



Universidad Autónoma Metropolitana

Unidad Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería

Estimación y Análisis Del Mercado Mexicano De Divisas Mediante El Uso Del Modelo
ARMA y Técnicas Metaheurísticas

Idónea comunicación de resultados

que presenta el:

Ing. Gustavo López Malpica

para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias de la Computación

Directores

Dr. Luis Fernando Hoyos Reyes

Dr. Domingo Rodríguez Benavides

Resumen

Resumen: En este trabajo se presenta el proceso en el cual a través del uso del método autorregresivo de medias móviles (ARMA) y técnicas Metaheurísticas se pronostica el tipo de cambio del dólar americano respecto al peso. Para tal fin se emplean las cotizaciones de esta moneda entre el 2 de enero de 2018 y el 13 de diciembre de 2019, posteriormente se comparan los pronósticos con las cotizaciones observadas de esta divisa en el periodo comprendido entre el 16 de diciembre de 2019 y el 31 de enero de 2020, evitando de esta manera el periodo de turbulencia derivado de la pandemia por el Covid-19

Abstract

Forecasting and Analysis of Mexican currency exchange, through use of ARMA and 5 metaheuristic techniques.

Abstract: *This paper presents the use of Autoregressive and mobile average method and metaheuristics technics, to forecast the price of the US dollar with respect to the mexican peso. The study is based on the prices of this currency between January 2, 2018 and December 13, 2019, using for comparison and forecasts the prices of this currency for the period between December 16, 2019 and January 31, 2020, since this period is considered to be outside the range of turbulence derived from the Covid -19 pandemic.*

Índice General

Índice de gráficas.....	5
Índice de tablas.....	6
Introducción	7
1.1 Planteamiento del problema	7
1.2 Justificación.....	8
1.3 Objetivos	8
1.4 Hipótesis.....	9
Marco Teórico	10
2.1 Sistema Financiero Mexicano	10
2.2 El mercado de valores	10
2.2.1 Mercado de deuda o de dinero.....	10
2.2.2 Mercado de accionario o de capitales.....	11
2.2.3 Mercado cambiario o de divisas	11
2.3 Operaciones en el mercado financiero.....	12
2.4 Métodos de previsión	13
2.5 Series de tiempo	13
2.6 Modelos autorregresivos	17
2.7 Estacionariedad	18
2.8 Regresión de series temporales con varias variables	19
2.9 Proceso autorregresivo AR.....	20
2.10 Modelos de media móvil	20
2.11 Modelo ARMA.....	23
2.12 Modelos metaheurísticos	26
2.12.1 Tipos de metaheurísticas	27
2.12.2 Algoritmo genético.....	28
2.12.3 Colonia de hormigas.....	29
2.12.4 Recocido simulado	32
2.12.5 Vecindades variables	35
2.12.6 Búsqueda Tabú.....	38
Estado del arte	41
Metodología de solución	63
Experimentación y resultados.....	64
5.1 Formulación del Modelo ARMA	64
5.2 Formulación de Métodos Metaheurísticos.....	65

5.2.1 Formulación del Algoritmo Genético	65
5.2.2 Formulación de la Búsqueda Tabú	66
5.2.3 Formulación de Búsqueda en Vecindades Variables	66
5.2.4 Formulación de Colonia de Hormigas	66
5.2.5 Formulación de Recocido simulado	67
5.3 Resultados	67
5.3.1 Implementación del Modelo ARMA	67
5.3.2 Implementación de Algoritmo Genético.....	71
5.3.3 Implementación de Búsqueda Tabú.....	74
5.3.4 Implementación de Búsqueda en Vecindades Variables	77
5.3.5 Implementación de Colonia de Hormigas	80
5.3.6 Implementación de Recocido Simulado	83
5.4 Análisis de resultados	86
Conclusiones y trabajo a futuro	88
6.1 Conclusiones	88
6.2 Trabajos futuros.....	89
Carta de aceptación a revista indexada.....	93
Artículo publicado	94
Base de datos.....	121
Códigos.....	134
Modelo ARMA.....	134
Algoritmo Genético.....	137
Búsqueda Tabú.....	142
Vecindades Variables	145
Colonia de Hormigas.....	148
Recocido Simulado.....	154

Índice de gráficas

Gráfica 1.- Pronóstico del precio del dólar a un día, ARMA.	68
Gráfica 2.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, ARMA.	69
Gráfica 3.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, ARMA.	69
Gráfica 4.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, ARMA.	70
Gráfica 5.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, ARMA.	70
Gráfica 6.- Pronóstico del precio del dólar a un día, algoritmo genético.....	71
Gráfica 7.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, algoritmo genético.	72
Gráfica 8.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, algoritmo genético.	72
Gráfica 9.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, algoritmo genético.	73
Gráfica 10.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, algoritmo genético.	73
Gráfica 11.- Pronóstico del precio del dólar a un día, búsqueda tabú.....	74
Gráfica 12.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, búsqueda Tabú.	75
Gráfica 13.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, búsqueda tabú	75
Gráfica 14.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, búsqueda tabú	76
Gráfica 15.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, búsqueda tabú	76
Gráfica 16.- Pronóstico del precio del dólar a un día, vecindades variables	77
Gráfica 17.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, vecindades variables	78
Gráfica 18.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, vecindades variables	78
Gráfica 19.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, vecindades variables	79
Gráfica 20.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, vecindades variables	79
Gráfica 21.- Pronóstico del precio del dólar a un día, colonia de hormigas	80
Gráfica 22.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, colonia de hormigas	81
Gráfica 23.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, colonia de hormigas.....	81
Gráfica 24.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, colonia de hormigas.....	82
Gráfica 25.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, colonia de hormigas.....	82
Gráfica 26.- Pronóstico del precio del dólar a un día, recocido simulado	83
Gráfica 26.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, recocido simulado	84
Gráfica 28.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, recocido simulado.....	84
Gráfica 29.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, recocido simulado.....	85
Gráfica 30.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, recocido simulado.....	85
Gráfica 31.- Tiempos de ejecución.....	87

Índice de tablas

Tabla 1.- Resumen de resultados con Modelo ARMA.....	68
Tabla 2.-Resultados Algoritmo Genético.	71
Tabla 3.- Resultados Búsqueda Tabú..	74
Tabla 4.- Resultados Vecindades Variables	77
Tabla 5.-resultados Colonia de Hormigas	80
Tabla 6.- resultados Recocido simulado.....	83
Tabla 7.- Resumen de resultados.	86
Tabla 8.- Tiempos de ejecución.....	86

Capítulo 1

Introducción

1.1 Planteamiento del problema

En general operar en el mercado financiero representa un riesgo debido a las fluctuaciones en los precios de los diferentes instrumentos de inversión, motivo por el cual en México el tamaño del mercado es reducido, a diferencia de países desarrollados donde es una práctica común.

El mercado financiero en México ha mantenido su tamaño, en número de inversionistas y valor total, en los últimos años, para contar con más recursos disponibles para invertir es necesario incrementar el número de inversionistas que participan activamente en él, sin embargo, éste es un objetivo difícil de lograr debido al desconocimiento del tema y el nivel de incertidumbre en su comportamiento, sobre todo en los mercados de capitales y de divisas, este riesgo se mitiga por medio de la información, en la medida que se cuente con mayor información, se tienen más elementos para decidir en qué momento invertir y en qué momento vender.

Son importantes los beneficios de incrementar el número de inversionistas que participan activamente en los mercados financieros, sin embargo, éste es un objetivo difícil de lograr debido al comportamiento poco previsible del mercado y a los riesgos.

Si bien los expertos recomiendan que el dinero que se invierte no se vaya a requerir usar en un plazo definido, pues nada garantiza que los instrumentos adquiridos tengan en ese momento un valor que represente una ganancia, también existe el factor riesgo, por lo que la recomendación es que la inversión sea a muy largo plazo, pero si se busca incrementar el número de inversionistas para que participen en el mercado, es difícil encontrar quienes puedan o quieran mantener sus inversiones indefinidamente, de ahí la importancia de la información y pronósticos del comportamiento del este.

Una serie temporal es una secuencia ordenada de datos los que cada uno está asociado a un momento de tiempo. Ejemplos de series temporales las podemos encontrar en cualquier, estas se generan en cualquier actividad humana periódica y sistemática donde se puedan registrar los eventos en un momento en el tiempo (Otero, 1993)

El estudio de las series de tiempo permite definir patrones de comportamiento en ellas y mediante la aplicación de métodos estadísticos o procesos heurísticos, es posible pronosticar su comportamiento a futuro.

Las aplicaciones abarcan un sin número de campos, industrial, científico, financiero, económico, de negocios, meteorológico, por mencionar algunos.

Los datos registrados a través de un lapso de tiempo responden a las preguntas de ¿cuál es el efecto causal dinámico sobre Y de una variación en X? y ¿cuál es la mejor predicción sobre el valor de una variable en una fecha futura?

Los datos de series temporales plantean desafíos que requieren la utilización de nuevas técnicas (Stock, 2012).

Se pretende, aplicar y verificar que, mediante la aplicación de modelos autorregresivos de media móvil y técnicas metaheurísticas, sea posible pronosticar el comportamiento de mercados financieros.

1.2 Justificación

Existe una gran variedad de soluciones de cómputo basadas en metaheurísticas, que tienen como objetivo la resolución de problemas, análisis de información y búsqueda de patrones, que construyen modelos matemáticos dentro de series de tiempo. Dichas herramientas están disponibles para aplicarlas de forma práctica en actividades del día a día, sin embargo hay documentados que en México existen pocas aplicaciones que aprovechan su uso, por lo que utilizando series de tiempo que muestren estabilidad, como lo son las Series de tiempo financieras, métodos ya han demostrado su efectividad analizando series de tiempo, entre los que se encuentran el método Arma y algoritmos genéticos y métodos que de acuerdo a la literatura analizada, se han aplicado poco o no se han aplicado para este análisis, como son búsqueda tabú, búsqueda en vecindades variables, colonia de hormigas y recorrido simulado, se pretende desarrollar aplicaciones de cómputo que puedan pronosticar el comportamiento de los diversos instrumentos disponibles en los mercados financieros, ayudando a la toma de decisiones.

1.3 Objetivos

Objetivo general

Efectuar un estudio comparativo de 5 técnicas metaheurísticas y el modelo autorregresivo de media móvil (ARMA) en la estimación de la paridad del peso mexicano y dólar de Estados Unidos de América, a través del análisis de series de tiempo del mercado mexicanos de divisas, con apoyo de herramientas de cómputo.

Objetivos específicos

Construir una base de datos con las cotizaciones diarias del peso dólar y peso euro.

Formular un modelo de series de tiempo para el diferencial del cambio en el precio del dólar analizando los históricos de la cotización peso dólar y peso euro.

Desarrollar en Matlab aplicaciones para el análisis de la base de datos construida, usando cada una de las siguientes metaheurísticas: algoritmo genético, búsqueda tabú, búsqueda en vecindades variables, colonia de hormigas y recocido simulado, así como del método ARMA.

Mediante la aplicación de los programas desarrollados, determinar el error del valor calculado del dólar (pronóstico) respecto al valor real.

Obtener un pronóstico del valor del dólar con respecto al peso en un corto plazo (1 a 5 días).

1.4 Hipótesis

Con base en la aplicación de los programas desarrollados de cada una de las metaheurísticas para realizar el análisis de los históricos de la cotización diaria del peso – dólar ¿Será posible identificar si las técnicas metaheurísticas tienen un mejor desempeño que el modelo ARMA y en qué casos proporcionen una efectividad de al menos 90%?

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1 Sistema Financiero Mexicano

El sistema financiero mexicano está integrado por los mercados e intermediarios financieros, responsables de realizar las operaciones en los diferentes servicios e instrumentos financieros, son el vínculo entre los inversionistas, que tienen el capital y quienes requieren el capital.

Los inversionistas cuentan con recursos económicos excedentes que no tienen necesidad o no planean usarlo en el corto plazo, al invertir esos recursos en instrumentos de inversión obtienen rendimientos, que dependiendo del riesgo del instrumento de inversión seleccionado es la tasa de rendimiento.

El sistema Financiero está regulado y sancionado por diversas autoridades, La secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), El Banco de México (BM), La Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), El Instituto para la Protección del Ahorro Bancario (IPAB), Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), Comisión Nacional para la Protección y de Defensa de los Usuarios de los Servicios Financieros (CONDUSEF) y Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CON SAR).

2.2 El mercado de valores

Los mercados son el espacio físico, virtual o ambos, donde se realizan los intercambios de instrumentos financieros, se definen los volúmenes de operación y precios.

En ellos se ponen en contacto a quienes necesitan financiarse y quienes tienen los recursos económicos para financiarlos, estableciendo mecanismos de contacto entre quienes participan en la negociación, fijan los precios de los productos financieros, determinan el costo de intermediación, posibilitan la circulación de los productos y administran los flujos de liquidez entre mercados (Van Horne, 2010).

Dentro de los mercados en México se encuentra:

2.2.1 Mercado de deuda o de dinero

Es aquel donde los participantes no están en condiciones o no desean pedir préstamos o créditos a la banca, optando por emitir títulos de deuda, los participantes son:

Gobierno Federal, los gobiernos estatales, locales, las empresas paraestatales y privadas.

El mercado de dinero forma parte del mercado de deuda, aquí se intercambian los bonos que por su corto plazo, liquidez y alta seguridad se pueden considerar sustitutos del dinero.

En el mercado de deuda se encuentran dos tipos de instrumentos de inversión, renta fija, cuando la tasa de rendimiento no varía en todo el periodo y renta variable, cuando la tasa de rendimiento cambia durante el periodo (Van Horne, 2010).

2.2.2 Mercado de accionario o de capitales

Una empresa que requiera financiarse tiene básicamente tres opciones, contratar un crédito con la banca, emitir bonos de deuda en el mercado de deuda o vender una porción de la empresa, esto es, colocar acciones en el mercado de capitales, las que representan una porción del capital de dicha empresa, las que tienen varias características, como tener o no voz y voto dentro del consejo de administración o el rendimiento que pueden tener por las utilidades que genere la empresa. (Van Horne, 2010)

Para el inversionista esta es una opción riesgosa ya que como cualquier negocio puede tener ganancias o pérdidas, adicionalmente en el mercado secundario se realiza el intercambio de acciones, es decir compra y venta, el precio de compra o venta está regido básicamente por la ley de la oferta y la demanda, y puede subir o bajar dependiendo de la expectativa de rentabilidad que se tenga sobre el negocio, sin embargo, esta es una actividad especulativa.

2.2.3 Mercado cambiario o de divisas

El mercado cambiario es donde se compran y venden las monedas de distintos países.

En él intervienen una gran cantidad de personas (inversionistas, operadores, etc.) alrededor del mundo. Los principales usuarios son instituciones financieras como bancos comerciales, casas de cambio y las bolsas organizadas de comercio o de valores. Un banco central también puede participar como comprador y vendedor de divisas al mayoreo (Cazar, 2001).

Los mercados cambiarios facilitan el comercio internacional ya que permiten la transferencia del poder de compra de una moneda a otra. Así, los inversionistas de un país pueden realizar compra/ventas de bienes, servicios y activos en otras naciones.

Administradoras de activos, exportadores, importadores, turistas nacionales en el exterior, turistas extranjeros en México, inversionistas, y trabajadores mexicanos en el extranjero, entre otros, recurren al mercado cambiario.

2.3 Operaciones en el mercado financiero

Con el fin de pronosticar el comportamiento del mercado en el futuro, existen métodos estadísticos que se utilizan en la estimación de relaciones económicas, con base al análisis de los valores históricos que sirven de base a la econometría es en el pronóstico de variables macroeconómicas.

El Modelo Autorregresivo y de Media Móvil (ARMA) aprovecha las fortalezas del Modelo Autorregresivo (AR), el Modelo de Media Móvil (MA) para hacer pronósticos basados en las series de tiempo, que han sido extensamente descritos en la literatura, donde el ámbito financiero ha sido uno de los más influenciados. Existen diversos modelos de series de tiempo que son ampliamente reconocidos en la literatura, cuya finalidad es el pronosticar datos futuros a partir de una data histórica.

Una serie de tiempo es una secuencia ordenada de observaciones cada una de las cuales está asociada a un momento de tiempo. Ejemplos de series temporales son;

- Tasas de interés mensual
- Cotización bursátil diaria
- Tasas de desempleo mensual
- Temperaturas mensuales
- Precipitaciones mensuales
- Producción anual de vacuno
- PIB anual

Los valores observados en toda serie temporal resultan de la interacción de numerosos factores. El objetivo del estudio de una serie temporal es descubrir y cuantificar dichos factores o regularidades y la interacción entre ellos. Crear un modelo matemático y pronosticar con cierta precisión los valores futuros de la serie.

El modelo obtenido es realmente fiable si una vez descompuesto en todos sus factores la serie de los residuos (diferencia entre el valor observado y el valor del modelo) sigue un ruido blanco (modelo aleatorio gaussiano de media 0 y dispersión 1). Es decir, no presentan ningún tipo de información.

En la resolución de problemas específicos han surgido procedimientos heurísticos exitosos, de los que se ha obtenido lo esencial de su efectividad para aplicarlo a otros problemas o en contextos más extensos, como ha ocurrido claramente en diversos campos de la inteligencia artificial, en especial con los sistemas expertos, esta línea de investigación ha contribuido al desarrollo científico del campo de las heurísticas y a extender su aplicación. De esta forma se han obtenido técnicas y recursos computacionales específicos como estrategias de diseño generales para procedimientos heurísticos de resolución de problemas. Estas estrategias generales para construir algoritmos, que quedan por encima de las heurísticas, y van algo más allá, se denominan metaheurísticas.

2.4 Métodos de previsión

En economía, específicamente en microeconomía y en gestión empresarial se presenta la necesidad de decidir entre varias opciones, cada una de estas da lugar a un resultado diferente que es medido en términos de utilidad o pérdida (Uriel, 1995).

Quienes toman estas decisiones, por lo general se encuentran en un intervalo de incertidumbre con respecto a los eventos que pueden ocurrir en un futuro y son impactados por dichas decisiones, que llevan asociada una ganancia o una pérdida por lo que se enfrentan al problema de elegir de entre varias opciones, buscando una utilidad en cada evento posible situado en el futuro (Uriel, 1995).

En la medida en que se reduzca en intervalo de incertidumbre, se tomarán mejores decisiones (Uriel, 1995).

Las técnicas de previsión tienen como objetivo pronosticar acertadamente los posibles sucesos en el futuro, estas se basan en el análisis estadístico de la información histórica (Uriel, 1995).

Los métodos de previsión son cualitativos y cuantitativos.

Los métodos cualitativos se usan cuando no la información histórica es poca o no está disponible, por ejemplo, para el lanzamiento de un nuevo producto, esta no existe, se aplica sobre todo en investigaciones políticas, sociológicas o de mercadotecnia (Uriel, 1995).

Los métodos cuantitativos, se basan en el estudio de la información registrada en los históricos del fenómeno a estudiar, generalmente esta información se presenta como series de tiempo (Uriel, 1995).

2.5 Series de tiempo

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones de una variable que se repiten en intervalos discretos y cronológicamente equidistantes, estas pueden ser univariantes o escalar y multivariantes o vectorial (Gujarati, 2010)

se representan de la siguiente forma:

$$y_t, y_{t+1}, y_{t+2}, \dots, y_{t+n-1}, y_{t+n} \quad (2.1)$$

Donde y es la variable, t es el tiempo, n es el número de observaciones registradas.

El análisis de una serie de tiempo es el procedimiento en el que se identifican y aíslan los patrones que con el tiempo influyen en su comportamiento, una vez identificados permite la interpretación de valores históricos y posibilitan pronosticar valores en tiempos futuros.

Se puede considerar que la correlación entre puntos próximos en el tiempo tiene una dependencia entre valores actuales y valores pasados.

El análisis de series de tiempo tiene aplicaciones en diversos campos, sin embargo, una gran parte de las series de tiempo que se estudian se producen en el campo de la economía, donde a diario se ven cotizaciones bursátiles, cifras mensuales de desempleo, precios del petróleo, o el comportamiento de divisas.

Un tema de investigación de gran interés, por ejemplo, es el pronóstico de cambios en los precios de valores.

Para realizar un buen pronóstico es necesario especificar límites de precisión o incertidumbre, es decir una banda dentro de la cual se encontrará el valor real de la variable en el instante del pronóstico, por ejemplo:

$$Y_{t+n} = F(y_t)\beta \pm 10\% \quad (2.2)$$

Cuando una serie de tiempo presenta un patrón fijo de comportamiento se dice que es determinista, cuando el patrón de comportamiento no es fijo se dice que es no determinista. En general las series económicas contienen componentes deterministas y no deterministas, y se expresan:

$$Y_t = D_t + N_t \quad (2.3)$$

Donde Y es la serie temporal en el tiempo, D es la componente determinista y N la componente no determinista (Uriel, 1995).

Para los métodos de previsión cuantitativos existen dos enfoques de análisis, el casual y el univariante.

En el análisis univariante los pronósticos de una variable se realizan usando únicamente la información de los valores históricos de la variable que está en estudio. Este análisis considera 3 métodos, descomposición, aislado exponencial y autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA).

Los métodos de descomposición descomponen los patrones que se presentan en una serie temporal en los sub patrones tendencia, factor cíclico, estacional e irregular.

La tendencia es variación a largo plazo es el resultado de factores que inciden a largo plazo en la serie, se caracteriza por el patrón gradual y consistente de las variaciones de la serie y son consecuencia de las fuerzas persistentes que afectan el crecimiento o reducción de esta.

El factor cíclico es una serie de fluctuaciones de más de un año de duración y se considera parte de la tendencia, se presentan como secuencias alternas de puntos abajo y arriba de la

línea de tendencia que duran más de un año, esta variación se mantiene después de que se han eliminado las variaciones o tendencias estacional e irregular (Uriel, 1995).

La variación estacional representa la variabilidad en los datos debida a influencias de las estaciones, corresponde a los movimientos de la serie que recurren año tras año en los mismos periodos del año y más o menos con la misma intensidad.

Variación Irregular se debe a factores a corto plazo, imprevisibles y no recurrentes que afectan a la serie de tiempo. Las variaciones que son provocadas por acontecimientos especiales, fácilmente identificables (Uriel, 1995).

Una serie de tiempo se expresa en su forma multiplicativa como:

$$Y_t = T_t * C_t * E_t * I_t \quad (2.4)$$

Donde:

Y, es la serie en el tiempo t

T, es la tendencia en el tiempo t

C, es el factor cíclico en el tiempo t

I, es el movimiento irregular en el tiempo t

La serie también puede expresarse en su forma aditiva:

$$Y_t = T_t + C_t + E_t + I_t \quad (2.5)$$

Los métodos de descomposición parten de un esquema previo, aislando a cada uno de sus componentes.

Los componentes que tienen menor dificultad de aislamiento son la tendencia (T) y la estacionalidad (E).

Para el cálculo de la tendencia se ajustan los datos a una función, obteniendo de esta forma la ecuación con la que se pueden realizar pronósticos. Las funciones matemáticas más empleadas son la recta, parábola, función exponencial, logarítmica, senoidal, principalmente (Uriel, 1995).

Para aislar el factor de estacionalidad E en (2.5), se utilizan los métodos de desestacionalidad, para lo que se aísla el factor de estacionalidad, en la ecuación multiplicativa se dividen ambos miembros de la igualdad entre este factor:

$$Y_{Di} = \frac{Y_t}{E_t} = T_t * C_t * I_t \quad (2.6)$$

Donde la serie Y_{Di} es denominada como serie desestacionalizada.

Al ajustar la función matemática para calcular la tendencia esta función ya es válida para cualquier momento en el tiempo, ya que los parámetros permanecen constantes, así la serie temporal de una recta en el esquema aditivo se expresa:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + u_t \quad (2.7)$$

Donde u_t integra al resto de los elementos.

Ajustando (2.7) por mínimos cuadrados la tendencia se expresa como:

$$\bar{Y}_t = \beta_0 + \beta_1 t \quad (2.8)$$

Esta ecuación representa la tendencia global y β_0 y $\beta_1 t$ son constantes.

A diferencia de los métodos de tendencia global, los métodos de suavizado exponencial permiten calcular los valores de la tendencia, haciendo una revisión en cada punto en función de las observaciones más recientes, proporcionando tendencias locales.

Algunos de estos métodos se pueden considerar como casos particulares del método de mínimos cuadrados ponderado, donde la función $f(t)$ es una función del tiempo, se expresa:

$$Y_t = f(t) + u_t \quad (2.9)$$

Minimizando (2.9).

$$\sum w_t (Y_t - f(t))^2, \text{ con } 0 < w_t < 1 \quad (2.10)$$

Seleccionando los valores de w_t de tal forma que el decrecimiento sea exponencial, de tal forma que las observaciones más recientes tendrán mayor peso en la determinación de la tendencia al momento actual (Uriel, 1995).

El análisis casual, donde las variables son afectadas por factores externos, los modelos casuales estocásticos uniecuacionales o multiecuacionales, dependen de la perspectiva de series temporales, parten de los datos, que, a diferencia de los datos de corte transversal, que se refieren a un mismo momento en el tiempo, las observaciones de las variables se realizan en intervalos regulares de tiempo. La información, por lo general es de carácter agregado, dependiendo del ámbito en el que se dé, por ejemplo, microeconómico o macroeconómico.

Los datos de las series temporales por lo general se correlacionan con el valor del periodo siguiente, la correlación de una serie con sus valores se denominan autocorrelación o correlación serial, donde la primera correlación es entre dos valores adyacentes, Y_t y Y_{t-1} .

