

Filtros FIR y Pasa Bajo Para Calcular la Reactividad Nuclear.

FIR and Low- Pass Filters For Nuclear Reactivity Calculation

Daniel Suescún Díaz¹, Héctor Fabio Bonilla Londoño², Jorge Hernando Figueroa Jiménez^{3*}.

¹Ph. D., Profesor Asociado, Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas, Coordinador del Grupo de Investigación en Matemáticas y Estadística Aplicada, Pontificia Universidad Javeriana Cali, Cali, Colombia.

dsuescun@javerianacali.edu.co

²Ingeniero Industrial, Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas, Joven Investigador del Grupo de Investigación de Matemáticas y Estadística Aplicada, Pontificia Universidad Javeriana Cali, Cali, Colombia.

hfbonilla@javerianacali.edu.co

³Profesor Asociado, Coordinador del área de Matemáticas, Investigador del Grupo de Investigación en Matemáticas y Estadística Aplicada, Pontificia Universidad Javeriana Cali, Cali, Colombia.

jfigueroa@javerianacali.edu.co

Resumen— Este artículo presenta un método para disminuir las fluctuaciones de la reactividad nuclear simulando un ruido que tiene una distribución Gaussiana alrededor de la potencia media, a partir de la ecuación inversa de la cinética puntual. Se emplean dos filtros simultáneamente, el Filtro de Respuesta al Impulso Finito (FIR) y el filtro Pasa Bajo de primer orden de retardo. Este trabajo muestra buenos resultados para el cálculo de la reactividad en comparación a otros métodos que existen en la literatura.

Palabras Clave—Ecuaciones de la Cinética Puntual, Filtro FIR, Filtro Pasa Bajo, Reactores Nucleares.

Abstract—This paper presents a method to reduce the nuclear reactivity fluctuations simulating by noise having a Gaussian distribution around the mean power, based on the inverse point kinetics equation. Two filters simultaneously are used the Filter Finite Impulse Response (FIR) and Low-pass filter of first order delay. This work shows good results for the reactivity calculation compared with the other methods available in the literature.

Key Word—Point kinetics equation, FIR filter, Low-Pass filter, Nuclear reactor.

I. INTRODUCCIÓN

La reactividad es el parámetro más importante utilizado para el diseño y la seguridad de una planta nuclear. El adecuado funcionamiento de un reactor dependerá en gran parte de la información numérica de la reactividad.

La reactividad es una función del tiempo y su cálculo resulta de la variación de la potencia nuclear a partir de la ecuación

inversa de la cinética puntual. Tal ecuación es integro-diferencial, en donde el término de la integral conserva el histórico de la potencia y la parte diferencial está directamente relacionado con el período del reactor.

En la práctica en una planta nuclear, se requieren de sensores que registren las señales. Por ejemplo el movimiento de las barras de control que originan las fluctuaciones de la potencia nuclear en el tiempo, generando comúnmente señales con ruido, evento que dificulta la estimación de la reactividad.

Los métodos existentes en la literatura ([1]- [10]) emplean básicamente una discretización del término relacionado con la integral de la ecuación inversa de la cinética puntual. Estas técnicas son esencialmente recursivas y permiten el cálculo continuo de la reactividad.

En un trabajo reciente [11], se presentó el cálculo de la reactividad con la mejor aproximación en la literatura existente, pero los autores no consideraron el ruido aleatorio el cual está presente en la realidad. En este trabajo se presenta un método que utiliza dos filtros para reducir las fluctuaciones del cálculo de la reactividad, como son el filtro FIR y el filtro Paso Bajo de primer orden de retardo.

Este artículo se encuentra estructurado en las siguientes secciones: modelo físico-matemático, el cual presenta el soporte teórico y la descripción de las variables o parámetros del modelo, así como algunos cálculos para obtener la ecuación inversa de la cinética puntual, empleando la transformada de Laplace; posteriormente se encuentra la sección del método propuesto, donde brevemente se explica la metodología que se llevó a cabo en esta investigación. Finalmente aparecen las secciones de resultados y

conclusiones.

II. MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

El modelo físico-matemático expuesto en [12], representa las ecuaciones de la cinética puntual que pueden obtenerse mediante la ecuación de difusión de neutrones. Las ecuaciones de la cinética conforman un sistema de siete ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas y no son lineales, físicamente estas ecuaciones describen la evolución temporal de la distribución de neutrones y la concentración de precursores de neutrones retardados en el núcleo del reactor nuclear, el parámetro que depende del tiempo es la reactividad denotada por $\rho(t)$.

La representación matemática de las ecuaciones de la cinética puntual está dada por:

$$\frac{dP(t)}{dt} = \left[\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} \right] P(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) \quad (1)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} P(t) - \lambda_i C_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2)$$

Sujeta a las siguientes condiciones iniciales:

$$P(t=0) = P_0 \quad (3)$$

$$C_i(t=0) = \frac{\beta_i}{\Lambda \lambda_i} P_0 \quad (4)$$

Donde, $P(t)$ es la potencia nuclear, $C_i(t)$ es la concentración del i -ésimo grupo de los precursores de neutrones retrasados, $\rho(t)$ es la reactividad y los otros parámetros están definidos en la literatura existente. ([1]-[11]).

Para solucionar $\rho(t)$, en términos de $P(t)$, la ecuación (2) se puede integrar hasta el tiempo (t):

$$C_i(t) = \frac{\beta_i \langle P_0 \rangle}{\lambda_i \Lambda} e^{-\lambda_i t} + \frac{\beta_i}{\Lambda} \int_0^t e^{-\lambda_i(t-t')} P(t') dt' \quad (5)$$

Si la ecuación (5) se reemplaza en la ecuación (1), se obtiene la ecuación inversa de la cinética puntual, en su forma continua:

$$\rho(t) = \beta + \frac{\Lambda}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt} - \frac{1}{P(t)} \times \sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_i \left[\frac{\langle P_0 \rangle}{\lambda_i} e^{-\lambda_i t} + \int_0^t e^{-\lambda_i(t-t')} P(t') dt' \right] \quad (6)$$

La ecuación (6) es una ecuación integro-diferencial frecuentemente usada para programar el movimiento de los bancos de barras de control para obtener una variación deseada de la potencia nuclear y durante las pruebas físicas de partida de una usina nuclear. También es la ecuación base para el desarrollo de un medidor digital de reactividad, la parte integral es conocida como el histórico de la potencia, ya que usa todos los valores de la potencia nuclear existentes y la parte diferencial representa el período del reactor.

Calculando la transformada de Laplace en la ecuación (2) se obtiene:

$$C_i(s) = \frac{C_i(0)}{s + \lambda_i} + \frac{\beta_i}{\Lambda} \left(\frac{P(s)}{s + \lambda_i} \right) \quad (7)$$

Luego, aplicando la transformada inversa de Laplace a la ecuación (7):

$$C_i(t) = C_i(0) e^{-\lambda_i t} + \frac{\beta_i}{\Lambda} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \mathcal{L}[P(t)] \mathcal{L}[e^{-\lambda_i t}] \right\} \quad (8)$$

Comparando las ecuaciones (5) y (8), se obtiene:

$$C_i(0) = \frac{\beta_i \langle P_0 \rangle}{\lambda_i \Lambda} \quad (9)$$

y,

$$\int_0^t e^{-\lambda_i(t-t')} P(t') dt' = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \mathcal{L}[P(t)] \mathcal{L}[e^{-\lambda_i t}] \right\} \quad (10)$$

Para hacer posible el uso del método para el cálculo de la reactividad se introduce un ruido alrededor de la potencia media debido a que los sensores introducen ruido al medir la potencia nuclear mediante la siguiente expresión:

$$\bar{P}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P_j \quad (11)$$

Donde, P_j denota la potencia y N el número de muestras. Asumiendo que un ruido aleatorio tiene una distribución normal con desviación relativa estándar σ , alrededor de la potencia nuclear media, demostrada por [13].

