

# HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

---

Book Part, Author's Postprint

**Schlicke, Dirk; Tue, Nguyen Viet; Bödefeld, Jörg**  
**Verformungsbasierte Festlegung der Mindestbewehrung**  
**zur Begrenzung der Rissbreite infolge**  
**Zwangbeanspruchung bei dicken Bauteilen**

DBV-Heft

---

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/110466>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Schlicke, Dirk; Tue, Nguyen Viet; Bödefeld, Jörg (2019): Verformungsbasierte Festlegung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite infolge Zwangbeanspruchung bei dicken Bauteilen. In: DBV-Heft 38 „Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau – Hintergründe und Erläuterungen zum DBV-Merkblatt. Fassung Dezember 2019. Berlin: Deutscher Beton- und Bautechnikverein e. V.. S. 79-93.

**Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:**

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



**DBV-Heft (Hg.) (2019): DBV-Heft 38 „Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau – Hintergründe und Erläuterungen zum DBV-Merkblatt. Fassung Dezember 2019. Berlin, Deutschland: Deutscher Beton- und Bautechnikverein e. V. S. 79-93.**

# **Verformungsbasierte Festlegung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite infolge Zwangbeanspruchung**

Dr.-Ing. Dirk Schlicke<sup>a</sup>, Prof. Dr.-Ing. Nguyen Viet Tue<sup>a</sup>, Dr.-Ing. Jörg Bödefeld<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Technische Universität Graz

<sup>b</sup> Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe

## **1 Einleitung**

Dieser Beitrag präsentiert ein Berechnungsverfahren zur Festlegung der Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite infolge Zwangbeanspruchung, welches auf der Verformungskompatibilität basiert. Hierbei wird die aufgezwungene Verformung mit der auftretenden Verformung im Bauteil kompatibel gemacht. Dieses Verfahren wurde in langjähriger Forschung durch die Arbeiten von Bödefeld [1], Schlicke [2], Turner [3] und Heinrich [4] entwickelt und findet sich heute bereits in verschiedenen Regelwerken wie BAW [5], [6] und ÖBV [7]. Die positiven Erfahrungen in der Praxis, insbesondere bei dicken Bauteilen, bestätigen die Vorteile dieser Methode gegenüber dem gewöhnlichen Verfahren auf Grundlage der Risschnittgröße.

Im Gegensatz zu der praxisüblichen Vorgehensweise, bei der die Auslegung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite auf der Aufnahme der Risschnittgröße des Bauteils basiert, wird mit einer Betrachtung der Verformungskompatibilität das Wesen der Zwangbeanspruchung deutlich realistischer und mechanisch konsistenter abgebildet (vgl. Bödefeld et al. in [8] und [9]).

Insbesondere bei dicken Bauteilen würde eine konsequente Umsetzung der risskraftbasierten Methode zu viel höheren Bewehrungsgehalten führen, als durch Versuche und Beobachtungen in der Praxis erforderlich wären. Im DAfStb-Heft 466 [10] wurde daher von König und Tue für dicke Bauteile eine weitere pragmatische Vorgehensweise vorgeschlagen, die auf der Aufnahme der Risskraft der Effektivzone basiert. Dieser Vorschlag wurde in die Nationalen Anhänge von Deutschland und Österreich [11] und [12] übernommen. Der ingenieurmäßige Ansatz nach König/Tue [10] ist zwar im Rahmen seiner Annahmen gut begründet und bietet auch eine erkennbare Reduktion der Mindestbewehrung für dicke Bauteile, allerdings wird das Wesen der Zwangbeanspruchung auch hier nicht realistisch erfasst. Nach heutigem Stand des Wissens sind hierbei vor allem das Fehlen einer expliziten Berücksichtigung der Verformungseinwirkung sowie die Abhängigkeit der Mindestbewehrung von der Zugfestigkeit als große Einschränkungen zu sehen, da hierdurch die Zusammenarbeit von Betontechnologie und Tragwerksplanung konterkariert wird. Genau diese Zusammenarbeit ist aber entscheidend bei der Vermeidung bzw. Begrenzung der Rissbildung infolge Zwangs. Im Gegensatz dazu wird diese Zusammenarbeit mit einer verformungsbasierten Vorgehensweise gestärkt, wie bspw. im ÖBV-Merkblatt [7] gezeigt wird.

Nach einer allgemeinen Betrachtung der Verformungskompatibilität konzentriert sich dieser Beitrag zunächst auf dicke Bauteile und wird mit einem Anwendungsbeispiel abgerundet. Das Verfahren kann aber ohne Weiteres auch auf dünne Bauteile übertragen werden, wie ausführlich im Beton-Kalender 2020 [13] erläutert wird.

## 2 Allgemeines

Zwangbeanspruchung ist die Spannungsantwort einer behinderten Verformungseinwirkung. Die Art und Größe der Zwangbeanspruchung resultiert aus dem Zusammenspiel von Verformungseinwirkung, Behinderungssituation und Bauteilsteifigkeit. Da eine vollständige Verformungsbehinderung in der Praxis nur in Sonderfällen vorliegt, sollte die Zwangbeanspruchung unter Berücksichtigung des freien Verformungsanteils ermittelt werden. Beispielsweise würde für einen teilweise behinderten Stab, wie in Bild 1 gezeigt, im Falle einer Temperatureinwirkung gelten:

$$\sigma_{Zw} = \left( -\alpha_T \cdot \Delta T + \frac{\Delta l}{l} \right) \cdot E_c \quad \text{mit} \quad \sigma_{Zw} \cdot A_c = F_F \quad \text{und} \quad \Delta l/2 = F_F/k_F \quad (1)$$

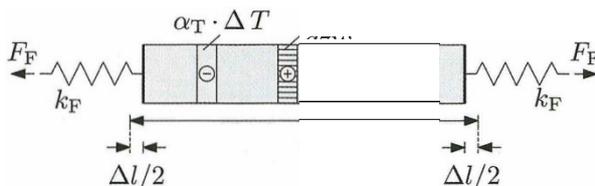


Bild 1: Zwangbeanspruchung und freie Verformung unter Berücksichtigung des Gleichgewichts und der Verformungskompatibilität in einem teilweise behinderten Stab mit Temperaturverkürzung

Eine zentrale Größe bei der Bestimmung der Zwangbeanspruchung ist der Behinderungsgrad  $a$ . Für das betrachtete System in Bild 1 ließe sich dieser wie folgt bestimmen:

$$F_{Zw} = F_F = \sigma_{Zw} \cdot A_c$$

$$\Delta l_c = -\Delta l_f \rightarrow \alpha_T \cdot \Delta T \cdot l + \frac{F_{Zw}}{E_c A_c} \cdot l = -2 \cdot F_F/k_F = -2 \cdot F_{Zw}/k_F$$

$$\sigma_{Zw} = -\alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_c \cdot a \quad \text{mit} \quad a = \frac{1}{1 + \frac{E_c A_c}{k_F \cdot l/2}}$$

Im Falle von Rissbildung kann sich die aufgezwungene Verformung in Form von Rissbreite einstellen. Die Größe der Rissbreite und die verbleibende Spannung im Beton ist vom Vorhandensein der Bewehrung abhängig, wie in Bild 2 vereinfachend für das System gemäß Bild 1 aufgezeigt.

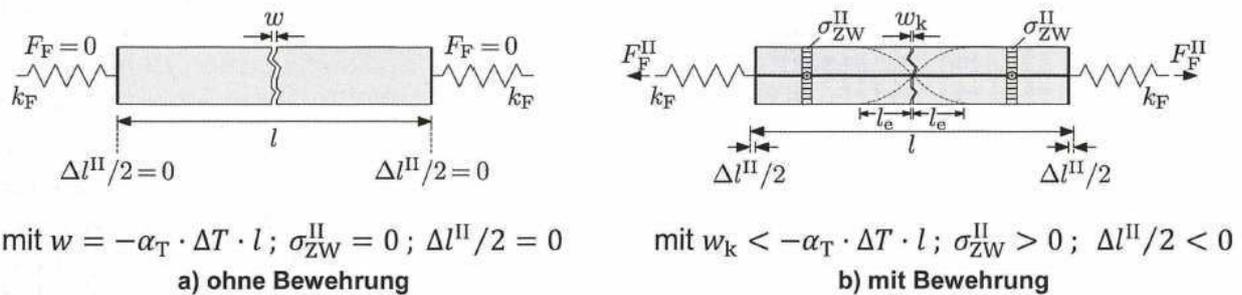


Bild 2: Gleichgewicht und Verformungskompatibilität nach der Rissbildung infolge Zwangbeanspruchung ( $\sigma_{ZW} > f_{ct}$ ) des teilweisen zentrisch behinderten Stabs mit Temperaturverkürzung gemäß Bild 1

Die Rissbreite und die verbleibende Spannung können auf Grundlage des Kräftegleichgewichts und der Kompatibilität direkt berechnet werden. Umgekehrt ließe sich auch für eine vorgegebene Rissbreite die erforderliche Mindestbewehrung direkt ermitteln. Wesentliche Einflussgröße ist hierbei die Länge  $l$ . Als Obergrenze für diese Länge  $l$  kann im Allgemeinen der sog. geometrisch vorgegebene Rissabstand festgelegt werden. Im Gegensatz zu der eher theoretischen Betrachtung eines unendlich langen Zugstabs wird in praxisüblichen Fällen wie Bodenplatten oder Wänden auf Fundamenten nämlich bereits durch die Behinderungssituation ein systematisches Rissbild erzeugt, welches sich insbesondere bei dickeren Bauteilen mit geringen Bewehrungsgraden nahezu unabhängig von der Bewehrung einstellt. Wie später noch in Abschnitt 5 erläutert, wird das Bauteil hierdurch in unabhängige Abschnitte geteilt, für welche die in Bild 1 und Bild 2 gezeigten Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen jeweils herausgelöst erfüllt werden können. Bild 3 veranschaulicht diese Überlegungen anhand einer Skizze für den Fall Wand auf Fundament.

