotesi, intervalli di confidenza, numerosità campionaria

La conoscenza dei modelli probabilistici (Normale, Lognormale, ecc.) delle proprietà fisiche ed idrauliche del suolo assume grande importanza nello studio statistico della loro variabilità se tale variabilità alla scala di interesse risulta anche spazialmente indipendente. In queste condizioni è possibile elaborare *test delle ipotesi* e relativi *intervalli di confidenza* per il parametro idraulico di interesse.

In particolare, supposto che il parametro θ di interesse sia una media, come spesso avviene in molti problemi di inferenza, sotto l'ipotesi di normalità della variabile regionale o, in virtù del *teorema del limite centrale*, quando il numero delle osservazioni campionarie è sufficientemente numeroso, si rifiuta al livello di probabilità α l'ipotesi

$$H_0: \theta = \theta_0$$

verso l'alternativa

$$H_1: \theta \neq \theta_0$$

se risulta

$$\frac{\sqrt{n}|\bar{\theta} - \theta_0|}{s} > t_{(n-1; 1-\alpha/2)}$$

ove:

- i) s^2 è la varianza stimata della variabile regionale; α è la probabilità di rifiutare H_0 quando in realtà è vera, di solito si pone $\alpha \leq 0.05$;
- ii) $\bar{\theta}$ è la media calcolata sul campione casuale di ampiezza n osservato sulla variabile regionalizzata relativa al parametro idraulico di interesse;
- iii) $t_{(n-1; 1-\alpha/2)}$ è il percentile $(1-\alpha/2)$ della distribuzione della variabile casuale T di Student con $n-1$ gradi di libertà cioè

$$Pr\{T_{(n-1)} \leq t_{(n-1; 1-\alpha/2)}\} = 1 - \alpha / 2.$$

Da queste relazioni è possibile costruire un *intervallo di confidenza*, al livello $1-\alpha$, per θ tramite

$$\bar{\theta} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{(n-1; 1-\alpha/2)} \leq \theta \leq \bar{\theta} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{(n-1; 1-\alpha/2)}.$$

Inoltre, dalla stessa relazione è possibile stabilire il numero n di campioni sufficienti per ottenere una stima della media con assegnato errore massimo d e livello fiduciario $1-\alpha$ (Peterson e Calvin, 1965) tramite la seguente espressione

$$n = \frac{s^2}{d^2} t_{(n-1; 1-\alpha/2)}^2$$

ove $d = |\theta - \bar{\theta}|$ è l'errore ammissibile.

In molte situazioni, come già accennato nei paragrafi precedenti, è più plausibile per una data variabile regionalizzata relativa ad un determinato parametro idraulico l'ipotesi di distribuzione Lognormale, in tal caso i risultati sopra riportati risultano ancora validi previa trasformazione logaritmica delle osservazioni campionarie. In altri termini, invece di analizzare le osservazioni campionarie osservate $Y(x_0+i)$, si analizzano quelle trasformate tramite la funzione logaritmo

$$Y^*(x_0+i) = \log(Y(x_0+i)), \quad i=1, 2, \dots, n.$$

A titolo di esempio, nella tabella 3 è riportato, sempre per il suolo già menzionato e per alcune delle grandezze esaminate, il numero dei campioni necessari per stimare il valore medio delle grandezze con un errore relativo medio del 10% ed una probabilità del 95%.

Si nota come per la massa volumica apparente il numero dei campioni richiesti sia pari ad uno; per la conducibilità idraulica K_s si giunge all'elevatissimo numero di 1790 campioni. Certamente tale numero si giustifica tenendo presente anche che parte della variabilità è legata, probabilmente, alle alterazioni che sempre accompagnano il prelievo del campione e che hanno maggiore peso in condizioni prossime alla saturazione.

Il modo più appropriato per incorporare la variabilità del suolo in un modello alla scala di pieno campo richiederebbe, come meglio si vedrà nel seguito, la conoscenza di una struttura tridimensionale di correlazione della proprietà di interesse congiuntamente ad una distribuzione di frequenza multivariata sovrapposta al trend prevalente.

La numerosità dei parametri di ingresso può essere tale per cui tale approccio risulterebbe proibitivo. Dagan e Bresler (1983) e Bresler e Dagan (1983a, b) hanno presentato modelli semplificati per descrivere i processi di infiltrazione, redistribuzione dell'umidità del suolo e di trasporto dei soluti. Tali modelli si fondano sull'ipotesi che la variabilità spaziale del suolo esista soltanto sul piano orizzontale ed hanno analizzato solamente quella relativa al parametro K_s ; il processo di moto è stato assunto verticale in ogni punto del campo di moto. Queste assunzioni non richiedono la conoscenza di una struttura di correlazione

del suolo soprattutto se si è interessati soltanto alla media ed alla varianza dei risultati.

TAB. 3 - Numero dei campioni richiesto per una stima dei valori medi di alcune proprietà del suolo di Ginosa con errore del 10% ed al livello probabilistico del 95%

	Orizzonte		
	A_p	B	A_p+B
Massa volumica apparente ρ	1	1	1
θ_{15}	21	13	62
$\theta_{0.10}$	5	6	14
K_s	1293	842	1798
$K_{0.03}$	582	798	728
$K_{0.10}$	342	324	324
$K_{0.30}$	344	328	378

CAPITOLO 2

Analisi della struttura spaziale della variabilità

1. *Modelli concettuali di variazione del suolo*

Il suolo è un complesso fenomeno naturale le cui proprietà sono controllate dalla natura della roccia madre, dalla topografia, dalle attività biologiche ed antropiche.

Ciascun fattore di variazione può, non soltanto operare indipendentemente o in combinazione con altri, ma anche su differenti scale. La variabilità spaziale del suolo può essere continua o discontinua in funzione delle cause predominanti. Sebbene si tenda a credere che quella continua risulti prevalente, non vi è alcuna ragione plausibile per escludere a priori quella discontinua e ciò può dipendere dal processo spaziale che opera in assegnato sito.

Per esempio in un suolo alluvionale la composizione granulometrica in senso verticale può variare gradualmente oppure si assiste ad una brusca variazione per stratificazione del materiale durante la deposizione in acqua; d'altra parte ciò può non essere vero per le proprietà dinamiche del suolo come nel caso del potenziale idrico.

Non è ancora perfettamente noto il ruolo dei fattori di pedogenesi sui tipi di variazione osservabili in pieno campo e mostrati nella figura 1 (Borrough et al., 1994).

Un esempio di modello discontinuo è mostrato nella figura 1(a). Il modello continuo di figura 1(b) assume che la variazione continua possa essere approssimata da una superficie matematica. Entrambi i modelli possono essere deterministici o stocastici.

L'approccio deterministico non implica alcuna incertezza nelle osservazioni delle proprietà, mentre è attesa una graduale variazione secondo una superficie differenziabile. L'approccio stocastico considera che, a causa della complessità dei processi pedogenetici, le proprietà possono essere solo stimate tramite un campione casuale di osservazioni e quindi queste stime sono governate da leggi di probabilità (figure 1(c) - 1(f)).

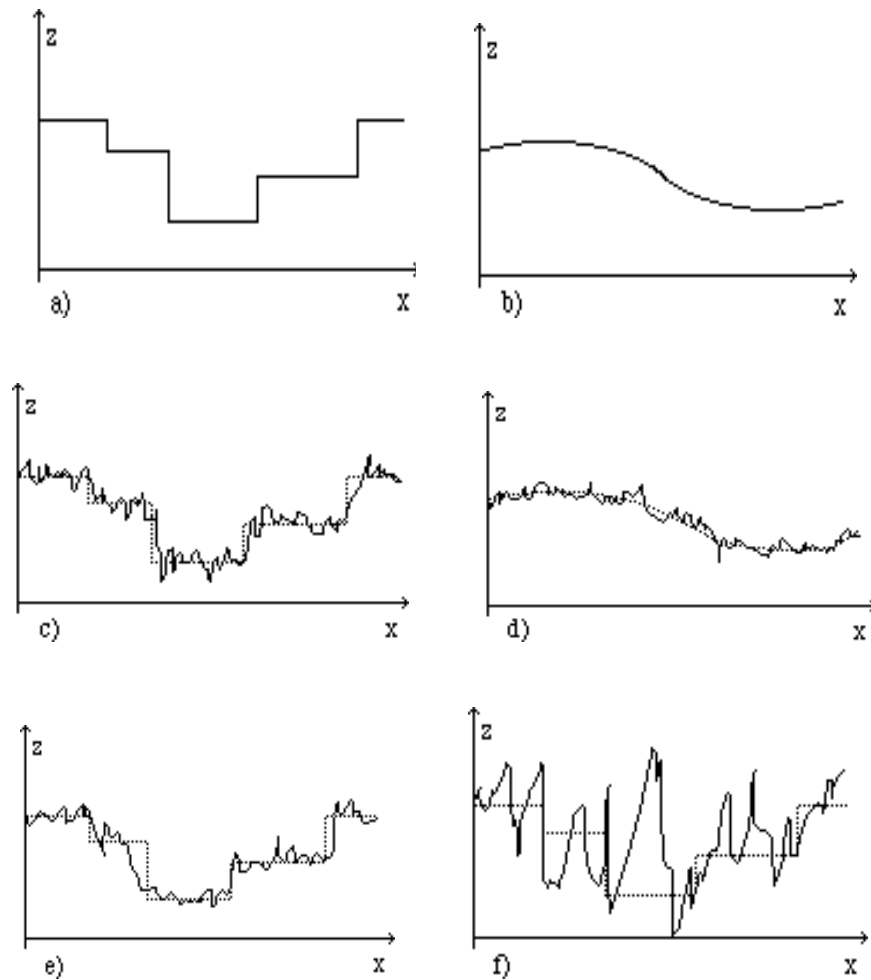


FIG. 1 - Ipotetici modelli di variazione del suolo: a) discontinua; b) continua; c) discontinua più rumore; d) continua più rumore; e) con trend (drift); f) a piccola scala con rumore predominante

2. Metodi geostatistici e variazione continua del suolo

Indipendentemente dalle cause di variazione, i suoli possono essere considerati come dei mezzi intrinsecamente ed estrinsecamente eterogenei con proprietà la cui variabilità, ben lungi dal risultare spazialmente indipendente, risulta

correlata sino ad una certa distanza. Questa struttura di correlazione è stata descritta mediante tecniche di geostatistica che discendono dalla teoria della *Variabile Regionalizzata* sviluppata da Matheron (1971) per la stima delle risorse minerarie.

Quando le proprietà fisiche di un mezzo poroso si considerano come *variabili* piuttosto che come *parametri* la geostatistica ci consente di trasferire l'assegnato problema nell'ambito probabilistico. A causa dell'incertezza, i parametri vengono considerati come variabili casuali ossia variabili che possono assumere un infinito numero di differenti valori con assegnata f.d. Ma i valori assunti nello spazio da ciascun parametro non sono indipendenti, al contrario sono legati insieme dalla *legge spaziale* del fenomeno allo studio. Ciò spinge ad immaginare un *processo stocastico* (cioè un insieme di variabili casuali indicizzate da un qualche parametro che di solito è lo spazio, il tempo oppure lo spazio – tempo) definito nello spazio come una realizzazione con valori determinati in ciascun punto in accordo alla legge spaziale del fenomeno medesimo. Un indubbio vantaggio nell'approccio stocastico è rappresentato dal fatto che in ciascun punto x_0 le proprietà di $Y(x_0)$ restano definite attraverso il valore medio o speranza matematica, la varianza e la covarianza, con medie riferite all'insieme delle realizzazioni nel punto considerato. Ai fini pratici si rendono tuttavia necessarie alcune ipotesi semplificatrici poiché le f.d. in ciascun punto dello spazio sono incognite, né possono essere dedotte con la disponibilità di una singola realizzazione del parametro considerato.

Viene quindi fatto riferimento ad ipotesi di stazionarietà e si assume che le variabili stocastiche restino definite attraverso una funzione unica in tutti i punti. In relazione agli incrementi di Y , cioè $Y(x+h) - Y(x)$, per le assunte condizioni di stazionarietà, questi incrementi hanno valore medio nullo e varianza indipendente da x (*ipotesi intrinseca*). Inoltre, nella disponibilità di osservazioni relative a punti distinti da considerare singola realizzazione nello spazio, con riferimento all'ipotesi *ergodica* si assume che valori medi ottenuti sull'insieme di realizzazioni relative a singoli punti possono essere riferite a medie nello spazio.

3. Il variogramma

L'ipotesi intrinseca implica per il suolo il seguente modello di variazione:

$$Y(x) = \mu + \varepsilon(x)$$

in cui $Y(x)$ è il valore che la proprietà assume nel punto x , μ è il valore medio nell'area di campionamento ed $\varepsilon(x)$ è un residuo stocastico localmente variabile ma spazialmente strutturato con media zero e varianza definita da:

$$\text{var}[\varepsilon(x+b) - \varepsilon(x)] = \text{Var}[Y(x+b) - Y(x)] = 2\gamma(b)$$

ove $\gamma(b)$ è la funzione chiamata *variogramma*.

Al verificarsi delle ipotesi di stazionarietà, illustrate nel capitolo precedente, la funzione variogramma descrive la struttura di una variabile regionale di valore noto in un numero discreto di punti perlopiù distribuiti in modo irregolare.

Una completa interpretazione della funzione variogramma può desumersi dal testo di Journel e Huijbregts (1978). Tuttavia, in breve, con riferimento alla figura 2 si può dire che nei casi in cui $\gamma(b)$ risulti praticamente costante al variare di b allora può ritenersi che i valori del parametro allo studio non sono spazialmente correlati fra di loro.

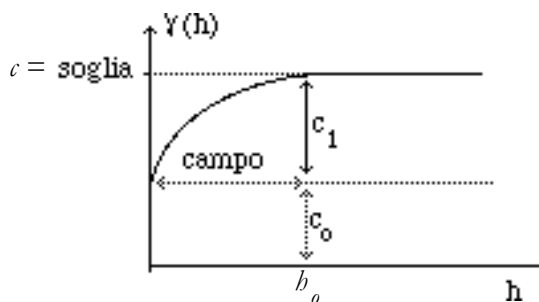


FIG. 2 - Variogramma tipico di un fenomeno aleatorio $Y(x)$

Quando al crescere di b , $\gamma(b)$ cresce tendendo poi ad un valore costante $c_1 + c_0 = c$, le osservazioni sono correlate fra loro fino alla distanza h_0 per cui si può ritenere che il variogramma abbia raggiunto il valore c . Il valore massimo c del variogramma viene indicato come *soglia* e fornisce tipicamente una stima della varianza, mentre la distanza h_0 alla quale $\gamma(b)$ raggiunge per la prima volta il valore soglia è indicata come *campo*. In teoria, per $b = 0$ dovrebbe essere $\gamma(0) = 0$, ma i variogrammi sperimentali estrapolati facendo tendere a zero b si approssimano ad un valore c_0 diverso da zero chiamato *effetto pepita (nugget)* che è indicativo della variabilità del parametro ad una scala più piccola della minima distanza di campionamento e degli errori casuali connessi alle tecniche di misura impiegate.

La funzione $\gamma(b)$ può essere descritta con differenti modelli (Journel e Huijbregts 1978) detti *autorizzati*:

(i) *modello lineare*

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_o + \frac{b(c_1 - c_o)}{a} & 0 < h < a \\ c_1 & h \geq a \end{cases}$$

(ii) *modello sferico*

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_o + (c_1 - c_o) \left[\frac{3}{2} \frac{b}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a} \right)^3 \right] & 0 < h < a \\ c_1 & h \geq a \end{cases}$$

(iii) *modello gaussiano*

$$\gamma(h) = c_o + (c_1 - c_o) \left[1 - \exp\left(-\frac{h^2}{2}\right) \right]$$

(iv) *modello esponenziale*

$$\gamma(h) = c_o + (c_1 - c_o) \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{\lambda}\right) \right]$$

Quest'ultimo modello ha un ruolo molto importante nella teoria statistica: esso rappresenta l'essenza della casualità nello spazio: è il variogramma dei processi *autoregressivi* e di quelli *markoviani* in generale.

La figura 3 mostra, per i quattro modelli sopra riportati, le rappresentazioni tipiche di $\gamma(h)$ nonché le variazioni che essi normalmente consentono di descrivere.

Il problema dell'adattamento di plausibili modelli ai dati dei variogrammi sperimentali viene generalmente risolto con il metodo dei minimi quadrati (Webster e McBratney, 1989). Partendo dalla considerazione che la somma dei quadrati degli scarti diminuisce all'aumentare del numero dei parametri del modello, anche quando il loro inserimento è del tutto ingiustificato, per ridurre

questo effetto e scegliere il modello con un numero parsimonioso di parametri, Akaike (1974) propose, in un contesto molto più generale, di calcolare la seguente statistica:

$$AIC = n \log(SSR) + \log(k)$$

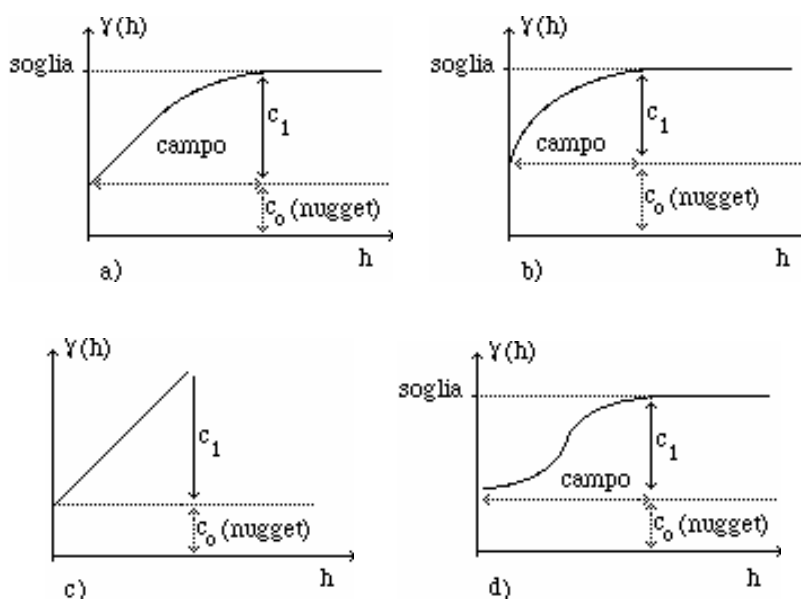


FIG. 3 - a) Modello sferico - per proprietà con una singola scala di variazione; b) modello esponenziale per proprietà con differenti e sovrapposte scale di variazione; c) modello lineare per proprietà la cui variabilità cresce illimitatamente con la distanza come nel caso del frattale browniano; d) modello gaussiano per proprietà che variano gradualmente con una componente a grande scala.

e scegliere il modello con il minore valore di AIC . Dove n è la numerosità campionaria, k il numero dei parametri del modello stimati, SSR la somma dei quadrati dei residui del modello.

Di solito, dato che il processo generatore di $Y(x)$ è incognito il variogramma viene stimato a partire da un numero discreto di valori osservati

$$Y(x), \quad x = x_0 + 1, x_0 + 2, \dots, x_0 + n$$

tramite la seguente espressione:

$$\gamma^*(b) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n-b} [Y(x_0+i) - Y(x_0+i+b)]^2, \quad b=0, 1, \dots, M$$

con $M \approx 0.3n$ ed x_0 è il punto iniziale del transetto. Si può dimostrare, che se $Y(x)$ è stazionario del secondo ordine e ergodico allora $\gamma^*(b)$ è una stima consistente per $\gamma(b)$.

La semplice espressione fornita per la stima del variogramma è molto sensibile ai valori estremi delle differenze $Y(x_0+i) - Y(x_0+i+b)$ specialmente perché il quadrato delle differenze segue una distribuzione del Chi-quadro che con un grado di libertà è altamente asimmetrica. Cressie e Hawkins (1980), indagando su stimatori più robusti di $\gamma^*(b)$, hanno mostrato che:

$$Y^*(x, b) = [Y(x) - Y(x+b)]^{1/2}$$

segue, per ogni b fissato, con buona approssimazione una distribuzione normale e quindi con una trascurabile asimmetria. Indicando con \bar{Y}_b la media di m valori consecutivi di $Y^*(x, b)$, i due Autori sopra citati hanno dimostrato che risulta

$$E \left[\frac{\bar{Y}_b^4}{2\gamma(b)} \right] = 0.457 + \frac{0.494}{m} + \frac{0.045}{m^2}$$

da cui si ottiene una stima di $\gamma(b)$ data da

$$\gamma^*(b) = \frac{\bar{Y}_b^2}{2(0.457 + 0.494m^{-1} + 0.045m^{-2})}$$

La stima del variogramma con l'espressione sopra riportata, pur rappresentando un avanzamento metodologico, non ha avuto fino ad ora impiego pratico nella letteratura riguardante la scienza del suolo.

La stima del variogramma può risultare comunque molto complessa. In breve, le principali sorgenti di errore che possono influenzare le stime sono tre:

1. si dispone soltanto di una realizzazione della proprietà da cui poi bisogna dedurre per inferenza tutte le proprietà statistiche della popolazione;
2. il numero dei punti di misura può non essere sufficiente per una accurata determinazione della struttura spaziale;
3. la presenza di trend può influenzare la stima del variogramma.

Russo e Jury (1987), mediante simulazioni numeriche, hanno studiato il problema della stima del variogramma. Essi, partendo da un campo di punti con nota struttura statistica, hanno tentato di dedurre tale struttura con differenti schemi di campionamento. Le più importanti conclusioni cui sono pervenuti sono:

1. gli schemi di campionamento secondo i punti vertice di una maglia quadrangolare risultano migliori di quelli dello schema per transetto;
2. la minima distanza di campionamento deve risultare minore della metà del campo;
3. gli schemi di campionamento con non meno di 70 coppie di punti comportano normalmente stime della struttura vera del fenomeno con errori non inferiore del 25%;
4. se il campo random non è stazionario la struttura risulta, in generale, di difficile interpretazione.

4. L'autocorrelazione

Il grado di dipendenza lineare di una variabile regionalizzata sotto l'ipotesi di stazionarietà di secondo ordine (di solito lungo un determinato allineamento e secondo una fissata direzione), può essere caratterizzato attraverso la *funzione di autocorrelazione*

$$r(b) = \frac{c(b)}{c(0)}$$

in cui $c(b)$ è l'autocovarianza ed è stimata da

$$c^*(b) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-b} [Y(x_0 + i) - m][Y(x_0 + i + b) - m]; \quad b=1, 2, \dots, M$$

ove m è la stima della media del processo. La funzione di autocorrelazione $r(b)$ assume valori compresi fra -1 e $+1$.

Per le funzioni di autocovarianza $c(b)$ e variogramma $\gamma(b)$, sotto le ipotesi di stazionarietà del secondo ordine, resta soddisfatta l'uguaglianza che segue

$$\gamma(b) = c(0) - c(b)$$

Si osservi che $c(0)$ non è altro che la varianza del processo $Y(x)$ supposto stazionario ed ergodico.

Il diagramma di figura 4 mostra la funzione di autocorrelazione corrispondente al variogramma $\gamma(h)$ riportato nella figura 2. Essa assume il massimo valore per $h=0$ e si annulla ad una distanza comparabile al *campo* del variogramma. Conseguentemente il diagramma consente di determinare fino a quale distanza le osservazioni risultano correlate tra loro (Webster e Cuanalo, 1979).

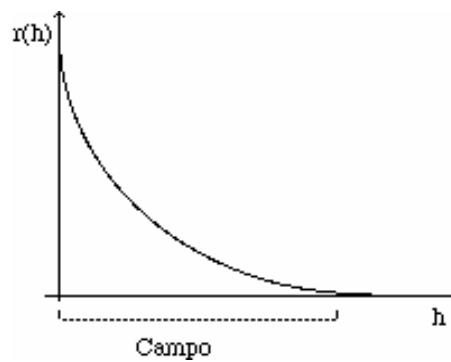


FIG. 4 - Generica funzione di autocorrelazione corrispondente al variogramma di figura 2.

Le figure 5 e 6 sono esempi di autocorrelogrammi stimati, $r^*(h)$, da Ciollaro et al. (1989) e si riferiscono ai valori del potenziale e del contenuto idrico rilevati in pieno campo durante una prova di drenaggio con evaporazione impedita dall'alto rilevati in due tempi differenti.

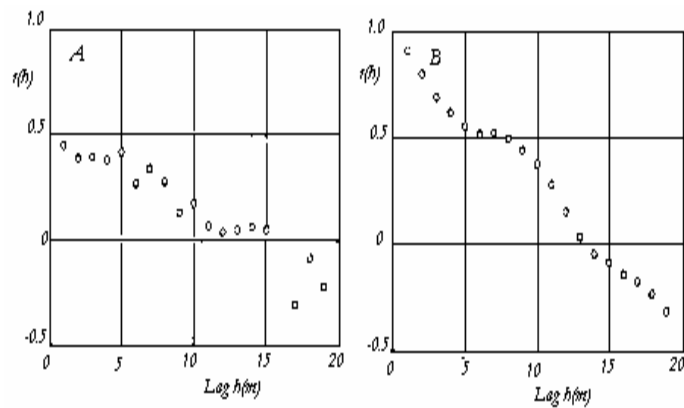


FIG.5 - Funzioni di autocorrelazione dei valori del potenziale misurato su suolo nudo: A) 48 ore, B) 768 ore dall'inizio del processo di redistribuzione dell'umidità.

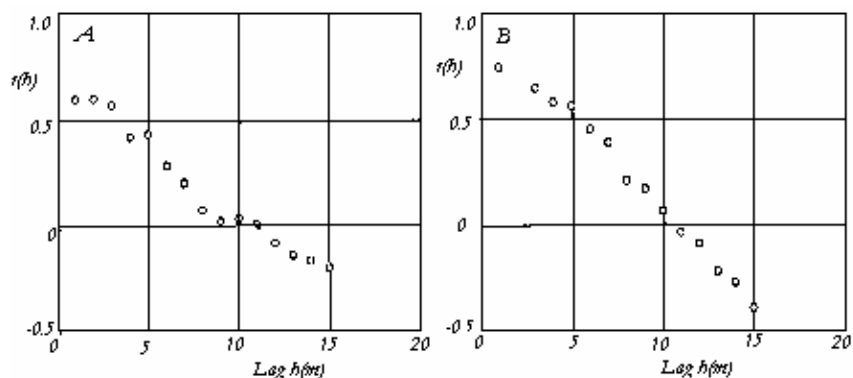


FIG. 6 - Funzioni di autocorrelazione dei valori del contenuto idrico misurato su suolo nudo:
A) 48 ore, B) 768 ore dall'inizio del processo di redistribuzione dell'umidità

Le due figure sopra riportate mostrano che potenziale e contenuto idrico sono funzioni correlate spazialmente in un campo di 10-15 metri.

5. Lo spettro di potenza

Variogramma e correlogramma esprimono, entrambi, i legami lineari di una variabile regionale nel dominio spaziale. Nell'analisi delle serie temporali esse esprimono lo stesso concetto nel dominio del tempo. Molti fenomeni temporali sono periodici e pertanto il variogramma ed il correlogramma mostrano delle onde periodiche. In questi casi può essere utile trasformare il variogramma o il suo equivalente correlogramma nel dominio delle frequenze mediante una *trasformata di Fourier* che consente di modellare le variazioni osservate mediante una combinazione lineare di onde seno-coseno.

La trasformata di Fourier di $c(h)$ è lo *spettro di potenza*, o semplicemente lo spettro (vedi Brillinger, 1975), del fenomeno in analisi. Per definizione, lo spettro è dato da

$$\Gamma(f) = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} c(h) e^{-i2\pi f h}, \quad \text{per } -1/2 \leq f \leq 1/2$$

ove f è la frequenza angolare mentre $i = \sqrt{-1}$. Dividendo ambo i membri di questa uguaglianza per $c(0)$ (cioè per la varianza del processo) si ottiene la *densità spettrale normalizzata* qui di seguito riportata

$$\begin{aligned}
 S(f) &= \frac{\Gamma(f)}{c(0)} = \sum_{b=-\infty}^{+\infty} r(b) e^{-i2\pi f b} = \\
 &= \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{b=1}^{\infty} r(b) \cos(2\pi f b) db
 \end{aligned}$$

ottenuta tenendo conto che

$$r(b) = r(-b); \quad e^{-i2\pi f b} = \cos(2\pi f b) - i \sin(2\pi f b).$$

Una stima consistente di $S(f)$ ottenuta a partire da n osservazioni effettuate sul parametro idraulico di interesse lungo un dato allineamento è data da

$$S^*(f) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{b=1}^M r^*(b) w(b) \cos(2\pi f b), \text{ per } 0 \leq f \leq 1/2$$

ove $w(b)$ è la *finestra* utilizzata per rendere la stima consistente. Una finestra che spesso viene usata è quella di Bartlett data da

$$w(b) = \begin{cases} 1 - \frac{b}{M} & \text{per } |b| \leq M \\ 0 & \text{per } |b| > M \end{cases}$$

Eventuali picchi in $S^*(f)$ indicano accumuli di varianza con *periodo* pressoché costante e corrispondenti componenti cicliche con relative frequenze angolari f e connesso periodo pari a

$$p = p = 1/f, \quad \text{per } 0 \leq f \leq 1/2$$

In tesi generale, gli attributi dei mezzi porosi naturali non sono caratterizzati da particolari periodicità, tuttavia i suoli agricoli sono spesso coltivati con macchine in modo ripetitivo nel corso del ciclo di sviluppo delle colture agrarie. Inoltre, acqua a scopo irriguo, fertilizzanti, pesticidi e residui vegetali vengono apportati sul e nel suolo in modo ciclico con differenti periodicità e frequenze in funzione anche delle distanze tra le file delle colture o in rapporto al metodo irriguo adottato. In tali circostanze le osservazioni effettuate in campo forni-

scono un correlogramma che può essere impiegato per identificare quelle porzioni della struttura spaziale associabile ad assegnate frequenze. In altri termini, nel correlogramma possono emergere periodicità riconducibili alle manipolazioni antropiche sopra accennate. Queste ciclicità si traducono in picchi nei corrispondenti spettri. L'identificazione comporterà, per quanto già detto, il calcolo dello spettro di potenza in uno o più direzioni.

Un esempio per illustrare questa estensione dell'analisi spaziale è fornito da Ciollaro et al. (1989) per il suolo in tenimento di Ponticelli (NA) menzionato in precedenza. In una parcella sperimentale coltivata ad orzo si è provveduto, in più campagne di misura, al rilievo del contenuto d'acqua su un allineamento a distanza di $1m$ ed alla profondità di $0.30m$ utilizzando un umidimetro a neutroni. I correlogrammi stimati per differenti valori del tempo sono riportati nella figura 7. Essi mostrano come, anche in presenza di coltura, la struttura di correlazione è persistente anche se la distanza di dipendenza risulta di poco inferiore a $10m$. Le stime dei corrispondenti spettri, utilizzando la finestra di Bartlett con $M = 10$, sono riportati nella figura 8.

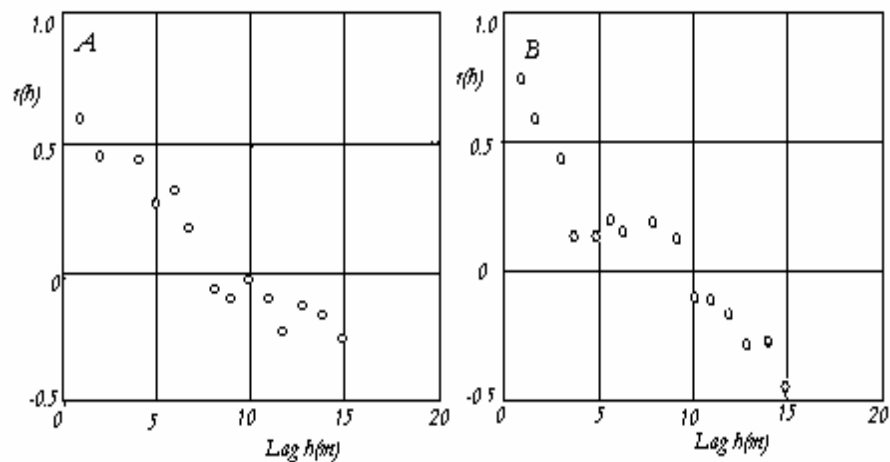


FIG. 7 - Correlogrammi stimati relativi al contenuto idrico misurato sulla parcella coltivata: A) 83 giorni, B) 150 giorni dopo la semina.

Dalla figura 8, pur notando un accumulo di varianza alle basse frequenze, non è possibile identificare la presenza di una qualche componente periodica presente nel fenomeno analizzato.

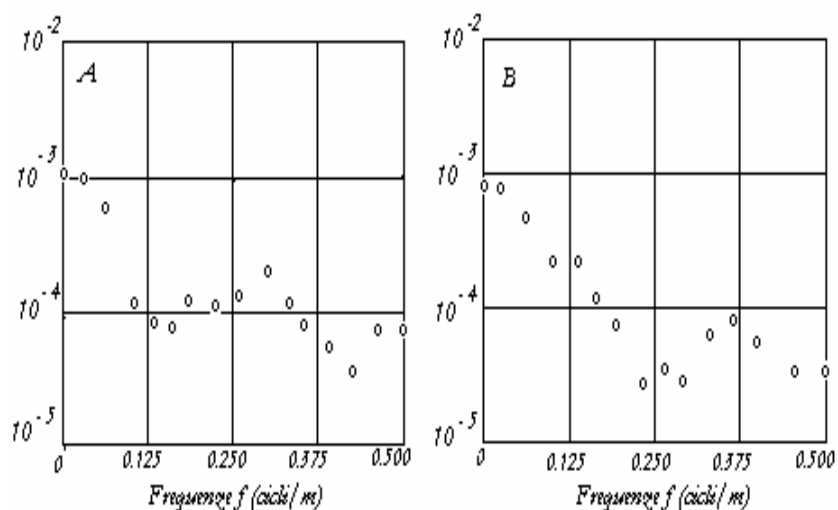


FIG. 8 - Spettri stimati relativi al contenuto idrico misurato sulla parcella coltivata: A) 83 giorni, B) 150 giorni dopo la semina

6. Modelli ARMA e sue varianti

Se oltre all'ipotesi di stazionarietà di $Y(x)$, osservato in punti equidistanti di x , si suppone che sia soddisfatta anche la seguente condizione

$$\sum_{h=-\infty}^{+\infty} (c(h))^2 < \infty$$

si dice che $Y(x)$ è assolutamente non deterministico. Wold (1954) ha dimostrato che, se $Y(x)$ è stazionario ed assolutamente non deterministico risulta

$$Y(x) = \mu + \sum_{j=0}^{+\infty} \psi_j w(x - j) \tag{1}$$

ove

- $w(x)$ è un processo stazionario con autocovarianze tutte nulle eccetto che per $h=0$, detto processo white noise ed indicato con $w(x) \sim WN(0, \sigma_w^2)$,
- ψ_j sono costanti incognite tali che

$$\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty; \quad \psi_0 = 1$$

In queste condizioni è facile verificare che risulta:

$$E[Y(x)] = \mu$$

$$Var[Y(x)] = \sigma_w^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2$$

$$cov[Y(x), Y(x-h)] = c(h) = \sigma_w^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+h}$$

Introducendo l'operatore B tale che $BY(x) = Y(x-1)$ la (1) può essere scritta

$$Y(x) - \mu = (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) w(x) \quad (2)$$

ed indicando con $\psi(B)$ il polinomio di grado infinito della (2) avremo più semplicemente

$$Y(x) - \mu = \psi(B) w(x) \quad (3)$$

Dato che ogni polinomio di grado infinito può essere scritto in modo esatto o approssimato, con il grado di approssimazione voluto, come il rapporto fra due polinomi di grado finito:

$$\psi(B) = \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)}$$

con

$$\begin{aligned} \theta_q(B) &= 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \\ \phi_p(B) &= 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \end{aligned}$$

sostituendo nella (3) si ha infine

$$\phi_p(B)Y(x) = \theta_0 + \theta_q(B) w(x) \quad (4)$$

che è la struttura *ARMA* di $Y(x)$ ove si è posto

$$\theta_0 = \mu(1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)$$

e si scrive

$$Y(x) \sim \text{ARMA}(p, q)$$

La (4) scritta esplicitamente diviene

$$\begin{aligned} Y(x) = & \theta_0 + \phi_1 Y(x-1) + \phi_2 Y(x-2) + \dots + \phi_p Y(x-p) + \\ & + w(x) - \theta_1 w(x-1) - \theta_2 w(x-2) - \dots - \theta_q w(x-q) \end{aligned}$$

che è funzione di un numero finito di parametri che possono essere stimati, con procedure iterative, a partire dalle osservazioni effettuate su $Y(x)$ (vedi Box e Jenkins, 1970; Piccolo e Vitale, 1981).

Nel caso in cui $w(x)$ oltre ad essere un white noise è anche gaussiano la rappresentazione di $Y(x)$ con il modello (4) è sostanzialmente unica e può essere ottenuta a partire dalla sua funzione di autocovarianza. In pratica, questa ulteriore assunzione permette di ottenere stime dei parametri del modello, con il metodo dei minimi quadrati o quello di massima verosimiglianza, che siano quantomeno consistenti; inoltre l'ipotesi di normalità permette di costruire test ed intervalli di confidenza sui parametri incogniti ed ottenere previsioni ottimali per $Y(x)$.

Del modello *ARMA* esistono numerose particolarizzazioni e generalizzazioni che permettono di rappresentare la maggior parte dei fenomeni che si incontrano nelle pratiche applicazioni. Più specificamente:

(i) nel caso in cui risulta $q = 0$ si ottiene il modello solo autoregressivo

$$Y(x) \sim \text{AR}(p)$$

(ii) nel caso in cui è $p = 0$ si ottiene il modello media mobile

$$Y(x) \sim \text{MA}(q)$$

(iii) nel caso in cui $Y(x)$ non è stazionario, ma lo è il processo delle differenze $Z(x) = Y(x) - Y(x-1)$, allora $Z(x)$ è un *ARMA*(p, q), mentre si dice che $Y(x)$ è un *ARIMA*

$$Y(x) \sim ARIMA(p, 1, q).$$

(iv) In molte applicazioni $Y(x)$ è non stazionario in varianza, ma lo è una sua qualche semplice trasformazione. La trasformazione più utilizzata, specie nelle applicazioni di fisica del suolo, è quella logaritmica. In tal caso si avrà

$$\text{Log}(Y(x)) \sim ARIMA(p, 1, q).$$

(v) I concetti sopra richiamati possono essere estesi al caso bivariato quando si analizzano simultaneamente due parametri $Y_1(x)$ ed $Y_2(x)$ ottenendo in tal caso gli *ARMA* bivariati (vedi il capitolo 6 di questo lavoro) e più in generale quelli multivariati.

(vi) È possibile tener conto nel modello dell'eventuale anisotropia presente nel fenomeno generalizzando gli *ARMA* agli *STARMA*, sia univariati che multivariati; di questi si tratterà nel capitolo 6.

7. Trend spaziale

Allorché le differenze tra i valori che una variabile regionale assume in differenti punti è sistematica piuttosto che casuale, il campo dei punti risulta non stazionario. Un campo non stazionario non può essere analizzato con i metodi precedentemente illustrati poiché la funzione variogramma e quella di autocorrelazione dipendono sia dalla localizzazione dei punti di misura, sia dalla distanza di separazione. In tal caso l'analisi della struttura spaziale può essere effettuata solo se viene rimossa la così detta componente deterministica detta *trend* e nota in teoria della variabile regionalizzata come *drift*. Formalmente si potrà scrivere;

$$Y(x) = m(x) + \varepsilon(x)$$

in cui $m(x)$ è la funzione *drift* ed $\varepsilon(x)$ è una funzione casuale stazionaria di secondo ordine. In tesi generale, non è semplice rimuovere il trend: solo i valori di $Y(x)$ sono noti, mentre non è noto a priori quale frazione di $Y(x)$ rappresenta il drift e quale altra è casuale.

I dati ed il trend spaziale per le frazioni di sabbia, limo ed argilla sono mostrati a titolo d'esempio in figura 9 (Comegna, 1989). Per siffatta situazione il trend può essere rappresentato adattando ai dati osservati una forma funzionale, come quella polinomiale ed in tal caso basta differenziare i dati tante volte quanto è il grado del polinomio ritornando così alla modellistica *ARIMA*(p, d, q) prima accennata (in pratica il grado del polinomio e quindi l'ordine d di differenziazione non supera mai 3), e la fluttuazione casuale intorno al trend può

essere rappresentata da una distribuzione di frequenza. Quando, invece le fluttuazioni non sono indipendenti il trend e la correlazione spaziale devono essere definiti simultaneamente mediante procedimenti iterativi (Webster e Burges 1980). Un modo più generale di affrontare questa problematica è quello di ricorrere ad una modellistica più complessa come le *reti neurali* di cui si tratterà nel capitolo 7.

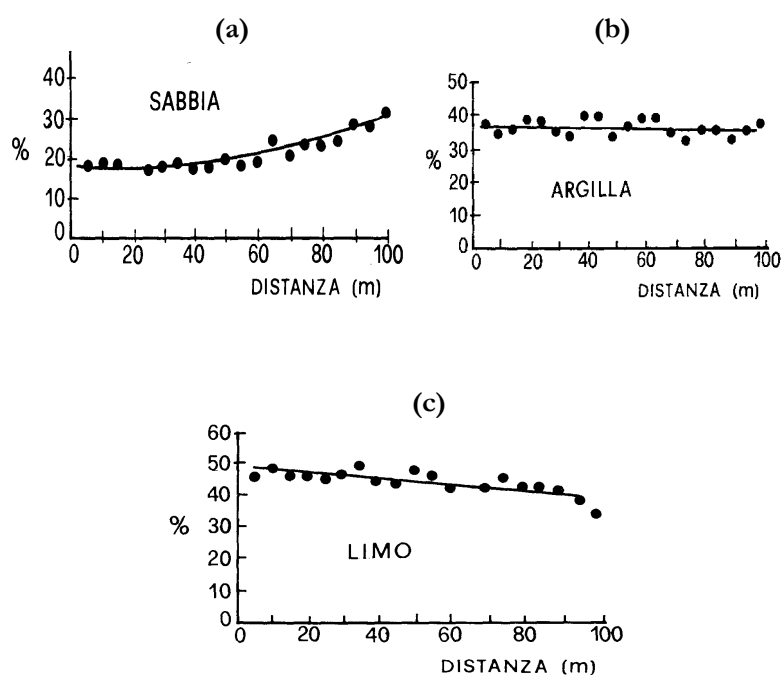


FIG. 9 - Percentuali di: (a) sabbia, (b) limo e (c) argilla osservate alla profondità di 0,40m lungo un allineamento di 100m in un campo sperimentale di Policoro e relativo drift.

8. Alcune applicazioni

In quest'ultimo ventennio sono stati ottenuti variogrammi sperimentali per differenti proprietà agronomiche e tipi di suolo (Viera et al., 1983). Per mostrare la presenza di una struttura spaziale dei parametri idraulici del suolo, di seguito si forniscono alcuni risultati di uno studio effettuato da Comegna e Basile (1992) sulla distribuzione spaziale del contenuto d'acqua in un suolo sabbioso sottoposto ad irrigazione.

L'umidità del suolo è una complessa funzione che dipende da numerosi parametri tra cui sono da annoverare le caratteristiche fisiche ed idrauliche del suolo stesso, perciò la distribuzione spaziale del contenuto idrico risente certamente della struttura spaziale di questi parametri. Nella figura 10 sono rappresentati, in funzione dell'ascissa x , i volumi d'acqua S rilevati in campo sino alla profondità di 90cm in 50 punti lungo un allineamento alla distanza reciproca di 1m e con riferimento alla campagna di misura effettuata il 26/01/1987. Dall'esame della figura si evince come i valori di S mostrino una discreta variabilità lungo l'allineamento certamente legata alle caratteristiche locali del mezzo poroso con scostamenti dal valore medio fortemente dipendenti dal punto di rilevazione. Nella figura 11, invece, si riporta il variogramma relativo ai dati di figura 10. Essa mostra chiaramente la presenza di una struttura spaziale con valori legati tra loro sino ad una distanza di circa 10m . Inoltre, estrapolando il semivariogramma per $h=0$ si nota che risulta $\gamma(0) \neq 0$. Questo andamento denota la presenza di una componente di rumore che può essere spiegata dalla variabilità del parametro considerato a distanza minore di quella tra i rilievi e da errori di misura non sistematici.

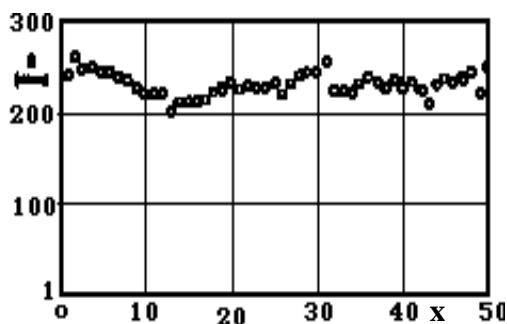


FIG. 10 - Valori del volume d'acqua S del 26/1/87 nel suolo in funzione dell'ascissa x lungo l'allineamento.

Sempre con riferimento allo studio già menzionato, bisogna rilevare che tutti i variogrammi relativi alle altre date di rilevamento mostrano un andamento analogo ed evidenziano la stessa distanza massima di correlazione. Pertanto si è arrivati alla conclusione che la struttura spaziale dell'acqua presente nel suolo si può ritenere stabile nel periodo di osservazione ed i variogrammi sono stati combinati tra loro. Nella figura 12 si riporta il variogramma medio ottenuto dai variogrammi relativi a ciascuna campagna di misura, normalizzati dividendo i valori di $\gamma(h)$ per la relativa varianza s^2 . Dalla figura si nota come gli scarti quadratici temporali riportati con barra verticale siano contenuti e che i vario-

grammi presentano un piccolo effetto pepita seguito da un costante incremento fino ad una distanza di poco superiore ai 10 metri.

Ai singoli variogrammi relativi alle diverse campagne di misura ed al variogramma combinato sopra citato è stato adattato, attraverso il metodo *WLS* (*minimi quadrati ponderati*), il modello sferico. I parametri stimati sono riportati nella tabella 1.

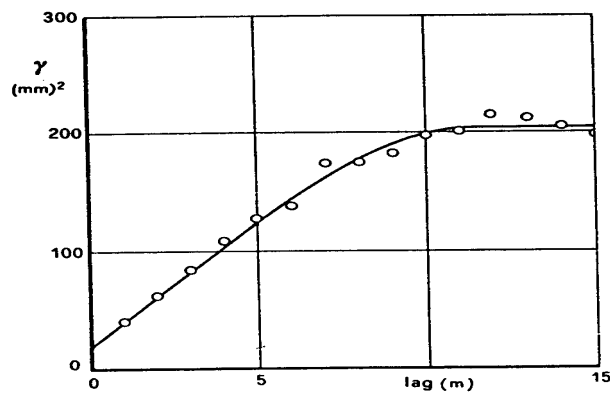


FIG. 11 - Variogramma dei valori *S* di figura 4.

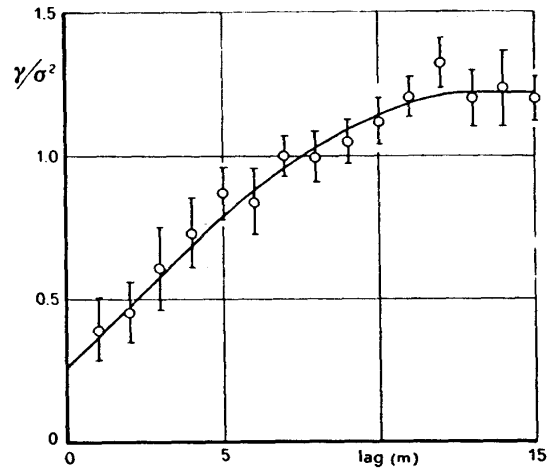


FIG. 12 - Variogramma normalizzato ($\gamma(h)/s^2$) medio dei valori d'acqua *S* invasati nel suolo rilevati lungo l'allineamento e relativi a tutto il periodo di prova.

TAB. 1 - *Stime con WLS dei parametri del modello sferico utilizzato nei variogrammi*

<i>Campagne misura</i>	<i>campo (m)</i>	c_0	c_1	$\frac{100 c_1}{c_0 + c_1}$
21/11/86	9.96	50.85	329.09	86.62
27/12/86	10.94	49.73	345.64	87.70
26/01/87	10.66	21.80	167.16	86.46
26/02/87	12.09	42.16	129.29	75.41
26/03/87	11.89	48.34	139.73	70.30
21/04/87	9.07	29.28	111.59	79.21
<i>combinato</i>	10.79	48.61	194.19	79.98

L'ultima colonna della tabella mostra che il 74-88% della variabilità osservata di S è spazialmente strutturata.

CAPITOLO 3

Interpolatori statistico-probabilistici

1. Il *kriging puntuale*

Sulla base di $\gamma(h)$ stimato può essere individuata una opportuna forma funzionale per il variogramma che trova la sua più utile applicazione secondo le tecniche del *kriging*. Tale tecnica consente una stima della variabile casuale Y nell'intorno x_o rappresentato dal campo di correlazione. Pertanto uno stimatore lineare $Y^*(x_o)$ può essere definito (Journel e Huijbregts, 1978) da:

$$Y^*(x_o) = \sum_{i=1}^M \lambda_i Y(x_i)$$

in cui $Y^*(x_o)$ è il valore interpolato al punto x_o ; $Y(x_i)$ è il valore misurato in x_i , $i=1,2,\dots, n$, mentre i λ_i sono i coefficienti di ponderazione che dipendono dalla struttura della variabile regionale in esame. Questi ponderatori vengono determinati imponendo che lo stimatore soddisfi le seguenti condizioni

$$E[Y^*(x_o) - Y(x_o)] = 0$$

$$Var[Y^*(x_o) - Y(x_o)] = \textit{minima}$$

rispettivamente dette condizioni di *universalità ed ottimalità* (non distorsione ed efficienza).

La prima condizione richiede che sia

$$\sum_{i=1}^M \lambda_i = 1$$

Introducendo, poi, il moltiplicatore μ di Lagrange nel processo di minimizzazione della varianza della stima, si giunge al sistema di equazioni in termini di $\gamma(b)$ detto del *kriging puntuale*:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M \lambda_i Y(x_i, x_j) + \mu = \gamma(x_i, x_0) & i, j = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{i=1}^M \lambda_i = 1 \end{cases}$$

che può essere equivalentemente ed efficientemente risolto nella forma matriciale.

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \end{pmatrix} = \mathbf{b} \quad (1)$$

ove si è posto

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \gamma(x_1, x_2) & \dots & \gamma(x_1, x_M) & 1 \\ \gamma(x_2, x_1) & \gamma(x_2, x_2) & \dots & \gamma(x_2, x_M) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma(x_M, x_1) & \gamma(x_M, x_2) & \dots & \gamma(x_M, x_M) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_M \\ \mu \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \gamma(x_1, x_0) \\ \gamma(x_2, x_0) \\ \dots \\ \gamma(x_M, x_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Risolviendo la (1) per la ricerca dei pesi λ_i è possibile valutare la varianza, al suo minimo, della stima mediante la seguente

$$s_E^2 = \mathbf{b}^T \begin{pmatrix} \lambda \\ \boldsymbol{\mu} \end{pmatrix} \quad (2)$$

con \mathbf{b}^T la trasposta di \mathbf{b} .

