PERPANGKATAN DAN BENTUK AKAR

Bilangan-bilangan berpangkat kerap kali dijumpai dalam bidang studi fisika misalnya konstanta gravitasi $= 6{,}67\times10^{-11}\text{Nm}^2/\text{kg}^2$, $1\text{atm}=10^5\text{Nm}^{-2}$, massa neutron $= 1{,}67\times10^{-27}\text{kg}$, dan kecepatan cahaya hampa udara $= 3\times10^8\text{m/s}$.

Terlihat bahwa dalam tetapan-tetapan fisika tersebut sudah menerapkan penulisan dengan perpangkatan baik itu pangkat positif maupun pangkat negatif[1]. Mari kita pelajari pembahasan berikut agar kita lebih memahami materi mengenai perpangkatan.

A. Sifat-Sifat Perpangkatan dan Bentuk Akar

1. Sifat-Sifat Perpangkatan

a. Pengertian Perpangkatan

Perpangkatan ialah perkalian berulang dari suatu bilangan yang sama.

Contoh:

4^2 memiliki arti $= 4\times4$, cara mengucapnya “empat pangkat dua”

4^3 memiliki arti $= 4\times4\times4$, cara mengucapnya “empat pangkat tiga”

4^4 memiliki arti $= 4\times4\times4\times4$, cara mengucapnya “empat pangkat empat”

---

[1]Sunardi, *Buku Ajar Matematika SMP/MTS Kelas IX*, (Klaten: Sekawan Klaten, 2020): 3.

Setelah melihat contoh tersebut kita dapat mengetahui bahwa bilangan berpangkat itu terdiri atas basis atau bilangan pokok dan eksponen yang biasa disebut juga dengan pangkat. Seperti 2^3, angka 2 disebut dengan basis sementara angka 3 disebut dengan eksponen.

b. Perpangkatan dengan Pangkat Bilangan Bulat Positif

Bilangan asli 1, 2, 3, 4, … dinamakan juga bilangan bulat positif. Adapun bilangan 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, … adalah bentuk dari perpangkatan dengan pangkat bilangan positif.[2] Bentuk pangkat pada umumnya adalah $a^n = a \times a \times a \times a \times \ldots \times a$ sejumlah n faktor. Dimana $a \in R$; R= bilangan real dan $n \in$ bilangan bulat positif.

INGAT

$2^1 = 2$

$2^2 = 2 \times 2 = 4$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

Contoh:

Tentukan nilai dari 11^2!

Alternatif penyelesaian:

$11^2 = 11 \times 11 = 121$.

[2] *Ibid*.,4.

Perpangkatan dengan pangkat bilangan bulat positif memiliki banyak sifat yang dapat mempermudah dalam perhitungan. Apabila a dan b merupakan suatu bilangan bulat kemudian m dan n merupakan suatu bilangan bulat positif, maka berlaku sifat-sifat berikut ini:

1) Operasi perkalian pada perpangkatan yang memiliki bilangan pokok sama

$$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$$

Sifat ini dapat digunakan untuk mengoperasikan suatu perkalian pada perpangkatan apabila perpangkatan itu mempunyai bilangan pokok yang sama. Adapun cara pengerjaannya ialah dengan menambahkan eksponen yang terdapat dalam bilangan pokok tersebut.

Contoh :

$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

2) Operasi pembagian pada perpangkatan yang memiliki bilangan pokok sama

$$\boxed{a^m \div a^n = a^{m-n}}$$

Sifat ini dapat digunakan untuk operasi pembagian yang mempunyai bilangan pokok sama. Adapun cara pengerjaannya dengan mengurangkan eksponen yang terdapat dalam bilangan pokok tersebut.