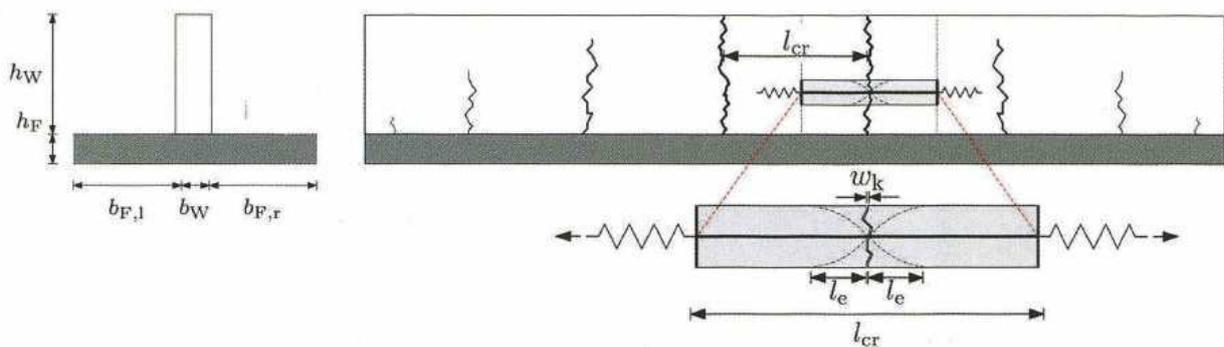


Bild 3: Geometrisch vorgegebenes Rissbild und Verformungskompatibilität innerhalb der hierdurch vorgegebenen, nahezu voneinander unabhängigen Bauteilabschnitte

### 3 Risskraftbasiertes Konzept versus Verformungskompatibilität

Eine wesentliche Eigenschaft von Betonbauteilen ist, dass die Obergrenze der Zwangbeanspruchung bei üblichen Verformungseinwirkungen durch die Risskraft des Querschnitts vorgegeben wird. Beim Erstriss wird die Größe der auftretenden Risskraft von den folgenden Parametern bestimmt:

- Größe des Betonquerschnitts  $A_c$
- vorhandene Zugfestigkeit sowie
- Spannungsverteilung zum Zeitpunkt der Rissbildung.

Wie in Bild 2 veranschaulicht, würde die Zwangbeanspruchung in unbewehrten Bauteilen durch die Rissbildung komplett abgebaut werden, da sich die behinderte Verformung vollständig als Rissbreite in einem einzigen Riss einstellen kann. Diese Rissbreite ist aber i. d. R. zu groß und muss durch Bewehrung auf ein tolerierbares Maß begrenzt werden. Bei Vorhandensein von Bewehrung tragen die Rissbreite und die Verformung des Betons zum Erreichen der Verformungskompatibilität bei. Erfasst der Wirkungsbereich der Bewehrung, die sog. Effektivzone, den gesamten Betonquerschnitt ( $A_c = A_{c,eff}$ ), so bildet sich zunächst ein neues Gleichgewicht ohne weitere Rissbildung. Hintergrund ist, dass die verbleibende Zwangskraft in diesem Zustand stets kleiner als die ursprüngliche Risskraft ist, da ein Teil der behinderten Verformung in Rissbreite freigesetzt wurde. Erst bei weiterer Verformungseinwirkung können wieder neue Risse entstehen, bis theoretisch ein abgeschlossenes Rissbild erreicht werden würde. Mit einer Bewehrung, die zur Aufnahme der Risskraft ausgelegt wurde, kann somit für übliche Verformungseinwirkungen eine sog. sukzessive Rissbildung erzeugt werden. Wird hierbei außerdem die Stahlspannung beschränkt, lässt sich die Rissbreite wirksam begrenzen.

Mit zunehmender Bauteildicke tritt der Fall  $A_c \gg A_{c,eff}$  auf, da die Bewehrung unabhängig von Bauteilabmessung in Randbereich angeordnet ist. Hier steigt zwar die Risskraft des ungerissenen Querschnitts an, jedoch können direkt nach der Bildung des ersten Risses (Primärriss) bereits ohne weitere Steigerung der Verformungseinwirkung neue Risse in der Umgebung der Bewehrung entstehen (Sekundärrisse). Dies ist immer dann der Fall, wenn mit der Bildung des Primärrisses keine Verformungskompatibilität erreicht wird und die vorhandene Bewehrung infolge der Risskraft der Effektivzone nicht zum Fließen kommt. Der Prozess der Bildung von Sekundärrissen wird erst dann zum Stillstand kommen, wenn die Verformungskompatibilität vorliegt. Bei weiterer Steigerung der Verformungseinwirkung werden in diesem Fall aufgrund des großen Steifigkeitsunterschieds zwischen gerissenem und ungerissenem Querschnitt nur noch weitere Sekundärrisse erzeugt. Im Vergleich zu dem Fall mit  $A_c = A_{c,eff}$  steigt hier aber die Risskraft für die Bildung neuer Sekundärrisse stärker an, da neben dem Einfluss der Materialstreuung auch ein Teil der Zwangskraft im Bereich außerhalb der effektiven Zone verbleibt. Bild 4 veranschaulicht die beschriebenen Fälle schematisch.

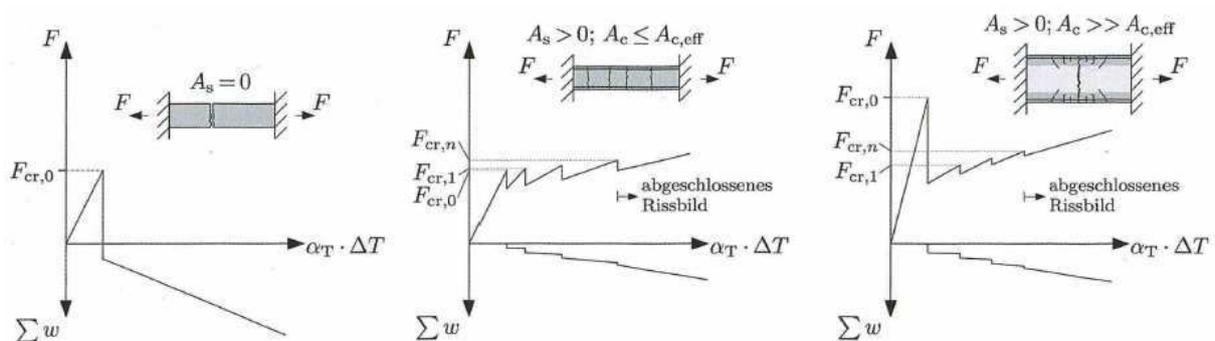


Bild 4: Risskraft und Summe der Rissbreiten bei gezwängten Stäben mit und ohne Bewehrung.