Il kriging fornisce, pertanto, non solo stime non distorte di minima varianza della variabile regionalizzata, ma anche una misura della varianza della stima. In questo senso il kriging è superiore ad altri metodi di interpolazione che verranno anche riportati nel seguito. È da sottolineare, inoltre, che indicazioni sulla qualità della stima possono dedursi mediante la tecnica *jakknife* (Efron e Gong, 1983) il cui studio esula dagli scopi di questa nota.

2. Esempi di applicazione del kriging

Il kriging consente con un ridotto numero di osservazioni di derivare distribuzioni spaziali dei vari parametri abbastanza dettagliate ed inoltre di tracciare mappe di varianza che possono essere usate per individuare siti in cui i valori del parametro mostrano la massima incertezza, il che consente di migliorare i piani di campionamento. L'efficacia della metodologia kriging è stata saggiata soprattutto dalla scuola francese che ne ha dato una rigorosa formulazione teorica in occasione di varie applicazioni. Sono pure da ricordare le interessanti applicazioni effettuate in Italia da de Wrachien (1981) per le elaborazioni dei valori piezometrici in un acquifero dell'Est Sesia.

A titolo di esempio si ritiene utile riportare anche alcune altre applicazioni tratte da indagini condotte da Comegna e Basile (1992) e da Viera et al. (1981).

(a) Mappe di contenuto idrico

Nella figura 1 sono riportate le mappe ottenute da Comegna e Basile (1992) mediante la tecnica del kriging a partire dal variogramma combinato di figura 12 (vedi Cap. 2) tramite l'algoritmo di Yates (1989). La linea continua indica il valore medio del contenuto d'acqua, S , mentre le linee tratteggiate corrispondono alle differenze relative espresse come percentuale del valore medio.

Generalmente, la variabile S mostra una moderata variazione su tutta l'area per ciascuna campagna di misura: i valori massimi e minimi sono localizzati generalmente ai bordi delle mappe, mentre i valori medi si trovano al centro. Inoltre, è da osservare che vi sono zone in cui S resta più piccolo che altrove anche dopo ripetuti apporti di pioggia. Ciò è anche vero per altre zone più umide mostranti i più elevati valori di S . In altre parole la struttura spaziale di S si mostra costante durante il periodo di rilevamento.

Simili mappe possono essere impiegate per migliorare la gestione delle irrigazioni ed inoltre consentono di ottimizzare il monitoraggio dei parametri θ ed

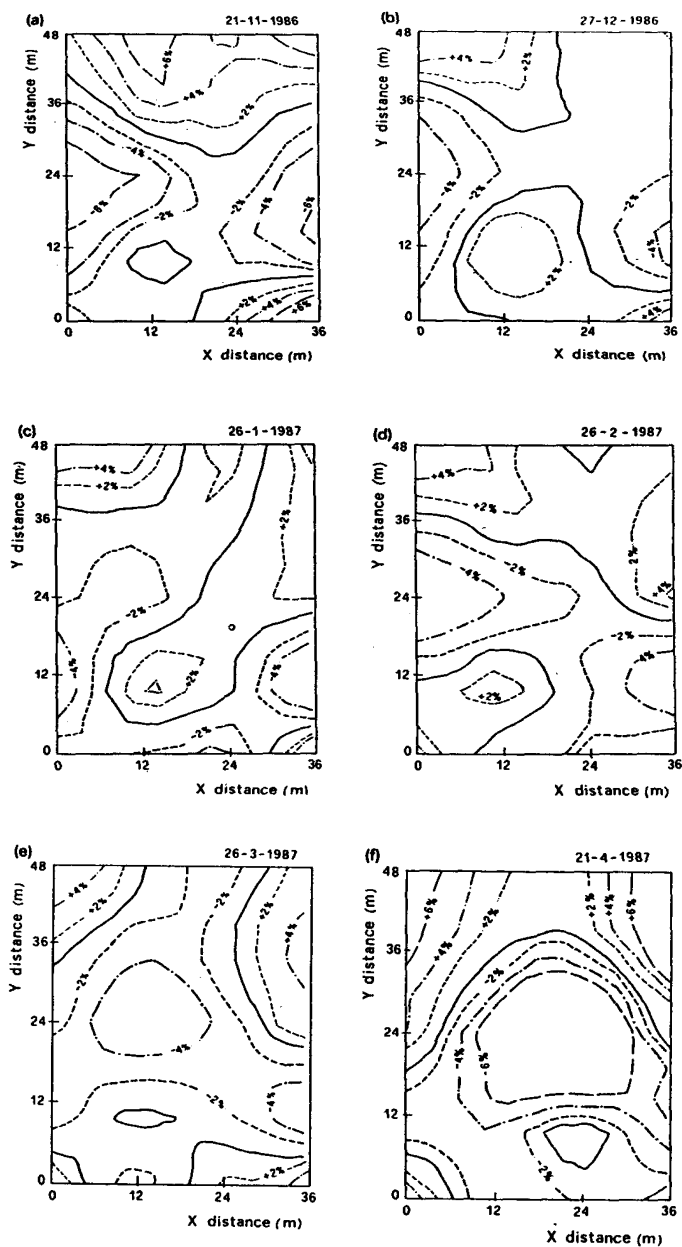


FIG. 1 - Mappe di S per differenti campagne di misura nel periodo 1986-87. I parametri delle curve corrispondono alle differenze relative espresse come percentuale del valore medio (linee a tratto continuo).

h mediante l'allocatione, per esempio in pieno campo, di specifici sensori di misura (sonde TDR, sonde a neutroni, piezometri, tensiometri).

(b) Efficienza di campionamento

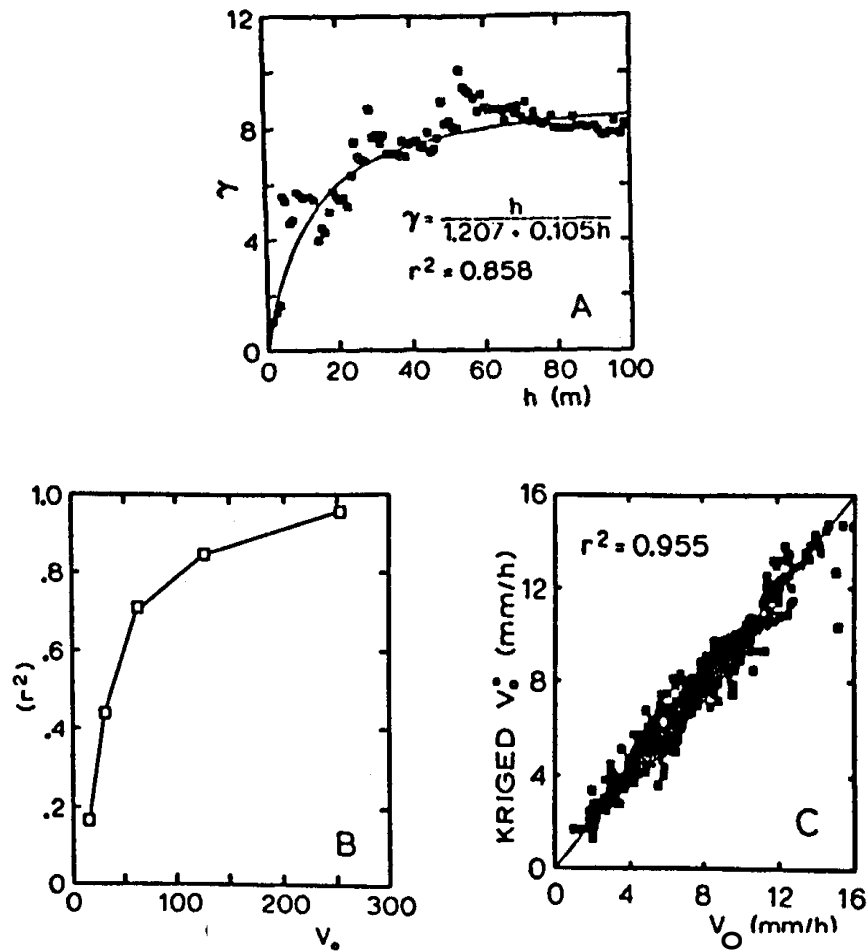


FIG. 2 - A) Variogramma; B) correlazione valori osservati e misurati; C) scatter valori osservati e interpolati sulla base di 250 misure.

Viera et al. (1981) hanno misurato in 1280 siti in pieno campo, con un infiltrometro a carico costante, la velocità di infiltrazione di un suolo *Yolo-loam*. I valori della velocità sono risultati normalmente distribuiti con media 7.0 mm/hr e

varianza 7.8; essi mostrano anche una struttura spaziale come si evince dal diagramma della figura 2A. Gli Autori hanno affrontato la questione del minimo numero di campioni sufficienti per ottenere risultati simili a quelli forniti da 1280 valori.

Un primo calcolo, partendo da 16 misure, ha consentito di interpolare i restanti valori in 1264 posizioni. Tali valori sono risultati correlati con quelli misurati con r pari a 0.16. Calcoli con 32, 64, 128, 256 valori hanno fornito r crescenti come mostrato nella figura 2B. Se si accetta un r^2 di 0.8 tra valori misurati e stimati, sono sufficienti 128 punti per fornire risultati simili ai 1280 misurati. Nella figura 2C è mostrato lo scatter dei valori interpolati in funzione di quelli misurati per il caso di 250 valori osservati.

(c) *Strategie di campionamento*

I risultati delle analisi spaziali possono anche essere impiegati per ottimizzare gli schemi di campionamento delle proprietà del suolo. Questo tipo di applicazione è dovuto soprattutto a Burgess et al. (1981). Questi Autori hanno considerato essenzialmente schemi di campionamento secondo i punti vertici di maglie triangolari e quadrangolari. Nel caso di *schema triangolare* la massima distanza tra un punto interpolare posto al centro e l'osservazione più vicina risulterà pari a 0.62 e nel caso di *schema quadrangolare* pari a $1/\sqrt{2} \approx 0.71$. La varianza alla massima distanza può essere valutata a priori mediante l'equazione (2) e verrà a dipendere da $\gamma(h)$ e dalla configurazione dello schema di campionamento. In tesi generale lo schema triangolare è più efficiente, ma la sua superiorità è fortemente controbilanciata dalla semplicità del campionamento su rete quadrangolare.

Nella figura 3A (Burgess et al., 1981) è fornito, attraverso una famiglia di variogrammi parametrati in c_0 , l'andamento della varianza della stima del contenuto in sodio in un suolo a Plas Gogerddan in funzione della distanza di campionamento. I calcoli sono stati effettuati mediante il codice di calcolo *OSSFIM* scritto da McBratney e Webster (1981) prendendo in considerazione i 25 punti vicini. Nella figura 3B è riportata la massima varianza della stima in funzione della distanza di campionamento. Si nota come i valori, partendo da 8.7 (effetto pepita), crescano con la distanza fino a livellarsi a circa 60m raggiungendo un massimo più grande del valore soglia. Questo massimo è, in realtà, combinazione del valore soglia e del moltiplicatore di Lagrange μ , dell'equazione (1). La distanza alla quale viene raggiunto tale massimo risulta pari a $\sqrt{2}$ il campo del variogramma ottenuto con lo schema di campionamento a maglia quadrangolare. Il tratteggio, corrispondente allo schema di campionamento a maglia triangolare, mostra soltanto una trascurabile superiorità rispetto allo schema quadrangolare.

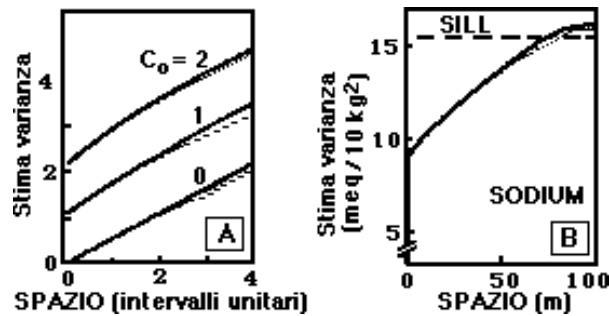


FIG. 3 - Stima della varianza in funzione della distanza: A) effetti pepita; B) risultati riferiti a Plus Gogeddau: tratto continuo per schema quadrangolare, tratteggio per schema triangolare.

3. Cross-variogramma e cokriging

La distribuzione spaziale di un dato attributo del suolo può essere strettamente correlata a quella di un altro pure affetto dallo stesso fenomeno regionale. Tali attributi si dicono *co-regionalizzati* o *cross-correlati*. In scienza del suolo alcuni esempi classici includono la conducibilità idrica alla saturazione e le percentuali di sabbia, limo ed argilla; il coefficiente di appassimento e il contenuto in argilla del suolo; nel *remote sensing* altro esempio è quello della temperatura e del contenuto idrico dello strato superficiale del suolo. E' da considerare inoltre che nelle applicazioni di pieno campo numerose variabili non possono essere campionate efficientemente a basso costo per fornire valori interpolati in assegnato sito con accettabile accuratezza. Prendendo in considerazione la correlazione spaziale che può sussistere tra un attributo ed altro più facilmente campionabile, la tecnica del *cokriging* può migliorare la precisione della stima del primo attributo. Più in generale, il cokriging estende il principio della stima ottimale di una variabile regionalizzata a situazioni in cui due o più variabili risultano co-regionalizzate.

Sotto l'ipotesi intrinseca è possibile esprimere l'interdipendenza spaziale fra due variabili U e V attraverso il *cross-variogramma* $\gamma_{uv}(h)$ in cui U è la variabile di interesse primario di difficile campionamento e V è la variabile ausiliaria campionabile a più basso costo. Il cross-variogramma è definito da

$$\gamma_{uv}(h) = E\{[U(x) - U(x+h)][V(x) - V(x+h)]\}$$

ed è stimato con

$$\gamma_m^*(h) = \frac{1}{n-h} \sum_{i=1}^{n-h} [U(x_0 + i) - U(x_0 + i + h)][V(x_0 + 1) - V(x_0 + j + h)]$$

Un valore interpolato di U in x_0 può essere cokriged mediante lo stimatore

$$U^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^u U(x_0 + i) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^v V(x_0 + i)$$

in cui λ_i^u e λ_i^v sono i pesi associati alle osservazioni U e V mentre n ed m sono, rispettivamente, il numero di valori osservati per U e V ed impiegati per la stima di U in x_0 . I valori di U e V sono misure sperimentali mentre i ponderatori vengono calcolati con una procedura di minimo vincolato e risultano essere funzioni dei variogramma e del cross-variogramma di U e V . Alla stregua del kriging, la forma più compatta del sistema di equazioni cokriging è data naturalmente nella forma matriciale, qui non riportata, ed i cui dettagli sono reperibili in Myers (1982, 1983).

L'applicazione della tecnica cokriging ad un suolo argilloso - alluvionale pedologicamente classificato *Acquic-Vertic-Xerofluvent*, localizzato nel tenimento di Metaponto (MT), ha fornito i risultati mostrati nelle figure 4 ed 5 (Castrignanò e Lopez, 1989). La figura 4 è una mappa a curve di livello del contenuto idrico del suolo stimato mediante kriging; mentre la figura 5 fornisce l'equivalente mappa del contenuto d'acqua ottenuta mediante cokriging della variabile ausiliaria *Indice di Stabilità di Struttura* determinato mediante il metodo Henin modificato da Cavazza (1981).

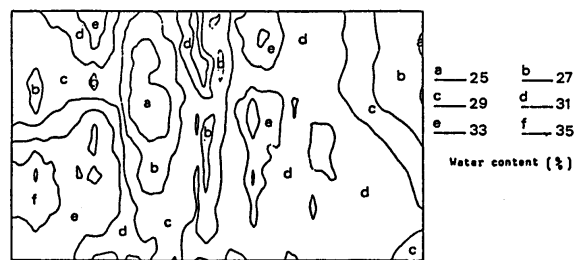


FIG. 4 - Mappa di contenuto idrico ottenuta mediante kriging

Dal confronto delle mappe non si evincono differenze significative. I valori della somma dei quadrati degli scarti del contenuto d'acqua sono risultati pari a

3.00572 e 3.26849 rispettivamente nel caso di kriging e cokriging. Il coefficiente di correlazione fra le variabili prese in considerazione è risultato pari a -0.56 per $p < 0.0001$. I risultati di questo studio mostrano chiaramente che l'addizionale complessità del cokriging può giustificarsi soltanto se la correlazione tra variabili primaria ed ausiliaria risulta non inferiore a 0.5 .

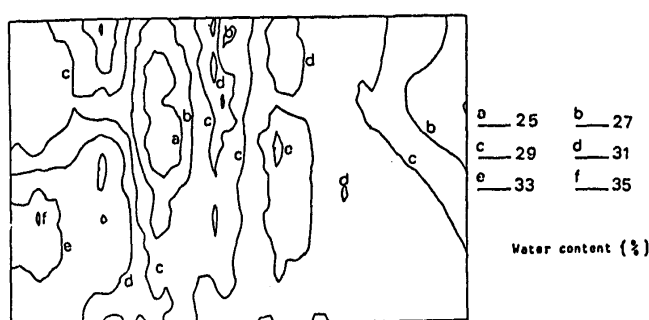


FIG. 5 - *Mappa di contenuto idrico ottenuta mediante co-kriging*

Ulteriori esempi di co-regionalizzazione di attributi del suolo sono forniti in Vauclin et al. (1983) e McBratney e Webster (1983); un programma di calcolo per la soluzione del problema sopra esposto è quello scritto da Viera et al. (1983).

4. *Variogramma bidimensionale*

Nel caso in cui le osservazioni raccolte su uno o più parametri idraulici sono relative ad un piano, piuttosto che ad un singolo transetto unidimensionale, il variogramma si generalizza in un *variogramma bidimensionale*. La stima del variogramma bidimensionale può essere effettuata, ovviamente, solo se si dispone di osservazioni sperimentali raccolte su una griglia regolare bidimensionale. In tal caso, indicando con $Y(i, j)$ la generica osservazione relativa al vertice della maglia di coordinate (i, j) , una stima accettabile del variogramma bidimensionale è data da:

$$\gamma^*(h, k) = \frac{1}{2(m-h)(n-k)} \sum_{i=1}^{m-h} \sum_{j=1}^{n-k} [Y(i, j) - Y(i+h, j+k)]^2$$

$$\gamma^*(h, -k) = \frac{1}{2(m-h)(n-k)} \sum_{i=1}^{m-h} \sum_{j=k+1}^n [Y(i, j) - Y(i+h, j+k)]^2$$

Dato che il variogramma è simmetrico intorno al suo centro, cioè

$$\gamma^*(-h, k) = \gamma^*(h, -k)$$

$$\gamma^*(-h, -k) = \gamma^*(h, k)$$

le due espressioni sopra riportate permettono di ottenere la stima del variogramma su tutto il piano considerato.

Nel caso in cui i dati sono osservati in modo irregolare nel piano bidimensionale, le formule sopra riportate perdono di significato dato che le diverse coppie di osservazioni sono, potenzialmente, separate da differenti distanze e direzioni. Per superare questo inconveniente si raggruppano le separazioni fra punti secondo la direzione e la distanza. La situazione tipica è riportata nella figura 6.

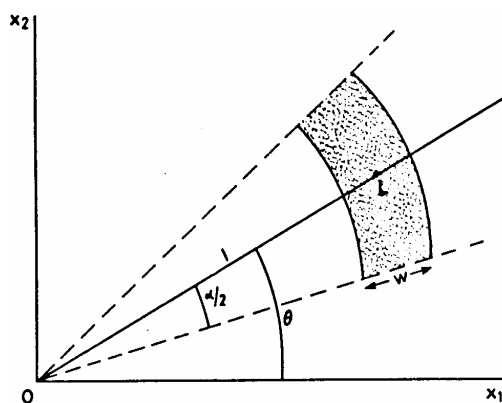


FIG. 6 - Raggruppamento dei lags per distanza e direzione per osservazioni bidimensionali irregolarmente distribuite

Nella figura 6 il segmento \$OL\$ di lunghezza \$l\$ e direzione \$\theta\$ rappresenta il lag nominale mentre \$w\$ e \$\alpha\$ sono rispettivamente i campi relativi alla distanza

ed alla direzione. I diversi valori di w ed α ottenuti al variare di θ ed l vengono riportati in una griglia in modo da ritornare ad una situazione di regolarità del tipo di quella illustrata precedentemente.

Nell'analisi di fenomeni indicizzati sul piano, una caratteristica importante che bisogna prendere in considerazione nelle analisi è la sua eventuale isotropia oppure anisotropia. Le proprietà del suolo sono isotrope se variano in modo simile in tutte le direzioni nel qual caso il variogramma dipende soltanto dalla distanza (lag) delle osservazioni. L'analisi della variazione bidimensionale implica, in tesi generale, l'anisotropia. Quando le variazioni, per assegnata distanza h , in una direzione sono equivalenti alle variazioni per una distanza ph in altra direzione si ha l'*anisotropia geometrica*.

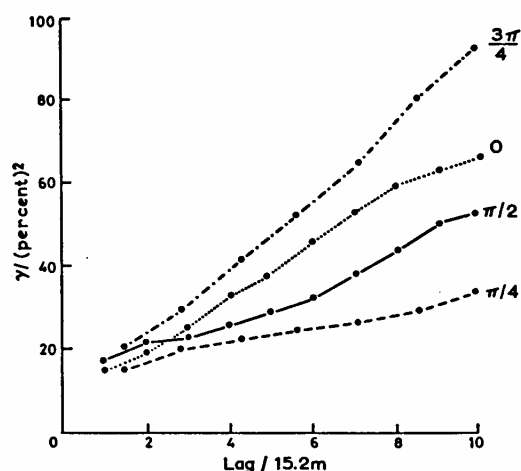


FIG. 7 - Variogramma sperimentale del contenuto in materiale pietroso dello strato superficiale del suolo a Plas Gogerddan secondo quattro principali direzioni

Il rapporto di anisotropia p indica il relativo peso della differenza direzionale della variazione; esso caratterizza una zona ellittica di influenza che risulta allungata nella direzione di minima variazione. La direzione di massima variazione risulta perpendicolare alla direzione di minima variazione. Se le variazioni sono identiche in tutte le direzioni il rapporto di anisotropia risulta pari ad uno e definisce una zona di influenza circolare. La figura 7 (Burgess e Webster, 1980) fornisce un esempio in cui il contenuto in materiale pietroso di un suolo a Plas Gogerddan varia anisotropicamente.

Si nota come il gradiente varia da circa due nella direzione $\pi/4$ a circa otto nella direzione $\pi/2$. La successiva rappresentazione di figura 8, che è una rap-

presentazione a curve di livello del variogramma di figura 7, evidenzia un andamento approssimativamente ellittico delle curve e ciò suggerisce che il variogramma può essere rappresentato da una semplice funzione sinusoidale.

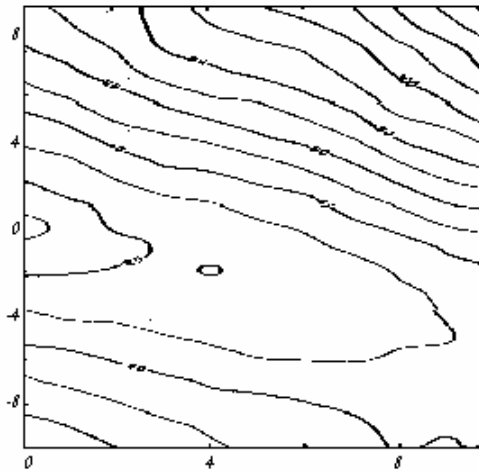


FIG. 8 - Rappresentazione a curve di livello del variogramma della figura 7

Burgess e Webster (1980) hanno rappresentato questo variogramma in coordinate polari :

$$\gamma(h; \theta) = c_0 + [A^2 \cos^2(\theta - \phi) + B^2 \sin^2(\theta - \phi)]^{1/2}$$

ove:

- ϕ è la direzione di massima variazione
- A è il gradiente del variogramma in quella direzione
- B è il gradiente nella direzione $\phi + \pi/2$
- θ è la direzione.

La funzione $\gamma(h; \theta)$ definisce l'anisotropia geometrica che può ricondursi all'isotropia attraverso una trasformazione lineare del sistema di coordinate. Ciò equivale, in effetti, ad uno stiramento della superficie del suolo alla stregua di un foglio elastico: attraverso lo stiramento nella direzione ϕ nel rapporto A/B si

otterrà un variogramma che in quella direzione avrà lo stesso gradiente di quello osservato nella direzione ortogonale.

TAB. 1 - Valori del rapporto di anisotropia di variogrammi di differenti proprietà del suolo

Proprietà	A/B	Riferimenti
% materiale pietroso	5.42	Burgess e Webster 1980
% sabbia	1.59	Trangmar et al. 1985
% limo	1.71	"
% argilla	1.71	"
pH	2.40	"
Fosforo ppm	3.47	"
Resistenza elettr. ohm	1.29	Burgess e Webster 1980

Il rapporto A/B, da considerare come rapporto di anisotropia, per alcune proprietà del suolo varia nel campo di valori compresi tra 1.3 e 4.0, anche se in alcuni casi non usuali sono stati riportati valori anche maggiori di 5 (vedi la tabella 1).

5. Altre procedure di kriging

Come mostrato sinteticamente nella figura 9, varie altre procedure di stima sono disponibili per differenti condizioni di stazionarietà e distribuzione di probabilità dei dati.

Una'estensione del kriging puntuale è rappresentata dal *kriging areale* che implica l'integrazione dei valori stimati nello spazio ovvero la previsione di valori medi di $Y(x_0)$ riferiti a siti sperimentali di assegnata area B:

$$Y(x_0) = \frac{1}{B} \int_B Y(x) dx$$

stimato con

$$Y^*(x_0) = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_0 + i)$$

Un'altra procedura nota come *kriging universale* è stata sviluppata per variabili regionali caratterizzate da trend locali.

Alcuni attributi del suolo sono spesso caratterizzati da distribuzioni non gaussiane e in tali circostanze più rispondente possono risultare le procedure del *kriging disgiuntivo* e del *kriging lognormale*.

In generale, data la complessità delle procedure è essenziale condurre preliminari indagini esplorative. Haslett et al. (1991) hanno sviluppato un programma, detto SPIDER, che consente una analisi interattiva a più finestre dei dati. Le finestre sono tra loro legate in modo da poter osservare in contemporanea

- a) istogrammi
- b) scatters
- c) variogrammi
- d) grafici e mappe di vario tipo

Queste procedure e similari servono essenzialmente nelle analisi di tipo qualitativo per caratterizzare le strutture sottostanti e individuare la presenza di eventuali valori eccezionali che, spesso, rendono distorte ed inefficienti le stime fino ad ora presentate.

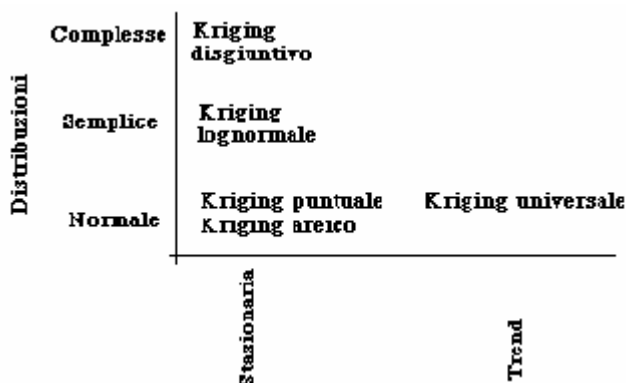


FIG. 9 - *Ulteriori procedure kriging*

6. *Interpolatori di tipo deterministico*

Altre tecniche di interpolazione pure impiegate in passato in geografia, fisica, geologia sono quelle di tipo deterministico note sotto il nome di *Least square trend surface analysis*. Esse si basano sul criterio dei minimi quadrati ponderati o meno per l'adattamento di una linea polinomiale o di una superficie a serie dei dati rilevati, rispettivamente, lungo un allineamento o su di un piano.

Si consideri il valore di una proprietà Y di interesse misurata lungo un allineamento nei punti $x_0+1, x_0+2, \dots, x_0+n$; si assuma inoltre che Y cresca monotonicamente con x come dimostrato nella figura 10 e pertanto la variazione di Y può essere approssimata mediante la retta di regressione:

$$Y = b_0 + b_1 x.$$

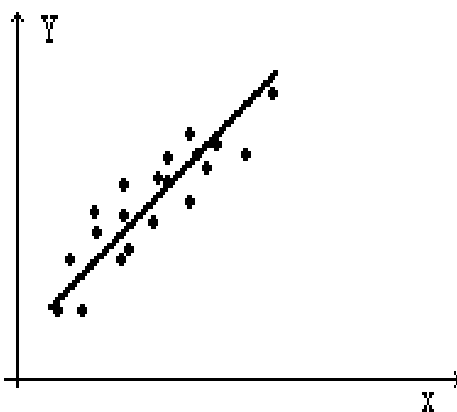


FIG. 10 - Adattamento di una retta di regressione per descrivere la variazione $Y(x)$

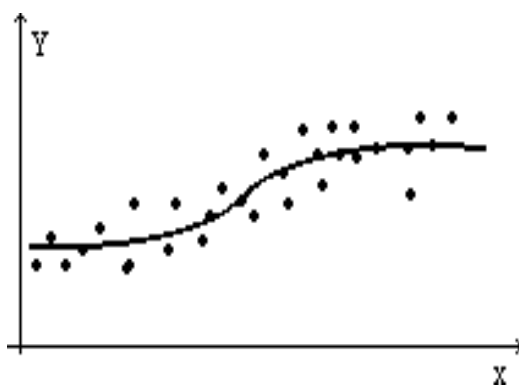


FIG. 11 - Adattamento di una polinomiale di ordine maggiore di 2.

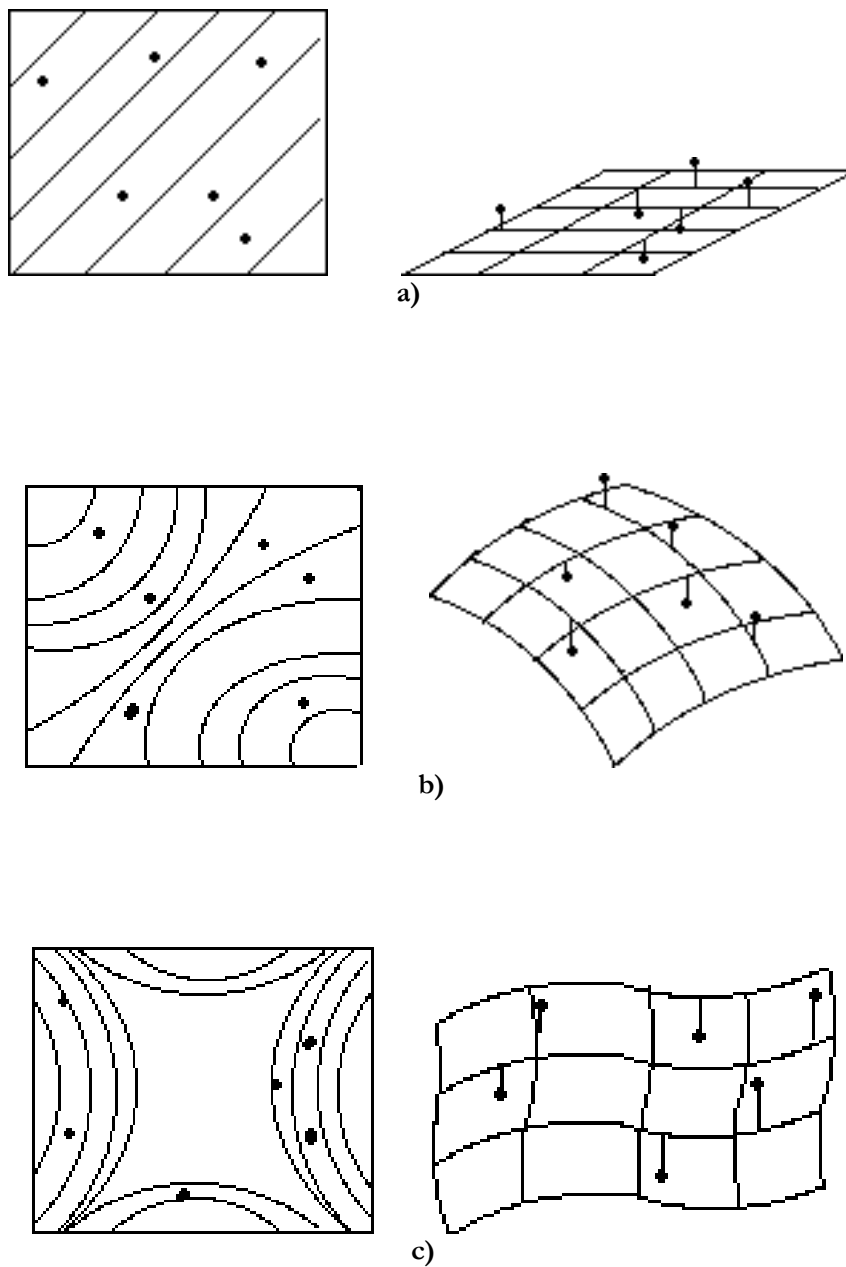


FIG. 12 - Superfici di regressione viste secondo differenti prospettive: a) caso lineare, b) caso quadratico, c) caso cubico

in cui b_0 e b_1 sono i coefficienti del polinomio incogniti e da stimare, generalmente con il metodo dei minimi quadrati cioè minimizzando rispetto a b_0 e b_1 , la seguente funzione obiettivo:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

a partire dalle n coppie di osservazioni (Y_i, x_i) , $i=1, 2, \dots, n$, mentre x è la variabile esplicativa considerata che può essere sia un ulteriore parametro idraulico, sia il punto di osservazione lungo il transetto considerato. Per la stima dei coefficienti vengono utilizzati pacchetti informatici, implementati anche su personal computer, standard e di facile impiego (vedi Appendice 2).

In molte circostanze Y non è una funzione lineare di x ma può variare in modo complesso come mostrato nella figura 11. In questo caso può essere utilizzato un polinomio di secondo ordine o di ordine superiore, in generale il caso di ordine k implica il seguente modello per Y :

$$Y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_k x^k.$$

Facendo crescere il numero dei termini è possibile adattare a Y curve anche molto complesse, ma di scarso potere interpretativo.

Nel caso in cui le variabili esplicative sono due, per esempio un dato parametro idraulico e simultaneamente il punto di osservazione dell'allineamento, allora si è in presenza di superficie di regressione. Se indichiamo con x_1 ed x_2 le due variabili esplicative del parametro idraulico Y , nel caso lineare il relativo modello diviene:

$$Y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

mentre nel caso quadratico si ottiene:

$$Y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_1^2 + b_4 x_2^2 + b_5 x_1 x_2$$

In generale, nel caso di una superficie di ordine (r, s) il modello si generalizza al seguente:

$$Y = \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^s b_{ij} x_1^i x_2^j$$

Nelle pratiche applicazioni, di solito non si va oltre il caso di $s = r = 3$. Casi tipici di superfici di regressione sono riportati nella figura 12.

I metodi della *trend surface analysis* consentono, essenzialmente, di stimare gli andamenti della variabile regionale senza la possibilità di controllare la bontà della stima. Tali metodi, infatti, non consentono di valutare l'errore che si commette nello stimare il valore della grandezza da rappresentare all'esterno dei punti di misura. Ciò in quanto la varianza dei residui in corrispondenza dei punti sperimentali non è correlata in alcun modo con quella relativa agli altri punti. Questo significa che minimizzare la varianza dei residui nei punti di misura non comporta la minimizzazione della stessa al di fuori di detti punti. A tale riguardo basta considerare il fatto che la varianza dei residui nei punti sperimentali si riduce aumentando il grado del polinomio e che pertanto una espressione analitica di grado sufficientemente elevato può risultare un interpolatore esatto, pur presentando, al di fuori dei punti di misura andamenti privi di qualunque riferimento alla struttura effettiva del fenomeno. Per evitare tali inconvenienti si sono recentemente sviluppate le metodologie kriging di tipo statistico-probabilistico già illustrate che consentono di fornire, oltre che soluzioni ottimali, la varianza dell'errore di previsione in quanto gli stimatori dipendono strettamente dalla struttura del fenomeno, inoltre l'uso di indici tipo *AIC* già illustrato permettono di stabilire il grado ottimale del polinomio da utilizzare.

CAPITOLO 4

Similitudine geometrica e stabilità temporale

1. Introduzione

Lo studio della variabilità in pieno campo dei parametri idraulici del suolo richiede un gran numero di punti di misura con conseguente onerosità di esecuzione delle determinazioni. La possibilità, quindi, di ridurre l'onerosità delle determinazioni ripropone con maggiore concretezza l'esame della variabilità delle caratteristiche del suolo. La descrizione della variabilità può essere semplificata ipotizzando che la micro geometria del suolo in due siti diversi sia in *similitudine*.

Per semplificare tale concetto, supponiamo di prendere in considerazione una matrice di granelli solidi e due altre che rappresentino, come schematizzato nella figura 1, una riduzione. In pratica la matrice considerata è riprodotta a tre differenti scale λ_1 , λ_2 , λ_3 , denominate *lunghezze microscopiche caratteristiche*. Tra le matrici sussiste una condizione di similitudine geometrica: il rapporto tra i valori λ_i rappresenta il fattore di scala geometrica e/o *rapporto di similitudine* α .

Come mostrato da Miller e Miller (1955) è possibile riferire i valori del potenziale idrico e della conducibilità, misurati in zone diverse, ai corrispondenti valori medi attraverso la distribuzione spaziale del valore locale del rapporto di similitudine

$$\alpha = \frac{\lambda_i}{\lambda_{i-1}}.$$

La validità di tale ipotesi è stata confermata solo attraverso prove di laboratorio su filtri di sabbia (Klute e Wilkinson, 1958) e, anche se non trova effettiva rispondenza nei suoli, è stata utilizzata da vari Autori (Warrick, 1977; Simmons et al., 1979).

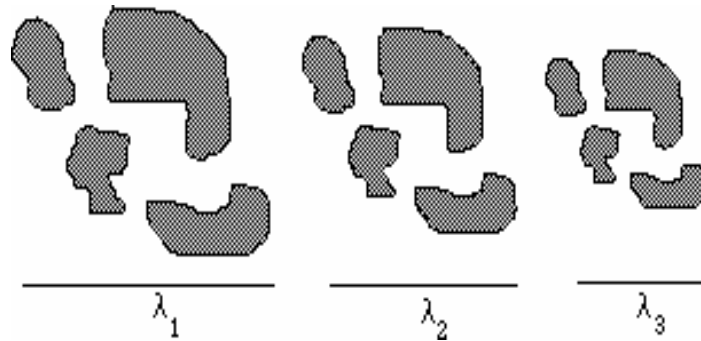


FIG. 1 - Illustrazione di tre regioni di un mezzo poroso geometricamente simili e dei tre fattori di scala λ che definiscono l'ingrandimento locale.

2. Cenni di teoria

Warrick e Simmons, nei lavori citati, hanno mostrato che, nell'ipotesi che sia costante la tensione superficiale ed il coefficiente di viscosità cinematica dell'acqua, per i mezzi porosi naturali in similitudine geometrica vale la relazione seguente:

$$W_r = \alpha_{w,r}^p \bar{W} \quad (1)$$

che lega una generica proprietà idraulica W_r , valutata in un sito r , al valore \bar{W} di un sito di riferimento. Il fattore $\alpha_{w,r}$ è il rapporto tra le lunghezze che caratterizzano la geometria interna del mezzo nel sito r e quelle del mezzo di riferimento, mentre l'esponente p assume il valore -1 quando la proprietà idraulica che si considera è il potenziale idrico h ed il valore 2 qualora si faccia riferimento alla conducibilità idraulica k . L'ipotesi di similitudine implica che i coefficienti $\alpha_{w,r}$ siano gli stessi per qualunque proprietà idraulica e che i due siti siano caratterizzati dallo stesso valore della porosità.

I valori dei coefficienti α vengono valutati esprimendo per ciascun sito r le relazioni che legano il potenziale idrico h e la conducibilità idraulica k al grado di saturazione s , attraverso assegnate funzioni analitiche.

È stata fatta l'ipotesi che, dei parametri che compaiono nelle relazioni analitiche, uno, a_r , dipende dal sito di misura, mentre i rimanenti, in numero di m , assumano gli stessi valori in tutta la zona in esame e pertanto si può scrivere:

$$W_r = a_r f_w(s; b_1, \dots, b_m), \quad r = 1, 2, \dots, n$$

dove con n si indica il numero dei siti presi in considerazione.

Una volta esplicitata l'espressione analitica di f_w i parametri che in essa compaiono sono stimati con il metodo dei minimi quadrati degli scarti tra i valori della caratteristica idraulica W , valutati attraverso la funzione f_w ed i corrispondenti valori misurati $W_{r,j}$ e $s_{r,j}$:

$$\sum_{r=1}^n \sum_{j=1}^{n_r} [a_r f_w(s_{r,j}; b_1, \dots, b_m) - W_{r,j}]^2 = \min_{a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m}$$

in cui n_r è il numero dei punti della curva $W(s)$ relativi al sito r . Dato che in generale la funzione f_w non è lineare, il minimo è ricercato con metodi numerici iterativi. Infine, i coefficienti $\alpha_{w,r}$ definiti nella (1) sono ricavati imponendo la condizione di normalizzazione

$$\frac{1}{n} \sum_{r=1}^n \alpha_{w,r} = 1$$

3. Esempio di applicazione

A titolo di esempio, nelle figure seguenti riportiamo i dati di tensione e di conducibilità idraulica rilevati da Ciollaro e Comegna (1989) a due differenti profondità di un suolo limoso in tenimento di Policoro (MT).

Nel corso di più annate di sperimentazione alla periferia di una unità parcel-lare sono state scelte a caso, per ciascun anno, due zone di campionamento. Sono stati poi individuati negli anni, sei siti di misura che, da indagini preliminarmente svolte sulla struttura della variabilità spaziale delle caratteristiche idrauliche, possono considerarsi spazialmente indipendenti. In ciascun sito sono stati prelevati mediante lo scavo di una buca alle profondità 10-40cm e 40-80cm campioni di suolo non rimaneggiati del diametro di 80cm ed altezza di 15cm. Inoltre, secondo la tecnica messa a punto presso l'Istituto di Idraulica della Facoltà di Agraria dell'Università di Napoli Federico II (Santini, 1974; Ciollaro e Comegna, 1981), sono state determinate le curve principali di tensione $h(\theta)$ e quelle di conducibilità $k(\theta)$ pervenendo alle rappresentazioni riportate nelle figure 2-6. In particolare, la figura 2 si riferisce a valori di $h(\theta)$ determinati su campioni rilevati alla profondità 10-40cm; la figura 3 è relativa a tutti i restanti

campioni prelevati alla profondità $40-80\text{cm}$. Per un più agevole confronto, nel grafico di figura 4 sono riportate le curve medie di tensione per le due fasce di profondità e l'intervallo dei valori di θ in cui si attende che ricada il 68% dei contenuti d'acqua. La conducibilità idraulica relativa ai due campi di profondità sopra detti sono, invece riportate nelle figure 5 e 6 in funzione del contenuto d'acqua.

I dati illustrati nelle figure menzionate, indipendentemente dal relativo campo di profondità cui si riferiscono, sono stati sottoposti alle elaborazioni presentate nel precedente paragrafo. Nella figura 7 sono stati riportati, in funzione del grado di saturazione s , i valori del potenziale

$$\bar{h} = a_{h,r} b$$

mentre nella figura 8 sono forniti i valori della conducibilità

$$\bar{k} = \alpha_{k,r}^{-2} k$$

Per un più agevole impiego, alla curva di tensione $h(\theta)$ è stata assegnata l'espressione analitica proposta da van Genuchten (1980), mentre la curva di conducibilità $k(\theta)$ è stata approssimata con una funzione esponenziale a due parametri stimati utilizzando il metodo dei minimi quadrati.

Le figure mostrano come le procedure adottate riducano notevolmente la dispersione dei punti sperimentali e consentano di valutare la variabilità delle caratteristiche idrauliche del suolo attraverso le distribuzioni nello spazio dei soli parametri $\alpha_{h,r}$ ed $\alpha_{k,r}$.

Ulteriori elaborazioni statistiche hanno, inoltre, consentito di rilevare che la legge di probabilità Lognormale sia quella che meglio approssima la distribuzione di frequenza sia dei parametri $\alpha_{h,r}$ che di quelli $\alpha_{k,r}$. Nella tabella 1 vengono forniti, infine, i principali momenti statistici dei suddetti parametri.

Il metodo descritto è particolarmente vantaggioso se utilizzato, come meglio vedremo nel seguito, con i modelli di simulazione del moto dell'acqua e dei soluti del suolo. Infatti, per tenere conto della variabilità spaziale vengono utilizzati modelli di simulazione che considerano i parametri del suolo come particolari successioni di variabili casuali e che forniscono i risultati attraverso i principali momenti statistici delle grandezze che si intendono studiare.

In questi casi la tecnica illustrata consente di ridurre notevolmente il numero delle simulazioni richiesto per ottenere valori medi nell'area allo studio in quanto, per assegnato suolo, si può fare riferimento soltanto all'unico parametro α .

TAB.1 - Principali momenti statistici per α

	α_b	α_k
Media	0,978	1,098
SD	0,924	1,968
CV	0,945	1,793

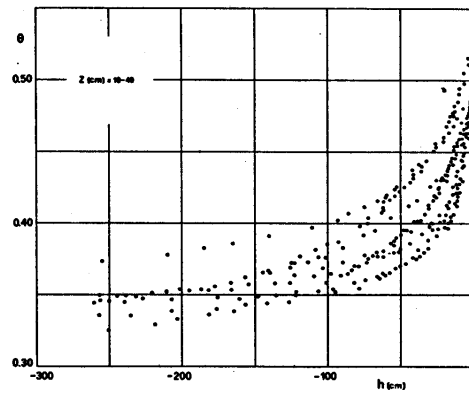


FIG. 2 - Valori $\theta(h)$ relativi alla profondità 10-40cm

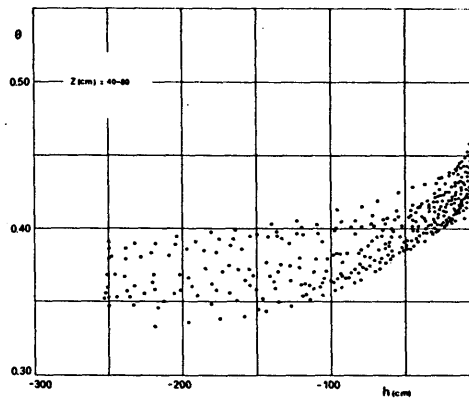


FIG. 3 - Valori $\theta(h)$ relativi alla profondità 40-80cm

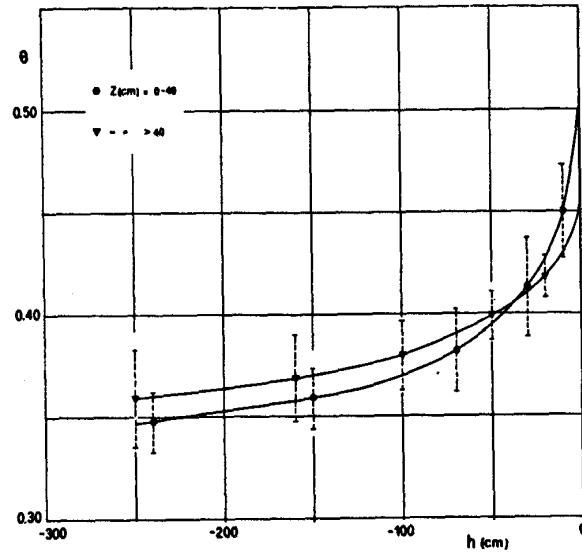
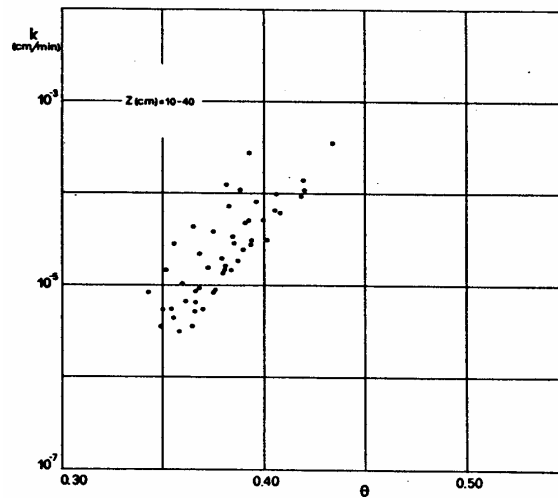


FIG. 4 - Curve di tensione medie

FIG. 5 - Valori $k(\theta)$ relativi alla profondità 10-40cm

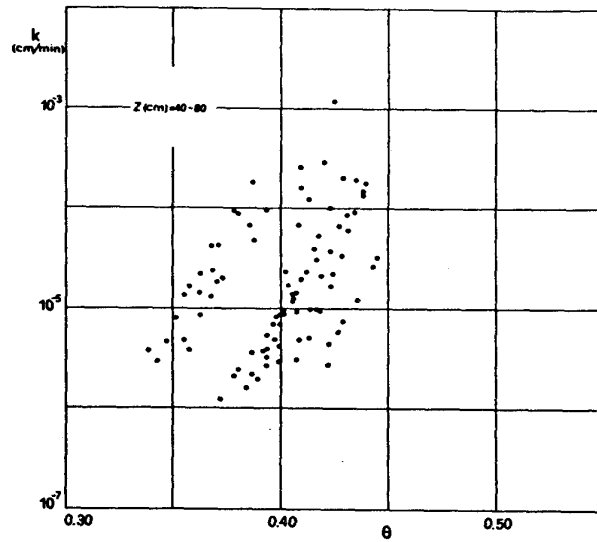


FIG. 6 - Valori $k(\theta)$ relativi alla profondità 40-80cm

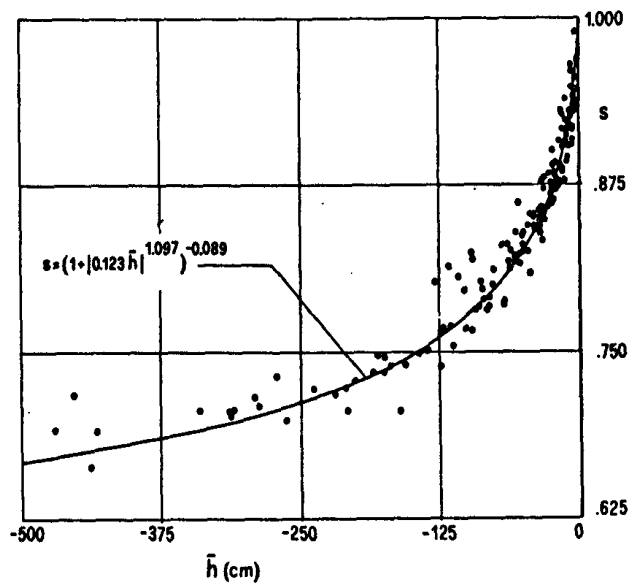


FIG. 7 - Valori $\bar{h}(s)$ relativi a tutti i campioni

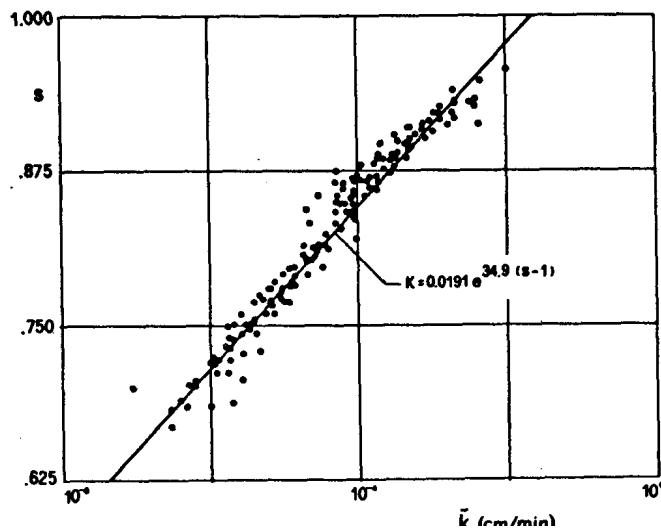


FIG. 8 - Valori $\bar{k}, (s)$ relativi a tutti i campioni

4. La stabilità temporale

L'accertamento dell'esistenza per i parametri idraulici del suolo di una stabilità temporale definita come la persistenza nel tempo della correlazione tra la localizzazione del sito di misura ed i parametri statistici delle funzioni di densità di probabilità delle proprietà fisiche ed idrauliche del suolo mostra una stretta analogia con il concetto di similitudine geometrica di Miller, e pertanto può consentire una sostanziale riduzione del numero delle osservazioni di campo.

