

ERWEITERTE TURBULENZMODELLE FÜR TECHNISCHE ANWENDUNG VON FLUTAN AUF NATURKONVEKTION

L.N. Carteciano, M. Wörner, G. Grötzbach

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Institut für Reaktorsicherheit
Postfach 3640, D-76021 Karlsruhe
E-mail: carteciano@irs.fzk.de

Einleitung

Bei der Entwicklung von neuen Reaktorkonzepten wird versucht, möglichst von passiven Wärmeabfuhrmaßnahmen Gebrauch zu machen. So wird z.B. für die nominellen Betriebsbedingungen in einem beschleunigergetriebenen unterkritischen Reaktor die Wärmeabfuhr über Naturkonvektion erwogen. Ein weiteres Beispiel ist die Nachwärmeabfuhr beim SWR 1000, sowohl bei nominellen als auch bei nicht nominellen Bedingungen. Das FLUTAN Thermo- und Fluidodynamikrechenprogramm wird für die Analyse derartiger Naturkonvektion für einphasige Fluide entwickelt [1]. Gängige Turbulenzmodelle, wie das k - ε - σ_t Modell, sind für die Simulation von Naturkonvektion nicht zuverlässig genug, da ihr Gültigkeitsbereich durch die Annahmen der isotropen Wirbeldiffusivität und der Reynolds-Analogie zwischen Impuls- und Wärmetransport auf Zwangskonvektion begrenzt ist. Es wurde daher ein Turbulenzmodell für Auftriebsströmungen, TMBF [2], entwickelt und in FLUTAN implementiert, das für Misch- und Naturkonvektion geeignet ist.

Mit Hilfe der analytischen Methode der Zweipunkt-Korrelationstechnik wurden von Ye et al. [3] verbesserte und für einen breiteren Anwendungsbereich gültige Schließungsansätze für den Auftriebsproduktionsterm in der Dissipationsgleichung und den Dissipationsterm in der Wärmestromtransportgleichung entwickelt. Diese Modelle wurden in FLUTAN implementiert. In diesem Papier werden diese Modelle anhand experimenteller Ergebnisse für die Auftriebsströmung entlang einer vertikalen, beheizten Wand verifiziert und mit FLUTAN-Ergebnissen, die unter Verwendung der bisherigen Modelle erzielt wurden, verglichen.

Turbulenzmodelle im Rechenprogramm FLUTAN

Das TMBF besteht aus einem Modell erster Ordnung für den Impulstransport, wie dem k - ε Modell, und aus einem Modell zweiter Ordnung für die Berechnung der Wärmeflüsse. Zur Beschreibung des turbulenten Impulstransports wird das Konzept der isotropen Wirbelviskosität übernommen. Dabei werden die modellierten Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und deren Dissipationsrate ε gelöst. In beiden Gleichungen treten Auftriebsterme auf, z.B. in der k -Gleichung $G_k = -\beta g_i \overline{U'_i T'}$. Für eine konsistente Modellierung des turbulenten Wärmetransports werden die modellierten Transportgleichungen für die turbulenten Wärmeflüsse $\overline{U'_i T'}$, für die Varianz der Temperatur $\overline{T'^2}$ (zur Bestimmung der Auftriebsproduktion $G_{U'T'} = -\beta g_i \overline{T'^2}$) und für deren Dissipationsrate $\varepsilon_{T'}$ gelöst. Durch diese detaillierte Beschreibung entfällt im TMBF das Konzept der isotropen Wirbeldiffusivität mit der Annahme der Reynolds-Analogie zwischen Impuls- und Wärmetransport. Das TMBF berücksichtigt deshalb den Auftriebsbeitrag zum turbulenten Transport sehr detailliert. In den ge-

nannten Transportgleichungen treten allerdings noch weitere Terme auf, die für Auftriebströmungen bedeutend sein können. Für zwei dieser Terme werden im nächsten Abschnitt adäquate Modelle mit einem weiten Gültigkeitsbereich vorgestellt.