Contoh:

$$9^7 \div 9^3 = \frac{9^7}{9^3} = 9^{7-3} = 9^4$$

3) Operasi perkalian pada perpangkatan yang memiliki pangkat sama

$$\boxed{(a \times b)^m = a^m \times b^m}$$

Sifat ini berkaitan dengan pengoperasian perkalian pada suatu kelompok bilangan. Pengoperasiannya dilakukan dengan menjabarkan kelompok bilangan tersebut berdasarkan nilai pangkatnya, bilangan yang sama ditulis berdekatan kemudian diubah kembali menjadi bilangan berpangkat.[3]

Contoh:

$$\begin{aligned}(2\times8)^5 &= (2\times8)\times(2\times8)\times(2\times8)\times(2\times8)\times(2\times8)\\ &= 2\times2\times2\times2\times2\times8\times8\times8\times8\times8\\ &= 2^5\times 8^5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8^3\times2^3 &= 8\times8\times8\times2\times2\times2\\ &= (8\times2)\times(8\times2)\times(8\times2)\\ &= (8\times2)^3\end{aligned}$$

[3]Hanafi Lukman, dkk, *Matematika SMP/MTs Kelas IX*, cet.1 (Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015):12.

4) Operasi pembagian pada perpangkatan yang memiliki pangkat sama

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0$$

Sifat ini sama halnya dengan sifat ke-3 hanya saja pada sifat ini digunakan operasi pembagian. Kesamaan eksponen pada basis memudahkan kita untuk menyelesaikan persoalan.

Contoh:

$$\left(\frac{6}{3}\right)^4 = \frac{6}{3} \times \frac{6}{3} \times \frac{6}{3} \times \frac{6}{3}$$

$$= \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= \frac{6^4}{3^4}$$

$$\frac{5^2}{2^2} = \frac{5 \times 5}{2 \times 2}$$

$$= \frac{5}{2} \times \frac{5}{2}$$

$$= \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

5) Perpangkatan pada Bilangan Berpangkat

$$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{n \times m}$$

Pada sifat ini, pengoperasiannya dilakukan dengan mengalikan kedua pangkatnya.

Contoh:

$$\left(7^{2}\right)^{5} = 7^{2\times5} = 7^{10}$$

$$\left(\left(8^{2}\right)^{3}\right)^{4} = \left(8^{2\times3}\right)^{4} = \left(8^{6}\right)^{4} = 8^{6\times4} = 8^{24}$$

6) Perpangkatan dengan pangkat nol

$$\boxed{a^{0} = a^{m-m} = \frac{a^{m}}{a^{m}} = 1}$$

Keterangan: a merupakan basis atau bilangan pokok, $a \in R$ dimana $a \neq 0$, dan m merupakan eksponen atau pangkat, dimana m adalah bilangan bulat positif. Jika nilai dari suatu bentuk pangkat berpangkat nol maka hasil dari perpangkatan itu adalah satu.

7) Operasi penjumlahan dan pengurangan pada perpangkatan

Operasi penjumlahan dan pengurangan pada perpangkatan dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat-sifat sebelumnya yang telah dibahas.

Contoh:

- Sederhanakanlah $5^{12} + 5^{11}$!

Alternatif penyelesaian:

$$5^{12} + 5^{11} = (5\times5^{11}) + 5^{11} = (5+1)\times 5^{11} = 6\times5^{11}$$

- Bentuk sederhana dari $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$ adalah[4] ….

  Alternatif penyelesaian:

  $$\frac{x^2 - 4}{x-2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = x+2$$

- Kurangkan $2^{5n} - 2^{17}$ dari $32^n - 2^{15}$!

  Alternatif penyelesaian:

  $$\begin{aligned}
  32^n - 2^{15} - \left(2^{5n} - 2^{17}\right) &= (2^5)^n - 2^{15} - 2^{5n} + 2^{17} \\
  &= 2^{5n} - 2^{5n} + 2^{17} - 2^{15} \\
  &= 2^{17} - 2^{15} \\
  &= (2^2 \times 2^{15}) - 2^{15} \\
  &= (4 \times 2^{15}) - 2^{15} \\
  &= (4-1)2^{15} \\
  &= 3 \times 2^{15}
  \end{aligned}$$

c. Perpangkatan dengan bilangan bulat negatif dan nol

Perhatikan susunan bilangan dibawah ini!

$$\ldots, \frac{1}{1.000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}, 1, 10, 100, 1.000, \ldots.$$

Apabila diubah kedalam bentuk perpangkatan, maka penulisannya menjadi:

$$\ldots, \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \ldots.$$

[4]Suharyono, *PATEN (Paket Terpadu Jempolan) UN SMP/MTs* (Jakarta: Erlangga, 2010):182.