Osservazioni dirette di pieno campo hanno spesso evidenziato che, indipendentemente dall'esistenza di una struttura spaziale delle caratteristiche idrauliche del suolo, in una stessa area si nota la presenza di zone più asciutte o più umide.

D'altra parte, questi processi di moto sono legati alle caratteristiche geometriche degli ammassi porosi che sono relativamente stabili nel tempo, almeno per i suoli non coltivati o alle maggiori profondità in quelli coltivati. Pertanto, come mostrato da Vachaud et al. (1985), in aree dove forti ed evidenti sono i legami deterministici tra le caratteristiche idrauliche del suolo ed alcuni fattori quali la tessitura, la struttura e la topografia della superficie, è possibile individuare zone in cui alcuni parametri del moto dell'acqua assumano stabilmente nel tempo i valori estremi ed il valore medio.

Per queste aree, in teoria, con un'unica campagna programmata di misure, in

base ad indagini preliminari, è possibile identificare un numero modesto di siti da utilizzare per la stima dei valori medi e della varianza di tutta l'area relativa al parametro idraulico caratteristico del processo di moto allo studio.

5. Un'applicazione

La verifica di una tale caratteristica stabile nel tempo di alcuni siti è stata effettuata su un suolo vulcanico studiato da Comegna e Basile (1992) con riferimento a misure eseguite in corrispondenza dei 20 siti di misura della maglia $12 \times 12m$ indicati nella figura 9 con cerchi anneriti.

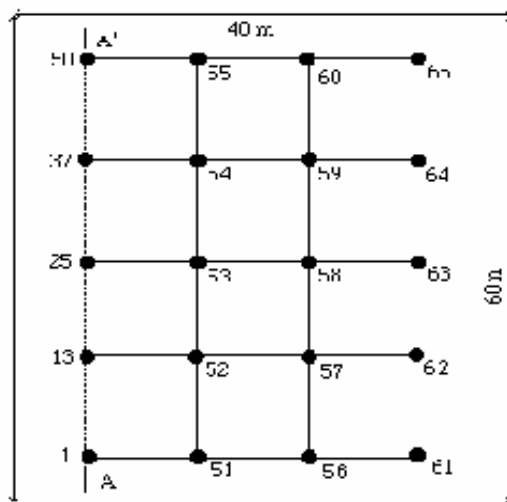


FIG. 9 - Schema della localizzazione dei siti di misura

L'appezzamento di terreno in cui è stata effettuata la prova di circa $0,3ha$ era incolto da un anno e all'inizio dell'autunno 1986 è stato trattato con un dissecante presemina e lavorato a circa $10cm$ con un motocoltivatore. Agli inizi di novembre è stata poi effettuata la semina di una coltura di orzo allevato seguendo tecniche colturali ispirate a criteri di ordinarietà.

Come risulta dalla planimetria di figura 9 lungo l'allineamento AA' , a seguito di una precedente campagna di rilevazione, si trovavano infissi, sino alla profondità di $1.5m$, 50 tubi di alluminio per i rilievi di contenuto di acqua con

sonda a neutroni. Al fine di estendere le misure all'intera superficie della parcella sono stati scelti, sulla base delle risultanze di un precedente studio (Comegna et al., 1990) e con criteri di indipendenza spaziale adottando una disposizione a maglie quadrate con lato di circa $12m$, altri 15 siti di misura che sono stati attrezzati anch'essi con tubi di alluminio per misure con una sonda a neutroni.

Su tutta la rete di misure installata si è poi provveduto, in diverse campagne di misure, al rilievo del contenuto d'acqua a partire dalla profondità di $15cm$ e fino a $90cm$ con incrementi di $15cm$. Durante il ciclo di sviluppo della coltura sono state complessivamente effettuate sei campagne di misura dal 21/11/86 al 21/4/87 ad intervalli di tempo di circa un mese e stabilendo il giorno della misura in modo che venivano effettuate almeno 2 giorni dopo un evento meteorico.

Per ciascun tempo j sono stati valutati i valori medi \bar{S}_j dei volumi d'acqua S_{ij} presenti nel profilo del suolo in ciascun sito i , e successivamente si sono calcolati gli scarti $\Delta_{ij} = S_{ij} - \bar{S}_j$ tra ciascuna determinazione ed il valore medio. Per ciascun sito i sono stati poi determinati gli scarti relativi $\delta_{ij} = \Delta_{ij} / \bar{S}_j$ che sono stati utilizzati per ricavare i valori medi nel tempo $\bar{\delta}_i$ e la relativa deviazione standard temporale $\sigma(\bar{\delta}_i)$. I risultati di questi calcoli sono rappresentati nella figura 10 dove sono riportati i valori medi degli scarti relativi $\bar{\delta}_i$ ordinati in senso crescente in funzione del rango R . Ciascun punto è stato contrassegnato con il numero del sito di misura ed inoltre sono state tracciate le barre di errore $\pm \sigma(\bar{\delta}_i)$ per indicare la dispersione dei valori. Dalla figura 10 si nota come, in generale, le differenze fra i valori medi $\bar{\delta}_i$ di ciascun sito risultano poco accentuate se confrontate con le barre di errore associate a ciascun sito in conseguenza della notevole omogeneità del suolo considerato. Tuttavia, alcuni valori di $\bar{\delta}_i$ risultano nettamente al di sopra e al di sotto del valore medio $\bar{\delta}_i = 0$. In particolare il volume d'acqua immagazzinato nel sito 52 è del 9% ($\pm 2\%$) minore della media dell'appezzamento, mentre quello del sito 50 risulta maggiore del 7% ($\pm 3\%$).

Un'ulteriore verifica della stabilità temporale dei siti estremi è stata ricercata prendendo in considerazione anziché l'invaso S , il solo contenuto idrico θ_{45} rilevato alla profondità $z=45cm$ punto di mezzo del profilo preso in considerazione. Nella figura 11 sono riportati i risultati delle elaborazioni sul contenuto d'acqua θ .

Dal confronto delle figure 10 e 11 si nota una maggiore differenziazione dei

valori $\bar{\delta}_i$ relativi a θ e quindi una più spiccata attitudine dei siti 52 e 50 a rappresentare rispettivamente i minori ed i maggiori valori del contenuto d'acqua dell'intero appezzamento.

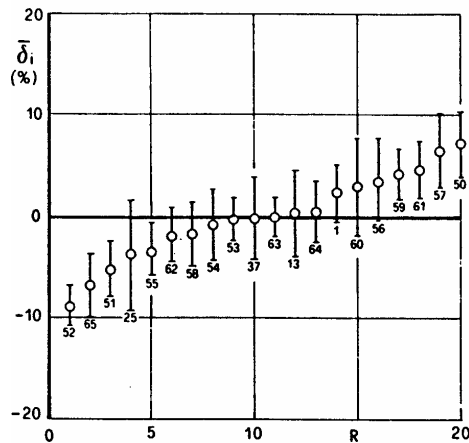


FIG. 10 - *Andamento in funzione del rango R degli scarti relativi medi temporali $\bar{\delta}_i$ dei volumi d'acqua S. Le barre verticali si riferiscono alla deviazione standard temporale.*

Come suggerito da Vachaud et al. (1985), la persistenza temporale dei ranghi dei vari siti è stata anche valutata con un test non parametrico. Si è utilizzato il test di Spearman (vedi Clark, 1982)). Detto R_{ij} il rango di una variabile V_{ij} osservata nel sito i al tempo j e $R_{ij'}$ il rango della stessa variabile allo stesso sito ma al tempo j' , il coefficiente di correlazione di Spearman è stato calcolato mediante la relazione:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (R_{ij} - R_{ij'})^2}{n(n^2 - 1)}$$

in cui n rappresenta il numero dei siti. Per un processo stabile r_s assumerà valori che tendono all'unità. Nelle tabelle 2 e 3 sono riportate le matrici dei coefficienti di correlazione di rango rispettivamente per gli invasi S e per i contenuti

d'acqua θ . Dall'esame delle tabelle si nota come vi sia una modesta perdita d'informazione al crescere dell'intervallo di tempo fra due osservazioni ed, anche se tutti i risultati del test non sono altamente significativi, è da notare come la maggior parte dei coefficienti mostri una correlazione di rango che risulta più significativa nel caso dei contenuti d'acqua θ .

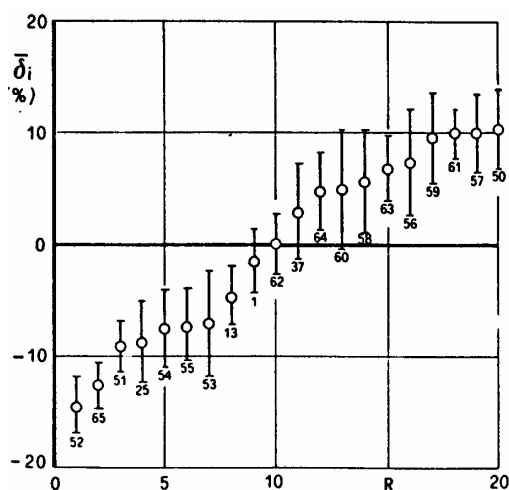


FIG. 11 - *Andamento in funzione del rango R degli scarti relativi medi temporali $\bar{\delta}_i$ del contenuto d'acqua θ . Le barre verticali si riferiscono alla deviazione standard temporale.*

TAB. 2 - *Matrice dei coefficienti di correlazione di rango relativi ai volumi d'acqua S invasati nel suolo rilevati in corrispondenza della maglia 12x12m*

Data di Misura	(1) 2/11/86	(2) 27/12/86	(3) 26/1/87	(4) 26/2/87	(5) 26/3/87	(6) 21/4/87
(1)	1					
(2)	0.785 ⁺⁺	1				
(3)	0.508 ⁺	0.711 ⁺⁺	1			
(4)	0.490 ⁺	0.543 ⁺	0.623 ⁺⁺	1		
(5)	0.427 ⁺	0.529 ⁺	0.704 ⁺⁺	0.698 ⁺⁺	1	
(6)	0.298	0.253	0.573 ⁺⁺	0.509 ⁺	0.810 ⁺⁺	1

⁺⁺ valori significativamente $\neq 0$ al 1%; ⁺ valori significativamente $\neq 0$ al 5%.

TAB. 3 - Matrice dei coefficienti di correlazione di rango relativi ai contenuti d'acqua θ rilevati alla profondità $z = 45$ cm in corrispondenza della maglia 12x12m

Data di Misura	(1) 2/11/86	(2) 27/12/86	(3) 26/1/87	(4) 26/2/87	(5) 26/3/87	(6) 21/4/87
(1)	1					
(2)	0.85 ⁺⁺	1				
(3)	0.87 ⁺⁺	0.91 ⁺⁺	1			
(4)	0.81 ⁺⁺	0.81 ⁺⁺	0.98 ⁺⁺	1		
(5)	0.74 ⁺⁺	0.87 ⁺⁺	0.86 ⁺⁺	0.91 ⁺⁺	1	
(6)	0.61 ⁺⁺	0.61 ⁺⁺	0.72 ⁺⁺	0.87 ⁺⁺	0.82 ⁺⁺	1

⁺⁺ Valori significativamente $\neq 0$ al 1%; ⁺ valori significativamente $\neq 0$ al 5%.

Alla luce dei risultati esposti è lecito presumere, salvo ulteriori conferme, che la metodologia utilizzata può risultare particolarmente vantaggiosa specie se impiegata per suoli con spiccata eterogeneità in cui sia possibile ipotizzare l'esistenza di una relazione significativa tra la quantità di acqua presente nel suolo e fattori del suolo stabili nel tempo quali la tessitura, la densità e la morfologia.

Capitolo 5

Rappresentazioni frattali

1. Introduzione

Il concetto di similitudine geometrica di Miller e Miller ben si presta per risolvere un'ampia classe di problemi in quei mezzi porosi che possono considerarsi omogenei a grande scala e in generale in quei sistemi in cui vi sia una separazione di scale. Tale concetto può meglio essere chiarito con l'ausilio della figura 1: il mezzo poroso risulta eterogeneo a piccola scala (figura 1a); viceversa, osservato a più grande scala (figura 1b) si mostrerà con buona approssimazione omogeneo e ciò si giustifica perché la finestra di osservazione risulta abbastanza ampia se confrontata con la scala dell'eterogeneità.

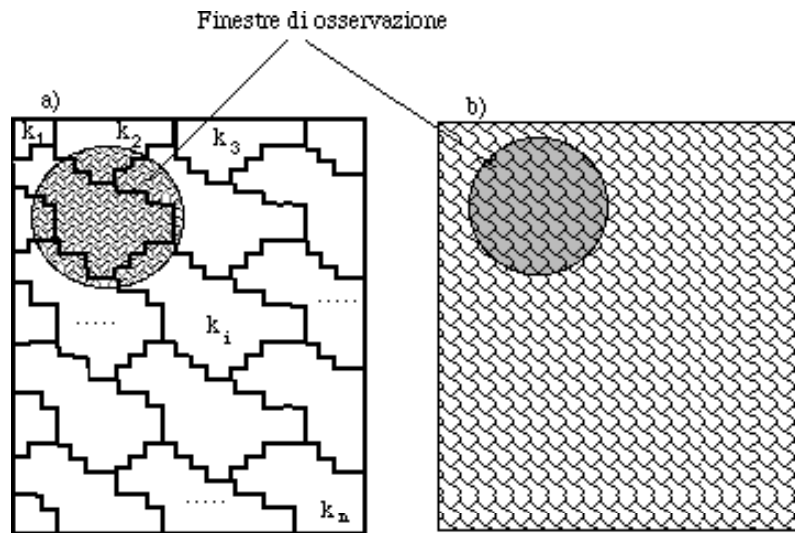


FIG. 1 - Separazione di scale

È noto però che i fattori responsabili della genesi (pedogenesi e meta-pedogenesi) dei mezzi porosi naturali operano ed interagiscono su un ampio spettro di scale da quelle microbiologiche a quelle climatiche continentali e pertanto, per ragionevole supposizione, numerose proprietà intrinseche dei mezzi porosi si potranno presentare correlate su differenti scale. Tali correlazioni non possono essere ignorate in molti casi e giocano un ruolo fondamentale nell'approfondimento delle conoscenze dei meccanismi del trasporto nei mezzi eterogenei.

Il concetto di *frattale* (Mandelbrot, 1983; Vitale, 2002) offre l'opportunità di sviluppare nuovi modelli concettuali dell'eterogeneità dei mezzi porosi. Si metta a confronto la figura 1 con la 2. Nella figura 2 sono evidenti tre principali *facies* di eterogeneità; all'interno poi di ciascuna di esse è possibile scoprirne altre in modo recursivo. Tali facies ai livelli successivi presentano il medesimo carattere globale, gli stessi tratti generici. In altri termini si è indotti a credere che, a meno della scala, lo stesso meccanismo abbia potuto generare tanto i minimi dettagli quanto i caratteri globali del mezzo poroso.

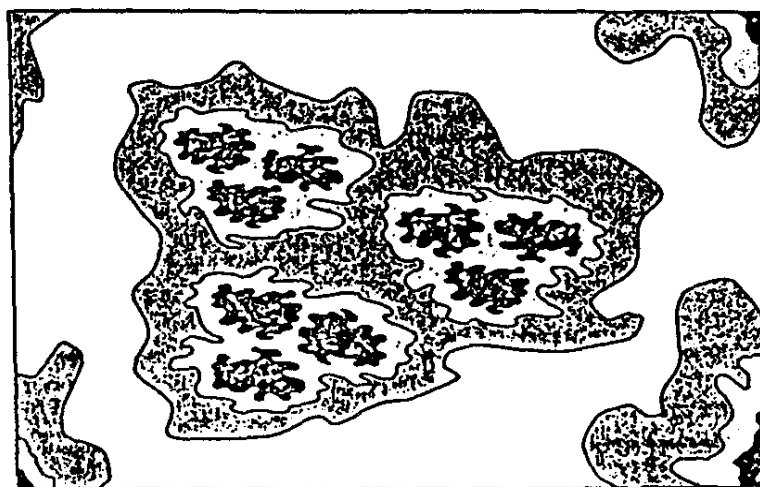


FIG. 2 - *Autosimilarità dell'eterogeneità*

Questa struttura dell'eterogeneità ha dunque una regolarità geometrica soggiacente detta invarianza al cambiamento di scala o *autosimilarità*. Questa configurazione ripetitiva della struttura definisce la *dimensione frazionaria o frattale*.

Vale la pena ricordare anche che l'invarianza di scala trova un notevole pa-

rallelo nella teoria contemporanea del *caos*, nella quale molti fenomeni benché seguano fissate regole deterministiche, si rivelano imprevedibili in linea di principio. Gli eventi caotici, come la turbolenza dei fluidi, manifestano andamenti simili su scale temporali diverse più o meno come i mezzi e gli oggetti dotati di autosimilarità i quali presentano forme strutturali simili su scale spaziali diverse.

La corrispondenza tra frattali e caos non è accidentale, è viceversa il segno di una relazione profonda: la *geometria frattale* è la *geometria del caos*.

2. La curva di Koch

Data l'importanza di questi concetti si comincerà con il precisarne il significato su una figura più regolare già nota ai matematici, rappresentata dalla curva di Koch ed utilizzata da Mandelbrot (1983) come modello geometrico di descrizione di una linea di costa.

La curva di Koch può essere generata con un semplice procedimento ricorsivo a partire dal segmento di lunghezza unitaria $L(1) = 1$ di figura 3(a) parametrato con $n=0$ (iterazione zero). Il terzo medio di questo segmento viene sostituito da un triangolo equilatero ottenendo così il primo *generatore* di figura 3(b) (iterazione $n=1$) costituito da quattro segmenti di lunghezza ε ciascuno pari ad $1/3$. Applicando il generatore a tutti i segmenti della spezzata di figura 3(b) si ottiene una nuova spezzata riportata in figura 3(c) i cui segmenti sono tutti di lunghezza pari ad un ε^2 (iterazione $n=2$). Nelle figure 3(d) e 3(e) sono riportate le spezzate ottenute rispettivamente alla iterazione $n=3$ ed $n=4$. Iterando il processo indefinitamente si ottiene una curva limite detta curva di Koch. Come si può vedere, alla n -sima iterazione la lunghezza della curva è pari a

$$L_n(\varepsilon) = (4\varepsilon)^n = \left(\frac{4}{3}\right)^n \quad (1)$$

e quindi infinita per n tendente all'infinito. Si tratta di una curva continua ma, praticamente, senza derivate in tutti i suoi punti. Inoltre, è autosimile, perché se se ne ingrandisce un quarto di un fattore 3 si ottiene una curva congruente alla curva originale. La dimensione di tale curva non è intera.

Per illustrare il concetto di dimensione indichiamo con $N(\varepsilon)$ il numero di elementi-volume (cioè intervalli, quadrati, cubi, ipercubi di lato ε , oppure di intervalli, cerchi, sfere, ipersfere di raggio ε) necessari per ricoprire un dato insieme \mathcal{A} . Per ε piccolo, la somma dei volumi-elementi (distanze, aree, volumi, ecc.) si avvicina al volume di \mathcal{A} .

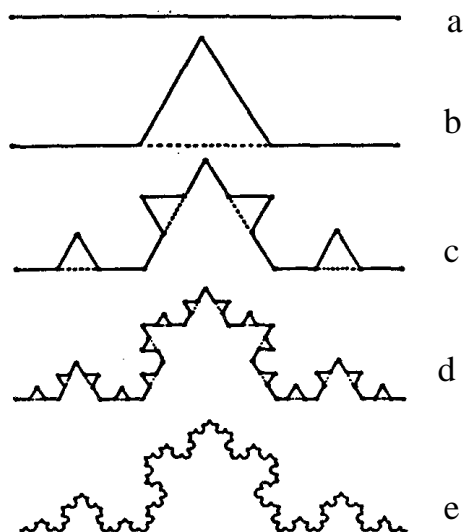


FIG. 3 - Curva di Koch alle iterazioni $n=0, 1, 2, 3, 4$.

Se l'insieme A ha dimensione D (che può anche non essere intero) si ha (Vitale, 2002)

$$\varepsilon^D N(\varepsilon) = K$$

ove con K si è indicato il volume di A . Da questa relazione si ottiene immediatamente

$$D = \frac{\log K}{\log \varepsilon} - \frac{\log N(\varepsilon)}{\log \varepsilon} = \frac{\log K}{\log \varepsilon} + \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)}$$

che ci permette di definire la *dimensione frattale o capacità* di A come il seguente valore

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log \varepsilon}$$

ove si è tenuto conto del fatto che $\log K / \log \varepsilon \rightarrow 0$ per $\varepsilon \rightarrow 0$. D viene di solito indicata anche con il nome di *dimensione di Hausdorff-Besicovitch*. Nel caso in cui

A è l'intervallo $[0, 1]$ si ha $\varepsilon = \frac{1}{3^n}$ mentre risulta $N(\varepsilon) = 3^n$, e dato che per $n \rightarrow \infty$ si ha $\varepsilon \rightarrow 0$ e viceversa, avremo

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} - \frac{\log 3^n}{\log(1/3^n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log 3^n}{\log 3^n} = 1.$$

Allo stesso modo si verifica immediatamente che nel caso in cui A è una superficie piana regolare, per esempio un quadrato di lato unitario, risulta immediatamente $D = 2$. E così via per tutti gli insiemi regolari di dimensioni superiori.

Nel caso della curva di Koch risulta invece:

$$\varepsilon = (1/3)^n \quad ; \quad N(\varepsilon) = 4^n$$

e dato che $\varepsilon \rightarrow 0$ per $n \rightarrow \infty$, segue immediatamente

$$D = - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log 4^n}{\log(1/3^n)} = \frac{\log 4}{\log 3} = 1.2618595$$

Come si può notare la dimensionalità della curva di Koch non è intera ma frazionaria. In modo non rigoroso possiamo così affermare che questo luogo geometrico è più di una retta o porzione di retta, ma meno di un piano o porzione di piano e questo in virtù della sua estrema *frastagliatura* da cui la dizione di *insieme frattale*.

Con procedure iterative simili a quella utilizzata per la curva di Koch, si possono ottenere numerose varianti utilizzando come generatore elementare al posto del triangolo equilatero, il quadrato o altra figura geometrica piana elementare. Naturalmente, si otterranno, in tal caso valori diversi per D .

3. Le spugne di Sierpinski - Menger

L'utilità di rappresentare la struttura dei pori dei mezzi porosi con modelli frattali regolari, generabili con leggi deterministiche, è stata sottolineata in recenti studi condotti da Katz e Thompson (1985), Ghilardi et al. (1992), Tyler e Wheatcraft (1990). Questi ultimi hanno presentato una interessante analisi delle leggi di potenza:

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{h}{h_s} \right)^{-\lambda}$$

dovuta a Brooks e Corey (1964),

$$\frac{h}{h_a} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{-b_c}$$

dovuta a Campbell (1974), entrambe molto impiegate per descrivere le curve di ritenzione idrica dei suoli, in cui θ_s ed h_a sono rispettivamente il contenuto d'acqua alla saturazione, il valore di penetrazione dell'aria nel mezzo (punto di bolla) e $b_c = 1/\lambda$ l'indice di distribuzione dei pori.

Il mezzo poroso è stato descritto mediante un semplice frattale: la spugna di Sierpinski riportata nella figura 4.

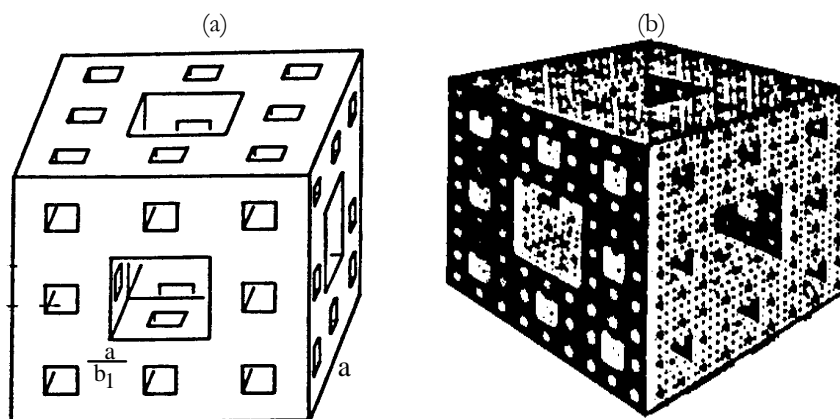


FIG. 4 - Simulazione del sistema poroso del suolo mediante la spugna di Sierpinski (a) a 2 iterazioni; (b) a più iterazioni.

La spugna viene ottenuta a partire dal *generatore* rappresentato dal quadrato di lato a rimuovendo uno o più quadrati di dimensioni pari a a/b_1 . Si procede sino all' n -simo livello iterativo per valori crescenti di b con $b = b_1^n$. Il risultato di questo procedimento è un oggetto geometrico del quale ogni faccia, detto *tappeto* di Sierpinski, è una figura di area nulla, ma con perimetro totale dei fori infinito. Se si assimila ciascun foro presente sulla faccia della figura geometrica così ottenuta alla sezione trasversale di tubi capillari, tale modello può essere utilizzato per descrivere la struttura dei pori del suolo: (1) il raggio di ciascun poro ri-

sulta progressivamente più piccolo al crescere del livello iterativo; (2) dopo un infinito numero di iterazioni la spugna risulterà costituita essenzialmente da un limitato numero di pori di grande diametro e da un elevato numero di piccolo diametro.

La porosità $\phi(b)$ della spugna dopo un assegnato livello iterativo sarà data da

$$\phi(b) = 1 - b^{D-2} \quad (2)$$

con b inversamente legato alla dimensione del poro più piccolo e D la dimensione frattale della spugna data da

$$D = \frac{\log(b_1^2 - l_1)}{\log(b_1)}$$

IL valore $1/b_1$ rappresenta la caratteristica dimensione del poro di più grande diametro; l_1 rappresenta il numero di pori $1/b_1$ rimosso al primo livello iterativo. Al crescere delle iterazioni la porosità totale della spugna tende ad 1 come si evince dalla (2). Il contenuto d'acqua $\theta(b)$ trattenuto nei pori di diametro minore o uguale a $1/b$ è dato da:

$$\theta(b) = \phi(b = \infty) - \phi(b) = b^{D-2}$$

Per poter descrivere la curva $\theta(b)$ è necessario richiamare la legge di Jurin che consente di valutare l'altezza di risalita capillare h data da

$$h = \frac{2\sigma \cos(\beta)}{\rho g r}$$

in cui σ è la tensione superficiale dell'acqua, β l'angolo di raccordamento del liquido alla parete del capillare, ρ la densità del liquido, g l'accelerazione di gravità ed r il raggio del capillare. Effettuate le sostituzioni si giunge alla relazione

$$\theta(h) = \left[\frac{a}{2\sigma\sqrt{\pi} \cos(\beta)} \right]^{D-2} h^{D-2}$$

Normalizzando questa espressione in termini di contenuto idrico alla saturazione θ_s si perviene alle ben note espressioni di Brooks e Corey e di Campbell

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{h}{h_a} \right)^{D-2}$$

Vari esempi di curve di ritenzione $\theta(h)$ sono forniti in Tyler e Wheatcraft (1990) per mezzi porosi artificiali rappresentati dalle spugne di figura 5 caratterizzate da differenti dimensioni frattali pari rispettivamente a:

$$D = 1.45; 1.89; 1.96; 1.99.$$

Le curve di ritenzione idrica, presentate in figura 6, mostrano espressivamente anche come la dimensione frattale controlli la forma stessa delle curve e ciò è fisicamente fondato in quanto la dimensione frattale D , essendo una misura del rapporto b^2/l , può anche essere assunta come un indice della tessitura del mezzo poroso. Per $A=115$ il mezzo artificiale D può considerarsi equivalente ad un suolo a tessitura grossa mentre con $D=2$ la spugna tende (figura 5D) ad assumere le caratteristiche idrauliche di un suolo a tessitura fine.

Tali comportamenti sono consistenti con i valori empiricamente dedotti dagli esponenti che figurano nelle leggi di potenza già menzionate. I semplici modelli proposti suggeriscono che la natura della struttura del mezzo poroso può essere immediatamente dedotta dagli esponenti delle suddette leggi che risultano di natura frattale. Tale diretta interpretazione è, pertanto, fisicamente basata e può inoltre anche risultare utile nella stima della conducibilità idraulica k del suolo che, nel caso si faccia riferimento ad espressioni in forma chiusa, potrà valutarsi mediante i ben noti modelli

$$\frac{k}{k_s} = \left(\frac{b}{b_a} \right)^{2D-6}$$

dovuto a Burdine (1953),

$$\frac{k}{k_a} = \left(\frac{b}{b_a} \right)^{(5/2)D-7}$$

dovuta a Mualen (1976).

I suoli raramente risultano perfettamente autosimili, tuttavia essi esibiscono autosimilarità su certe scale in senso statistico e pertanto possono essere piuttosto considerati come frattali stocastici. I frattali deterministici possono ancora una volta fornire utili stimoli per esplorare quegli aspetti universali delle proprietà dei mezzi porosi naturali che vengono controllati dall'autosimilarità del sistema piuttosto che dalla casualità.

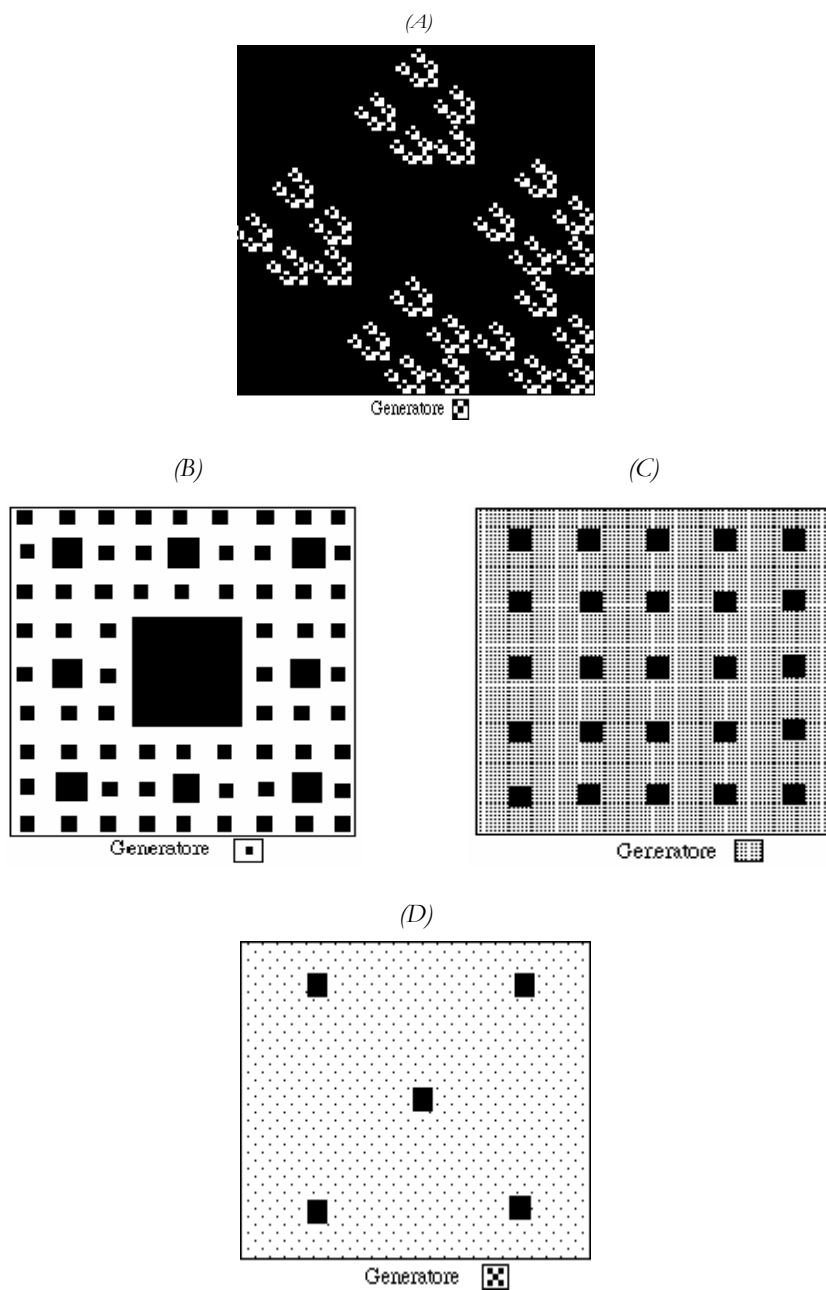


FIG.5 - Spugne di Sierpinski per quattro diversi tipi di suoli.

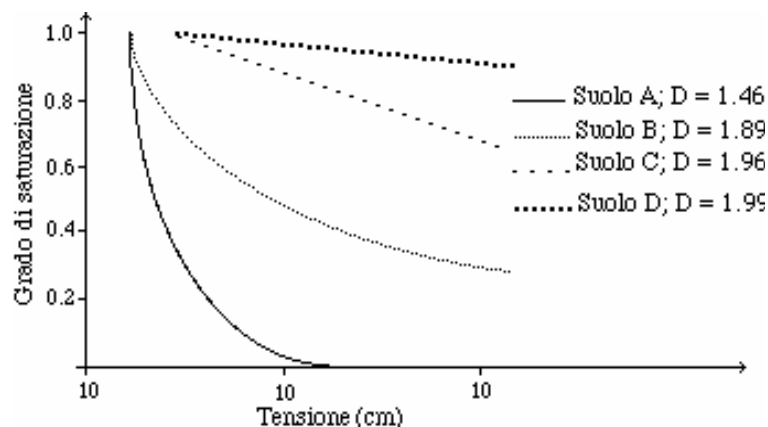


FIG. 6 - Curve di tensione per le spugne della figura 5

Vi è poi da considerare che essendo i suoli oggetti fratturati e porosi, in certi casi può risultare molto appropriata una rappresentazione frattale sia della matrice solida che del sistema poroso.

Riou e Sposito (1991) hanno utilizzato modelli frattali, ancora da validare, che legano la porosità ϕ alla massa volumica apparente ρ_b , il contenuto idrico θ , la tensione b e la conducibilità idrica k a parametri frattali quali il rapporto di similitudine lineare r e la dimensione frattale D del suolo. Per meglio chiarire il loro approccio, si faccia riferimento ai differenti modelli concettuali mostrati a titolo d'esempio nella figura 7. Nella figura 7a è riportata una schematizzazione di un mezzo poroso non necessariamente frattale; la figura 7b riporta la spugna di Sierpinski nel caso di $r=1/3$ e $D=1.7268$ con matrice a pori interconnessi; nella figura 7c è mostrato, invece, un modello abbastanza diversificato da quello di Sierpinski al fine di rappresentare un mezzo poroso fratturato. In tal caso la matrice è disconnessa mentre gli spazi porosi risultano interconnessi. Tale modello è in effetti equivalente al modello tridimensionale della *polvere di Cantor* (Mandelbrot, 1983) per $r=0.476$ e $D=2.8$. Tuttavia, nel caso di suoli reali quest'ultimo modello rappresenta un costrutto puramente ipotetico dal momento che, essendo ogni aggregato circondato da spazi porosi, il mezzo collaserebbe ed il volume macroscopico si ridurrebbe ad un insieme di particelle primarie di assegnate dimensioni. Per assicurare, allora, una stabilità strutturale al sistema, Riou e Sposito hanno ipotizzato l'esistenza di legami tra le particelle, in altre parole una fratturazione incompleta del mezzo che egualmente può considerarsi una proprietà invariante al cambio di scala. Un tale modello è riportato per $r=0.485$ e $d=2.87$ nella figura 7d. Esso implica un reticolo di pori collegati in modo da formare una rete frattale regolare che una volta impegnata da fase liquida esibi-

sce una conducibilità idrica diversa da zero esprimibile in termini di rapporto di scala r e dimensione frattale D .

Arya e Paris (1981) hanno invece presentato modelli fisico - empirici per descrivere le curve di ritenzione idrica in termini di porosità e di distribuzione delle particelle primarie della fase solida. In tali modelli la relazione tra raggio delle particelle e raggio dei pori implica un esponente α che è stato recentemente interpretato mediante il concetto frattale da Tyler e Wheatcraft (1989).

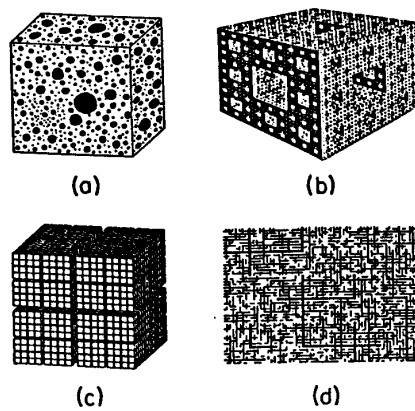


FIG. 7 - Modelli concettuali del mezzo poroso di Riou e Sposito.

4. Un esempio di applicazione

L'approccio proposto da Arya e Paris prevede la suddivisione della curva granulometrica del mezzo poroso in n frazioni di particelle a ciascuna delle quali viene associato un volume dei pori ed un contenuto d'acqua (per maggiori dettagli vedi Arya e Paris, 1981). Poiché le particelle non sono sferiche, Arya e Paris pongono in evidenza che il contributo di ciascuna di esse alla lunghezza totale dei pori risulta maggiore del diametro delle sfere equivalenti in ragione di un esponente α che incrementa la lunghezza totale dei pori sino al valore:

$$l_i = 2 R_i (N_i)^\alpha \quad (3)$$

in cui N_i è il numero di particelle sferiche per ciascun campo i ed R_i il relativo raggio medio. Per il termine α Arya e Paris, sperimentando su suoli di differente tessitura, hanno constatato che esso varia tra 1.35 ed 1.40 e che il valore medio pari ad 1.38 fornisce soddisfacenti risultati nelle applicazioni.

Combinando tra loro varie equazioni qui non riportate per brevità, si perviene alla seguente espressione per il calcolo del raggio medio dei pori, r_i , corrispondenti ad assegnato contenuto idrico θ_i :

$$r_i = 0.8165 R_i \left(e N_i^{1-\alpha} \right)^{1/2} \quad (4)$$

ove e rappresenta il rapporto tra i vuoti:

$$e = (\rho_p - \rho_b) / \rho_p,$$

con ρ_p e ρ_b rispettivamente il peso specifico delle particelle e la massa volumica apparente. Il potenziale idrico b_i relativo a ciascun valore del contenuto d'acqua θ_i si può valutare poi mediante la legge di Jurin già menzionata.

Tyler e Wheatcraft (1989) per valutare la lunghezza dei pori hanno proposto modelli frattali ed hanno utilizzato la relazione

$$l_i = F(2 R_i)^{1-D} \quad (5)$$

in cui F è una costante e D la dimensione frattale che descrive la *tortuosità* del sistema poroso. Essi hanno anche mostrato che l'equazione (5) è equivalente alla (3) di Arya e Paris in cui α è equivalente alla dimensione frattale D .

Per le applicazioni, risulta più agevole determinare le dimensioni frattali delle particelle solide d e poi risalire al valore D attraverso la relazione (Mandelbrot, 1983)

$$D = d - 2 \quad (6)$$

Per la determinazione di d è possibile utilizzare la legge di potenza frattale verificata da Turcotte (1992) per misurare formazioni geologiche

$$N R_i^d = c \quad (7)$$

in cui N è il numero totale di particelle solide di raggio maggiore di R_i , d è la dimensione frattale della distribuzione delle particelle solide, c una costante.

È stato pertanto ritenuto (Comegna et al., 1993) di notevole interesse valutare la potenzialità previsiva del modello di Tyler relativamente ad alcuni suoli dell'Italia meridionale, confrontando le curve di ritenzione idrica ottenute con tale modello, con quelle desunte applicando il modello di Arya e Paris e con i valori sperimentali.

Le principali caratteristiche fisiche e pedologiche dei suoli sono sinteticamente riportate nelle tabelle 1 e 2.

TAB.1 - Localizzazione e classificazione pedologica dei suoli esaminati

<i>Suolo</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>Località</i>	<i>Acerra (NA)</i>	<i>Nardò (LE)</i>	<i>Ginosa (TA)</i>	<i>S.Ferdin. (BA)</i>	<i>Guardia (PZ)</i>	<i>Guglionesi (CB)</i>
<i>Orizzonte</i>	<i>A_p</i>	<i>A_p</i>	<i>A_p</i>	<i>C1</i>	<i>A_p</i>	<i>A_{p2}</i>
<i>Profond. (cm)</i>	<i>25-40</i>	<i>15-30</i>	<i>5-20</i>	<i>5-20</i>	<i>80-95</i>	<i>20-30</i>
<i>Classific. pedolog.</i>	<i>andisol</i>	<i>lithic ruptic xeroceptis</i>	<i>psammentic palexeralf</i>	<i>mollic xerofluent</i>	<i>vertic ustorthens</i>	<i>vertic xerofluent</i>

TAB. 2 - Principali proprietà fisiche dei suoli

<i>Suolo</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>Sabbia %</i>	<i>51.20</i>	<i>46.08</i>	<i>77.62</i>	<i>58.00</i>	<i>35.00</i>	<i>25.96</i>
<i>Limo %</i>	<i>35.75</i>	<i>24.11</i>	<i>10.11</i>	<i>14.00</i>	<i>24.00</i>	<i>33.09</i>
<i>Argilla %</i>	<i>13.05</i>	<i>29.81</i>	<i>12.27</i>	<i>28.00</i>	<i>37.00</i>	<i>40.95</i>
<i>Tessitura S.I.S.S.</i>	<i>franco</i>	<i>sabbioso argilloso</i>	<i>sabbioso</i>	<i>franco argilloso</i>	<i>argilloso</i>	<i>argilloso</i>
<i>Massa volumica appar. (g/cm³) ρ_b</i>	<i>1.170</i>	<i>1.317</i>	<i>1.771</i>	<i>1.362</i>	<i>1.400</i>	<i>1.14</i>
<i>Rapporto dei vuoti (e)</i>	<i>1.265</i>	<i>1.012</i>	<i>0.496</i>	<i>0.607</i>	<i>0.893</i>	<i>1.016</i>
<i>Porosità (f)</i>	<i>0.558</i>	<i>0.503</i>	<i>0.352</i>	<i>0.449</i>	<i>0.472</i>	<i>0.504</i>
<i>θ_s (cm³/cm³)</i>	<i>0.494</i>	<i>0.443</i>	<i>0.290</i>	<i>0.390</i>	<i>0.460</i>	<i>0.461</i>

Dalla tabella 2 si nota una netta differenziazione per quanto attiene la tessitura dei suoli e ciò si evince più espressivamente dall'esame della figura 8 in cui sono riportate le curve granulometriche.

Sono poi stati effettuati dei calcoli per la valutazione delle relazioni $\theta(h)$ mediante le espressioni precedentemente esaminate.

Le dimensioni frattali delle particelle sono state dedotte mediante la rappresentazione frattale delle curve granulometriche ricavata tramite la relazione (7).

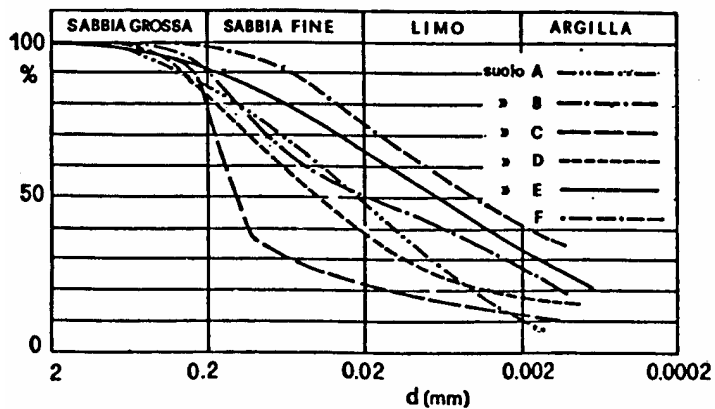


FIG. 8 - Curve granulometriche dei suoli esaminati

A titolo d'esempio, nella figura 9 è riportata la rappresentazione frattale della curva granulometrica del suolo *A*. Le dimensioni frattali dei pori, per tutti i suoli esaminati, sono riportati in tabella 3; si può notare che le dimensioni frattali delle particelle variano tra 3.053 e 3.414, mentre quelle dei pori variano da 1.053 a 1.474.

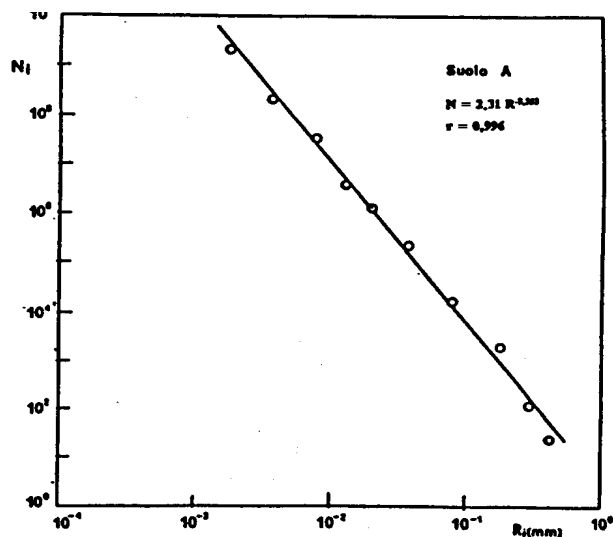
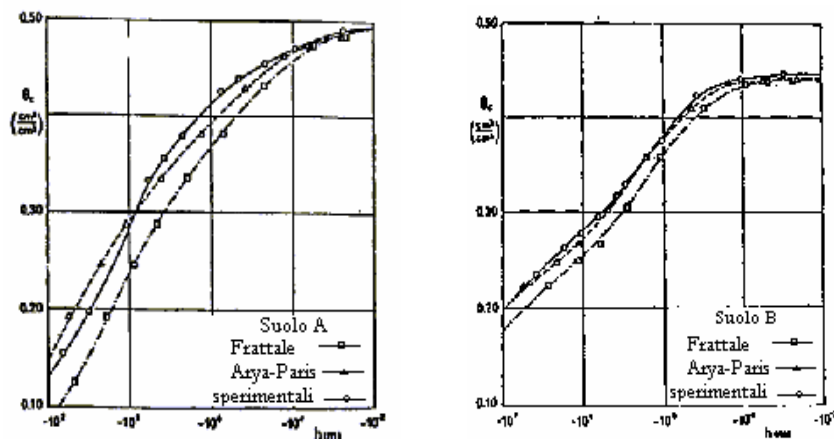


FIG. 9 - Rappresentazione frattale della curva granulometrica del suolo *A*

TAB. 3 - Dimensioni frattali delle particelle e dei pori

Suolo	Parametri dell'equazione (7)			
	$cost$	d	r	D
A	2,310	3,253	0,996	1,253
B	1,360	3,297	0,989	1,297
C	2,410	3,063	0,983	1,053
D	0,430	3,059	0,920	1,059
E	1,430	3,456	0,998	1,456
F	0,570	3,474	0,996	1,474

I risultati delle elaborazioni per i suoli con tessitura franco (A) e sabbioso franco (B), congiuntamente alle determinazioni sperimentali, hanno consentito di pervenire alle rappresentazioni $\theta(h)$ di figura 10 in cui sono riportate e confrontate tra loro rispettivamente con linea continua, tratteggiata e con punto e tratto le curve sperimentali, quelle calcolate con il modello di Arya e Paris e quelle calcolate con il modello frattale. Più precisamente, dall'esame di tali figure si può rilevare una certa rispondenza tra curve sperimentali e calcolate in tutto il campo del potenziale indagato; in particolare, il modello frattale sottostima i valori del contenuto d'acqua. In ogni caso, gli scarti pur presenti risultano contenuti e da attribuire anche agli errori sperimentali ed alle assunzioni esemplificative insite nei modelli impiegati.

FIG.10 - Confronto tra valori di $\theta(h)$ misurati e calcolati con differenti modelli per il suolo A e B.

Meno rispondente risulta il modello frattale nel caso degli altri suoli. In particolare si evince che, a seguito della bassa dimensione frattale derivante dalla più grossolana tessitura dei suoli sabbiosi ed a causa della complessa struttura del sistema poroso dei suoli a tessitura fine e strutturati, la dimensione frattale non può essere semplicisticamente dedotta soltanto a partire dalla dimensione frattale delle particelle solide. Pertanto in questi casi sono da mettere a punto più robuste tecniche di stima sia della dimensione frattale delle particelle che dei pori. Ad ogni modo il modello di tipo frattale può essere particolarmente vantaggioso nelle determinazioni delle curve di ritenzione idrica del suolo allorché le osservazioni sperimentali risultino assenti o limitate.

5. Moto Browniano e parametri idrici del suolo

Alla luce dei concetti di *autosimilarità* e di *dimensione frattale* illustrati, consegue che i concetti di stazionarietà in media non sempre consentono di cogliere in toto la natura delle eterogeneità dei mezzi porosi naturali. L'ipotesi di stazionarietà risulta, infatti, appropriata solo quando alla scala di osservazione la variazione delle proprietà è dominata da un singolo processo. Più complessa risulta invece la situazione quando la variazione è il risultato di differenti processi aventi simile peso e scala spaziale. Al verificarsi di ciò la struttura spaziale di una serie di attributi varierà in funzione dell'interazione tra la distanza di campionamento, la dimensione del campione e le varie scale del processo spaziale.

Per alcune proprietà idrauliche del suolo è stato recentemente osservato (Gajem et al., 1981) che la varianza cresce con la lunghezza del transetto di misura secondo una legge di potenza. Questo stesso comportamento, nel caso di serie idrologiche, prende il nome di effetto di Hurst (1951). Per definizione, d'altra parte, una serie frattale non è stazionaria e la sua varianza risulta proporzionale alla lunghezza del transetto. Un processo casuale che possiede queste proprietà è il *moto browniano*.