Modellentwicklung mit der Zweipunkt-Korrelationstechnik

Die Zweipunkt-Korrelationstechnik [4] ist eine geeignete mathematische Methode zur Entwicklung von Schließungsansätzen für Turbulenzmodellterme, welche Ableitungen enthalten. Um die Effekte lokalen Charakters von den übergeordneten Fluidbewegungen zu trennen, wird ein lokales Koordinatensystem relativ zu zwei beliebigen Punkten A und B definiert. Basierend auf dem lokalen Koordinatensystem und dem Abstandsvektor $\vec{\xi}$ der Punkte A und B werden partielle Differentialoperatoren definiert. Diese werden auf den zu betrachtenden Schließungsterm angewandt, und es wird der Grenzübergang $\vec{\xi} \rightarrow 0$ gebildet.

In [3] wird die Zweipunkt-Korrelationstechnik verwendet um konsistente Modelle für $\varepsilon_{U_i T'}$ und $P_{eb} = 2\nu\beta g_i \Psi_i$ zu entwickeln, mit $\Psi_i = \frac{\partial T'}{\partial x_j} \frac{\partial U_i'}{\partial x_j}$. Darin ist $\varepsilon_{U_i T'}$ der mo-

lekulare Vernichtungsterm in der $\overline{U_i' T'}$ -Gleichung und P_{eb} ist der Produktionsterm durch Auftriebskräfte in der ε -Gleichung. Durch die Anwendung der Zweipunkt-Korrelationstechnik auf Ψ_i ergibt sich rein mathematisch eine Aufspaltung in einen inhomogenen und einen homogenen Term. Der inhomogene Term ist proportional zur zweiten Ableitung des turbulenten Wärmeflusses und berücksichtigt in geeigneter Weise Wandeffekte [3]. Im Gegensatz zu diesem ergibt sich für den homogenen Term die Notwendigkeit einer empirischen Modellierung.

Die Vorgehensweise zur Herleitung des neuen Modells lehnt sich an Modelle aus der Literatur an. Grundidee ist für den Korrelationskoeffizienten für Ψ_i eine lineare Proportionalität zum Korrelationskoeffizienten für $\overline{U_i' T'}$ anzusetzen. Weitere Annahmen (siehe [3]) führen so zu den neuen Modellen wie sie in der Tabelle 1 angegeben sind. Der Wert 0,7 des Exponenten wurde dabei aus Ergebnissen von Direkten Numerischen Simulationen (DNS) turbulenter Naturkonvektion optimiert. Diese DNS-Daten wurden unmittelbar aus der Lösungen der exakten thermo-fluiddynamischen Grundgleichungen ohne weitere Modellierung erzielt. Sie sind in ihrer Aussagekraft Experimenten gleichwertig und damit für die Entwicklung von statistischen Turbulenzmodellen geeignet. Für technisch relevante Strömungsprobleme ist die DNS, die die Auflösung aller Wirbel der turbulenten Strömung und damit sehr feine Gitter erfordert, trotz immer leistungsfähigerer Computer auf absehbare Zeit nicht praktikabel, so daß man für technische Anwendungen weiterhin auf Rechnungen mit statistischen Turbulenzmodellen angewiesen ist.

Tabelle 1: Bisherige [2] und neue Modellierung [3] im TMBF für P_{eb} und $\varepsilon_{U_i T'}$.

Term	Bisherige Modellierung	Neue Modellierung
P_{eb}	$\frac{\varepsilon}{k} c_{\varepsilon 1} (P_k + G_k) (1 + c_{\varepsilon 3} Ri_f)$	$-\frac{1}{2} \nu \beta g_i \frac{\partial^2 \overline{U_i' T'}}{\partial x_i^2} + \frac{\varepsilon}{k} \left(c_{\varepsilon 1} P_k + \left(\frac{\text{Pr}}{R} \right)^{0,7} G_k \right)$
$\varepsilon_{U_i T'}$	$-\frac{1 + \text{Pr}}{2\sqrt{\text{Pr}}\sqrt{R}} \left(\frac{\varepsilon}{k} \right) \exp(-c_{T5} (\text{Re}_i + P_e)) \overline{U_i' T'}$	$\frac{\nu + \kappa}{4} \frac{\partial^2 \overline{U_i' T'}}{\partial x_i^2} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\text{Pr}} \right) \left(\frac{\text{Pr}}{R} \right)^{0,7} \left(\frac{\varepsilon}{k} \right) \overline{U_i' T'}$