La segunda autocorrelación es entre, Y_t y Y_{t-2} y la n-sima autocorrelación es entre Y_t y Y_{t-n} , la auto covarianza n-sima es la covarianza entre Y_t y Y_{t-n} , pueden ser estimadas mediante las auto covarianzas y autocorrelaciones n-simas muestrales.

La n-sima auto covarianza de una serie Y_t es la covarianza entre Y_t y su n-simo retardo, $Y_{t,n}$, y el coeficiente de correlación n-simo es la correlación entre Y_t , y $Y_{t,n}$, es decir, que la n-ésima auto covarianza es igual a $COV(T_t, T_{t-n})$.

n-sima auto correlación se expresa como:

$$\rho_n = \text{corr}(T_t, T_{t-n}) = \frac{\text{cov}(Y_t, Y_{t-n})}{\sqrt{\text{var}(Y_t)\text{var}(T_{t-n})}} \quad (2.11)$$

El coeficiente de autocorrelación n-ésimo a veces se denomina coeficiente de correlación serial n-ésimo. $\text{cov}(\overline{Y_t}, \overline{Y_{t-n}})$ y $\overline{\rho_n}$, expresado por:

$$\text{cov}(\overline{Y_t}, \overline{Y_{t-n}}) = \sum_{t=n+1}^T (Y_t - \overline{Y_{n+1,T}}) (\overline{Y_{t-n}} - \overline{Y_{1,T-n}}) \quad (2.12)$$

$$\overline{\rho_n} = \frac{\text{cov}(\overline{Y_t}, \overline{Y_{t-n}})}{\text{var}(Y_t)} \quad (2.13)$$

Donde $\overline{Y_{n+1,T}}$ representa la media muestral de Y_t , calculada para las observaciones $t = n + 1, \dots, T$, y $\text{var}(Y_t)$ es la varianza muestral de Y^2 (Uriel, 1995).

2.6 Modelos autorregresivos

Los gobiernos, Las empresas y los inversionistas utilizan los pronósticos de las diferentes variables económicas para la planeación de sus actividades en el futuro a corto plazo, realizadas mediante autor regresión, un modelo de regresión que relaciona una variable de series temporales con sus valores pasados.

El modelo autorregresivo de primer orden busca pronosticar el futuro de una serie de tiempo, partiendo de un punto de arranque en el pasado inmediato (Stock, 2012).

Por ejemplo, si se quiere pronosticar la variación de la inflación del actual trimestre contra próximo, se compara con la variación de la inflación del trimestre actual contra el trimestre anterior.

Un método sistemático para pronosticar la variación de una variable Y , Δy_t , mediante la variación del trimestre anterior, Δy_{t-1} consiste en estimar una regresión MCO de Δy_t , sobre Δy_{t-1} Esta regresión estimada utilizando los datos históricos de varios periodos anteriores es:

$$\overline{\Delta Y_t} = \Delta y_t - \Delta y_{t-1} \quad (2.14)$$

Donde $\overline{\Delta Y_t}$ es el valor estimado de Δy_t con base a la recta de regresión.

El modelo se denomina autorregresivo de primer orden, es autorregresivo porque se trata de una regresión de la serie sobre su propio retardo, Δy_{t-1} y es de primer orden, ya que solo se utiliza un retardo como regresor.

Un modelo autorregresivo de primer orden se abrevia mediante $AR_{(1)}$, donde el «1» indica que es de primer orden. El modelo $AR_{(1)}$ de la serie Y_t es:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + v_t \quad (2.15)$$

Donde v_t es el error.

Con base en datos históricos sobre Y se busca pronosticar el valor futuro. Si Y_t sigue el modelo $AR_{(1)}$ de la ecuación (2.15) y β_0 y β_1 son conocidos, entonces el pronóstico de Y_{t-1} es:

$$\beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} \quad (2.16)$$

Por lo general al realizar un pronóstico, β_0 y β_1 son desconocidos, por lo que hay que estimarlos, utilizando datos históricos para el cálculo de los valores de $\overline{\beta_0}$ y $\overline{\beta_1}$.

$\overline{Y_{T+\frac{1}{2}}}$ es el pronóstico de Y_{T+1} , basado en la información hasta el periodo T, utilizando un modelo estimado con datos hasta el periodo T, Por lo que, el pronóstico basado en el modelo $AR_{(1)}$ es:

$$\overline{Y_{T+\frac{1}{2}}} = \overline{\beta_0} + \overline{\beta_1} \overline{Y_t} \quad (2.17)$$

Donde $\overline{\beta_0}$ y $\overline{\beta_1}$ se calculan con los datos históricos disponibles hasta el periodo T.

El error en el pronóstico; es la diferencia entre el valor real de Y_{t-1} y el valor estimado $\overline{Y_{T+\frac{1}{2}}}$.

$$\text{Error de predicción} = Y_{t-1} - \overline{Y_{T+\frac{1}{2}}} \quad (2.18)$$

El modelo auto regresivo de primer orden ignora información del pasado más lejano de la serie de tiempo, para incorporar esta información se considera usar retardos adicionales en el modelo; lo que da lugar al modelo autorregresivo de orden n, $AR_{(n)}$.

Con Y_t como una función lineal de n retardados, que se expresa:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + \beta_n Y_{t-n} + v_t \quad (2.19)$$

Dentro de la teoría económica se consideran otras variables que inciden en el comportamiento de la variable de estudio y se deben de tomar en cuenta para realizar el pronóstico, por ejemplo, los tipos de cambio de las diferentes divisas se ven afectados por el precio de metales o del petróleo.

Esas otras variables se pueden considerar en la auto regresión, dando lugar a un modelo de regresión de series temporales con varios predictores, el resultado obtenido es un modelo autorregresivo de retardos distribuidos (Stock, 2012).

2.7 Estacionariedad

El análisis de regresión de datos series temporales utiliza los datos pasados para identificar patrones que puedan replicarse en el futuro, utilizando estos patrones para realizar pronósticos. Si las condiciones en el pasado son distintas a las del presente o futuro, los patrones podrían no ser fiables para el futuro.

La idea de que los patrones históricos pueden generalizarse para el futuro está formalizada en el concepto de estacionariedad.

Una serie temporal Y_t es estacionaria si la distribución de probabilidad no varía en el tiempo, es decir, si la distribución conjunta de $(Y_{s+1}, Y_{s+2}, \dots, Y_{s+T})$ no depende de s sea cual sea el valor de T ; de lo contrario, se dice que Y_t es no estacionaria.

Dos series temporales, X_t e Y_t se dice que son conjuntamente estacionarias si la distribución conjunta de $(X_{s+1}, Y_{s+1}, X_{s+2}, Y_{s+2}, \dots, X_{s+T}, Y_{s+T})$ no depende de s , independientemente del valor de T . La estacionariedad requiere que el futuro sea como el pasado, al menos en un sentido probabilístico.

2.8 Regresión de series temporales con varias variables

El modelo general de regresión de series temporales con varios predictores o variables amplía el modelo ARD para incluir varios predictores y sus retardos. La presencia de varios predictores y de sus retardos lleva a que se utilice un doble subíndice en los coeficientes de regresión y los regresores.

El modelo general de regresión de series temporales permite k predictores adicionales, en el que se incluyen p retardos del primer predictor, q retardos del segundo predictor, y así sucesivamente:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + \delta_{11} X_{1t-1} + \delta_{12} X_{1t-2} + \dots + \delta_{1q_1} X_{1t-q_1} + \dots + \delta_{k1} X_{kt-1} + \delta_{k2} X_{kt-2} + \dots + \delta_{kq_k} X_{kt-q_k} + u_t \quad (2.20)$$

Donde

- 1.- $E(u_t | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, X_{1t-1}, X_{1t-2}, \dots, X_{kt-1}, X_{kt-2}, \dots) = 0$
- 2.- (a) Las variables aleatorias $(Y_t, X_{1t}, \dots, X_{kt})$ presentan una distribución estacionaria y
 - (b) $(Y_t, X_{1t}, \dots, X_{kt})$ y $(Y_{t-j}, X_{1t-j}, \dots, X_{kt-j})$ se hacen independientes cuando j se hace grande.
- 3.- los valores externos elevados son poco probables: $X_{1t}, \dots, X_{kt}, Y_t$ presentan momentos de cuarto orden finitos y distintos a cero.
- 4.- No existe multicolinealidad perfecta (Stock, 2012).

2.9 Proceso autorregresivo AR

Sea ΔY_t un valor de una serie temporal en el tiempo t , representado como:

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + v_t \quad (2.21)$$

Donde δ es la media de Y y v_t es el error o ruido blanco, Y_t sigue un proceso estocástico autorregresivo de primer orden, AR (1), donde el valor de Y en el tiempo t depende del valor en el periodo anterior y de un término aleatorio, el valor de pronóstico de Y en el periodo t es una proporción $= \alpha_1$ de su valor en el periodo $t - 1$ más un “choque” en el tiempo t ; los valores de Y están expresados alrededor del valor de su media. (Gujarati, 2010).

En el modelo

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2(Y_{t-2} - \delta) + v_t \quad (2.22)$$

Y_t sigue un proceso autorregresivo de segundo orden AR (2). Donde el valor de Y en el tiempo t depende de sus valores en los dos periodos anteriores, los valores de Y expresados alrededor del valor de su media δ . (Gujarati, 2010).

Por lo tanto, en el modelo

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2(Y_{t-2} - \delta) + \dots + \alpha_p(Y_{t-p} - \delta) + v_t \quad (2.23)$$

Y_t representa un proceso autorregresivo de orden p AR(p). (Gujarati, 2010).

2.10 Modelos de media móvil

El modelo de media móvil representa procesos estocásticos $Z_{(t)}$ con valores que pueden ser dependientes unos de otros, como una suma finita ponderada de choques aleatorios independientes a_t

$$\bar{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t = \theta(B) a_t \quad (2.24)$$

donde \bar{Z}_t representa las desviaciones de Z_t respecto al nivel medio μ y $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ que son los parámetros de promedios móviles asociados con los choques aleatorios en los periodos $t - 1, t - 2, \dots, t - q$ respectivamente.

El término de promedios móviles no se refiere al promedio de los choques aleatorios que intervienen, puesto que los parámetros no tienen que ser necesariamente positivos, ni su suma debe ser 1, como requeriría un promedio (Guerrero, 2003).

El modelo expresado en la forma $\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_q B^q$, y la suma $\sum_{i=1}^q |\theta_i|$, Considerando un número finito de sumandos, es una constante finita, por lo que todo proceso MA es estacionario.

Para modelos MA en equilibrio \widehat{Z}_t es el punto de equilibrio, las fluctuaciones a su alrededor son causadas por choques asociados a eventos inesperados, los que no necesariamente se asimilan en ese instante y pueden seguir causando efectos después de transcurrido cierto número de periodos, la intensidad del choque se refleja en el valor de ponderación θ_i , (Guerrero, 2003).

El modelo media móvil de primer orden MA(1) es el más simple, se expresa:

$$\bar{Z}_t = (1 - \theta B)a_t \quad (2.25)$$

Donde $E(\bar{Z}_t) = 0$, y $\gamma_0 = Var(\bar{Z}_t) = \sigma_a^2(1 + \theta^2)$.

Las autocovarianzas están dadas por:

$$\gamma_k = E((a_t - \theta a_{t-1})(a_{t-k} - \theta a_{t-k-1})) = \begin{cases} -\theta\sigma_a^2 & \text{si } k = 1 \\ 0 & \text{si } k \geq 2 \end{cases} \quad (2.26)$$

La FAC es:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta}{1-\theta^2} & \text{si } k = 1 \\ 0 & \text{si } k \geq 2 \end{cases} \quad (2.27)$$

los procesos autorregresivos estacionarios también se representan mediante modelos de promedios móviles, en particular el proceso $AR(\infty)$.

$$\varphi_i = \phi_1\varphi_{i-1} + \phi_2\varphi_{i-2} + \dots + \phi_{i-1}\varphi_1 - \phi_i \text{ para } i \geq 2 \quad (2.28)$$

tiene una representación equivalente en el modelo MA(1), siempre que el valor absoluto de ϕ sea menor a 1, por lo tanto $\bar{Z}_t = (1 - \theta B)a_t$ puede representarse de forma autorregresiva si $|\phi| < 1$.

Cuando un proceso se expresa mediante un modelo AR, es invertible y tiene como representación:

$$\pi(B)\bar{Z}_t = a_t \quad (2.29)$$

Donde $\pi(B) = 1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots$ es un polinomio de retraso que cumple con:

$$\pi(x) = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i x^i \quad (2.30)$$

Convergiendo dentro del círculo unitario, lo que restringe a los coeficientes π_1, π_2, \dots , que están asociados a las variables de retraso Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots , por lo que mientras mayor es el retraso la variable, menor es el valor del coeficiente y su influencia es menor en variables más recientes.

Todo proceso autorregresivo AR es invertible y todo prode media móvil MA es estacionario, las condiciones de invertibilidad para los procesos MA se obtienen de la misma forma que

las condiciones de estacionariedad para procesos AR, como se aprecia en la condición de invertibilidad de proceso $\widehat{Z}_t = (1 - \theta B)a_t$, que surge de:

$$\pi(x) = \theta^{-1}(x) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \theta^i x^i \quad (2.31)$$

Donde el valor de la absoluto de θ debe ser menor a 1, por lo que la condición de invertibilidad de un proceso MA se expresa en términos del polinomio $\theta(B)$ por el requerimiento de las raíces de la ecuación $\theta(x) = 0$ se encuentran fuera del círculo unitario.

Los modelos MA(2) se expresan por:

$$\bar{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)a_t \quad (2.32)$$

La media es:

$$E(\bar{Z}_t) = E(Z_t) - \mu = 0 \quad (2.33)$$

La varianza es:

$$\gamma_0 = \sigma_a^2(1 - \theta_1^2 + \theta_2^2) \quad (2.34)$$

La Función de auto covarianza:

$$\gamma_k = E((a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2})(a_{t-k} - \theta_1 a_{t-k-1} - \theta_2 a_{t-k-2})) = \begin{cases} (-\theta_1 + \theta_1 \theta_2) \sigma_a^2 & \text{si } k = 1 \\ (-\theta_2) \sigma_a^2 & \text{si } k = 2 \\ 0 & \text{si } k \geq 3 \end{cases} \quad (2.35)$$

La FAC es:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} & \text{si } k = 1 \\ \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} & \text{si } k = 2 \\ 0 & \text{si } k \geq 3 \end{cases} \quad (2.36)$$

El proceso es estacionario, para que sea invertible las raíces de la ecuación:

$$1 - \theta_1 x - \theta_2 x^2 = 0 \quad (2.37)$$

Se encuentran fuera del círculo unitario, las condiciones de invertibilidad se expresan como:

$$|\theta_2| < 1, \quad \theta_2 + \theta_1 < 1 \text{ y } \theta_2 - \theta_1 < 1 \quad (2.38)$$

Los modelos MA(q) es un proceso estocástico que sigue un esquema de promedios móviles de orden $q \geq 1$, se representa por:

$$\bar{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.39)$$

Donde $\bar{Z}_t = (Z_t) - \mu$, μ es el nivel del proceso, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ son los parámetros de promedios móviles y a_t es ruido blanco con media cero y varianza constante σ_a^2 .

Como Todo proceso de media móvil, MA(q) es estacionario, la media, la varianza y las covarianzas no dependen del tiempo:

$$E(\bar{Z}_t) = E(Z_t) - \mu = 0 \quad (2.40)$$

$$\gamma_0 = \sigma_a^2(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma_a^2 \quad (2.41)$$

$$\gamma_k = \begin{cases} (-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q)\sigma_a^2 & \text{si } k = 1 \\ 0 & \text{si } k \geq q + 1 \end{cases} \quad (2.42)$$

Para que γ_k en (2.39) sea válida $\theta_0 = \theta_{q+1} = \theta_{q+2} = \dots = 0$, obteniendo la función de autocorrelación que muestra que el proceso MA(q) tiene una memoria limitada a q periodos.

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2} & \text{si } k = 1, \dots, q \\ 0 & \text{si } k \geq q + 1 \end{cases} \quad (2.43)$$

(Guerrero, 2003).

Otra herramienta para generar Y es el proceso de medias móviles, representando Y como:

$$Y_t = \mu + \beta_0 v_t + \beta_1 v_{t-1} \quad (2.44)$$

donde μ es una constante y u , es el término de error estocástico de ruido blanco. con Y en el periodo t es igual a una constante más un promedio móvil de los términos de error presente y pasado. Y sigue un proceso de promedios móviles de primer orden, MA (1).

La expresión

$$Y_t = \mu + \beta_0 v_t + \beta_1 v_{t-1} + \beta_2 v_{t-2} \quad (2.45)$$

es un proceso MA (2), y

$$Y_t = \mu + \beta_0 v_t + \beta_1 v_{t-1} + \beta_2 v_{t-2} + \dots + \beta_q v_{t-q} \quad (2.46)$$

es un proceso MA(q).

Un proceso de medias móviles es una combinación lineal de términos de error de ruido blanco. (Gujarati, 2010).

2.11 Modelo ARMA

Con la combinación de los modelos autorregresivos (AR) y de media móvil (MA) se obtiene el modelo autorregresivo de media móvil (ARMA), que se representa como:

$$\delta(B)\bar{Z}_t = \theta(B)a_t \quad (2.47)$$

Donde $\delta(B)$ y $\theta(B)$ son polinomios de retraso de orden p y q , respectivamente y a_t es ruido blanco, \bar{Z}_t es la serie de desviaciones de Z_t respecto a μ .

Este modelo es útil ya que las series de tiempo en la práctica presentan características autorregresivas y de media móvil, además con la intervención de parámetros AR y MA se construyen modelos con un menor número de parámetros (Guerrero, 2003).

Los procesos ARMA ocurren en series de tiempo por agregación de componentes, como las series que obtienen su información al agregar datos de diversos sectores económicos y las series en que los datos contienen errores de observación, como son las series macroeconómicas.

El proceso autorregresivo y de promedios móviles de orden (1,1); proporciona representaciones adecuadas de series de fenómenos reales. el modelo ARMA(1,1) se representa por:

$$(1 - \delta B)\bar{Z}_t = (1 - \theta B)a_t \quad (2.48)$$

Este modelo contiene características autorregresivas y de media móvil no tiene por qué ser invertible ni estacionario, pero si el proceso resulta ser estacionario, las ecuaciones:

$$\bar{Z}_t = \delta(B)a_t = a_t - \delta_1 a_{t-1} - \delta_2 a_{t-2} - \dots \quad (2.49)$$

$$\pi(B)\bar{Z}_t = \bar{Z}_t - \pi_1 \bar{Z}_{t-1} - \pi_2 \bar{Z}_{t-2} - \dots = a_t \quad (2.50)$$

Son tales que $\sum_{i=1}^{\infty} |\delta_i|$ y $\sum_{j=1}^{\infty} |\pi_j|$ son convergentes.

De manera general de un proceso Autorregresivo de media móvil, ARMA(p,q) se representa por $\varphi(B)\bar{Z}_t = \theta(B)a_t$, donde $\varphi(B)$ y $\theta(B)$ son polinomios de orden p y q respectivamente, es decir.

$$\bar{Z}_t - \varphi_1 \bar{Z}_{t-1} - \dots - \varphi_p \bar{Z}_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.51)$$

Para que sea estacionaria, las raíces de $\varphi(x) = 0$ deben estar fuera del círculo unitario y para que sea invertible las raíces de $\theta(x)$ también deben de estar fuera del círculo unitario.

Las representaciones AR y MA de (2.45) son:

$$\bar{Z}_t = \frac{\theta(B)}{\varphi(B)} a_t = \delta(B)a_t, \text{ con } \sum_{i=1}^{\infty} |\delta_i| < \infty \quad (2.52)$$

$$\frac{\varphi(B)}{\theta(B)} \hat{Z}_t = \pi(B)\hat{Z}_t = a_t, \text{ con } \sum_{j=1}^{\infty} |\theta_j| < \infty \quad (2.53)$$

Los pronósticos basados en las series de tiempo han sido extensamente descritos en la literatura, donde el ámbito financiero ha sido uno de los más influenciados. Existen diversos

modelos de series de tiempo que son ampliamente reconocidos en la literatura, cuya finalidad es el pronosticar datos futuros a partir de una data histórica. Algunos de estos modelos son el Modelo Autorregresivo (AR), el Modelo de Media Móvil (MA) y el Modelo Autorregresivo y de Media Móvil (ARMA), aprovechando las fortalezas de cada uno.

El modelo ARMA de la forma:

$$\Delta Y_t = \theta + \alpha_1 \Delta Y_{t-1} + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1} \quad (2.54)$$

$$(\Delta Y_t - \delta) = \alpha_1 (\Delta Y_{t-1} - \delta) + u_t \quad (2.55)$$

donde δ es la media de ΔY y u_t es un término de error aleatorio no correlacionado con media cero y varianza constante σ^2 por lo que ΔY_t es un proceso estocástico autorregresivo de primer orden AR (1), en el que el valor de ΔY en el tiempo t depende de su valor en el periodo anterior y de un término aleatorio; los valores de ΔY están expresados como desviaciones de su valor medio.

El valor de pronóstico de ΔY en el periodo t es una proporción α_1 de su valor en el periodo (t - 1) más un “choque” en el tiempo t; y los valores de ΔY están expresados alrededor del valor de su media.

Considerando este modelo:

$$(\Delta Y_t - \delta) = \alpha_1 (\Delta Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2 (\Delta Y_{t-2} - \delta) + u_t \quad (2.56)$$

ΔY_t es un proceso autorregresivo de segundo orden AR(2).

el valor de ΔY en el tiempo t depende del valor en dos periodos anteriores y los valores de ΔY están expresados alrededor del valor de su media δ y de un término aleatorio; los valores de ΔY están expresados como desviaciones de su valor medio.

El valor de pronóstico de ΔY en el periodo t es una proporción α_1 de su valor en el periodo (t - 1) más un “choque” en el tiempo t; y los valores de ΔY están expresados alrededor del valor de su media δ , Se tiene:

$$(\Delta Y_t - \delta) = \alpha_1 (\Delta Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2 (\Delta Y_{t-2} - \delta) + \dots + \alpha_p (\Delta Y_{t-p} - \delta) + u_t \quad (2.57)$$

$$(\Delta Y_t - \delta) = \sum_{i=1}^p (\alpha_i (\Delta Y_{t-i} - \delta)) + u_t \quad (2.58)$$

Despejando ΔY_t en (2.52).

$$\Delta Y_t = \delta + \sum_{i=1}^p (\alpha_i (\Delta Y_{t-i} - \delta)) + u_t \quad (2.59)$$

ΔY es un proceso autorregresivo de p-ésimo orden AR(p).

Proceso de medias móviles (MA).

Ahora se modela ΔY de la siguiente manera:

$$\Delta Y_t = \mu + \Delta u_t + \Delta u_{t-1} \quad (2.60)$$

donde μ es una constante y u_t es el término de error estocástico de ruido blanco, ΔY_t en el periodo t es una constante más un promedio móvil del error, presente y pasado, por lo que se considera un proceso de promedios móviles de primer orden MA(1).

ΔY_t en la siguiente ecuación:

$$\Delta Y_t = \mu + \Delta u_t + \Delta u_{t-1} + \Delta u_{t-2} \quad (2.61)$$

Es un modelo MA(2).

En forma general:

$$\Delta Y_t = \mu + \Delta u_t + \Delta u_{t-1} + \Delta u_{t-2} + \dots + \Delta u_{t-q} \quad (2.62)$$

$$\Delta Y_t = \mu + \sum_{j=0}^q \Delta u_{t-j} \quad (2.63)$$

Es un proceso MA(q) .

Un proceso de promedios móviles es tan sólo una combinación lineal de términos de error de ruido blanco.

Proceso autorregresivo y de promedios móviles (ARMA).

Si ΔY tiene características de AR y de MA a la vez, ΔY_t sigue un proceso ARMA (1, 1) expresado:

$$\Delta Y_t = \theta + \alpha_1 \Delta Y_{t-1} + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1} \quad (2.64)$$

Si ΔY tiene características de AR y de MA a la vez, ΔY_t sigue un proceso ARMA (p, q) expresado:

$$\Delta Y_t = \theta + \sum_{i=1}^p (\alpha_i (\Delta Y_{t-i} - \delta)) + u_t + \mu + \sum_{j=0}^q \beta_j u_{t-j} \quad (2.65)$$

Donde θ representa un término constante (Guerrero, 2003).

2.12 Modelos metaheurísticos

El término heurístico se emplea dentro del campo de la Inteligencia Artificial aplicado en aspectos relacionados con el empleo de conocimiento en la realización dinámica de tareas, son técnicas, métodos o procedimientos inteligentes usados para realizar tareas que no requieren de un riguroso análisis formal, sino de conocimiento experto sobre el tema (Melián, 2003).

En especial, se usa el término heurístico para referirse procedimientos que buscan encontrar soluciones a problemas, con un buen rendimiento, en lo referente a la calidad de las soluciones y a los recursos empleados (Melián, 2003).

Existen procedimientos heurísticos exitosos para la resolución de problemas específicos, de los que se toman los razonamientos que producen su buen desempeño para aplicarlo a problemas o en contextos más complejos, lo que ha contribuido al desarrollo científico del campo de las heurísticas, extendiendo su aplicación. Obteniendo estrategias de diseño generales para procedimientos heurísticos de resolución de problemas. Desarrollando algoritmos, que quedan por encima de las heurísticas, denominados metaheurísticas (Melián, 2003).