Il moto browniano ha certamente una grande importanza in fisica e biologia. Atomi, molecole, macromolecole, virus, ed altri componenti del mondo naturale sono animate da un incessante moto con collisioni erratiche dovute all'energia termica. Una particella alla temperatura assoluta T ha in media un'energia cinetica pari a

$$\frac{3}{4}KT,$$

in cui K è la costante di Boltzmann. Il moto di una particella osservabile ad un microscopio è assimilabile alla così detta *passeggiata casuale* o *passeggiata aleatoria* locuzione questa spesso usata nel contesto del *processo browniano*.

Un processo $Y(x)$ è detto browniano se

$$Y(x+h) = Y(x) + \varepsilon(x, h)$$

ove $\varepsilon(x, h)$ è un processo gaussiano con media costante pari a zero e varianza pari ad h indipendente da x . Il variogramma di Y coincide con la varianza di $\varepsilon(x, h)$ e quindi risulta:

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= E[Y(x+h) - Y(x)]^2 = \\ &= E[\varepsilon(x, h)]^2 = \text{var}(\varepsilon(x, h)) = h = b^{2H} \end{aligned} \quad (8)$$

con $H = 0.5$. La generalizzazione, proposta da Mandelbrot e Wallis (1969), di questo risultato ottenuta per $0 < H < 1$, definisce un *processo browniano frazionario* la cui irregolarità è funzione di H . In particolare, per $H = 0$ il processo $\varepsilon(x, h)$ si riduce al classico white noise e $Y(x)$ alla nota passeggiata casuale, per $H = 1$ il processo $Y(x)$ diviene *smooth*. Nella figura 11 sono riportate alcune realizzazioni di $Y(x)$ per differenti valori di H .

Un'ulteriore generalizzazione di questo processo browniano frazionario, al caso di h discreto, è stata proposta in Mandelbrot (1971). Questa generalizzazione è stata ottenuta imponendo che $\varepsilon(x, h)$ fosse un processo gaussiano con media zero varianza unitaria e funzione di autocovarianza data da

$$c(b; H) = \frac{1}{2} [|b+1|^{2H} - 2|b|^{2H} + |b-1|^{2H}] \quad (9)$$

ove, al solito, b è il ritardo (*lag*) spaziale o temporale, mentre è $0 < H < 1$. È facile verificare che quando risulta $H=0$ oppure $H=0.5$ allora $\varepsilon(x, h)$ diviene il classico processo *white noise normale*, mentre per $H > 0.5$ la funzione $c(b; H)$ è sempre positiva e quindi a valori positivi di $\varepsilon(x, h)$ tendono a susseguirsi valori positivi e lo stesso per i valori negativi (persistenza). Una conseguenza è che il processo risulta sempre più *smooth* quanto più H si avvicina ad uno. Per $0 < H < 0.5$ la funzione di autocovarianza di $\varepsilon(x, h)$ risulta negativa e quindi a valori positivi di $\varepsilon(x, h)$ tendono a seguire valori negativi e viceversa ed il relativo processo risulta molto accidentato.

Per entrambi i processi sopra visti si può dimostrare (vedi Orey, 1970) che la loro dimensione frattale è una semplice funzione di H data da:

$$2H = 4 - 2D. \quad (10)$$

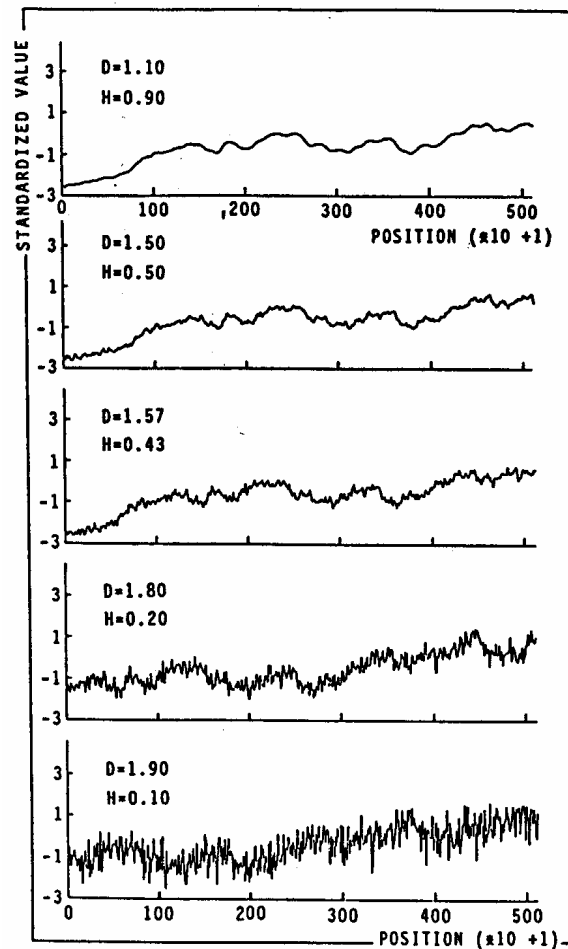


FIG. 11 - Realizzazioni del processo browniano $Y(x)$ per differenti valori di H .

Berry e Lewis (1980) hanno dimostrato che la (10) vale anche per un altro processo frattale quello di Weierstrass-Mandelbrot. Queste considerazioni portano a ritenere il modello (8) abbastanza generale per ottenere una stima accettabile di D . Infatti, applicando i logaritmi al primo ed all'ultimo membro della (8) si ottiene immediatamente la seguente equazione lineare

$$\log(\gamma(h)) = 2H \log(h)$$

con coefficiente angolare pari a $2H$, che permette di ottenere una stima di $2H$

con il classico metodo dei minimi quadrati. Utilizzando infine la (10) si ottiene una stima di D

$$D = \frac{4 - 2H}{2}$$

L'interpretazione fisica della *dimensione frattale* D risulta abbastanza semplice, in particolare più D è vicino ad uno più siamo vicini al caso *smooth* di tipo lineare, viceversa più D è vicino a due più il processo è erratico e quindi poco prevedibile.

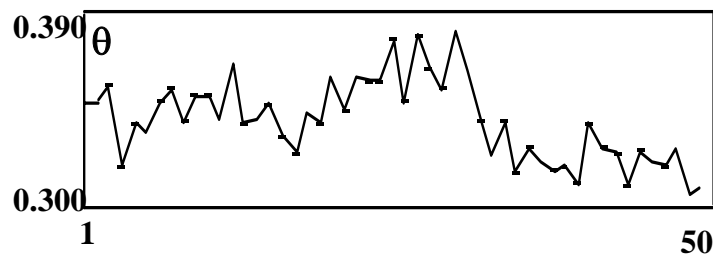
6. La dimensione frattale per alcuni suoli

Allorché il processo browniano viene assunto a modello di variazione degli attributi fisici del suolo, essi dovranno avere le stesse proprietà statistiche di questo processo. Borrough (1985), utilizzando il modello e la procedura di stima illustrata nel paragrafo precedente, ha analizzato la dimensione frattale di alcuni suoli e differenti parametri idraulici ottenendo valori di D compresi fra 1.5 e 2 corrispondenti a valori di H compresi fra 0 e 0.5 il che suggerisce una variabilità del suolo maggiore del classico processo Bowniano cioè con $\varepsilon(x, t)$ gaussiano e white noise. Una conferma a quanto ottenuto da Borrough si ritrova nelle analisi effettuate su alcuni suoli dell'Italia meridionale che verranno, più dettagliatamente, presentati qui di seguito.

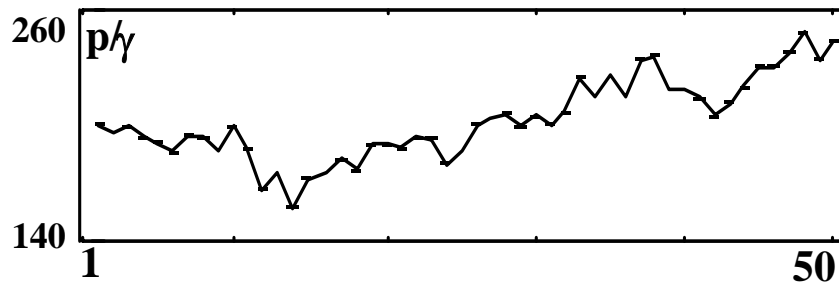
I suoli esaminati sono un *ANDOSUOLO* localizzato in tenimento di Ponticelli (NA) ed un *VERTIC-FLUVENT* localizzato in tenimento di Policoro (MT).

Serie osservate su ANDOSUOLO

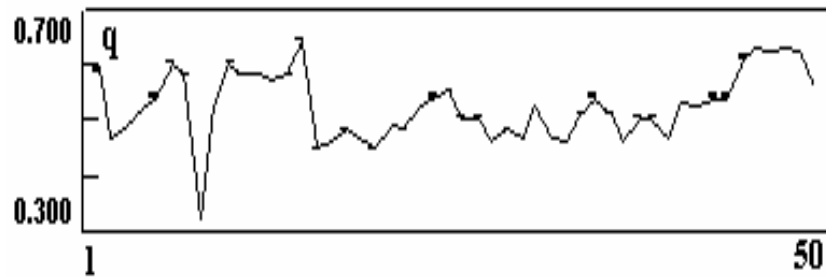
- Serie θ_l , $l=1, 2, \dots, 50m$, ottenuta mediante misurazioni di contenuto idrico effettuate con sonda a neutroni, a 48 ore dall'inizio di una prova di drenaggio con evaporazione impedita dall'alto.



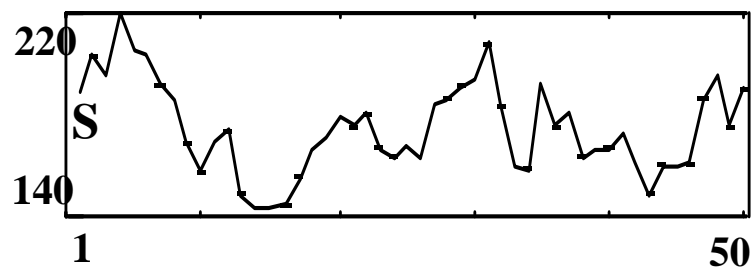
- Serie $(p/\gamma)_l$, $l = 1, 2, \dots, 50m$, ottenuta mediante misure di potenziale idrico effettuate con tensiometri a mercurio, a 312 ore dall'inizio del drenaggio.



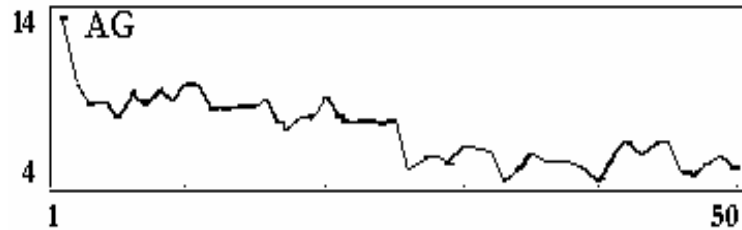
- Serie q_l , $l=1, 2, \dots, 50m$, ottenuta calcolando con l'equazione di Darcy la densità di flusso in seno al profilo del suolo per $t=48$ ore e $z = 90cm$.



- Serie S_l , $l=1, 2, \dots, 50m$, ottenuta il 21/11/1986 in presenza di una coltura a ciclo invernale, integrando numericamente i contenuti d'acqua in funzione della profondità per la stima dei volumi d'acqua presenti nei primi 90cm del profilo.

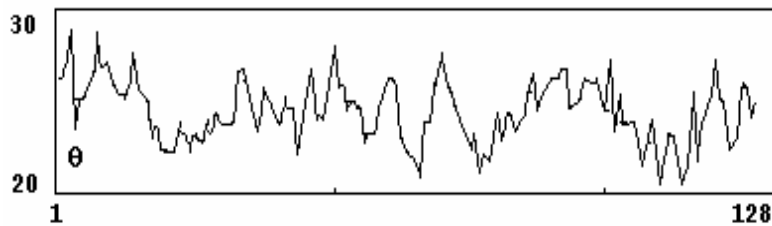


- Serie AG_l , $l=1, 2, \dots, 50m$, ottenuta valutando per $z=30cm$ il contenuto percentuale in argilla del suolo con il metodo densimetrico.

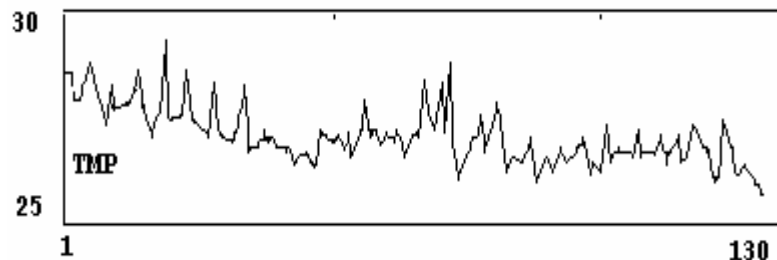


Serie osservate su suolo VERTIC-FLUVENT

- Serie θ_l , $l=1, 2, \dots, 132$, ottenuta misurando il contenuto idrico gravimetrico di superficie del suolo con interasse di $0.25m$ nell'interfila di una coltura di peperone (c.v. Yolo Wonder) dopo un apporto irriguo di circa $400 m^3$ per ettaro.



- Serie TMP_l , $l=1, 2, \dots, 132$, ottenuta alle ore 10 del 27/7/1983 in corrispondenza dei punti di misura della precedente serie, con termometro ad infrarosso mod. Campbell PRT5 (tale termometro, sensibile alle lunghezze d'onda $8-14\mu$, sotto un angolo visuale di 8° osserva un campo di $6.5cm^2$).



Per le suddette serie sono stati calcolati i relativi variogrammi mostrati nelle figure 12-18 di seguito riportate.

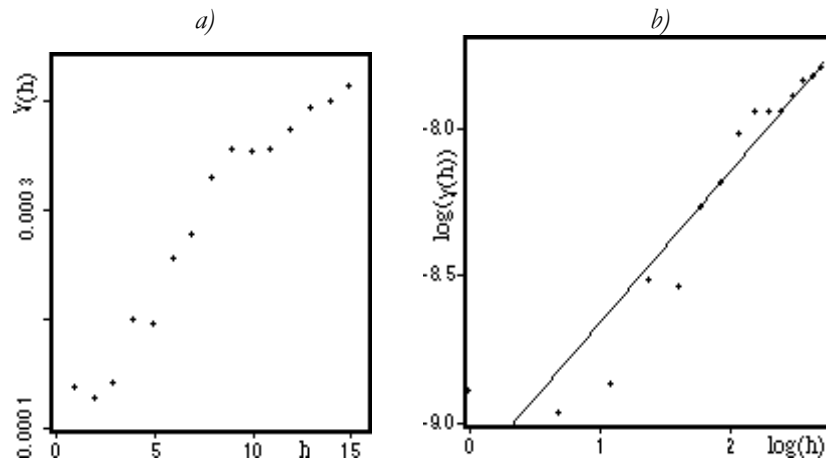


FIG. 12 - (a) Variogramma di θ ; (b) variogramma di θ su doppia scala logaritmica e relativa retta interpolante

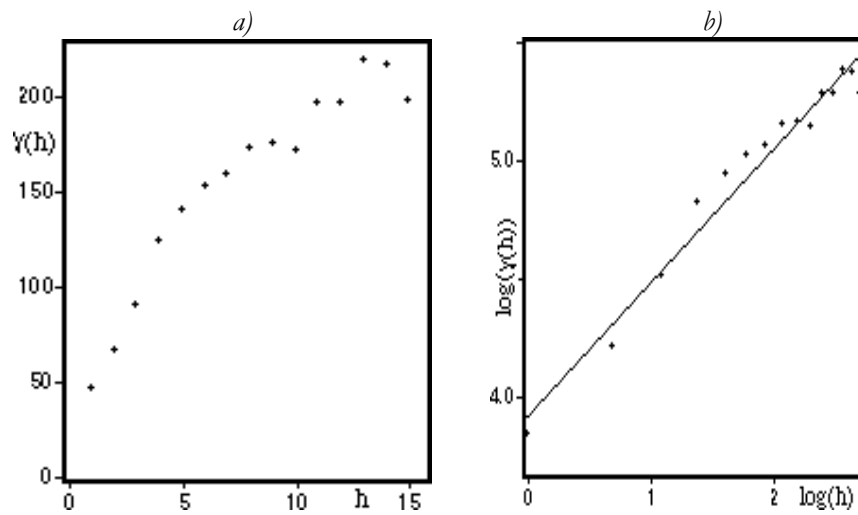


FIG. 13 - (a) Variogramma di p/γ ; (b) variogramma di p/γ su doppia scala logaritmica e relativa retta interpolante

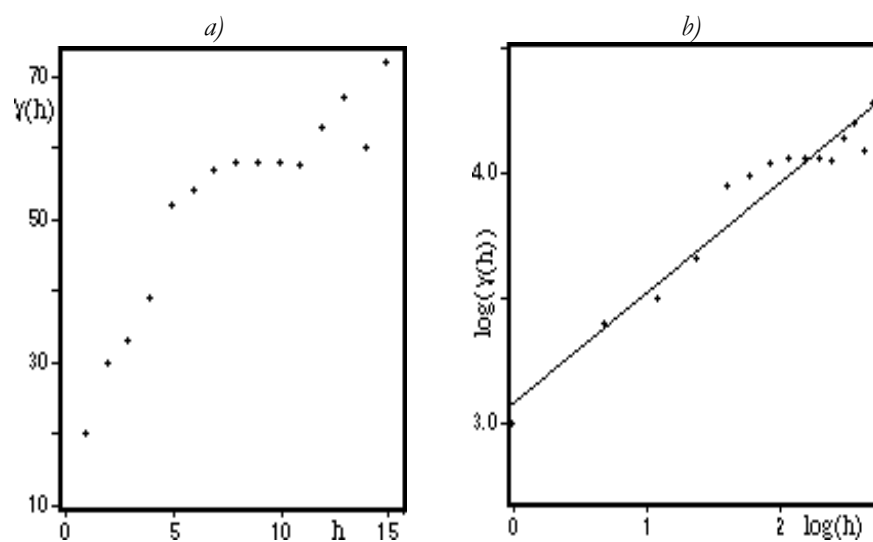


FIG. 14 - (a) Variogramma di q ; (b) variogramma di q su doppia scala logaritmica e relativa retta interpolante

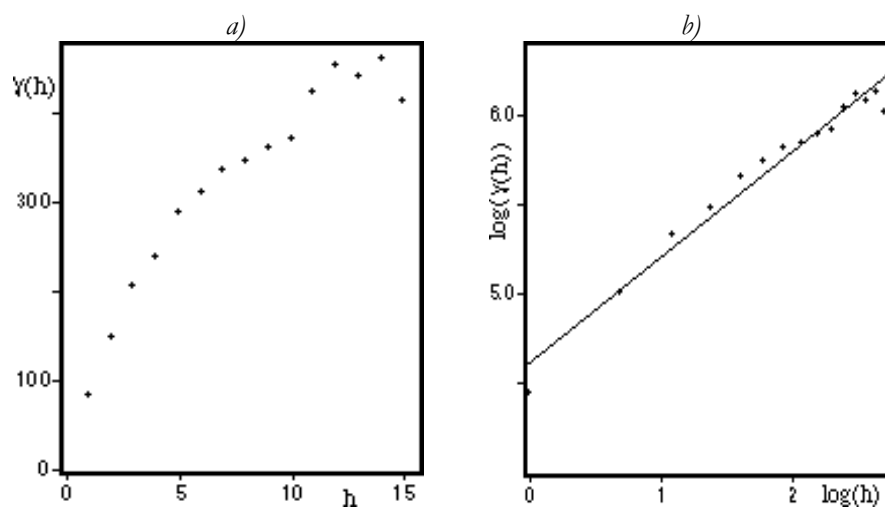


FIG. 15 - (a) Variogramma di S ; (b) variogramma di S su doppia scala logaritmica e relativa retta interpolante.

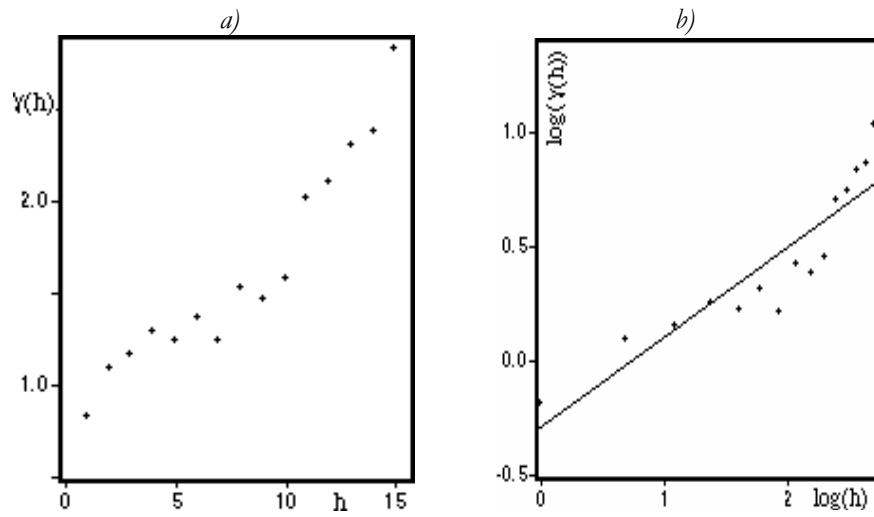


FIG. 16 - (a) Variogramma di AG; (b) variogramma di AG su doppia scala logaritmica e relativa retta interpolante.

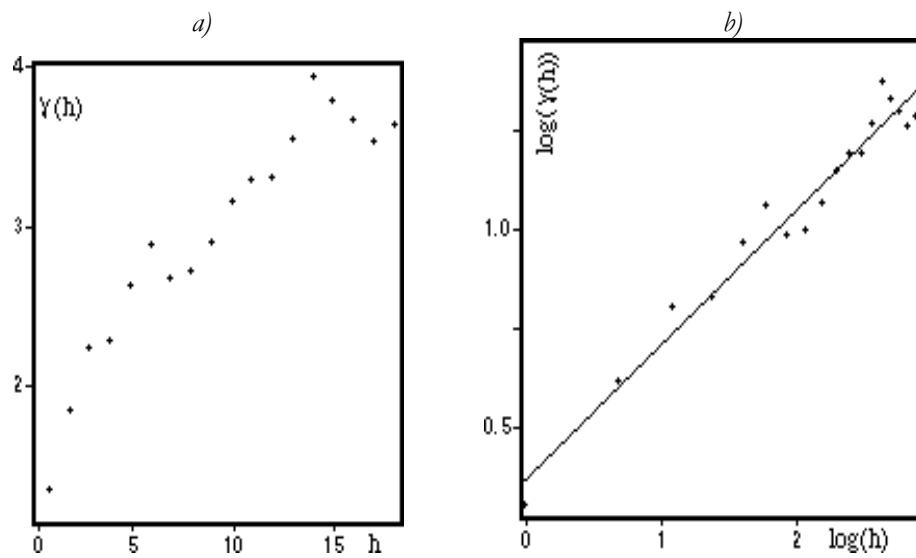


FIG. 17 - (a) Variogramma di θ ; (b) variogramma di θ su doppia scala logaritmica e relativa retta interpolante

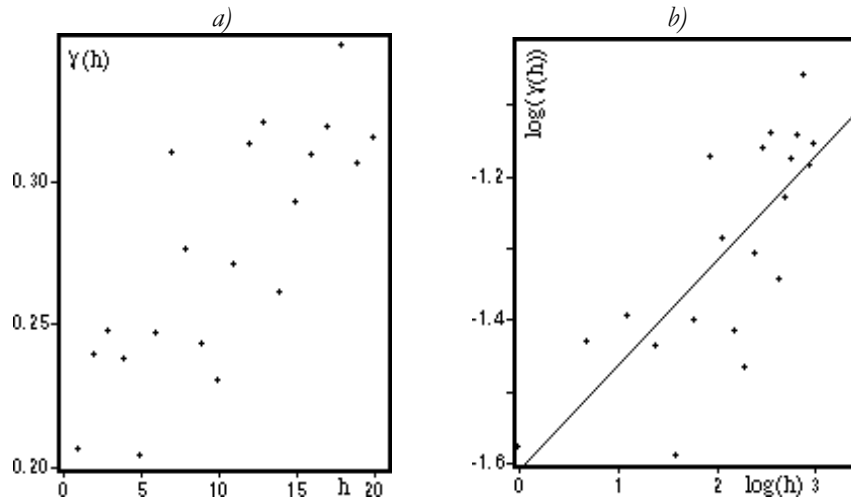


Fig. 18 - (a) Variogramma di TMP; (b) variogramma di TMP su doppia scala logaritmica e relativa retta interpolante

TAB. 4 - Stima delle dimensioni frattali delle 7 serie esaminate ed indice R^2 di accostamento alla retta

Località	Proprietà	Lag(m)	D	R^2
Ponticelli	θ	1	1.74	0.91
Ponticelli	p/γ	1	1.72	0.97
Ponticelli	q	1	1.78	0.94
Ponticelli	S	1	1.70	0.97
Ponticelli	AG	1	1.80	0.82
Policoro	θ	0.25	1.83	0.96
Policoro	TMP	0.25	1.93	0.58

L'esame dei variogrammi delle serie di Ponticelli (figure 12(a)-16(a)) mostra che hanno forma simile ed indicano che, sebbene i livelli medi dei transetti differiscano, è pure simile la loro struttura spaziale. Viceversa, i variogrammi delle serie di Policoro (17(a)-18(a)) risultano più appiattiti ed interpretabili in termini di varianza *nugget*, le serie essendo realizzazioni di un processo con correlazioni spaziali piuttosto deboli. Una stima delle dimensioni frattali delle serie è stata poi semplicemente dedotta a partire dai variogrammi rettificati delle figure

12(b) -18(b) la cui pendenza, come mostrato nel precedente paragrafo, risulta pari a $4-2D$. La stima della pendenza, con riferimento ai primi 15-20 lag dei variogrammi stimati sono state effettuate con il metodo dei minimi quadrati. Tali stime sono riportate nella tabella 4 che fornisce ulteriori informazioni sulla struttura delle serie esaminate: località, tipo di variabile, lag ed indice di accostamento della retta ai valori del variogramma su doppia scala logaritmica. Si nota come la dimensione frattale sia compresa nell'intervallo 1.7-2.0; in particolare, è da osservare per la serie TMP di Policoro il più elevato valore per D in corrispondenza al più basso grado di adattamento della retta ai dati (il relativo R^2 è pari a solo 0.58). Una giustificazione potrebbe essere che la serie risulta colorata dal rumore strumentale del termometro impiegato che ha potuto alterare in modo rilevante la misura del parametro in questione in modo tale da mascherare completamente l'autosomiglianza. In tesi generale, i valori stimati per tutte le altre serie risultano comparabili con quelli pubblicati nella letteratura internazionale (vedi, fra gli altri, Mandelbrot (1983) e Burrough (1985)), confermando che il suolo può variare in modo più casuale del moto browniano. È da presumere che i differenti ed indipendenti fattori che influenzano la variazione delle serie si combinino tra loro in modo da mascherare la proprietà frattale dell'auto-similarità statistica a tutte le scale.

Molto lavoro deve, quindi, essere fatto sia dal punto di vista teorico, sia da quello applicativo. Comunque, i risultati illustrati rappresentano un punto di partenza per ulteriori verifiche tenendo presente che, anche se il modello browniano sembra meno appropriato per il suolo, la dimensione frattale può tuttavia essere impiegata come un ulteriore utile indicatore della complessità delle correlazioni su molteplici scale.

7. Variabilità caotica delle grandezze idrauliche del suolo

Alcuni Autori hanno anche evidenziato che la variabilità del suolo non necessariamente è stocastica, ma può essere il risultato d'interazioni di numerosi processi complessi, deterministici ma con un comportamento simile a quello stocastico (Vtale, 2002). Se ciò fosse vero i suoli andrebbero annoverati nella classe dei fenomeni non lineari (Nickolis e Prigogine, 1989; Stewart, 1989) con dinamica caotica a causa dell'estrema sensibilità alle condizioni iniziali. I sistemi con tale dinamica sono tipicamente governati da equazioni differenziali non lineari: è proprio il *feedback* fra le equazioni a causare la sensibile dipendenza alle condizioni iniziali.

In tale ottica è, per esempio, fondamentale un approfondimento di conoscenze sui processi di moto dell'acqua e dei soluti che hanno luogo nei mezzi porosi naturali. Si ricorda che tali moti sono retti da equazioni differenziali (Darcy e Richards) in cui si trova sepolta sicuramente una dinamica caotica.

Il moto dell'acqua nei biopori, macropori, crepacciature e fratture della matrice solida dei mezzi porosi naturali è certamente un altro candidato per un comportamento caotico: allorché l'acqua comincia ad infiltrarsi alla superficie del suolo, la permeabilità della parete dei pori risulta dapprima molto bassa. Per i maggiori valori del tempo il contenuto idrico della parete cresce causando un netto incremento della permeabilità, l'acqua potrà essere drenata con maggiore velocità, ma ciò causerà una nuova riduzione della permeabilità. Si assisterà ad un rallentamento del moto dell'acqua ed a una nuova crescita dei valori del contenuto idrico e così di seguito. A titolo d'esempio si osservi la figura 19, per maggiori dettagli si veda Beven e German (1982), Di Pietro e Melayah (1994). Il succedersi di questi cicli di saturazione-drenaggio è altamente non lineare e caratteristico del tipo di feedback che può condurre il sistema verso un comportamento caotico.

Unitamente allo studio di queste dinamiche sembra essenziale trovare un modo per incorporare la natura frattale delle eterogeneità nei vari modelli fisici di cui si dispone. Il principale problema che si pone a questo punto è che molti modelli frattali si fondano su semplici costruzioni geometriche senza alcuna intrinseca relazione con il processo fisico che governa un assegnato fenomeno. In alternativa, è necessario scoprire la fisica che governa la matematica dei frattali.

Solo recentemente si è cercato di legare la struttura frattale direttamente alla dissipazione di minima energia: i fenomeni di *digitazione* che accompagnano il processo di infiltrazione dell'acqua nel suolo sono alcuni possibili esempi (vedi figure 20-21). Per maggiori dettagli si rimanda a Wen-Lian Chang et al. (1994).

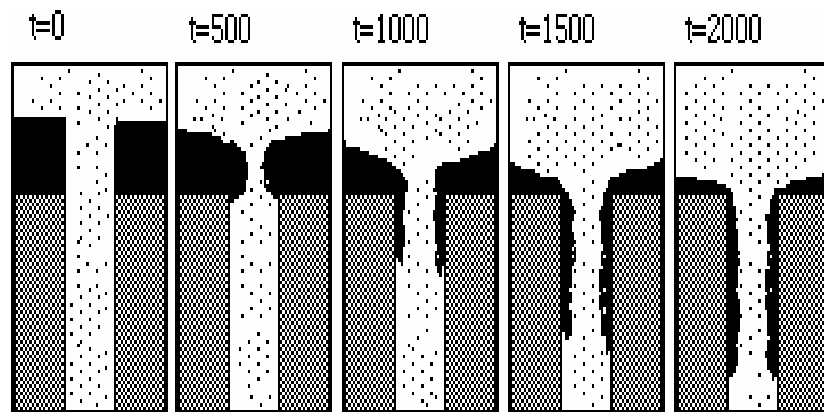


FIG. 19 - Simulazione del moto dell'acqua in un macroporo con la tecnica del LGA (Lattice-Gas-Cellular-Automaton)

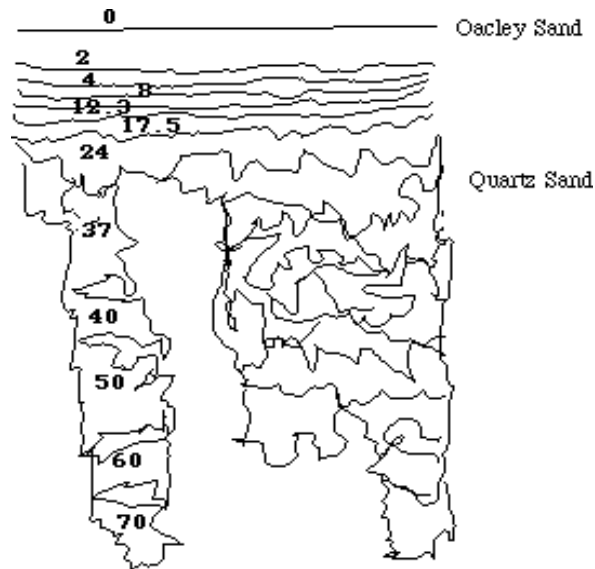


FIG. 20 - Infiltrazione e moto dell'acqua in sabbia sottostante a Oakley-Sand. I numeri si riferiscono ai tempi d'infiltrazione (minuti) (esperimento n.6 di Wen-Lian Chang et al., 1994)

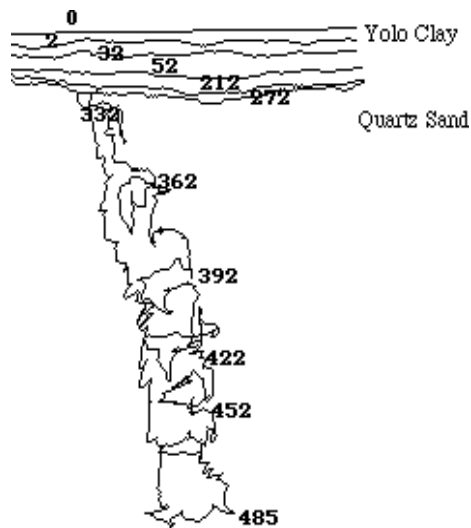


FIG. 21 - Infiltrazione e moto dell'acqua in sabbia sottostante a Yolo-Clay. I numeri si riferiscono ai tempi d'infiltrazione (minuti) (esperimento n.7 di Wen-Lian Chang et al., 1994)

CAPITOLO 6

Modelli stato-spazio

1. *Introduzione*

Lo sviluppo di tecnologie mature quali il *remote sensing* ed altri sistemi automatici di acquisizione dati hanno spinto i fisici del suolo ad utilizzare ulteriori tecniche per l'analisi di campi casuali multidimensionali. L'analisi congiunta di variabili: contenuto idrico, potenziale idrico, temperatura, conducibilità elettrica ecc., mediante tecniche statistiche spaziali e temporali consente di comprendere meglio le complesse relazioni intercorrenti tra differenti processi fisici, chimici e biologici.

Va subito precisato che esiste stretta analogia tra spazio e tempo, almeno nel caso dello spazio unidimensionale e pertanto, sotto l'ipotesi di isotropia, i metodi di analisi sono in larga misura equivalenti. Tipicamente, l'analisi delle serie temporali consente di analizzare la struttura spaziale in termini di funzioni di autocorrelazione e generalizzazione di modelli stato-spazio. Per tale particolare metodologia di regressione nel dominio del tempo e dello spazio, contrariamente alle metodologie del kriging e cokriging non è richiesta l'ipotesi di stazionarietà delle osservazioni. La metodologia stato-spazio (Kalman, 1960) risulta particolarmente interessante allorché il fenomeno allo studio soddisfa certi sistemi di equazioni differenziali. La metodologia stato-spazio è stata impiegata in economia (Shumway e Stoffer, 1982) ed ha fornito apprezzabili risultati in scienza del suolo (Morkoc et al., 1985; Comegna e Vitale, 1993; Comegna et al., 1990 e 1995).

2. *Un modello stato-spazio*

Indichiamo con $Y(x)$, $x=x_0+1, \dots, x_0+n$, i valori assunti da n osservazioni effettuate per un determinato parametro Y del suolo lungo un dato transetto (nel seguito scriveremo più semplicemente Y_t , $t=1,2,\dots,n$), un modello stato-spazio

è composto, nella formulazione più utile ai nostri scopi (per dettagli e generalizzazioni vedi Anderson e Moore, 1979), da due equazioni:

$$\begin{cases} Y_t = F_t' Z_t + v_t \\ Z_t = G_t Z_{t-1} + w_t \end{cases} \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

la prima detta delle *osservazioni* e la seconda di *transizione*, ove F_t è un vettore $(p, 1)$ noto, Z_t è un vettore $(p, 1)$ dello stato del sistema, G_t una matrice (p, p) fissata, $v_t \sim N(0, \sigma_{v_t}^2)$ indipendente da $w_t \sim N_p(0, \Sigma_{w_t})$. Il modello (1) è completamente specificato dalla quaterna

$$(F_t, G_t, \sigma_{v_t}^2, \Sigma_{w_t})$$

ed include, come casi particolari, altri modelli statistici come quelli di regressione e gli *ARIMA*.

Fissati dei valori iniziali, è possibile ottenere previsioni ottimali e stime delle componenti non osservabili tramite l'uso del *filtro di Kalman*. D'altro lato, da numerose osservazioni effettuate su proprietà fisiche ed idrauliche del suolo risulta plausibile che queste siano state generate da processi stazionari ed isotropi con parametri indipendenti dai singoli punti di misura:

$$E(Y_t) = \mu; \quad \text{var}(Y_t) = \sigma^2; \quad \text{cov}(Y_t, Y_{t \pm h}) = c(h).$$

Possiamo, per tanto, considerare il caso in cui le (1) si riducano ai semplici modelli della classe *ARMA*. L'importanza di poter effettuare la doppia rappresentazione (stato-spazio ed *ARIMA*) deriva dal fatto che i modelli *ARIMA* sono facilmente identificabili e stimabili mentre quelli stato-spazio permettono una più semplice ed immediata interpretazione dei fenomeni a cui vengono applicati. Infatti, dalle (1) segue che Y_t può essere interpretato come il risultato del segnale $F_t' Z_t$ cui si sovrappone un errore casuale v_t . L'evoluzione di molti fenomeni fisici è ben rappresentabile con uno schema logico del tipo riportato nella seguente figura 1.

Di solito la struttura del sistema è molto semplice ed approssimabile da un *AR(1)* dato da:

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + w_t$$

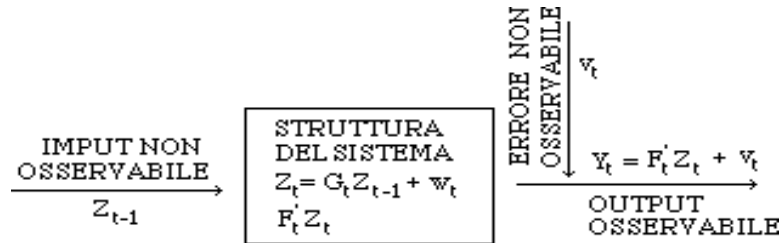


FIG.1 - Modello logico del tipo segnale più errore

Si tenga conto che, se si pone $p = 1$, $F_t = 1$, $G_t = \phi$ si ottiene più semplicemente

$$\begin{cases} Y_t = Z_t + v_t \\ Z_t = \phi Z_{t-1} + w_t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-\phi B)Y_t = (-\alpha B)e_t \\ (1 - \phi B)Z_t = w_t \end{cases}, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

con B l'operatore di ritardo, $\phi > \alpha$ ed e_t tale che sia $e_t - \alpha e_{t-1} = v_t - \phi v_{t-1} + w_t$. In tal modo, sia l'equazione delle osservazioni, sia quella di transizione (cioè il segnale) si riducono a semplici modelli dalla classe *ARMA* ed in particolare ad un *ARMA(1,1)* per Y_t ed un *AR(1)* per Z_t .

D'altro lato, sappiamo che tra numerosi parametri, come è ben noto nella fisica del suolo, possono sussistere legami funzionali per cui si può verificare che quanto detto per il caso univariato può essere esteso all'analisi simultanea in cui Y_t è un vettore r -dimensionale. Una particolare generalizzazione della (1) caso $r=2$ implica il modello seguente:

$$\begin{cases} Y_t = F_t Z_t + v_t \\ Z_t = G_t Z_{t-1} + w_t \end{cases} \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

ove Y_t è un vettore $(2,1)$; F_t è una matrice $(2, p)$; Z_t un vettore $(p, 1)$; G_t una matrice (p, p) ;

$$v_t \sim N_2(\mathbf{0}; \Sigma_{v_t})$$

indipendente da

$$w_t \sim N_p(\mathbf{0}, \Sigma_{w_t}).$$

Nel caso particolare di $p=2$; $F_t = I$ con I matrice identica; $G_t = \Phi$, al posto della (2) si ha l'equivalente modello bivariato:

$$\begin{cases} Y_t = Z_t + v_t \\ Z_t = \Phi Z_{t-1} + w_t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (I - \Phi B)Y_t = (I - \Theta B)e_t \\ (I - \Phi B)Z_t = w_t \end{cases} \quad t=1,2,\dots,n$$

con $e_t \sim \mathcal{WN}(\mathbf{0}, \Sigma_e)$ indipendente da $w_t \sim \mathcal{WN}(\mathbf{0}, \Sigma_w)$ e Φ e Θ matrici $(2, 2)$ di parametri incogniti e da stimare.

3. Un'applicazione nel caso univariato

Il modello riportato nella (1) è stato applicato a tre serie di dati osservati lungo un allineamento e relativi a parametri idraulici del suolo (Comegna, Ruggiero, Vitale, 1990).

Le serie analizzate si riferiscono, in particolare, ai valori del contenuto idrico θ_i e del potenziale idrico h_i , $i=1,2,\dots,50$, osservati nel 1986 su un suolo sabbioso (classifica *SISS*) con sabbia totale pari all'83%, limo 12% argilla 5%, caratterizzato da massa volumica apparente $\rho = 0.9 \text{ gr/cm}^3$, sito in tenimento di Ponticelli (NA) e pedologicamente classificabile come *ANDOSUOLO*. Nella zona centrale dell'appezzamento su cui sono stati effettuati i rilievi, lungo la maggiore dimensione nella direzione N-S, è stata approntata una parcella (vedi figura 2) di dimensioni $2 \times 50 \text{ m}^2$ realizzando una arginello perimetrale in terra di circa 0.25 m di altezza. Al centro della parcella sono stati infissi, fino alla profondità di 1.5 m , ad interasse costante di 1 m , 50 tubi di alluminio per i rilievi di contenuto d'acqua effettuati con una sonda a neutroni. Su di un transetto parallelo alla distanza di 0.5 m dall'asse dei tubi, sono stati installati 50 tensiometri con manometri a mercurio alla profondità di 0.3 m per il rilievo del potenziale idrico.

I rilievi sono stati effettuati nel corso di una prova di drenaggio con evaporazione impedita dall'alto in 12 campagne di misura ad intervalli di tempi crescenti all'incirca esponenzialmente a causa del rallentamento del processo di drenaggio e si è sempre provveduto alla misura in contemporanea dei due parametri sopra specificati al fine di poter più facilmente determinare la curva di ritenzione idrica del suolo.

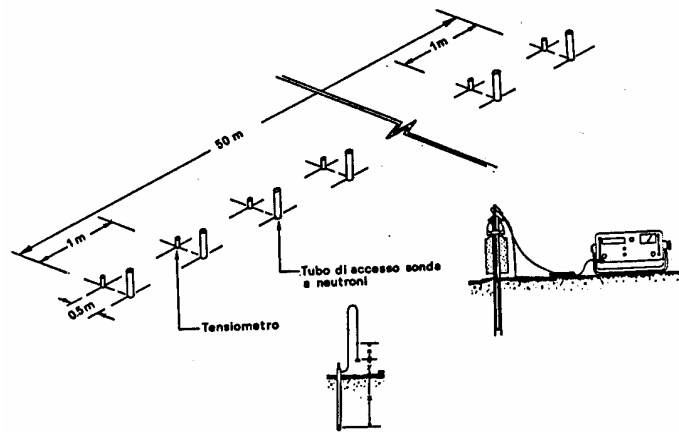


FIG. 2 - Schematizzazione dell'apprestamento sperimentale

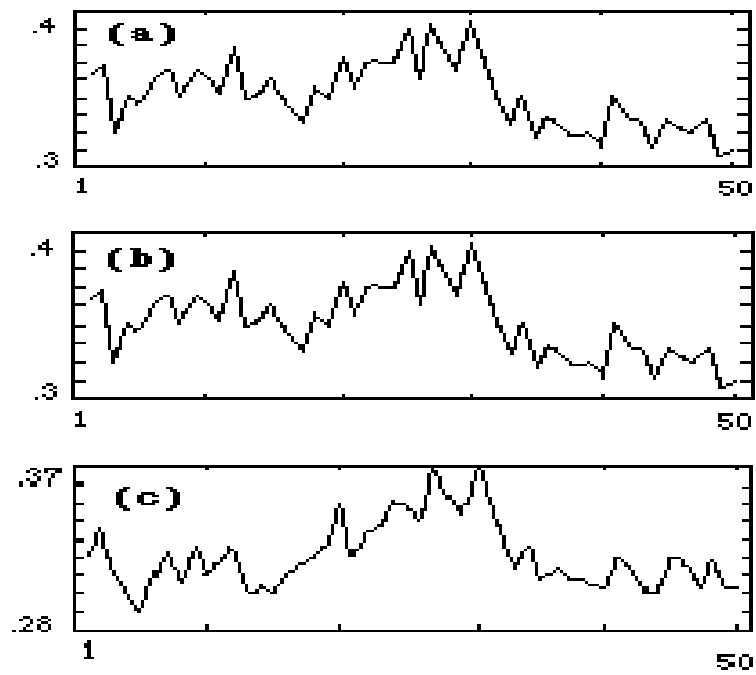


FIG. 3 - Andamento di θ , b e θ_{100} lungo il transetto

Per identificare i modelli $ARMA$ da adattare alle tre serie sopra riportate, sono state stimate le autocorrelazioni ACF e quelle parziali $PACF$ e dal loro esame, come si evince dalla figura 4, emerge che le tre serie possono essere ben rappresentate da un $ARMA(1,1)$.

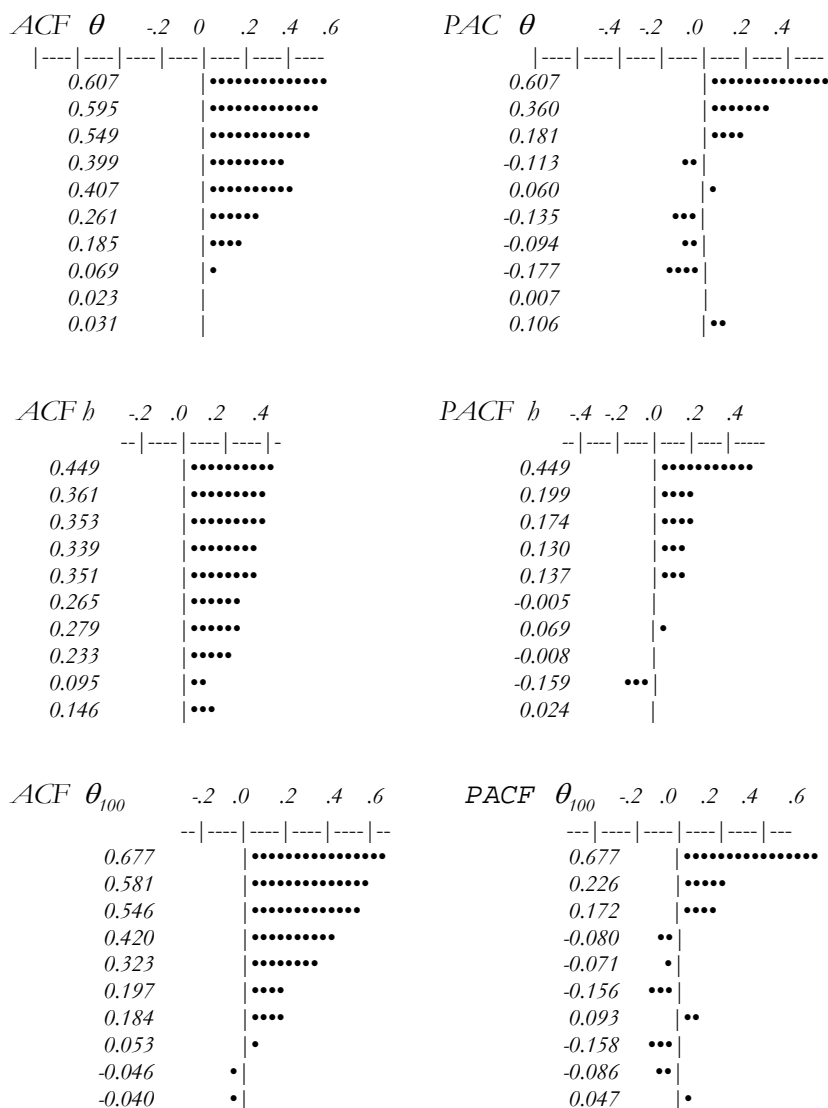


FIG. 4 - ACF e $PACF$ per, rispettivamente θ , b , θ_{100}

Le stime dei parametri, ottenute con il metodo dei minimi quadrati, del modello $ARMA(1,1)$ adattato alle serie sopra menzionate ed il relativo indice di accostamento R^2 (in parentesi viene riportato l'errore quadratico medio delle stime) sono riportate nella seguente tabella 1 da cui emerge come tutte e tre le serie presentano una forte componente inerziale che conferma la presenza della struttura spaziale riconducibile ad un $AR(1)$, accompagnata da una marcata accidentalità come risulta dal modesto valore dell' R^2 . Nella tabella viene riportato anche la dimensione frattale D delle tre serie analizzate.

TAB. 1 - *Stima dei parametri del modello $ARMA(1,1)$, del relativo indice di accostamento e della dimensione frattale*

Variabili	ϕ	α	$\hat{\sigma}_e$	R^2	D
θ	0.94 (0.075)	0.51 (0.12)	0.0136	0.501	1.769
b	0.91 (0.07)	0.63 (0.14)	8.729	0.300	1.909
θ_{100}	0.77 (0.10)	0.21 (0.10)	0.0110	0.392	1.726

Il modello stimato è stato, quindi, utilizzato per ottenere previsioni ottimali, lungo il transetto. Nella figura 5 vengono riportati e confrontati, a titolo d'esempio soli quelli relativi a θ . Utilizzando i parametri stimati sul modello ed il filtro ottimale da questo derivato (vedi Vitale, 1980), si è proceduto all'estrazione del segnale presente nelle serie che, come si nota dall'andamento di quello relativo a θ riportato nella figura 6, è abbastanza netto e marcato.

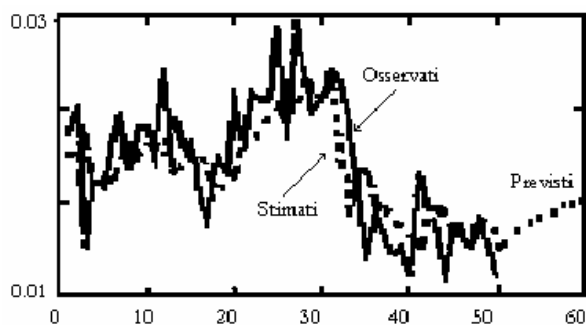


FIG. 5 - *Valori di θ osservati, interpolati e previsti con l' $ARMA(1,1)$*

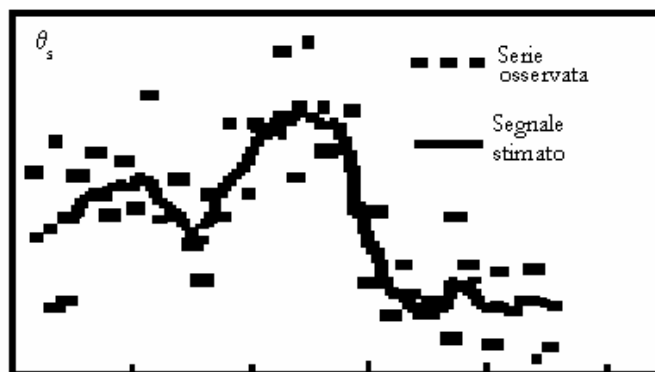


FIG. 6 - *Segnale stimato nella serie θ*

4. Un'applicazione nel caso bivariato

Coerentemente con l'obiettivo di analizzare simultaneamente i parametri θ ed h come sistema dinamico bivariato e modellarne statisticamente la variabilità intrinseca, in questo paragrafo si cercherà di verificare ancora una volta la rispondenza dell'approccio multivariato fondato sull'impiego di modelli stato-spazio. Una valutazione qualitativa preliminare circa la natura dei legami funzionali fra h e θ potrà dedursi dall'esame della figura 7 in cui vengono riportati tutti i valori misurati in contemporanea di h e θ per ciascuno dei 50 siti e per 10 dei 12 tempi di rilevazione.