Validierung für Naturkonvektion an einer beheizten, vertikalen Wand

Die in FLUTAN implementierten neuen Modelle für P_{eb} und ε_{U_T} wurden in Naturkonvektion validiert und mit den Ergebnissen der alten Modellierungen verglichen [5]. Es wurde eine Auftriebsströmung simuliert, die sich an einer flachen, vertikalen, beheizten Wand ausbildet. Das Experiment wurde von Tsuji und Nagano durchgeführt [6]. Die Meßdaten sind im Internet verfügbar [7]. In dem Experiment wurde die Temperatur der 4m hohen, 0,5m breiten und 2mm dicken Wand räumlich und zeitlich konstant auf 60°C gehalten. Die Temperatur der umgebenden Luft ist ungefähr 16°C. Die Messungen wurden in vier verschiedenen Höhenebenen durchgeführt: $z=1,44$ m, $z=1,92$ m, $z=2,54$ m und $z=3,24$ m. In diesem gesamten Bereich ist die Strömung turbulent. Das zweidimensionale Rechenggebiet (81x250 Maschen) beginnt bei $z=1,44$ als Eintrittsebene für die Rechnung, und endet bei $z=3,94$ m. In der z -Richtung ist das Gitter regelmäßig mit einer Maschenweite von $\Delta z=1$ cm geteilt. Die Größe der Maschen senkrecht zur Wand erstreckt sich von 0,1 mm (Wandnähe) bis 1,5 mm.

Bezüglich des mittleren Vertikalgeschwindigkeitsfeldes bewirkt die neue Modellierung im Vergleich zur bisherigen Modellierung eine merklich bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Werten, siehe Abb.1. Bezüglich der kinetischen Turbulenzenergie k werden mit der neuen Modellierung niedrigere Werte als mit der alten Modellierung berechnet; diese liegen im Vergleich mit den experimentellen Daten aber immer noch zu hoch, siehe Abb.2. Die niedrigeren Werte für k mit den neuen Modellen sind auf den vertikalen turbulenten Wärmefluß zurückzuführen, der über den Auftriebsterm G_k in die Berechnung von k eingeht. Die berechneten Werte des vertikalen turbulenten Wärmeflusses sind mit der neuen Modellierung niedriger als mit der alten aber im Vergleich mit den experimentellen Daten noch immer deutlich zu groß, siehe Abb.3. Die Unterschiede bei der Berechnung des vertikalen turbulenten Wärmeflusses mit der alten und der neuen Modellierung sind durch Unterschiede im Schließungsansatz für ε_{U_T} bedingt. Der mit der alten Modellierung berechnete Wert von ε_{U_T} ist nahe der Wand bedeutend, und nimmt mit zunehmendem Wandabstand wegen der starken Dämpfung durch die Exponentialfunktion rasch ab. Die mit der neuen Modellierung berechneten Werte von ε_{U_T} sind auch bei größerem Wandabstand gleichbleibend hoch und damit verantwortlich für die niedrigeren Werte des vertikalen Wärmeflusses in Abb.3.

Das mit den neuen Modellen berechnete Profil der mittleren Temperatur ist in Abb.4 gezeigt. In Wandnähe ergibt sich zwischen alter und neuer Modellierung kein Unterschied, da hier molekulare Wärmeleitung dominiert. Weiter weg von der Wand ist der turbulente Wärmetransport maßgebend. Hier bringt die neue Modellierung eine deutlich verbesserte Übereinstimmung mit den Meßdaten. Dieses Ergebnis ist darauf zurückzuführen, daß der Gradient des transversalen turbulenten Wärmeflusses, der in die Berechnung des mittleren Temperaturfeldes eingeht, bei Verwendung des neuen Modells für ε_{U_T} besser wiedergegeben wird.