Para reducir las fluctuaciones de la potencia nuclear se usa el Filtro Pasa Bajo de primer orden de retardo el cual se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$P_i = P_{i-1} + \frac{T}{T + \tau} (\bar{P}_i - P_{i-1}) \quad (12)$$

Donde $T = \Delta t$ es el paso de tiempo y τ es la constante del tiempo del filtro, propuesta por el trabajo [1]. En este trabajo el valor τ es, $\tau = 0.1$ s.

III. MÉTODO PROPUESTO

La ecuación (6) permite el cálculo de la reactividad de forma continua. Para el método que se propone en este trabajo, se realiza una discretización a la ecuación (6) mediante la aplicación de la transformada Z, siendo la transformada Z, la versión discreta de la transformada de Laplace, tal como se puede calcular en el término de la integral, representada por la ecuación (10).

De esta manera en este trabajo se emplea el cálculo de la transformada Z y su inversa, los detalles del mismo fueron realizados por [7]. Obteniéndose las siguientes ecuaciones:

$$y[n] = Z^{-1} \{ Z [P[n]] Z [h_i[n]] \} T \quad (13)$$

Al calcular la transformada inversa Z, resulta la siguiente expresión:

$$y[n] = T \sum_{m=0}^N h_i[n-m] x[m] = T h_i[n] * x[n] \quad (14)$$

Sin embargo la ecuación (14) realiza muchas operaciones, dado que $h_i[k] = 0$, para valores fuera de $0 \leq k \leq N$, por consiguiente se escribe n en lugar de N :

$$y(t) = y(nT) \approx y[n] = T \sum_{m=0}^n h_i[n-m] x[n] \quad (15)$$

$$= T h_i[n] * x[n]$$

La ecuación (15), fue obtenida en [8] y es más eficiente para el cálculo de la reactividad. En las ecuaciones (14) y (15), el símbolo (*), denota el producto de convolución, $h_i[n]$ es la respuesta del sistema cuando la entrada es una función de impulso unitario, y cada valor $y[n]$ puede encontrarse de la siguiente manera:

$$y[0] = h[0]x[0]$$

$$y[1] = h[1]x[0] + h[0]x[1]$$

$$y[2] = h[2]x[0] + h[1]x[1] + h[0]x[2]$$

$$\vdots$$

$$y[N] = h[N]x[0] + h[N-1]x[1] + \dots + h[0]x[N]$$

La ecuación (15) se denomina filtro de respuesta de impulso finito (FIR) y es la versión discreta de la ecuación (10), si se reemplaza la ecuación (15), en la ecuación (6), la reactividad se puede calcular de la siguiente forma:

$$\rho(t) = \beta + \frac{\Lambda}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt} - \frac{\langle P_0 \rangle}{P(t)} \times \sum_{i=1}^6 \beta_i e^{-\lambda_i t} \quad (17)$$

$$- \frac{T}{P(t)} \left[\left(\sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_i h_i(t) * P(t) \right) \right]$$

Para cumplir la condición en reactores de tipo crítico para $n = 0$, se toma:

$$\tilde{y}[n] = y[n] - \frac{1}{2} [h[n] x[0] + h[0] x[n]] \quad (18)$$

Las simulaciones numéricas que se consideran en este trabajo asumen un ruido aleatorio con distribución normal y desviación estándar denotada por σ , alrededor de la potencia nuclear media presentada por la ecuación (11).

El método que se propone en este trabajo es una combinación simultánea entre dos filtros digitales; filtro Pasa Bajo que corresponde a las ecuaciones (11) y (12), y el filtro FIR, representado en la ecuación (17), con la condición en reactores de tipo crítico expuesta por la ecuación (18). En los anteriores trabajos realizados por ([1]-[10]) y [13], los autores no consideraron esta forma de reducir las fluctuaciones de la reactividad nuclear. Este método proporciona una alternativa útil para combinarse con otros métodos de filtrado digital de señales.