In particolare, la figura manifesta il grado di eterogeneità della curva caratteristica di umidità del suolo $h(\theta)$ indipendentemente dalla velocità con cui h varia nel tempo in rapporto al processo di redistribuzione dell'umidità in seno al profilo. Per una più agevole interpretazione, lo scatter (h, θ) è stato interpolato con una curva cui è stata assegnata l'espressione analitica proposta da Gardner et al. (1970):

$$h = a\theta^{-b}$$

La stima dei parametri (a, b) , ottenuta con il metodo dei minimi quadrati, ha fornito i risultati :

$$\hat{a} = 3.578, \quad \hat{b} = 2.935, \quad R^2 = 0.86.$$

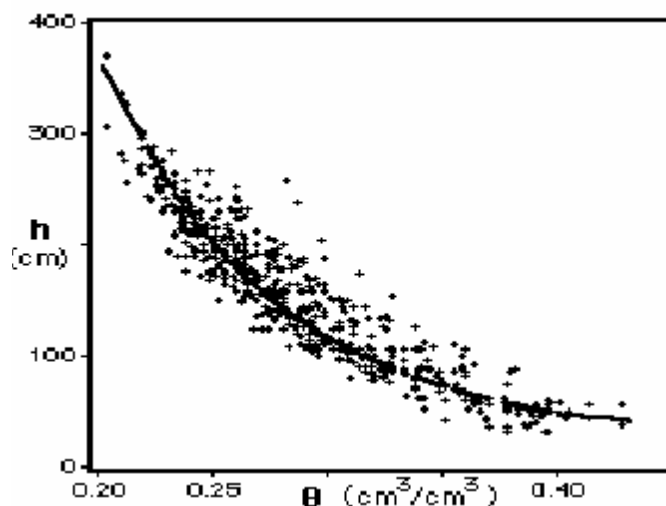


FIG.7 - Scatter dei valori di $h(\theta)$ osservati in pieno campo.

Il problema che sorge a questo punto è stabilire se il modello bivariato è compatibile con i risultati ottenuti per le singole variabili θ ed h . A tale proposito è facile verificare che un $ARMA(1, 1)$ bivariato implica che le singole componenti siano degli $ARMA(2, 2)$ univariati in contraddizione ai modelli $ARMA(1, 1)$ adattabili a θ ed h . È vero che si possono avere situazioni di coincidentalità fra gli elementi Φ ed Θ per cui gli $ARMA(2, 2)$ si semplificano in $ARMA(1, 1)$, ma i vincoli da soddisfare sono tanti da escludere che ciò possa praticamente verificarsi. D'altra parte, se nella (3) è $v_t = \theta$ allora Y_t coincide con Z_t e ciò ha due implicazioni: (a) non è più possibile supporre che θ ed h si decompongano simultaneamente in un segnale ed in un errore (questo non esclude la decomposizione delle singole componenti); (b) la struttura $ARMA$ di Y_t si semplifica nell' $AR(1)$ bivariato:

$$(I - \Phi B)Y_t = w_t \quad (4)$$

che implica per le singole componenti degli $ARMA(2, 1)$. Come si può notare, si ha ancora un modello diverso dall' $ARMA(1, 1)$ ottenuto empiricamente per le componenti, ma in questo caso le condizioni di coincidentalità perché un $ARMA(2, 1)$ si riduca ad un $ARMA(1, 1)$ sono poco vincolanti per cui è plau-

sibile che il modello bivariato per \mathbf{Y}_t sia proprio del tipo (4). Inoltre, è facile verificare che il modello (4), tramite una ortogolanizzazione di Σ_w può essere equivalentemente rappresentata dalla seguente:

$$\begin{cases} \theta_t = c_1 + \beta_1 h_t + \beta_2 \theta_{t-1} + \beta_3 h_{t-1} + a_t \\ h_t = c_2 + \delta_1 \theta_t + \delta_2 h_{t-1} + \delta_3 \theta_{t-1} + b_t \end{cases} \quad (5)$$

che esplicita la relazione funzionale simultanea esistente fra θ ed h . Si noti che nelle (5) a_t e b_t sono white noise indipendenti tra loro e rispettivamente con h_t e θ_t . Inoltre si verifica facilmente che se $\Phi = \text{Diag}\{\phi_{11}, \phi_{22}\}$ allora è anche $\beta_2 = \phi_{11}$ e $\delta_2 = \phi_{22}$.

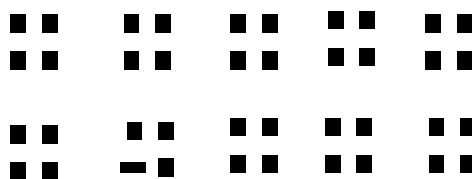


FIG. 8 - Matrici di cross-correlazione sommarie dei residui.

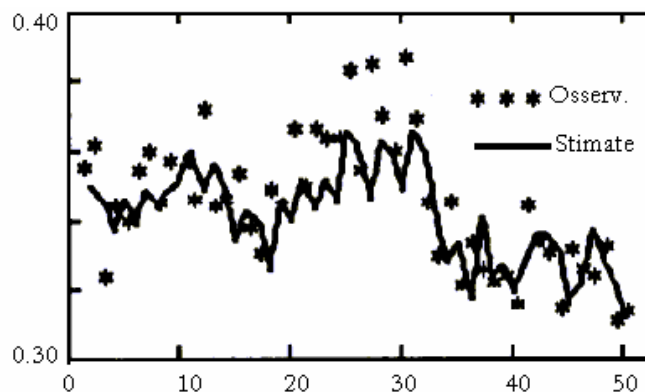


FIG. 9 - θ osservato e stimato tramite la prima delle (6).

Le stime dell' $AR(1)$ bivariato e la relativa matrice di correlazione dei residui sono

$$\hat{\Phi} = \begin{pmatrix} 0.60 & 0 \\ (0.12) & \\ 0 & 0.48 \\ & (0.13) \end{pmatrix}; \quad R = \begin{pmatrix} 1 & -0.38 \\ -0.38 & 1 \end{pmatrix}$$

mentre le prime 10 cross-correlazioni dei residui sono riportati sinteticamente nella figura 8. Da queste emerge che il modello $AR(1)$ bivariato adatta bene i due fenomeni e mette in evidenza l'esistenza di nessi di causalità simultanei, come era da attendersi, fra θ ed h . La stima con i minimi quadrati del modello (5) ha fornito i risultati seguenti (in parentesi sono riportati gli scarti quadratici medi delle stime):

$$\begin{cases} \hat{\theta}_t = 0.13 - 0.00061 h_t + 0.68 \theta_{t-1} + 0.00036 h_{t-1}; & R^2 = 0.48 \\ (2.8) \quad (-2.71) \quad (5.94) \quad (1.55) \\ \hat{h}_t = 54.5 - 231.1 \theta_t + 0.49 h_{t-1} + 193.88 \theta_{t-1}; & R^2 = 0.33 \\ (1.82) \quad (-2.73) \quad (3.9) \quad (2.18) \end{cases}$$

Come si può notare, risulta $\hat{\beta}_2 \approx \hat{\phi}_{11}$ e $\hat{\delta}_2 \approx \hat{\phi}_{22}$ che può essere considerata come una ulteriore conferma della bontà del modello statistico utilizzato per interpretare e descrivere i due fenomeni θ_t ed h_t e le relazioni che intercorrono fra di loro. A tale proposito, nella figura 9 vengono riportati i valori osservati su θ_t e quelli stimati con la prima delle (6). Come si può notare, la relazione riesce a cogliere l'andamento generale del fenomeno. Una relazione analoga, ma non presentata, si ha per la seconde delle (6).

5. L'uso di modelli STAR

Gli studi fin qui esposti sono stati condotti assumendo implicitamente che la struttura spaziale dei parametri sia stabile nel tempo. Inoltre, nell'ambito delle metodologie considerate occorre ricordare che le tecniche di geostatistica tendono quasi sempre a sottovalutare il ruolo della dimensione del tempo nei modelli spaziali. Per l'applicazione di tali modelli l'integrazione temporale delle variabili e le ipotesi di moto stazionario sono prassi comune e pertanto tutte le

analisi spazio-orientate possono comportare la perdita di importanti informazioni nella dimensione del tempo. Numerosi parametri idrologici sono da considerare piuttosto come funzioni spazio-temporali con continue complesse fluttuazioni su scale spaziali e temporali fondamentalmente differenti non compatibili in senso fisico. Così di rilievo può risultare un approccio spazio-temporale (Comegna et al. 1995).

Quanto appena affermato è bene illustrato dalle figure 10 e 11 in cui sono riportate le 50 osservazioni di θ e di h per 10 (dalla seconda alla 11°) delle dodici campagne di misura effettuate nel corso dell'esperimento illustrato nei paragrafi precedenti. Per cogliere la complessità dei legami spazio-temporali sono stati utilizzati modelli della classe *STAR* che illustreremo e dettaglieremo nel seguito.

Nella sua forma generale, un modello *STAR*(p_{s1}, p_{s2}, p_T) bivariato è una generalizzazione del classico modello *AR*(1) bivariato ed ha la struttura seguente:

$$\left[\sum_{u=-p_{s2}}^{p_{s1}} A_{uv} (L^u B^v) \right] \mathbf{X}_{st} = \mathbf{c}_s + \mathbf{e}_{st} \quad (7)$$

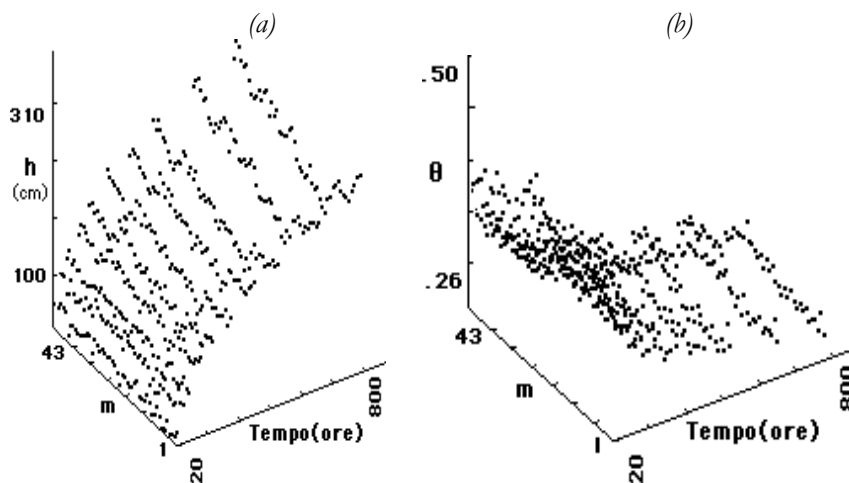


FIG.10 - Valori di h (a) e θ (b) in funzione dello spazio e del tempo.

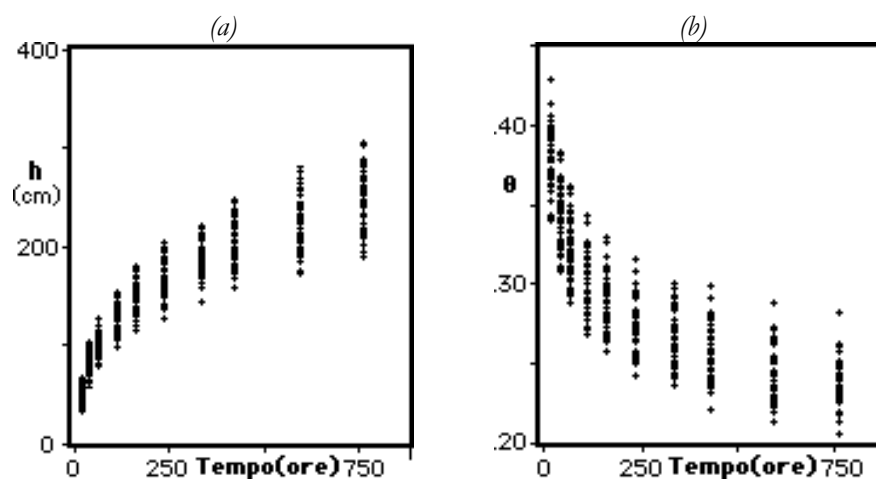


FIG. 11 - (a) Valori di h in funzione del tempo e (b) valori di θ in funzione del tempo.

ove

- (i) L opera su s di \mathbf{X}_{st} e B su t , cioè $L^u B^v \mathbf{X}_{st} = \mathbf{X}_{s-u, t-v}$ per $u = -p_{s2}, \dots, p_{s1}$; $v = 0, 1, \dots, p_T$;
- (ii) \mathbf{A}_{uv} è una matrice $(2, 2)$ di coefficienti da stimare;
- (iii) \mathbf{e}_{st} è un white noise bivariato con matrice di varianze e covarianze Σ_e incognita e da stimare.

Il modello (7), che è una diretta generalizzazione del modello (4), permette, a differenza di questo, di tener conto della dinamica spazio-temporale dei fenomeni e contemporaneamente di catturare l'eventuale esistenza di anisotropia. Da questo punto di vista il modello (7) è molto più flessibile ed efficace per analizzare fenomeni complessi come quelli idrologici che risentono fortemente della variabilità sia temporale che spaziale.

(a) Analisi univariata nello spazio

L'ipotesi d'isotropia, che è plausibile per serie temporali, risulta poco giustificabile per fenomeni ordinati nello spazio. Pertanto è necessario estendere la classica modellistica *ARMA* per tener conto dell'eventuale anisotropia presente nei dati. È in quest'ottica che il modello che è utilizzato per l'analisi delle serie citate assume una forma del tipo seguente:

$$X_s = c_0 + \phi_1 X_{s-1} + \phi_2 X_{s+1} + a_s - \delta a_{s-1} \quad (8)$$

che può essere considerato una generalizzazione, al caso anisotropo, del noto modello $ARMA(1,1)$ ed una particolarizzazione al caso univariato del modello (7). La stima iterativa ottenuta con il metodo dei minimi quadrati dei parametri del modello (8) ha fornito i risultati della tabella 2, ove in parentesi sono riportati gli standard deviations delle stime.

Avendo supposto il fenomeno anisotropo e quindi non invertibile, il valore della stima di δ , parametro della componente MA , è atteso vicino ad uno. Come si può notare, il modello utilizzato è idoneo a rappresentare i fenomeni, inoltre, dalla significatività del parametro ϕ_2 , e dal valore assunto da δ ci viene una conferma della anisotropia dei fenomeni studiati. Se si analizzano più in dettaglio i valori delle stime ottenute, si osserva che, per quasi tutte, risulta:

$$\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2 \approx 1, \quad \hat{\delta} \approx 1.$$

TAB. 2 - *Stime dei parametri, del modello (1) per le serie considerate*

	c_0	ϕ_1	ϕ_2	δ	R^2
θ_3	0.003	0.637 (0.124)	0.351 (0.099)	0.902 (0.093)	0.74
θ_6	0.002	0.568 (0.104)	0.426 (0.085)	0.870 (0.120)	0.85
θ_{11}	0.003	0.518 (0.103)	0.467 (0.094)	0.889 (0.109)	0.86
$\theta_{(200)}$	-0.007	0.660 (0.130)	0.367 (0.092)	0.854 (0.136)	0.75
θ_{S2}	0.001	0.683 (0.145)	0.314 (0.099)	0.858 (0.137)	0.68
h_3	4.164	0.713 (0.106)	0.240 (0.120)	0.928 (0.070)	0.59
h_6	0.944	0.553 (0.072)	0.441 (0.082)	0.940 (0.081)	0.90
h_{11}	-0.106	0.496 (0.062)	0.504 (0.060)	0.940 (0.106)	0.95
S_{ABB}	1.15	0.664 (0.092)	0.336 (0.113)	0.997 (0.087)	0.79

Se, inoltre, si suppone, com'è plausibile in questo caso, che sia:

$$X_{s+1} \approx a + b X_{s-1} + e_s$$

con $b \approx 1$ ed e_s un white noise come a_s , il modello diventa

$$(1-L) X_s \approx c_1^* + (1-L) e_s$$

ove L è l'usuale operatore tale che $LX_s = X_{s-1}$ ed ε_s un white noise funzione dei white noise a_s ed e_s . Ciò implica, per quanto dimostrato in Abraham e Box (1978), che in X_s vi è una componente deterministica che, in questo contesto, è da identificare con la struttura del suolo e quindi con il segnale della serie.

Da quanto detto, e dai risultati riportati nella tabella 2 emerge come l'incidenza di tale struttura sia più rilevante in b rispetto a θ , mentre, ovviamente, è fortissima in $SABB$. Nella figura 12 sono riportati i dati osservati, una stima del segnale ed il relativo rumore per le serie θ_6 ed h_6 . I grafici per le altre serie hanno un andamento del tutto analogo e non sono stati riportati per brevità.

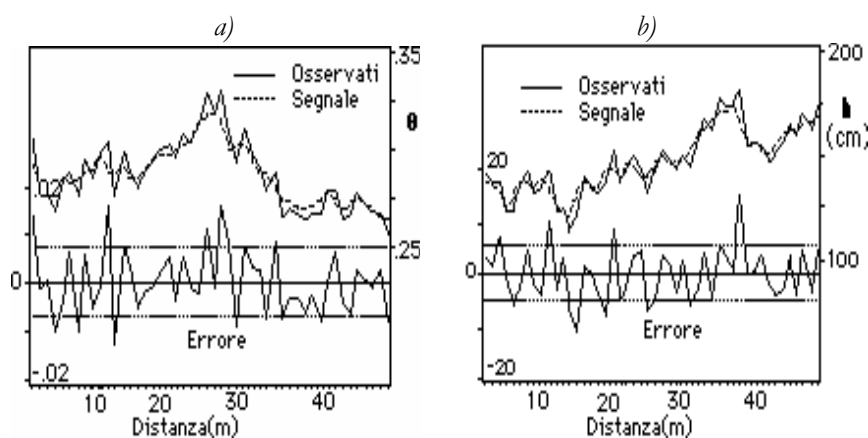
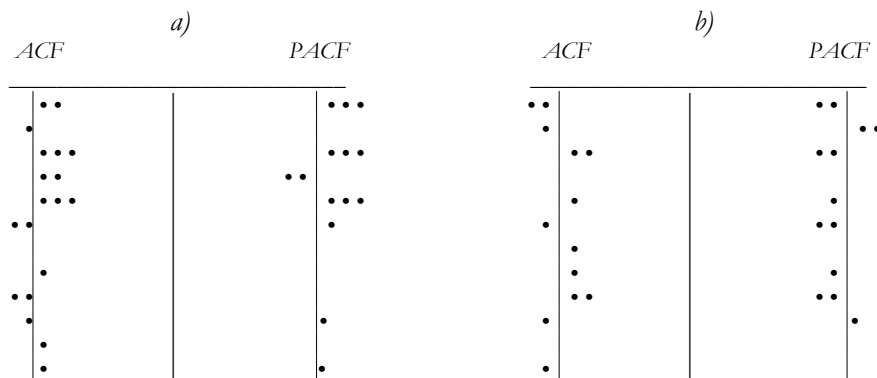


FIG. 12 - Segnale e rumore di a) θ_6 e b) h_6 .

Per completezza, nella tabella 3 abbiamo riportato le autocorrelazioni, ACF , e quelle parziali, $PACF$, calcolate sui rumori stimati per θ_6 ed h_6 . Dalla loro analisi emerge chiaramente come nella serie dei rumori è assente qualsiasi struttura, il che è una ulteriore conferma della bontà del modello utilizzato per rappre-

sentare i fenomeni in studio. Le caratteristiche dei rumori delle altre serie hanno un andamento del tutto simile a quello illustrato e pertanto non sono riportati.



TAB. 3 - ACF e PACF per il rumore di a) θ_6 ed b) h_6 .

(b) Analisi univariata nello spazio-tempo

L'analisi statistica di h e θ nel tempo e nello spazio può essere fatta, con il seguente modello

$$X_{st} = c_0 + \phi_1 X_{s,t-1} + \phi_2 X_{s-1,t-1} + \phi_3 X_{s+1,t-1} + \phi_4 X_{s+1,t} + a_t \quad (9)$$

che può essere derivato facilmente come una particolarizzazione del modello (7) al caso univariato. Il modello (9) è stato adattato ai dati riferiti a ciascuno dei due parametri h e θ nei cinquanta siti di osservazione e per 10, delle 12, campagne di misure.

Tenuto conto che la variabilità del parametro h cresce considerevolmente nel tempo (da una campagna di misura all'altra), la stima del relativo modello è stata ottenuta utilizzando il metodo dei minimi quadrati ponderati in cui i pesi sono stati posti pari alla stima della standard deviation calcolata per ciascuna delle 10 campagne di misura considerate. La ponderazione non si è resa necessaria nella stima dei parametri del modello per θ . I risultati sono riportati nella tabella 4 ove, in parentesi, sono indicati gli standard deviations delle stime. Da questa tabella si evince la validità del modello considerato confermando, fra l'altro, l'esistenza di una forte evoluzione di h e θ sia nel tempo che nello spazio e

la relativa anisotropia nello spazio come emerge chiaramente dal confronto delle stime di ϕ_1 e ϕ_2 con ϕ_3 e ϕ_4 . In particolare, si può notare come la stima di ϕ_2 sia non significativamente diversa da zero nel modello per θ il che concorre a mettere in evidenza la diversità strutturale dei due parametri in accordo con quanto illustrato dalle figure 10.

TAB. 4 - Stime dei parametri del modello (9) per b e θ .

	c_o	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	R^2
b_{st}	11.897	0.684 (0.042)	0.131 (0.034)	-0.278 (0.049)	0.457 (0.043)	0.996
θ_{st}	0.022	0.788 (0.022)	----- -----	-0.395 (0.089)	0.507 (0.041)	0.972

Le prime 15 ACF e PACF dei residui stimati del modello (9) per b e θ sono riportate nella tabella 5 e confermano l'idoneità del modello utilizzato per rappresentare la dipendenza dei due parametri dal tempo e dallo spazio. Ciò lo si evince chiaramente dalle rappresentazioni delle figure 13 e 14 in cui sono riportati i valori osservati per b e θ , i loro valori interpolati ed i relativi residui.

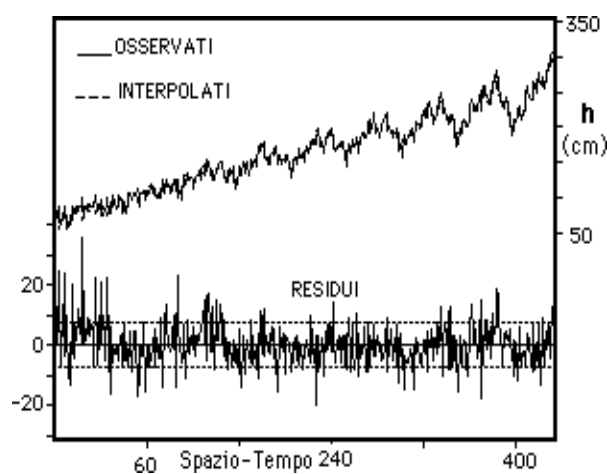


FIG.13 - Valori di b_{st} osservati, interpolati con il modello (9) e residui

(c) Analisi bivariata nello spazio

Coerentemente con l'obiettivo di analizzare i parametri in studio, come sistema dinamico bivariato, e modellarne statisticamente la variabilità intrinseca nello spazio e nel tempo, in questo paragrafo si cercherà di verificare ancora una volta la rispondenza dell'approccio multivariato fondato sull'impiego di modelli stato-spazio. Per rendere evidente la presenza di strutture spazio-temporali dei parametri, di seguito si riportano le rappresentazioni della figura 15.

Nonostante la dispersione dei punti, queste figure mostrano chiaramente l'esistenza di una dinamica spazio-temporale dello stato idrico del suolo allo studio.

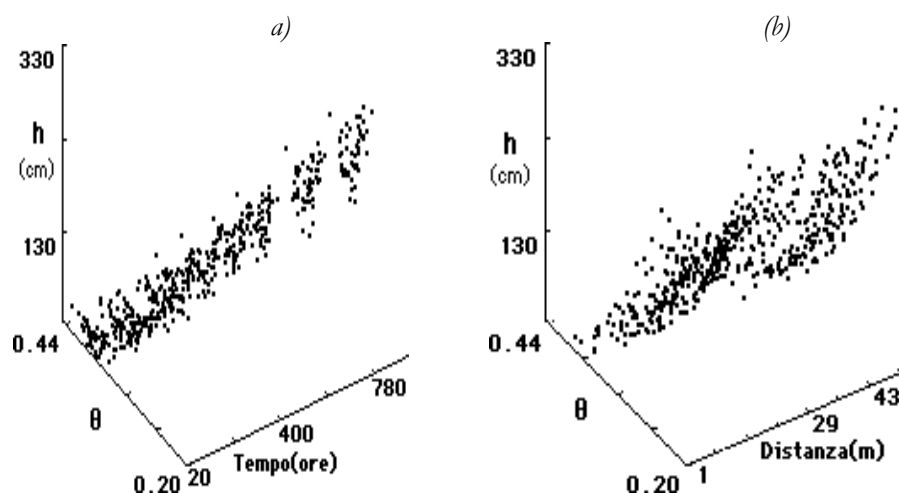


FIG. 15 - Valori di h e θ in funzione a) del tempo, b) dello spazio.

L'analisi della dinamica dei due parametri h e θ nella sola dimensione spaziale viene effettuata adattando ai dati, con il metodo di stima *3SLS* (*Three Stage Least Squares*), il seguente modello, particolareggiato del modello (7), bivariato:

$$\begin{cases} h_s = \alpha_0 + \alpha_1 h_{s-1} + \alpha_2 \theta_s + \alpha_3 \theta_{s-1} + a_s \\ \theta_s = \beta_0 + \beta_1 \theta_{s-1} + \beta_2 h_s + \beta_3 h_{s-1} + e_s \end{cases} \quad (10)$$

ottenendo, rispettivamente, per la 3°, 6° ed 11° campagna di rilevazione i risultati riportati nella tabella 6.

Le correlazioni stimate per i residui (a_s, e_s) sono risultate, rispettivamente per i tre modelli considerati, pari a 0.92, 0.83, -0.74. Le relazioni simultanee nello spazio, fra h e θ sono state significative per il modello che lega h_3, θ_3 ed il modello relativo ad h_6, θ_6 , mentre sono risultati statisticamente irrilevanti (come mostrano le ultime due righe della tabella 6 in cui i parametri $\alpha_2, \alpha_3, \beta_2$ e β_3 risultano non significativamente diversi da zero) per le relazioni fra h_{11} e θ_{11} , cioè per le osservazioni ottenute nelle ultime campagne di rilevazione. Questo implica che, almeno nell'esperienza qui analizzata, se si è interessati alle interrelazioni esistenti nello spazio fra h e θ è consigliabile effettuare rilevazioni a circa 150 ore dall'inizio del drenaggio.

TAB. 6 - *Stime dei parametri del modello (10).*

	1° Par	2° Par	3° Par	4° Par	R ²
h_3	76.11	0.504 (0.124)	-437.47 (144.88)	337.66 (114.48)	0.22
θ_3	0.150	0.711 (0.117)	-0.0013 (0.0004)	0.0007 (0.0003)	0.34
h_6	81.19	0.762 (0.096)	-511.00 (207.15)	331.36 (169.55)	0.64
θ_6	0.125	0.705 (0.103)	-0.0007 (0.0003)	0.0004 (0.0002)	0.55
h_{11}	-40.68	1.019 (0.087)	514.19 (392.61)	-360.64 (294.03)	0.78
θ_{11}	0.103	0.686 (0.107)	0.00032 (0.0002)	-0.004 (0.0002)	0.52

Maggiore espressività è, tuttavia, fornita dalle rappresentazioni delle figure 16 in cui i valori osservati, interpolati ed il relativo residuo del modello (4) per (h_6, θ_6) mettono in evidenza come il modello utilizzato sia in grado di spiegare nello spazio, in modo soddisfacente, le relazioni funzionali simultanee esistenti fra i due parametri idraulici considerati.

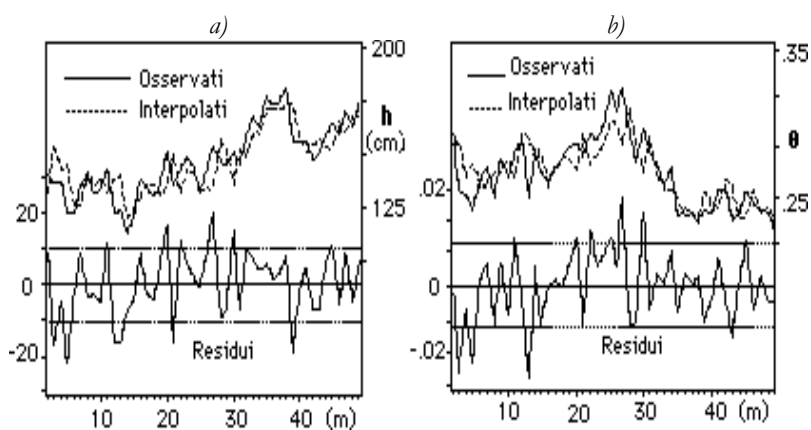


FIG. 16 - Valori osservati, stimati tramite le (10) e relativo residuo: a) h , b) θ .

(d) *Analisi bivariata nello spazio-tempo*

In questa sezione analizzeremo i due parametri idraulici θ ed h simultaneamente e nello spazio-tempo utilizzando una particolarezzazione del modello (7) ottenuta per $p_{s1} = p_{s2} = p_T = 1$ per cui il relativo modello bivariato si semplifica in un particolare $STAR(1,1,1)$ e precisamente nel seguente

$$\mathbf{X}_{s,t} = \mathbf{c}_o + \mathbf{A}_{LB} \mathbf{X}_{s,t} + \mathbf{e}_{s,t} \quad (11)$$

ove si è posto

$$\mathbf{A}_{LB} = \begin{pmatrix} \alpha_1 B + \alpha_2 L + \alpha_3 L^{-1} + \alpha_4 L^{-1} B^{-1} & \gamma \\ \delta & \beta_1 B + \beta_2 L + \beta_3 L^{-1} + \beta_4 L^{-1} B^{-1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{c}_o = \begin{pmatrix} \alpha_o \\ \beta_o \end{pmatrix}; \quad \mathbf{X}_{st} = \begin{pmatrix} \theta_{st} \\ h_{st} \end{pmatrix}$$

Questo modello, che è una immediata generalizzazione nello spazio-tempo del classico modello $AR(1)$ bivariato, esplicitamente si traduce nel sistema di equazioni lineari seguente:

$$\begin{cases} \theta_{st} = \alpha_0 + \gamma h_{st} + \alpha_1 \theta_{s,t-1} + \alpha_2 \theta_{s-1,t} + \alpha_3 \theta_{s+1,t} + \alpha_4 \theta_{s+1,t-1} + a_{st} \\ h_{st} = \beta_0 + \delta \theta_{st} + \beta_1 h_{s,t-1} + \beta_2 h_{s-1,t} + \beta_3 h_{s+1,t} + \beta_4 h_{s+1,t-1} + b_{st} \end{cases} \quad (12)$$

Dalla (11) segue immediatamente che se

- $\gamma=0$ allora non esiste una relazione lineare, statisticamente significativa del tipo $\theta(b)$;
- $\delta=0$ allora non esiste una relazione lineare, statisticamente significativa del tipo $h(\theta)$;
- $\gamma=\delta=0$ allora h e θ possono considerarsi statisticamente indipendenti;
- $\alpha_3=\alpha_4=\beta_3=\beta_4=0$ implica isotropia nel processo, ed anisotropia se almeno uno di quei parametri è diverso da zero.

Il modello (12) è stato applicato ai dati dell'esperimento utilizzando la procedura di stima *3SLS*. Questi dati, tenuto conto di quanto emerso nell'analisi spazio-temporale univariata e dall'analisi spaziale bivariata, sono stati divisi in tre sottogruppi a ciascuno dei quali è stato adattato un modello del tipo (12). Il primo gruppo di osservazioni riguarda le campagne 2°, 3° e 4°, il secondo gruppo ha preso in considerazione le campagne 5°, 6°, 7°, 8° mentre il terzo e restanti campagne 9°, 10° e 11°. In tal modo è stato possibile verificare se la struttura del modello e le relative interrelazioni di h e θ fossero sostanzialmente variate nel tempo.

Le stime di \mathbf{c}_0 , \mathbf{A}_{LB} (in parentesi sono riportati gli standard deviations delle stime) e Σ_e hanno fornito, rispettivamente:

(i) per il primo gruppo di misure i risultati seguenti:

$$\hat{\mathbf{c}}_0 = \begin{pmatrix} 0.0244 \\ 69.91 \end{pmatrix}; \quad \hat{\Sigma}_e = \begin{pmatrix} 0.000076 & -0.00113 \\ -0.00113 & 58.87 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{LB} = \begin{pmatrix} 0.651B + 0.192L + 0.405L^{-1} - 0.351B^{-1} & 0 \\ (0.058) & (0.066) & (0.091) & (0.081) & & \\ & -93.86 & & & 0.384B + 0.329L & \\ & (46.92) & & & (0.67) & (0.91) \end{pmatrix}$$

I valori di R^2 sono risultati, per ciascuna delle due equazioni, rispettivamente, pari a 0.84 e 0.70;

(ii) per il secondo gruppo di misure i risultati seguenti:

$$\hat{\mathbf{c}}_o = \begin{pmatrix} 0.0088 \\ 41.48 \end{pmatrix}; \quad \hat{\Sigma}_e = \begin{pmatrix} 0.000015 & 0.00076 \\ 0.00076 & 31.42 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{LB} = \begin{pmatrix} 0.880 B + 0.261 L^{-1} - 0.200 B^{-1} & 0 \\ (0.027) & (0.081) & (0.076) \\ -77.43 & 0.746 B + 0.244 B^{-1} \\ (31.23) & (0.065) & (0.064) \end{pmatrix}$$

I valori di R^2 sono risultati, per ciascuna delle due equazioni, rispettivamente, pari a 0.96 e 0.94.

(iii) per il terzo gruppo di misure i risultati seguenti:

$$\hat{\mathbf{c}}_o = \begin{pmatrix} -0.00041 \\ -2.48 \end{pmatrix}; \quad \hat{\Sigma}_e = \begin{pmatrix} 0.000021 & -0.0071 \\ -0.0071 & 40.100 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{LB} = \begin{pmatrix} 0.848 B + 0.113 L + 0.296 B^{-1} - 0.0278 L^{-1} & 0 \\ (0.045) & (0.047) & (0.094) & (0.088) \\ 0 & 0.668 B + 0.255 L + 0.147 B^{-1} \\ & (0.069) & (0.052) & (0.056) \end{pmatrix}$$

I valori di R^2 sono risultati, per ciascuna delle due equazioni, rispettivamente, pari a 0.92 e 0.95. Come si può notare, in questo terzo gruppo di osservazioni i due parametri b e θ risultano fra di loro statisticamente indipendenti. Ciò è da far risalire, probabilmente, alla forte non linearità esistente fra b e θ per i maggiori valori del tempo.

Nelle figure 17 sono riportati i valori osservati ed interpolati con il modello 11 per il secondo gruppo di osservazioni che sono risultati i più idonei per esprimere il legame simultaneo nello spazio-tempo fra b e θ .

Nella figura 18, invece, riportiamo in modo sintetico ed a titolo esemplificativo le prime dieci matrici bivariate sintetiche di auto-cross correlazioni dei residui.

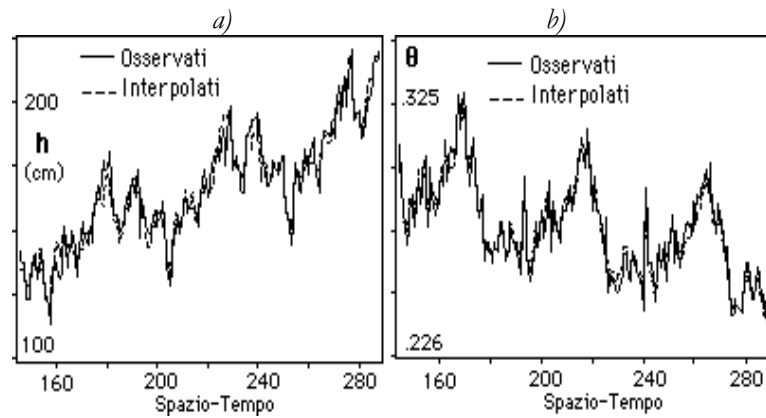


FIG. 17 - Valori osservati e interpolati con il modello (11) nel terzo gruppo di osservazioni: a) per h_{st} , b) per θ_{st} .

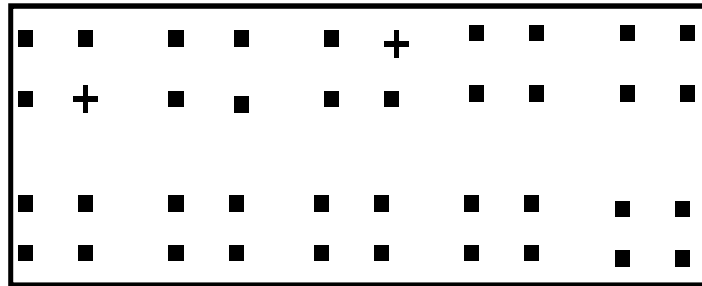


FIG. 18 - Matrici sintetiche di auto-cross correlazioni dei residui.

ove ■ indica le auto-cross correlazioni statisticamente non diverse da zero, + indica una auto-cross correlazione significativamente diversa da zero. Questa figura conferma che il modello utilizzato è da ritenersi accettabile visto che fra i residui non si evidenziano strutture auto-cross correlative sistematicamente significative (quelle significative sono solo 2 su 40).

Osserviamo che il ricorso alla variabile esogena $SABB$, che avrebbe dovuto tener conto delle condizioni strutturali del mezzo, non ha contribuito, in modo statisticamente significativo, a migliorare l'abilità dei modelli nella spiegazione della variabilità osservata dei parametri h e θ e per tanto è stata esclusa dall'analisi. Infatti, diversamente da quanto osservato da Saxton et al. (1986) ed alcuni altri Autori, non sono stati accertati relazioni sistematiche fra la percen-

tuale di sabbia ed i parametri allo studio. Ciò è dovuto, probabilmente, alla uniformità della frazione sabbiosa alla profondità cui si riferiscono le misure di b e θ . Identico discorso vale per la percentuale di argilla, di cui sono state fatte alcuni tentativi di analisi che non vengono qui presentate.

È da osservare, infine, che la limitata disponibilità di dati sperimentali non consente per ora una completa analisi fisica in senso formale e pertanto il potenziale teorico e le implicazioni pratiche di tali risultati nella modellizzazione dei processi di moto nei mezzi porosi insaturi necessitano ulteriori approfondimenti.

Tuttavia, a partire dalle conoscenze di cui si dispone e da una constatata associazione d'accuratezza e flessibilità dei modelli utilizzati, si desume che questi strumenti possono considerarsi adeguati per lo studio e l'interpretazione delle proprietà statistiche dei parametri idraulici del suolo. In ultima analisi, ciò rende possibile, e questo ha un estremo interesse pratico, includere le strutture di correlazione spazio-temporali e gli effetti multidimensionali nella simulazione stocastica dei processi di moto nei mezzi porosi non saturi eterogenei.

CAPITOLO 7

Equazioni differenziali stocastiche

1. *Introduzione*

Le leggi che regolano i processi di moto dell'acqua e dei soluti nel suolo trovano utile applicazione nello studio di una vasta gamma di problemi essenzialmente connessi alla conservazione del suolo, ai bilanci idrici, alla ricerca di modalità sempre più razionali nella somministrazione dell'acqua a scopi irrigui, nonché al controllo degli inquinanti.

Grazie alla messa a punto di tecniche numeriche di integrazione ed alla diffusione di calcolatori veloci in grado di risolvere in tempi accettabili le equazioni differenziali che reggono i processi di trasporto, da alcuni anni si possono definire dei modelli matematici, il più possibile, aderenti ai fenomeni reali e tali da fornire valutazioni quantitative anche in presenza di problematiche complesse e di non facile studio (Santini, 1979; Feddes et al., 1988). Tali modelli, basati sulle leggi del moto dell'acqua nei *mezzi porosi non saturi*, richiedono per le loro applicazioni di relazioni che legano il potenziale h della fase liquida al valore locale del contenuto d'acqua in volume θ e riferiscono a θ la conducibilità idraulica k . Osservazioni sperimentali tendenti al rilievo il più possibile diretto delle relazioni fra θ , h , k possono essere sviluppate attraverso prove in pieno campo. Di consueto vengono determinati campi di moto unidimensionali molto semplici curando altresì che durante lo svolgimento delle prove si abbiano nel sistema condizioni poco diverse da quelle relative ai processi di moto allo studio. Dispositivi di misura, meglio se automatici, opportunamente scelti ed ubicati in pieno campo devono consentire la definizione, alla profondità z assegnata, delle caratteristiche locali del moto e precisamente del contenuto d'acqua θ , del potenziale h , della densità di flusso q e del corrispondente gradiente del potenziale del campo $H = h - z$ (Green et al., 1991).

Bisogna tuttavia tenere presente che la validità dei risultati forniti dai modelli

dipende dalla qualità dei dati d'ingresso, che per valutazioni di pieno campo sono in larga parte influenzati dalla variabilità spaziale delle proprietà idrauliche dei suoli.

Indubbiamente, l'evoluzione di maggior rilievo si è avuta nello studio della circolazione sotterranea con il ricorso a procedimenti stocastici che sfruttano le tecniche di simulazione *Monte Carlo* e di perturbazione spettrale introdotte in idrogeologia rispettivamente da Freeze (1975) e Bakr et al. (1978). In effetti, la tecnica di simulazione Monte Carlo comporta: la generazione di valori pseudo casuali dei parametri idraulici di input, le soluzioni deterministiche delle equazioni del moto per ciascuna realizzazione dei parametri di input e, come risultato finale, una funzione di densità di probabilità dei parametri di output che riflette la natura stocastica delle predizioni dei modelli in funzione della eterogeneità del mezzo poroso. La teoria dell'analisi spettrale è, invece, utilizzata per risolvere forme perturbate delle equazioni differenziali stocastiche che descrivono il moto dell'acqua nei mezzi porosi. In questi casi il risultato finale è una soluzione in forma chiusa che descrive le proprietà statistiche dei parametri di output in funzione delle proprietà statistiche dei parametri di input.

In questo indirizzo, solo recentemente gli stessi sviluppi metodologici, in gran numero proposti relativamente ai mezzi saturi, hanno trovato utile estensione nell'analisi dei processi di moto sia unidimensionali che multidimensionali nei mezzi porosi non saturi (Anderson e Shapiro, 1883; Unlu et al., 1990). In ogni caso, come dimostrato da Bakr et al. (1978), Smith e Freeze (1979), Anderson e Shapiro (1983), Unlu et al. (1990), soprattutto nell'analisi multidimensionale dei processi di moto, sia in mezzo saturo che insaturo, più rispondenti risultano le soluzioni stocastiche offerte da quei modelli che prendono in considerazione la struttura spaziale dei parametri idraulici, la cui esistenza, nel caso dei suoli, viene suggerita dagli stessi caratteri delle formazioni geologiche.

Per un più proficuo utilizzo dei dati nei modelli stocastici, un'altra possibilità è rappresentata dal ricorso al concetto di *similitudine geometrica* dei mezzi porosi da qualche tempo ipotizzato da Miller e Miller 1956 (vedi il capitolo 3 di questo lavoro). Assumendo che la teoria di similitudine risulti verificata in condizioni di pieno campo, i valori locali delle proprietà idrauliche misurate in zone diverse, r , possono dedursi dai corrispondenti valori medi attraverso la distribuzione spaziale del valore locale di opportuno rapporto di similitudine α . In questo modo è possibile pervenire alla caratterizzazione idraulica per le varie zone conoscendo la distribuzione nello spazio di α e le curve medie dei parametri idraulici nel dominio considerato.

Incorporando tali fattori di scala, con l'ausilio di espressioni matematiche della loro varianza statistica e geostatistica, in modelli deterministici è possibile


simulare il processo di moto dell'acqua e dei soluti con assegnato livello di probabilità. La potenzialità della procedura può essere esaltata considerevolmente se i fattori di scala potranno dedursi mediante correlazioni con proprietà del suolo di più semplice determinazione quali: la tessitura, la porosità, la densità ecc. Di interesse risultano a tale riguardo gli studi di Hopmans et al. (1988) ed alcune applicazioni fornite da Warrick e Amoozegar-Fard (1979).

Vi è infine oggi la possibilità di usare modelli di funzioni di trasferimento che trattano la trasformazione di un input in seno al profilo del suolo in un output senza che sia richiesta alcuna conoscenza o modellamento del meccanismo interno al profilo. Tali modelli sono stati impiegati recentemente da Jury (1982) per studiare il moto dei soluti nel suolo.

Per mostrare le conseguenze della variabilità spaziale dei parametri idraulici del suolo su alcuni processi di moto si riportano nel seguito, per completezza di documentazione, tre esempi numerici tratti dalla letteratura.

2. Studio dell'infiltrazione su suolo PANOCHE

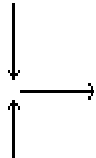
TAB. 1 - Leggi del moto dell'acqua nel suolo

Nozioni concettuali	Formulazione matematica	Teoria
L'acqua muove per gravità e capillarità	$q = -k(b) \left[\frac{\partial b}{\partial z} - 1 \right]$	
		$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{\partial k}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$
L'acqua (la massa) è conservata	$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial \theta}{\partial z}$	
Darcy (1856) - Buchingham (1907) - Richards (1931) - Childs (1969) - Philip (1969)		
In cui q è la densità di flusso, k la conducibilità idraulica, b il potenziale, θ il contenuto d'acqua, D la diffusività, z lo spazio nella direzione del moto e t il tempo.		

Come accennato nel capitolo 3, i fattori di scala α consentono di generalizzare le equazioni dei processi di trasporto dell'acqua e dei soluti in un mezzo poroso omogeneo in equazioni in cui figurano i valori medi adimensionali dei parametri idraulici del suolo.

Per un breve richiamo delle fondamentali equazioni di moto si rimanda per semplicità alle tabelle 1 e 2 in cui le notizie sono disposte in modo da cogliere e ricordare facilmente l'ordine e le considerazioni concettuali essenziali.

TAB. 2 - Leggi del moto dell'acqua in fase di vapore in atmosfera.

Nozioni concettuali	Formulazione matematica	Teoria (BIG LEAF)
Calore e vapore acqueo allontanati con moto turbolento dalla chioma della coltura	$\lambda E = -\rho \frac{c_p}{\gamma} k_E \frac{\partial e}{\partial z}$ $H = -\rho c_p k_H \frac{\partial T}{\partial z}$	
		$\lambda E = \frac{\Delta(R_n - G) + c_p(e_{z_c}^* - e_{z_c})}{\frac{r_a}{\Delta + \gamma(r_a + r_c)}} \frac{1}{r_a}$
Calore e massa vengono conservati	$H + \lambda E = R_n - G$	
<i>Penman (1948) - Monteith (1965)</i>		
<p>In cui ρ è la densità dell'aria; c_p il calore specifico dell'aria; γ la costante psicometrica; e la tensione di vapore; k_E e k_H rispettivamente coefficienti di trasporto del vapore e del calore; H flusso di calore sensibile; λ calore latente di vaporizzazione; E flusso di calore latente; R_n radiazione netta; G flusso di calore nel suolo; Δ pendenza della curva pressione di saturazione-temperatura; r_a resistenza aerodinamica; r_c resistenza della superficie evaporante.</p>		

Si faccia ora riferimento all'equazione differenziale che regge il moto

dell'acqua proposta da Childs. Se in tale equazione, al posto di θ si sostituisce il grado di saturazione

$$S = \frac{\theta}{\theta_s}$$

con θ_s il contenuto idrico alla saturazione, e al posto di x e t le grandezze adimensionali:

$$X = \alpha_r x; \quad T = \frac{\alpha_r^3}{\theta_s} t$$

si perviene equivalentemente alla seguente

$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\hat{D} \frac{\partial S}{\partial X} \right) - \frac{\partial \hat{k}}{\partial X} \quad (1)$$

in cui

$$k = \alpha_r^2 \hat{k}; \quad h = \frac{\hat{h}}{\alpha_r}; \quad \hat{D} = \hat{k} \frac{dh}{dS}$$

Il vantaggio offerto dalla (1) consiste nel fatto che è sufficiente un'unica soluzione in termini di X e T per tutti i valori scelti di x e t . I risultati sono estensibili a mezzi in similitudine geometrica che hanno le stesse relazioni α_r , \hat{h} , \hat{k} .

Nel caso di processi d'infiltrazione una soluzione della (1) alle condizioni iniziali e al contorno seguenti

$$S(X, 0) = S_i; \quad S(0, T) = S_F,$$

con S_i ed S_F rispettivamente il grado di saturazione iniziale e finale, è data da

$$X = \lambda(S) T^{1/2} + \mathcal{X}(S) T + \omega(S) T^{3/2} + \dots \quad (2)$$

in cui $\lambda(S)$, $\mathcal{X}(S)$ ed $\omega(S)$ ed ogni altro addizionale termine della serie può essere determinato analiticamente come descritto da Philip (1969).

Warrick e Amoozegar-Fard (1979), per descrivere il processo di infiltrazione su suolo *PANOCHÉ*, hanno adottato la soluzione semi - analitica (2) del Philip. I valori λ , \mathcal{X} ed ω calcolati da questi Autori sono forniti per le applicazioni nella tabella 3.