Las metaheurísticas se integran como sistemas expertos que facilitan el uso genérico y mejoran el rendimiento.

La idea más genérica del término heurístico está relacionada con la tarea de resolver inteligentemente problemas reales usando el conocimiento disponible. El término heurística proviene de una palabra griega *heuriscai*, que significa encontrar algo; retomado de la exclamación eureka de Arquímedes (Melián, 2003).

Las metaheurísticas se usan en el diseño de procedimientos heurísticos, pueden ser vistas como un marco general algorítmico, aplicado a diferentes problemas de optimización con cambios mínimos para ser adaptado a un problema específico (Melián, 2003).

Son ampliamente reconocidas como una de las mejores aproximaciones para atacar problemas de optimización combinatoria, incorporan conceptos de diversos campos como la genética, la biología, la inteligencia artificial, las matemáticas, la física y la neurología, entre otras. Algunos ejemplos de metaheurísticas son: Algoritmo Genético, Búsqueda Tabú, Colonia de Hormigas, Recocido Simulado y Vecindades Variables, entre otras.

2.12.1 Tipos de metaheurísticas

Los tipos de metaheurísticas se establecen en función del tipo de procedimientos y problemas para lo que fueron diseñadas. Algunos de los tipos fundamentales son las metaheurísticas de relajación, que se refieren a procedimientos de resolución de problemas que utilizan modificaciones del modelo original, facilitando la solución del problema original (Melián, 2003).

Las metaheurísticas constructivas se orientan a los procedimientos que tratan de la obtención de una solución a partir del análisis y selección paulatina de las componentes que la forman (Melián, 2003).

Las metaheurísticas de búsqueda guían los procedimientos que usan transformaciones o movimientos para recorrer el espacio de soluciones alternativas y explotar las estructuras de entornos asociadas.

Las metaheurísticas evolutivas están enfocadas a los procedimientos basados en conjuntos de soluciones que evolucionan sobre el espacio de soluciones.

2.12.2 Algoritmo genético

Los Algoritmos Genéticos son métodos adaptativos de búsqueda estocástica que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización, basados en la teoría la evolución Darwinista de la adaptación y supervivencia de los individuos más aptos, simulan la selección y la adaptación encontrada en la naturaleza, Se usan en la resolución de problemas de búsqueda y optimización, basados en la biología. Pretenden capturar los mecanismos de adaptación de las especies al ambiente en que viven, de acuerdo con los principios de la selección natural y la supervivencia de los más fuertes. Son tomados de la naturaleza y sus constantes avances, constan de los elementos básicos de todo individuo y su camino a la trascendencia, como son el nacimiento, la reproducción (cruza), mutación y selección de individuos, los individuos más aptos avanzan a la siguiente generación, los menos aptos, no. (Goldberg, 1989).

Por imitación de este proceso, los Algoritmos Genéticos son capaces de desarrollar soluciones para resolver problemas del mundo real. La evolución de dichas soluciones hacia valores óptimos del problema depende en buena medida de una adecuada codificación de estas.

Los principios básicos de los Algoritmos Genéticos fueron establecidos por Holland (1975), y se encuentran bien descritos en varios textos – Goldberg (1989), Davis (1991), Michalewicz (1992), Reeves (1993) (Gendreau & Potvin, 2010).

Los Algoritmos Genéticos imitan el comportamiento natural, trabajando con poblaciones de individuos, donde cada uno representa una solución factible a un problema dado. A cada poblador se le asigna un valor o puntuación, que representa la capacidad del individuo para competir por determinados recursos, mientras mejor sea la adaptación al problema, mayor será la probabilidad de que el mismo sea seleccionado para reproducirse, cruzando su material genético con otro individuo seleccionado de igual forma. Este cruce producirá sucesores que heredan e integran las características y capacidades de sus ancestros mejorando su desempeño. Produciendo una nueva población de posibles soluciones, la cual reemplaza a la anterior, las nuevas generaciones tendrán mejores características para solucionar el problema planteado. Si el Algoritmo Genético ha sido bien diseñado, se podrá converger hacia una solución óptima del problema (Goldberg, 1989).

Los algoritmos genéticos están compuestos por:

El individuo, qué es la parte fundamental del algoritmo, se agrupan en población, evoluciona con cada nueva generación, cada uno es una posible solución. Normalmente es codificado como una cadena de caracteres, la codificación está conformado por dos partes, genes y alelos. Los genes, son la unidad mínima en la codificación de un individuo. Los alelos, es la unidad mínima de la codificación del problema.

Generaciones, son los ciclos de vida de la población. Pueden ser usadas como criterio de paro, deteniendo la ejecución del algoritmo después de cierto número ellas

Evaluación, para determinar si un individuo es apto o no, se evalúa el cumplimiento de criterios predeterminados de desempeño, una evaluación o un criterio no definido correctamente, lleva a resultados erróneo.

Población inicial. es generada de forma aleatoria, los nuevos individuos son evaluados para el inicio de los procesos vitales.

Operadores genéticos, son 4, no es necesario que todos estén presentes.

- Selección, elige a los individuos para su reproducción, dos de los principales métodos que usa son, Ruleta, donde se escogen individuos al azar y Torneo, donde los individuos compiten entre ellos para ser seleccionados y participar en la reproducción.
- Cruza, intercambian su material genético para producir una nueva generación.
- Mutación, donde se modifica el material genético sea modificado de algunos individuos.
- Elitismo, en donde se selecciona a los individuos más aptos y pasan a la siguiente generación.

Existen diferentes tipos de Algoritmos Genéticos como el estándar, el Genitor y el CHC, entre otros. (Hernández, 2010)

La fortaleza de los Algoritmos Genéticos radica en el hecho de que es una técnica robusta que puede tratar con éxito una gran variedad de problemas de diferentes áreas, incluyendo los que otros métodos encuentran dificultades. No hay garantía de que el Algoritmo Genético encuentre la solución óptima del problema, hay evidencia empírica de que se encuentran soluciones de un nivel aceptable, en un tiempo competitivo con el resto de los algoritmos de optimización combinatoria.

En el caso de que existan técnicas especializadas para resolver un determinado problema, lo más probable es que superen al Algoritmo Genético, tanto en rapidez como en eficacia.

Los Algoritmos Genéticos se aplican en problemas para los cuales no existen técnicas especializadas. Incluso en el caso en que dichas técnicas existan, y funcionen bien, pueden efectuarse mejoras de las mismas, hibridándolas con los estos algoritmos. (Goldberg, 1989)

2.12.3 Colonia de hormigas

El algoritmo de optimización por colonia de hormigas es un método metaheurístico para resolver problemas combinatorios complejos, se inspira en el comportamiento de las hormigas, fue propuesto por Marco Dorigo en 1992 (Melián, 2003). El algoritmo está

inspirado en el comportamiento natural de las hormigas en la búsqueda de sus alimentos, que consiste en explorar alrededor de la colonia de manera aleatoria.

La colonia de hormigas es capaz de encontrar la ruta más corta desde el hormiguero a la fuente de alimento desprendiendo feromonas, una vez que la hormiga encuentra comida y regresa a su hormiguero, marcando el camino que el resto de la colonia tenderá a seguir.

Por el tamaño de las poblaciones de hormigas, son varias las hormigas que encuentran diferentes rutas de diferente distancia entre el hormiguero y la comida.

Debido a la volatilidad de las feromonas, la intensidad decrece con el tiempo por lo que las rutas más largas, que requieren más tiempo para ser recorridas, presentan un rastro menos intenso que las cortas, resultan menos atractivas y son recorridas con menos frecuencia, además las rutas más cortas se recorren con mayor frecuencia, el rastro de feromonas es reforzado (Gendreau, 2010).

Esta técnica se aplica para encontrar soluciones alternativas a problemas clásicos como el del Agente Viajero, presenta la ventaja de adaptarse dinámicamente a cambios en las condiciones del problema. Muchos de estos problemas surgen en aplicaciones *NH-Hard*, que no pueden resolverse de manera óptima dentro del tiempo polinomial de cómputo.

Colonia de Hormigas puede ser utilizado en problemas reales relacionados con enrutamiento, muy útil por ejemplo para empresas de paquetería, combina de forma eficiente dos elementos de información. Por un lado, la distancia entre puntos de los diferentes caminos trazados (cuanto más cerca tienes el siguiente punto más probable es dirigirte a él); por otro, la feromona, es decir, la información de soluciones exploradas previamente. Así, cuando estamos en un punto A, los más cercanos son más atractivos, pero en soluciones anteriores ir de A hacia cada punto ha dado lugar a mejores o peores soluciones. Este algoritmo combina de forma equilibrada las dos fuentes de información.

Muchos problemas de optimización combinatoria que son difíciles de resolver y que por su dificultad son capturados por la teoría de complejidad computacional, son conocidos por ser *NP-Hard*, donde el tiempo necesario para resolver una instancia en el peor de los casos crece exponencialmente con tamaño de instancia A menudo, los algoritmos aproximados, como Colonia de Hormigas, son la única forma factible de obtener soluciones casi óptimas a un costo computacional relativamente bajo. (Papadimitriou 1994).

El algoritmo usa hormigas artificiales, que generan una solución factible por cada iteración al problema que se pretende resolver, construyendo la solución a partir de un grafo donde cada nodo representa las posibles opciones que la hormiga puede elegir. La conexión que existe entre dos nodos contiene información que las hormigas utilizan para elegir una opción, esta información es:

Información heurística: es la información sobre la instancia del problema o información en tiempo de ejecución proporcionada por una fuente diferente de las hormigas.

Información de rastros de feromonas artificiales: que mide la deseabilidad aprendida en el movimiento de un nodo a otro, imitando a la feromona real que depositan las hormigas naturales. Esta información es modificada mientras que se ejecuta el algoritmo dependiendo de las soluciones encontradas por los insectos. (Dorigo, 2004)

Para elegir un nodo es necesario calcular las probabilidades que tiene cada uno y para ello, mediante la ecuación:

$$P_{ij}^k = \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [n_{ij}]^\beta}{\sum_{1 \in N_i^k} [\tau_{ij}]^\alpha [n_{ij}]^\beta} \quad \text{si } j \in N_i^k \quad (2.66)$$

donde τ_{ij} es el valor del rastro de feromonas en la arista del nodo i al nodo j , $n_{ij} = 1/d_{ij}$ es un valor heurístico, d_{ij} es la distancia que existe entre dos nodos, $0 \leq \alpha \leq 1$, $\beta > 0$, parámetros que determinan la influencia relativa del rastro de feromonas y la información heurística respectivamente, N_i^k el conjunto de nodos que la hormiga k aún no ha visitado.

Una vez que cada una de las hormigas han creado su propia solución, se deben depositar las feromonas en las rutas recorridas, con su respectiva evaporación cumpliendo con:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} \quad (2.67)$$

donde τ_{ij} es el valor del rastro de feromonas en la arista del nodo i al nodo j , $n_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$ es un valor heurístico, d_{ij} es la distancia que existe entre dos nodos, $0 \leq \alpha \leq 1$, $\beta > 0$, son parámetros que determinan la influencia relativa del rastro de feromonas y la información heurística respectivamente, N_i^k el conjunto de nodos que la hormiga k aún no ha visitado.

Una vez que cada una de las hormigas han creado su propia solución, se deben depositar las feromonas en las rutas recorridas, con su respectiva evaporación cumpliendo con:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} \quad (2.68)$$

donde $0 < \rho \leq 1$ es la velocidad de la evaporación de la feromona, ρ evita la acumulación ilimitada de feromona, borra las malas decisiones tomadas previamente, si las hormigas no eligen una arista, el valor de feromona asociado disminuye exponencialmente con el número de iteraciones. Después de la evaporación, todas las hormigas depositan feromona en las aristas que han cruzado en su recorrido (Dorigo, 2004)

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij} \quad (2.69)$$

Donde $\Delta\tau_{ij}$ es la cantidad de feromona depositada por la hormiga k en las aristas visitadas, definida por:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{1}{C^k} & \text{si la arista pertenece a } T^k \\ 0 & \text{si no pertenece} \end{cases} \quad (2.70)$$

Donde C^k es la distancia T^k del recorrido de la k -ésima hormiga y se calcula como la suma de las longitudes de las aristas que pertenecen a T^k . (Dorigo, 2004)

2.12.4 Recocido simulado

Su nombre se debe a la analogía de los procesos físicos de recocido de sólidos en los cuales un sólido cristalino es calentado a una temperatura muy alta hasta que “se derrita” la estructura y después se deja enfriar lentamente hasta que alcanza la mayor la configuración de trama más regular posible y así un cristal libre de defectos (Gendreau, 2010).

En la fase líquida, las partículas se distribuyen aleatoriamente, el estado de energía mínima se alcanza cuando la temperatura inicial es lo suficientemente alta y el tiempo de enfriamiento es suficientemente largo. De lo contrario el sólido será encontrado en estado metaestable con energía no mínima, esto se conoce como endurecimiento, que consiste en el enfriamiento brusco de un sólido. (Kirkpatrick *et al*, 1982).

El recocido simulado transfiere este proceso a local algoritmos de búsqueda para problemas de optimización combinatoria. Asociando soluciones factibles de problemas de optimización combinatoria a estados de un sistema físico, teniendo costos asociados a estos estados de energía. (Dorigo, 2004)

El recocido simulado es una metaheurística de búsqueda local, capaz de evadir los óptimos locales, evitando que la búsqueda local finalice en óptimos locales.

Lo hace asociando el conjunto de soluciones del problema atacado con los estados del sistema físico, la función objetivo con la energía física del sólido, y las soluciones óptimas con los estados energéticos mínimos. (Dorigo, 2004)

Su facilidad de implementación y propiedades de convergencia y su capacidad para evadir de los óptimos locales lo han convertido en una técnica popular en las últimas dos décadas. Por lo general, se utiliza para abordar problemas de optimización discretos. (Metrópolis *et al*, 1953).

En 1953, tres investigadores estadounidenses desarrollaron un algoritmo para simular el proceso de recocido físico. Su objetivo era reproducir fielmente la evolución de la estructura física de un material sometido a recocido. Este algoritmo se basa en técnicas de Monte Carlo donde se genera una secuencia de estados del sólido a partir de un estado inicial i de energía E_i , modificando la posición de una partícula se genera un nuevo estado j de energía E_j . (Metrópolis *et al*, 1953).

Si la diferencia de energía, $E_i - E_j$ es positiva, el estado j se convierte en el nuevo estado actual. Si la diferencia de energía es menor que o igual a cero, entonces la probabilidad de que el estado j se convierta en el estado actual es dada por:

$$P_r \{ \text{estado actual} = j \} = e^{\left(\frac{E_i - E_j}{k_b T} \right)} \quad (2.71)$$

Donde T representa la temperatura del sólido y k_b es la constante de Boltzmann ($1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$)

El criterio de aceptación del nuevo estado se denomina criterio de Metrópolis. Si el enfriamiento se lleva a cabo con suficiente lentitud, el sólido alcanza un estado de equilibrio en cada temperatura T .

En el algoritmo de Metrópolis, este equilibrio se logra generando una gran cantidad de transiciones a cada temperatura. El equilibrio térmico se caracteriza por la distribución estadística de Boltzmann. La probabilidad de que el sólido esté en el estado i de energía E_i a la temperatura T está dada por:

$$P_r \{ x = i \} = \frac{1}{Z(T)} e^{-\left(\frac{E_i}{k_b T} \right)} \quad (2.72)$$

Donde x es una variable aleatoria asociada al estado actual del sólido, $Z(T)$ es el coeficiente de normalización definido como:

$$Z(T) = \sum_{j \in S} e^{-\left(\frac{E_j}{k_b T} \right)} \quad (2.73)$$

En recocido simulado, el algoritmo Metropolis se aplica para generar una secuencia de soluciones en el espacio de búsqueda S . Para hacer esto, se hace una analogía entre un sistema una multi-partícula y el problema de optimización mediante el uso de las siguientes equivalencias:

Los puntos del espacio de estados (soluciones) representan los posibles estados del sólido;

La función a minimizar representa la energía del sólido.

El parámetro de control c actúa como temperatura, expresándose en las mismas unidades que el objetivo optimizado.

Asumiendo que el usuario proporciona para cada punto en el espacio de búsqueda, una vecindad y un mecanismo para generar una solución en esta vecindad, definiendo en criterio de aceptación está dado por:

$$P_r \{ \text{Aceptación } j \} = \begin{cases} 1 & \text{si } f(j) < f(i) \\ e & \text{si } f(j) \geq f(i) \end{cases} \quad (2.74)$$

Por analogía, el principio de generación de un vecino corresponde a la perturbación mecanismo del algoritmo de Metrópolis, y el principio de aceptación representa el criterio de Metrópolis. (Metrópolis *et al*, 1953).

Una transición representa el reemplazo de la solución actual por una solución vecina. Esta operación se realiza en dos etapas: generación y aceptación.

Una de las principales características del recocido simulado es su capacidad para aceptar transiciones que degradan la función objetivo.

Al inicio del proceso, el valor de la temperatura C_k es alto, aceptando transiciones con una alta degradación del objetivo, explorando a fondo el espacio de búsqueda, conforme C_k disminuye, solo las transiciones mejoran el objetivo, o con un objetivo de deterioro el objetivo, son aceptados. cuando C_k tiende a cero, no se aceptan el objetivo o el deterioro, y el algoritmo de recocido simulado se comporta como un algoritmo de Monte Carlo.

Basado en la hipótesis de la ergodicidad de que un sistema de partículas se puede considerar como un conjunto que tiene propiedades estadísticas observables, se pueden deducir del sistema estadístico de equilibrio, la energía media, la distribución de energía y la entropía.

Si el conjunto de partículas es estacionario, la probable densidad asociada con la fase de los estados e de equilibrio depende de la energía del sistema.

En la fase de equilibrio la probabilidad de que el sistema está dado por un estado i , con una energía E_i se da por la ley de Boltzmann: (Aarts & Korst, 1989).

Después de un número suficiente de transiciones con un parámetro de control fijo c , y usando la siguiente probabilidad de aceptación:

$$P_c\{\text{acpetación pt } j|S_i\} = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } f(j) < f(i) \\ e^{\left(\frac{f(i)-f(j)}{c}\right)} & \text{si } f(j) \geq f(i) \end{cases} \quad (2.75)$$

El algoritmo de recocido simulado encuentra una solución $i \in S$ con la probabilidad:

$$P_c\{x = 1\} = q_1(c) = \frac{1}{N_0(c)} e^{\left(-\frac{f(x)}{c}\right)} \quad (2.76)$$

Donde X es una variable aleatoria que representa el estado actual del algoritmo de recocido, $N_0(c)$ es el coeficiente de normalización:

$$N_0(c) = \sum_{j \in S} e^{\left(-\frac{f(j)}{c}\right)} \quad (2.77)$$

El algoritmo de recocido simulado posee la propiedad de convergencia estocástica hacia un óptimo global siempre que proporcione una caída de temperatura infinitamente larga, con pasos de desintegración infinitamente pequeños. Este esquema de desintegración es puramente teórico y uno intentará en la práctica acercarse a este ideal mientras se mantienen tiempos de ejecución dentro de lo razonable. (Aarts & Korst, 1989).

Sea W el conjunto de posibles soluciones, el objetivo es encontrar dentro de ese conjunto una solución w que exista en W .

Comienza con una solución inicial que pertenece a W , esta es generada de forma aleatoria o generada por una regla específica y basado en un criterio de aceptación en el que los modelos dentro de un sistema termodinámico se mueven desde la solución actual a la solución candidata, en la cual la energía contenida es minimizada, la solución candidato es aceptada como solución actual basada en la probabilidad de aceptación.

Esta probabilidad de aceptación es el elemento básico del mecanismo de búsqueda de este algoritmo, si la temperatura desciende lo suficientemente lento, entonces el sistema alcanza el equilibrio en cada iteración (Gendreau & Potvin 2010).

2.12.5 Vecindades variables

Existen problemas NP-duros que requieren mucho tiempo para resolver una instancia, mismo crece de manera exponencial. Por lo mismo, se tienen que usar métodos de solución aproximados, que generan buenas soluciones, incluso optimas a bajo costo computacional.

Una opción es el uso de heurísticas para resolver problemas de optimización, pero existe el riesgo de quedar atrapadas en mínimos locales (Gendreau & Potvin 2010).

Búsqueda en vecindades variables, es una metaheurística propuesta por Mladenovic y Hansen en 1997, Se basa en la idea de un cambio sistemático de vecindario, tanto en una fase de descenso para encontrar un óptimo local como en la de una perturbación para salir del valle correspondiente.

Una alternativa es el uso de metaheurísticas para salir de mínimos locales, estas deben de ser simples y de aplicación general, estar formuladas en términos matemáticos precisos, deben de encontrar las soluciones óptimas para la mayoría de los casos, en un tiempo razonable y deben de poder aplicarse a nuevos tipos de problemas (Gendreau & Potvin 2010).

Los algoritmos basados en búsqueda local o de vecindades se mueven en el espacio de soluciones completas, son la base de métodos usados en problemas de optimización.

Son procesos iterativos donde se define una vecindad y en ella comienza con una solución inicial, realizando modificaciones locales hasta encontrar una mejor solución.

Del diseño de la vecindad depende el buen desempeño del algoritmo, la vecindad incluye todas las posibilidades de soluciones que se consideran en cada punto. La regla de pivoteo

define como seleccionar al mejor vecino y como seleccionar al mejor vecino de todos, este algoritmo tiene la ventaja de encontrar soluciones rápidamente, pero tiene la desventaja de quedar atrapado en mínimos locales (Gendreau, 2010).

Búsqueda en vecindades variables, es una metaheurística propuesta por Mladenovic y Hansen en 1997, Se basa en la idea de un cambio sistemático de vecindario, tanto en una fase de descenso para encontrar un óptimo local como en la de una perturbación para salir del valle correspondiente.

Originalmente diseñada para la solución de aproximación de problemas de optimización combinatoria, recientemente se extendió para abordar programas enteros mixtos, programas no lineales y programas no lineales enteros mixtos. Además, se ha utilizado como una herramienta para la teoría de grafos automatizada o asistida por computadora. (Gendreau, 2010).

Esto permitió el descubrimiento de más de 1500 conjeturas en ese campo y a la prueba automatizada de más de la mitad de ellas. Esto debe compararse con la demostración sin ayuda de unas 400 de estas conjeturas por muchos matemáticos diferentes. Las aplicaciones están aumentando rápidamente en número y aplicación en muchos campos, como: teoría de ubicación, análisis de conjuntos, programación de rutas, diseño de redes, inteligencia artificial, diseño de telecomunicaciones, etc.

Para problemas determinísticos de optimización se formula como:

$$\min\{f(x) \mid x \in X, X \subseteq G \quad (2.78)$$

donde G representa el espacio solución, S el conjunto de soluciones factibles, x una solución factible y f una función objetivo de valor real.

Si G es un conjunto finito, pero de gran tamaño, se define un problema de optimización combinatoria. Si $= \mathbb{R}^n$, nos referimos a la optimización continua. Una solución $x^* \in X$ es óptima si

$$f(x^*) \leq f(x), \forall x \in X \quad (2.79)$$

Un algoritmo exacto encuentra, si existe, una solución óptima x^* , junto con la prueba de su optimalidad, muestra que no hay una solución factible o una solución es ilimitada. En la práctica, el tiempo necesario para hacerlo debería ser finito y no demasiado largo.

Para una optimización continua, es razonable permitir cierto grado de tolerancia, detenerse cuando se detecten suficientes convergencias.

Sea N_k , ($k = 1, \dots, k_{max}$), un conjunto finito de estructuras vecinas preseleccionadas, y $N_k(x)$ el conjunto de soluciones en la k -ésima vecindad de x . La mayoría de las heurísticas de búsqueda locales usan solo una estructura de vecindad, es decir, $k_{max} = 1$.

Con frecuencia los vecindarios sucesivos N_k están anidados y se puede inducir a partir de una o más funciones métricas introducidas en un espacio de solución G .

Una solución óptima x_{opt} o mínimo global es factible si se alcanza un mínimo. Sea $x' \in X$ un mínimo local con respecto a N_k , si no hay una solución $x \in N_k(x') \subseteq X$ tal que $f(x) < f(x')$.

Las metaheurísticas basadas en procedimientos de búsqueda locales, tratan continuar la búsqueda por otros medios después de encontrar el primer mínimo local. Vecindades variables se basa en tres hechos simples:

- En un mínimo local, una estructura de vecindario no lo es necesariamente para otra
- Un mínimo global es un mínimo local de todas las estructuras de vecindad posibles
- Para muchos problemas, uno o varios mínimos locales N_k están relativamente cerca unos de otros.

Esto implica que un óptimo local a menudo proporciona alguna información sobre el óptimo global.

El método de vecindades variables descendentes realiza un cambio de vecindario de manera determinista.

Estos se denotan como N_k , ($k = 1, \dots, k_{max}$),. La mayoría de las heurísticas de búsqueda locales utilizan uno o, a veces, dos vecindarios para mejorar la solución actual (es decir, $k_{max} \leq 2$), donde la solución final debe ser un mínimo local en todas las vecindades de k_{max} , por lo tanto, probable que se alcance un óptimo global que con una sola estructura. (Belacel et al, 2002)

El método de vecindades variables reducidas se obtiene cuando se selecciona un punto aleatorio de $N_k(x)$ y no se intenta descender desde este punto. Por el contrario, el valor del nuevo punto se compara con el actual y se actualiza en caso de mejora. sumiendo que se ha existe una condición de parada entre dos mejoras.