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, führt die Dimensionierung der Mindestbewehrung auf Basis der Risskraft des Gesamtquerschnitts bei dicken Bauteilen zu sehr hohen Bewehrungsgehalten, deren Notwendigkeit durch Versuche und Beobachtungen in der Praxis nicht bestätigt werden. Selbst eine Begrenzung der aufzunehmenden Kraft auf die Risskraft der Effektivzone, wie bereits von König/Tue in [10] vorgeschlagen und später in den NA [11] und [12] umgesetzt, kann bei zunehmender Bauteildicke noch zu einer erheblichen Überschätzung der erforderlichen Bewehrung führen, da hierbei die mechanischen Zusammenhänge zwischen Zwangskraft und Verformungskompatibilität nicht berücksichtigt werden.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass die alleinige Betrachtung der im Rissbildungsprozess maximal auftretenden Kräfte ohne weitere Berücksichtigung der Verformungskompatibilität zwar auf der sicheren Seite liegt, jedoch die tatsächliche Beanspruchung i. d. R. deutlich überschätzt. In den aktuellen Eurocodes und auch in nationalen Merkblättern, wie bspw. DBV[14], wird diesem Umstand mit empirischen Modifikationen der Risskraft begegnet, die allerdings in vielen Fällen noch immer kein wirtschaftlich optimales Ergebnis liefern und in Grenzfällen sogar aufgrund der fehlenden mechanischen Konsistenz zu einer Unterschätzung der erforderlichen Bewehrung führen können. Dies bietet zum einen immer wieder den Ausgangspunkt für kontroverse Diskussionen im Schadensfall. Zum anderen wird die risskraftbasierte Bemessung auf die Zugfestigkeit des Betons als alleinige Materialkenngröße reduziert, was eine quantitative Erfassung der Einflüsse aus der Betontechnologie unmöglich macht. Eine Reduktion der Hydratationswärme oder die Minimierung von Schwinden haben i. d. R. keine signifikanten Auswirkungen auf die Zugfestigkeit und somit auf die Risskraft; demgegenüber würde eine Reduktion der Rissempfindlichkeit, die oftmals mit einer Verbesserung der Zugfestigkeit einhergeht, zu einer Vergrößerung der erforderlichen Mindestbewehrung führen.

#### 4 Bemessungsmodell auf Grundlage der Verformungskompatibilität

Grundgedanke der verformungsbasierten Bemessung ist, die Verformungseinwirkungen mit der Antwort des Systems kompatibel zu machen. Maßgebliche Einwirkungen sind hierbei Temperaturdehnungen ( $\alpha_T \cdot \Delta T$ ), autogenes Schwinden und Trocknungsschwinden ( $\varepsilon_{cas} + \varepsilon_{cds}$ ) und Kriechen ( $\varepsilon_{cc}$ ), wohingegen sich die Systemantwort aus freier Dehnung ( $\Delta l/l$ ) und behinderter Dehnung in Form von Zwangspannung ( $\sigma_{zw}/E_c$ ) zusammensetzt. Beschreibt man das Verhältnis aus behinderter Dehnung und tatsächlicher Dehnung mit dem sog. Behinderungsgrad ( $a$ ), dann kann man für den ungerissenen Zustand schreiben:

$$(\alpha_T \cdot \Delta T + \varepsilon_{cas} + \varepsilon_{cds} + \varepsilon_{cc}) \cdot a = - \frac{\sigma_{zw}}{E_c} \quad (2)$$

Nach der Rissbildung ändert sich der Behinderungsgrad und die Verformungskompatibilität wird maßgeblich von der Anzahl der auftretenden Risse mit deren Rissbreite ( $w$ ), dem Abstand der Primärrisse ( $l_{cr}$ ) und der verbleibenden Spannung zwischen diesen Primärrissen ( $\sigma_{zw}^l$ ) beeinflusst. Unter Berücksichtigung, dass die verbleibende Spannung im Einleitungsbereich der Bewehrung ( $2 \cdot l_{es}$ )

abnimmt, was sich im Zeitverlauf sogar verstärkt und gemäß EC2 [15] mit einem Faktor ( $k_t$ ) beschrieben werden kann, lautet die Verträglichkeitsbedingung für den gerissenen Zustand:

$$(\alpha_T \cdot \Delta T + \varepsilon_{\text{cas}} + \varepsilon_{\text{cds}} + \varepsilon_{\text{cc}}) \cdot a^{\text{II}} \cdot l_{\text{cr}} = - \left[ \frac{\sigma_{\text{Zw}}^{\text{II}}}{E_c} \cdot (l_{\text{cr}} - 2 \cdot l_e \cdot (1 - k_t)) + w \right] \quad (3)$$

Wie in *Schlicke/Tue* [16] gezeigt wird, kann Gleichung (3) ohne Weiteres auf die erforderliche Bewehrung zur Einhaltung eines Rissbreitenkriteriums ( $w_k$ ) umgestellt werden. Allerdings ist die Lösung einer solchen Gleichung nicht trivial. Die größten Herausforderungen sind hierbei:

- Bestimmung des Behinderungsgrads nach der Rissbildung ( $a^{\text{II}}$ ), insbesondere wenn die Bewehrung selbst einen Einfluss auf diesen hat,
- Berücksichtigung der verbleibenden Betonspannung zwischen zwei Primärrissen ( $\sigma_{\text{Zw}}^{\text{II}}$ ), insbesondere wenn die Spannungen über die Bauteilhöhe und -länge variieren, wie bspw. Im Falle von Wänden auf Fundamenten und
- Berücksichtigung der Sekundärrissbildung bei dicken Bauteilen ( $A_c \gg A_{c,\text{eff}}$ ).

Für die hier betrachteten dicken Bauteile kann eine praktikable Lösung mit der Annahme erzielt werden, dass ein Rissystem aus Primär- und Sekundärrissen die behinderte Verformung des ungerissenen Zustands aufnehmen muss. In üblichen Fällen liegt diese Annahme auf der sicheren Seite, da die günstigen Verformungsanteile infolge verbleibender Spannung im Beton zwischen den Primärrissen vernachlässigt werden und dies den Einfluss einer Zunahme des Behinderungsgrads im gerissenen Zustand überwiegt. Die vereinfachte Bedingung lautet letztendlich:

$$w^{\text{P}} + \sum_{i=1}^n w_i^{\text{S}} = \frac{\sigma_{\text{Zw}}}{E_c} \cdot l_{\text{cr}} \quad (4)$$

Die Grundidee von Gleichung (4) ist hierbei, so viele Sekundärrisspaare links und rechts eines Primärrisses zu erzeugen, bis die Verformungskompatibilität erzielt ist, so wie in Bild 5 schematisch gezeigt.

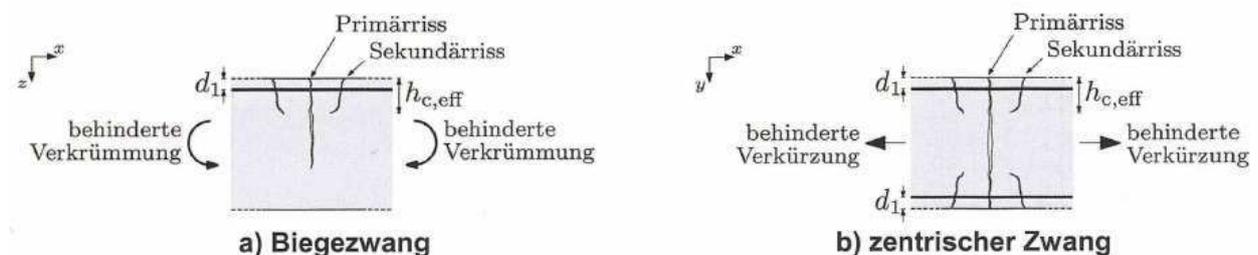


Bild 5: Rissystem bestehend aus Primärriss und Sekundärrisspaar, das in dessen Umgebung infolge der Bewehrung erzeugt wurde (Blick über die Bauteildicke)

Die erforderliche Anzahl an Sekundärrisspaaren kann letztendlich aus dem Rissbreitenkriterium ( $w_k$ ) und der Vereinfachung gemäß Gleichung (4) bestimmt werden zu:

$$n = \left( \frac{\sigma_{Zw}}{E_c} \cdot I_{cr} \cdot \frac{1}{w_k} - 1 \right) \cdot 1,1 \quad (5)$$

Der Faktor 1,1 in Gleichung (5) stellt hierbei eine sichere Annahme zur Berücksichtigung der Abnahme der Rissbreite in den Sekundärrissen nach *Bödefeld* [1] dar.

Die benötigte Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite kann anschließend von der Risskraft der Effektivzone des letzten Sekundärrisspaares abgeleitet werden, wobei  $n$  auf die nächste natürliche Zahl aufgerundet wird. Für  $n \leq 0$  ist die Verformungskompatibilität bereits mit der Rissbreite im Primärriss erfüllt und es wird keine aktive Begrenzung der Rissbreite mit Bewehrung benötigt. Lediglich eine Oberflächenbewehrung zur Aufnahme der Risskraft der Effektivzone ist angedeutet. Für diesen Fall könnte in Anlehnung an die Regelungen in DIN-Fachbericht 102 [17] geschrieben werden:

$$n \leq 0: A_{s,min} = \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot A_{c,eff} \quad (6)$$

mit  $f_{ctm}$  mittlere Zugfestigkeit des Betons,  
 $f_{yk}$  Streckgrenze der Bewehrung,  
 $A_{c,eff}$  effektive Wirkungszone der Bewehrung (i. d. R.  $2,5 \cdot d_1 \cdot b$ ).