Dapat dituliskan juga:

$\dots, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^{0}, 10^{1}, 10^{2}, 10^{3}, \dots$

Jika diubah kedalam pangkat positif menjadi:

$10^{0} = 1$

$10^{-1} = \frac{1}{10^{1}}$

$10^{-2} = \frac{1}{10^{2}}$

$10^{-3} = \frac{1}{10^{3}}$

Ini juga berlaku pada bilangan lain, seperti:

$9^{0} = 1$

$9^{-1} = \frac{1}{9^{1}}$

$9^{-2} = \frac{1}{9^{2}}$

$9^{-3} = \frac{1}{9^{3}}$

Umumnya apabila terdapat suatu perpangkatan yang dipangkatkan dengan bilangan bulat negatif dimana $a \in R$, dan $a \neq 0$ maka berlaku:

$$a^{0} = 1$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^{m}}$$

Contoh soal:

Hitunglah nilai dari:

a. 7^{-1}

b. 11^{-2}

c. 5^{-4}

d. 1.000^{0}

Alternatif penyelesaian:

a. $7^{-1} = \frac{1}{7^1} = \frac{1}{7}$

b. $11^{-2} = \frac{1}{11^2} = \frac{1}{11 \times 11} = \frac{1}{121}$

c. $5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{625}$

d. $1.000^{0} = 1$

Apakah kalian telah memahami sifat-sifat dari perpangkatan? Menurut pendapat kalian, materi perpangkatan termasuk dalam kategori yang sulit atau mudah?

Jika kalian dapat memahami sifa-sifat perpangkatan dengan baik, ini akan mempermudah kalian dalam memecahkan permasalahan mengenai perpangkatan. Kemahiran seseorang terhadap suatu hal dapat meningkat apabila dilakukan latihan berulang-ulang.

Untuk meraih keberhasilan dalam penguasaan materi kalian dapat mengasah kemampuan dengan mencoba untuk mengerjakan soal-soal yang berkaitan dengan materi perpangkatan dengan cara menerapkan sifat yang telah kalian pelajari. Berikut adalah contoh soal dan pembahasan yang berkaitan dengan perpangkatan:

1) Hasil dari $(-7)^3$ adalah ….

   Alternatif penyelesaian:

   Basis dari soal tersebut ialah (-7) dan nilai eksponennya 3. Berdasarkan arti dari perpangkatan soal ini dapat diselesaikan dengan mengalikan (-7) sebanyak 3.

   Maka:

   $$(-7)^3 = (-7)\times(-7)\times(-7)$$
   $$= 49\times(-7)$$
   $$= -343$$

   Jadi hasil dari $(-7)^3$ adalah -343.

2) Hasil dari 8^{-2} adalah ….

   Alternatif penyelesaian:

   Pada persoalan ini kita dapat menggunakan sifat perpangkatan dengan pangkat bilangan bulat negatif: $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$. Kemudian dilanjutkan dengan mengalikan 9 sebanyak 2 kali.

   Maka:

   $$8^{-2} = \frac{1}{8^2} = \frac{1}{8\times 8} = \frac{1}{64}$$

   Jadi hasil dari 8^{-2} adalah $\frac{1}{64}$.

3) Hasil dari $4a^5 \times 2^4 a^2 + 3a^7$ adalah ….

Alternatif penyelesaian:

Kita akan melakukan operasi perkalian terlebih dahulu kemudian dilanjutkan dengan operasi penjumlahan. Operasi perkalian pada perpangkatan ini memiliki basis sama yaitu a sehingga kita dapat langsung menjumlahkan pangkatnya berdasarkan sifat yang telah dipelajari. Operasi perkalian juga berlaku untuk koefisien pada a. Setelah itu kita lakukan operasi penjumlahan dengan cara menjumlahkan koefisiennya.

Sehingga didapat:

$$\begin{aligned} 4a^5 \times 2^4 a^2 + 3a^7 &= 4 \times 2^4 \times a^5 \times a^2 + 3a^7 \\ &= 4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times a^{5+2} + 3a^7 \\ &= 64a^7 + 3a^7 \\ &= 67a^7 \end{aligned}$$

Jadi hasil dari $4a^5 \times 2^4 a^2 + 3a^7$ adalah $67a^7$.

4) Tentukan nilai dari $\frac{(-4)^8 \times (-4)^3}{(-4)^9}$!