El cambio de formulación dentro de vecindades variables es un enfoque tradicional para abordar un problema de optimización, buscando en el conjunto de soluciones factibles de X , el mismo problema, puede ser formulado de diferentes maneras, es posible extender los paradigmas de búsqueda e incluir saltos de una formulación a otra. Para cada formulación debe prestarse a algún método de búsqueda tradicional, su "búsqueda local" que funciona totalmente dentro de esta formulación y produce una solución final cuando se parte de alguna solución inicial. Cualquier solución que se encuentre en una formulación debería ser fácilmente traducible a su solución equivalente en cualquier otra formulación. Pasando de una formulación a otra utilizando la solución resultante de la búsqueda local de la primera formulación como solución inicial de la búsqueda local de la segunda formulación. Estrategia solo será útil cuando las búsquedas locales en diferentes formulaciones se comporten de manera diferente.

Para la mayoría de las heurísticas modernas, la diferencia de valor entre la solución óptima y la solución aproximada obtenida no se conoce con precisión. El rendimiento garantizado de la heurística primaria se puede determinar si se puede encontrar un límite inferior en el valor de la función objetivo. Con este fin, el enfoque estándar es relajar la condición de

integralidad en las variables primarias, basándose en una formulación de programación matemática del problema. Sin embargo, cuando la dimensión del problema es grande, incluso el problema relajado puede ser imposible de resolver exactamente por los solucionadores comerciales estándar.

Por lo tanto, hay la opción de resolver heurísticamente problemas duales relajados. Obteniendo límites garantizados en el desempeño heurístico. (Hansen,& Mladenovic, 2001)

Con el objeto de optimizar el tiempo de respuesta y minimizar el riesgo de quedar atrapado en mínimos locales se considera dividir la vecindad, La idea básica es ir cambiando en forma sistemática la vecindad al momento de realizar la búsqueda, una variante de esta técnica que tiene como objetivo el evitar entrar en ciclos por quedar atrapado en mínimos locales es la Búsqueda Tabú.

1.12.6 Búsqueda Tabú

La Búsqueda Tabú (BT) es una metaheurística cuya característica distintiva es el uso de memoria adaptativa y de estrategias especiales de resolución de problemas. Su filosofía se basa en la explotación de diversas estrategias inteligentes para la resolución de problemas, basadas en procedimientos de aprendizaje (Gendreau & Potvin 2010).

Sobre la base de algunos de sus trabajos anteriores, Fred Glover propuso un nuevo enfoque, que llamó búsqueda tabú (BT), permitiendo que los métodos de búsqueda superen los óptimos locales, muchos elementos de la primera propuesta de BT, y algunos elementos de posteriores elaboraciones, se introdujeron, incluida la memoria a corto plazo para prevenir la reversión de movimientos recientes y la memoria de frecuencia a largo plazo para reforzar componentes atractivos. El principio básico de BT es realizar una búsqueda local (BL) siempre que se encuentre un óptimo local al permitir movimientos que no mejoran; volver al ciclo anterior. (Glover, 1986)

La memoria adaptativa de BT explota la historia del proceso de resolución del problema haciendo referencia a cuatro dimensiones principales, consistentes en la propiedad de ser reciente, en frecuencia, en calidad, y en influencia. El algoritmo de BT simple aplica búsqueda local con el criterio de “La mejor solución encontrada” como componente básico y usa una memoria de corto plazo, para poder escapar de óptimos locales y evitar ciclos en la búsqueda. La memoria de corto plazo está implementada como una lista tabú que mantiene registro de las soluciones visitadas más recientemente y prohíbe movimientos hacia ellas (Gendreau & Potvin 2010).

La implementación de la memoria a corto plazo como una lista que contiene soluciones completas puede no ser efectiva, por lo que, en lugar de almacenar soluciones, se almacenan atributos de soluciones como por ejemplo componentes de soluciones, movimientos o

diferencias entre dos soluciones. De esta forma, se restringe la vecindad de la solución actual a soluciones que no pertenecen a la lista tabú (Gendreau & Potvin 2010).

Las soluciones visitadas se evitan mediante el uso de una memoria, llamada lista tabú, que registrar la historia reciente de la búsqueda, una idea clave que se puede vincular a conceptos de inteligencia. Glover no vio a búsqueda tabú como una heurística adecuada, sino más bien como una metaheurística, es decir, una estrategia general para guiar y controlar la heurística interna adaptada específicamente a los problemas en cuestión.

La búsqueda tabú es una extensión de los métodos clásicos de búsqueda local. De hecho, BT básico puede verse simplemente como la combinación de BL con recuerdos a corto plazo. Sigue que los dos primeros elementos básicos de cualquier heurística BL búsqueda espacio y estructura de vecindario.

El espacio de búsqueda de una heurística BL o BT es simplemente el espacio de todas las soluciones posibles que se pueden considerar durante la búsqueda.

El espacio de búsqueda puede ser el conjunto de soluciones factibles al problema, donde cada punto en el espacio de búsqueda corresponde a un conjunto de rutas que satisfacen todas las restricciones especificadas. (Gendreau & Potvin 2010).

La definición del espacio de búsqueda parece natural, pero no siempre es así, es posible obtener un espacio de búsqueda más atractivo al restringir el espacio de búsqueda a las variables de ubicación binarias, de las cuales la solución se puede obtener resolviendo el problema asociado para obtener las variables de flujo óptimas. (Glover, 1986)

Estrechamente vinculado a la definición del espacio de búsqueda está el del vecindario.

En cada iteración de BL o BT, las transformaciones locales que se pueden aplicar a la solución actual, representada por S , definiendo un conjunto de soluciones vecinas en el espacio de búsqueda, denotado N_S , que es un subconjunto del espacio de búsqueda compuesto por todas las soluciones obtenidas aplicando una transformación local a S .

En general, para cualquier problema específico en cuestión, hay más estructuras de vecindad posibles que definiciones de espacios de búsqueda.

Esto se deriva del hecho de que puede haber varios vecindarios plausibles estructuras para una definición dada del espacio de búsqueda.

Tabú es uno de los elementos distintivos de BS en comparación con BL. Como ya mencionado, los tabús se utilizan para evitar el ciclismo cuando se aleja de los óptimos locales a través de movimientos que no mejoran. La clave aquí es que cuando esta situación ocurre, es necesario hacer algo para evitar que la búsqueda rastree sus pasos de donde vino.

Esto se logra declarando tabú (rechazo) movimientos que revertir el efecto de los movimientos recientes. (Gendreau & Potvin 2010).

Por ejemplo, v1 se acaba de mover de R1 a R2, se podría declarar tabú en movimiento de R2 a R1 para cierto número de iteraciones

Los tabús también son útiles para ayudar a que la búsqueda se aleje de porciones visitadas anteriormente del espacio de búsqueda y, por lo tanto, realizar más exploraciones.

Los tabús se almacenan en una memoria a corto plazo de la búsqueda o lista tabú y normalmente sólo se registra una cantidad fija y limitada de información. (Gendreau *et al*, 1994)

Para BT, los tabús pueden prohibir movimientos atractivos, incluso cuando no hay peligro caer en óptimos locales, o pueden conducir a un estancamiento del proceso de búsqueda. Por tanto, es necesario utilizar dispositivos algorítmicos que le permitan revocar tabús. Estos se denominan criterios de aspiración. El criterio de aspiración más simple y más comúnmente utilizado, que se encuentra en casi todas Implementaciones de BT, consiste en permitir un movimiento, aunque sea tabú, si resulta en una solución con un valor objetivo mejor que el de la solución más conocida actual. (Gendreau & Potvin 2010).

Capítulo 3

Estado del arte

Agudelo, Agudelo y Peláez (2017) La actividad de Bolsa de valores de Colombia puede ser pronosticada en buena parte por el valor histórico de un mes y las actualizaciones de 5 y 12 meses contribuyen a pronosticarla, como variables exógenas, una muestra de rendimientos positivos de los últimos tres meses, la presencia de emisiones primarias y el índice VIX de volatilidad del SP500. Estos resultados se mantienen en un alto grado al emplear medidas alternativas de actividad bursátil, el número total de operaciones y la rotación.

Se proponen un modelo de pronóstico de la actividad bursátil que puede servir de modelo para otros mercados accionarios de Latinoamérica. El modelo obtenido es altamente predictivo del valor transado total del mercado al siguiente mes.

La estimación de la actividad bursátil es de utilidad para instituciones como la Bolsa de Valores de Colombia, reguladores de los mercados financieros, así como para grandes inversionistas institucionales.

Para ello, se emplea información de transacciones diarias por tipo de agente de la BVC, entre enero de 2007 y diciembre de 2016.

Esta investigación busca encontrar la evolución de la actividad bursátil del mercado accionario en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) entre 2007 y 2016, las variables que explican dicha evolución y los eventos que impactaron su comportamiento.

Para este trabajo se planteó un modelo de pronóstico del comportamiento de la actividad bursátil, que incluye variables explicativas que busca pronosticar la actividad bursátil del siguiente mes con razonable certeza.

Los resultados interesan a los inversionistas institucionales con altas posiciones en acciones como los fondos de pensiones y las carteras colectivas, a los responsables de un volumen importante de transacciones como las sociedades comisionistas de Bolsa y a las instituciones que dependen de la actividad bursátil.

Carrasco, Soto, Adasme y Alfaro (2014) aplican algoritmos genéticos para pronosticar la variación en los precios del cobre (Cu), con el fin de mejorar el grado de certeza al incorporar la inversa del porcentaje de pronóstico de signo PPS, obteniendo un máximo de un 67,12% y una rentabilidad 9,66 %, versus una rentabilidad *Buy and Hold* del -2,0% para 73 días de observación.

En Chile, el precio del cobre y como fluctúa es un tema de impacto económico muy importante, tanto para el gobierno como para la industria minera, por lo que resulta muy importante la estimación de precios.

Para esta investigación se usó un algoritmo genético para modelar el sistema de pronósticos multivariados dinámicos en el que se representa una solución parcial de cadenas binarias de largo constante y es mejorada usando métodos de búsqueda multipuntos basados en teorías evolucionistas, logrando soluciones de mejor calidad y velocidad en relación con los algoritmos de búsqueda antes investigados.

El algoritmo se implementa en plataforma orientada a objetos, obteniendo los pronósticos sobre los precios del Cu.

Por otra parte, el análisis de datos se realiza con el programa estadístico R. La metodológica, consta de 4 etapas:

- Generación: Generar la población inicial en un proceso estocástico de tamaño predefinido.
- Población: En la que se determina una población de treinta individuos y pasa por un proceso de renovación, incorporando nuevos individuos que fueron generados con la mezcla del material genético de los individuos más aptos y eliminando los individuos no aptos.
- Evaluar y seleccionar a los individuos más aptos para la reproducción y mutación.
- Evaluar, analizar y archivar los resultados de cada generación.

El objetivo del uso del algoritmo genético es encontrar el modelo de pronóstico multivariado dinámico que maximice el porcentaje de predicciones de las variaciones diarias de los precios del Cu que presenta la Bolsa de Metales de Londres y faciliten el pronóstico de precios futuros del este metal.

Para determinar las variaciones de precio del Dow y Cu, en términos generales se aplicó el modelo

$$\forall Y_f = X_t - X_{t-1}, \forall t, t \in z \quad (3.1)$$

Donde:

$\forall Y_t$ es la variación del precio.

X_t es el precio del periodo.

X_{t-1} es el precio del periodo anterior.

De los resultados obtenidos se concluye que los dos mejores modelos nacen en la decimotercera generación, ambos con una capacidad predictiva de 67,12 % y una rentabilidad del periodo de 9,66 % y 7,52 %, respectivamente.

El porcentaje de predicción de signo (PPS) de los mejores resultados de los individuos seleccionados por su mejor fitness en cada generación está representado por

$$PPS_{max} = (\max, (PPS - 1)) \quad (3.2)$$

$$Fitness = \frac{PPS_{max} + (\frac{Rent}{4})}{2} \quad (3.3)$$

Los resultados en rentabilidad de los 350 modelos evaluados, es en promedio de 3.43 %, con una desviación estándar 2.3 %, un mínimo de 0.007 % y un máximo de 10.75 %

Se concluye que, con la aplicación de algoritmos genéticos para pronosticar el precio de Cu, mejoró la precisión con un PPS máximo de 67.12 % y una rentabilidad 9.66 %.

Beyzanur *et al.* (2016), Proponen el uso de un método que integra algoritmos genéticos y el modelo de auto regresión de media móvil (ARMA) para pronosticar el consumo de gas natural en Estambul.

El gas natural es la fuente principal de energía debido a sus numerosas ventajas, como el ser amigable con el medio ambiente, la facilidad de almacenamiento y su fluido transporte, comparado con otros combustibles, además de tener una amplia gama de aplicaciones en la industria, generación eléctrica y en los sectores residenciales y comerciales.

El incremento de la demanda hace que se dependa en las importaciones energía, principalmente petróleo y gas, de acuerdo con el Ministerio de Energía y Recursos Naturales, en 2015 se generó el 37.8% de la energía eléctrica usando gas natural en ese país, por lo que la precisión del modelo de pronóstico del consumo de gas natural es crucial para que quienes diseñan políticas y autoridades de energía puedan minimizar las pérdidas económicas y eliminen condiciones indeseables.

El principio de los algoritmos genéticos se basa en la supervivencia de los mejores individuos. La función de desempeño (fitness) mejora las generaciones obteniendo finalmente la mejor solución.

La población inicial se genera aleatoriamente, cada elemento de la población se codifica como un número real en el rango de [0-1], seleccionando a los individuos más apropiados con base a la evaluación de aptitud para el grupo de apareamiento, se aplican operadores de cruce y mutación, respectivamente, para producir nueva descendencia, el procedimiento repite un número de veces predefinido.

El tamaño de la población es el número de cromosomas en cada generación y es un parámetro importante para aumentar el rendimiento de los algoritmos genéticos. No hay un estándar para especificar el tamaño.

El objetivo es hacer un pronóstico de acuerdo con el modelo ARMA con un error mínimo. Intente minimizar las desviaciones de los datos reales. La función de condición física se crea como error de porcentaje absoluto medio (MAPE) y calculado con la siguiente función: donde D_{actual} y $D_{estimado}$ son el consumo de gas natural real y estimado, y n es el número de observaciones.

$$\min \text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{D_{actual(i)} - D_{estimada(i)}}{D_{actual(i)}} \right| \quad (3.4)$$

Otro de los objetivos es el de minimizar el costo total de la subestimación del consumo de gas natural, si el error es menor que 0 (error < 0), se producirá una grave crisis de demanda insatisfecha para las personas de la provincia periodo de tiempo. La función de costo se calcula de la siguiente manera:

$$\text{cost} = \sum_i e_i \quad (3.5)$$

$$e_i = \begin{cases} |D_{actual(i)} - D_{estimada}|, & D_{actual(i)} \leq D_{estimada} \\ p * |D_{actual(i)} - D_{estimada}|, & D_{actual(i)} > D_{estimada} \end{cases} \quad (3.6)$$

La operación de selección es una parte importante del algoritmo evolutivo para alcanzar los mejores cromosomas. El operador de selección elige los cromosomas del grupo de cruce de acuerdo con el principio de funcionamiento del GA, "los individuos más aptos o con mejor desempeño tienen más posibilidad de supervivencia menos aptos". La ruleta se utiliza para una selección probabilística se representa con la ecuación:

$$P(x_i) = \frac{f(x_i)}{\sum_{j=1}^N f(x_j)} \quad (3.7)$$

La operación de cruce proporciona la nueva descendencia para la próxima generación, seleccionando aleatoriamente dos cromosomas parentales y haciendo el intercambio de información.

La diversificación es muy importante en GA, el cruzamiento busca mantener las fortalezas y eliminar debilidades, para lograr un punto óptimo utilizado cruzamiento de dos puntos con una probabilidad de cruce (PC).

La operación de mutación se utiliza para poner nueva información genética con la modificación de los genes de un cromosoma seleccionado con una probabilidad de mutación (Pm).

Debido al valor real codificado, se ha agregado o sustraído un pequeño número del valor seleccionado para realizar la operación de mutación de acuerdo con la tasa de mutación en el estudio.

La mutación es una operación de divergencia que permite evitar óptimos locales en el espacio de búsqueda.

Se han Utilizado dos criterios de paro diferentes, el número máximo de iteraciones como primer criterio y el segundo se decide según la mejora de la función de aptitud. Si no hay mejora en la última función de aptitud de la solución óptima después de un número prescrito de iteraciones.

Las decisiones de inversión en energía, que tienen un alcance estratégico de alto nivel para Turquía, dependen completamente de la precisión del pronóstico de consumo, en este punto, los métodos convencionales por sí solos pueden ser insuficientes para cumplir con las expectativas correctas de pronóstico debido a la falta de identificación de patrones de ARMA y los juicios subjetivos sobre la determinación del retraso.

En este estudio, los algoritmos genéticos proporcionan una forma de identificación objetiva y efectiva para la estimación de parámetros del modelo ARMA. Para direcciones futuras, otros métodos de inteligencia artificial, aplicados de forma individual o colectiva pueden tener resultados más precisos.

Mejía, *et al.* (2017), en Pronóstico del precio diario de las acciones de *The Coca-Cola Company (KO)*, que cotiza en la Bolsa Mexicana de Valores. Buscan pronosticar el precio diario de las acciones de Coca Cola (Ko) basados en el modelo Box-Jenkins, con la cual se ajusta un modelo estadístico al comportamiento de la serie de tiempo del precio diario de acciones.

Los datos históricos han sido obtenidos de la base de datos de ECONOMÁTICA y van desde el 04 de septiembre de 2012 al 30 de septiembre de 2015. Se realizaron pronósticos para el mes de octubre de 2015, los cuales comprenden 22 días.

Con base en la información disponible, se busca un patrón que represente el comportamiento de datos pasados, teniendo como base las características del precio diario de las acciones y demostrar que el precio de una acción en el mercado mexicano es un proceso factible de modelar.

Con el fin de encontrar un modelo general, se aplicará esta metodología, la cual trabaja con series estacionarias. Dicha metodología trata sobre un procedimiento iterativo que consiste en cuatro pasos: Identificación, estimación, validación y pronóstico.

Se tiene una serie con el nivel de los precios diarios de las acciones de los 773 días, los cuales no presentan algún patrón estacional, la serie es no estacionaria, en primer orden.

Con objeto de obtener valores estacionarios $z_\beta, z_{\beta+1}, \dots, z_n$ de la serie temporal es necesario aplicar una transformación a los datos. Pretendemos determinar si al aplicar la transformación $z_t = y_t - y_{t-1}$ (Primera diferencia). Se generan valores estacionarios de la serie temporal:

$$z_\beta = z_2 = y_2 - y_1 = 37.509998 - 37.279999 = 0.229999 \quad (3.8)$$

$$z_{\beta+1} = z_3 = y_3 - y_2 = 38.150002 - 37.509998 = 0.640004 \quad (3.9)$$

•
•
•

$$z_n = z_{773} = y_{773} - y_{772} = 40.119999 - 39.6600 = 0.4599 \quad (3.10)$$

Las primeras diferencias fluctúan con una variación constante alrededor de una media constante, estas primeras diferencias son estacionarias.

Una vez que se cuenta con una serie estacionaria, se procede al ajuste del modelo para la serie estacionaria del 04/09/2012 al 30/09/2015, se plantea el siguiente modelo de medias móviles de orden 46 con elementos en 25, 33, 45 y 46:

$$Z_t = a_t - \theta_{25}a_{t-25} - \theta_{33}a_{t-33} - \theta_{45}a_{t-45} - \theta_{46}a_{t-46} \quad (3.11)$$

Se concluye que:

La metodología de Box-Jenkins para el manejo de las series de tiempo, resultan ser muy útiles para modelar los precios diarios de las acciones.

La evaluación de este estudio del modelo ARIMA desarrollado y seleccionado finalmente como el más adecuado, exhibe un desempeño bastante alto con relación a la magnitud de sus residuales, los cuales no exhiben correlación alguna.

De acuerdo con los resultados, la serie de tiempo objeto de estudio, se ajusta a un modelo ARIMA que posee cuatro factores de medias móviles. Los precios diarios de las acciones actuales y futuros de la empresa se pueden explicar por sus precios diarios en el pasado.

Los errores producidos ARIMA cumplen con los supuestos de normalidad y aleatoriedad, lo que permite confiar en la bondad de ajuste de este.

La incertidumbre siempre está presente en los procesos. El modelo propuesto puede variar dependiendo de factores externos. El pronosticador tendrá que asumir el reto de construir nuevos modelos para incorporar tal incertidumbre a sus procesos.

De La Oliva *et al* (2016), Hablan de la importancia, en la dinámica economía global, de la precisión en los pronósticos en las tendencias en el comportamiento de los tipos de cambio de monedas extranjeras, debido a la importancia para cualquier inversión futura.

El principal objetivo de este estudio es examinar la aplicación de modelos autorregresivos para pronosticar el tipo de cambio EUR/USD.

Siguiendo el enfoque tradicional Box- Jenkins para examinar el grado de estacionariedad de la serie y obtener la mejor especificación para pronosticar esta variable. El principal resultado de este estudio es que, tanto para datos fuera y dentro de la muestra, las especificaciones de media móvil (MA) y autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA) resultan buenas para pronosticar la trayectoria futura del tipo de cambio EUR/USD en el contexto de las medidas estadísticas para evaluar el desempeño de los modelos.

El pronóstico de los tipos de cambio ha sido un tema extremadamente debatido en las finanzas internacionales, a pesar de la enorme cantidad de recursos puestos a disposición de alcanzar esta meta.

Actualmente, el par Euro-Dólar (EUR/USD, constituye el tipo de cambio más importante del mercado internacional de divisas, sus fluctuaciones tienen impacto, no solo para las transacciones entre los dos bloques económicos más potentes dentro de la economía internacional, también en el resto de las economías que utilizan estas monedas como medio de intercambio para transacciones internacionales y como medio de reservas de divisas. Sin embargo, entender y pronosticar las fluctuaciones del tipo de cambio no es una tarea sencilla.

Este trabajo propone la utilización de métodos econométricos para el tratamiento de series temporales, con el fin de identificar el patrón de comportamiento pasado de la variable tipo de cambio, con el objetivo de pronosticar la tendencia futura.

Aproximación de la metodología Box-Jenkins para un modelo de pronóstico del tipo de cambio EUR/USD.

Uno de los objetivos del análisis univariante de series temporales, es modelar la serie observada en una parte que depende del pasado y otra que es impredecible. A diferencia de los métodos de alisamiento utilizados en Cuba en investigaciones previas para pronosticar la variable tipo de cambio, el método ARIMA se centra en el análisis de las propiedades probabilísticas o estocásticas de las series de tiempo por sí mismas. De ahí que esta perspectiva se aproxime al estudio de la serie a partir de los valores rezagados de sí misma y los términos estocásticos de error.

Para evaluar el resultado del pronóstico de la aplicación de la metodología Box-Jenkins, se realizó el análisis temporal del tipo de cambio EUR/USD en el período enero 2004-marzo 2014. trabajando con datos de frecuencia mensual, obteniendo una muestra de 123 observaciones, el muestreo es representativo y no sacrifica los grados de libertad necesarios para efectuar la estimación de los parámetros correspondientes. El horizonte temporal de pronóstico seleccionado será hasta diciembre 2014, por lo que se busca pronosticar el valor del tipo de cambio para ocho meses fuera de la muestra.

Partiendo del supuesto de que las series de tiempo consideradas son estacionarias, se procedió a contrastar su estacionariedad para la serie en niveles y en logaritmos, ya que estos últimos permiten controlar la variabilidad de los datos en el período.

Con base en el análisis gráfico de la serie, el cálculo del correlo-grama, la prueba de raíces unitarias tomando, como criterio de decisión, el estadístico *Dickey-Fuller* aumentado y *Phillip-Perron*, al nivel de confianza del 95 %.

La serie temporal del tipo de cambio, así como su transformación logarítmica, arrojan no estacionariedad, confirmando que la serie de tipo de cambio posee una tendencia estocástica.

La metodología Box-Jenkins utilizar series estacionarias, o las correspondientes transformaciones diferenciadas, de ahí la necesidad de aplicar transformaciones estacionarias de forma que se cumpla esta condición, ya que, para fines predictivos, se debe suponer que sus características son constantes a través del tiempo, sobre todo en períodos futuros. Por ello, cualquier modelo inferido a partir de la información recogida requiere estacionariedad para asegurar la estabilidad de los datos, y proporcionar así una base válida de pronóstico.

La información que proporcionan los correlo-gramas a partir de las funciones de autocorrelación (AC) y autocorrelación parcial (PAC), tiene gran utilidad, ya que las AC y las PAC de los procesos AR(p) y MA(q) muestran patrones opuestos: en el caso AR(p), la ACF decrece geométrica o exponencialmente, pero la PAC se corta después de un cierto número de rezagos, mientras que lo opuesto sucede a un proceso MA(q). En el caso de los ARMA (p, q), ambos coeficientes tienen un patrón de decrecimiento exponencial.

Los pronósticos alcanzados por los modelos *MA(1)* y *MA(7)*, se obtienen con las ecuaciones:

$$MA(1): y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad (3.12)$$

$$d(ltipo) = a_t - 0.323791 a_{t-1} \quad (3.13)$$

$$MA(7): y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_7 a_{t-7} \quad (3.14)$$

$$d(ltipo) = a_t - 0.293406 a_{t-1} - (-0.313568) a_{t-7} \quad (3.15)$$

Se concluye que:

Independientemente del modelo final seleccionado, los resultados indican que la evolución de la serie del tipo de cambio muestra componentes autorregresivos o de medias móviles en el primer y séptimo retardo, lo cual a los efectos de la frecuencia de los datos implica que existe influencia del séptimo mes en el tipo de cambio corriente.