Alle anderen Fälle benötigen eine Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite, die gemäß *Bödefeld* [1] wie folgt ermittelt werden kann:

$$n > 0: A_{s,min} = \sqrt{\frac{\phi_s \cdot b^2 \cdot d_1^2 \cdot f_{ct,eff} \cdot (0,69 + 0,34 \cdot n)}{w_k \cdot E_s}} \quad (7)$$

mit  $\phi_s$  Bewehrungsstabdurchmesser,  
 $b$  Querschnittsbreite,  
 $d_1$  Randabstand der Bewehrung,  
 $f_{ct,eff}$  wirksame Zugfestigkeit,  
 $w_k$  Rissbreitenkriterium,  
 $E_s$  Elastizitätsmodul der Bewehrung.

Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei dem vorgestellten Verfahren um eine ingenieurmäßige Vereinfachung, bei der zum Zwecke einer direkten Lösung davon ausgegangen wird, dass sich der Verformungsanteil des ungerissenen Bereichs und der Einfluss eines geänderten Behinderungsgrads durch die Rissbildung gegenseitig aufheben. In der Arbeit von *Turner* [3] wurde diese Vereinfachung näher betrachtet und auf Basis von Versuchen und Sensitivitätsanalysen eine Lösung unter Berücksichtigung der zuvor ausgeklammerten Einflüsse vorgeschlagen. Um hier ebenfalls eine iterative Lösung zu umgehen, wurde gemäß einem Vorschlag im DAfStb-Heft 466 [10] zwischen Bauteilen mit

hohen und Bauteilen mit mäßigen Anforderungen an die Wasserundurchlässigkeit unterschieden. Die Anzahl der erforderlichen Sekundärrissspaare kann demnach ermittelt werden zu:

$$n = \left( \frac{\sigma_{Zw}}{E_c} \cdot \frac{l_{cr}}{w_k} \cdot \frac{k_{mod}}{a^{0,6}} - 1 \right) \cdot 1,1 \quad (8)$$

mit

$a$	Behinderungsgrad im ungerissenen Zustand,
$k_{mod}$	Faktor zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons im ungerissenen Bereich:
	- für Bauteile mit hohen Anforderungen:
	$= 0,85$ für $\sigma_{Zw} > 2f_{ct,eff}$
	$= 0,75$ für $\sigma_{Zw} \leq 2f_{ct,eff}$
	- für Bauteile mit niedrigen Anforderungen
	$= 0,65$ für $\sigma_{Zw} > 2f_{ct,eff}$
	$= 0,60$ für $\sigma_{Zw} \leq 2f_{ct,eff}$

Da nun der Spannungszustand im ungerissenen Bereich zwischen den Primärrissen genauer betrachtet wurde, kann zudem die Gleichung (7) zur Berechnung der Mindestbewehrung bei  $n > 0$  präziser formuliert werden mit:

$$n > 0: A_{s,min} = \sqrt{\frac{\phi_s \cdot b^2 \cdot d_1^2 \cdot f_{ct,eff} \cdot (0,5 + 0,34 \cdot n)}{w_k \cdot E_s}} \quad (9)$$

Im Gegensatz zu dicken Bauteilen muss die Verformungskompatibilität bei dünnen Bauteilen allein über Primärrissbildung erzielt werden. Ein Vorschlag zur Lösung dieses Zusammenhangs wird im Beton-Kalender 2020 [13] angegeben.

## 5 Geometrisch vorgegebenes Rissbild und Abstand der Primärrisse

Eine wesentliche Eingangsgröße für die verformungsbasierte Bemessung stellt der Abstand der Primärrisse dar. Neben dem Einfluss aus reinen Materialeigenschaften und der Querschnittsdicke wird dieser Abstand entscheidend vom Verkrümmungsbestreben des Gesamtquerschnitts und das hierdurch in Längsrichtung aktivierte Eigengewicht beeinflusst. Diesbezüglich unterscheiden sich Bodenplatten grundsätzlich von Wänden auf Fundamenten, wobei sich die meisten Praxisfälle auf eines dieser beiden Grundsysteme zurückführen lassen. Nachfolgend werden Ingenieurmodelle für die Bestimmung des Primärrissabstands für diese beiden Grundsysteme gegeben.

### 5.1 Bodenplatten

Wie von *Schlicke* [2] beschrieben, werden die Zwangsschnittgrößen im Erhärungszeitraum durch zwei wesentliche Behinderungssituationen geprägt. Zum einen führt die große flächige Ausdehnung zu einer vollständigen Verkrümmungsbehinderung und damit zu Biegezwang, zum anderen kann die Längsausdehnung bei sehr hoher horizontaler Baugrundsteifigkeit teilweise behindert werden und

es entsteht eine Zwangnormalkraft. In gewöhnlichen Fällen resultieren die maßgebenden Spannungen allerdings hauptsächlich aus der Verkrümmungsbehinderung.

Wie in Bild 6 schematisch veranschaulicht, werden mit zunehmender Plattendicke und durch die Wärmespeicherung im Baugrund signifikante Temperaturgradienten über die Plattendicke erzeugt, die nahezu vollständig behindert werden. Demgegenüber trifft das ebenfalls mit der Plattendicke zunehmende Längsausdehnungs- und Längsverkürzungsbestreben nur auf eine sehr geringe horizontale Baugrundsteifigkeit und kann sich somit zu großen Teilen frei einstellen.

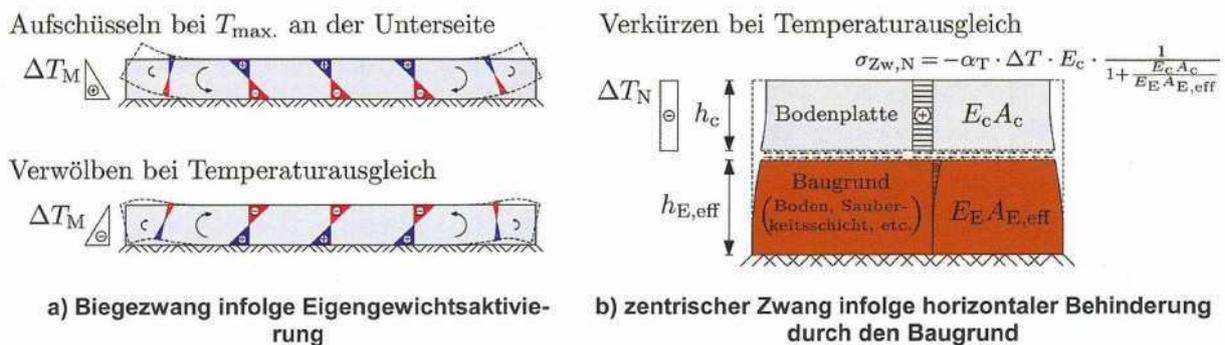


Bild 6: Behinderungssituationen von Bodenplatten

Insgesamt kann festgestellt werden, dass Makrorissbildung bei Bodenplatten stets aus dem Zusammenwirken von Biegezwang und zentrischem Zwang resultiert, wobei umfangreiche Parameterstudien in *Schlicke* [2] zeigten, dass hinsichtlich Makrorissbildung zwei kritische Zeitpunkte existieren. Zum einen besteht eine generelle Gefahr von frühen Biegerissen an der Oberseite, welche nahezu unabhängig von der horizontalen Bodensteifigkeit ist; zum anderen kann in Einzelfällen mit starker horizontaler Behinderung durch den Baugrund eine Gefahr von späten Trennrissen entstehen, da sich zu diesem Zeitpunkt an der Unterseite der Bodenplatte der mittlerweile umgekehrte Biegezwang (mit Biegezugspannungen an der Unterseite) und der etwaige zentrische Zwang infolge horizontaler Behinderung durch den Baugrund ungünstig überlagern können. Der Abstand dieser Risse korreliert in beiden Fällen mit einer gewissen Länge, über welche der Biegezwang infolge Aktivierung des Eigengewichts aufgebaut wird, wie in Bild 7 gezeigt.

Sowohl im Falle des Aufschüsselns als auch im Falle des Verwölbens ist der maximale Abstand der Primärrisse auf das Erreichen des Rissmoments begrenzt und kann aus Gleichsetzen des Moments aus Eigengewichtsaktivierung mit dem Rissmoment gefunden werden. Hierfür gilt in beiden Fällen:

$$l_{cr} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot h_c}{\gamma_c}} \quad (10)$$

mit  $h_c$  – Plattendicke und  $\gamma_c$  – Wichte des Betons.