Il massimo valore del grado di saturazione $S = 0.939$ rappresenta il valore di

S per questo risulta k prossimo alla velocità media di infiltrazione del suolo *PANOCHE* pari a 14.6 cm/giorno . I valori della tabella risultano validi per tutti i fattori di scala la cui distribuzione viene riportata nella figura 1

TAB. 3 - Valori di λ , χ ed ω

s	λ	χ	ω
0.939	0.00	0.00	0.000
0.867	18.4	4.92	0.778
0.798	22.8	4.15	0.687
0.728	24.2	3.79	0.592
0.657	24.8	3.63	0.591
0.587	25.1	3.55	0.591
0.517	25.3	3.50	0.592
0.446	25.5	3.47	0.592
0.376	25.5	3.45	0.592
0.303	25.6	3.44	0.592
0.235	25.6	3.43	0.592
0.164	25.6	3.43	0.592
0.094	25.6	3.43	0.592
0.024	25.6	3.43	0.592
0.000	∞	3.43	0.592

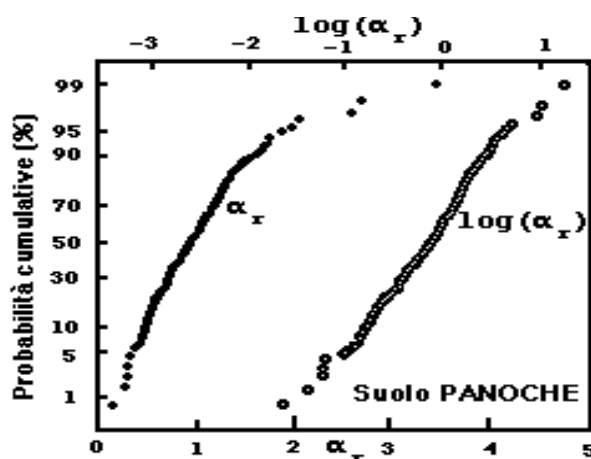


FIG. 1 - Distribuzioni dei fattori di scala α e dei $\log(\alpha)$ calcolati per le proprietà idrauliche del suolo *PANOCHÉ*.

È stato poi possibile per gli Autori studiare l'infiltrazione in siti specifici per gli assegnati valori di α_i . I calcoli sono stati effettuati utilizzando per \hat{h} la seguente funzione ridotta

$$\hat{h} = \frac{-6020(0.206 - S + 2.14S^2 - 2.04S^3 + 0.694S^4)}{S}$$

e la corrispondente funzione di conducibilità:

$$\log(\hat{k}) = -23.3 + 75 S - 103 S^2 + 55.7 S^3$$

Nella figura 2 sono mostrati i profili di contenuto d'acqua per $\alpha = 0.62; 0.87; 1.23$ corrispondenti rispettivamente ai propri quartili; inoltre la media e la deviazione standard di $\log(\alpha)$ sono risultate rispettivamente pari a -0.136 e 0.512 . I più elevati valori di α identificano regioni del campo di moto più permeabili e dalla medesima figura si nota anche che per gli assegnati valori del tempo t i profili risultano più allungati di quelli dei siti relativi agli $\alpha = 0.67$ ed $\alpha = 0.62$. Pertanto, i fattori di scala in questa specifica situazione allo studio riflettono quantitativamente la distribuzione di regioni del campo di moto in cui la velocità di infiltrazione dell'acqua risulta classificabile rispettivamente come: *elevata, media e lenta*.

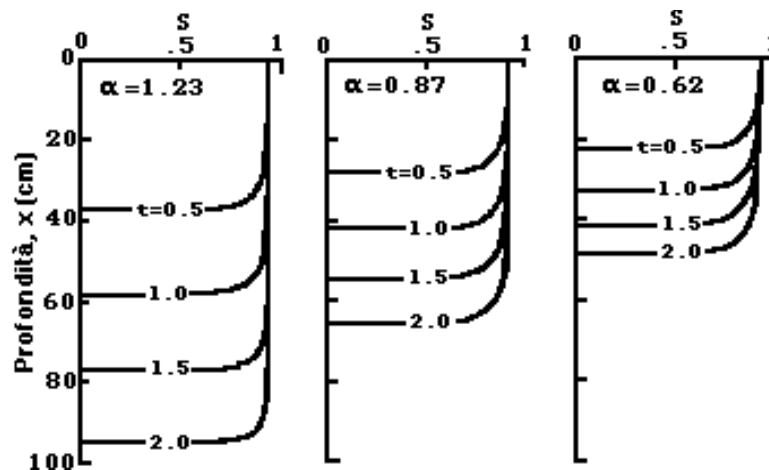


FIG. 2 - Profili di umidità per differenti valori di α .

3. Studio del moto dei soluti su suolo PANOCHE con modello convettivo-dispersivo

Nell'ultimo decennio i molteplici problemi connessi con la tutela dal degrado del suolo e delle circolazioni idriche, con il recupero di risorse non convenzionali, con una razionale gestione coordinata di risorse diverse, hanno portato ad un'innovativa sensibilità per i processi che impegnano sistemi naturali. È stata confermata la pericolosità dei processi d'inquinamento diffuso nei riguardi delle risorse sotterranee, particolarmente vulnerabili per ampiezza della superficie di contorno direttamente esposta ad apporti da riferire all'uso agricolo del territorio.

In quest'ambito, alcuni fondamentali approfondimenti teorici sperimentali sono da ricondursi agli studi pionieristici di Biggar e Nielsen (1976). In questa sede, per brevità, si richiama che il moto dei soluti in un mezzo poroso è legato strettamente alla velocità con cui muove la fase liquida. Ioni Cl^- e NO_3^- muovono facilmente con l'acqua che trasporta naturalmente anche ioni relativamente meno mobili come NH_4^+ , molecole organiche e soluti reattivi.

Allorché l'acqua s'infiltra alla superficie di un suolo di omogenee proprietà fisiche, è dato osservare il formarsi di un fronte di inumidimento in sovrapposizione al contenuto d'acqua antecedente. L'acqua in effetti, infiltrandosi, muove insieme al soluto impegnando tutto lo spazio poroso disponibile (vedi la figura 3a) e risulta praticamente dispersa intorno all'interfaccia che separa la soluzione che si infiltra da quella residente. Nel caso invece, di soluti reattivi essi sono fissati sul complesso di scambio del suolo e conseguentemente il fronte del soluto sarà ritardato (vedi figura 3b) con un fattore di ritardo R che assume la forma:

$$R = 1 + \frac{\rho}{\theta} k$$

in cui ρ è la quantità di soluto adsorbito e k è la pendenza dell'isoterma di adsorbimento che nel caso lineare assume la forma

$$C_a = k C_l$$

in cui C_a è la concentrazione adsorbita e C_l è la concentrazione in soluzione. Speciali forme di isoterme sono riportate, a titolo di esempio, nella figura 4.

Un appropriato modello matematico per descrivere il moto di un soluto non reattivo in un mezzo poroso omogeneo a θ costante, in assenza di pozzi e sorgenti del soluto, è dato dalla seguente equazione differenziale d'ora in poi denominata modello convettivo - dispersivo (CD)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} \quad (3)$$

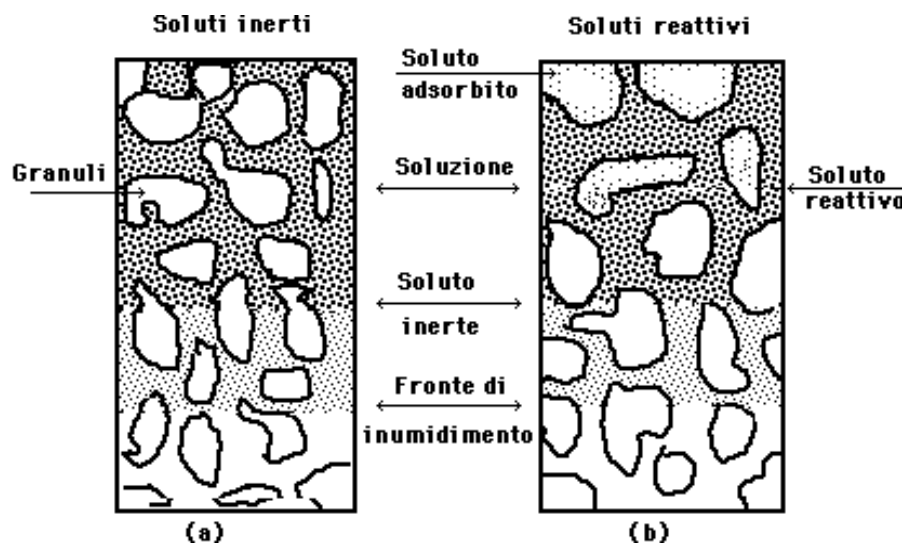


FIG.3 - Schematizzazione del moto di soluto (a) inerte, (b) reattivo

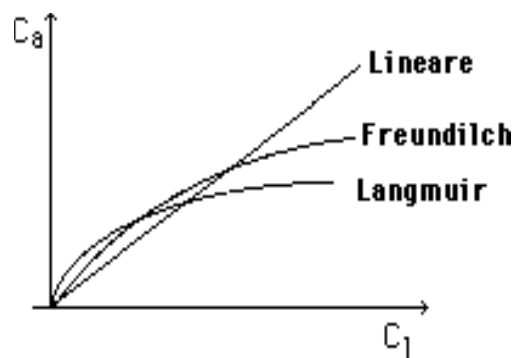


FIG. 4 - Modelli di isoterme di adsorbimento

Nella (3) C è la concentrazione del soluto, D è il coefficiente di dispersione idrodinamica (L^2/T), v è la velocità di trasporto data dal rapporto fra la densità di flusso idrico, q , con cui viene alimentata la superficie del mezzo poroso e il contenuto idrico, θ , del mezzo stesso, x è la distanza nella direzione del moto mentre t è il tempo.

La velocità ed il coefficiente di dispersione possono anche essere considerati come parametri di calibratura del modello atti a fornire il migliore adattamento ai dati di concentrazione osservati. Una soluzione dell'equazione (3), soggetta alle condizioni al contorno del campo di moto

$$c(0, t) = 0 \quad \text{per } t < 0$$

$$c(0, t) = c_0 \quad \text{per } t > 0$$

ed alla condizione iniziale $c(x, t) = 0$, è data da

$$c(x, t) = \frac{1}{2} c_0 \left\{ \operatorname{erfc} \left[\frac{x - vt}{2\sqrt{Dt}} \right] + \exp \left(\frac{vx}{D} \right) \operatorname{erfc} \left[\frac{x + vt}{2\sqrt{Dt}} \right] \right\} \quad (4)$$

ove con erfc si è indicata la funzione errore complementare, cioè:

$$\operatorname{erfc}(w) = 1 - \operatorname{erf}(w) = 2 \int_{-\infty}^w \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{z^2}{2} \right) dz = 2\Phi(w), \quad \forall w \leq 0$$

con $\Phi(w)$ la funzione di ripartizione della normale standardizzata.

La calibratura del modello alla profondità z del mezzo può essere effettuata con un algoritmo iterativo di ottimizzazione che minimizza gli scarti tra valori osservati e calcolati. Alcune soluzioni computerizzate possono ottenersi mediante il programma *CXFIT* scritto da Parker e van Genuchten (1984).

Una rappresentazione su base deterministica dei valori normalizzati della concentrazione C/C_0 in funzione della profondità del suolo *PANOCHÉ* è riportato nella figura 5 (vedi curva (a)) ripresa da Biggar e Nielsen (1976).

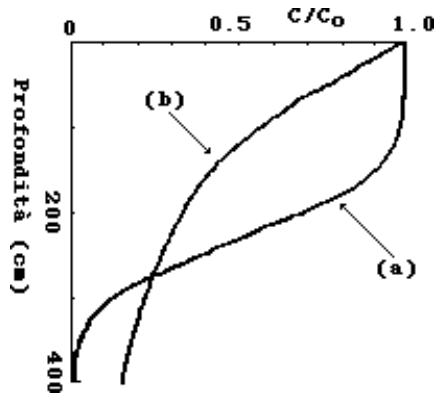


FIG. 5 - Concentrazioni C/C_0 in funzione della profondità del profilo di suolo PANOCHÉ per $t=5$ giorni: (a) caso deterministico, (b) simulazione Monte Carlo.

I calcoli sono stati effettuati assumendo per D e ν rispettivamente i valori di $370\text{cm}^2/\text{giorno}$ e $44\text{cm}/\text{giorno}$. Si nota come il fronte del soluto risulti sigmoide con $C/C_0 = 0.5$ approssimativamente posto alla profondità di circa 220 cm .

Una seconda rappresentazione, pure riportata nella figura 5 (vedi curva (b)), si riferisce alla concentrazione media calcolata con i parametri ν e D distribuiti lognormalmente ed assumendo come media e deviazione standard dei logaritmi di ν rispettivamente i valori di 3.01 ed 1.25 e come media e deviazione standard dei logaritmi di D i valori di 4.42 ed 1.94 . In questo caso la curva citata è stata ottenuta tramite una simulazione Monte Carlo che può considerarsi una procedura *step-wise* del seguente tipo:

- (1) si generano n valori pseudo-casuali di una normale standardizzata Z (media zero e deviazione standard unitaria);
- (2) si generano gli n valori di $Y = \log D$, tramite la trasformazione lineare

$$Y = \sigma (\log D) + \mu;$$

- (3) si derivano gli n valori di D tramite la trasformazione esponenziale

$$D = \exp\{Y\};$$

- (4) tramite la (4) si derivano i valori di C/C_0 per ogni coppia di x e t ;
- (5) si ripete la procedura (1)-(4) sopra descritta per almeno 1000 volte;

(6) si calcolano i valori medi per ciascuna iterazione che vengono riportati su un grafico (vedi la figura 5, curva (b)).

Con riferimento al profilo mostrato dalla curva (b) della figura 5 si nota come detto profilo non risulti più sigmoide bensì iperbolico. La profondità per cui si ha $C/C_0 = 0.5$ risulta approssimativamente pari a 130cm mentre nel caso deterministico risulta pari a circa 220cm . A causa della maggiore variabilità delle velocità v ci saranno siti capaci di trasportare il soluto alle maggiori profondità del profilo laddove C/C_0 risulterà maggiore del caso deterministico. Nella zona intermedia del profilo, a causa della minore velocità del soluto, è dato osservare le minori concentrazioni.

4. Il problema della validità dei modelli convettivi-dispersivi

Il problema della validità dei modelli CD è legato essenzialmente ad un problema di scala. È noto infatti che i modelli CD sono asintoticamente diffusivi e ciò implica *scale spaziali lagrangiane*.

Dato un campo di moto con variabilità spaziale dei parametri del mezzo poroso, sede del moto, caratterizzati da una stazionarietà di secondo ordine, si definisce scala lagrangiana del sistema quella distanza macroscopica l_m , nella direzione del moto, alla quale ogni molecola di soluto ha avuto l'opportunità di esperire ovvero di campionare efficientemente in senso statistico le locali velocità del campo associabili alla eterogeneità del mezzo poroso. A tale caratteristica scala spaziale, si assume che il coefficiente di dispersione idrodinamica D abbia raggiunto un valore pressoché costante.

Una semplice schematizzazione assunta ad illustrare questo criterio di validità dei modelli CD è quella riportata nella figura 6. Nella situazione mostrata il mezzo di trasporto risulta costituito da due domini porosi paralleli: (a) e (b), con differenti livelli di contenuto idrico θ_1 e $\theta_2 = 2\theta_1$, con differenti velocità della fase liquida rispettivamente pari a v_1 e $v_2 = 0.5v_1$. Come è evidente, il modello CD cadrà in difetto per i minori valori del tempo ($t=t_1$ e $t=t_2$), mentre può essere applicato solo per i maggiori valori del tempo $t = t_3$ allorché i fronti del soluto si riallazieranno in unico fronte che muove con una velocità media pari a $3v_1/4$.

Un interessante metodo di calcolo della scala lagrangiana del sistema di moto è quello fornito da Germann (1982):

(1) con riferimento alla curva di ritenzione $b(\theta)$ del mezzo poroso cui si fa riferimento, l'asse del contenuto idrico viene suddiviso in m ($0 \leq j \leq m$) intervalli di ampiezza $\Delta\theta$,

(2) si calcola il raggio medio del poro equivalente R_j nell'intervallo j mediante la seguente

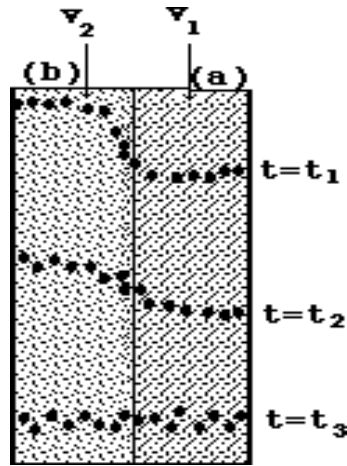


FIG. 6 - Fronte di avanzamento di un ipotetico soluto per $v=v_1$ nel dominio (a), $v_2 = v_1/2$ nel dominio (b).

$$R_j = \frac{-4 \tau}{[b(\theta_{j+1}) + b(\theta_j)] \rho g}$$

ove $\tau (ML^{-1})$ è la tensione superficiale dell'acqua; $\rho (ML^{-3})$ è la densità; $g (LT^{-2})$ è l'accelerazione di gravità;

(3) si calcola il numero N_j dei pori di classe j

$$N_j = \frac{A \Delta \theta}{R_j^2 \pi N_1} \quad (5)$$

in cui $A (L^2)$ è l'area della sezione trasversale del campione di suolo; $\Delta \theta = (\theta_{j+1} - \theta_j) > 0$ ed N_1 è il numero di particelle nella classe 1 che è assunta essere quella con pori di più grande diametro;

(4) la scala lagrangiana risulterà data da

$$l = 2 \sum_{j=1}^m R_j N_j \quad (6)$$

Germann, con riferimento agli studi condotti negli USA da Clapp e Hormberger (1978) su suoli di differenti tessiture, ha calcolato, applicando le equazioni (5)-(6) al modello di Campbell (1974) (per maggiori dettagli si rimanda a quanto detto nel capitolo 5 di questo lavoro), alcuni nomogrammi che forniscono l_m in funzione del parametro b ($4 \leq b \leq 12$) che compare nel modello di Campbell, mediante un fascio di curve paramtrate in termini di S (grado di saturazione). Nella figura sono riportate le varie classi di tessitura esaminate: a = sabbiosa, b = limoso-franco, c = sabbioso-argilloso-franco, d = argilloso-franco, e = sabbioso-argilloso e limoso argilloso, f = argilloso.

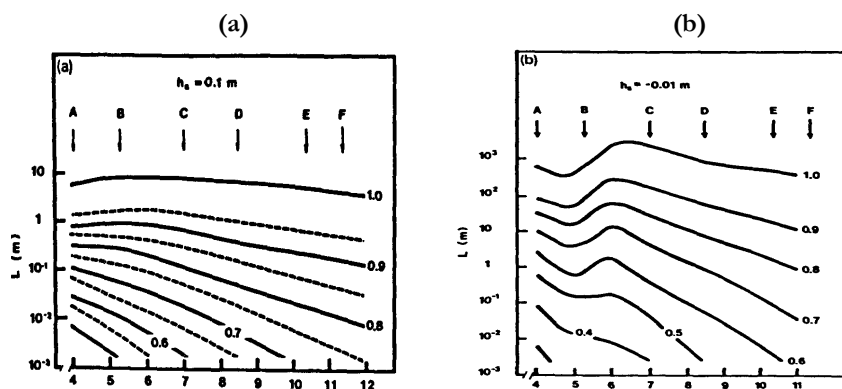


FIG. 7 - Scale lagrangiane in funzione del parametro b : (a) $h = -0.1$ m, (b) $h = -0.01$ m. Le frecce indicano varie classi di tessitura.

Germann ha anche stimato numericamente i valori di l_m in funzione della diffusività $D(\theta)$, con

$$D(\theta) = k \frac{db}{d\theta}$$

I risultati sono riportati nella figura 8.

Come si evince dalle rappresentazioni fornite, esiste innanzitutto una relazione significativa fra l_m ed il grado di saturazione S del mezzo poroso.

Matheron e De Marsily (1980) ritengono che, anche se non esistono sufficienti riscontri sperimentali, nel caso degli acquiferi sia plausibile ipotizzare che l_m possa assumere valori nel campo $0.1 \leq l_m \leq 10m$. Pertanto, ciò che va assolutamente sottolineato è che i parametri dei modelli CD valutati in sistemi con scale spaziali inferiori a quelle lagrangiane non possono essere impiegati per effettuare previsioni alle maggiori profondità dei profili considerati.

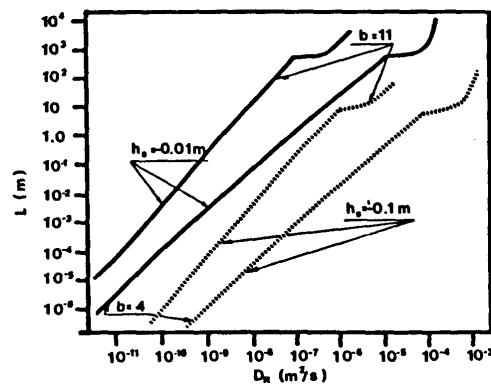


FIG. 8 - Scale lagrangiane in funzione della diffusività.

5. Modelli funzioni di trasferimento (TFM)

Diversamente dalle condizioni vigenti nei mezzi porosi omogenei, in ricorrenti situazioni di pieno campo, le variazioni di struttura e tessitura del suolo comportano significative variazioni dei processi di moto, inoltre alcune anomalie geometriche (vedi figura 9) possono creare vie preferenziali del moto e conseguentemente le scale spaziali e temporali del processo di scambio di massa tra differenti porzioni della matrice porosa in cui la fase liquida muove, possono notevolmente differire. È da considerare che in laboratorio vengono di consueto impiegati monoliti di suolo di forma colonnare di diametro dell'ordine di $0.20m$ e di altezza di circa $1m$ e che lo spessore di suolo in cui si sviluppano gli apparati radicali delle colture ha all'incirca la stessa scala spaziale nella direzione del moto mentre le dimensioni laterali possono variare da $0.10m$ a $1000m$ e più.

Inoltre, nei mezzi porosi strutturati, come affermato da Germann e Beven (1982), sono attese scale lagrangiane con valori maggiori dello spessore del mezzo considerato, in altre parole, l_m tende a diventare indefinitamente grande.

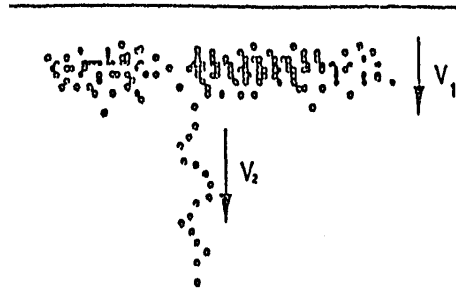


FIG. 9 - Schematizzazione di particolare tipo di trasporto attribuibile a via preferenziale

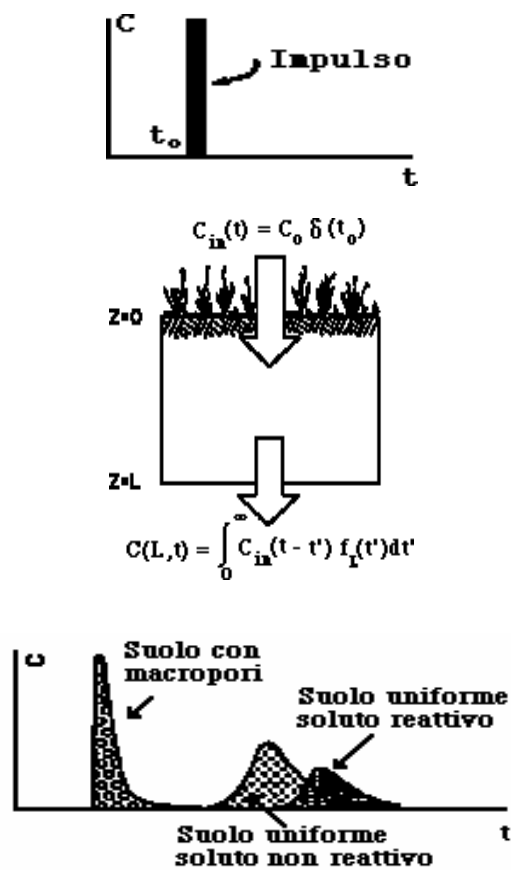


FIG. 10 - Interpretazione del modello di Jury.

Di fronte a tale significativa distorsione delle scale di trasporto non deve sorprendere che i modelli *CD* cadano in difetto allorché riferiti a mezzi porosi eterogenei e le difficoltà di implementazione di detti modelli sono destinate a crescere con l'estensione dell'area in studio.

Recentemente Jury (1982) ha formulato un modello stocastico detto funzione di trasferimento, *TFM*, di cui una schematizzazione è riportata in figura 10. In tale modello vengono rimosse le assunzioni restrittive proprie dei modelli *CD* e può essere applicato a problemi di differente scala. Il modello implica che durante il moto non muti la massa del soluto e richiede soltanto la conoscenza della funzione di densità di probabilità del soluto $f_L(t)$. Tale funzione caratterizza la dinamica interna del volume di trasporto e trasforma un segnale di ingresso, matematicamente modellabile con la funzione δ di Dirac (vedi il paragrafo seguente), in un segnale di uscita tramite l'integrale di convoluzione:

$$C(L, t) = \int_0^{\infty} C_{in}(t-t') f_L(t') dt'$$

ove $C(L, t)$ è la concentrazione osservata del soluto al tempo t ed alla quota $z = L$, C_{in} è la concentrazione applicata alla superficie $z = 0$, mentre $f_L(t)dt$ è la probabilità che una molecola di soluto applicata alla superficie del suolo $z = 0$ al tempo $t = 0$ si presenti all'interfaccia posta a quota $z = L$ nel lasso temporale $t, t+dt$.

6. Misura dei parametri del TFM

Per la misura della funzione di densità di probabilità di un soluto non reattivo è necessario ricorrere ad esperimenti di moto miscibile: in breve con vari dispositivi all'uopo approntati, un impulso di soluto di massa M_0 viene applicato alla superficie di ingresso del sistema di moto e si procede in contemporanea al monitoraggio della concentrazione $C(t)$ a prefissata profondità $z = L$. Questa operazione può essere matematicamente rappresentata mediante la funzione δ di Dirac. Tale funzione può definirsi come il limite, per $\sigma \rightarrow 0$, della funzione di distribuzione di probabilità della gaussiana:

$$\delta(t) = \lim_{\sigma \rightarrow 0} f(t; \sigma)$$

ove si è posto

$$f(t; \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}t^2\right\}$$

È facile verificare che risulta

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1; \quad \delta(t) = 0 \quad \forall t \neq 0$$

Indipendentemente dalla geometria del sistema risulta

$$f_L(t) = M_o^{-1} C_{out}(t) \quad (7)$$

in cui C_{out} è la concentrazione del soluto in uscita.

M_o , che non necessariamente deve essere misurato all'ingresso del sistema, si può calcolare a partire dalla massa di soluto raccolto in uscita mediante la seguente espressione

$$M_o = \int_0^{\infty} C_{out}(t') dt' \quad (8)$$

Una volta ottenuta la $f_L(t)$ si valuta la frazione del volume del mezzo poroso in cui ha sede il trasporto del soluto θ_{st} rapportando il primo momento della $f_L(t)$ alla effettiva lunghezza del volume di trasporto. Il valore θ_{st} risulta approssimativamente pari alla frazione di θ che partecipa direttamente al processo di moto che nel caso dei modelli *CD* prende il nome di acqua mobile (Parker e van Genuchten, 1984). Mediante la (7) e la (8) si dimostra che la $f_L(t)$ ha la proprietà

$$\int_0^{\infty} f_L(t) dt = 1.$$

Da questa proprietà segue immediatamente che $f_L(t)$ è una funzione di densità di probabilità. Pertanto, essa può essere approssimata da una distribuzione di

probabilità nota funzione di un numero limitato di parametri incogniti e da stimare utilizzando i dati sperimentali. Ciò consente di adattare i risultati dell'integrazione ai dati di concentrazione sperimentalmente ottenuti.

È da tenere presente che i parametri del trasporto misurati in pieno campo quasi sempre possono essere approssimati da una legge di distribuzione lognormale. Per tale tipo di distribuzione la funzione di densità di probabilità $f_L(t)$ è data da (vedi il paragrafo 4 del capitolo 1 di questo lavoro):

$$f_L(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma t} \exp \left\{ -\frac{(\log t - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (9)$$

in cui μ è la media dei $\log t$ e σ^2 la corrispondente varianza.

D'altra parte, il modello *CD* visto nella (3), per le stesse condizioni al contorno ed iniziali, fornisce una funzione di densità di probabilità detta anche distribuzione di Fick data da

$$f_L(t) = \frac{L}{2\sqrt{\pi D t^3}} \exp \left\{ -\frac{(L - vt)^2}{4Dt} \right\} \quad (10)$$

I parametri D , v , σ e μ sono da stimare o con il *metodo dei minimi quadrati*, o con quello dei *momenti*, o con il metodo della *massima verosimiglianza*. Queste funzioni consentono di pervenire a risultati identici allorché calibrate alla medesima profondità L del sistema di moto (Simmons, 1982), tuttavia, quando le proprietà del sistema di moto non sono statisticamente identiche alle profondità $z > L$, esse forniscono, invece, previsioni sulla concentrazione del soluto nettamente diverse. Jury e Sposito (1985) hanno anche dimostrato che le varianze relative alle (9) e (10) risultano rispettivamente:

$$\text{var}_{(z_{TFM})}(t) = z^2 L^2 \exp(2\mu) [\exp(2\sigma^2) - \exp(\sigma^2)]$$

$$\text{var}_{(z_{CD})}(t) = 2Dz v^{-3}$$

e conseguentemente, poiché nel primo caso la varianza cresce con il quadrato della profondità z e nel secondo linearmente con z , quando si applica il modello lognormale è attesa una maggiore dispersione del soluto a parità di profondità.

Attualmente, una carenza di osservazioni sperimentali in pieno campo preclude una scelta preferenziale tra i due modelli proposti.

In conclusione, il modello *TFM*, anche se calibrato in varie situazioni

sperimentali, richiede una robusta validazione alle maggiori profondità del suolo soprattutto nel caso di soluti reattivi che subiscono profonde trasformazioni fisiche, chimiche e biologiche. In ogni caso, il modello *TFM* offre il vantaggio teorico di incorporare la variabilità spaziale del mezzo di trasporto e non richiede una esplicita formulazione dei processi che operano all'interno del mezzo poroso, mentre il numero intensivo di misure da effettuare per risolvere le equazioni può rappresentare un limite.

7. Esperimenti di moto miscibile

In laboratorio si utilizzano campioni di forma colonnare alimentati dall'alto con soluzioni caratterizzate da assegnati parametri chimici. Per tale colonne la distribuzione $C(L, t)$ corrisponde all'effluente che può essere monitorato alla loro base.

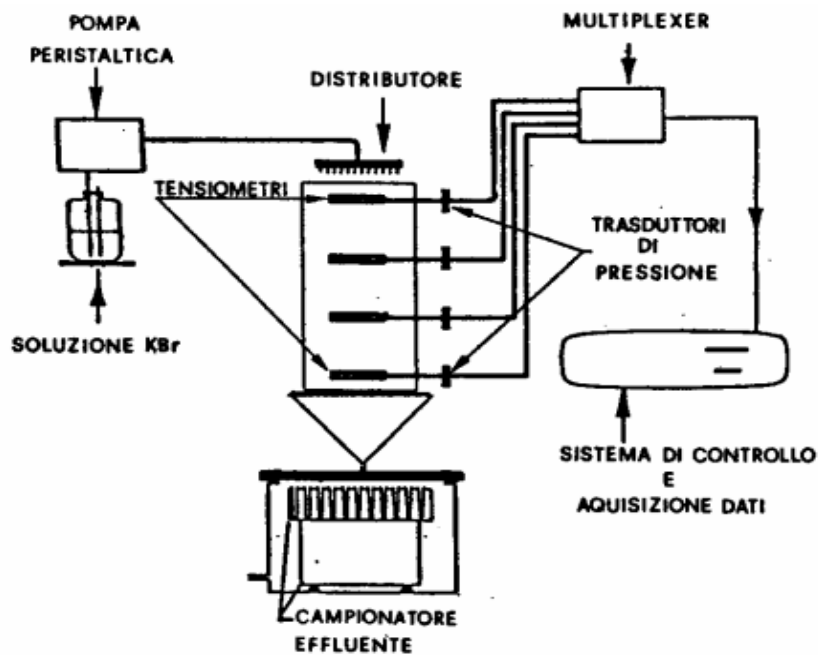


FIG. 11 - Dispositivo sperimentale per lo studio della curve di fuoriuscita dei soluti

Presso il Dipartimento DITEC dell'Università della Basilicata è stata messa a punto una specifica cella di moto di forma cilindrica come schematizzato nella figura 11. Le dimensioni caratteristiche della cella sono: diametro pari a 25cm , altezza pari a 100cm . La cella è attrezzata con diversi sensori di misura in modo da automatizzare il rilievo dei dati. La stessa viene alimentata dall'alto con un dispositivo che consente di simulare apporti meteorici di differente intensità e durata. Durante il transitorio di inumidimento, mediante sonde *TDR* (Time Domain Reflectometry) e tensiometri, vengono rilevati nel tempo a prefissate profondità i valori del contenuto d'acqua e del potenziale idrico del suolo.

In particolare, il sistema di misura del potenziale prevede l'impiego di una valvola idraulica a più vie che collega in sequenza più tensiometri ad un trasduttore di pressione del tipo *Strain-Gauge* caratterizzato da un valore di fondo scala pari a circa $\pm 70\text{Kpa}$. Un motore a passo provvede a far ruotare la valvola di una posizione ogni qualvolta viene comandata da un impulso elettrico. Il complesso di misura viene controllato da un calcolatore numerico che opportunamente programmato provvede all'azionamento del motore a passo della valvola idraulica, all'acquisizione dei dati in tempi prefissati e alla loro successiva elaborazione ed archiviazione.

Per la misura del contenuto idrico col sistema *TDR* è previsto uno scanner per microonde che consente di collegare in sequenza l'apparecchiatura *TDR* con un certo numero di sonde infisse nel suolo a differenti profondità. Lo scanner viene controllato dal calcolatore che rende parimenti possibile a tempi prefissati l'acquisizione numerica dei segnali *TDR* e la loro interpretazione automatica.

La cella di moto è stata progettata in modo da consentire una dettagliata analisi delle curve di fuoriuscita dei soluti che possono essere applicati e dosati con precisione alla superficie del suolo mediante una pompa peristaltica. La base della cella è collegata ad un campionatore automatico dell'effluente per il monitoraggio della concentrazione del soluto mediante elettrodi *iono-specifici*. Collateralmente particolari traccianti (blu di metilene, e/o fluorescina, e/o blu brillante *FCF*) vengono miscelati con acqua al fine di visualizzare le vie di deflusso preferenziale e loro estensioni nel mezzo poroso.

Al termine delle prove la colonna di suolo può essere sezionata a varie profondità e le eventuali proliferazioni di macro-porosità possono essere trasferite su lastre di polietilene trasparenti. Tali lastre possono essere digitizzate e convertite in un sistema *raster data-base* mediante un sistema *GIS*.

Data la complessità delle proliferazioni di macro-porosità in genere osservabili, è previsto anche l'impiego di modelli frattali per tentare di collegare la dimensione frattale della proliferazione con i parametri che figurano nei modelli di trasporto esaminati. Quale esempio, in figura 12 è illustrata la struttura di una proliferazione di macroporosità osservata a $z=10\text{cm}$ sul suolo argilloso di Guardia Perticara (PZ). Quale mezzo di contrasto sono stati

utilizzati, in sequenza: soluzione di ioduro di potassio, amido micronizzato, ipoclorito di sodio.

In pieno campo, invece, in assenza di problemi di drenaggio, la distribuzione $C(L,t)$ può essere misurata a partire dal monitoraggio della concentrazione della soluzione circolante prelevata in più punti disposti su di un piano a quota $z = L$ mediante campionatori di soluzione. Tali campionatori, come mostrato nella figura 13, possono considerarsi dei tensiometri modificati con un estremo costituito da un setto poroso che serve a separare la fase liquida da quella gassosa e con l'altra estremità collegata ad una linea da vuoto.



FIG.12 - *Tipica proliferazione di macropori in un vertisuolo*

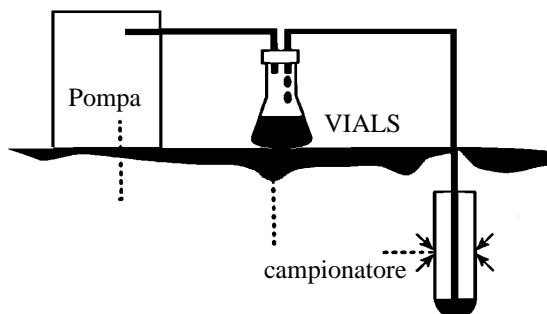


FIG. 13 - *Dispositivo per il campionamento in sito di soluzione circolante*

Dal punto di vista fisico sono costituiti da una parte finita di volume dello spazio poroso e caratterizzati dall'interno da valori della pressione minori di quella atmosferica. In virtù di tale depressione si determina un *moto vario* della fase liquida dall'esterno verso l'interno del campionatore. Il volume della fase liquida raccolta ed il raggio di influenza del campionatore risultano a loro volta

funzione del volume del campionatore e del valore della depressione imposta.

A fronte dei modelli disponibili sul mercato generalmente caratterizzati da grandi dimensioni ed elevata impedenza, recentemente presso il Dipartimento Tecnico Economico dell'Università della Basilicata sono stati messi a punto campionatori di soluzione circolante di medie e piccole dimensioni muniti di setti porosi realizzati in ceramica o in vetro sintetizzato a bassa impedenza. I setti in ceramica sono stati realizzati attraverso un processo di sinterizzazione di caolino puro alla temperatura di 1000 gradi centigradi (vedi figura 14b).



FIG. 14 - Minicampionatori di soluzione circolante con setto poroso di: a) vetro sintetizzato, (b) ceramica.

I setti di vetro sono stati, invece, realizzati mediante processo di sinterizzazione di polveri di vetro di diametro 28μ alla temperatura di 600 gradi centigradi (vedi figura 14a).

In situazione di pieno campo in presenza di una rete di drenaggio la distribuzione $C(L, t)$ si ottiene monitorando la concentrazione dell'effluente al collettore principale della rete.

Una razionale scelta della tecnica di prelievo può consentire un migliore sviluppo dei modelli di trasporto. Jury e Sposito (1985) suggeriscono, nel caso di suoli strutturati in presenza di vie preferenziali del moto, come più rispondente il ricorso al prelievo di campioni di suolo non rimaneggiati la cui soluzione circolante è da estrarre ed analizzare in laboratorio con tecniche standard.

È da segnalare, infine, che recentemente è stata impiegata con risultati incoraggianti la tecnologia TDR già utilizzata in fisica del suolo per la misura del contenuto idrico θ . La figura 15 mostra le componenti essenziali della strumentazione TDR.

La TDR consente di effettuare una stima di θ (Topp, 1980) a partire dalla costante dielettrica del mezzo ε valutata mediante misure del tempo di transito di un'onda elettromagnetica lanciata lungo una linea di trasmissione di lunghezza L infissa nel suolo di conducibilità elettrica k_a ed applicando la relazione:

$$\varepsilon = \left(\frac{ct}{2L} \right)^2$$

in cui c è la celerità ovvero la velocità con cui viaggia la luce nel vuoto.

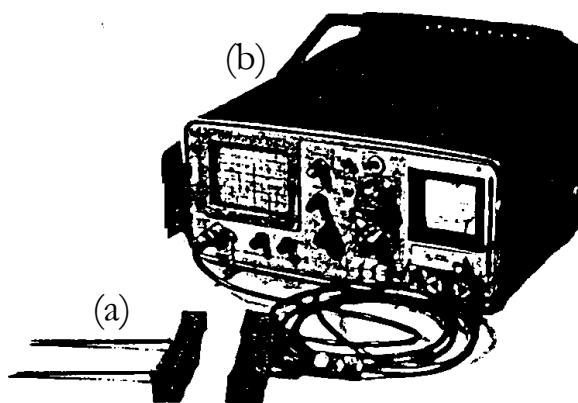


FIG.15 - Componenti essenziali della strumentazione TDR: (a) antenna (b) tester

Il segnale risulta attenuato in proporzione a k_a cosicché il voltaggio trasmesso V_T è ridotto a V_R in accordo con

$$V_R = V_T \exp(-2\alpha L)$$

Il coefficiente α , detto coefficiente di attenuazione, cresce linearmente con k_a :

$$\alpha = \frac{60\pi k_a}{\sqrt{\varepsilon}}$$

Sfruttando tale principio, Dalton e van Genuchten (1986) hanno ottenuto

misure di contenuto idrico θ e di conducibilità elettrica k_d . Infine, attraverso l'analisi dei segnali forniti dalla strumentazione è possibile costruire con la metodologia proposta da Mallants et al. (1994) le curve di fuoruscita del soluto.

8. Ulteriori considerazioni sui modelli di trasporto

In breve, seguendo Clarke (1973), si può dire che:

1) i modelli per lo studio del trasporto dei contaminanti, alla stregua di quelli idrologici, possono essere espressi con la seguente:

$$q_t = f(p_{t-1}, p_{t-2}, \dots; q_{t-1}, q_{t-2}, \dots; a_1, a_2, \dots) + e_t$$

in cui p_t sono le variabili in ingresso, q_t le variabili in uscita, a_i i parametri del sistema, f è la forma funzionale del modello che può essere sia concettuale che empirica, e_t l'errore residuo. Le variabili in ingresso e quelle in uscita, così come i parametri del sistema, possono essere sia di natura deterministica che stocastica;

2) i modelli di trasporto più complessi impiegati per finalità di ricerca, in generale, forniscono la distribuzione $C(x, t)$. La figura 16 illustra un ipotetico profilo di concentrazione del contaminante.

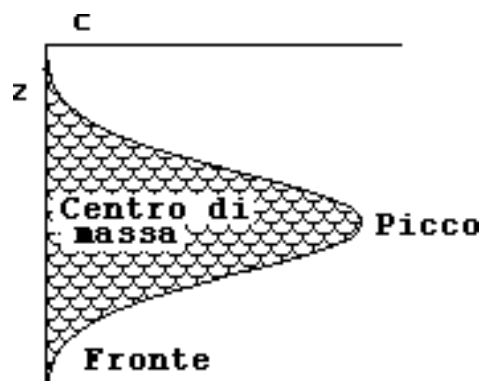


FIG. 16 - Ipotetico profilo di concentrazione di un contaminante.

Dalla rappresentazione di figura 16 è possibile dedurre utili informazioni su:

- 1) massa totale del contaminante,
- 2) centro di massa,

- 3) picco di concentrazione,
- 4) tempo necessario affinché una concentrazione critica del contaminante raggiunga assegnata profondità del profilo del suolo.

a) *Calibratura e validazione*

A fronte dell'ampia modellistica oggi disponibile, non è stato possibile definire affidabili ed universalmente riconosciute procedure per il testaggio dei modelli.

I profili $c(z)$ misurati in pieno campo possono essere impiegati per calibrare un dato modello per assegnato valore del tempo, provvedendo all'aggiustamento dei parametri in modo tale da ottenere una soddisfacente simulazione. Altre simulazioni sono poi necessarie per differenti valori del tempo. Se la seconda simulazione risulta accettabile, il modello potrà considerarsi validato. In questa fase i parametri non vengono più modificati; se ciò avvenisse si tratterebbe soltanto di una ricalibratura del modello (ASTM, 1984). I pochi parametri usati nella simulazione possono dedursi direttamente dalle misure di pieno campo e pertanto per l'impiego del modello è richiesto in contemporanea una calibratura ed una validazione. Soltanto un modello calibrato e validato potrà essere impiegato a scopo previsionale.

Il processo di calibratura implica:

- a) la definizione di una funzione obiettivo,
- b) lo sviluppo di un algoritmo di ricerca.

La scelta della funzione obiettivo è spesso soggettiva, tuttavia è molto importante che essa rifletta adeguatamente le caratteristiche del parametro allo studio. Una funzione obiettivo molto utilizzata è la minimizzazione della somma dei quadrati degli scarti fra valori osservati, O_t , e teorici, P_t , derivati dal modello utilizzato (il già citato metodo dei minimi quadrati, in sigla *LSE*):

$$\sum_{t=1}^n (O_t - P_t)^2 = \min.$$

b) *Criteri per la valutazione dei modelli*

È utile, inoltre, valutare:

$$\text{distorsione} = \text{media}(O_t) - P_t$$

$$\text{precisione} = \text{Var}(O_t)$$

$$\text{accuratezza} = \text{precisione} + (\text{distorsione})^2$$

c) *Criteri statistici di valutazione*

Un modello fornisce una buona rappresentazione della realtà soltanto se può essere impiegato per predire, in un campo *calibrato* e *validato*, un fenomeno osservabile con accettabile *accuratezza* e *precisione*. Al fine di valutare l'affidabilità del modello è possibile, in prima istanza, mettere a confronto media e deviazione standard rispettivamente dei dati osservati e calcolati. Un secondo criterio è quello di ricorrere ad un test statistico: un modello viene giudicato adeguato se non è possibile rigettare l'ipotesi di una differenza nulla tra valore osservato e calcolato. Sono a tale riguardo possibili due tipi di errore: il primo è rappresentato dal rischio da parte del modellatore di rigettare l'ipotesi nulla quando questa è vera; il secondo si ha quando si accetta l'ipotesi nulla e questa è in realtà falsa. Un buon test (test uniformemente più potente) si ottiene quando, fissata la probabilità di errore di primo tipo ad un livello sufficientemente basso (di solito non superiore al 5%), viene minimizzata la probabilità di commettere un errore del secondo tipo.

In fine, l'analisi degli errori residui, dati dalla differenza tra valori calcolati e misurati, può essere usata per caratterizzare sistematiche *sovrastime* o *sottostime*. Questo tipo di misure include per esempio l'errore massimo (*ME*), la radice dell'errore quadratico medio (*RMSE*), il coefficiente di determinazione (R^2) e l'efficienza del modello (*EF*). Le espressioni matematiche che descrivono queste misure sono:

$$ME = \max_{1 \leq t \leq n} |P_t - O_t|$$

$$RMSE = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2 \right]^{1/2} \frac{100}{\bar{O}}$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}$$

$$EF = 1 - R^2$$

in cui P_t sono i valori calcolati con il modello, O_t quelli osservati mentre \bar{P} e \bar{O} le rispettive medie.

In ricorrenti situazioni, a causa di una molteplicità di scale spaziali e temporali, numerose incertezze possono essere introdotte nei modelli e conseguentemente il problema della validazione risulta di difficile soluzione. In ogni caso, tale problema risulta legato alla scala specifica di applicazione, alla struttura e ai possibili scopi per cui viene costruito il modello. Inoltre, il protocollo di misure da intraprendere dovrebbe essere finalizzato allo sviluppo stesso del modello, da definirsi mediante stretta collaborazione tra modellatore ed utilizzatore. Per ciascun specifico problema è poi assolutamente necessario stabilire che cosa si deve misurare, il numero delle misure, il luogo e la frequenza delle stesse.

Recentemente vari ricercatori hanno inteso sottolineare che, mentre in linea di massima è possibile calibrare i modelli, impossibile sarebbe una loro validazione in senso stretto (Konivow e Bredehoft (1992); Beven (1993)). Addiscott e Wagenet (1985) hanno anche osservato che non sono ancora stati individuati criteri universali per la validazione dei modelli. Superare questo particolare gap è essenziale sia dal punto di vista filosofico che pragmatico. Se i modelli, o meglio le teorie, sono da considerare parte di un processo ipotetico deduttivo (principio ipotetico deduttivo di Popper, 1959), il progresso scientifico risulterà legato alla formulazione delle ipotesi sui processi allo studio ed ai test delle ipotesi da effettuare con esperimenti mediante i quali sia possibile rimettere in discussione le ipotesi di partenza. Se, come spesso accade, le ipotesi non sono corrette, esse devono essere rigettate e riformulate.

In conclusione, si può sostenere che i modelli sono utili non perché riproducono la realtà, ma perché la interpretano semplificandola. A causa degli elementi di semplificazione introdotti nessun modello potrà essere impiegato a scopo previsivo al di fuori del suo contesto di validazione e ciò è tanto più necessario quanto più i modelli vengono usati, per esempio, nel settore della gestione delle risorse ambientali a tutti i livelli di governo: nazionale, regionale, locale. In questi casi è essenziale trovare una conferma definitiva della loro efficacia in sperimentazioni applicative diffuse e differenziate.

CAPITOLO 8

Reti neurali artificiali

1. Introduzione

Nei capitoli precedenti si è già sottolineato che i parametri idrologici presentano spesso strutture spazio-temporali piuttosto complesse per la cui analisi è necessario fare ricorso a modelli non lineari quali, ad esempio, quelli della classe SETAR. Tuttavia, può accadere che nella dinamica della serie siano presenti componenti non lineari difficilmente esplicitabili con forme funzionali specificate a priori. In questo contesto, è sempre più frequente il ricorso a tecniche non parametriche di tipo *data - driven* (i dati “parlano” da soli), nelle quali non si fa ricorso esplicitamente ad alcuna forma funzionale del modello per il processo generatore dei dati.

In questo caso, indicato con $\{Y_t\}$, $t=1, \dots, N$, i valori assunti dalla variabile di interesse, si ipotizza:

$$Y_t = f(\mathbf{Y}_{t-b}, \mathbf{X}_k) + \varepsilon_t \quad (1)$$

in cui $f(\cdot)$ è una funzione non lineare incognita, $\mathbf{X}_k = (X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tk})$ un vettore costituito da k variabili esplicative, $\mathbf{Y}_{t-b} = (Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-b})$ è un vettore di b variabili ritardate sul parametro t dello stesso fenomeno Y , $\{\varepsilon_t\}$ è un processo stazionario di media zero, il parametro t si riferisce al tempo se i fenomeni Y ed X sono osservati nel tempo, allo spazio nel caso in cui questi sono osservati nello spazio. Per la stima della funzione incognita $f(\cdot)$, è sempre più frequente il riferimento alle reti neurali artificiali, le quali, nate nell'ambito dell'intelligenza artificiale, si sono rilevate “modelli” matematici capaci di approssimare, con grande flessibilità e sostanziale semplicità di interpretazione, funzioni non lineari anche molto complesse.

Le reti neurali artificiali hanno l'ulteriore vantaggio che, a parità di livello di accuratezza, non presentano il problema della dimensionalità (*curse of dimensionality*) comune a tutte le tecniche di approssimazione globale, legato alla

necessità di avere a disposizione un insieme di informazioni particolarmente alto non appena la complessità del problema in esame diventa elevata.

2. Le reti neurali artificiali

Una rete neurale è costituita da una serie di unità, dette neuroni, organizzate in livelli o strati in modo che ciascun neurone in uno strato è connesso, attraverso un sistema di pesi, a tutti o ad alcuni neuroni degli altri strati.

Lo strato costituito da neuroni che ricevono informazioni solo dall'ambiente esterno e non da altre unità del sistema è denominato *livello di input* ed è dato dalle variabili di ingresso della rete (*variabili di input*); nel caso del modello di regressione (1) essi identificano le variabili esplicative o indipendenti X e le ritardate Y_{t-h} .

I neuroni, che non trasmettono alcun segnale all'interno della rete e che quindi permettono di trasferire i risultati prodotti dalla rete all'esterno del sistema, costituiscono il livello di output; nel caso del modello di regressione esso è costituito da un unico neurone che rappresenta la variabile risposta o variabile dipendente.

Tra questi due livelli di neuroni possono essere presenti uno o più strati intermedi detti anche livelli nascosti, in quanto non direttamente a contatto con l'ambiente esterno, i cui neuroni hanno il compito di "aggregare" l'informazione e di trasferirla da uno strato all'altro.