Los residuos de cada modelo también resultaron estacionarios, con lo que corresponde efectuar las predicciones y seleccionar aquel que represente un mejor ajuste y contenga menor error de pronóstico. Para ello se tendrá en cuenta el coeficiente de desigualdad de Theil y la raíz del error cuadrático medio (ECM), ambos criterios internacionalmente utilizados para el proceso de selección del mejor modelo predictivo.

Los resultados de las predicciones estáticas en los modelos seleccionados arrojan coeficientes de desigualdad de *Theil* cercanos a cero, lo que implica que los valores estimados no son muy diferentes de los valores reales, así como los errores de pronóstico medidos a través de la raíz del error cuadrático medio.

Se observa como patrón común que los rezagos 1, 7 de medias móviles tienen importancia para explicar el comportamiento pasado y futuro de la variable tipo de cambio, lo que indica que el proceso que generó al tipo de cambio es, como máximo, un proceso MA(7).

Además, se debe señalar que en estos modelos para retardos superiores resultó significativa la inclusión del primer rezago, lo cual condujo a mejoras en los resultados de las predicciones.

Din, (2016), En el sector de la educación superior, el pronóstico de inscripción proporciona información para la toma de decisiones y la planificación del presupuesto, las limitaciones de información pueden restringir a los tomadores de decisiones a uno u otro método de pronóstico. De modo que, en algunos casos, las instituciones de educación superior están planificando procesos tanto a corto plazo, basado en el pronóstico de inscripción como a largo plazo, basado en series de tiempo.

El modelo Auto Regresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA) es uno de los enfoques más poderosos para pronosticar, más utilizado para series de tiempo financieras, se busca ver si los datos sobre la inscripción de estudiantes pueden ajustarse a los modelos ARIMA para propósitos de estimación y pronóstico.

Se analizaron los datos de las inscripciones en educación superior dentro del marco ARIMA proporcionado por la Metodología Box Jenkins. Que representan el porcentaje de la población de 18 y 19 años matriculada en educación superior en los Estados Unidos, para los años de 1963 a 2012 para identificar un modelo de pronóstico, estimar sus parámetros, verificar el desempeño del modelo y pronosticar.

Se desarrolló un modelo de media móvil integrada autorregresiva (ARIMA) utilizando la metodología *Box-Jenkin* para ajustar el mejor modelo ARIMA a la serie temporal *Higher Education Enroll* (HEENROLL) anterior, que tiene que soportar el pronóstico de valores futuros de HEENROLL.

El modelo ARIMA tiene tres componentes:

- El componente autorregresivo, que es una regresión lineal que relaciona valores pasados de series de datos con valores futuros.
- El componente integrado, que indica cuántas veces la serie de datos tiene que diferenciarse para obtener una serie estacionaria.
- El componente del promedio móvil, que relaciona los errores de pronósticos pasados con los valores futuros de las series de datos.

La metodología de Box Jenkins (BJ) (Johnston y DiNardo, 1997) es un proceso iterativo, en el que se debe tener una serie temporal estacionaria o una serie temporal que es estacionario después de una o más diferencias.

La razón para asumir la estacionariedad es proporcionar una base válida para previsión Un proceso estocástico se llama estacionario en sentido amplio si satisface:

$$E_{(x_1)} = \mu \quad E[(x_1 - \mu)^2] = \sigma_1^2; \quad Cov(x_1, x_{1-k}) = \gamma(k) \quad (3.16)$$

La primera inspección de datos de la trama de HEENROLL a tiempo indica que el proceso no es estacionario y que es necesario diferenciarlo, en la primera diferencia de HEENROLL_LN resulta ser un proceso estacionario, posteriormente hay que determinar el p, d y q en el modelo ARIMA (p, d, q), una vez hecho esto se deben encontrar los valores apropiados de p, d y q, para después determinar los candidatos para modelos ARIMA (p, d, q). Uno de los candidatos es el modelo ARIMA (1; 1; 1):

$$HEENROLL_LN_D = C_{(1)} + C_{(2)} * HEENROLL_{LN_{D(-1)}} + C_{(3)} * MA_{(1)} \quad (3.17)$$

Con esto se estiman los parámetros de los términos de autorregresión y promedio móvil incluidos en el modelo, se verifica que el modelo se ajusta a los datos, se obtienen los residuos, ACF y PACF de residuos y se aplican pruebas de diagnóstico para validar los modelos, seleccionando el mejor de ellos.

Los pronósticos de la serie temporal HEENROLL revelan una tendencia constante de los valores de series temporales para los próximos ocho años.

Después de que los modelos de candidatos han sido estimados y validados y el criterio de selección aplicado, el modelo garantiza la máxima eficiencia ARIMA (1,1,1) es:

$$HEENROLL_LN_{t-1} = 0.003043 + 0.520764(HEENROLL_{LN_{t-1}} - HEENROLL_{LN_{t-2}} + \epsilon_t - 0.775724 \epsilon_{t-1}) \quad (3.18)$$

El estudio empírico reveló el mejor modelo validado por ARIMA para pronosticar valores futuros de las series de tiempo para los próximos ocho años.

De Greiff, S. y Rivera, J.C. (2018) en Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo, toman como ejemplo de inversión la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), su índice COLCA, está compuesto por las acciones más líquidas donde la participación de cada una de ellas se calcula en función del valor de la capitalización bursátil ajustada. Los datos analizados corresponden a las acciones del índice COLCAP del primer trimestre de 2016. La metodología planteada es totalmente independiente de las acciones utilizadas, y podría usarse cualquier periodo que se considere de interés.

Se propone implementar un algoritmo metaheurístico multiobjetivo de optimización para construir un portafolio eficiente en mercados financieros, con el fin de encontrar alternativas de inversión que tengan una rentabilidad y un riesgo atractivos para el inversionista que tenga exceso de liquidez.

Para esto se presenta un modelo de optimización basado en el modelo de media-varianza propuesto por Markowitz, teniendo en cuenta los costos de transacción y restricciones de presupuesto, posteriormente se implementa un algoritmo genético, con el fin de encontrar portafolios eficientes en la Bolsa de Valores de Colombia. Finalmente, se analiza el impacto del modelo propuesto, como el presupuesto y los costos de transacción, en las variables de desempeño del portafolio.

En una inversión el costo de transacción debe ser mayor que un valor fijo t_m . Sin embargo, para inversiones superiores a cierto monto C_m , toma la forma $v_i \cdot x_i$, donde v_i representa una comisión en porcentaje para una inversión x_i en la acción i . Así, el costo de transacción t_i puede ser expresado como el máximo entre ambos:

$$t_i = \max\{t_m, v_i * x_i\} \quad (3.19)$$

$$t_i = \begin{cases} t_m & \text{si } x_i < c_m \\ v_i * x_i & \text{si } x_i \geq c_m \end{cases} \quad (3.20)$$

El problema descrito tiene dos funciones objetivo. La primera consiste en maximizar la rentabilidad total del portafolio R_p , La segunda busca minimizar el riesgo, En este modelo, se utiliza la varianza del portafolio V_p para representar el riesgo del portafolio.

La función objetivo relativa a la rentabilidad está definida por:

$$Rentabilidad = \frac{\text{ingresos} - \text{costos}}{\text{costos}} \quad (3.21)$$

Reemplazando los respectivos valores se obtiene la siguiente función no lineal:

$$\frac{\sum_{i \in N} ((1+r_i) * p_i * n_i) - \sum_{i \in N} (r_i * p_i * n_i - t_i)}{\sum_{i \in N} (p_i * n_i + t_i)} = \frac{\sum_{i \in N} (r_i * p_i * n_i - t_i)}{\sum_{i \in N} (p_i * n_i + t_i)} \quad (3.22)$$

Si se invierte la totalidad del presupuesto disponible se tiene:

$$B = \sum_{i \in N} (r_i * p_i * n_i - t_i) \quad (3.23)$$

La rentabilidad total puede ser reescrita como:

$$R_p = \frac{\sum_{i \in N} (r_i * p_i * n_i - t_i)}{B} \quad (3.24)$$

Los valores de beneficios y rentabilidad no son iguales, los portafolios obtenidos por el modelo de optimización si lo son.

Al incluir los costos de transacción la reducción en la rentabilidad ΔR es igual a:

$$\Delta R = \sum_{i \in N} \frac{t_i}{B} \quad (3.25)$$

Si los costos de transacción son iguales a cero ($t_i = 0$), la función objetivo $f_{-(R)}$ es expresada como:

$$f_{(R)} = \sum_{i \in N} (r_i * p_i * n_i) \quad (3.26)$$

El modelo matemático completo es descrito por las ecuaciones Función objetivo relacionada con la maximización de la rentabilidad R_p .

$$\max R_p = \sum_{i \in N} (r_i * p_i * n_i - t_i) \quad (3.27)$$

Y Función de minimización del riesgo.

$$\min V_p = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sigma_{ij} * p_i * p_j * n_i * n_j + \sum_{i \in N} \sigma_{ij} * p_i^2 * p_j^2 \quad (3.28)$$

Tipo de acción $i \in N$ pertenece al portafolio ($y_i = 1$), el máximo número de unidades puede ser B / p_i y, cuando no pertenece ($y_i = 0$), el número máximo de unidades es cero ($n_i = 0$).

$$n_i \leq \frac{B}{p_i} * y_i \quad \forall i \in N \quad (3.29)$$

Límite de dinero invertido de acuerdo con el presupuesto B.

$$B \geq \sum_{i \in N} t_i + p_i * n_i \quad (3.30)$$

El costo de transacción debido a un tipo de acción $i \in N$ debe ser mayor que un valor fijo t_m si dicha acción pertenece al portafolio ($y_i = 1$).

$$t_i \geq t_m * y_i \quad \forall i \in N \quad (3.31)$$

El costo de transacción debe ser mayor que un valor proporcional al número de acciones n_i , el precio p_i y la tasa v_i .

$$t_i \geq v_i * p_i * n_i \quad \forall i \in N \quad (3.32)$$

Restricciones que definen el dominio de cada variable de decisión.

$$t_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (3.33)$$

$$n_i \in Z^+ \quad \forall i \in N \quad (3.34)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (3.35)$$

El método de solución propuesto en el algoritmo genético multiobjetivo conocido como NSGA-II (Deb *et al.* 2002). Los métodos para generar la población inicial, de actualización de población, los operadores de selección, cruce y mutación son adaptados específicamente para el problema planteado.

El modelo propuesto no es utilizado explícitamente para hablar de portafolios eficientes, tiene características matemáticas que no han sido utilizadas por otros autores, usar este modelo

para hallar la frontera eficiente implicaría ejecutar sucesivamente un algoritmo que resuelva este modelo.

A través de datos reales y con un ejemplo aplicado, se muestra que los mercados financieros pueden convertirse en una alternativa atractiva para que los gerentes de proyecto inviertan el exceso de liquidez y mejoren la rentabilidad del proyecto.

En la comparación que se realiza con el modelo clásico de Markowitz, se muestra el impacto que tienen los costos de transacción y el presupuesto en la composición de portafolios.

Para montos bajos de inversión, los costos de transacción hacen que el algoritmo propuesto concentre la compra en pocos activos. Esto, a diferencia del modelo de Markowitz, disminuye las comisiones y le dan una mejor rentabilidad.

Para los casos donde la inversión es alta, los costos de transacción no resultan significativos en cuanto a la composición de los portafolios cuando se comparan ambos métodos.

Aunque el algoritmo propuesto ha mostrado un gran potencial en la solución de problemas de optimización de portafolios de inversión con múltiples objetivos, a la hora de la implementación es necesario utilizar criterios adicionales para apoyar la toma de decisiones del gerente de proyectos o usuario final.

El algoritmo propuesto utiliza una población o conjunto de soluciones iniciales, así como operadores genéticos diseñados particularmente para el problema particular, los cuales ayudan al algoritmo a obtener fronteras eficientes con mayor diversidad de portafolios.

Los datos con los que se construye el portafolio pueden determinar el éxito o fracaso de este. Por lo que el entorno macroeconómico es de gran importancia a la hora de aplicar el modelo planteado.

Se propone como trabajo futuro incluir en el modelo la posibilidad de recomposición del portafolio, esto con el fin de reaccionar a tiempo ante los cambios que vive día a día el mercado. La recomposición de portafolios puede considerar técnicas relacionadas con indicadores y análisis técnico, o con modelos que consideren el costo de vender una posición en el mercado al sugerir la compra de una nueva posición.

Gortaire *et al* (2017), El Sistema de agua Papallacta-Bellavista al Centro y Norte de Quito suministra actualmente $2.4 \text{ m}^3/\text{s}$, en promedio, con esta tendencia se espera que en 2 o 3 años, la ciudad estará utilizando la capacidad total instalada de conducción de agua y la de potabilización en la Planta de Tratamiento de Bellavista. Bajo estas condiciones habrá periodos en que se presentara un déficit en el suministro, razón por la cual la EPMAPS, deberá construir nuevas tuberías de conducción y ampliar la planta de tratamiento, además de gestionar la demanda de agua mediante el uso de un “Sistema de Pronóstico de Demanda de Agua Potable” que permita conocer con anticipación los requerimientos de agua y programar la forma más eficiente de satisfacerlos.

Los pronósticos de operación de las plantas de tratamiento deben de ser por hora, día y semana, mientras que los de operación y manejo de los embalses serán semanales, mensuales, estacionales y anuales.

La fiabilidad de los modelos predictivos a la operación y gestión es particularmente importante cuando la capacidad de suministro de agua está en su punto límite.

Los pronósticos de largo plazo son muy importantes para la planificación y diseño de las obras que incrementen la capacidad de la infraestructura, ya que proyectos debe diseñarse considerando las demandas reales y otras condiciones que se producirán durante su vida útil.

Las estimaciones se sustentan en las mediciones de los últimos años que la EPMAPS realiza cada 15 minutos de los caudales entregados por la Planta de Tratamiento de Bellavista; esas mediciones demuestran que el caudal máximo diario de la demanda supera sólo en el 12%, al caudal medio anual.

El presente proyecto de investigación se enmarca en la aplicación de modelos estocásticos y de inteligencia artificial para el pronóstico de la demanda de agua potable, considerando los factores de la demanda, el alcance del pronóstico y la calidad de los datos analizados.

La demanda de agua está influenciada por variables que son controlables y por factores no controlables.

La mayoría de los métodos desarrollados para pronosticar la demanda de agua potable requieren datos históricos de la demanda y asumen que ese comportamiento observado se reproducirá en el futuro. Así es como la modelización y pronóstico de series temporales de demanda de agua.

Un avance en la elaboración de los pronósticos de demanda de agua potable constituye la utilización de modelos matemáticos de series temporales ARIMA con términos estacionales y no estacionales de órdenes p , q , P y Q , según la metodología de Box y Jenkins. Estos modelos estocásticos serán calibrados y validados con las mediciones de la demanda de agua que se han recopilado durante varios años; su desempeño se evalúa cuantificando los errores y el sesgo de los pronósticos que proporcionan.

Se seleccionan aquellos modelos que mejor satisfacen los requerimientos del usuario del pronóstico, en función del horizonte predicción y de la disponibilidad oportuna de mediciones sobre las variables exógenas que considera el modelo.

En el Diseño de Estudio interviene la recopilación de los datos y su depuración o verificación de su calidad, para luego pasar al análisis estadístico preliminar.

En este paso se ordenan los datos, se verifican y se calculan algunos estadísticos.

Se eliminan picos o grandes variaciones que se presenten de un día a otro mediante el uso de *splines* o mediante un proceso de media móvil.

El modelo de ajuste del vector X y de sus datos se basa en el modelo aditivo:

$$X_t = T_t + P_t + E_t \quad (3.36)$$

donde: T_t es la tendencia general de los datos X, P_t es la componente periódica y E_t es la componente aleatoria o ruido.

Aplicado el modelo se concluye que:

Se generará ahorro económico en las inversiones y costos de operación del servicio de agua potable de Quito y otras ciudades del País donde se aplique el sistema de pronóstico de demanda que entregará la presente investigación.

La función de pronóstico o predictiva del caudal de agua potable para Quito viene dada en forma explícita lo que permite hacer cálculos de caudales a futuro inmediato o cercano.

La función predictiva X_{pred} obtenida para el caudal de Quito puede ser precisada y mejorada en forma dinámica con la incorporación de los datos de los años 2014-2016. Los pronósticos irán desde el año 2017 en adelante y el Modelo obtenido será confrontado o comparado con modelos estocásticos u otros para tener la posibilidad de hacer un análisis comparativo de modelos y mirar que tan bueno es el presente modelo (Segunda etapa de la investigación).

Obtención de un modelo y metodología de pronóstico del caudal de agua potable aplicable a otras ciudades.

El coeficiente de determinación final, obtenido entre el vector de datos originales X y el vector correspondiente a la función de pronóstico o predictiva X_{pred} nos indica que esta función de ajuste justifica la información original en el orden del 91.8%.

Con ayuda de la función de ajuste o predictiva X_{pred} obtenida para el caudal se puede determinar los valores promedio o cargas por horas específicas, por días de la semana, por semanas o por meses, durante cualquier intervalo de tiempo entre los años 2007-2016.

Los errores relativos entre los datos originales X y los ajustados X_{pred} se encuentran en un rango que va desde un mínimo de 120 l/s a un máximo de 150 l/s.

Valdiviezo, (2017), Habla de los principales problemas que en las últimas décadas se ha agravado en las diferentes ciudades del mundo, que es el congestionamiento vehicular y los efectos que esto ocasiona.

Las grandes urbes como Ciudad de México, Londres, Los Ángeles, París, entre otras (TomTom, 2017), presentan desde hace varios años el grave problema del congestionamiento del tránsito vehicular, que además del problema del tiempo que consumen los habitantes en traslados tiene efectos negativos como la contaminación ambiental. Que causan deterioro en la calidad de vida, problemas de salud y reducción de la productividad debido a los tiempos perdidos en el camino a los lugares de trabajo.

En claro ejemplo es Ciudad de México que presenta el mayor índice de congestión con un 66% de tiempo de viaje adicional que los conductores deben permanecer atrapados en el tráfico a cualquier hora del día, llegando a perderse hasta 227 horas por año.

La contaminación ambiental provocada por los vehículos motorizados se debe principalmente a la emisión del monóxido de carbono y óxidos de nitrógeno, convirtiéndose en uno de los principales problemas de salud pública.

La búsqueda de soluciones a este problema ha cobrado notable interés, sobre todo por la relación directa existente con los altos niveles de contaminación presentados en los últimos años, por el incremento en la población mundial, el crecimiento de las ciudades y la multiplicación de automotores que circulan por las vías, que se ha convertido en un problema global, que afecta diariamente a millones de personas.

La optimización del tráfico es una tarea compleja por la gran cantidad de parámetros involucrados en su análisis.

Una de las alternativas de solución a este problema es la optimización de la duración de los ciclos de los semáforos, ya que se consideran una opción de bajo costo, al no requerir infraestructura adicional.

Con el crecimiento de las ciudades, el número de los semáforos se incrementa, y la programación por parte de los ingenieros de tráfico se vuelve una tarea más compleja. Esta tarea cobra mayor dificultad debido al gran número de combinaciones posibles, las variables que deben ser consideradas, y las restricciones a tomar en cuenta para garantizar la seguridad de conductores, peatones y vehículos.

Inicialmente las investigaciones suponían redes sencillas que no correspondían directamente a las complejas topologías de calles, intersecciones y semáforos que existen en las ciudades. Sin embargo, la aplicación de simuladores de microtráfico permitió desarrollar nuevos modelos.

Esta investigación permitió encontrar soluciones óptimas para diferentes áreas metropolitanas centrándose en dos objetivos principales: la cantidad de vehículos que llegan y la duración total del viaje de los vehículos.

La mayor parte de los estudios se centran en el análisis de una o pocas intersecciones cuyas características no necesariamente representan la estructura de la topología de las calles como las vemos en la vida real.

Los estudios recientes ya se centran en Topologías que abarcan mayor área y representan topologías de ciudades reales. Sin embargo, no se toman en cuenta ciertas características en la duración de los ciclos de los semáforos, como la duración del color amarillo que es recomendable tomarlo como una constante para que éste no afecte a la psicología del conductor que conoce el tiempo necesario para su acción de frenado (DGT, 2017).

El estudio se ha enfocado en la topología de las calles de ciertos sectores de la ciudad de Valencia, sin embargo, se puede utilizar para optimizar los ciclos de los semáforos en cualquier ciudad del mundo.

La inteligencia artificial y las metaheurísticas son herramientas que producen soluciones factibles sobre un problema de optimización, como es la asignación de tiempos a la duración de los ciclos de los semáforos. Estas técnicas permiten reducir el tiempo empleado por especialistas a las tareas de planificación y se adapta con facilidad a las diferentes topologías de las calles de diferentes ciudades.

Usando simuladores de microtráfico se obtienen las características de una topología, además de evaluar diferentes parámetros como son la contaminación por diferentes gases, tiempos de espera, duración de rutas, consumo de combustible, obteniendo soluciones factibles en tiempos relativamente cortos.

Uno de los principales problemas que genera el tráfico vehicular son los tiempos perdidos frente a los semáforos, el incrementan los volúmenes de consumo de combustible y la contaminación atmosférica.

Antiguamente los semáforos se programaban para que cada color tenga un tiempo constante de duración, y este ciclo se repetía a lo largo de todo el día, sin importar las condiciones del tráfico, los semáforos modernos son controlados por programas conectados a complejos sistemas de sensores que permiten determinar el flujo vehicular en diferentes sentidos, y establecer los colores y su duración de acuerdo con la demanda del tráfico.

Se busca la optimización de los ciclos de los semáforos, para topologías de ciudades reales, orientados a reducir los tiempos perdidos, la duración de las rutas de cada vehículo, consumo de combustible y niveles de contaminación mediante el uso de técnicas de inteligencia artificial y un simulador de microtráfico.

Para optimizar el flujo vehicular se pretende aplicar técnicas de inteligencia artificial, específicamente un algoritmo genético en la resolución del problema de la optimización de la duración de los ciclos de los semáforos.

Los datos de entrada son la topología de las calles, la información de los semáforos y sus fases, la cantidad de vehículos a simular, las rutas generadas para los vehículos y el tiempo de simulación.

Los datos de salida es un vector de números enteros positivos, que corresponden a la duración de las fases de los ciclos de los semáforos que conforman la topología ingresada.

Se Desarrolla una herramienta que permita obtener soluciones factibles en la optimización de la duración de los ciclos de los semáforos, usando técnicas de inteligencia artificial y algoritmos genéticos, que planteen su aplicación en diferentes escenarios y que se adapten a las topologías de las calles de las ciudades.

La función de fitness que permita evaluar las soluciones generadas con base en los parámetros propuestos por el simulador es la siguiente:

$$fitness = \frac{\sum_{v=0}^V \alpha D_v + \beta fuel_v + \gamma tL_v}{cvh} \quad (3.37)$$

Se busca además la disminución de la contaminación producida por CO2, consumo de combustible, duración y tiempo perdido en la ruta.

La complejidad del problema y los factores involucrados en su resolución, dificultan la aplicación de un método algorítmico o alguna técnica exacta que permita obtener una solución. Existen casos en que, dada una solución, es complicado determinar si se tiene la mejor dentro de un conjunto de posibles soluciones, por lo que la misma debe ser generada y mejorada a través de un proceso de búsqueda automática aplicando métodos de inteligencia artificial. Estas se basan en el modelado del comportamiento humano, una aproximación a las características que permiten resolver problemas complejos, obteniendo un conjunto de soluciones a partir de las cuales se obtiene una solución óptima.

En el análisis del caso de la optimización de los tiempos de duración de los ciclos de los semáforos, visto como un problema de optimización combinatorial, por las diferentes opciones de configuración, así como la gran cantidad de restricciones existentes, se decidió utilizar algoritmos genéticos. Los que permiten utilizar una representación vectorial de las soluciones, que se adecuan a los requerimientos del simulador, además de ser de fácil implementación.

Para fijar cada parámetro del Algoritmo Genético, se ejecutan 10 simulaciones con los valores seleccionados y se calcula un promedio del valor de la función de fitness obtenida.

El tamaño de la población influye directamente con el valor de fitness obtenido, teniendo en cuenta que, para tamaños de población con pocos individuos, existe muy poca variabilidad que permita evolucionar al algoritmo genético, por lo tanto, se definió el tamaño de población de 200 individuos, que permite tener una diversidad aceptable, se variará el número de generaciones entre 10 y 300 para determinar un valor óptimo, a medida que se incrementan las generaciones, el punto en donde el fitness de las soluciones empieza a converger, a partir de la generación 70, todas las soluciones empiezan a converger.

El análisis de los parámetros que forman la función de evaluación nos demuestra que las soluciones generadas con un algoritmo genético minimizan parámetros muy importantes como duración de tiempo de viaje, tiempos de espera, emisión de CO2 y consumo de combustible.

Avelar *et al.* (2019), Describen la aplicación de un algoritmo genético para obtener un pronóstico preciso de cualquier variable utilizando datos históricos, para este estudio, se utilizó el tipo de cambio peso mexicano – Dólar estadounidense en México,

El problema consiste en obtener los valores que minimizan el error cuadrático promedio entre el valor real y el valor de pronóstico para obtener un pronóstico con un margen de error mínimo.

El algoritmo genético utilizado tiene cromosomas de representación real, operador BLX-0.5 de cruce y operador de mutación no uniforme, por ser los operadores que ofrecen una mejor capacidad de exploración y explotación, aumentando precisión en 14% en comparación con la precisión del método estadístico de media móvil.