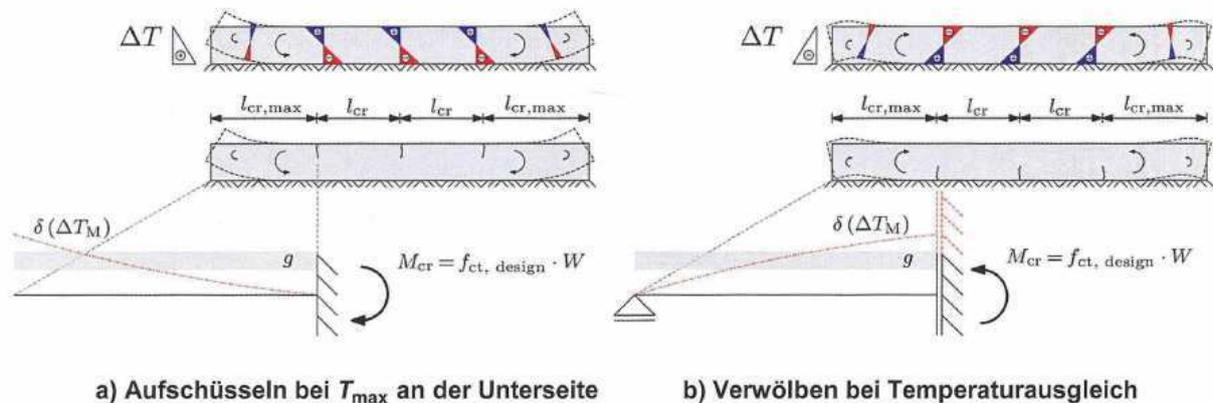


Bild 7: Modellvorstellung zur Ermittlung des Abstands der Primarrisse bei Bodenplatten

## 5.2 Wände auf Fundamenten

Gemäß *König/Tue* [10] und *Rostásy/Henning* [18] ist mit bemessungsrelevanter Rissbildung ab einem Verhältnis  $L/H > 2$  zu rechnen, da dann bereits eine ausreichende Zwangeinleitungslänge zwischen Wand und Fundament existiert. Überschreitet nun die Spannung am Wandfuß einer Wand mit  $L/H > 2$  die Zugfestigkeit, so wächst ein Trennriss vertikal in Richtung der Wandkrone. Für die Beantwortung der Frage, ob der Riss die Wandkrone erreicht (Durchriss) oder bei einer bestimmten Höhe zum Stillstand kommt (Anriss), wurde von *Schlicke* in [2] eine grafische Lösung auf Grundlage der geometrischen Randbedingungen und der Zwangsschnittgrößen des ungerissenen Zustands erarbeitet. Grundsätzlich basiert diese Lösung auf einem Vergleich der Spannung in der Rissspitze des wachsenden Risses ( $\sigma_R$ ) mit der vorhandenen Zugfestigkeit ( $f_{ct}$ ).

Der Mechanismus des Risswachstums über die Wandhöhe wiederholt sich entlang der Bauteilachse in genau dem Abstand vom betrachteten Riss, der für eine erneute Einleitung der Zwangbeanspruchung erforderlich ist, wie in Bild 8 veranschaulicht.

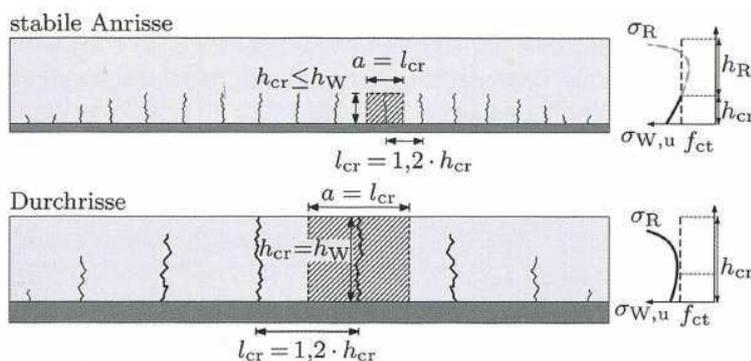


Bild 8: Abstand der Primarrisse bei Wänden auf Fundamenten

Gemäß der Modellvorstellung in Bild 8 korreliert dieser horizontale Abstand  $l_{cr}$  mit der Risshöhe bei Erstrissbildung, wobei auf der sicheren Seite geschrieben werden kann:

$$l_{cr} = 1,2 \cdot h_{cr} \quad (11)$$

mit  $h_{cr}$  – Risshöhe bei Erstriss.

Bei der Ermittlung der Risshöhe wird der günstige Einfluss der vorhandenen Bewehrung bewusst vernachlässigt, um aufwendige Interaktionen bei der Bewehrungsermittlung zu vermeiden. Aufgrund der ohnehin eher kleinen Bewehrungsgrade wird die Wirtschaftlichkeit hiervon kaum beeinflusst. Außerdem wird auch die verbleibende Spannung zwischen den Primärrissen vernachlässigt. Bei stabilen Anrissen führt dies zu einer größeren Sicherheit in der Bemessung; bei Durchrissen besteht diese größere Sicherheit aber nicht, da sich auch die Bodenplatte infolge der Entlastung stärker rückverformt.

## 6 Quantifizierung der Zwangbeanspruchung

Die Quantifizierung der Zwangbeanspruchung kann auf unterschiedlichem Wege erfolgen, allerdings ist in allen Fällen das zeitabhängige Verhalten des erhärtenden Betons angemessen abzubilden. Von wesentlicher Bedeutung ist eine sorgfältige zeit- und ortsdiskrete Kopplung des thermischen Verhaltens (vor allem Wärmefreisetzung und Änderung der Wärmeleitfähigkeit) mit dem mechanischen Verhalten (Steifigkeitsentwicklung, Schwinden und Viskoelastizität) unter Berücksichtigung der Reife.

Für die praktische Anwendung existieren bereits verschiedene Lösungen auf analytischem Wege, bspw. *Schlicke* [2], *BAW* [6] oder *OBV* [7], die eine angemessene Ermittlung der Zwangsschnittgrößen mit einfachen statischen Ersatzsystemen ermöglichen. Die Berücksichtigung der eher komplexen Zusammenhänge im Erhärungszeitraum erfolgt hierbei mittels äquivalenter Temperatureinwirkungen, welche im Vorfeld durch thermo-mechanische FE-Parameterstudien ermittelt wurden. Anspruchsvollere Aufgabenstellungen können mit analytischen Ansätzen aber nicht immer zutreffend abgebildet werden und erfordern deshalb eine Ermittlung der Zwangbeanspruchung im Einzelfall, die oftmals nur mittels komplexer numerischer Simulationen auf Basis von Volumenmodellen mit alterungsabhängigen thermo-mechanischen Materialgesetzen und zutreffender Berücksichtigung der Viskoelastizität gemäß der Spannungsgeschichte bewerkstelligt werden kann. Solche Modelle setzen umfangreiche Erfahrungen in diesem Themengebiet voraus und sollten vor einem praktischen Einsatz zumindest an Benchmarkings verifiziert werden, siehe bspw. *COST* [19] oder *CEOS* [20], Zudem wird von *Schlicke/Matiašková* in [21] ein umfassender Vergleich der Quantifizierung der Zwangbeanspruchung mittels numerischer Methoden und analytischen Ansätzen gegeben.

## 7 Anwendungsbeispiel

Zur Veranschaulichung des vorgestellten Modells soll an dieser Stelle die erforderliche Mindestbewehrung der in Bild 9 dargestellten Weißen Wanne berechnet werden. Die 1,5 m dicke Platte hat eine flächige Abmessung von 30 m x 15 m und wird auf konsolidiertem Sandboden ( $E_E = 100 \text{ MN/m}^2$ ) ohne

Gleitfolie hergestellt. Anschließend werden die Wände auf der vollständig erhärteten Platte jeweils in einem Stück betoniert.

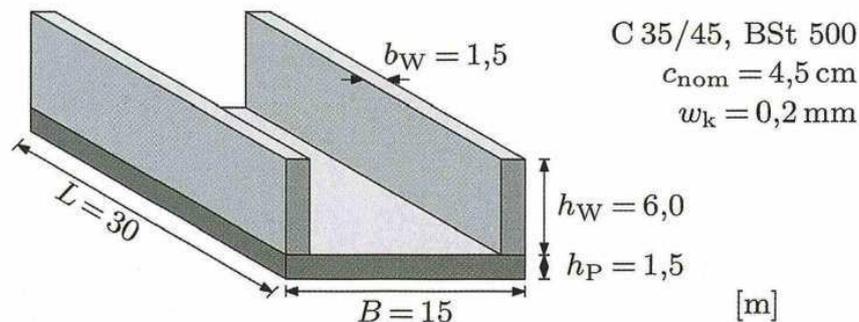


Bild 9: Anwendungsbeispiel: massige Weisewanne

Die Bestimmung der erhärtungsbedingten Zwangbeanspruchung erfolgte mit numerischen Berechnungsmodellen. Hierbei wurde der ungünstige Sommerfall betrachtet, wobei eine Frischbetontemperatur von  $25^\circ\text{C}$  und die mittlere Umgebungstemperatur mit konstant  $20^\circ\text{C}$  berücksichtigt wurden. Weitere tagesbedingte Temperaturschwankungen wirken sich aufgrund der Massigkeit der Bauteile nur auf die Eigenspannungen aus und wurden nicht weiterverfolgt. Alle weiteren Eingangsgrößen der Simulation bezüglich Materialverhalten können aus *Schlicke/Tue* [22], [23] entnommen werden. Die Nachbehandlung erfolgte bei der Bodenplatte in Form einer 7-tägigen Folienabdeckung, bei der Wand wurde gemäß der üblichen Baupraxis das Belassen in der Schalung sowie eine oberseitige Folienabdeckung für jeweils 72 Stunden abgebildet.