Alternatif penyelesaian:

Pada soal ini kita akan melakukan penggabungan antara operasi perkalian dengan operasi pembagian dengan sifat perpangkatan yang memiliki basis sama.

Sehingga didapat:

$$\frac{(-4)^8 \times (-4)^3}{(-4)^9} = \frac{(-4)^{8+3}}{(-4)^9} = \frac{(-4)^{11}}{(-4)^9}$$

$$= (-4)^{11-9}$$

$$= (-4)^2$$

$$= (-4) \times (-4)$$

$$= 16$$

Jadi nilai dari $\frac{(-4)^8 \times (-4)^3}{(-4)^9}$ adalah 16.

5) Sederhanakanlah bentuk dari $\frac{25^{-5} \times 625^{-4}}{(125)^{-2} \times 5^{-4}}$!

Alternatif penyelesaian:

Apabila diperhatikan soal ini memiliki pangkat negatif namun dalam hal ini kita tidak perlu mengubahnya menjadi pecahan berpangkat positif. Kita akan mengubah bentuk tersebut agar memiliki basis yang sama dengan menerapkan sifat perpangkatan. Setelah itu, kita dapat menyelesaikannya dengan sifat-sifat. Sehingga didapat:

$$\frac{25^{-5} \times 625^{-4}}{(125)^{-2} \times 5^{-4}} = \frac{(5^2)^{-5} \times (5^4)^{-4}}{(5^3)^{-2} \times 5^{-4}}$$

$$= \frac{5^{2\times(-5)} \times 5^{4\times(-4)}}{5^{3\times(-2)} \times 5^{-4}}$$

$$= \frac{5^{-10} \times 5^{-16}}{5^{-6} \times 5^{-4}}$$

$$= \frac{5^{(-10)+(-16)}}{5^{(-6)+(-4)}}$$

$$= \frac{5^{-26}}{5^{-10}}$$

$$= 5^{(-26)-(-10)}$$

$$= 5^{-16}$$

$$= \frac{1}{5^{16}}$$

Jadi bentuk sederhana dari $\frac{25^{-5} \times 625^{-4}}{(125)^{-2} \times 5^{-4}}$ adalah $\frac{1}{5^{16}}$.

2. Bentuk Akar

Apa yang kalian ketahui mengenai akar? Bagaimana bentuk akar? Mungkin yang terlintas dibenak kalian ialah akar dari tumbuhan atau adakah dari kalian yang berpikiran bahwa akar kali ini berkaitan dengan matematika? Jika kalian berpikir akar merupakan salah satu materi pada matematika maka pemikiran itu benar. Jadi apa itu akar dalam matematika?

Akar ialah salah satu operasi pada aljabar yang nilainya didapat dari perkalian berulang atau yang kita kenal dengan perpangkatan. Perpangkatan dapat diubah menjadi bentuk lain yaitu bentuk akar. Bentuk akar dalam matematika memiliki sifat-sifat dan bentuk akar dapat dirasionalkan.

Sebuah bilangan akar yang mempunyai hasil berupa bilangan irrasional dan tidak termasuk pada bilangan rasional disebut dengan suatu bentuk akar. Bentuk akar ialah bilangan irrasional yang bisa dituliskan menjadi suatu pecahan yaitu $\frac{a}{b}$, a dan b merupakan suatu bilangan bulat dimana a dan b≠0.

Arti bentuk akar:

Jika $x^2 = 25$, maka $x = \sqrt{25} = 5$

Jika $x^3 = 64$, maka $x = \sqrt[3]{64} = 4$

Jika $x^4 = 81$, maka $x = \sqrt[4]{81} = 3$

Jika $x^5 = 32$, maka $x = \sqrt[5]{32} = 2$

Bentuk $\sqrt[n]{a}$ merupakan bentuk akar, cara membacanya "akar pangkat n dari a" dan operasi diatas disebut juga operasi penarikan akar.