El algoritmo genético desarrollado de tipo elitista, con proceso de selección que asegura la convergencia hacia el individuo con el valor óptimo en cada generación.

El cromosoma está formado por dos genes, A y B de la función utilizada para pronosticar, la representación utilizada fue la forma directa, consistiendo en un vector de números reales.

La selección es con base en el método de la ruleta mejorado, con el que la probabilidad que tiene un individuo de reproducirse es proporcional a su valor de adaptación., la función de fitness es:

$$cul_j = \frac{\sum_{i=1}^j fit_{raw}}{\sum_{i=1}^{NPopSize} fit_{raw}}, 1 \leq j \leq NPopSize \quad (3.39)$$

donde: *fit*: Valor de aptitud, el error de estimación calculado de cada cromosoma, *cul*: Valor acumulado del total de *fits*.

El coeficiente de adaptación es:

$$fit_{scale} = \frac{fit_{max} - fit + \gamma}{fit_{max} - fit_{min} + \gamma} \quad (3.40)$$

La función de optimización es:

$$2.5(fit_{max} - fit_{min}) \text{ hasta } 0.25(fit_{max} - fit_{min}) \quad (3.41)$$

La regla de selección es:

$$cul_{n-1} \leq r_k \leq cul_n, 1 \leq n \leq NPopSize \quad (3.42)$$

EL cruzamiento se realizó con la función:

$$\alpha = 0.5 \text{ BLX} \quad (3.43)$$

Si el cromosoma tiene más de un gen, este operador puede ser aplicado a cada uno de los genes con una

$$c'_i = c_i + \Delta(t, b_i - c_i) \text{ si } \tau = 0 \quad (3.44)$$

$$c'_i = c_i - \Delta(t, c_i - a_i) \text{ si } \tau = 1 \quad (3.45)$$

probabilidad de PBLX – α .

La mutación no-uniforme se define de la siguiente manera:

$$\Delta_{(t,y)} = y \left(1 - r \left(1 - \frac{t}{g_{max}} \right)^b \right) \quad (3.46)$$

Si es aplicado en una generación t , y g_{max} es el número máximo de generaciones, donde τ es un número aleatorio el cual puede tener el valor de cero o uno, y se calcula con:

donde r es un número aleatorio del intervalo de $[0, 1]$ y b es un parámetro que determina el grado de dependencia sobre el número de iteraciones y tiene un valor entre 1 y 5.

Para el ejercicio se toman datos históricos USD/MXN de Investing.com de febrero de 1976 a abril del 2019, una población total de 514 datos, se realizaron muestreos aplicando el modelo de algoritmo genético y el modelo de medias móviles, comparando los resultados obtenidos.

Con el algoritmo genético se obtiene mayor precisión en los pronósticos (91%), con media móvil solo sigue la tendencia y la precisión es del 77%.

El estudio concluye que el algoritmo genético es más preciso que el método de medias móviles.

El algoritmo genético sigue los datos reales mucho más de cerca que el método de medias móviles.

El algoritmo genético alcanza las fluctuaciones de los precios del dólar, llegando a ser muy certero en el pronóstico.

Los mejores resultados se obtuvieron con población de datos de mayor tamaño.

Herrera *et al.* (2011). Mencionan en La apertura de los mercados ha incrementado las relaciones de intercambio comercial y las fluctuaciones del tipo de cambio.

La volatilidad cambiaria de divisas con paridad flotante ha sido aproximadamente similar a la volatilidad de divisas con paridad fija, sin embargo, esto no significa que el riesgo sea trivial y que la volatilidad sea irrelevante.

México ha tenido un régimen de paridad flotante desde mediados de los años 70's, y ha padecido una serie de crisis recurrentes hasta épocas recientes.

El tipo de cambio ha sufrido una serie de depreciaciones en la búsqueda de una paridad fija, en enero de 1991 la paridad se fijó con un sistema de bandas de flotación, los eventos nacionales e internacionales de 1994 y las acciones del banco central para mantener la paridad usando las reservas internacionales presionaron el tipo de cambio y el 20 de diciembre de 1994 la banda superior se elevó, ajustando la paridad peso dólar con una depreciación del 15% , el 22 de diciembre, las autoridades monetarias abandonaron los esfuerzos para mantener el régimen cambiario, derivando en una recesión cuyos efectos se prolongaron hasta mediados de 1996.

EL banco central mexicano realizó esfuerzos con el fin de alcanzar la estabilidad con un conjunto de reglas mediante las cuales el Banco de México intervino en el mercado cambiario

buscando incrementar las reservas internacionales para fortalecer la moneda, sin intervenir con el régimen de libre flotación.

La moneda mexicana ha mostrado una volatilidad relativamente estable y la tendencia desde que se adoptó el modelo de libre flotación, ha sido al alza, sin embargo, hay analistas que sugieren que el peso está sobrevaluado.

Ayala *et al.* (2021) En el trabajo Modelo ARIMA aplicado al tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2016-2017 mediante ventanas temporales deslizantes explican cómo con un modelo ARIMA (1,1,1) realizan pronósticos del tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2016-2017,

las interacciones comerciales entre países que cuentan con divisa propias establecen acuerdos de valoración que requieren una conversión, entre las monedas, que presentan variaciones, las cuales son dadas de acuerdo con la situación del país en relación del nivel de inversión, producción, inflación y capacidad de exportación.

Los regímenes cambiarios de los países son, fijo y de libre flotación, para lo que requieren un punto de referencia globalmente establecido, como es el dólar, por lo que la mayoría de las transacciones internacionales se realizan en esta moneda.

Para realizar el pronóstico, se utilizan modelos de series de tiempo ARIMA(p,d,q), que son una representación matemática de una serie temporal que permite capturar las características de un fenómeno real a partir de la información contenida en los datos y posteriormente generar un pronóstico, basándose únicamente en los datos de entrada.

se proponen el uso de modelos ARIMA (1,1,1) con implementación de ventanas temporales deslizantes, identificando problemas de cambio estructural y proponiendo un ajuste óptimo, mejorando la precisión del pronóstico

El pronóstico a 30 días, tanto de ventanas deslizantes como de ventanas deslizantes crecientes por la derecha, es viable, con un intervalo de confianza del 95% se tienen 12 registros de 30 dentro del rango del valor real del tipo de cambio peso-dólar.

Ibarra Salazar *et al.* (2017). En Estimación de modelos estructurales y la evolución del tipo de cambio Peso-Dólar después de la crisis *subprime*, expone durante la crisis económica de mediados de los años 90's aceleró el proceso de cambio en la política cambiaria, la cual adoptó un régimen cambiario más flexible.

En la primera década del siglo XXI, se identifican al menos dos etapas con un comportamiento diferenciado en el tipo de cambio, la variación del valor del peso frente al dólar, fue menor de enero de 2005 a septiembre de 2008 que en los meses posteriores, La menor estabilidad cambiaria se atribuye en buena medida a la crisis global del crédito, surgida

en 2008 y vinculada a la burbuja de precios en el sector inmobiliario de los Estados Unidos de Norteamérica, conocida como crisis de las hipotecas *subprime*.

El cambio en la política cambiaria suma relevancia al estudio de los determinantes del tipo de cambio; mientras que el evidente comportamiento diferencial del tipo de cambio a partir de los últimos meses de 2008 requiere determinar si, en efecto, hubo cambio estructural en su evolución.

El diferencial de tasas de interés entre México (MX) y los Estados Unidos de Norteamérica (USA) explica la evolución del tipo de cambio. los resultados muestran evidencia de cambio estructural en la evolución del tipo de cambio a partir del último trimestre de 2008.

La relación directa entre el diferencial de tasas de interés y el tipo de cambio nominal es consistente con la predicción del modelo monetario. Las expectativas de inflación pueden explicar un aumento en ese diferencial de tasas, lo que provoca una reducción en la demanda de dinero y consecuentemente una depreciación de la moneda.

Capistran, *et al.* (2012). Explican en El traspaso de movimientos del tipo de cambio a los precios un análisis basado en un modelo de vectores autorregresivos (VAR) con datos mensuales de enero de 1997 a diciembre de 2010.

Los efectos de la fluctuación del tipo de cambio se calculan utilizando los impulsos respuesta acumulados de un choque al tipo de cambio que se identifica mediante el método recursivo.

Los resultados muestran que el impacto de la fluctuación del precio del dólar en los precios de las importaciones es completo, pero que el grado de traspaso disminuye a lo largo de la cadena de distribución de tal manera que el efecto en los precios al consumidor es menor a 20%. Además, se encuentra que el traspaso a los precios al consumidor parece disminuir considerablemente a partir de 2001, lo cual coincide con la adopción del esquema de objetivos de inflación por parte del Banco de México.

Capítulo 4

Metodología de solución

Se realiza esta investigación, en la que se propone pronosticar el precio del Dólar americano dentro de una banda dada $\pm \Delta y$, aplicando dos métodos, el modelo ARMA y técnicas metaheurísticas, apoyado en herramientas de cómputo.

Los objetivos específicos son maximizar el porcentaje de acierto en el pronóstico del precio a futuro, minimizando el tamaño de la banda dada por $\pm \Delta y$, cumpliendo con el objetivo general de este estudio es pronosticar el precio futuro del dólar americano en el corto plazo, para lograr esto hay que cumplir dos condiciones.

Si se encuentra un error grande, el rango de incertidumbre es grande por lo que la probabilidad de éxito en el pronóstico del precio es grande, por otro lado, si encuentra un error pequeño, el rango de incertidumbre es estrecho disminuyendo la probabilidad de éxito en el pronóstico del precio de la moneda extranjera, por lo que el propósito es encontrar el punto óptimo entre el rango de incertidumbre contra el éxito del pronóstico.

El valor del euro se usa como correlación al precio del dólar.

Para este estudio se consideran los históricos de los precios del dólar americano y del euro desde el 1 de enero de 2018 hasta el 13 de diciembre del 2019, y para comparar la eficacia de los pronósticos se usarán los históricos de las cotizaciones de las mencionadas monedas del 16 de diciembre de 2019 al 31 de enero de 2020, periodo en el que la turbulencia en los mercados derivada de la pandemia de Covid-19 aún no era evidente, es decir que se considera un periodo de estabilidad. (Anexo 1).

La información de los históricos del Dólar y del Euro se obtuvieron de la página del Banco de México.

Para cada uno de los métodos se desarrolló un programa en la herramienta Matlab versión R2020b.

Para el análisis se usan 5 metaheurísticas: Algoritmo genético, Búsqueda en vecindades variables, Búsqueda tabú, Colonia de hormigas y Recocido simulado, para cada una de ellas se hizo un programa en Matlab, versión R2020b, (los códigos se encuentran en el Anexo 2), se corrió en dos equipos con las siguientes especificaciones:

1.- Dell *Latitude* E7470 con un procesador Intel Core i7-66000 a 2.8 Ghz, con memoria RAM de 8 Gb, sistema operativo Windows 10 64

2.- Dell *Inspiron* 1545 con un procesador Intel Pentium Dual Core 14500 a 2.30 Ghz, con memoria RAM de 4 Gb y sistema operativo Windows 10 64

Los experimentos se realizaron 60 veces (30 veces en cada equipo)

Capítulo 5

Experimentación y resultados

5.1 Formulación del Modelo ARMA

El modelo ARMA(25,10) utilizado en esta investigación consta de los procesos, Autorregresivo AR y de promedios móviles MA

El tamaño de la muestra es de 252 registros, al ser un modelo de orden 10 se usaron 250 para obtener 25 submuestras.

Para esta investigación se aplicó modelo ARMA en el análisis de los históricos de los precios del dólar y Euro, en el periodo comprendido entre el 2 de enero de 2018 y el 13 de diciembre del 2019.

Se define el modelo:

El método ARMA que se usó en esta investigación consiste en calcular las Δy y Δx de 10 días, sumarlas y obtener la variación promedio, que se representa por:

$$\Delta Y_t = \theta + \sum_{i=1}^p (\alpha_i (\Delta Y_{t-i} - \delta)) + u_t + \mu + \sum_{j=0}^q \beta_j u_{t-j} \quad (5.1)$$

$$\Delta X_t = \theta + \sum_{i=1}^p (\alpha_i (\Delta X_{t-i} - \delta)) + u_t + \mu + \sum_{j=0}^q \beta_j u_{t-j} \quad (5.2)$$

Donde:

Y es el valor del dólar.

X es el valor del euro.

θ = un valor constante en este caso su valor es 1.

La componente autorregresiva está dada por:

$$\beta y = \mu + \sum_{j=0}^q \beta_j u_{t-j} \quad (5.3)$$

$$\beta x = \mu + \sum_{j=0}^q \beta_j u_{t-j} \quad (5.4)$$

Y la parte de media móvil por:

$$\Delta y = \theta + \sum_{i=1}^p (\alpha_i (\Delta Y_{t-i} - \delta)) + u_t \quad (5.5)$$

$$\Delta x = \theta + \sum_{i=1}^p (\alpha_i (\Delta X_{t-i} - \delta)) + u_t \quad (5.6)$$

θ = un choque o error.

Haciendo la correlación entre (5.1) y (5.2) y Despejando el error en se tiene:

$$\Delta Y - \theta = (\beta y \Delta y + \beta x \Delta x) \quad (5.7)$$

Generalizando:

$$\Delta Y_t = \theta + \sum_{i=1}^p (\alpha_i (\Delta Y_{t-i} - \overline{\Delta Y})) + u_t + \mu + \sum_{j=0}^q \beta_j u_{t-j} \quad (5.8)$$

p = tamaño de la muestra a promediar (10).

q = número de promedios a considerar (25).

5.2 Formulación de Métodos Metaheurísticos

Localizar el precio del dólar americano dentro de una banda dada $\pm \Delta y$, que se calcula con base al precio del día actual más menos un error que se calcula usando alguna de las metaheurísticas mencionada, dentro de uno a cinco días.

5.2.1 Formulación del Algoritmo Genético

Se definió un algoritmo genético evolutivo que observa las fluctuaciones sucesivas del comportamiento del dólar con respecto al peso.

Con base en esta información se genera una población inicial con 20 individuos que se cruzan con base al criterio.

$$hiji_{(i,j)} = \sum_1^{10} \frac{padre_i + padre_j}{2} \quad (5.9)$$

La mutación de los hijos se hizo por medio de la siguiente función:

$$M = hijo_{(i,j)} * rndn \quad (5.10)$$

Se generó un conjunto de 100 hijos, seleccionando los 50 mejores.

No existe un criterio de aspiración, se realizan 500 iteraciones.

La función de aptitud empleada se muestra a continuación:

$$\Delta Y = \sum_1^n \sqrt{\frac{y_t^2 - y_{t-1}^2}{\bar{y}}} \quad (5.11)$$

5.2.2 Formulación de la Búsqueda Tabú

Se aplico la técnica de Búsqueda Tabú bajo el siguiente modelo:

Minimizar

$$\hat{\epsilon} = \sum_{t=k}^T \left(\frac{\sum_1^n (y_t - \widehat{y_t})^2}{p} \right) \quad (5.12)$$

Sujeto a

$$\Delta Y_t = \delta \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \beta_{x1} \Delta x_{(i,t-j)} \right) + \sum_{j=1}^k \beta_y \Delta y_{t-j} + \sum_{j=1}^k \epsilon_{(t-j)} \quad (5.13)$$

$$\epsilon_{(t-j)} \sim N(m_1, st_1)$$

$$\beta_{x1} \sim N(m_{2,i}, st_{2,i}) \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

$$\beta_y \sim N(m_{3,st_3})$$

$$\delta \in \mathbb{R}$$

$$m_1 \in \mathbb{R}$$

$$m_{2,i} \in \mathbb{R} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

$$m_3 \in \mathbb{R}$$

$$k \in \mathbb{N}$$

$$k \leq 10$$

El tamaño del vecindario es la longitud de la base de datos, el tamaño de las vecindades es de 10, el tamaño de la lista es de 10 y el límite del vecindario es de 0.1.

5.2.3 Formulación de Búsqueda en Vecindades Variables

En el modelo aplicado de vecindades variables el tamaño del vecindario es igual al tamaño de la base de datos, el tamaño de las vecindades es de 10.

5.2.4 Formulación de Colonia de Hormigas

Para este estudio se generan 10 hormigas con mecanismos de caminata aleatoria y difusión de rastro de feromonas, además tienen la capacidad de percibir el rastro de feromonas que han depositado otras hormigas, la tasa de evaporación de las feromonas es de 0.03.

Cada hormiga busca de forma independiente una solución mejor, aunque todas las hormigas empiezan desde el mismo punto, la exploración global se lleva a cabo mediante una caminata en tándem, en la que toda la colonia cambia su posición para cazar en otras regiones.

Se generó una matriz inicial de feromonas de forma aleatoria, y se realizaron 100 Iteraciones, se generaron históricos de soluciones y busca la mejor solución, evaluando dichas soluciones.

5.2.5 Formulación de Recocido simulado

En la aplicación del algoritmo de recocido simulado, donde se toma como temperatura inicial 100° y temperatura final 1° , con una tasa de enfriamiento de 0.9.

La función de aceptación es:

$$f(y) = \frac{1}{c} \frac{f(t)}{c} \quad (5.14)$$

Donde y es el diferencial del valor del dólar y c es la tasa de enfriamiento.

5.3 Resultados

Con la aplicación de las diferentes herramientas se obtuvieron los siguientes resultados:

5.3.1 Implementación del Modelo ARMA

Aplicando ARMA Se obtuvo una Δy promedio de ± 0.00679 pesos, La banda de soluciones factibles es del orden de 0.14 pesos, con pronósticos que van de 71.88% a 51.72% de efectividad, el mejor pronóstico obtenido es a un día.

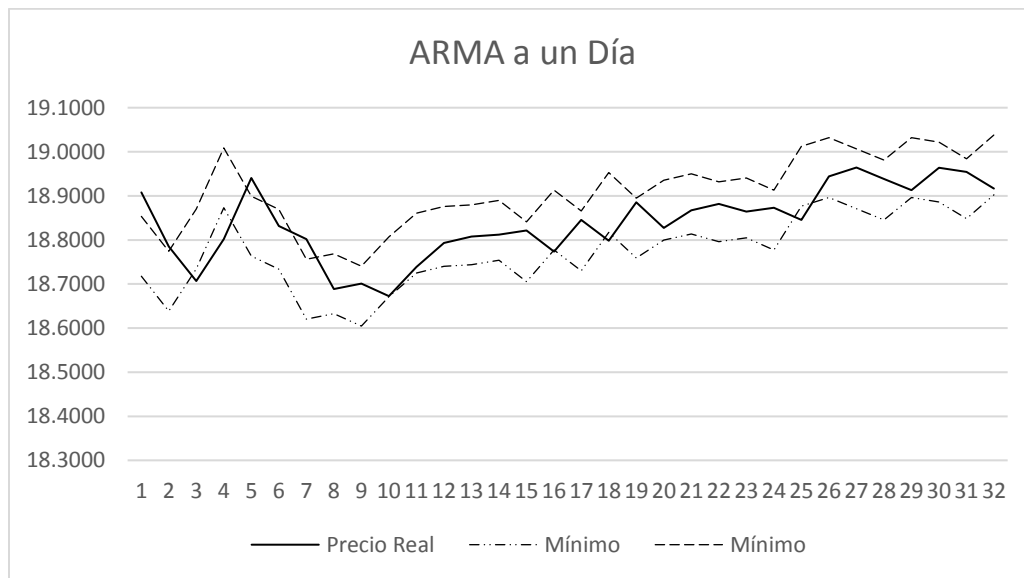
El tiempo de ejecución fue de 5 segundos, esto en parte porque este método realiza cálculos sobre la serie de tiempo, no hace iteraciones.

La tabla 1 muestra los resultados obtenidos.

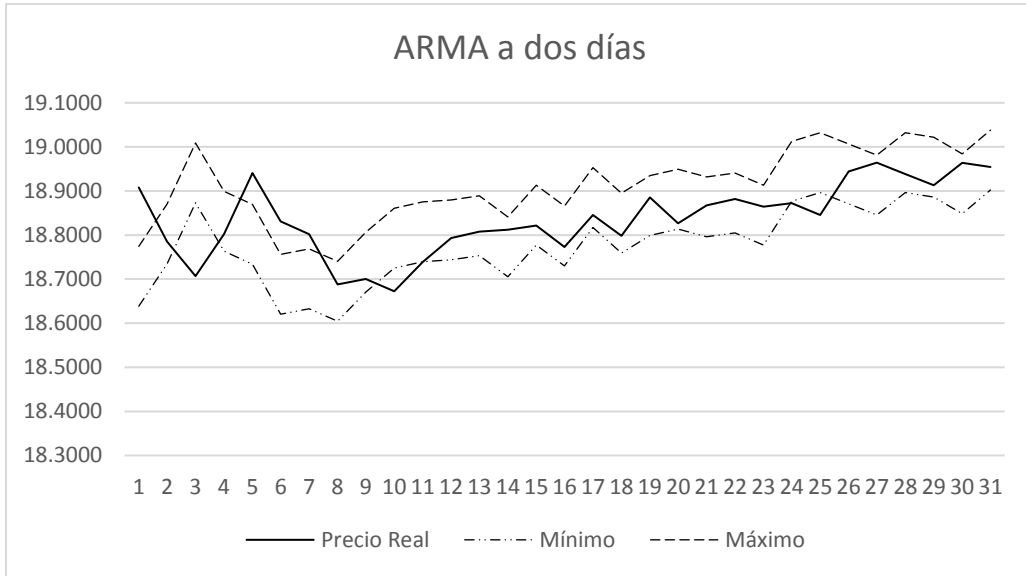
Pronóstico	Muestra	Aciertos	Porcentaje
A 1 día	32	23	71.88%
A 2 días	31	22	70.97%
A 3 días	30	16	53.33%
A 4 días	29	15	51.72%
A 5 días	28	18	64.29%

Tabla 1.- Resumen de resultados cono Modelo ARMA.

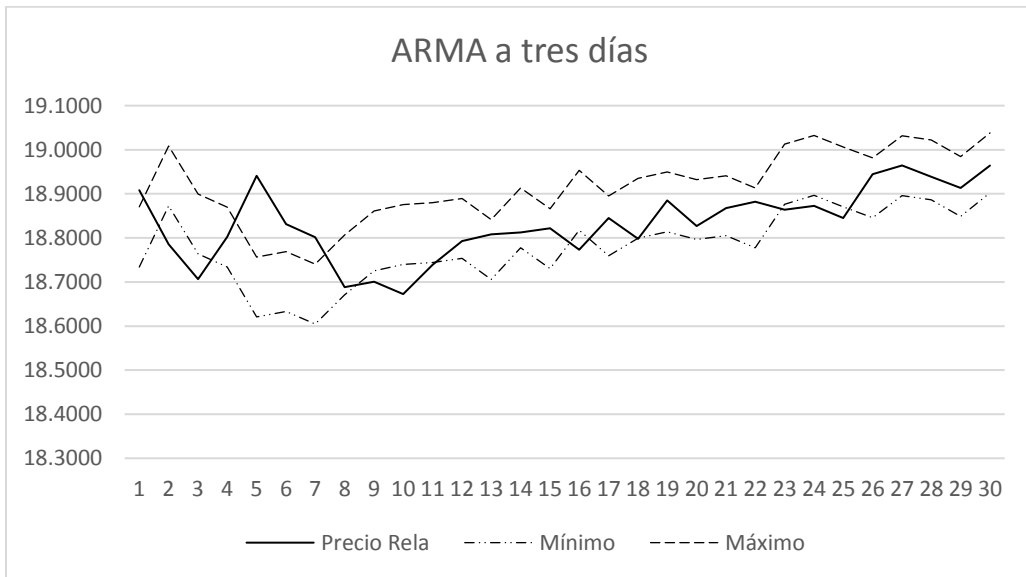
En las diferentes gráficas se observa el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm\Delta y$.



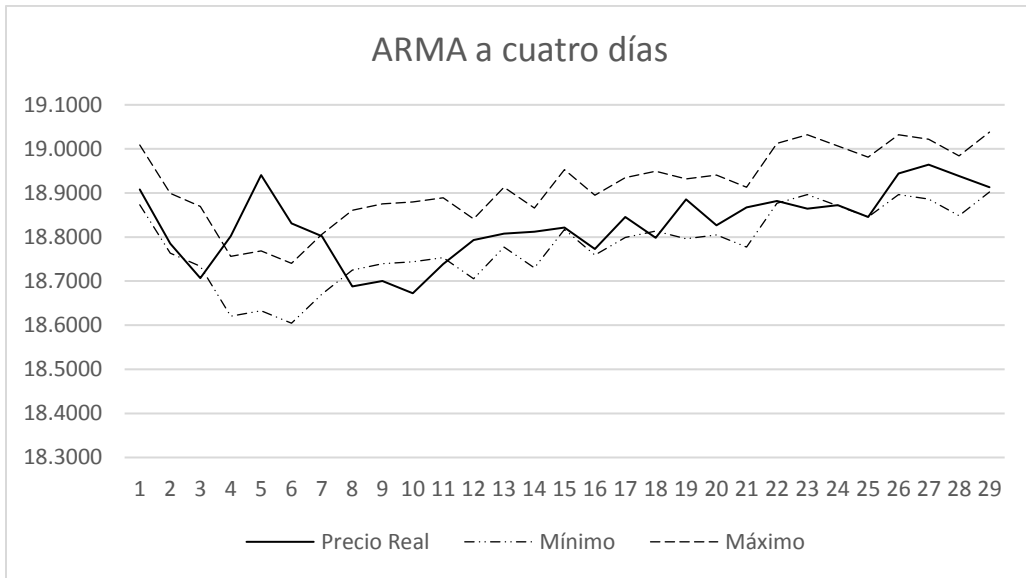
Gráfica 1.- Pronóstico del precio del dólar a un día, ARMA.