La struttura della rete, cioè il numero degli strati, il numero di unità in ciascuno di essi e le modalità con cui tali unità sono organizzate, viene indicata con *architettura* o *topologia* della rete. Sebbene esistano molte classi di reti neurali artificiali, faremo riferimento essenzialmente alla classe delle reti neurali artificiali di tipo feed forward con un solo livello intermedio. Sono reti a propagazione unilaterale, nelle quali, cioè le connessioni vanno dal livello di input a quello dell'output senza alcuna connessione all'interno del livello, ma totalmente connessa tra un livello ed il successivo. È stato dimostrato, infatti, che queste topologia di rete, garantisce "performance" del tutto equiparabili a tipologie più complesse, oltre a presentare il vantaggio di una maggiore semplicità formale e di una minore complessità nella stima dei parametri.

Da un punto di vista grafico, una rete può essere rappresentata con un grafo orientato e ponderato i cui archi rappresentano le connessioni tra i neuroni; la struttura del grafo individua la topologia della rete. Il grafo di una rete neurale artificiale con un unico livello intermedio costituito da r neuroni, k neuroni di input ed un solo neurone di output, è riportato nella fig.1.

Il funzionamento della rete può essere sintetizzato come segue. Una somma ponderata dei segnali dei neuroni di input viene inviata ai neuroni dello strato

intermedio e trasformata utilizzando una cosiddetta “funzione di attivazione”. L’output di ciascuna unità intermedia rappresenta l’input per i neuroni dello strato di output che, opportunamente ponderato, produce l’output finale.

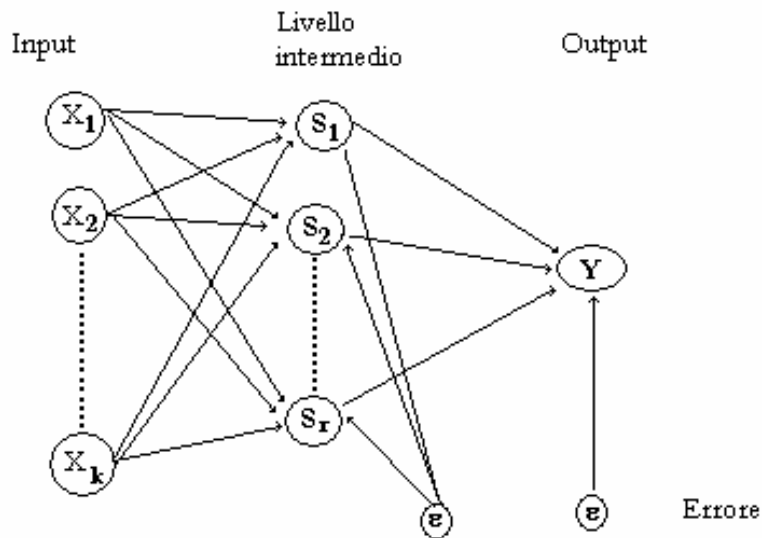


FIG. 1 - Topologia di rete con un unico livello intermedio costituito da r neuroni, k neuroni di input, un solo neurone di output ed errori sia sul livello intermedio che sull'output.

Allo scopo di derivare la struttura matematica di una rete neurale artificiale, sia:

- k il numero di neuroni del livello di input;
- r il numero dei neuroni del livello intermedio;
- a_{ij} ($i=1, \dots, k; j=1, \dots, r$) il peso della connessione tra la i -esima unità di input e la j -esima unità del livello intermedio;
- c_j ($j=1, \dots, r$) il peso della connessione tra la j -esima unità del livello intermedio e l'unica unità di output;
- a_1, \dots, a_k sono le soglie di attivazione dei neuroni di input; c_0 è la soglia di attivazione del livello di output;
- ψ rappresenta la funzione di attivazione del livello di output;

- ϕ rappresenta la funzione di attivazione del livello intermedio.
Ciascuna delle r unità del livello intermedio riceve in input un valore pari a

$$\sum_{j=1}^r a_{ij} X_{jt} + a_i$$

e fornisce in output un valore

$$O_i = \phi \left(\sum_{j=1}^r a_{ij} X_{jt} + a_i \right)$$

dove ϕ è la funzione di trasferimento delle unità appartenenti allo strato nascosto. L'output di ciascuna unità intermedia rappresenta l'input per i neuroni dello strato di output che, opportunamente ponderato, produce l'output finale

$$g(x, \theta) = \psi \left(\sum_{i=1}^k c_i O_i + c_o \right)$$

Pertanto, da un punto di vista analitico, una rete neurale feed forward con un solo livello intermedio, k neuroni di input e r neuroni intermedi, può essere definita come:

$$g(x, \theta) = \psi \left(\sum_{i=1}^k c_i \phi \left(\sum_{j=1}^r a_{ij} X_{jt} + a_i \right) + c_o \right)$$

nel seguito essa sarà siglata con $NN(k, r, 1)$.

Per utilizzare le rete definita precedentemente è necessario specificare le funzioni di attivazione dei due livelli e stimare le connessioni.

I problemi relativi all'utilizzo delle reti neurali feed-forward a tre livelli riguardano alcuni aspetti quali ad esempio i metodi numerici per ottenere le stime dei parametri ed, in particolare, la scelta dei valori iniziali negli algoritmi di stima; la selezione di una topologia di rete "ottimale" (variabili di input, numero di neuroni del livello intermedio, ecc.)

In quest'ultimo caso, alle soluzioni proposte in letteratura si aggiungono quelle *ad hoc* derivanti dal particolare ambito applicativo.

3. La stima dei parametri.

Uno dei principali problemi relativi all'utilizzo delle reti neurali feed-forward riguarda la stima dei parametri.

Nel caso del modello di regressione (1), si fa riferimento esclusivamente agli algoritmi supervisionati in quanto sono disponibili osservazioni sia per le variabili di ingresso che di uscita.

Si ponga:

$$\theta = (c_0, c_1, \dots, c_k, \mathbf{a}_1', \dots, \mathbf{a}_k')$$

dove $\mathbf{a}_i = (a_{ki}, a_{k1}, \dots, a_{kr})$ è il vettore dei pesi neurali tra la i -esima unità di input e la j -esima unità del livello intermedio.

Per evidenziare la dipendenza di Y_i^* dai parametri incogniti si può scrivere:

$$Y_i^* = Y_i^*(\theta).$$

Se si fissano k , r e la forma funzionale delle funzioni di attivazione, il vettore θ può essere stimato minimizzando, attraverso algoritmi numerici, una funzione obiettivo che, nel caso più frequente, è la somma dei quadrati degli errori o errore quadratico medio:

$$EQM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^*(\theta))^2 \quad (2)$$

Pertanto, si determina lo stimatore come soluzione del problema:

$$\hat{\theta}_n = \arg \min_{\theta \in \Theta} EQM \quad (3)$$

Tale minimizzazione può essere effettuata ricorrendo ai numerosi algoritmi numerici presenti nella letteratura e riguardanti la minimizzazione di funzioni continue e differenziabili. In questo caso, tuttavia, la funzione da minimizzare è non lineare con numerosi minimi locali e regioni piatte.

Uno dei metodi più utilizzati in letteratura è sicuramente quello della *back-propagation*. È un metodo iterativo nel quale ogni parametro viene modificato proporzionalmente alla derivata parziale, rispetto al parametro stesso, della funzione obiettivo (Lachtemacher e Fuller, 1995). Recentemente è stato verificato che questo algoritmo, così come tutti gli algoritmi basati sulla discesa del gradiente, non necessariamente è quello più appropriato in quanto non garantisce la determinazione del minimo assoluto e può essere, per costruzione, piuttosto lento nella convergenza. Inoltre, nel caso in cui la funzione obiettivo ha più minimi globali, si pone il problema della non identificabilità della rete neurale (Hecht-Nielsen, 1989).

Sembrano preferibili procedure di ottimizzazione dirette o algoritmi quali quelli quasi-Newton, i quali, utilizzando anche le informazioni contenute nella matrice hessiana, risultano più efficienti. Tuttavia, essendo la funzione da minimizzare piuttosto complessa, l'individuazione di un minimo globale presuppone la necessità, qualsiasi sia l'algoritmo utilizzato, di specificare valori iniziali da assegnare ai pesi della rete neurale. Questa inizializzazione, che riveste un'importanza rilevante anche per la convergenza dell'algoritmo, può essere effettuata utilizzando le numerose proposte presenti in letteratura (Yam e Chow, 2000) tra cui la più utilizzata è certamente quella basata sull'inizializzazione dei pesi con valori casuali distribuiti uniformemente in un qualche intorno (generalmente contenente lo zero).

Infine, come spesso sottolineato in letteratura, anche nell'ambito delle reti si presenta il problema del *trade-off* tra varianza e distorsione che in questo campo specifico assume la forma del dilemma tra capacità previsiva (nel gergo delle reti "generalizzazione") e *overfitting*. Al fine di migliorare la capacità previsiva delle reti neurali un approccio ben noto in letteratura è quello del *weight-decay* nel quale si aggiunge un termine di penalizzazione alla funzione obiettivo. In questo caso il vettore dei parametri può essere determinato risolvendo il seguente problema:

$$\hat{\theta}_n = \arg \min_{\theta \in \Theta} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^*(\theta))^2 + \lambda \sum_i \theta_i^2 \right\}$$

In questo modo è l'ampiezza dei pesi, piuttosto che il loro numero, ad avere influenza sulla capacità di previsione della rete. L'imposizione del vincolo, quindi, si rende necessaria al fine di impedire variazioni eccessive sulla superficie di errore penalizzando, mediante il parametro λ , valori elevati dei parametri in fase di stima.

4. La scelta della topologia della rete

L'uso degli stimatori basati sulle reti neurali pone alcuni problemi legati alla selezione della topologia del modello neurale che, nel caso di architetture di tipo *feed-forward* con un solo livello intermedio, riguarda sia la scelta delle funzioni di attivazione sia la scelta dei neuroni in ciascuno dei tre livelli della rete.

Per quanto riguarda il primo problema, nelle analisi statistiche, è diventata prassi comune considerare $\psi(\cdot)$ e $\phi(\cdot)$ come funzioni non lineari. In particolare, tra le tante proposte presenti in letteratura (funzione discontinua a gradini, tangente iperbolica, logistica, gaussiana, ecc.) generalmente si suppone che le funzioni di attivazione siano sigmoidale, cioè funzioni limitate e misu-

rabili su \mathfrak{R} e tale che sia $\psi(z) \rightarrow 1$ che $\phi(z) \rightarrow 1$ per $z \rightarrow \infty$ e sia $\psi(z) \rightarrow 0$ che $\phi(z) \rightarrow 0$ per $z \rightarrow -\infty$.

È stato dimostrato da Cybenko (1989) ed indipendentemente da Hornik *et al* (1989) che combinazioni lineari di funzioni sigmoidali possono approssimare ogni funzione continua su sottoinsiemi compatti. Inoltre, le reti con funzioni di attivazione sigmoideale hanno una capacità di approssimazione uguale o superiore a quella di reti con altre funzioni di attivazione (DasGupta e Schnitger, 1993). Barron (1993) ha inoltre dimostrato che esse hanno un errore quadratico medio integrato dell'ordine $O(1/k)$.

Più problematica appare, invece, la specificazione dei neuroni nel livello di input ed in quello intermedio la quale tuttavia riveste un'importanza fondamentale. Infatti, se da un lato una topologia complessa può produrre un buon adattamento della rete ai dati osservati, non necessariamente si ottiene una migliore performance in termini previsti; si può cioè verificare il fenomeno della cosiddetta sovra parametrizzazione (*overfitting*) della rete

La selezione delle variabili di input e di quelle del livello intermedio può essere affrontata secondo due distinte strategie basate su presupposti metodologici diversi.

Nella prima la selezione viene effettuata simultaneamente utilizzando algoritmi legati ai dati. Tali tecniche, delle quali fanno parte gli algoritmi genetici ed i metodi di *pruning* (Reed, 1993), cercano di ridurre, a partire da una topologia sovra dimensionata, la complessità della rete attraverso l'eliminazione progressiva di elementi, variabili o parametri, non rilevanti. Questi criteri, presentano l'inconveniente di richiedere, ad ogni iterazione, la stima dei parametri di una rete neurale, spesso molto complessa computazionalmente perché time - consuming.

Molto più utilizzati nell'analisi delle serie storiche sono quei metodi nei quali, invece, il numero ed il tipo di variabili nel livello di input e quelle del livello intermedio vengono interpretati in termini statistici e pertanto determinati separatamente utilizzando criteri *ad hoc*. In questa seconda logica i neuroni di input, che rappresentano le variabili esplicative (eventualmente i ritardi della serie storica se il modello considerato è solo di tipo evolutivo), sono specificati utilizzando strategie differenti da quelle utilizzate per il parametro k il quale invece regola il *trade-off* tra varianza e distorsione, problema tipico di qualsiasi stimatore non parametrico.

Le variabili di input possono essere determinate utilizzando gli usuali criteri di selezione delle variabili esplicative in un modello di tipo parametrico quali, ad esempio, i criteri di informazione *AIC* e *BIC* di Akaike o il criterio *SC* di Schwartz. La logica è di selezionare le variabili di input minimizzando una opportuna funzione costituita da due componenti: una che misura la "performance" della rete in termini di adattamento ed un'altra che invece ne misura la sua complessità. In una diversa prospettiva si pongono invece i

metodi basati sulla verifica di ipotesi (La Rocca e Perna, 2002a, 2002b), in cui si stima la significatività statistica delle variabili di input definendo una misura di rilevanza della variabile; stimando la sua variabilità e costruendo, infine, un test. Questo approccio, pur presentando problemi riguardanti la definizione di un'opportuna misura di rilevanza e difficoltà legate alla stima della varianza del criterio, è basato su una logica inferenziale.

Nel caso di un modello solo evolutivo, un'altra proposta presente in letteratura (Faraway e Chatfield, 1998) è basata sulla possibilità di identificare il numero ed il tipo di ritardi utilizzando una procedura incentrata sullo studio delle funzioni di autocorrelazione con una logica che riflette quella della identificazione di un modello lineare. Naturalmente, in questo modo vengono trascurati gli eventuali legami non lineari presenti nella serie i quali potrebbero essere evidenziati con un semplice strumento esplorativo quale lo *scatter-plot* della serie rispetto alle serie ritardate.

Per quanto riguarda la determinazione di r , in letteratura viene spesso fatto riferimento a criteri empirici che tengono conto della numerosità dei dati osservati. Un criterio più analitico è basato su una interpretazione statistica di questo parametro. Si può dimostrare (Giordano e Perna, 1999b) che il numero di neuroni del livello nascosto r può essere interpretato come parametro di *smoothing* e, pertanto, può essere determinato minimizzando l'errore quadratico medio di un particolare stimatore rete neurale (Perna e Giordano, 2000).

5. La valutazione della performance della rete

La performance della rete viene valutata, generalmente, in termini previsivi (*capacità di generalizzazione*, nel gergo delle reti). Ciò è particolarmente rilevante sia in fenomeni temporali, il cui fine principale è quello appunto di ottenere stime attendibili dei valori futuri della serie, sia in nell'idraulica dei suoli, come mostreremo esplicitamente nelle due applicazioni di seguito presentate in cui si mostra come sia possibile ottenere la stima di relazioni tra parametri idraulici di difficile o costoso reperimento tramite osservazioni dirette.

Dato il fenomeno di interesse $\{Y_t\}$ $t=1, \dots, n$, il previsore "*m-passi*" è definito come:

$$f_{t,m} = E(Y_{t+m} | I_t)$$

dove I_t è l'insieme di tutte le informazioni disponibili al tempo t sul fenomeno di interesse.

Per valutare la rete neurale, il metodo comunemente più utilizzato è quello di suddividere l'insieme dei dati disponibili in due sottoinsiemi; il primo, contenente n_1 osservazioni, viene utilizzato per stimare i parametri della rete

mentre il secondo, contenente n_2 come insieme di controllo, con $n_1 + n_2 = n$. In questo modo si confrontano i valori osservati con quelli stimati. Questo modo di procedere ripercorre una pratica comune all'analisi di fenomeni evolutivi e riguardante la verifica della capacità previsiva di un modello parametrico utilizzando previsioni *ex-post*. Il confronto tra valori osservati e valori previsti può essere effettuato sia da un punto di vista grafico sia facendo riferimento ad alcuni indici che sintetizzano queste differenze. Gli indici più utilizzati sono: l'errore quadratico medio delle previsioni (*EQMP*), la sua radice quadrata *RMSR*, l'errore assoluto medio in termini percentuali (*MAPE*) e la percentuale di segni corretti (*PSC*) definiti rispettivamente come:

$$EQMP = \frac{1}{n - n_1} \sum_{t=T_1}^n (Y_{t+m} - f_{t,m})^2$$

$$RMSR = (EQMP)^{1/2} \quad (4)$$

$$MAPE = \frac{1}{n - n_1} \sum_{t=T_1}^n \left| \frac{Y_{t+m} - f_{t,m}}{Y_{t+m}} \right|$$

$$PSC = \frac{1}{n - n_1} \sum_{t=T_1}^n d_{t+T_1}$$

dove è:

$$d_{t+n_1} = \begin{cases} 1 & \text{se } Y_{t+m} - f_{t,m} > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Nelle pratiche applicazioni, e lo vedremo anche nel seguito, l'indice più utilizzato è il (4).

Le performance delle reti neurali in termini di capacità previsiva sono state valutate sia rispetto a modelli parametrici, lineari (si veda, ad esempio, Faraway e Chatfield, 1998 e la bibliografia lì citata) e non lineari (ad esempio, Amendola et al., 1999), sia rispetto ad altre tecniche di stima non parametriche.

I risultati non sono sempre chiari, ma è lecito affermare che, in generale, le reti neurali risultano competitive con metodi di analisi più tradizionali.

6. Alcune applicazioni

Le reti neurali artificiali hanno avuto interessanti applicazioni in campo idrologico riguardanti, ad esempio, la modellizzazione di fenomeni legati alle precipitazioni piovose (Hsu e altri, 1995; French e altri, 1992), ai modelli per la qualità dell'acqua (Maier e Dandy, 1992) ed alla previsione di quei fenomeni in cui la relazione tra la variabile dipendente e le variabili esplicative non può essere facilmente esprimibile in forma chiusa.

Qui di seguito riportiamo due applicazioni in ambito dell'idrologia dei suoli per la stima di alcune proprietà la cui misurazione diretta è costosa, implica lunghi tempi di acquisizione dei dati, qualche volta non è praticamente realizzabile sia per la forte eterogeneità presente in specifici suoli, che per la presenza di marcati errori sperimentali. In queste condizioni è possibile stimare i parametri di interesse ricorrendo a dati di più facile reperimento come quelli sulla tessitura e la massa volumica apparente (BD) dei suoli.

A) L'applicazione di Schaap e Leij

Il lavoro di Schaap e Leij (1998b) utilizza le reti neurali artificiali per stimare la curva caratteristica dell'umidità, $\theta(h)$, e la conducibilità idraulica non satura $K(h)$. Di seguito riportiamo una sintesi del lavoro suddetto rinviando a quello originale ed alla relativa bibliografia per ulteriori approfondimenti.

Come è ben noto, l'equazione che descrive la curva $\theta(h)$ (van Genuchten, 1980) è data da

$$S_e = \left[1 + (\alpha h)^\beta \right]^{-\frac{1}{\beta-1}} \quad (5)$$

ove:

- α e β sono costanti che determinano la forma della curva,
- h il potenziale idrico,
- S_e è la saturazione relativa data da

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (6)$$

- $\theta, \theta_r, \theta_s$ rappresentano il contenuto idrico volumetrico, rispettivamente, osservato, residuo, massimo.

Combinando la (5) con il modello di Mualem (1976) per la distribuzione del diametro dei pori, si ottiene un'espressione per la conducibilità idraulica non satura (van Genuchten, 1980) data da

$$K(S_e) = K_s S_e^\delta \left\{ 1 - \left[1 - S_e^{\beta/(\beta-1)} \right]^{1-\beta} \right\}^2 \quad (7)$$

ove K_s è la conducibilità idraulica e δ un parametro noto empiricamente e posto pari a $\delta = 0.5$ (Mualem, 1976) o, più efficientemente, $\delta = -1$ (Schaap e Leij, 1998a).

La conducibilità idraulica, $K(h)$, può essere derivata anche e più semplicemente dalla seguente equazione empirica di Gardner (1958):

$$K(h) = \frac{K_s}{1 + (ah)^b} \quad (8)$$

con a e b costanti da stimare empiricamente dai dati osservati e K_s la conducibilità idraulica alla saturazione.

Ciò premesso, il lavoro in questione utilizza reti neurali artificiali per derivare $\theta(h)$ e $K(h)$ considerando come variabili in input la tessitura e la massa volumica apparente dei suoli. Nel lavoro vengono anche combinati i risultati ottenuti con le reti con simulazioni di tipo Monte Carlo, e più specificamente il bootstrap (Efron e Tibshirani, 1993), per ottenere la distribuzione empirica dei parametri stimati in modo da avere informazioni sulla forma, la variabilità ed in generale l'affidabilità delle stime suddette. C'è da osservare che la stima delle reti neurali artificiali richiede procedure iterative fortemente *time-consuming* che combinate con procedure di simulazioni come il bootstrap implicano tempi di calcolo non accettabili in situazioni routinarie e gli usuali mezzi di calcolo di cui di solito si dispone. Per ovviare a questi inconvenienti gli Autori effettuano solo 60 repliche Monte Carlo a fronte di almeno un migliaio consigliato dagli specialisti del settore affinché si possano ottenere risultati accettabili. Per questo motivo qui di seguito riporteremo e commenteremo solo i risultati ottenuti con le reti e trascureremo quelli relativi all'inferenza bootstrap.

Le osservazioni utilizzate dagli Autori nel loro lavoro sono ricavate dal data base UNSODA (Leij et al., 1996) costituito da 791 misurazioni riferite sia a dati di laboratorio che di pieno campo e riguardanti $\theta(h)$, $k(\theta)$, θ e BD . In particolare, nel suddetto data base vi sono 554 osservazioni di laboratorio riguardanti $\theta(h)$, un sotto insieme di 315 osservazioni relativi a K_s e 245 riguardanti $K(h)$. I dati relativi alla conducibilità sono stati trasformati con i logaritmi per rimuovere eventuali distorsioni che spesso si riscontrano agli alti valori.

Le reti neurali sono state utilizzate per stimare i parametri θ e K in funzione della tessitura del suolo, della massa volumica apparente e del contenuto idrico per assegnati valori del potenziale idrico. Più precisamente, le variabili in input delle reti sono:

- (a) sabbia, limo, argilla (SSC),
- (b) SSC con l'aggiunta della massa volumica ($SSCBD$),
- (c) $SSCBD$ con un valore di θ a 33 kPa ($SSCBD\theta_{33}$),
- (d) $SSCBD$ con un valore di θ a 10 ed uno a 33 kPa ($SSCBD\theta_{10}\theta_{33}$).

La rete usata è $NN(1, 6, 1)$ cioè è costituita da una variabile in input, un livello intermedio con 6 nodi ed una variabile in output data da K o θ , mentre le funzioni di attivazione utilizzate sono delle sigmodale del tipo

$$\phi = \psi = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

In tal modo sono state costruite e stimate 4 reti neurali, una per ciascuna delle 4 variabili in input sopra specificate in (a)-(d). La validazione della rete è stata effettuata utilizzando l'indice $RMSR$ definito nella (4). I risultati, in termini di $RNSR$ sono riportati nella tabella 1.

TAB. 1 - Valori di $RMSR$ delle 4 reti utilizzate per la stima di K e θ .

Input	$\theta(h)$	K_s	$K(h)$ van Genuchten $\delta(\log(\text{cm day}^{-1}))$		Gardner
			$\delta=0.5$	$\delta=-1.0$	
SSC	0.109	0.831	1.76	1.36	1.23
$SSCBD$	0.096	0.761	1.70	1.29	1.15
$SSCBD\theta_{33}$	0.077	0.680	1.65	1.25	1.13
$SSCBD\theta_{10}\theta_{33}$	0.068	0.661	1.62	1.18	1.12

Da questi risultati emerge come l'uso delle reti neurali fornisca risultati soddisfacenti per la previsione delle proprietà idrauliche del suolo utilizzando diversi livelli di input.

B) L'applicazione di Persson et al.

Una seconda applicazione che verrà presentata nelle pagine seguenti è ripresa dal lavoro di Persson et al. (2002), per maggiori dettagli si rinvia al lavoro originale ed alla bibliografia ivi riportata.

L'obiettivo che si pongono questi Autori è quello della stima della relazione $K_a - \theta$, con

- K_a la costante dielettrica apparente del suolo
- θ il contenuto volumetrico d'acqua,

utilizzando dati ottenuti con la tecnica *TDR* presentata nel capitolo precedente.

Nelle applicazioni correnti, la relazione $K_a - \theta$ è stata derivata ricorrendo sia a modelli empirici che fisici, ma per ottenere un'elevata accuratezza delle stime è necessario ricorrere alla calibratura di ciascun specifico suolo. Viceversa, gli Autori in oggetto, stimano quella relazione ricorrendo alla implementazione e stima di reti neurali artificiali usando come input i parametri fisici di 10 differenti tipo di suolo. In particolare, detti Autori dimostrano che le reti che danno una riduzione, molto significativa, dell'*RSMR* sono la *massa volumica apparente*, il *contenuto di argilla*, il *contenuto di sostanza organica*. Inoltre, nel lavoro citato, i risultati ottenuti con le reti è confrontato con di quelli ottenibili da alcune tecniche tradizionali.

Come già sottolineato nel capitolo precedente, tra i primi ad usare la strumentazione *TDR* per misurare il contenuto d'acqua dei suoli furono Topp et al. (1980) che introdussero la costante K_a che è, a sua volta, correlata alla velocità di propagazione della luce nel vuoto. Topp et al. (1980) nel loro lavoro utilizzarono la relazione empirica

$$\theta = a + b K_a + c K_a^2 + d K_a^3 \quad (9)$$

per descrivere la relazione $K_a - \theta$, ove a, b, c, d sono parametri da stimare, in genere, con il metodo dei minimi quadrati.

In alternativa alla (9), fra le tante proposte, è possibile utilizzare il modello fisico – concettuale di de Looer (1964) dato da

$$\theta = \frac{3(K_s - K_a) + 2(1 - \theta_s)(K_{air} - K_s) - K_a(1 - \theta_s) \left(\frac{K_s}{K_{air}} - 1 \right)}{K_a \left(\frac{K_a}{K_w} - \frac{K_s}{K_{air}} \right) + 2(K_a - K_w)} \quad (10)$$

ove si è indicato con

- θ_s il contenuto idrico massimo, per cui $(1 - \theta_s)$ rappresenta la porosità,
- K_s la costante dielettrica del suolo,
- K_{air} la costante dielettrica dell'aria che è nota essere pari a 1.2,
- K_w la costante dielettrica dell'acqua che è nota essere pari ad 80 a 20°C.

Per derivare θ è necessario conoscere K_s che è di difficile misurazione diretta. In pratica questa viene derivata da K_a su suolo essiccato a 105°C. La porosità $(1 - \theta_s)$ può essere stimata a partire dalla massa volumica misurando il peso specifico del suolo.

Le equazioni (9) – (19) sono valide sotto condizioni date, in particolare, K_a dipende dalla frequenza e quindi è necessario usare particolare attenzione quando si confrontano risultati provenienti da esperimenti diversi.

Le reti neurali prese in considerazione dai citati Autori presuppongono un solo livello nascosto, mentre la funzione di attivazione utilizzata è di tipo sigmoideale:

$$\phi = \psi = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

I dati utilizzati per stimare le reti neurali e derivare la relazione $K_a - \theta$ si riferiscono a suoli di 5 differenti località della Danimarca. Per ciascun sito è stato campionato sia suolo rimaneggiato di superficie, sia suolo non rimaneggiato di profondità, ottenendo 10 differenti tessiture. Le informazioni relative ai suoli ed alle 10 tessiture sono riportate nella tabella 2.

I suoli campionati sono stati disareati, setacciati, divisi in 189 campioni, saturati con acqua e sottoposti alle misurazioni con il TDR. Le misurazioni per ciascun campione sono state ripetute 10 volte e di ciascuna delle 10 misure è stata calcolata la media. Dalle 189 misurazioni medie così derivate risulta che la massa volumica varia fra 1.20 e 1.80 Mg m³; la determinazione del contenuto idrico è stata ottenuta essiccando il suolo a 105° C per 48 ore. Tutte le misure TDR sono state effettuate alla temperatura costante di 15° C.

Le 189 osservazioni sono state divise, con scelta casuale, in due gruppi: il primo composto da 133 dati utilizzato per le stime della rete ed il secondo di 56 dati per prevedere e validare i risultati ottenuti tramite l'indice RMSR. Il numero dei nodi del livello nascosto delle reti utilizzate è stato posto, dopo prove successive, pari a 9. Le variabili in input usate per la stima della rete sono state sei e precisamente: K_a , massa volumica, sostanza organica, argilla, limo e sabbia, mentre la variabile di output è data da θ . In primo luogo furono costruite 6 reti la prima NN(1, 9, 1) con la sola variabile K_a in input e le altre cinque NN(2, 9, 1) con due variabili di input: K_a e ciascuna delle altre cinque variabili sopra specificate, 9 nodi per il livello intermedio e l'unica variabile in output data da

θ . I risultati in termini di RMSR sono riportati nella tabella 3.

TAB. 2 - Parametri fisici dei 10 suoli utilizzati nell'esperimento

Siti	Argilla %	Limo %	Sabbia %	Mater. Organico %	n. campioni	Tipo suolo
Jyndevad rimaneggiato non rimaneggiato	3.6	6.4	86.9	3.0	25	Ortic Haplobumod
	2.5	1.9	95.0	0.5	12	
Foulum rimaneggiato non rimaneggiato	6.7	30.8	58.8	3.7	31	Typic Hapludult
	11.4	21.9	66.4	0.3	9	
Askov rimaneggiato non rimaneggiato	10.7	22.2	64.5	2.5	26	Typic Hapludult
	23.5	20.0	56.2	0.4	9	
Odum rimaneggiato non rimaneggiato	12.4	28.6	56.9	2.0	27	Non classificato
	17.5	26.4	55.8	0.3	9	
Rønhave rimaneggiato non rimaneggiato	13.8	30.5	53.5	2.2	32	Typic Agrudalf
	17.4	28.9	53.2	0.5	9	

TAB. 3 - Valori dell'indice RMSR per le sei reti

Input	RMSR
K_a	0.0326
K_a , argilla	0.0263
K_a , limo	0.0278
K_a , sabbia	0.0283
K_a , sostanza organica	0.0261
K_a , massa volumica	0.0223

Dalla tabella 3 emerge che utilizzare, oltre a K_a , una seconda variabile in input migliora sostanzialmente i risultati della stima. Inoltre, i risultati più apprezzabili si ottengono quando la seconda variabile in input è data dalla massa volumica, oppure dalla sostanza organica, oppure dall'argilla.

Partendo da queste conclusioni, gli Autori hanno implementato e stimato 10 reti NN(4, 9, 1), una per ciascun tipo di suolo analizzato, utilizzando le quattro

variabili di input che nello stadio precedente hanno fornito i risultati migliori: K_a , percentuale di argilla, percentuale di sostanza organica, massa volumica, ρ nodi nel livello nascosto ed una variabile di output data da θ . Inoltre, come comparazione dei risultati ottenuti, ai dati è stata adattata l'equazione (9) di Topp et al. (1980) e l'equazione (10) di de Loor (1964).

I risultati delle 10 stime sono riportate, in termini di RSMR ed R^2 nella tabella 4. Si osservi che il calcolo dell'RSMR è stato effettuato sulle 56 osservazioni previste dai modelli e dalle reti e riservate alla validazione dei risultati.

TAB. 4 - Valori di R^2 e di RSMR per i 10 suoli nelle diverse procedura di stima della relazione $K_a - \theta$.

Suoli	Topp		De Loor		Rete neurale	
	R^2	RSMR	R^2	RSMR	R^2	RSMR
<i>Jyndevad</i> <i>rimaneggiato</i>	0.981	0.050	0.987	0.012	0.990	0.007
<i>non rimaneggiato</i>	0.996	0.101	0.997	0.010	0.995	0.007
<i>Foulum</i> <i>rimaneggiato</i>	0.988	0.060	0.989	0.026	0.992	0.008
<i>non rimaneggiato</i>	0.983	0.045	0.980	0.010	0.993	0.005
<i>Askov</i> <i>rimaneggiato</i>	0.986	0.046	0.988	0.016	0.994	0.005
<i>non rimaneggiato</i>	0.974	0.019	0.973	0.013	0.994	0.003
<i>Odum</i> <i>rimaneggiato</i>	0.979	0.039	0.982	0.019	0.990	0.008
<i>non rimaneggiato</i>	0.979	0.056	0.978	0.010	0.988	0.009
<i>Rønhave</i> <i>rimaneggiato</i>	0.981	0.077	0.968	0.057	0.989	0.014
<i>non rimaneggiato</i>	0.957	0.074	0.962	0.019	0.972	0.015

Come si può notare, i risultati ottenuti con le reti neurali artificiali sono, non solo comparabili, ma spesso superiori a quelli derivabili con le procedure classiche. Di conseguenza le reti possono essere utilizzate per prevedere la

relazione $K_a - \theta$ anche per un insieme indipendente di dati, in particolare riferiti a nuovi tipi di suoli, senza perdere in accuratezza e senza dover ricorrere a specifiche procedure di calibrazione.

Il costo informatico per stimare ciascuna rete è piuttosto elevato, infatti, gli Autori dichiarano di aver ottenute le stime finali di ciascun modello dopo 100.000 iterazioni. Questo vuol dire che l'uso rutinario delle reti può essere effettuato solo se si dispone di mezzi di calcolo piuttosto potenti.

7. Considerazioni conclusive

Il grande contributo di conoscenze apportato in fisica nel 19° secolo nell'analisi dei processi di trasporto da Fourier ed Ohm ha promosso un parallelo sviluppo di conoscenze nel settore della fisica del suolo. Con gli apporti teorici di Buckingham (1907), Richards (1931), Gardner (1958), e Childs (1969), è stato possibile scrivere le equazioni differenziali che reggono i processi di moto dell'acqua e dei soluti nei mezzi porosi naturali rappresentati dai suoli agrari e forestali e dagli acquiferi in generale. Tali equazioni consentono di descrivere i processi osservabili alla scala di laboratorio mentre cadono in difetto in situazioni di pieno campo per eterogeneità intrinseche ed estrinseche dei mezzi porosi.

Per lo studio delle eterogeneità si sono affermate due scuole di pensiero che entrambe hanno sviluppato metodologie fondate sulla validità dei processi di media per passare da una scala di variabilità ad altra. Il concetto più tradizionale di media implica quello di *volume elementare rappresentativo* (REV). Il REV è letteralmente da considerare una collezione casuale di pori e di particelle solide e rappresenta il volume che definisce in termini macroscopici una generica proprietà intrinseca del mezzo poroso in un punto di prelievo o di osservazione. Tale volume è compreso tra un valore massimo ed un valore minimo e risulta sufficientemente grande rispetto alla dimensione dei pori tale da consentire una valutazione significativa in termini statistici del valore medio richiesto dall'ipotesi di *mezzo continuo*, ma piccola rispetto alla scala delle eterogeneità. Una volta stabilite le dimensioni del volume macroscopico al cui centroide sono da riferire le varie caratteristiche fisiche ed idrauliche, il suolo può essere considerato come un mezzo le cui proprietà sono funzioni deterministiche delle coordinate spaziali e della direzione a cui sono riferite.

Come, invece, è stato dimostrato, recenti teorie stocastiche e geostatistiche propongono un approccio leggermente differente: pur partendo dal concetto di REV ad una piccola scala, introducono il concetto di correlazione statistica delle proprietà intrinseche. Tali approcci sono ormai divenuti molto familiari in geologia, in fisica e in scienza del suolo. È stato anche sottolineato che i processi di base che generano correlazioni spaziali vengono ignorati quasi

sempre nell'approccio geostatistico. È ben noto ai pedologi che i fattori della pedogenesi agiscono ed interagiscono su differenti scale e come risultato la correlazione delle proprietà intrinseche può essere presente su differenti scale. Tali correlazioni non possono essere trascurate e giocano un ruolo essenziale nell'interpretazione dei meccanismi di trasporto nei mezzi eterogenei. Il concetto di frattale offre l'opportunità di sviluppare nuovi modelli concettuali delle eterogeneità dei mezzi porosi. Tale concetto suggerisce che gli attributi del suolo sono funzione della scala di misura e pertanto il tradizionale concetto di media e stazionarietà può non catturare totalmente la natura delle eterogeneità. A partire dall'accertata validità dei frattali nel descrivere un ampio spettro dei processi fisici e proprietà si è anche cercato di mostrare che in alcuni suoli possono avere un risvolto applicativo non trascurabile.

Un secondo obiettivo parimenti perseguito in questo studio è stato quello di evidenziare i vantaggi delle equazioni stocastiche e dei modelli relativamente alle più comuni formulazioni deterministiche impiegate in fisica del suolo e nelle scienze ambientali. Tali modelli, potendo incorporare gli effetti della variabilità naturale ed antropica, sono rappresentazioni più realistiche delle situazioni di pieno campo e forniscono migliori previsioni a causa della natura probabilistica dei parametri che in essi figurano. Poiché i modelli stocastici possono essere esaminati in termini di variabilità dei parametri, la stessa raccolta dei dati può essere migliorata ed indirizzata verso quei parametri che massimamente influenzano i risultati. A tale riguardo sono stati forniti alcuni esempi che mostrano non soltanto come sia cresciuto il numero delle applicazioni, ma anche come sia cresciuta la differenziazione per quanto attiene il tipo di applicazione.

In conclusione, dalla rassegna complessivamente effettuata, appare evidente che:

(1) in questi ultimi anni sono stati compiuti notevoli sforzi per mettere a punto e sperimentare una nuova classe di metodologie statistiche che congiuntamente all'avvento di tecnologie mature, possono consentire in situazioni pedologiche reali una adeguata e completa caratterizzazione della struttura della variabilità spaziale e temporale della eterogeneità del suolo ed in particolar modo dei parametri idraulici del suolo. Ciò è di particolare importanza dato il ruolo che hanno tali parametri nell'evoluzione di numerosi processi di grande interesse applicativo;

(2) frammentarie risultano, ancora, le conoscenze inerenti le eterogeneità dei suoli. Vi è quindi l'esigenza di organizzare sistematicamente tali conoscenze in modo tale che i potenziali utilizzatori di dati agronomici, pedologici ed idrologici possano elaborare la migliore decisione possibile in condizione di incertezza magari anche mediante l'impiego di sistemi esperti;

(3) si trae anche la convinzione che la mancata introduzione nei curricula universitari dello studio della variabilità dei suoli abbia comunque molto rallentato una crescita di conoscenze nel settore. Tuttavia, recentemente la situazione è migliorata grazie anche a collaborazioni scientifiche intersettoriali ed alla disponibilità di pacchetti statistici per l'analisi automatica di dati.

Alla stregua dei risultati raggiunti e dalle casistiche mostrate, bene si evidenziano l'ampiezza e la complessità dei problemi che si pongono allorché è necessario fare riferimento a campi di moto che si sviluppano nei mezzi naturali. Si evidenziano anche le notevoli possibilità offerte per arrivare a soluzioni concrete fino a rendere i modelli matematici strumenti indispensabili nella gestione delle risorse idriche e pedologiche.

L'attualità dei problemi oggetto d'indagine in Italia conferma una netta sensibilità alle tematiche proposte da parte di alcune Università ed evidenzia le potenzialità raggiunte pari a quelle straniere anche nell'impiego di modelli matematici per quanto sofisticati. Tuttavia, si può dire che un'ulteriore evoluzione delle ricerche in questo settore offre oggi la possibilità di addivenire ad una più ampia utilizzazione di quanto già noto, né d'altra parte va ignorato il notevole apporto integrativo di studi, indagini, osservazioni che può essere assicurato da altri settori: statistico, biologico, agronomico, allorché rende i responsabili della ricerca partecipi dei propri problemi.

Appendici

Caratteristiche generali dei suoli esaminati

La caratterizzazione idraulica dei suoli effettuata per tutti gli orizzonti del profilo costituisce una premessa indispensabile per una schematizzazione dei processi di moto in mezzo non saturo e l'impostazione di un corretto bilancio idrico del suolo esteso ad apporti, scambi con l'atmosfera, interferenza con la circolazione sotterranea.

Pur tuttavia, essa è anche determinazione di non indifferente onerosità sia per l'esigenza di attrezzature specifiche, di adeguata qualificazione degli operatori, come per necessità di procedere a cospicuo numero di osservazioni, anche in zone definibili come omogenee sotto vari aspetti pedologici.

Da alcuni anni il Dipartimento di Idraulica Agraria di Portici (NA) è impegnato in ricerche a carattere operativo su problemi di razionalizzazione sull'uso dell'acqua irrigua e di impiego di risorse meno pregiate e più recentemente, di concerto con il *DITEC* dell'Università della Basilicata, su problemi di conservazione del suolo. Allo scopo, settori degli annessi laboratori di idrologia del suolo sono stati specificatamente organizzati per il contemporaneo svolgimento di prove su numerosi gruppi di più campioni ciascuno.

Nello stesso tempo è stata avviata la caratterizzazione dei suoli in aree campione, rappresentative di situazioni di particolare interesse nel Mezzogiorno scelte tra quelle già oggetto di indagini pedologiche di dettaglio.

L'avvio delle ricerche è stato spunto per un esame critico dei molteplici aspetti che presenta una iniziativa di campagna, relativamente a finalità, programmi, mezzi necessari, gradi di approfondimento da raggiungere in successive fasi della indagine medesima.

Sono così da individuare in ciascuna zona oggetto di studio le diverse aree di intervento; è da precisare la densità di campionamento per ciascuna necessaria, nel mentre devono risultare definite le modalità di campionamento, gli elementi considerati indispensabili per una corretta caratterizzazione idraulica del suolo su base statistica, le prove di laboratorio necessarie per la loro acquisizione e per ciascuna prova le più opportune tecniche di esecuzione.

Allo scopo sono anche da precisare natura, grado e priorità di rapporti con operatori di altri settori di indagine e relativamente allo specifico campo della

caratterizzazione idraulica, sono da portare ad un medesimo grado di capacità operativa attrezzature e personale impegnati nelle diverse osservazioni, da coordinare le successive operazioni: in sostanza è necessario passare dalla dimostrazione di fattibilità dell'indagine alle condizioni di concreto svolgimento.

E' stato così sviluppato un graduale approfondimento di ciascuna delle tecniche indicate. Grazie all'eterogeneità delle aree in cui si è operato ed al notevole numero di campioni sottoposto a prove, il confronto dei risultati delle indagini parallelamente svolte nelle diverse condizioni ambientali ha condotto a conclusioni di spiccata generalità ed all'acquisizione dello schema operativo e delle tecniche di prova più adeguate.

Allo stato, indagini di campagna e determinazioni di laboratorio possono efficacemente integrarsi. Non di meno le prove di campagna di per sé costituiscono strumento d'indiscussa efficacia in caratterizzazioni impostate su valutazioni in termini statistici della variabilità dei singoli parametri, grazie alle notevoli capacità operative offerte dalle moderne attrezzature sperimentali specie se, per esigenze di prova, sofisticate ed automatizzate.

Suolo di Policoro

Comune: Policoro (MT); località: Azienda Pantanelli; uso del suolo: seminativo irriguo; pietrosità: assente; substrato: alluvionale, unità a_1 della carata geologica.

Classificazione: *vertic xerofluvent*.

Orizzonti:

Ap_1 - 0-20cm; colore 10YR4/2; scheletro assente; struttura grumosa fine e poliedrica subangolare media evidente; consistenza: friabile; poco umido; drenaggio modesto; radici erbacee, fini, scarse; effervescenza notevole; limite irregolare; spaccature; tessitura franco-limosa (sabbia 25%; limo 51%; argilla 24%).

Ap_1 - 20-45cm; colore 10YR4/2; scheletro assente; struttura poliedrica subangolare grossolana evidente; poco umido; resistente; drenaggio moderato; canali e pori grandi; radici erbacee, fini, scarse; effervescenza notevole; limite lineare; spaccature; tessitura franco-limosa (sabbia 24%; limo 52%; argilla 24%).

A_1 - 45-90cm; colore 10YR4/2 e 4/3; scheletro assente; struttura poliedrica subangolare e poliedrica angolare grossolana evidente; poco umido; resistente; drenaggio lento; canali con argillans; pori piccoli, abbondanti; effervescenza notevole; limite lineare; spaccature; tessitura franco-limo-argillosa (sabbia 15%; limo 55%; argilla 30%).

C_1 - 90-100cm; colore 2,5Y5/2; scheletro assente; umido; drenaggio lento; effe-

vescenza notevole; tessitura franco-limosa (sabbia 25%; limo 55%; argilla 20%).

*C*₂- 100-120cm; colore 2,5Y5/2; scheletro assente; umido; drenaggio lento; effervescenza notevole; tessitura franca (sabbia 42%; limo 38%; argilla 20%).

*C*₃- 120cm e oltre; colore 2,5Y5/2; scheletro assente; umido; effervescenza notevole; tessitura franco-sabbiosa (sabbia 60%; limo 28%; argilla 12%).

Suolo di Guardia Perticara

Comune: Guardia Perticara (PZ); località: Azienda De Franchi; uso del suolo: seminativo; pietrosità: presente.

Classificazione: *vertic ustorthens*.

Orizzonti:

*A*_p- 0-30cm; colore 10YR4/3 allo stato umido, 10YR5/2 allo stato secco; scheletro 15% minuto e medio; struttura grumosa media evidente; limite chiaro e sub-orizzontale con l'orizzonte sottostante; spaccature frequenti e di dimensione media; porosità elevata; friabile, molto adesivo e plastico; tessitura argilloso-sabbioso (sabbia 35%; limo 24%; argilla 37%).

*C*_{ca}- 30cm ed oltre; colore 10YR4/2 allo stato umido, 10YR5/8 allo stato secco; scheletro 40% medio; struttura prismatica grossolana evidente; spaccature sottili; porosità scarsa; resistente, molto adesivo e molto plastico; attività biologica per lo più da lombrichi, presenza di radici fini; fortemente calcareo; concrezioni soffici di carbonato di calcio molte e piccole; numerose e larghe facce di pressione.

Suolo di San Ferdinando di Puglia

Comune di San Ferdinando (BA); località: Fontana; uso del suolo: seminativo irriguo; pietrosità: trascurabile; substrato: alluvionale olocenico, unità *a*₁ della carta geologica.

Classificazione: *mollic xerofluvent*.

Orizzonti:

*A*_p- 0-65cm; colore 10YR3/3 allo stato umido; struttura evidente poliedrico-subangolare media; consistenza: resistente allo stato umido; effervescenza notevole; limite netto; pori scarsi, molto piccoli; tessitura franco (sabbia 58%; limo 14%; argilla 28%).

*C*₁- 65cm e oltre; colore 10YR4/4 allo stato umido; struttura moderata poliedri-

co-subangolare media; consistenza: resistente allo stato umido; effervescenza notevole; pori comuni; tessitura franco.

Suolo di Ginosa

Comune di Ginosa (TA); località: Masseria Bozza; uso del suolo: seminativo irriguo; pietrosità: assente; substrato: sabbia di origine marina (pleistocene).

Classificazione: *psammentic palexeralf*.

Orizzonti:

A_p- 0-25cm; colore 2.5YR4/6; struttura grumosa fine e moderata; consistenza: resistente allo stato umido; limite graduale; pori comuni; drenaggio rapido; tessitura sabbioso (sabbia 78%; limo 10%; argilla 12%).

B₁-25-60cm; colore 2.5YR3/6; struttura poliedrica angolare fine e moderata; consistenza: friabile; limite graduale; pori comuni; drenaggio normale; tessitura franco-sabbioso.

B_{2t}-60cm e oltre; colore 2.5YR3/6; struttura poliedrica ancolare evidente; pori piccoli scarsi; presenza di qualche faccia di pressione ed abbondanti *clay skins* sugli aggregati e nei pori; drenaggio lento; tessitura franco-sabbioso- argilloso.

Suolo di Nardò

Comune di Nardò (LE); uso del suolo: seminativo irriguo; pietrosità: assente; substrato: calcarenite.

Classificazione: *terra rossa*.

Il materiale costituente il mezzo poroso in oggetto risulta caratterizzato da: $pH = 6.6$; capacità di scambio cationico 17 meq/100g; sabbia 46%, limo 24%, argilla 30%; assenza di carbonato di calcio; minerali presenti nella frazione argillosa: caolinite, ossidi di ferro, ossidi di alluminio.

Suolo di Ponticelli

Comune di Ponticelli (NA); località: Azienda Istituto Tecnico Agrario; uso: seminativo irriguo; pietrosità: assente.

Classificazione: *andosol*.

Suolo rappresentativo di un'ampia fascia di suoli vulcanici vesuviani formati in posto per deposizione eolica delle vulcaniti fortemente amminutate. Nella deposizione normalmente si verifica una stratificazione in funzione della diver-

sa densità del materiale. Nella figura 1 che segue è riportato l'andamento della massa volumica apparente γ rilevata in campo in funzione della profondità.

Dalla figura si rileva come fino ad una profondità di circa 90cm i valori di γ siano praticamente costanti e pari mediamente a circa $1.2\text{g}/\text{cm}^3$, successivamente, fino ad una profondità di circa 120cm si nota la presenza di uno strato caratterizzato da valori di γ inferiori a $1\text{g}/\text{cm}^3$.

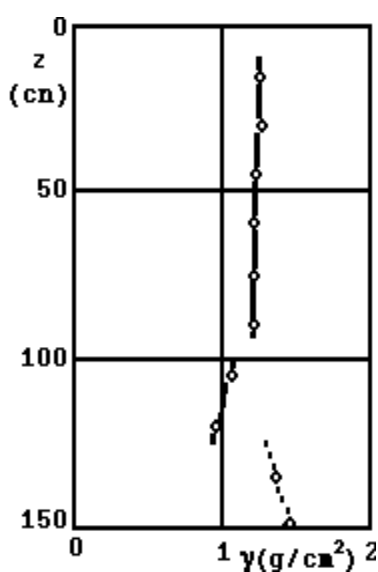


FIG. 1 - Profilo della massa volumica apparente nell'andosuolo

TAB. 1 - Tessitura dell'andosuolo

Profondità $z(\text{cm})$	Sabbia grossa % $2 > d \geq 0.2$ <i>mm</i>	Sabbia fine % $0.2 > d \geq 0.02$ <i>mm</i>	Limo % $0.02 > d \geq 0.002$ <i>mm</i>	Argilla % $d < 0.002$ <i>mm</i>
10-20	30	50	12	8
40-50	30	53	12	5
70-80	34	48	12	6
100-110	25	63	7	5
110-120	27	60	5	8
130-140	72	22	1	5
140-150	70	19	6	5

Questo perché nel suolo preso in considerazione, a causa della forte azione antropica, si è avuta un'intensa modificazione dell'epipedon divenuto meno soffice, più denso e più ricco di sostanza organica, mentre lo strato compreso tra 90-120cm ha conservato le caratteristiche originarie del suolo *andico*, caratterizzato da sofficità, colore scuro, elevata porosità. La distribuzione della tessitura in funzione della profondità può rilevarsi dall'esame dei dati riportati nella tabella che segue.