Contoh:

$\sqrt{49} = 7$, karena $7^2 = 49$

$\sqrt[3]{125} = 5$, karena $5^3 = 125$

Berikut adalah operasi mengenai bentuk akar:

a. Hubungan antara perpangkatan dan bentuk akar

Misalnya kita akan mencari hubungan antara $\sqrt{25}$ dan $25^{\frac{1}{2}}$, kemudian $\sqrt[3]{64}$ dan $64^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt{25} = 5$ dan $25^{\frac{1}{2}} = (5^2)^{\frac{1}{2}} = 5^1 = 5$, maka diperoleh $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt[3]{64} = 4$ dan $64^{\frac{1}{3}} = (4^3)^{\frac{1}{3}} = 4^1 = 4$, maka diperoleh $\sqrt[3]{64} = 64^{\frac{1}{3}}$

Berdasarkan uraian diatas diperoleh hubungan: $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ atau $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$

Contoh:

Hitunglah hasil dari:

1) $36^{\frac{1}{2}}$
2) $16^{\frac{1}{4}}$
3) $\sqrt[3]{343}$
4) $\sqrt[4]{10.000}$

Alternatif penyelesaian:

1) $36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$
2) $16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} = 2$
3) $\sqrt[3]{343} = 343^{\frac{1}{3}} = \left(7^3\right)^{\frac{1}{3}} = 7^1 = 7$
4) $\sqrt[4]{10.000} = 10.000^{\frac{1}{4}} = (10^4)^{\frac{1}{4}} = 10^1 = 10$

b. Bentuk akar pada perkalian dan pembagian

Adapun sifat-sifat bentuk akar pada perkalian dan pembagian sebagai berikut:

1) $\sqrt[n]{a^n} = a$
2) $\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$

3) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

4) $(\sqrt[n]{a})^n = a$

Contoh:

Sederhanakan bentuk akar dibawah ini!

1) $\sqrt{75}$

2) $\sqrt[3]{384}$

3) $\sqrt{a^9}$

4) $\sqrt[4]{a^{15}}$

Alternatif penyelesaian:

1) $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

2) $\sqrt[3]{384} = \sqrt[3]{64 \times 6} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{6} = 4\sqrt[3]{6}$

3) $\sqrt{a^9} = \sqrt{a^8 \times a} = \sqrt{a^8} \times \sqrt{a} = a^4\sqrt{a}$

4) $\sqrt[4]{a^{15}} = \sqrt[4]{a^{12} \times a^3} = \sqrt[4]{a^{12}} \times \sqrt[4]{a^3} = a^3\sqrt[4]{a^3}$

Contoh:

Sederhanakan bentuk akar dibawah ini!

1) $\sqrt{\frac{12}{225}}$

2) $\sqrt[3]{\frac{343}{729}}$

3) $\frac{\sqrt[3]{648}}{\sqrt[3]{3}}$

4) $\frac{\sqrt[4]{1280}}{\sqrt[4]{5}}$

Alternatif penyelesaian:

1) $\sqrt{\frac{12}{225}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{225}} = \frac{2\sqrt{3}}{15} = \frac{2}{5}\sqrt{3}$

2) $\sqrt[3]{\frac{343}{729}} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{7}{9}$

3) $\frac{\sqrt[3]{648}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{648}{3}} = \sqrt[3]{216} = 6$

4) $\frac{\sqrt[4]{1280}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{\frac{1280}{5}} = \sqrt[4]{256} = 4$

c. Operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk akar

Kalian telah mempelajari penjumlahan dan pengurangan pada aljabar, apakah kalian masih mengingatnya? Cobalah untuk memperhatikan contoh dibawah ini agar kalian dapat mengingat kembali.

Contoh:

$$6p + 3p = (6 + 3)p = 9p$$

Bagaimana jika 5p+7x dan 9z – 5y? kedua bentuk aljabar ini tidak dapat dilakukan pengoperasian penjumlahan maupun pengurangan karena kedua bentuk aljabar ini memiliki variabel yang berbeda.

Operasi penjumlahan dan pengurangan aljabar diatas sama halnya dengan operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk akar. Kita mengenal suku sejenis dalam aljabar, demikian juga dalam bentuk akar. Terhadap akar-akar yang sejenis dapat dilakukan pengoperasian penjumlahan serta pengurangan dan berlaku sebaliknya.

Contohnya:

$\sqrt{4}$ dengan $3\sqrt{4}$ termasuk dua akar yang sejenis.

$\sqrt[4]{2}$ dengan $-4\sqrt[4]{2}$ termasuk dua akar yang sejenis.