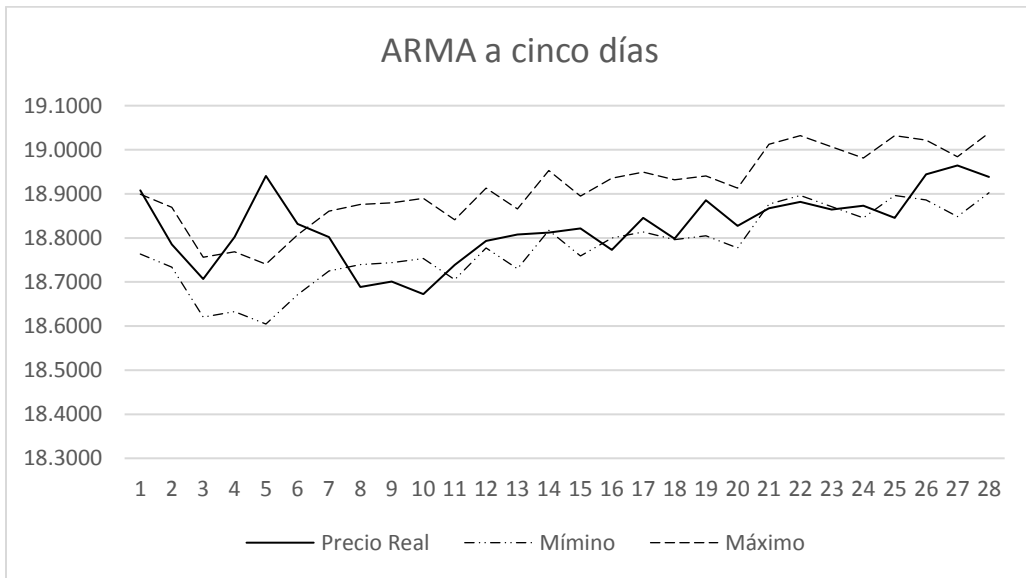
Gráfica 2.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, ARMA.



Gráfica 3.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, ARMA.



Gráfica 4.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, ARMA.



Gráfica 5.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, ARMA.

5.3.2 Implementación de Algoritmo Genético

Con algoritmo genético Se obtuvo una Δy promedio de: $\pm 0.12.26$ pesos, La banda de soluciones factibles es del orden de 0.24 pesos, los pronósticos van de 96.43% a 83.33% de efectividad, el mejor pronostico generado es a cinco días.

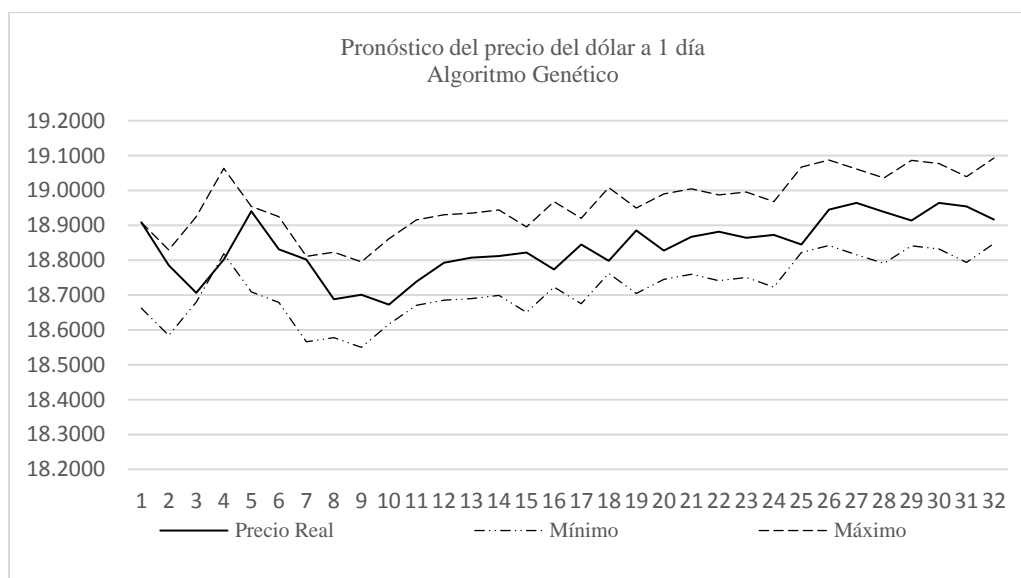
El tiempo de ejecución de las 30 iteraciones realizadas es de 83 segundos.

La tabla 2 muestra los resultados obtenidos.

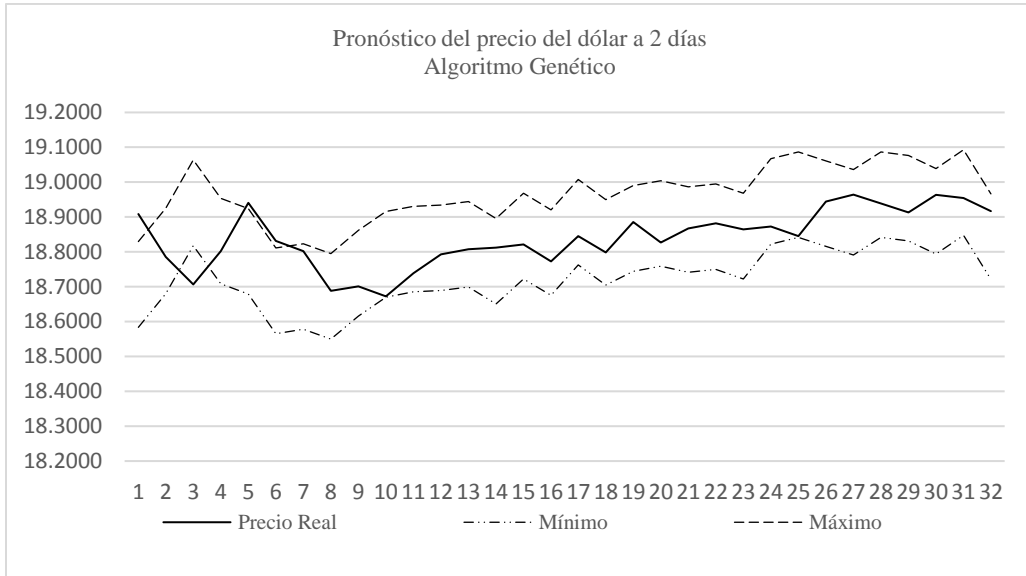
Algoritmo Genético			
Pronóstico	Muestra	Aciertos	Porcentaje
A 1 día	32	30	93.75%
A 2 días	31	28	90.32%
A 3 días	30	25	83.33%
A 4 días	29	27	93.10%
A 5 días	28	27	96.43%

Tabla 2.-Resultados Algoritmo Genético.

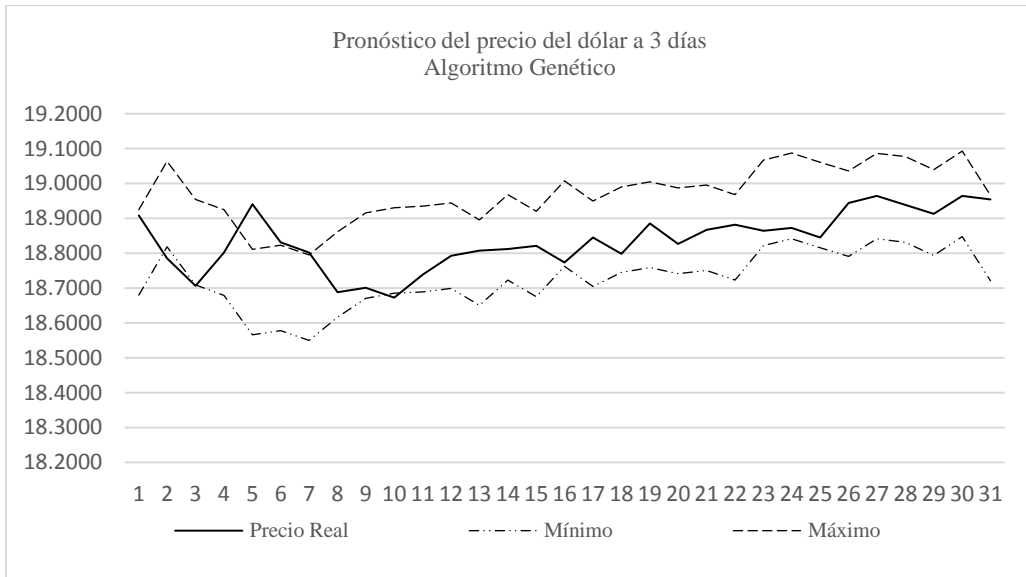
En las diferentes gráficas se observa el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm\Delta y$.



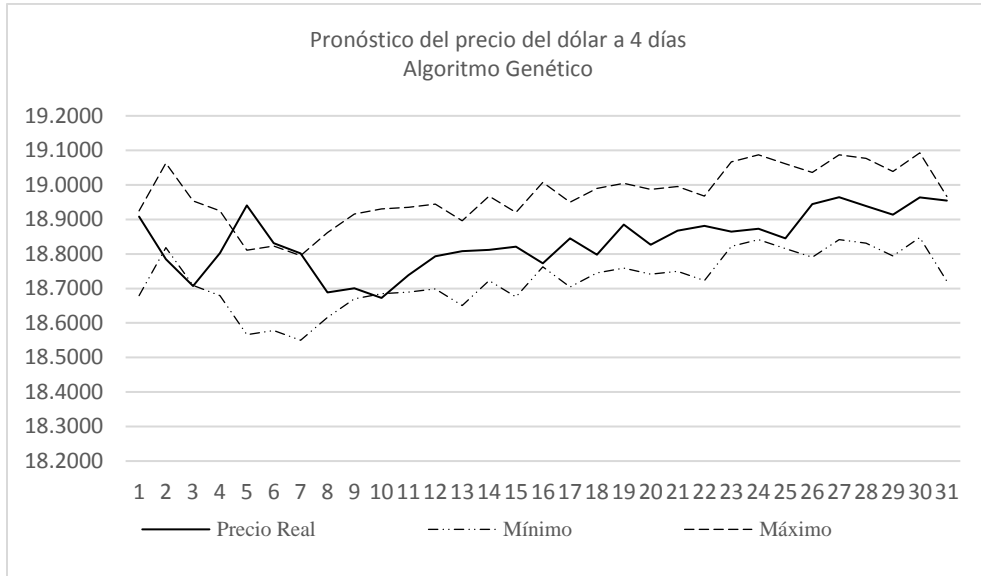
Gráfica 6.- Pronóstico del precio del dólar a un día, algoritmo genético.



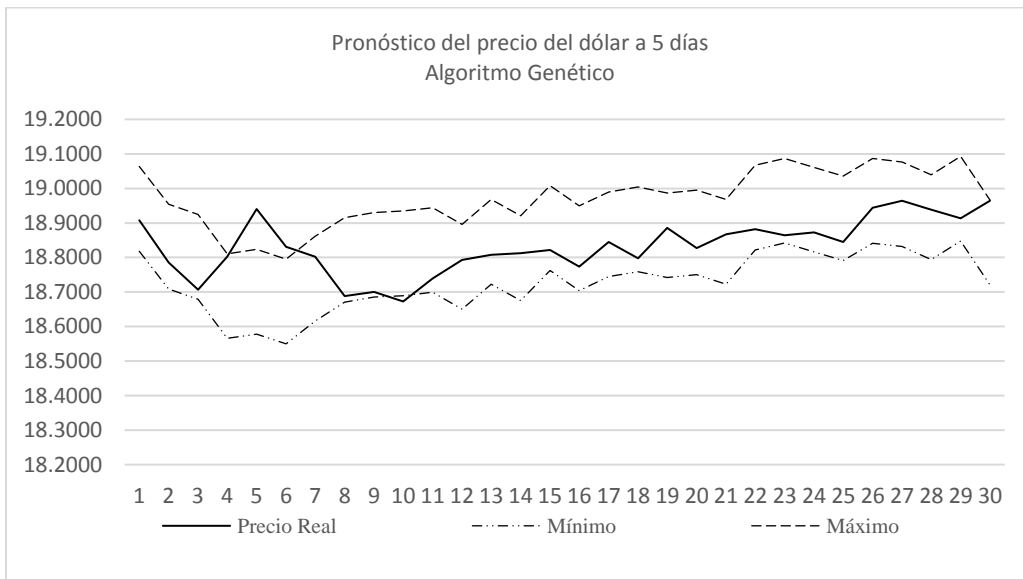
Gráfica 7.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, algoritmo genético.



Gráfica 8.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, algoritmo genético.



Gráfica 9.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, algoritmo genético.



Gráfica 10.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, algoritmo genético.

5.3.3 Implementación de Búsqueda Tabú

Con la aplicación del algoritmo de búsqueda tabú se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.1140 pesos, La banda de soluciones factibles es del orden de 0.23 pesos, los pronósticos van de 93.75% a 83.33% de efectividad, el mejor pronostico generado es a un día.

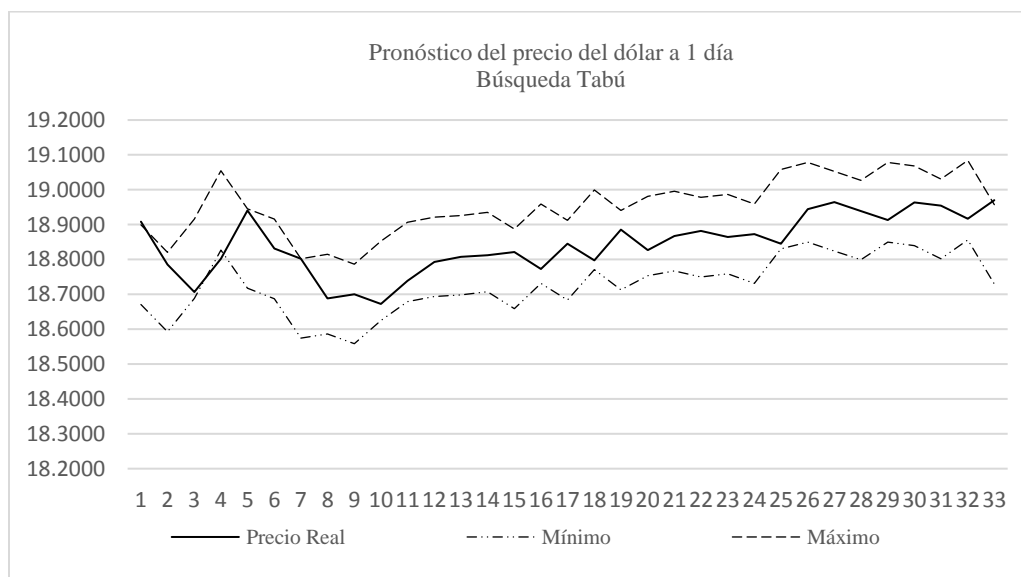
El tiempo de ejecución de las 30 iteraciones es de 674 segundos.

La tabla 3 muestra los resultados obtenidos.

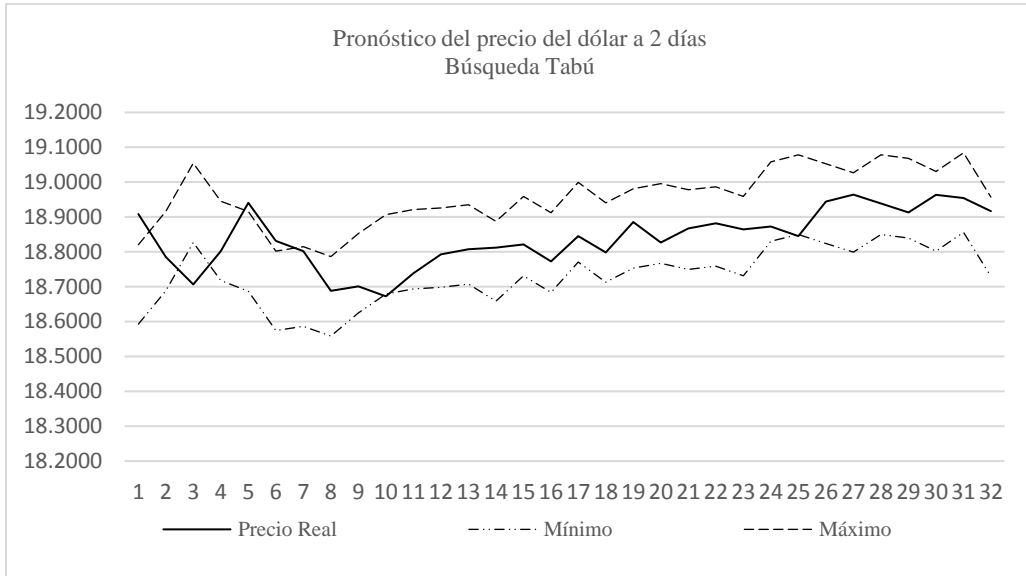
Búsqueda Tabú			
pronóstico	Muestra	Aciertos	porcentaje
A 1 día	32	30	93.75%
A 2 días	31	26	83.87%
A 3 días	30	25	83.33%
A 4 días	29	27	93.10%
A 5 días	28	25	89.29%

Tabla 3.- Resultados Búsqueda Tabú.

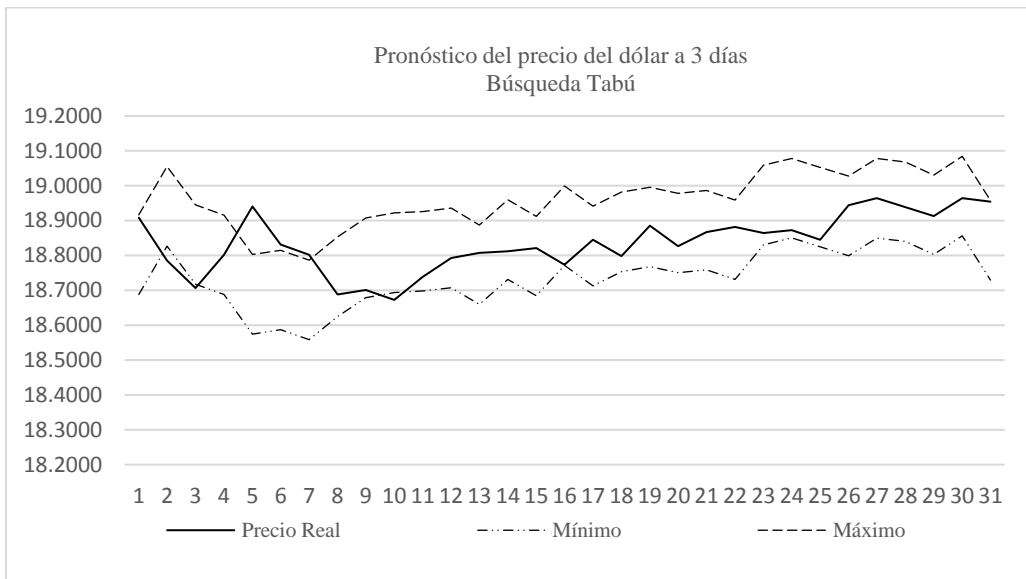
En las diferentes gráficas se observa el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm \Delta y$.



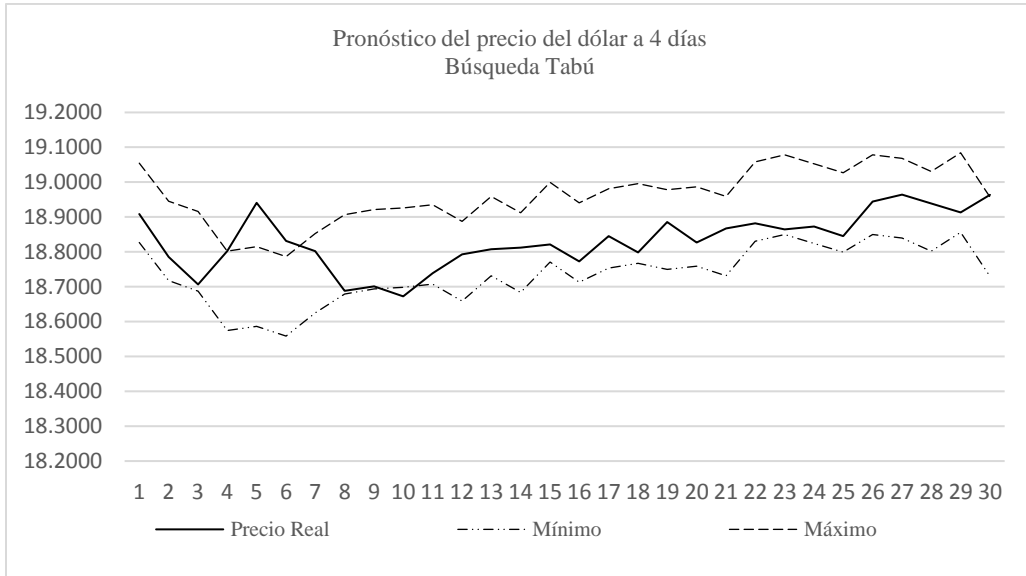
Gráfica11.- Pronóstico del precio del dólar a un día, Búsqueda Tabú.



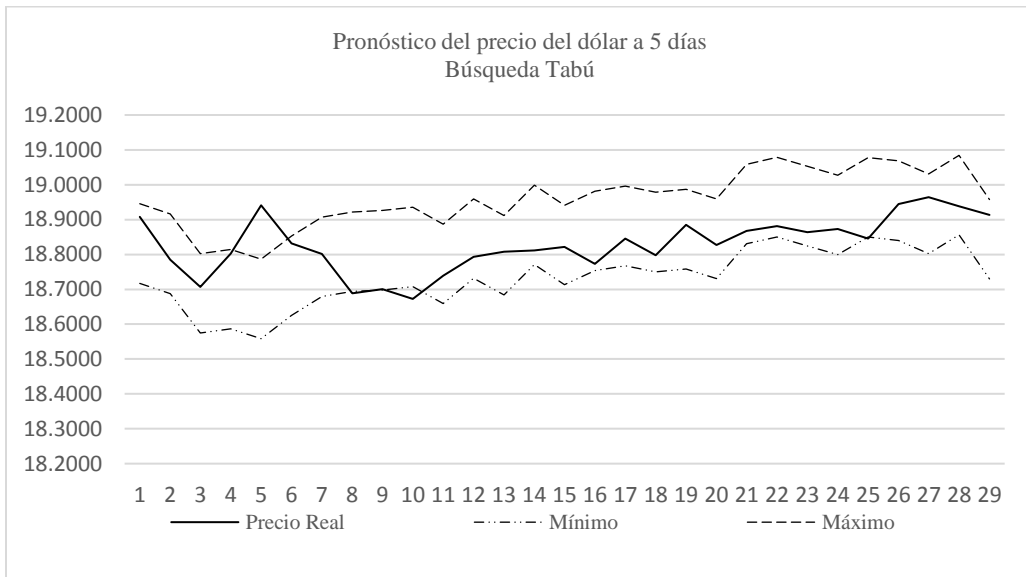
Gráfica 12.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, Búsqueda Tabú.



Gráfica 13.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, Búsqueda Tabú.



Gráfica 14.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, Búsqueda Tabú.



Gráfica 15.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, Búsqueda Tabú.

5.3.4 Implementación de Búsqueda en Vecindades Variables

Con la aplicación de Vecindades Variables se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.0734 pesos, La banda de soluciones factibles es del orden de 0.14 pesos, los pronósticos van de 78.13% a 58.06% de efectividad, el mejor pronostico generado es a dos días.

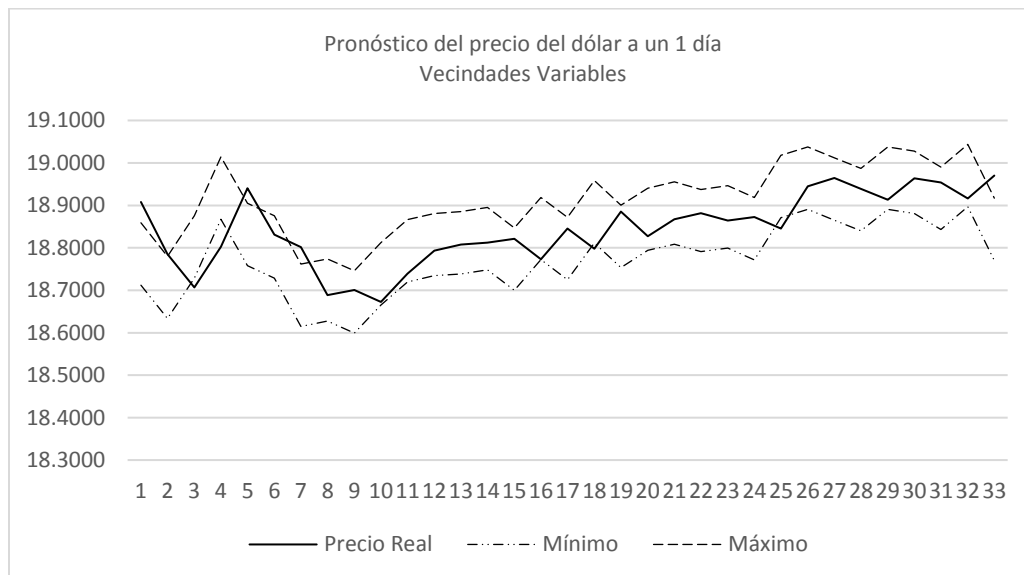
El tiempo de ejecución de las 30 iteraciones es de 489 segundos.