Suolo di Acerra

Comune di Acerra (NA); uso del suolo: seminativo irriguo.
Classificazione: *andosol*.

Le caratteristiche di questo suolo sono simili a quelle del suolo di Ponticelli sopra riportato.

Suolo di Guglionesi

Comune di Guglionesi (CB); località: azienda Caruso; uso del suolo: seminativo; pietrosità: assente.

Classificazione: *vertic xerofluvent*.

Orizzonti:

Ap₁-0-5cm; colore 2.5Y4/3; struttura poliedrica subangolare evidente da fine a media; pori comuni; tessitura: sabbia 40%; limo 23%; argilla 37%.

Ap₂-5-45cm; colore 2.5Y4/3; struttura poliedrica evidente grossolana; pori medi; tessitura : sabbia 38%, limo 23%, argilla 39%.

A₁45-60cm; colore 2.5Y4/3; struttura poliedrica evidente grossolana; pori medi; tessitura: sabbia 27%, limo 29%, argilla 44%.

A₂ 60-130cm; colore 2.5YR4-5/4; struttura poliedrica evidente grossolana; pori piccoli; tessitura: sabbia 47%, limo 19%, argilla 34%.

A₃-130cm e oltre; colore 2.5Y3/3; struttura poliedrica evidente; pori piccoli; tessitura: sabbia 16%, limo 33%, argilla 51%.

Suolo Panoche

Località: West Side Field Station, University of California, 40 miglia SO di Fresno (USA).

I suoli Panoche hanno profili uniformi caratterizzati da tessitura fine variabile in un ampio campo. Sono di colore bruno chiaro, calcarei, friabili ed abbastanza permeabili. Prendono origine da rocce calcaree poco consolidate. Non presentano quasi mai i caratteri dell'alcalinomia. In particolare, il suolo della stazione risulta caratterizzato per i primi *100cm* del profilo della seguente caratteristica tessitura media: sabbia 24%, limo 30%, argilla 46%.

Software per personal computers

Per le elaborazioni geostatistiche e per quelle su serie storiche sono disponibili numerosi pacchetti applicativi. Qui nel seguito citeremo alcuni dei più comuni.

GEOEAS

Environmental Monitoring System Laboratory
P.O. Box 93478
Las Vegas, NV, 89193 (USA)

GEOPAK

S.R. YATES
USDA/ARS
U.S. Salinity Laboratory
Riverside, CA, 92501 (USA)

SPATANAL

IG Staritsky
Department of Soil Science and Geology
P.O. Box 37
6700 A.A. Wageningen (Olanda)

PC RASTER

Department of Physical Geography
P.O. Box 80115
3508 T.C. Utrecht (Olanda)

GEOSTAT

Systems Geostat International Inc.
4385 rue St-Hubert suite 1
Montreal, QUE, Canada H 2J2K1

GEOVARIANCES INTERNATIONAL

1 rue Charles Meunier
77201 Avon - Fontainbleu (Francia)

GEOSMINE AND BLUE PACK - 3D

Ecole de Mines de Paris
Centre de Geostatistique
35 rue Saint - Honorè
77305 Fontainbleu (Francia)

GENSTAT

NAG - Ltd
Wilkinson House
Jordan Hill Road
Oxford OX28DR (Gran Bretagna)

SURFER

Golden Software Inc.
Golden, CO, 80402 (USA)

CSS: STATISTICA

StatSoft Inc.
2325 East 13th Street
Tulsa, OK, 74104 (USA)

SYSTAT

2902 Central St.
Evanston, ILL, 60201 (USA)

EVIEWES

Quantitative Microsoftware
4521 Campus Drive Suite 336
Irvine, CA, 92715 (USA)

SCALA

A. Santini
Istituto di Idraulica Agraria
Università di Napoli Federico II
Via Università
80055 Portici (NA) (Italia)

CXTFIT

DITEC
Università della Basilicata
via N. Sauro
85100 Potenza (Italia)

Bibliografia

- ABARBANEL H.D.I., 1996. *Analysis Of Observed Chaotic Data*. Springer-Verlag, New York.
- ABOITIZ M., LABADIE JW, HEERMAN DF, 1986. *Stochastic soil moisture estimation and forecasting for irrigated fields*. Water Reours. Res., vol. 22, pp. 180-190.
- ABRAHAM B., BOX G.E.P., 1978. *Deterministic and forecasting time-dependent models*. Applied Statistics, vol. 27, pp. 120-130.
- ADDISCOTT T.M., 1993. *Simulation modelling and soil behaviour*. Geoderma, vol. 60, pp. 15-40.
- ADDISCOTT T.M., WAGENET R.J., 1985. *Concepts of solute leaching in soils: a review of modeling approaches*. Jour. Soil Sci., vol. 36, pp. 411-424.
- AKAIKE K., 1974. *A new look of statistical model identification*. IEEE Trans. on Automatic Control, AC-19, vol. 6, pp. 716-722.
- AMENDOLA A, GIORDANO F., PERNA C., 2001. *Forecasting non linear time series: empirical evidence on financial data. Studies in Classification, Data Analysis and Knowledge Organization* (Borra, Rocci, Vichi, Schader, editors), Springer, 2001.
- ANDERSON B.D.O., MOORE J.B., 1979. *Optimal Filtering*. Englewood Cliffs, NJ Prentice Hall.
- ANDERSON S.H., CASSEL D.K., 1986. *Statistical and autoregressive analysis of soil properties of Portsmouth Sandy Loam*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 50, pp. 1096-1104.
- ANDERSON J., SHAPIRO A.M., 1983. *Stochastic analysis of one-dimensional steady state unsaturated flow: a comparison of Monte Carlo and perturbation method*. Water Resour. Res., vol. 19, pp. 121-133.
- ARYA L.M., PARIS P.F., 1981. *A physico-empirical model to predict the soil moisture characteristic from particle size distribution and bulk density data*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 45, pp. 1023-1030.
- ASTM (AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS), 1984. *Standard practice for evaluating environmental fate models of chemicals*. Am. Soc. Test Mater., Philadelphia, P.A, E9, pp. 78-81.
- BAKER R., 1984. *Modeling soil variability as a random field*. Journal Intern. Assoc. Mathem. Geology, vol: 16, pp. 435-448.
- BAKR A., GELHAR L.W., GUTJAHR A.L., MACMILLAN J.R., 1978. *Stochastic*

- analysis of spatial variability in subsurface flows. 1 Comparison of one and three-dimensional flows.* Water Resour. Res., vol. 14, pp. 263-287.
- BARRON, A.R., 1993. *Universal Approximation Bounds for Superpositions of a Sigmoidal Function.* IEEE Trans. on Informat. Theory, vol. 39, pp. 930-945.
- BARRY M., LEWIS Z.V., 1980. *On the Weierstrass-Mandelbrot fractal functions.* Proc. Roy. Soc., vol. 370, pp. 459-484.
- BEAR J., 1979. *Hydraulics of Groundwater.* McGraw Hill, New York
- BEVEN K., 1993. *Prophecy, reality and uncertainty in distributed hydrological modeling.* Adv. Water Resour., vol. 16, pp. 41-51.
- BEVEN K., GERMANN P., 1982. *Macropores and water flow in soils.* Water Resour. Res., vol. 18, pp. 1311-1325.
- BIERKENS M.P.F., 1998. *Modeling water table fluctuations by means of a stochastic differential equation.* Water Resour. Res., vol. 34, pp. 2485-2499.
- BIERKENS M.P.F., KNOTTERS M., HOOGLAND T., 2001. *Space-time modeling of water table depth using a regionalized time series model and the Kalman filter.* Water Resour. Res.
- BIGGAR J.W., NIELSEN D.R., 1976. *Spatial variability of leaching characteristics of a field soil.* Water Resour. Res., vol. 12, pp. 78-84.
- BOGAERT P., CHRISTAKOS G., 1997. *Stochastic analysis of spatiotemporal solute content measurements using a regression model.* Stochastic Hydrol. Hydraul., vol. 11, pp. 267-295.
- BORROUGH P.A., 1983a. *Problems of superimposed effects in the statistical study of the spatial variation of soils.* Agric. Water Management, vol. 6, pp. 123-143
- BORROUGH P.A., 1983b. *Multiscale sources of spatial variation in soil. I: the application of fractal concepts to nested levels of soil variation.* Jour. Soil Sci., vol. 34, pp. 577-507.
- BORROUGH P.A., 1994. *Soil variability.* Soil and Fertilizers, vol. 56, pp. 529-562.
- BOUCNEAU G., VAN MEIRVENNE M., THOMAS O., HOFMAN G., 1998. *Integrating properties of soil map delineations into ordinary kriging.* European Jour. Soil Sc., vol. 49, pp. 213-229.
- BOURENANNE H., KING D., CHÉRY P., BRUAND A., 1996. *Improving the kriging of a soil variable using slope gradient as external drift.* European Jour. Soil Sc., vol. 47, pp. 473-483.
- BOUMA J., 1983. *Use of survey data to select measurement techniques for hydraulic conductivity.* Agric. Water Manag. vol. 6, pp. 177-190.
- BOX G.E.P., JENKINS G.M., 1970. *Time Series Analysis, Forecasting and Control.* Holden Day, San Francisco.
- BRANNON G.R., HAJEK B.F., 2000. *Update and recorelation of soil surveys using GIS and statistical analysis.* Soil Sc. Society America Jour., vol. 64, pp. 679-680.
- BRESLER E., DAGAN G., 1983a. *Unsaturated flow in spatially variable fields. II Application to various field.* Water Resour. Res., vol. 19, pp. 421-428.
- BRESLER E., DAGAN G., 1983b. *Unsaturated flow in spatially variable fields. III*

- Solute transport models and their applications to two fields.* Water Resour. Res., vol. 19, pp. 429-435.
- BRILLINGER D.R., 1975. *Time Series Analysis and Theory.* Halt Rinehart and Winston, New York.
- BROOKS R.H., COREY A.T., 1964. *Hydraulic properties of porous media.* Hydrology Paper 3 Colorado St. Univ. - Fort Collins.
- BRUS D.J., GRUIJTER J.J., 1997. *Random sampling or geostatistical modelling? Choosing between design-based and model-based sampling strategies for soil (with discussion).* Geoderma, vol. 80: 1-59.
- BUKINGHAM E., 1907. *Studies on the movement of soil moisture.* Bulletin 38 USDA.
- BURDINE N.T., 1953. *Relative permeability calculations from pore size distribution data.* Trans AM. Inst. Univ. Metall. Petr. Eng., vol. 198, pp. 71-87.
- BURGESS T.M., WEBSTER R., 1980. *Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. 1 The semi-variogram and punctual kriging.* Jour. Soil Sc., vol. 31, pp. 315-331.
- BURGESS T.M., WEBSTER R., MCBRATNEY A.B., 1981. *Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties VI. Sampling strategy.* Jour. Soil Sci., vol. 31, pp. 643-659.
- BURROUGH P.A., 1993. *The technologic paradox in soil survey: new methods and techniques of data capture and handling.* ITC Journal, vol. 1, pp. 15-22.
- CAHILL A.T., UNGARO F., PARLANGE M.B., MATA M., NIELSEN D.R., 1999. *Combined spatial and Kalman filter estimation of optimal hydraulic properties.* Water Resear. Res., vol. 35, pp. 1079-1088.
- CAHILL M.L., SUBLER S., EVANS J.P., FORTIN M.-J., 1999. *Sampling spatial and temporal variation in soil nitrogen availability.* Oecologia, vol. 118, pp. 397-404.
- CAMPBELL D.J., KINNIBURGH D.G., BECKETT P.H.T., 1989. *The soil solution chemistry of some Oxfordshire soils: temporal and spatial variability.* Journal Soil Sc., vol. 40, pp. 321-339.
- CAMPBELL G.S., 1974. *A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data.* Soil Sci., vol. 117, pp. 311-314.
- CARVALLO H.O., CASSEL D.K., HAMMOND J., BAKR A., 1976. *Spatial variability of in situ unsaturated hydraulic conductivity of Maddock Sandy Loam.* Soil Sci., vol. 121, pp. 1-8.
- CASDAGLI M., 1989. *Nonlinear prediction of chaotic time series.* Physic D, vol. 35, pp. 335-356.
- CASTRIGNANÒ A., LOPEZ G., 1989. *Estimating soil water content using cokriging.* Acta Horticulturae, vol. 278, pp. 463-469.
- CAVAZZA L., 1981. *Fisica del Terreno Agrario.* UTET, Torino.
- CHANG W.-L., BIGGAR J.W., NIELSEN D.R., 1994. *Fractal description of wetting front instability in layered soil.* Water Resour Res., vol. 30, pp. 125-132.
- CHEVALIER T., VOLTZ M., BLANCHART E., CHOTTE J.L., ESCHENBRENNER V., MAHIEU M., ALBRECHT A., 2000. *Spatial and temporal changes of soil C*

- after establishment of a pasture on a long-term cultivated vertisol. Geoderma*, vol. 94, pp. 43-58.
- CHILDS E.C., 1969. *The Physical Basis of Soil Water Phenomena*. Wiley, New York.
- CHIRLIN G.R., WOOD E.F., 1982. *On the relationship between kriging and state estimation*. *Water Resour. Res.*, vol. 18, pp. 432-438.
- CIOLLARO C., COMEGNA V., 1981. *La caratterizzazione idraulica del suolo nell'intervento irriguo*. Pubblicazione Istituto di Idraulica Agraria (Portici), Università di Napoli Federico II.
- CIOLLARO G., COMEGNA V., 1985. *Spatial variability of soil water status in the field soil*. *Acta Horticulturae*, vol. 228, pp. 633-642.
- CIOLLARO G., COMEGNA V., 1989. *Methodology for the study of hydraulic properties of soil on a plot scale*. *Proc. of 11° Intern. Congress of Agric. Engrn.*, vol. 1, pp. 471-480.
- CIOLLARO C., COMEGNA V., 1989. *Studio della variabilità spaziale delle proprietà idrauliche del suolo mediante il concetto di similitudine*. *Irrigazione e Drenaggio*, vol. 3, pp. 49-56.
- CIOLLARO C., COMEGNA V., RUGGIERO C., 1989. *Spatial variability of soil water status in the field soil*. *Acta Horticulturae*, vol. 278, pp. 633-642.
- CLAPP R.B., HORNBERGER G.M., 1978. *Empirical equations for some soil hydraulic properties*. *Water Resour. Res.*, vol. 14, pp. 602-604.
- CLARKE R.T., 1973. *A review of some mathematical models used in hydrology with observations on their calibration and use*. *Jour. Hydrol.*, vol. 19, pp. 1-20.
- CLARK G.M., 1982. *Statistical and Experimental Design*. Eduard Arnold, London
- COMEGNA V., BASILE, A., 1992. *Variabilità spaziale e temporale del contenuto idrico del suolo*. *Riv. di Ing. Agraria*, vol. 3, pp. 147-156.
- COMEGNA V., BASILE, A., 1994. *Temporal stability of spatial patterns of soil water storage in a cultivated Vesuvian soil*. *Geoderma*, vol. 62, pp. 299-310.
- COMEGNA V., VITALE C., 1993. *Space-time analysis of water status in a volcanic vesuvian soil*. *Geoderma*, vol. 60, pp. 135-158.
- COMEGNA V., VITALE C., 1996. *Analisi Statistiche delle Proprietà Idrauliche del Suolo*. Edizioni CUSL, Salerno.
- COMEGNA V., RUGGIERO C., VITALE C., 1990. *Analisi della struttura spaziale dello stato idrico del suolo*. *Atti XXXV Riunione Scientifica S.I.S.*, vol. 2, pp. 53-60. CEDAM, Padova.
- COMEGNA V., RUGGIERO C., VITALE C., 1995. *Lo stato idrico del suolo come processo stocastico. L'uso di un modello STAR*. Pubbl. del DITEC; Università della Basilicata.
- COMEGNA V., SOMMELLA A., D'ANNA F., 1993. *Determinazione delle curve di ritenzione idrica dei suoli mediante la geometria dei frattali*. *Atti del V Convegno Nazionale AIGR*, vol. 1, pp. 193-199.
- COMEGNA V., SOMMELLA A., VITALE C., 2001 *Rappresentazione di alcune proprietà idrauliche del suolo mediante la geometria dei frattali*. In: *Metodi Statistici e*

- Matematici per L'Analisi delle Serie Ideologiche. D. Piccolo e L. Umbertini, editors, pp. 57-71.
- CRESSIE N., 1993. *Statistics for Spatial Data*. Wiley, New York.
- CRESSIE N., HAWKINS D.M., 1980. *Robust estimation of the variogram I*. Math. Geol. vol. 12, pp. 115-125.
- DAGAN G., BESLER E., 1983. *Unsaturated flow in spatially variable fields. I Derivation of models of infiltration and redistribution*. Water Resour. Res., vol. 19, pp. 413-420.
- DALTON F.N., VAN GENUCHTEN M., 1986. *The time domain reflectometry method for measuring soil water content and salinity*. Geoderma, vol. 38, pp. 237-250.
- DARCY H., 1856. *Les fontaines publique de la ville de Dijon*. Dalmont, Paris.
- DASGUPTA B.; SCHNITGER G., 1992. *The power of approximating: a comparison of activation functions*. C.L. Giles, S.J. Hensen e J.D. Cowen (a cura di). In: *Advanced in Neural Information Processing System 2.*, san Mateo, CA Morgan, Keufman.
- DAY P.R., 1965. *Particle fractionation and particle-size analysis*. Edited by Black et all. In: *Methods of Soil Analysis. Physical and Mineralogical Properties including Statistics of Measurement and Sampling*, pp. 545-567. SSSA Publisher, Madison, Wisconsin.
- DE LOOR G.P., 1964. *Dielectric properties of heterogeneous mixture*. Applied Sci. Res., vol. B3, pp. 479-482.
- DE WRACHIEN D., 1981. *Trattamento automatico dei dati per l'utilizzo dei modelli matematici nell'idrologia sotterranea*. CNR Progetto Finalizzato Conservazione del Suolo - sottoprogetto Dinamica dei Versanti. Pubbl. 72, pp. 93-149.
- DI PIETRO L.V., MELAYAH A., 1994. *Modelling water infiltration in unsaturated porous media by interacting lattice gas - cellular automata*. Water Resour. Res., Vol. 30, pp. 2785-2792.
- EFRON B., GONG G., 1983. *A leisurely look at the bootstrap, the jackknife, and cross-validation*. The American Statistician, vol. 37, pp. 36-48.
- EFRON B., TIBSHIRANI R.J., 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. Monographs on Statistics and Applied Probability. Chapman and Hall, New York.
- FARAWAY J.; CHATFIELD C., 1998. *Time series forecasting with neural networks: a comparative study using airline data*. Appl. Stat., vol. 47, pp. 231-250.
- FEDDES R.A., KABAT P., VAN BAKEL P.J.T., 1988. *Modelling soil water dynamics in the unsaturated zone*. State of the art. J. Hydrol., vol. 100, pp. 69-111.
- FREEZE R.A., 1975. *A stochastic conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform heterogeneous media*. Water Resour. Res., vol. 11, pp. 725-741.
- FRENCH M.N., KRAJEWKI W.F., CUYKENDAL R.R., 1992. *Rainfall forecasting in space and time using neural network*. Journal Hydrol., vol. 137, pp. 600-667.
- GAJEM Y.M., WARRICK A.W., MYERS D.E., 1981. *Spatial dependence of physical properties of a typical Turrifluent soil*. Soil Sci. Soc. Am. Jour. vol. 45, pp. 1040-1048.

- GARDNER W.R., 1958. *Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equations with applications to evaporation from a water table*. Soil Sci., vol. 85, pp. 226-232.
- GARDNER W.R., HILLEL D., BENJAMINI Y., 1970. *Postirrigation movement of soil water 1. Redistribution*. Water Resour. Res., vol. 6, pp. 51-861.
- GEE G.W., BAUDER J.W., 1986. *Particle soil analysis*. C.A. Black et al., editors. In: Methods of soil analysis. Part I. Am. Soc. Agronomy Madison, pp. 383-411.
- GERMANN P.F., 1991. *Length scale of convective dispersion approaches to flow and transport in porous media*. Jour. Contam. Hydrol., vol. 7, pp. 39-49.
- GHILARDI P., MENDUNI G.; ROSSO R., 1992. *On the morphogenesis of scaling porous media*. Excerpta, vol. 6, pp. 207-227.
- GIORDANO F., PERNA C., 1999. *Neural Networks as Series Estimators: a Statistical Interpretation of the Hidden Layer Size*. Quaderni di Statistica, vol. 1., pp. 175-185.
- GOOVAERTS P., 1999. *Geostatistics soil in science: state-of-art and perspective*. Geoderma, vol. 89: 1-45.
- GOOVAERTS P., JOURNEL A.G., 1995. *Integrating soil map information in modelling the spatial variation in continuous soil properties*. Europ. Jour. Soil Scie., vol. 46: 397-414.
- GREEN R.E., AHUJA L.R., CHONG S.K., 1986. *Hydraulic conductivity, diffusivity and sorptivity of unsaturated soils*. Edited by Klute, A. In: Methods of Soil Analysis: Physical and Mineralogical Methods, pp. 771-79. SSSA Publisher, Madison, Wisconsin.
- HASLET J.W., WILLIS G., UNWIN A., 1990. *SPIDER - an interactive statistical tool for the analysis of spatially distributed data*. Inter. Jour. of Gis., vol. 4, pp. 285-296.
- HECHT-NIELSEN R., 1989. *Theory of Back-Propagation Neural Network*. Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Washington D.C., New York, IEEE Press, pp. 593-606.
- HEUVELINK G.B.N., 1996. *Identification of field attribute error under different models of spatial variation*. International Jour. GIS, vol. 10, pp. 921-935.
- HEUVELINK G.B.N., BIERKENS M.F.P., 1992. *Combining soil maps with interpolations from point observations to predict quantitative soil properties*. Geoderma, vol. 55, pp. 1-15.
- HEUVELINK G.B.N., PEBESMA E.J., 1999. *Spatial aggregation and soil process modelling*. Geoderma, vol. 89, pp. 47-65.
- HEUVELINK G.B.N., WEBSTER R., 2001. *Modelling soil variation: past, present, and future*. Geoderma, vol.100, pp. 269-301.
- HOEBEN R., TROCH P.A., 2000. *Assimilation of active microwave observation data for soil moisture profile estimation*. Water Resour. Res., vol. 36, pp. 2805-2819.

- HOOSBEEK M.R., BRYANT R.B., 1992. *Towards the quantitative modeling of pedogenesis – a review*. Geoderma, vol. 55, pp. 183-210.
- HOOSBEEK M.R., VAN ES H.M., STEIN A. (EDS), 1998. *Modelling Spatial and Temporal Variability as a Function of Scale*. Geoderma, vol. 85, pp. 2-3.
- HOPMANS J.W., SHUKKING H., TORFS P.J.J., 1988. *Two-dimensional steady state unsaturated flow in heterogeneous soil with autocorrelated soil hydraulic properties*. Water Resour. Res., vol. 24, pp. 2005-2017.
- HSU K., GUPTA H.V., SOROOSHIAN S., 1995. *Artificial neural network modeling of the rainfall-runoff process*. Water Resour. Res., vol. 31, pp. 2517-2530.
- HUANG H.C., CRESSIE N., 1996. *Spatiotemporal prediction of snow water equivalent using the Kalman filter*. Computat. Statistics & Data Analysis, vol. 22, pp. 159-175.
- HUBBERT K., 1956. *Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids*. Soc. Petrol. Eng. AIME Trans., vol. 207, pp. 222-239.
- HURST H.E., 1951. *Long-term storage capacity of reservoirs*. Trans Am. Soc. Civil. Engrs., vol. 116, pp. 770-780.
- ISAAKS E.H., SRIVASTAVA R.M., 1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford Press, New York.
- JAYAWARDENA A.W., LAI F., 1994. *Analysis and prediction of chaos in rainfall and streamflow time series*. Journal of Hydrology, vol. 153, pp. 23-52.
- JOURNEL A.J., HUIJBREGTS C.H.J., 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press, New York.
- JURY W.A., SPOSITO G., 1985. *Field calibration and validation of solute transport models for the unsaturated zone*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 49, pp. 1331-1341.
- JURY W.A., STOLZY L.H., SHOUSE P., 1982. *A field test of the transfer function model for predicting solute transport*. Water Resour. Res., vol. 18, pp. 369-375.
- KACHANOSKI R.G., DE JONG E., 1988. *Scale dependence and the temporal persistence of spatial pattern of soil water storage*. Water Resour. Res., vol. 34, pp. 85-91.
- KALMAN R.E., 1960. *A new approach to linear filtering and prediction problems*. Transactions of ASMA, D, Jour. of Basic Engineering, vol. 82, pp. 35-45.
- KATZ A.J., THOMPSON A.H., 1985. *Fractal sandstone pores. Implications for conductivity and pore formation*. Phys. Rev. Lett., vol. 54, pp. 1325-1328.
- KYRIAKIDIS P.C., JOURNEL A.G., 1999. *Geostatistical space – time models: a review*. Mathem. Geology, vol. 31, pp. 651-684.
- KLUTE A., WILKINSON G.E., 1958. *Some tests of similar media concept of capillary flow. I. Reduced capillary conductivity of moisture characteristic data*. Soil Sci. Soc. Am. Proc., vol. 22, pp. 278-281.
- KONIKOV L.F., BREDEHOFT J.D., 1992. *Groundwater models cannot be validated*. Adv. in Water Resour., vol. 15, pp. 75-83.
- KOUTSOYIANNIS D., PACHAKIS D., 1996. *Deterministic chaos versus stochasticity in*

- analysis and modeling of point rainfall series.* Journal Geophys. Res., vol. 101, pp. 26, 441-26, 451.
- KRASOVKAIA I., GOTTSCHALK L., KUNDZEWICZ Z.W., 1999. *Dimensionality of Scandinavian river flow regimes.* Hydrol. Sci. Jour., vol. 44, pp. 705-723.
- LAGACHERIE P., VOLTZ M., 2000. *Predicting soil properties over a region using sample information from a mapped reference area and digital elevation data: a conditional probability approach.* Geoderma, vol. 97, pp. 187-208.
- LAMBRAKIS N., ANDREOU A. S., POLYDOROPOULOS P., GEORGOPOULOS E., BOUNTIS T., 2000. *Nonlinear analysis and forecasting of a brackish karstic spring.* Water Resour. Res., vol. 36, pp. 875-884.
- LA ROCCA M., PERNA C., 2002a. *A test procedure to select the input variables in neural networks for dependent data.* Stasinopoulos and Touloumi, ed., In: Proceedings of the 17th International Workshop on Statistical Modelling., pp. 415-419.
- LA ROCCA M., PERNA C., 2002b. *Model selection in neural network regression with dependent data.* Klinke, Ahrend, Richter, edit., In: Proceedings of the Conference COMPSTAT 2002 – Short Communications and Posters., Spriger, Berlin.
- LACHTERMACHER, G.; FULLER, J.D., 1995. *Backpropagation in Time-series Forecasting.* Jour. of Forecasting, vol. 14, pp. 881-393.
- LORENZ E.N., 1991. *Dimension of weather and climate attractors.* Nature, vol. 353, pp. 241-244.
- LARK R.M., 2000a. *A comparison of some robust estimators of the variogram for use in soil survey.* Europ. Jour. Soil Science, vol. 51, pp. 137-157.
- LARK R.M., 2000b. *Estimating variograms of soil properties by the method-of-moments and maximum likelihood.* Europ. Jour. Soil Science, vol. 51, pp. 717-728.
- LEIJ F.J., ALVES W.J., VAN GENUCHTEN M.TH., WILLIAMS J.R., 1996. *The UNSODA unsaturated soil hydraulic database. Version 1.0.* EPA report EPA/600/R-96/095. EPA National Risk Management Laboratory, G-72, Cincinnati, OH, USA (<http://www.epa.gov/ada/models.html>).
- MAIER H.R., DANDY G.C., 1996. *The use of artificial neural networks for the prediction of water quality parameters.* Water Resear. Res., vol. 32, pp. 1013-1022.
- MALLANTS D., VANCLOOSTER M., MEDDAHI M., FEYEN J., 1994. *Estimating solute transport in undisturbed soil columns using time-domain reflectometry.* Jour. Contam. Hydrol., vol. 17, pp. 91-109.
- MANDELBROT B.B., 1971. *A fast fractional gaussian noise generator.* Water Resour. Res., vol. 7, pp. 545-553.
- MANDELBROT B.B., 1983. *The Fractal Geometry of the Nature.* Freeman, San Francisco.
- MANDELBROT B.B., WALLIS J.R., 1969. *Computer experiments with fractional gaussian noises I-III.* Water Resour. Res., vol. 5, pp. 228-267.

- MATHERON G., 1971. *The theory of regionalized variables and its applications*. Ecole des Mines de Paris. Fontainebleau, France.
- MATHERON G., DE MARSILY G., 1980. *Is transport in porous media always diffusive? A counter example*. Water Resour. Res., vol. 16, pp. 901-917.
- MCBRATNEY A.D., WEBSTER R., 1981. *The design of optimal sampling schemes for local estimation and mapping of regionalized variables*. Program Computer Geosciences, vol. 7, pp. 335-365.
- MCBRATNEY A.B., WEBSTER R., 1983. *Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties V. Coregionalization and multiple sampling strategies*. Jour. Soil Sci., vol. 34, pp. 137-162.
- MCKENZIE N.J., RYAN P.J., 1999. *Spatial prediction of soil properties using environmental correlation*. Geoderma, vol. 89, pp. 67-94.
- MILLER E.E., MILLER R.D., 1955. *Theory of capillary flow*. Soil Sci. Soc. Am. Proc., vol. 19: 267-276.
- MILLER E.E., MILLER R.D., 1956. *Physical theory for capillary flow phenomena*. Jour. Appl. Phys., vol. 27, pp. 320-332.
- MINANSNY B., MCBRATNEY A.B., 1999. *A rudimentary mechanistic model for soil production and landscape development*. Geoderma, vol. 90: 3-21.
- MONTEITH J.L., 1965. *Evaporation and Environment*. Academic Press, New York
- MORKOC F., BIGGAR J.W., NIELSEN D.R., ROLSTON D.E., 1985. *Analysis of soil water content and temperature using state-space approach*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 49: 798-803.
- MUALEN Y., 1976. *A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media*. Water Resour. Res., vol. 12, pp. 513-522.
- MYERS D.E., 1982. *Matrices formulation of cokriging*. Math. Geol., vol. 14, pp. 248-257.
- MYERS D.E., 1983. *Estimation of linear combinations and cokriging*. Math Geol., vol. 15: 633-637.
- NIELSEN D.R., BIGGAR J.W., ERH K.J., 1973. *Spatial variability of field measured soil water properties*. Hilgardia, vol. 42, pp. 215-259.
- NIKOLIS G., PRIGOGINE L., 1989. *Exploring Complexity*. Freeman, New York.
- ODEH I.O.A., MCBRATNEY A.B., CHITTLEBOROUGH D.J., 1994. *Spatial prediction of soil properties from landform attributes derived from a digital elevation model*. Geoderma, vol. 63, pp. 197-214.
- OREY S., 1970. *Gaussian sample functions of the Hausdorff dimension of level crossing*. Zeitschrift für Wahrscheinlichkeits-Theorie und verwante Gebiete, vol. 15: 249-256.
- OSBORNE A.R., PROVENZALE A., 1989. *Finite correlation dimension for stochastic system with power-law spectra*. Phys. D, vol. 35, pp. 357-381.
- PARKER J.C., VAN GENUCHTEN M., 1984. *Determining transport parameters from laboratory and field tracer experiment*. Bull. 84, Virginia Agric. Exp. Stn., Blacksburg.

- PAPRITZ A., FLÜHLER H., 1994. *Temporal change of spatially uncorrelated soil properties: optimal estimation by cokriging*. Geoderma, vol. 62, pp. 29-43.
- PENMANN H.L., 1948. *Natural evaporation from open water bare soil and grass*. Proc. Roy. Soc., vol. 198, pp. 120-145.
- PERSSON M., SIVAKUMAR B., BERNDTSSON R., JACOBSEN O.H., SCHJØNNING P., 2002. *Predicting dielectric constant – water content relationship using artificial neural networks*. Soil Sci. Soc. Am. J., vol. 66, pp. 1424-1429.
- PETERSON R.G., CALVIN L.D., 1965. *Methods of Soil Analysis*. In *Methods of Soil Analysis*. Black et all. Edit., In: Physical and Mineralogical Properties including Statistics of Measurement and Sampling, pp. 54-72. SSSA Publisher, Madison, Wisconsin.
- PHILIP J.R., 1969. *Theory of infiltration*. Advances Hydrosc., vol. 5, pp. 215-305.
- PHILIPS J.D., 1998. *On the relations between complex systems and the factorial model of soil formation (with discussion)*. Geoderma, vol. 86, pp. 1-42.
- PICCOLO D., VITALE C., 1984. *Metodi Statistici per l'Analisi Economica. Statistica e Modelli Lineari*. Il Mulino, Bologna.
- POPPER K.R., 1959. *The Logic of Scientific Discovery*. Hutchinson, London.
- PORPORATO A., RIDOLFI L., 1997. *Nonlinear analysis of river flow time series sequences*. Water Resour. Res., vol. 33, pp. 1353-1367.
- REED R., 1993. *Pruning Algorithm: a Survey*. IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 4, pp. 740-747.
- RICHARDS L.A., 1931. *Capillary conduction of liquids through porous medium*. Physics, vol. 1, pp. 318-333.
- RIOU M., SPOSITO G., 1991. *Fractal fragmentation, soil porosity and soil water properties. 1 Theory*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 55, pp. 1231-1238.
- ROCKSTRÖM J., BARRON J., BROUWER J., GALLE S., DE ROUW A., 1999. *On-farm spatial and temporal variability of soil and water in pearl millet cultivation*. Soil Sci. Society of Amer. Jour., vol. 63, pp. 1308-1319.
- RODIGUEZ-ITURBE I., DE POWER F.B., SHARIFI M.B., GEORGAKAKOS K.P., 1989. *Chaos in rainfall*. Water Resour. Res., vol. 25, pp. 1667-1675.
- ROGOWSKI A.S., WOLF J.K., 1994. *Incorporating variability into soil map unit delineations*. Soil Sci. Society of Amer. Jour., vol. 58, pp. 163-174.
- RUSSO D., 1998. *Stochastic analysis of flow and transport in unsaturated heterogeneous porous formation: effects of variability in water saturation*. Water Resour. Res., vol. 34, pp. 569-581.
- RUSSO D., BRESLER E., 1981. *Soil hydraulic properties as stochastic process. 1. An analysis of field spatial variability*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 45, pp. 682-687.
- RUSSO D., JURY W.A., 1987. *A theoretical study of the estimation of the correlation length scale in spatially variable fields 1: stationary fields; 2: nonstationary fields*. Water Resour. Res. vol. 23, pp. 1257-1279.
- SANTINI A., 1974. *Rilievi del potenziale e del contenuto d'acqua in un mezzo non saturo*.

- Pubblicazione dell'Istituto di Idraulica Agraria, Napoli.
- SANTINI A., 1979. *Bilancio idrico del sistema suolo-vegetazione: l'impiego di un modello di simulazione*. Riv. Ing. Agr., vol. 40, pp. 63-76.
- SAXTON K.E., RAWLS W.J., SOMBERGER J.S., PAPENDICK R.I., 1986. *Estimating generalized soil-water characteristic from texture*. Soil Sci. Soc. Am. J., vol. 50, pp. 1031-1036.
- SCHAAP M.G., LEIJ F.J., 1998b. *Using neural networks to predict soil water retention and soil hydraulic conductivity*. Soil and Tillage Res., vol. 47, pp. 37-42.
- SCHAAP M.G., LEIJ F.J., 1998a. *A comparison of methods to predict unsaturated hydraulic conductivity*. Water Resour. Res., vol. 34.
- SHARMA M.L., GANDER G.A., HUNT C.G., 1980. *Spatial variability of infiltration in a watershed*. Jour. Hydrol., vol. 45, pp. 101-122.
- SHUMWAY R.H., STOFFER D.S., 1982. *An approach to time series smoothing and forecasting using the EM algorithm*. Jour. Time Series Anal., vol. 3, pp. 253-264.
- SIMMONS C.S., 1982. *Soil Water Movement in Relation to Soil Structure and Input Conditions*. PhD. Thesis, University of Sheffield.
- SIMMONS C.S., NIELSEN, D.R., BIGGAR J.W., 1979. *Scaling of field measured soil water properties*. Hilgardia, vol. 47, pp. 77-173.
- SIVAKUMAR B., 2000. *Chaos theory in hydrology: important issues and interpretations*. Journal Hydrol., vol. 227: 1-20.
- SIVAKUMAR B., LIONG S.Y., LIAW C.Y., PHOON K.K., 1999. *Singapore rainfall behavior: chaotic?* Journal Hydrol. Eng., vol. 4: 38-48.
- SIVAKUMAR B., BERNDTSSON R., PERSSON M., 2001. *Monthly runoff prediction using phase-space reconstruction*. Hydrol. Sci., vol. 46: 377-387.
- SIVAKUMAR B., PERSSON M., BERNDTSSON R., BERTACCHI UVO C., 2002. *Is correlation dimension a reliable indicator of low-dimensional chaos in short hydrological time series?* Water Resour. Res., vol. 38, pp. 1-8.
- SMITH L., FREEZE R.A., 1979. *Stochastic analysis of steady state from water flow in a bounded domain 1. One-dimensional simulations*. Water Resour. Res., vol. 15, pp. 521-528.
- SUGIHARA G., MAY R.M., 1990. *Nonlinear forecasting as a way to distinguishing chaos from measurement error in time series*. Nature, vol. 344: 734-741.
- STEIN M., 1999. *Interpretation of Spatial Data. Some Theory for Kriging*. Springer, New York.
- STEWART I., 1989. *Does God Play Dice? The Mathematics of Chaos*. Blackwell Oxford, Oxford.
- TOPP G.C., DAVIS J.L., AMAN A.P., 1980. *Electromagnetic determination of soil water content. Measurement in coaxial lines*. Water Resour. Res., vol. 16, pp. 574-582.
- TRANGMAR B.B., YOST R.S., UEHARA A.G., 1985. *Application of geostatistics to spatial studies of soil properties*. Advances Agron., vol. 38, pp. 45-90.
- TURCOTTE D.L., 1992. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. Cambridge

- Univ. Press., Cambridge.
- TYLER S., WHEATCRAFT S.W., 1989. *Application of fractal mathematics to soil water retention estimation*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 53, pp. 987-996.
- TYLER S., WHEATCRAFT S.W., 1990. *Fractal processes in soil water retention*. Water Resour. Res., vol. 26, pp. 1047-1054.
- UNLU K., NIELSEN D.R., BIGGAR J.W., 1990. *Stochastic analysis of unsaturated flow: one-dimensional Monte Carlo simulations and comparisons with spectral perturbation analysis and field observations*. Water Resour. Res., vol. 26, pp. 2207-2218.
- VACHAUD G., PASSERAT DE SILANS A., BALABONIS P., VAUCLIN M., 1985. *Temporal stability of spatially measured soil water probability density function*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., 52, pp. 363-368.
- VAN ES H.M., OGDEN C.B., HILL R.L., SCHINDELBECK R.R., TSEGAYE T., 1999. *Integrated assessment of space, time, and management – related variability of soil hydraulic properties*. Soil Sc. Society of Amer. Jour., vol. 63, pp. 1599-1608.
- VAN GENUCHTEN M., 1980. *A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 44, pp. 892-897.
- VAUCLIN M., VIERA S.R., VACHAUD G., NIELSEN D.K., 1983. *The use of cokriging with limited field soil observations*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 47, pp. 175-184.
- VIERA S.R., HATFIELD J.L., NIELSEN D.R., BIGGAR W., 1983. *Geostatistical theory and application to variability of some agronomical properties*. Hilgardia, vol. 51, pp. 1-25.
- VIERA S.R., NIELSEN D.R., BIGGAR J.W., 1981. *Spatial variability of field measured infiltration rate*. Soil Sci. Soc. Am. Jour., vol. 45, pp. 1040-1048.
- VITALE C., 1980. *Considerazioni critiche sulla scomposizione dei modelli ARIMA*. Rivista di Statistica Applicata, vol. 13: 91-104.
- VITALE C., 2002. *Processi Stocastici, Caos e Caso nei Fenomeni Dinamici*, Edizioni CUSL, Salerno.
- WARRICK A.W., 1986. *Geostatistical methods applied to soil science*. Black C.A. et al. editors. In Methods of Soil Analysis. pp. 53-82. SSSA publisher, Madison, Wisconsin.
- WARRICK A.W., AMOOZEGAR-FARD A., 1979. *Infiltration and drainage calculation using spatially scaled hydraulic properties*. Water Resour. Res., vol. 15, pp. 1116-1120.
- WARRICK A.W., MULLEN G.J., NIELSEN D.R., 1977a. *Prediction of soil water flux based upon field measured soil water properties*. Soil. Sci. Soc. Am. Jour., vol. 41, pp. 14-19.
- WARRICK A.W., MULLEN G.J., NIELSEN D.R., 1977b. *Scaling field-measured soil hydraulic properties using a similar media concept*. Water Resour. Res., vol. 13, pp. 356-362.

- WARRICK A.W., MULLEN G.J., NIELSEN D.R., 1977. *Scaling field-measured soil hydraulic properties using a similar media concept*. Water Resour. Res., vol. 13, pp. 355-362.
- WARRICK A.W., NIELSEN D.K., 1980. *Spatial variability of soil physical properties in the field*. Application of Soil Physics, Edited by Hillel, D., pp. 319-344 Academic Press, N.Y.
- WEBSTER R., 2000. *Is soil variation random?* Geoderma, vol. 97, pp. 149-163.
- WEBSTER R., CUANALO DE LA C. H.E., 1975. *Soil transect correlogram of North Oxfordshire and their interpretation*. Jour. Soil Sci., vol. 26, pp. 176-194.
- WEBSTER R., BURGESS T.M., 1980. *Optimal extrapolation and isarithmic mapping of soil properties. III Changing drift and universal kriging*. Jour. Soil Sci., vol. 31, pp. 505-524.
- WEBSTER R., MC BRATNEY A.B., 1989. *The Akaike information criterion for choosing models for variograms of soil properties*. Jour. Soil Sci., vol. 40, pp. 493-496.
- WEBSTER R., OLIVER M.A., 1990. *Statistical Methods in Soil and Land Resources Survey*. Oxford Press, New York.
- WEBSTER R., OLIVER M.A., 2001. *Geostatistics for Environmental Scientists*. Wiley, Chichester.
- WENDROTH O., POHL W., KOSZINSKI S., ROGASIK H., RITSEMA C.J., NIELSEN D.R., 1999a. *Spatio-temporal patterns and covariance structures of soil water status in two Northeast-German field sites*. Jour. Hydrology, vol. 215, pp. 38-58.
- WENDROTH O., POHL W., KOSZINSKI S., ROGASIK H., RITSEMA C.J., NIELSEN D.R., 1999b. *State-space prediction of field-scale soil water content time series in a sandy loam*. Soil and Tillage Research, vol. 50, pp. 85-93.
- WOLD H., 1954. *A Study in the Analysis of Stationary Time Series*. Almqvist & Wicksell, Uppsala.
- YAM, J.Y.F.; CHOW, T.W.S., 2000. *A weight initialization method for improving training speed in feedforward neural network*. Neurocomputing, vol. 30, pp. 219-232.
- YATES S.R., 1989. *GEOPACK a geostatistical software system*. H Y Div. ASCE, New Orleans.
- YEH T.C.J., GELHAR L.W., GUTJAHN A.L., 1985. *Stochastic analysis of unsaturated flow in heterogeneous soils. 2. Statistically anisotropic media*. Water Resour Res., vol. 21, pp. 457-464.
- ZHANG R., YANG J., 1996. *Iterative solution of a stochastic differential equation: an efficient method for simulating soil variability*. Geoderma, vol. 72, pp. 75-88.

INDICE DEGLI AUTORI

- Abraham 121
Addiscott 160
Akaike 32, 167
Amendola 169
Amoozegar-Fard 135, 137
Anderson 108, 134
Arya 89, 90, 93
- Bakr 134
Barlett 37, 38
Barron 167
Basile 6, 43, 49, 73
Bauder 9
Bear 9
Berry 96
Besicovitch 82
Beven 105, 147, 160
Biggar 18, 142, 143
Bouma 9
Borough 27, 97, 104
Box 41, 121
Bredehoft 160
Bresler 6, 24
Brillinger 36
Brooks 84, 85
Buchingham 135, 177
Burdine 86
- Burgess 6, 43, 52, 57, 58, 59
Burrough 7, 27
- Calvin 24
Campbell 84, 85, 146
Cantor 88
Carvalho 5
Castriganò 54
Cavazza 54
Chatfield 168, 169
Childs 8, 135, 137, 177
Chow 166
Ciollaro 6, 14, 35, 38, 67
Clapp 146
Clark 75, 157
Comegna 1, 6, 7, 14, 42, 43, 49, 67,
73, 74, 90, 107, 110, 118
Corey 84, 85
Cressie 7, 33
Cuanalo 35
Cybenko 167
- Dagan 24
Dalton 156
Dandy 174
Darcy 9, 104, 135
DasGupta 167
de Loor 173, 176

- De Marsily 147
de Wrachien 49
Di Pietro 105
Dirac 149
- Efron 49, 171
- Farraway 168, 169
Feddes 133
Fick 151
Fischer 1,
Fourier 36, 177
Freeze 5, 134
French 170
Fuller 165
- Gardner 114, 171, 172, 177
Gauss 13
Gajem 6, 94
Gee 9
German 105, 144, 146, 147
Ghilardi 83
Giordano 168
Gong 49
Green 133
- Haslett 60
Hausdorf 82
Hawkins 33
Hecht-Nielsen 165
Hopmans 135
Hormberger 146
Hormik 167
Hsu 170
Hubbert 9
Huijbregts 7, 10, 30, 47
Hurst 94
- Isaaks 7
Jenkins 41
- Journal 7, 10, 30, 47
Jurin 90
Jury 34, 135, 148, 149, 151, 155
- Kalman 107, 108
Katz 83
Klute 65
Kock 81, 82, 83
Kolmogorov 16
Konivow 160
- La Rocca 168
Lachtenaker 165
Lagrange 48, 52
Leij 170, 171
Lewis 96
Lopez 54
- Maier 170
Mallants 157
Mandelbrot 7, 80, 81, 88, 90, 95, 96,
104
Mardoc 6
Matheron 6, 29, 147
McBratney 31, 52, 55
Melayah 105
Menger 83
Miller 6, 65, 72, 79, 134
Monteith 136
Moore 108
Morkoc 6, 107
Mualen 86, 171
Myers 54
- Navier 8
Nicholis 104
Nielsen 5, 6, 14, 16, 18, 22, 140, 142
- Ohm 177
Oliver 7
Orey 95

-
- Paris 89, 90, 93
Parker 142, 150
Penman 136
Perna 168
Persson 173
Peterson 24
Philip 135, 137
Piccolo 7, 41
Popper 160
Prigogine 104
- Reed 167
Richards 104, 135, 177
Riou 88, 89
Ruggiero 110
Russo 6, 34
- Saxton 130
Santini 67, 133
Schaap 170, 171
Schnitger 167
Schwartz 167
Shapiro 134
Sharma 18
Shumway 107
Sierpinski 83, 84, 87
Simmons 65, 66, 151
Smith 134
Snedecor 1
Spearman 75
Sposito 88, 89, 151, 155
Srivastava 7
Stewart 104
- Stoffer 107
Stokes 8
- Thompon 83
Tibshirani 171
Topp 156, 173, 176
Trangamar 59
Turcotte 90
Tyler 83, 86, 89, 90, 91
- Unlu 134
- Vachaud 6, 72, 75
van Genuchten 68, 142, 150, 156, 170,
171, 172
Vauclin 55
Viera 6, 43, 49, 51, 55
Vitale 1, 7, 41, 80, 82, 104, 107, 110,
113
- Wagenet 160
Wallis 95
Warrick 6, 16, 21, 65, 66, 135, 137
Webster 6, 7, 31, 35, 43, 52, 55, 57, 58,
59
Weierstrass 96
Wen-Lian Chang 105, 106
Wheatcraft 83, 86, 89, 90
Wilkinson 65
Wold 39
- Yam 166
Yates 49

«MANLIO ROSSI-DORIA»
COLLANA A CURA DEL CENTRO PER LA FORMAZIONE
IN ECONOMIA E POLITICA DELLO SVILUPPO RURALE
E DEL DIPARTIMENTO DI ECONOMIA E POLITICA AGRARIA
DELL'UNIVERSITÀ DI NAPOLI FEDERICO II

7

Questo volume è scritto sia per fini didattici che di ricerca e tende ad aiutare lo studente ed il ricercatore italiano a costruire un chiaro e non troppo semplicistico modello mentale dei suoli come "strumenti agronomici", caratterizzati da accentuata variabilità nello spazio e nel tempo, nonché dei fenomeni fisici non lineari spesso con dinamiche. La trattazione statistica della struttura della variabilità di alcune variabili di stato, seguita da casistiche reali, permette di affrontare lo studio di argomenti particolari su più approfonditi testi ed articoli. Per l'uso di questo volume è richiesta la conoscenza delle nozioni fondamentali di matematica, fisica e chimica, nonché di nozioni di statistica, di agronomia e di idrologia del suolo e dei contaminanti.

I mezzi e le formazioni porose naturali sono eterogenee, presentano una marcata irregolare e complessa variabilità spaziale e temporale. Ciò ha favorito la diffusione di modelli statistici in cui le variabili idrauliche sono considerate come stocastiche in tal modo le strutture di variabilità possono essere descritte con tecniche geostatistiche che si ispirano essenzialmente alla teoria della variabile regionalizzata, in termini di semivariogramma. Un altro gruppo di tecniche, consente di descrivere la struttura in termini di funzioni di autocorrelazione e di modelli ARMA finalizzati alla stima delle proprietà stocastiche dei dati. Ulteriori applicazioni includono i modelli stato-spazio, i criteri di similitudine geometrica, le rappresentazioni frattali e le reti neurali artificiali.

Vincenzo Comegna è ordinario di Idraulica ed Idrologia dei Contaminanti, svolge attività didattica e di ricerca presso il Dipartimento DITEC dell'Università degli Studi della Basilicata. La sua ricerca si è incentrata essenzialmente sui metodi di caratterizzazione idraulica dei suoli e sulla modellizzazione dei processi di trasporto dell'acqua e dei contaminanti nei mezzi porosi.

Cira Perna è ordinario di Statistica presso il DISES dell'Università di Salerno. Nel passato ha insegnato Analisi dei dati presso l'Università della Calabria. La sua principale attività di ricerca riguarda l'analisi di fenomeni temporali in ambito non parametrico con particolare riferimento alle reti neurali e quella di fenomeni statici e dinamici di natura multivariati.

Cosimo Vitale è ordinario di Statistica presso il DISES dell'Università di Salerno. Ha insegnato Statistica Metodologica presso l'Università della Calabria. La sua ricerca si è incentrata sulla modellizzazione parametrica lineare e non lineare di fenomeni, di natura sia economica che fisica, evolutivi nel tempo e nello spazio-tempo.

In copertina:

Attrattore strano di una applicazione caotica