Für die Beurteilung der Rissgefahr werden im vorliegenden Beispiel Spannungen im Materialpunkt des jeweiligen Symmetrieschnitts ausgewertet. Als Grenze für den Ausschluss von Rissbildung wurde hierbei vereinbart:

$$\sigma_c(t,y,z) < 0,8 \cdot f_{ctk;0,05}(t,y,z) \quad (12)$$

## 7.1 Bemessung der Bodenplatte

Das Berechnungsmodell sowie das Simulationsergebnis der Bodenplatte wird in Bild 10 gezeigt. In dem Modell wurde die horizontale Baugrundsteifigkeit mit 2D-Elementen an der Unterseite der Platte entsprechend der Horizontalsteifigkeit des aktivierten Bodens mit  $1.500 \text{ MN/m}$  eingestellt. Dies entspricht einer gleichmäßigen Aktivierung des Bodens bis zu einer Tiefe von  $15 \text{ m}$  und spiegelt damit die Empfehlungen von *Simons* in [24] wider.

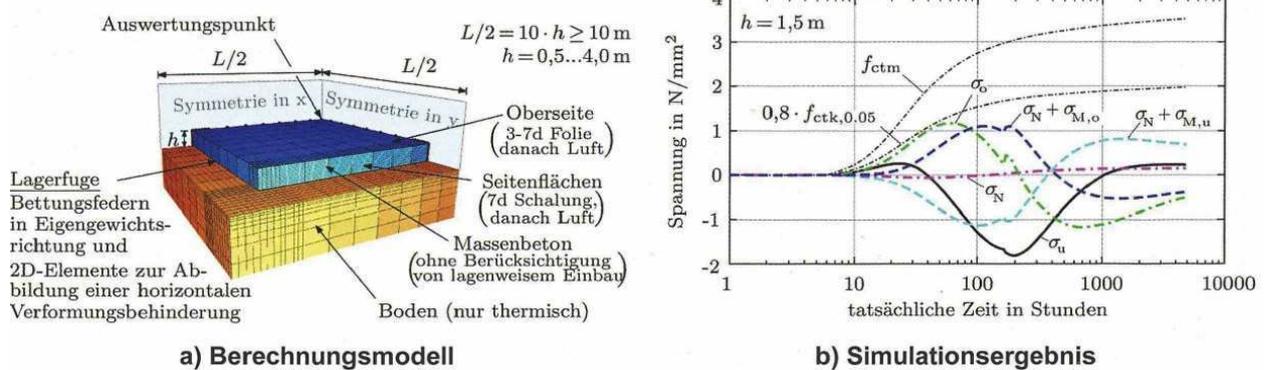


Bild 10: Ermittlung der Zwangbeanspruchung der Bodenplatte

Rechnerisch lässt sich Rissbildung nicht sicher ausschließen, da die Gesamtspannung an der Oberseite  $\sigma_o$  die festgelegte Grenze zur Feststellung der Rissgefahr tangiert. Auf der sicheren Seite liegend wird für die obere Seite eine Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite ermittelt. Der rechnerische Abstand zwischen den oberseitigen Biegerissen kann mit Gleichung (10) berechnet werden. Weiterhin wird der Rissabstand konservativ mit der mittleren Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt in Höhe von  $2,8 \text{ N/mm}^2$  ermittelt, obwohl das oberseitige Spannungsmaximum aus zentrischem Zwang und Biegezwang ( $\sigma_N + \sigma_{M,o}$ ) nur auf dem Niveau der Untergrenze der Zugfestigkeit liegt. Es gilt:

$$l_{cr} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{2,8 \cdot 1,5}{0,025}} = 7,48 \text{ m}$$

Das oberseitige Spannungsmaximum aus zentrischem Zwang und Biegezwang liegt bei  $1,1 \text{ N/mm}^2$ . Der E-Modul ist zu diesem Zeitpunkt schon voll ausgeprägt und hat im Falle des Referenzbetons eine Größe von  $34100 \text{ N/mm}^2$ , sodass die erforderliche Anzahl an Sekundärrisspaaren nach Gleichung (5) beträgt:

$$n = \left( \frac{1,1}{34.100} \cdot 7.480 \cdot \frac{1}{0,2} - 1 \right) \cdot 1,1 = 0,23 \rightarrow 1,0$$

Die erforderliche Bewehrung zur Erzeugung eines Paares von Sekundärrissen links und rechts neben dem primären Biegeriss kann mit Gleichung (7) bestimmt werden. Da diese Bewehrung von der Risskraft des Sekundärrisses - und damit auch vom Wirkungsbereich der Bewehrung mitbestimmt wird - würden sich aufgrund der unterschiedlichen Randabstände von Längs- und Querbewehrung bei konsequenter Umsetzung auch leicht unterschiedliche Bewehrungsmengen für beide Richtungen ergeben. Für die praktische Umsetzung sollte die Bewehrung allerdings pragmatisch auf Grundlage des Mittelwerts des Randabstands beider Richtungen festgelegt werden. Mit der Vorgabe eines Bewehrungsdurchmessers  $\phi_s = 20 \text{ mm}$  und der Betondeckung von  $c_{nom} = 4,5 \text{ cm}$  beträgt der Mittelwert des Randabstands bei Annahme von einer Bewehrungslage je Richtung  $d_1 = 6,5 \text{ cm}$ . Die erforderliche Bewehrung zur Erzeugung eines Paares von Sekundärrissen links und rechts neben dem primären Biegeriss beträgt damit:

$$a_{s,\min} = \sqrt{\frac{20 \cdot 100^2 \cdot 6,5^2 \cdot 2,8 \cdot (0,69 + 0,34 \cdot 1)}{0,2 \cdot 200.000}} = 24,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Wäre die Breite der Platte jedoch kleiner als der zweifache Rissabstand, so würden sich in Querrichtung geringe Zwangbeanspruchungen ergeben. Außerdem könnte die Rissbildung aufgrund der geometrischen Verhältnisse selbst für die Bauteilmitte (längs verlaufender Biegeriss entlang der Bauteilachse) ausgeschlossen werden. In solchen Fällen wäre für die Querrichtung eine Mindestbewehrung nach Gleichung (6) ausreichend.

An der Unterseite der Bodenplatte kann die Rissbildung infolge Zwangs ausgeschlossen werden, da der zentrische Zwang unbedeutend klein ist und die Gefahr von Biegerissen durch den günstigen Einfluss der Spannungsgeschichte hier nicht gegeben ist. Für die Unterseite ist eine Mindestbewehrung zur Sicherstellung einer robusten Oberfläche gemäß Gleichung (6) somit ausreichend. Hierbei wird der Einfluss unterschiedlicher Randabstände der beiden Bewehrungsrichtungen ebenfalls über den Mittelwert aus beiden Richtungen erfasst. Mit der Vorgabe von  $\phi_s = 14 \text{ mm}$  und mit einer Betondeckung von  $c_{\text{nom}} = 4,5 \text{ cm}$  beträgt der Mittelwert des Randabstands zum Schwerpunkt der Bewehrung nun  $d_1 = 5,9 \text{ cm}$ . Für diese Bewehrung ergibt sich:

$$a_{s,\min} = \frac{3,15}{500} \cdot 2,5 \cdot 5,9 \cdot 100 = 9,3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Die mittlere Zugfestigkeit des Referenzbetons wurde hierbei mit einer Größe von  $f_{\text{ctm}} = 3,15 \text{ N/mm}^2$  berücksichtigt und als Bewehrung wird Betonstahl mit  $f_{y\text{k}} = 500 \text{ N/mm}^2$  verwendet.

## 7.2 Bemessung der Wand auf Fundament

Die Herstellung der Wand erfolgt in einem Stück, sodass von  $L/H = 5$  auszugehen ist. Das Berechnungsmodell sowie das Simulationsergebnis für die maßgebende Spannungsverteilung bei Erreichen der Ausgleichtemperatur zeigt Bild 11.