Schlußfolgerung

Mit Hilfe der analytischen Methode der Zweipunkt-Korrelationstechnik wurden neue Schließungsansätze für die Modellierung des Dissipationstermes in der Transportgleichung für die turbulenten Wärmeflüsse und den Auftriebsproduktionsterm in der ε -Gleichung entwickelt. Die Koeffizienten der Modelle wurden unter Verwendung von Daten aus direkten numerischen Simulationen ermittelt. Die Modelle wurden im Rahmen der Weiterentwicklung des Turbulenzmodells für Auftriebsströmungen in das Rechenprogramm FLUTAN implementiert. Zur Validierung wurde die Auftriebsströmung entlang einer flachen, vertikalen, beheizten Wand nachgerechnet. Der Vergleich mit experimentellen Daten für die mittlere Temperatur und die mittlere Vertikalgeschwindigkeit zeigt, daß mit der neuen Modellierung eine wesentlich verbesserte und nun sehr gute Übereinstimmung erreicht wird. Bezüglich der tur-

bulenten kinetischen Energie und dem vertikalen turbulenten Wärmefluß bringt die neue Modellierung eine Verringerung beider Größen im Vergleich zur bisherigen Modellierung mit sich, doch liegen die berechneten Werte immer noch deutlich über den experimentellen Daten. Eine weitere Verbesserung der Übereinstimmung auch bezüglich dieser Turbulenzgrößen erfordert weitere Modellverbesserungen. Dennoch wurde bereits mit den eingebrachten neuen Modellen der Gültigkeitsbereich des TMBF erweitert und verbessert, so daß kerntechnische Problemstellungen zur einphasigen Naturkonvektion in verschiedenen neu konzipierten Reaktoranlagen mit FLUTAN mit weiter verbesserter Genauigkeit untersucht werden können.

Verzeichnis der Symbole

$c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 3}, c_{T5}$	Empirische Koeffizienten	Ri_f	Fluß-Richardson-Zahl
g_i [m/s ²]	Erdbeschleunigung	$\overline{T'^2}$ [K ²]	Varianz der Temperatur
G_k [m ² /s ³]	Auftriebsterm in k-Gleichung	$\overline{U'_i T'}$ [mK/s]	Turbulenter Wärmefluß
k [m ² /s ²]	Kinetische Energie der Turbulenz	x_i [m]	Koordinaten
Pe_t	Turbulente Peclet-Zahl	β [K ⁻¹]	Therm. Ausdehnungskoeffizient
P_k [m ² /s ³]	Produktion von k	ε [m ² /s ³]	Dissipation von k
Pr	Molekulare Prandtl-Zahl	ε_T [K ² /s]	Dissipation von $\overline{T'^2}$
$P_{\varepsilon b}$ [m ² /s ⁴]	Produktion von ε durch Auftrieb	ε_{UT} [mK/s ²]	Dissipation von $\overline{U'_i T'}$
R	Turb. Zeitmaßstabverhältnis	ν [m ² /s]	Kinematische Viskosität
Re_t	Turbulente Reynolds-Zahl	κ [m ² /s]	Thermische Diffusivität

Literatur

1. G. Willerding, W. Baumann, FLUTAN 2.0 input specifications, FZKA 5712, 1996.
2. L. N. Carteciano, Entwicklung eines Turbulenzmodells für Auftriebsströmung, Dissertation, Universität Karlsruhe, FZKA 5775, 1996.
3. Q.-Y. Ye, M. Wörner, G. Grötzbach, Modelling turbulent dissipation correlations for Rayleigh-Bénard convection based on two-point correlation technique and invariant theory, Forschungszentrum Karlsruhe, FZKA 6103, 1998.
4. J. Jovanovic, Q.-Y. Ye, F. Durst, Statistical interpretation of the turbulent dissipation rate in wall-bounded flows, J. Fluid Mech., 293 (1995) 321-347.
5. C. Prudhomme, Validierung eines Turbulenzmodells für Auftriebströmungen in Naturkonvektion, Diplomarbeit, Inst. für Kerntechnik und Reaktorsicherheit, Univ. Karlsruhe, 1998.
6. T. Tsuji, Y. Nagano, Turbulence measurements in a natural convection boundary layer along a vertical flat plate, Int. J. Heat Mass Transfer, 10 (1988) 2101-2111.
7. ERCOFTAC Fluid Dynamics Database, <http://www.fluindigo.mech.surrey.ac.uk>.