$\sqrt{7}$ dengan $\sqrt{11}$ merupakan bentuk akar yang tidak sejenis.

Bentuk $5\sqrt{3} + 2\sqrt{7}$ dan $4\sqrt{5} - 5\sqrt{3}$ merupakan bentuk akar, kemudian bagaimana penyelesaiannya? Bentuk akar tersebut merupakan akar yang tidak sejenis maka tidak dapat dioperasikan dengan penjumlahan ataupun pengurangan. Adapun sifat bentuk akar pada operasi penjumlahan dan pengurangan ialah:

$$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$$

$$m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$$

Perhatikan dengan seksama contoh dibawah ini supaya kalian dapat memahami penyelesaian bentuk akar pada operasi penjumlahan ataupun pengurangan.[5]

Contoh:

Carilah bentuk sederhana dari bentuk akar dibawah ini!

1) $5\sqrt{6} + 2\sqrt{6}$
2) $12\sqrt{5} - 9\sqrt{5}$
3) $\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$
4) $3\sqrt{96} - 8\sqrt{24} + \sqrt{54}$

Alternatif penyelesaian:

1) $5\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 7\sqrt{6}$
2) $12\sqrt{5} - 9\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
3) $\sqrt{50} + 3\sqrt{8} = 5\sqrt{2} + 3\times 2\sqrt{2}$
   $= 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$
   $= 11\sqrt{2}$
4) $3\sqrt{96} - 8\sqrt{24} + \sqrt{54} = 3\times 4\sqrt{6} - 8\times 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$
   $= 12\sqrt{6} - 16\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$
   $= -\sqrt{6}$

Penjumlahan dan pengurangan bentuk akar dapat dioperasikan meskipun pada soal terlihat bentuk akarnya tidak sejenis. Caranya dengan menyederhanakan bentuk akar dengan mencari nilai yang dapat dilakukan penarikan akar sehingga

[5] Sukisno, dkk, *Erlangga Fokus UN SMP/MTs 2013*, (Jakarta: Erlangga, 2013):135.

persoalan itu memiliki akar yang sejenis. Setelah itu kita dapat melanjutkan operasi penjumlahan dan pengurangannya. Seperti contoh dan pembahasan pada soal nomor 3 dan 4.

d. Merasionalkan bentuk akar

Merasionalkan berarti merubah bentuk suatu bilangan irrasional kedalam bentuk suatu bilangan rasional. Akar dapat dirasionalkan dengan melakukan perkalian akar sekawan.

Berikut ini adalah bentuk dari akar sekawan:

$\sqrt{a}$ bentuk akar sekawannya adalah $\sqrt{a}$

$\sqrt{a} + \sqrt{b}$ bentuk akar sekawannya adalah $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

$a - \sqrt{b}$ bentuk akar sekawannya adalah $a + \sqrt{b}$

Supaya lebih paham mengenai cara merasionalkan akar, maka perhatikanlah contoh soal berikut ini:

Hitunglah nilai dari:

1) $\sqrt{7} \times \sqrt{7}$
2) $-\sqrt{13} \times \sqrt{13}$
3) $\sqrt{21} \times (-\sqrt{21})$

Alternatif penyelesaian:

1) $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = \sqrt{49} = 7$
2) $-\sqrt{13} \times \sqrt{13} = -\sqrt{169} = -13$
3) $\sqrt{21} \times \left(-\sqrt{21}\right) = -\sqrt{441} = -21$

e. Merasionalkan penyebut pecahan bentuk akar

Terdapat tiga bentuk penyebut yang bentuk akarnya harus dirasionalkan, yaitu:

1) Merasionalkan penyebut pecahan bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$$

Bilangan akar seperti $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ adalah beberapa contoh dari bilangan irrasional[6]. Bilangan $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{7}},$ juga merupakan contoh dari bilangan irrasional. Suatu pecahan yang mempunyai penyebut berbentuk bilangan irrasional berupa akar maka kita perlu merasionalkannya. Agar lebih paham mari perhatikan contoh dan pembahasan berikut:

Rasionalkan bentuk dari $\frac{1}{\sqrt{2}}$!