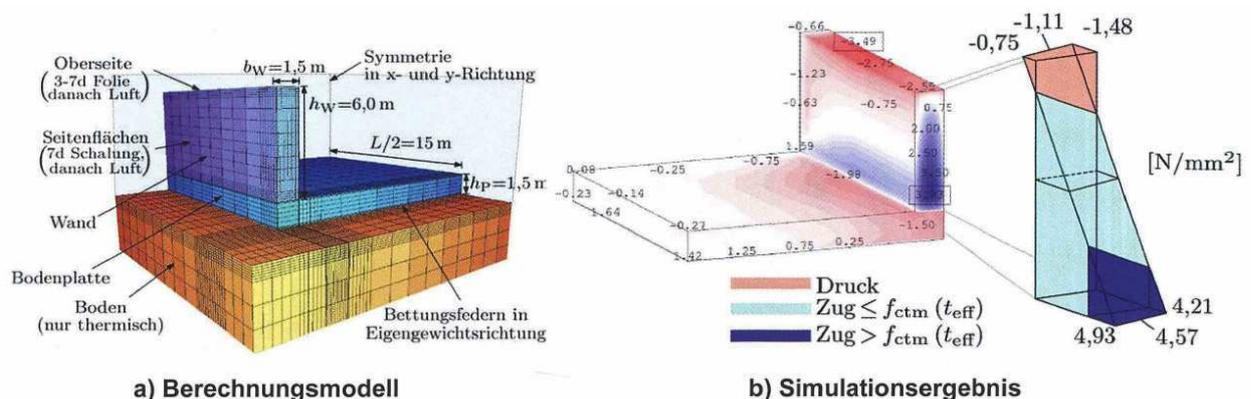


Bild 11: Ermittlung der Zwangbeanspruchung der Wand

Die Gesamtspannung im Kernbereich übersteigt die mittlere Zugfestigkeit deutlich und es ist mit Rissbildung zu rechnen. Durch den einhergehenden Abbau der Eigenspannungen verbleibt im ungünstigen Fall die Spannungsverteilung in Bild 11 b). Wie für ein Verhältnis  $L/H = 5$  erwartet, ist diese Spannungsverteilung ausgeprägt linear über die Höhe, wobei am Wandkopf noch eine begrenzte Druckzone existiert. Hingegen erreicht die Spannung am Wandfuß ca.  $1,5 \times f_{ctm}(t_{eff})$  und es ist davon auszugehen, dass sich vom Wandfuß aus vertikal in Richtung Wandkrone verlaufende Trennrisse bilden. Ob diese Risse bei einer bestimmten Höhe zum Stillstand kommen, lässt sich durch einen Vergleich der Spannung in der Risspitze  $\sigma_R(h_R)$  mit der Zugfestigkeit  $f_{ctm}(t_{eff})$  ermitteln. Bild 12 zeigt eine solche Auswertung und in diesem Fall ist davon auszugehen, dass der Trennriss bei einer Risshöhe  $h_{cr} = 2,35$  m zum Stillstand kommt, da die Spannung in der Risspitze ab diesem Punkt deutlich unter die Zugfestigkeit fällt.

Gemäß der Modellvorstellung aus Bild 8 werden entlang der Wand weitere solcher Trennrisse nach einer bestimmten Zwangeinleitungslänge hervorgerufen, wobei in diesem Fall für den horizontalen Abstand gilt:

$$l_{cr} = 1,2 \cdot 2,35 = 2,82 \text{ m}$$

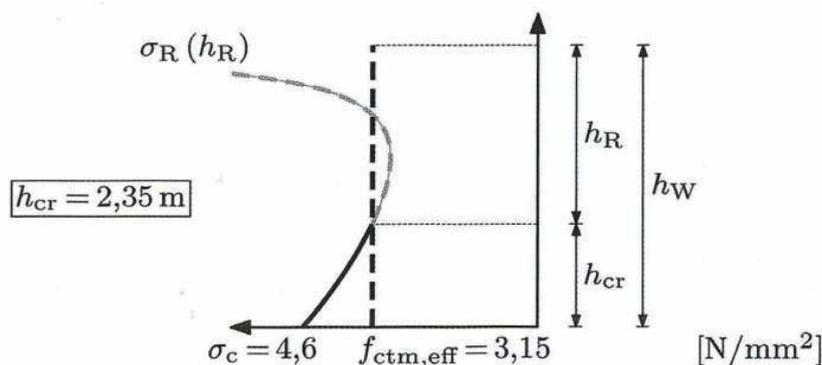


Bild 12: Grafische Ermittlung der Risshöhe durch Vergleich der Spannung in der Risspitze  $\sigma_R(h_R)$  mit der Zugfestigkeit

Die maximale Zugspannung am Wandfuß liegt bei  $4,6 \text{ N/mm}^2$  während der E-Modul schon voll ausgeprägt ist. Im Falle des Referenzbetons hat er eine Größe von  $34100 \text{ N/mm}^2$ , sodass die erforderliche Anzahl an Sekundärrisspaaren nach Gleichung (5) beträgt:

$$n = \left( \frac{4,6}{34.100} \cdot 2.820 \cdot \frac{1}{0,2} - 1 \right) \cdot 1,1 = 0,99 \rightarrow 1,0$$

Für die Längsrichtung beträgt die erforderliche Bewehrung zur Erzeugung eines Paares von Sekundärrissen links und rechts neben dem Primärriss nach Gleichung (6):

$$a_{s,min} = \sqrt{\frac{20 \cdot 100^2 \cdot 5,5^2 \cdot 3,15 \cdot (0,69 + 0,34 \cdot 1)}{0,2 \cdot 200.000}} = 22,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Als Bewehrungsdurchmesser wurde  $\phi_s = 20 \text{ mm}$  vorgegeben und mit einer Betondeckung von  $c_{\text{nom}} = 4,5 \text{ cm}$  beträgt der Randabstand zum Schwerpunkt der Bewehrung  $d_1 = 5,5 \text{ cm}$ . Diese Bewehrung ist je Seite anzuordnen. Bei der praktischen Anwendung sollte in Anlehnung an DAfStb- Heft 466 [10] jedoch berücksichtigt werden, dass es in der Wand stets Bereiche gibt, bei denen die Rissbreite auch ohne aktive Rissbreitenbegrenzung mit Bewehrung eingehalten werden kann. Im unteren Bereich genügt eine reduzierte Bewehrung aufgrund der Interaktion mit der Bodenplatte, im oberen Bereich kann ebenfalls eine reduzierte Bewehrung ausreichend sein, wenn die erhärtungsbedingte Zwangbeanspruchung in der Wand mit zunehmender Höhe signifikant abnimmt. Können weitere Zwangbeanspruchungen ausgeschlossen werden, genügt für beide Bereiche eine Mindestbewehrung zur Sicherstellung der robusten Oberflächenzone. Die Einteilung der einzelnen Bereiche kann auf Grundlage der um die Eigenspannungen bereinigten Spannungsverteilung in Bild 11 erfolgen. Für die Höhe des unteren Bereichs gilt in Anlehnung an DAfStb-Heft 466 [10] für die betrachtete Wand:

$$h_1 = 0,6 \cdot \frac{w_k}{\sigma_{W,u}} \cdot E_c = 0,6 \cdot \frac{0,2}{4,6} \cdot 34.100 \cdot 10^{-3} = 0,9 \text{ m}$$

Der Beginn des oberen Bereichs könnte demgegenüber mit dem Unterschreiten des vereinbarten Risskriteriums definiert werden. Für die betrachtete Wand würde gelten:

$$h_2 = \frac{\sigma_{W,u} - f_{ct,risk}}{\sigma_{W,u} - \sigma_{W,o}} \cdot h_W = \frac{4,6 - 0,7 \cdot 0,8 \cdot 3,15}{4,6 - (-1,1)} \cdot 6,0 = 3,0 \text{ m}$$

Mit der Vorgabe von  $\phi_s = 14 \text{ mm}$  und einem vorgegebenen Randabstand der Vertikalbewehrung von  $6,5 \text{ cm}$  beträgt der Randabstand zum Schwerpunkt der Horizontalbewehrung nun  $d_1 = 5,8 \text{ cm}$ . Mit einer mittleren Zugfestigkeit des Referenzbetons von  $f_{ctm} = 3,15 \text{ N/mm}^2$  und Betonstahl mit  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$  folgt letztendlich:

$$a_{s,min} = \frac{3,15}{500} \cdot 2,5 \cdot 5,8 \cdot 100 = 9,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Insgesamt kann der geforderten Mindestbewehrung mit einer Bewehrungsanordnung gemäß Bild 13 entsprochen werden.