IV. RESULTADOS

A continuación se presentan algunos resultados obtenidos mediante la simulación del valor ω considerado en la literatura como la raíz positiva resultante de la ecuación *Inhour*, empleada en la referencia bibliográfica [12]. Las pruebas de simulación que se realizaron consideran los parámetros propios de resultados experimentales elaborados y reportados en los trabajos [1]-[11]. Las constantes de decaimiento λ_i son iguales a (0.0127, 0.0317, 0.115, 0.311, 1.4 y 3.87 s^{-1}), las fracciones β_i de neutrones retardados son (0.000266, 0.001491, 0.001316, 0.002849, 0.000896 y 0.000182), y el tiempo de generación es $\Lambda = 2 \times 10^{-5} \text{ s}$.

La Fig.1, muestra la diferencia de reactividad en pcm (*partes por cien mil*), para la potencia nuclear de la forma $P(t) = \exp(\omega t)$ con $\omega = 0.016957$ calculada por la ecuación (17), llamada filtro FIR. Se usa un ruido aleatorio Gaussiano alrededor de la potencia nuclear media, con un grado de ruido $\sigma = 0.01$, y un paso de tiempo de $T = \Delta t = 0.01 \text{ s}$. La máxima diferencia es de 18.12 pcm, que se alcanza en un tiempo de 213 s.

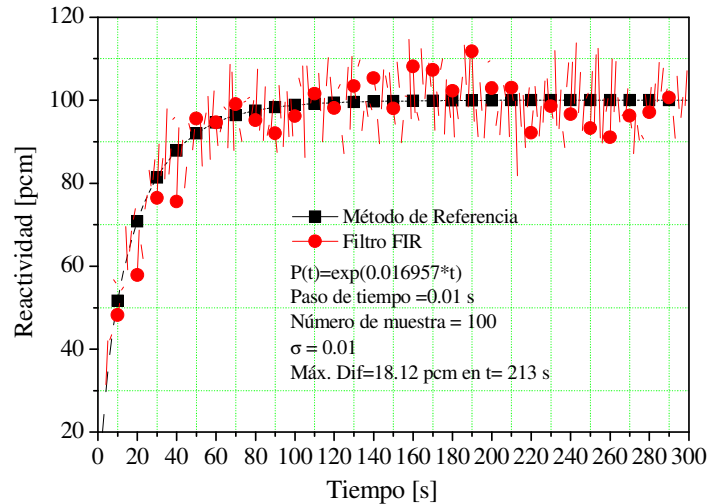


Fig.1: Variación de la reactividad en el tiempo para un valor de $\omega = 0.016957$ con un tamaño de paso de $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ empleando el filtro FIR para disminuir un ruido Gaussiano $\sigma = 0.01$

Al emplear el método propuesto en este trabajo con los mismos valores numéricos para $\omega = 0.016957$, $\sigma = 0.01$ y un paso de tiempo de $\Delta t = 0.01 \text{ s}$, se obtiene una reducción significativa de las fluctuaciones de la potencia nuclear, dado que la máxima diferencia es 2.97 pcm en un tiempo de 11s, como se puede apreciar en la Figura 2. Esta diferencia máxima es mejor que la diferencia reportada en el trabajo [9].

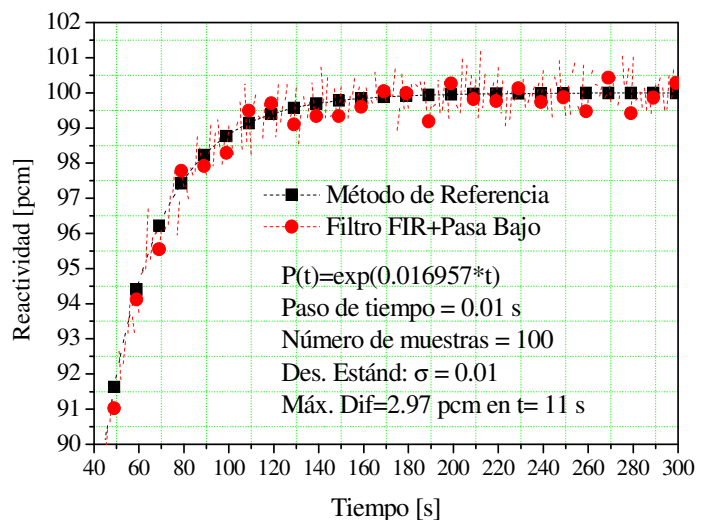


Fig.2: Variación de la reactividad en el tiempo para un valor de $\omega = 0.016957$ con un tamaño de paso de $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ empleando el filtro FIR + Pasa Bajo para disminuir un ruido Gaussiano $\sigma = 0.01$.