Alternatif penyelesaian:

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ (pembilang dan penyebutnya dikalikan $\sqrt{2}$)

$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$ (dilakukan penarikan akar)

$= \frac{\sqrt{2}}{2}$ atau $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

[6]Sinaga Bornok, dkk, *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas X* (Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2014), Edisi Revisi, hal.22

2) Merasionalkan penyebut dengan bentuk $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$ atau $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

$$\boxed{\frac{c}{a+\sqrt{b}} = \frac{c}{a+\sqrt{b}} \times \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b}}$$

$$\boxed{\frac{c}{a-\sqrt{b}} = \frac{c}{a-\sqrt{b}} \times \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} = \frac{c\,(a+\sqrt{b})}{a^2-b}}$$

Contoh soal:

Rasionalkanlah bentuk dari $\frac{12}{3-\sqrt{5}}$!

Alternatif penyelesaian:

$$\frac{12}{3-\sqrt{5}} = \frac{12}{3-\sqrt{5}} \times \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

$$= \frac{12\left(3+\sqrt{5}\right)}{3^2-\left(\sqrt{25}\right)}$$

$$= \frac{12\left(3+\sqrt{5}\right)}{9-5}$$

$$= \frac{12\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}$$

$$= 3\left(3+\sqrt{5}\right)$$

$$= 9+3\sqrt{5}$$

3) Merasionalkan penyebut dengan bentuk $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ atau $\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c\,(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

$$\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c\,(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

Contoh soal:

Rasionalkanlah bentuk dari $\frac{22}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$!

Alternatif penyelesaian:

$$\frac{22}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{22}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{22\,(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$= \frac{22\,(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}$$

$$= 11(\sqrt{5}+\sqrt{3})$$

$$= 11\sqrt{5} + 11\sqrt{3}$$

3. Menyelesaikan Permasalahan yang Berkaitan dengan Perpangkatan dan Bentuk Akar

Permasalahan yang berhubungan dengan matematika kerap kali kita temui, berikut adalah contoh dan pembahasan mengenai permasalahan yang menggunakan konsep perpangkatan atau bentuk akar.

Diketahui suatu fungsi dengan rumus $f(x) = 4^{2x-3}$

a. Hitunglah f(-1) dan f(2)!

b. Berapakah nilai x, jika $f(x) = \frac{1}{64}$?

Alternatif penyelesaian:

a. $f(x) = 4^{2x-3}$

$f(-1) = 4^{2.(-1)-3} = 4^{-2-3} = 4^{-5} = \frac{1}{4^5} = \frac{1}{1.024}$

$f(2) = 4^{2.(2)-3} = 4^{4-3} = 4^{1} = 4$

b. $f(x) = \frac{1}{64}$

$4^{2x-3} = \frac{1}{64}$

$4^{2x-3} = 4^{-3}$

$2x-3 = -3$

$2x = 0$

$x = 0$

Contoh:

Sebuah kubus memiliki volume dengan rumus $V = p^3$, V adalah volume dan p adalah panjang rusuk kubus. Apabila $V = 512.000$ mm^3, berapakah nilai dari p!

Alternatif penyelesaian:

Dengan rumus $V = p^3$, maka diperoleh:

$p = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{512.000} = \sqrt[3]{80^3} = 80$mm

Jadi, nilai p adalah 80mm

B. Notasi Ilmiah (Bentuk Baku)

Bulan mempunyai suatu volume dan bumi mempunyai massa. Apakah kalian dapat memperkirakan volume dari bulan dan massa dari bumi? Perkiraan volume bulan adalah 21.980.000.000.000km^3 sementara perkiraan massa bumi mencapai 5.880.000.000.000.000.000.000.000kg. Jika kita menemukan nilai terhadap suatu benda atau yang lainnya seperti pada volume bulan dan massa bumi, kita dapat mengalami kesulitan untuk membaca nilai tersebut karena angka nol yang terlalu banyak.

Notasi ilmiah dapat membantu seseorang yang mengalami kesulitan membaca dan menulis suatu bilangan yang memiliki angka nol terlalu banyak. Apakah kalian pernah mendengar kata notasi ilmiah? Bagaimana cara menuliskan notasi ilmiah? Untuk itu kita akan membahas mengenai penggunaan, aturan penulisan, serta contoh soal dan pembahasan mengenai notasi ilmiah dalam matematika. Perhatikan penjelasan dibawah ini!