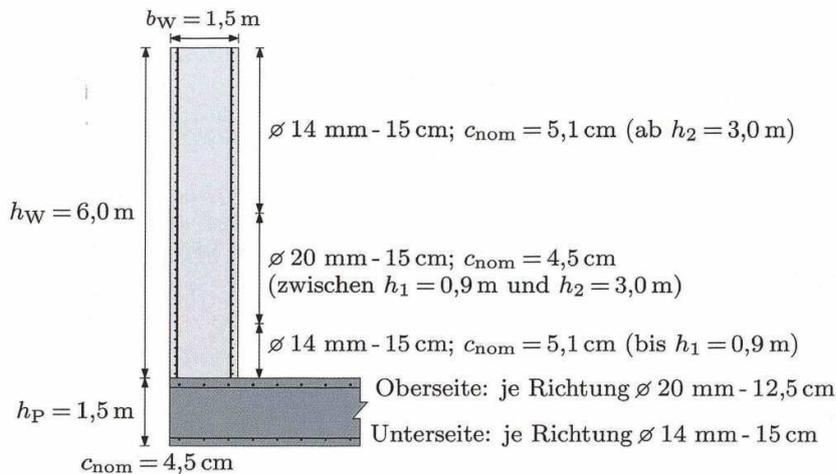


Bild 13: Bewehrungsskizze für die Mindestbewehrung von Bodenplatte und Wänden

## 8 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird die verformungsbasierte Bestimmung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite vorgestellt. Neben einer allgemeinen Betrachtung der wesentlichen Zusammenhänge der Verformungseinwirkung, dem Kompatibilitätsproblem und einer Abgrenzung zu der aktuell üblichen Vorgehensweise auf Basis der Risschnittgröße, konzentriert sich dieser Beitrag auf die Anwendung des verformungsbasierten Verfahrens für dicke Bauteile. Ein wesentlicher Unterschied zu dünnen Bauteilen besteht hier in der Art des Rissbilds, da in dicken Bauteilen stets ein Rissystem aus Primärriss und Sekundärrissen zur Verformungskompatibilität beiträgt. Hinzu kommt die Berücksichtigung des geometrisch vorgegebenen Rissabstands, wodurch für die Betrachtung der Verformungskompatibilität nur die Länge zwischen zwei benachbarten Primärrissen zugrunde gelegt werden kann. Diese Vorgehensweise wird anhand der beiden klassischen Bauteiltypen Bodenplatte und Wand auf Fundament veranschaulicht, wobei hier zudem auf die Art der Zwangbeanspruchung (Biegezwang oder zentrischer Zwang) Rücksicht genommen wird. Abgerundet wird der Beitrag durch ein Anschauungsbeispiel.

Eine zentrale Frage bei der verformungsbasierten Bemessung ist die Quantifizierung der Zwangbeanspruchung. Aufgrund des komplexen Materialverhaltens ist dies nicht trivial und erfordert im Allgemeinen vertiefte Kenntnisse in der thermomechanischen Simulation von erhärtendem Beton. Gleichzeitig bietet eine explizite Berücksichtigung des Materialverhaltens aber auch eine große Chance für eine zielgerichtete Zusammenarbeit von Betontechnologie und Tragwerksplanung, die aus Sicht der Autoren entscheidend für eine Vermeidung bzw. Begrenzung der Rissbreite infolge Zwangbeanspruchung ist. Im Anwendungsbeispiel des vorliegenden Beitrags wird die Quantifizierung der Zwangbeanspruchung mit einer thermo-mechanischen Simulation bewerkstelligt, um das Bauteilverhalten besser veranschaulichen zu können. Für die praxisgerechte Anwendung der verformungsbasierten Bemessung kann dieses Verfahren aber auch auf eine vollständig analytische Lösung zurückgeführt werden, wie bspw. von Schlicke in [2] gezeigt. Darüber hinaus sei auf den Beton-

Kalender 2020 [13] verwiesen, wo die verformungsbasierte Bemessung umfassend für dünne und dicke Bauteile inklusive eines durchgängig analytischen Lösungsweges präsentiert wird.

## Schrifttum

- [1] Bödefeld, Jörg: Rissmechanik in dicken Stahlbetonbauteilen bei abfließender Hydratationswärme. Dissertation, Universität Leipzig, 2010.
- [2] Schlicke, Dirk: Mindestbewehrung für zwangbeanspruchten Beton - Festlegung unter Berücksichtigung der erhärtungsbedingten Spannungsgeschichte und der Bauteilgeometrie. Dissertation, TU Graz, 2. Überarbeitete Auflage 2016.
- [3] Turner, Katrin: Ganzheitliche Betrachtung zur Ermittlung der Mindestbewehrung für fugenlose Wasserbauwerke. Dissertation, TU Graz 2018.
- [4] Heinrich, Peter Joachim: Effiziente Berechnung viskoelastischer Spannungen in gezwängten Bauteilen. Dissertation, TU Graz 2018.
- [5] BAW-Merkblatt: Früher Zwang - Rissbreitenbegrenzung für frühen Zwang in massiven Wasserbauwerken (MFZ). Bundesanstalt für Wasserbau, Referat Massivbau, Karlsruhe. Ausgabe 2011.
- [6] BAW-Merkblatt: Rissbreitenbegrenzung für Zwang in massiven Wasserbauwerken (MRZ). Bundesanstalt für Wasserbau, Referat Massivbau, Karlsruhe (*Gelbdruck*).
- [7] öbv-Merkblatt: Analytisches Bemessungsverfahren für die Weiße Wanne optimiert. Österreichische Bautechnik-Vereinigung. Wien, Ausgabe Februar 2018.
- [8] Bödefeld, Jörg; Ehmann, Rainer; Schlicke, Dirk; Tue, Nguyen Viet: Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten in Stahlbetonbauteilen infolge des Hydratationsprozesses - Teil 1: Risskraftbasierter Nachweis nach DIN EN 1992-1-1. - In: Beton- und Stahlbetonbau 107 (2012), Heft 1, S. 32 - 37.
- [9] Bödefeld, Jörg; Ehmann, Rainer; Schlicke, Dirk; Tue, Nguyen Viet: Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten in Stahlbetonbauteilen infolge des Hydratationsprozesses - Teil 2: Neues Konzept auf Grundlage der Verformungskompatibilität. - In: Beton- und Stahlbetonbau 107 (2012), Heft 1, S. 79- 85.
- [10] König, Gert; Tue, Nguyen Viet: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. - In: Heft 466 der Schriftenreihe des DAfStb, Ausgabe 1996.
- [11] DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter-Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1 Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.

- [12] ÖNORM B 1992-1-1:2018-01: Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1992-1-1, nationale Erläuterungen und nationale Ergänzungen.
- [13] Tue, Nguyen Viet; Schlicke, Dirk: Zwangbeanspruchung und Rissbreitenbeschränkung in Stahlbetonbauteilen auf Grundlage der Verformungskompatibilität. - In: Beton-Kalender 2020, Teil 2. Berlin: Ernst & Sohn GmbH & Co. KG, S. 831 -888.
- [14] DBV-Merkblatt: Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau. - Fassung Mai 2016.
- [15] DIN EN 1992-1-1:2011-01: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [16] Schlicke, Dirk; Tue, Nguyen Viet: Crack width control - verification of the deformation compatibility vs. covering the Cracking force, MSSCE2016/Service Life Segment, Lyngby, Denmark 2016.
- [17] DIN-Fachbericht 102:2009-03: Betonbrücken.
- [18] Rostàsy, Ferdinand S.; Henning, Wolfgang: Zwang und Rissbildung in Wänden auf Fundamenten. - In: Heft 407 der Schriftenreihe des DAfStb, Ausgabe 1990.
- [19] Jędrzejewska, Agnieszka et al.: COST TU 1404 benchmark on macroscopic modelling of concrete and concrete structures at early age: Proof-of-concept stage. - In: Construction and Building Materials, Volume 174 (2018), p. 173- 189.
- [20] Barre, F.; Bisch, P.; Chauvel, D.; Cortade, J.; Coste, J.-F.; Dubois, J.-P., Erlicher, S.; Gallitre, E.; Labbé, P.; Mazars, J.; Rospars, C.; Sellier, A.; Torrenti, J.-M.; Toutlemonde, F.: Control of Cracking in reinforced concrete structures - research project CEOS.fr, Wiley (2016).
- [21] Schlicke, Dirk; Matiašková, Lydia: Advanced Computational Methods versus Analytical and Empirical Solutions for Determining Restraint Stresses in Bottom-Restrained Walls. - In: Journal of Advanced Concrete Technology, Volume 17 (2019), p. 335 - 349.
- [22] Schlicke, Dirk; Tue, Nguyen Viet: Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite unter Berücksichtigung des tatsächlichen Bauteilverhaltens - Teil 1: Verformungsbasiertes Bemessungsmodell und Anwendung für Bodenplatten. - In: Beton- und Stahlbetonbau, 111 (2016), Heft 3, S. 120 - 131.
- [23] Schlicke, Dirk; Tue, Nguyen Viet: Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite unter Berücksichtigung des tatsächlichen Bauteilverhaltens - Teil 2: Anwendung für Wände auf Fundamenten und Abgrenzung zum Risskraftnachweis nach EC2. - In: Beton- und Stahlbetonbau, 111 (2016), Heft 4, S. 210 - 220.
- [24] Simons, Hans-Jürgen: Einige Hinweise zum Entwurf Weißer Wannen. - In: Beton- und Stahlbetonbau 88 (1993), Heft 8, S. 205-210.

## **Autoren**

Dr.-Ing. Dirk Schlicke  
Technische Universität Graz

Prof. Dr.-Ing. Nguyen Viet Tue  
Technische Universität Graz

Dr.-Ing. Jörg Bödefeld  
Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe  
Joerg.boedefeld@baw.de