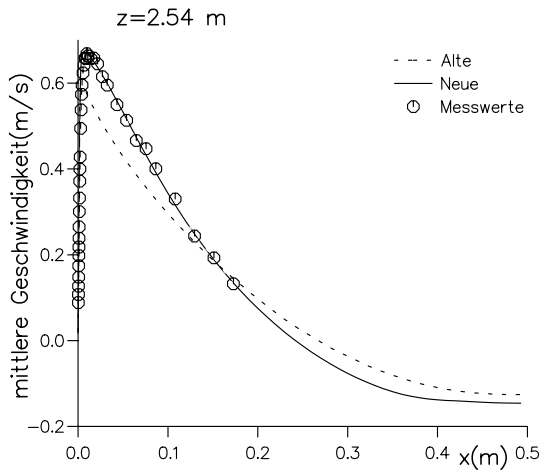


Abb.1: Profil der Vertikalgeschwindigkeit

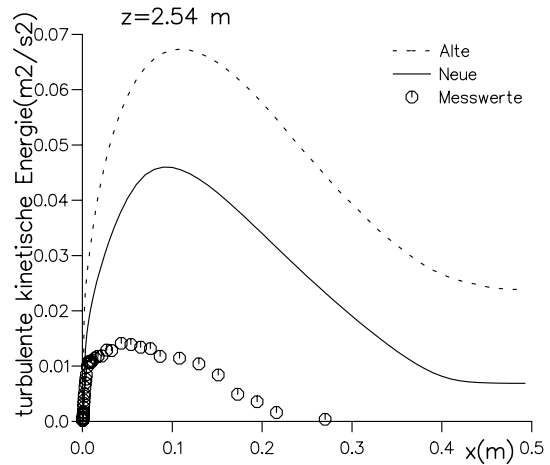


Abb.2: Profil der turb. kinetischen Energie k

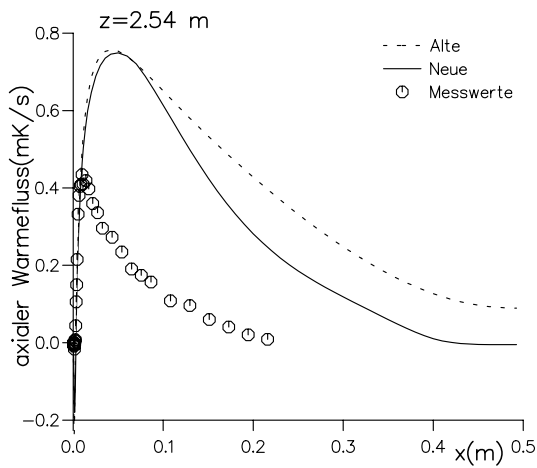


Abb.3: Profil des vertikalen turbulenten Wärmeflusses

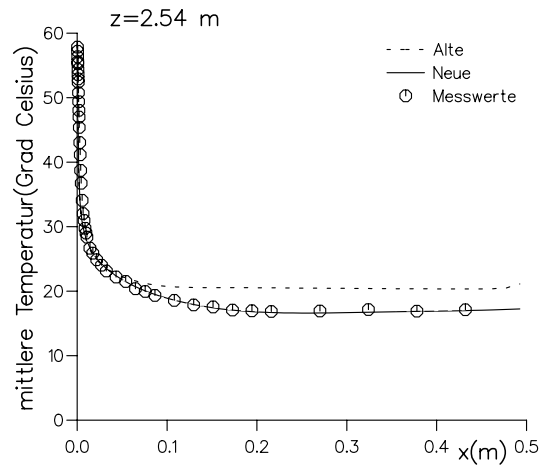


Abb.4: Profil der mittleren Temperatur \bar{T}