La máxima diferencia aparece en los primeros segundos, pero cuando ha pasado un tiempo de estabilización, el error es menor y las oscilaciones debido al ruido disminuyen notablemente.

En la Fig.3 se muestran los resultados obtenidos para una simulación empleando el filtro FIR con $\omega = 0.006881$ y los mismos valores de σ y Δt . Como se puede apreciar la máxima diferencia es de 28.48 pcm en un tiempo de $t = 195.64$ s, lo cual indica que el filtro FIR no es una buena opción para reducir las fluctuaciones de la potencia nuclear para este caso.

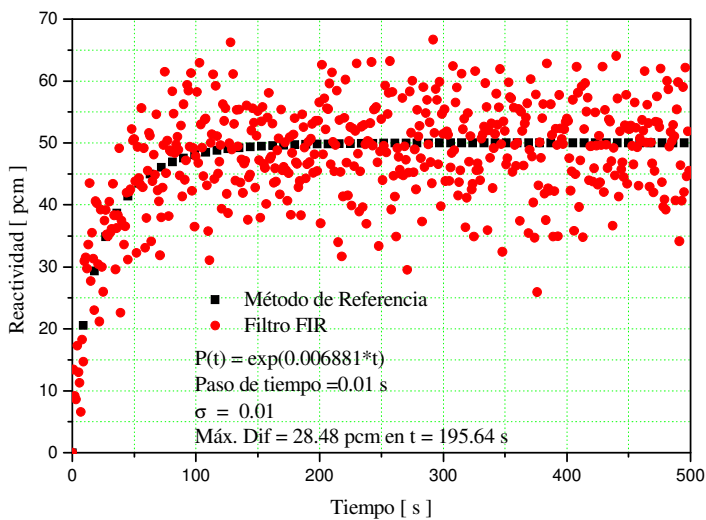


Fig.3: Variación de la reactividad en el tiempo para un valor de $\omega = 0.006881$ con un tamaño de paso de $\Delta t = 0.01$ s empleando el filtro FIR para disminuir un ruido Gaussiano $\sigma = 0.01$.

Sin embargo si se aplica el método propuesto, la máxima diferencia es de 9.25pcm en un tiempo de $t = 0.61$ s, como se puede observar en la Fig. 4. Después de los primeros segundos el método se estabiliza y se obtienen menores diferencias en la reactividad.