Notasi ilmiah digunakan untuk meringkas penulisan bilangan yang lebih dari 10 atau bilangan yang sangat banyak serta bilangan yang sangat dekat dengan nol. Bentuk Notasi ilmiah dituliskan:

$$\boxed{a \times 10^n}$$

Untuk $1 \leq a < 10$ dimana $a \in R$ dan n merupakan bilangan bulat (Z).

Contoh:

1. Bagaimana menuliskan angka 4 kedalam notasi ilmiah?

   Penyelesaian:

   Angka 4 jika dituliskan kedalam notasi ilmiah menjadi

   $$4\times10^{0}$$

   Karena $10^{0}=1$, maka $4\times10^{0}= 4\times1= 4$

   Jadi notasi ilmiah tidak merubah besarnya nilai suatu bilangan.

2. Nyatakan bilangan-bilangan berikut kedalam bentuk baku!
   a. 90.000.000.000.000.000
   b. 87.120.000.000

   Penyelesaian:
   a. $90.000.000.000.000.000 = 9\times10^{16}$

      Adapun pangkat n diperoleh dengan menghitung jumlah nol yang terdapat pada soal yaitu sebanyak 16
   b. $87.120.000.000 = 8.712\times10^{7}$

      Pangkat n diperoleh dengan menghitung jumlah nol yang terdapat pada soal yaitu sebanyak 7

Selain contoh diatas, bilangan desimal yang memiliki angka nol terlalu banyak juga dapat dirubah kedalam notasi ilmiah untuk mempermudah cara membaca dan penghitungannya. Pertama, lakukan pergeseran koma pada desimal ke kanan sampai ke angka terdekat selain nol.

Misalnya: 0,0000057

Perhatikan pergeseran koma pada bilangan desimal berikut:

0,0000057

00,000057 (pergeseran ke 1)

000,00057 (pergeseran ke 2)

0000,0057 (pergeseran ke 3)

00000,057 (pergeseran ke 4)

000000,57 (pergeseran ke 5)

0000005,7 (pergeseran ke 6)

Sehingga didapat nilai a = 5,7 dan n = -6

Notasinya menjadi $5,7 \times 10^{-6}$.

Contoh:

Tuliskan notasi ilmiah dari:

1. 0,0401
2. 0,000000302
3. 0,008279
4. 0,0000000000072

Penyelesaian:

1. $0,0401 = 4,01 \times 10^{-2}$

   Pada bilangan desimal ini tanda koma bergeser dua langkah ke kiri karena angka selain nol yang terdekat adalah 4 sehingga diperoleh pangkat -2

2. $0,000000302 = 3,02\times10^{-7}$

   Pada bilangan desimal ini tanda koma bergeser 7 langkah ke kiri karena angka selain nol yang terdekat adalah 3 sehingga diperoleh pangkat -7

3. $0,008279 = 8,279\times10^{-3}$

   Pada bilangan desimal ini tanda koma bergeser 3 langkah ke kiri karena angka selain nol yang terdekat adalah 8 sehingga diperoleh pangkat -3

4. $0,0000000000072 = 7,2\times10^{-12}$

   Pada bilangan desimal ini tanda koma bergeser 12 langkah ke kiri karena angka selain nol yang terdekat adalah 7 sehingga diperoleh pangkat -12

Notasi ilmiah terdiri atas perkalian 2 faktor. Pertama, faktor yang bilangannya lebih dari 1 dan kurang dari 10. Kedua, faktornya ialah pangkat dari basisnya, adapun basis dalam notasi ilmiah yaitu 10. Misalnya: $3,37\times10^{-15}$

Faktor 1 = 3,37 (lebih besar dari 1 dan lebih kecil dari 10)

Faktor 2 = 10^{-15}

Ingat:

Notasi ilmiah dari sebuah bilangan >10 memiliki pernyataan yaitu $\mathbf{a\times10^{n}}$ dimana $1 \leq a < 10$ dengan n bilangan asli. Bilangan 0-10 memiliki bentuk baku yang memiliki pernyataan dengan $\mathbf{a\times10^{-n}}$ dimana

$1 \leq a < 10$ serta n bilangan asli.