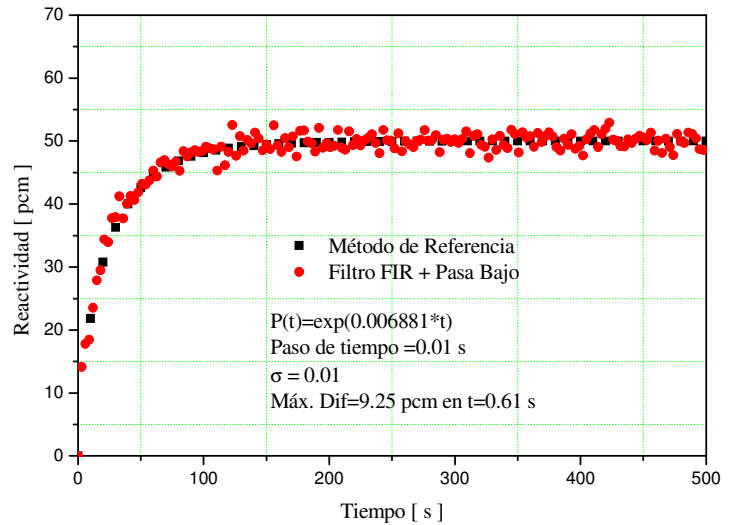


Fig.4: Variación de la reactividad en el tiempo para un valor de $\omega = 0.006881$ con un tamaño de paso de $\Delta t = 0.01$ s empleando el filtro FIR+Pasa Bajo para disminuir un ruido Gaussiano $\sigma = 0.01$.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un método que utiliza dos diferentes clases de filtros simultáneamente para disminuir las fluctuaciones de la reactividad, usando el filtro de respuesta al impulso finito FIR y el filtro Pasa Bajo de primer orden de retardo. Se encontraron buenos resultados numéricos para medir la reactividad, estos resultados muestran que el método puede ser aplicado para la implementación de un medidor de reactividad en tiempo real, con paso de tiempo de cálculo de hasta $\Delta t = 0.01$ s, para las diferentes formas de la potencia nuclear, cuando ésta contiene una distribución de ruido Gaussiano, alrededor de la potencia media con una desviación estándar relativa σ hasta 0.01. Las diferencias se reducen significativamente si han transcurrido unos pocos segundos.

Para trabajos futuros se espera implementar nuevas combinaciones de filtros con el fin de reducir las diferencias máximas de reactividad con mayores grados de ruido Gaussiano y paso de tiempo de cálculo de hasta, $\Delta t = 0.1$ s.

REFERENCIAS

- [1]. Y. Shimazu, Y. Nakano, Y. Tahara, "Development of a compact digital reactivity meter and reactor physics data processor," *Nuclear Technol.*, vol. 77, no.3, pp. 247-254, Jun.1987.
- [2]. J.E. Hoogenboom, A.R. Van Der Sluijs, "Neutron source strength determination for on-line reactivity measurements," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 15, no.12, pp. 553-559, Dic. 1988.
- [3]. S.E. Binney, A.I.M, Bakir, "Design and development of a personal computer based reactivity meter for a nuclear reactor," *Nucl. Technol*, vol. 85, no.1, pp. 12-21, Abr.1989.
- [4]. S.A Ansari, "Development of on-line reactivity meter for nuclear reactors," *IEEE Trans. Nucl. Sci*, vol. 38, no.4 pp. 946-952, Ago.1991.
- [5]. S. Tamura, "Signal fluctuation and neutron source in inverse kinetics method for reactivity measurement in the sub-critical domain," *Journal Nuclear Science Technology*, vol. 40, no.3, pp. 153-157, Mar. 2003.
- [6]. D. Suescún, A. Senra F.C Da Silva, "Formulation for the calculation of the reactivity without nuclear," *Journal Nuclear Science and Technology*, vol. 44, no. 9, pp. 1149-1155, Nov. 2007.
- [7]. D. Suescún, A. Senra, F.C Da Silva, "Calculation of reactivity using a finite impulse response filter," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 35, no. 3, pp. 472 - 477, Mar. 2008.
- [8]. D. Suescún, A. Senra, "Reactivity calculation with reduction of the nuclear power fluctuations," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 36, no. 5, pp. 676-679, May. 2009.
- [9]. D. Suescún, A. Senra, "Finite differences with exponential filtering in the calculation of reactivity," *KERNTECHNIK*, vol. 75, no. 4, pp. 210-213, Abr. 2010.
- [10]. D. Suescún, J.F Flórez, J.A. Rodríguez, "Hamming method for solving the delayed neutron precursor," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 42, pp. 47-49, Apr.2012.
- [11]. D. Suescún, J.A Rodríguez, J.H Figueroa, "Reactivity calculation using the Euler-Maclaurin formula," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 53, pp. 104-108, March.2013.
- [12]. J.J. Duderstadt, L.J. Hamilton, *Nuclear Reactor Analysis*, New York: Jhon Wiley & Sons Inc, 1976.
- [13]. A. Kitano, M. Itagaki, M. Narita, "Memorial-index-based inverse kinetics method for continuous measurement of reactivity and source strength," *Journal Nuclear Science and Technology*, vol. 37, no.1, pp. 53-59, Jan. 2000.