La tabla 4 muestra los resultados obtenidos.

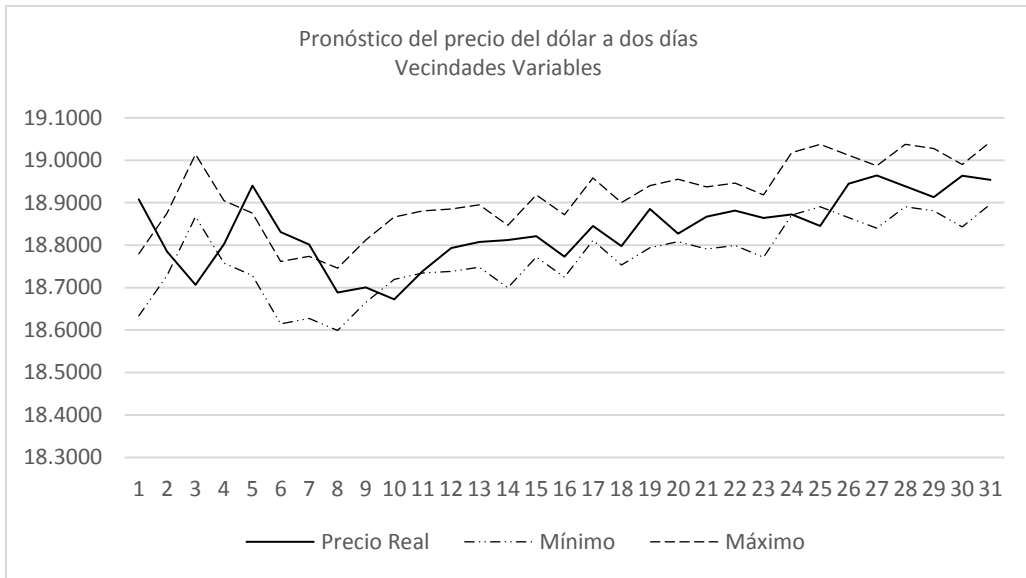
Búsqueda en Vecindades Variables			
Pronóstico	Muestra	Aciertos	Porcentaje
A 1 día	33	24	72.73%
A 2 días	32	25	78.13%
A 3 días	31	18	58.06%
A 4 días	30	19	63.33%
A 5 días	29	17	58.62%

Tabla 4.- Resultados Vecindades Variables.

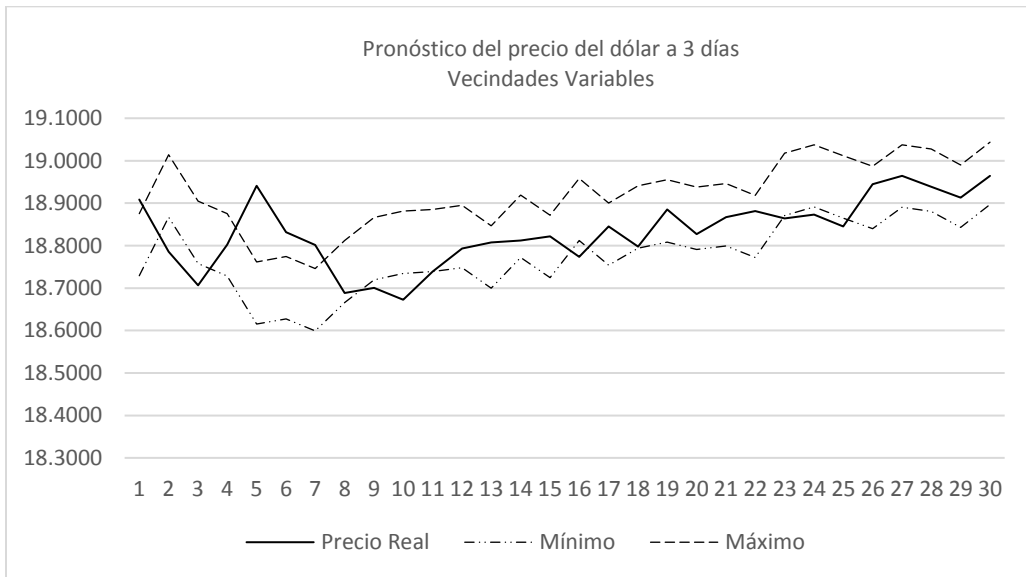
En las diferentes gráficas se observa el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm \Delta y$.



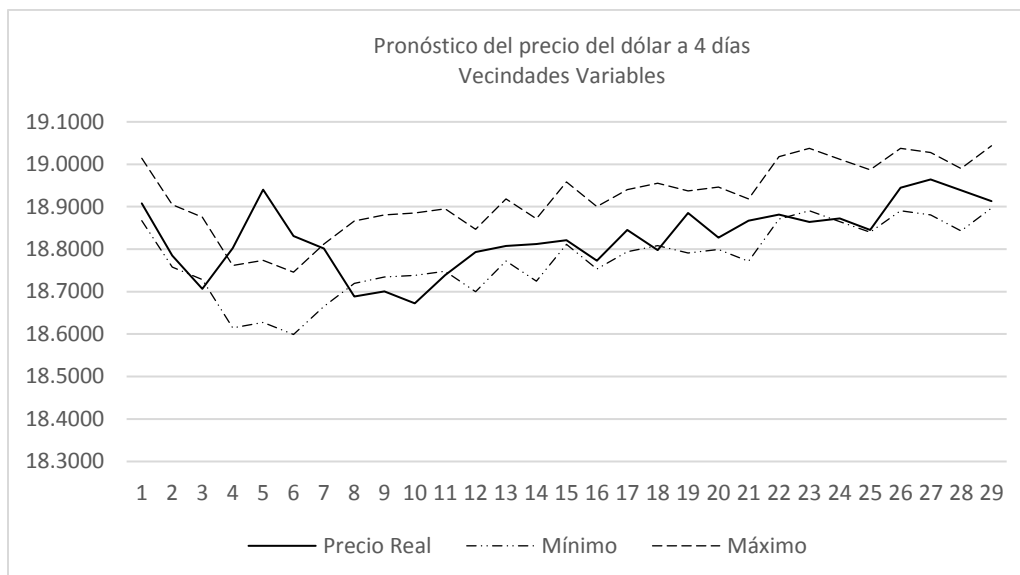
Gráfica 16.- Pronóstico del precio del dólar a un día, vecindades variables.



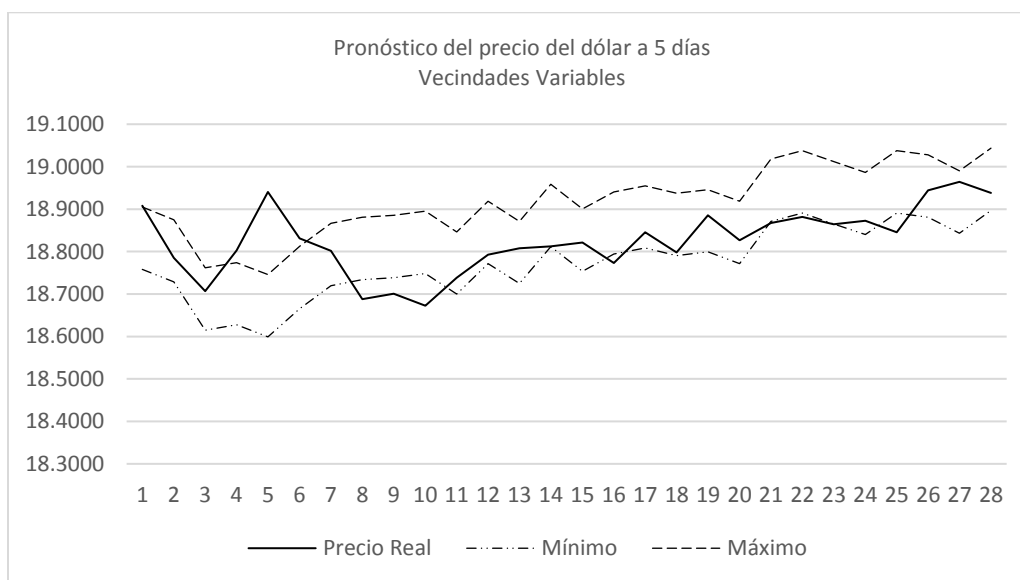
Gráfica 17.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, vecindades variables.



Gráfica 18.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, vecindades variables.



Gráfica 19.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, vecindades variables.



Gráfica 20.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, vecindades variables.

5.3.5 Implementación de Colonia de Hormigas

Con la aplicación de colonia de hormigas se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.0789 pesos, La banda de soluciones factibles es del orden de 0.16 pesos, los pronósticos van de 80.65% a 60.0% de efectividad. el mejor pronostico generado es a dos días.

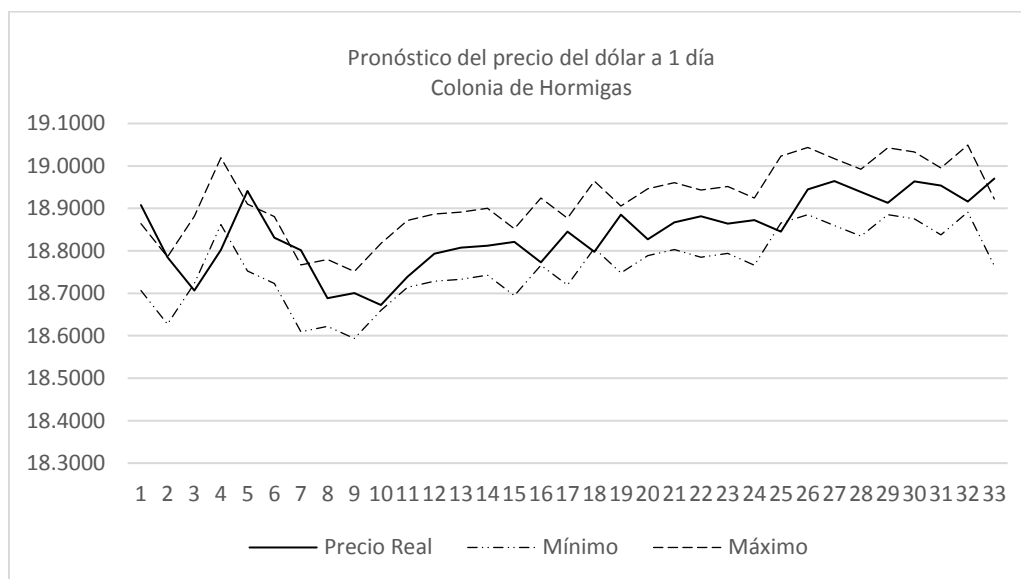
El tiempo de ejecución de las 30 iteraciones es de 76 segundos.

La tabla 5 muestra los resultados obtenidos.

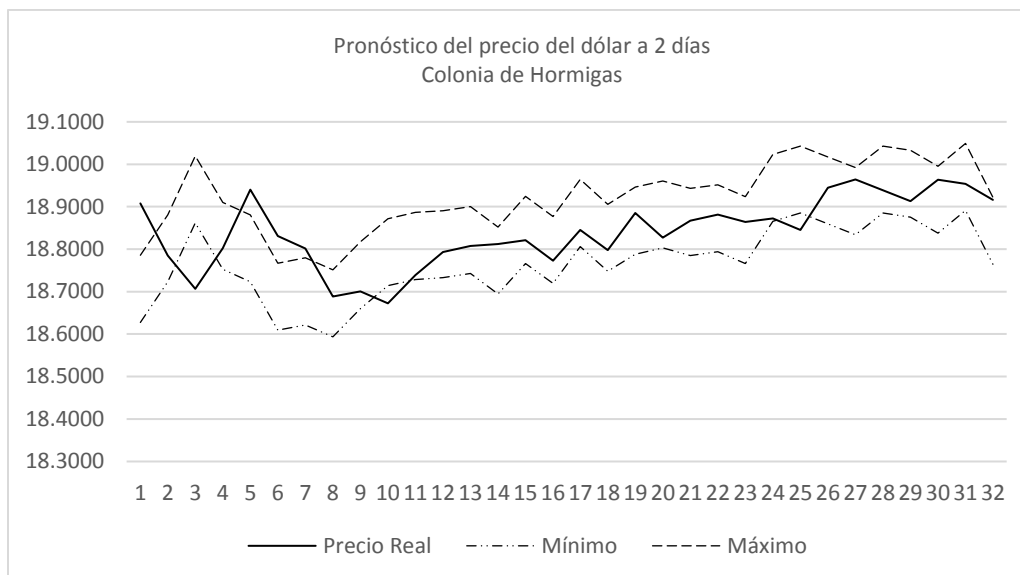
Colonia de Hormigas			
Pronóstico	Muestra	Aciertos	Porcentaje
A 1 día	32	25	78.13%
A 2 días	31	25	80.65%
A 3 días	30	18	60.00%
A 4 días	29	19	65.52%
A 5 días	28	20	71.43%

Tabla 5.-resultados Colonia de Hormigas.

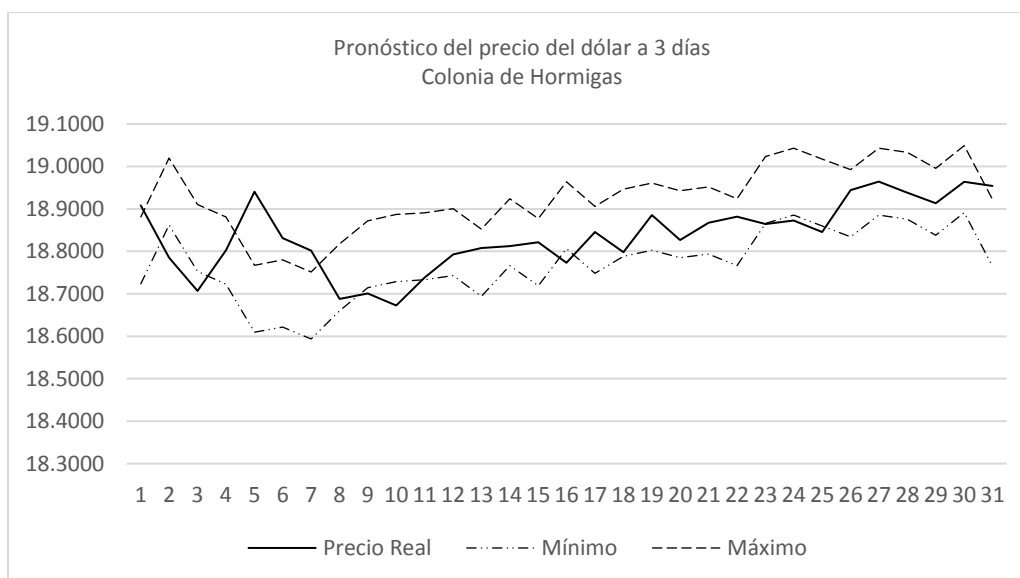
En las diferentes gráficas se observa el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm \Delta y$.



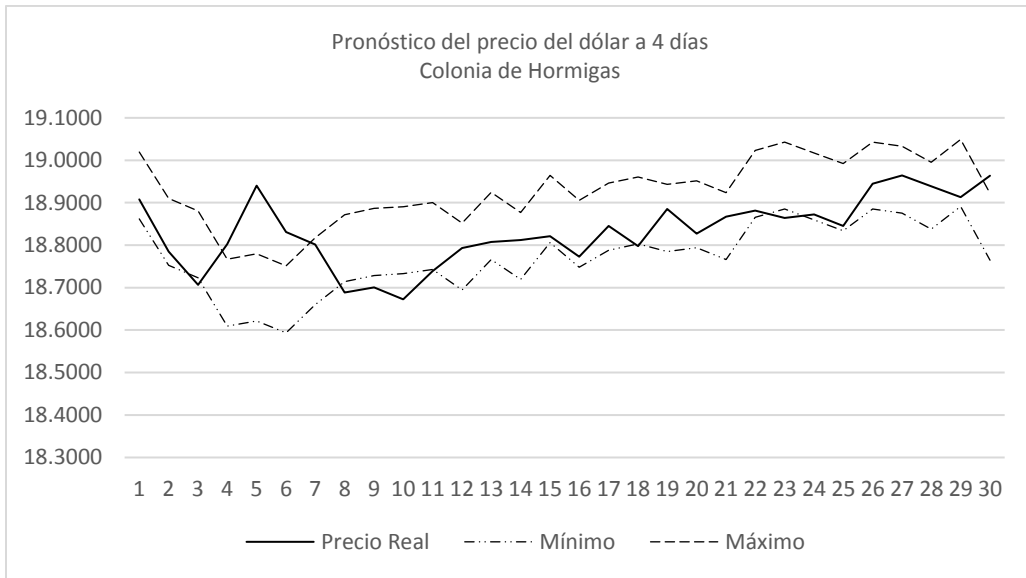
Gráfica 21.- Pronóstico del precio del dólar a un día, colonia de hormigas.



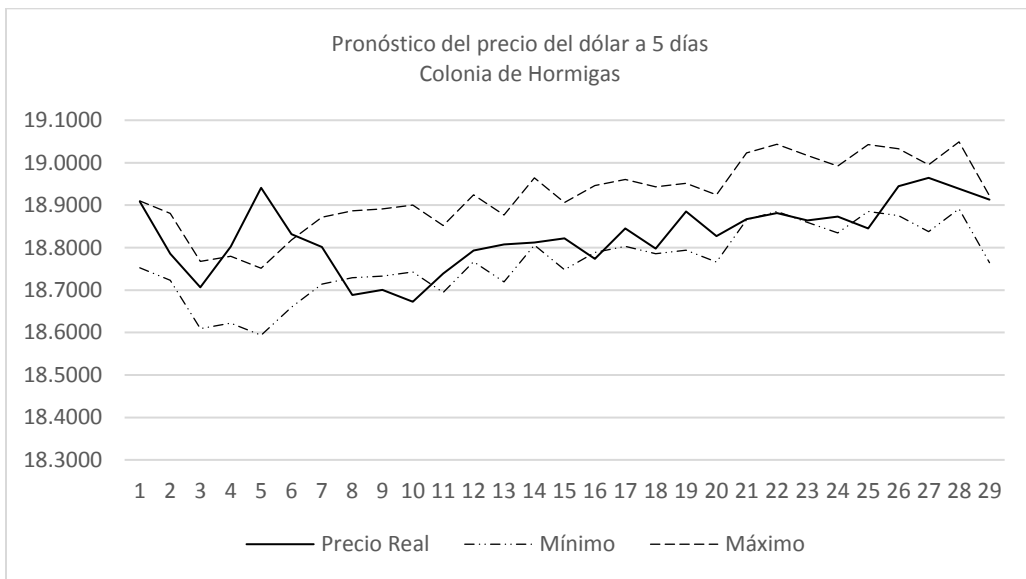
Gráfica 22.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, colonia de hormigas.



Gráfica 23.-Pronóstico del precio del dólar a 3 días, colonia de hormigas.



Gráfica 24.- Pronóstico del precio del dólar a 4 días, colonia de hormigas.



Gráfica 25.- Pronóstico del precio del dólar a 5 días, colonia de hormigas.

5.3.6 Implementación de Recocido Simulado

Con recocido simulado se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.1146 pesos, La banda de soluciones factibles es del orden de 0.23 pesos, los pronósticos van de 93.75% a 80.0% de efectividad, el mejor pronostico generado es a un día.

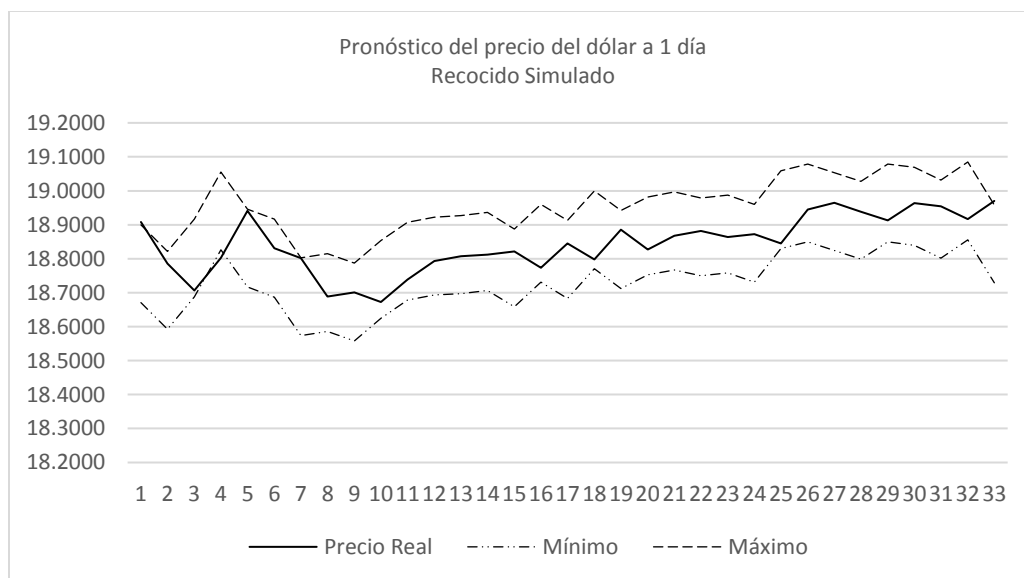
El tiempo de ejecución de las 30 iteraciones es de 126 segundos.

La tabla 6 muestra los resultados.

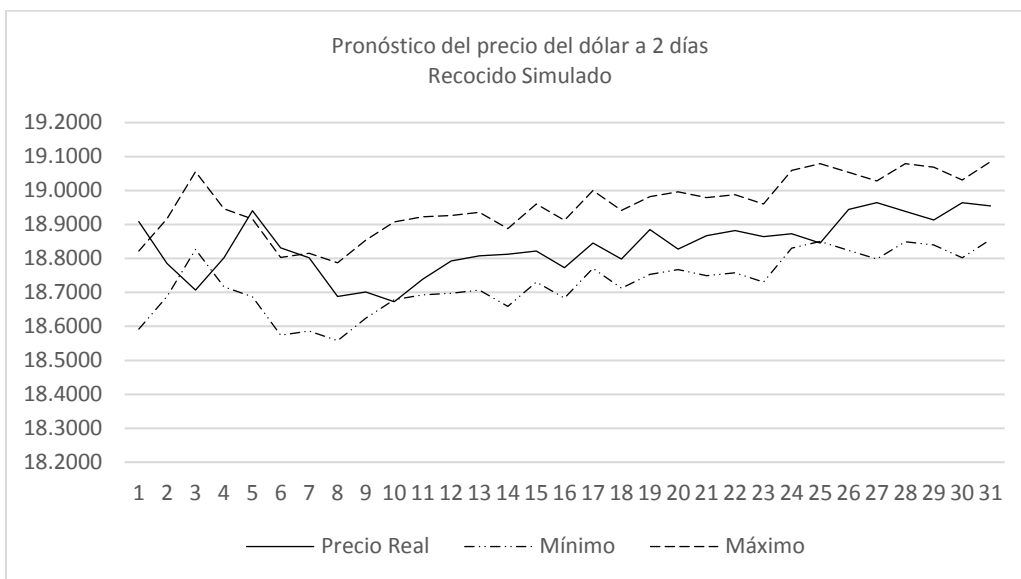
Recocido Simulado			
Pronóstico	Muestra	Aciertos	Porcentaje
T+1 día	32	30	93.75%
T+2 días	31	26	83.87%
T+3 días	30	24	80.00%
T+4 días	29	26	89.66%
T+5 días	28	25	89.29%

Tabla 6.- resultados Recocido simulado.

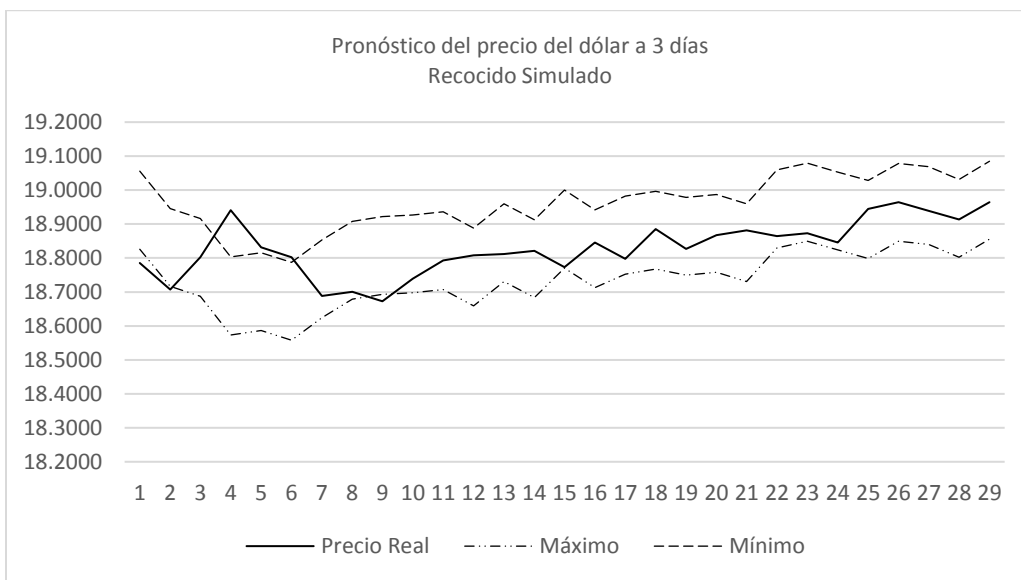
En las diferentes gráficas se observa el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm \Delta y$.



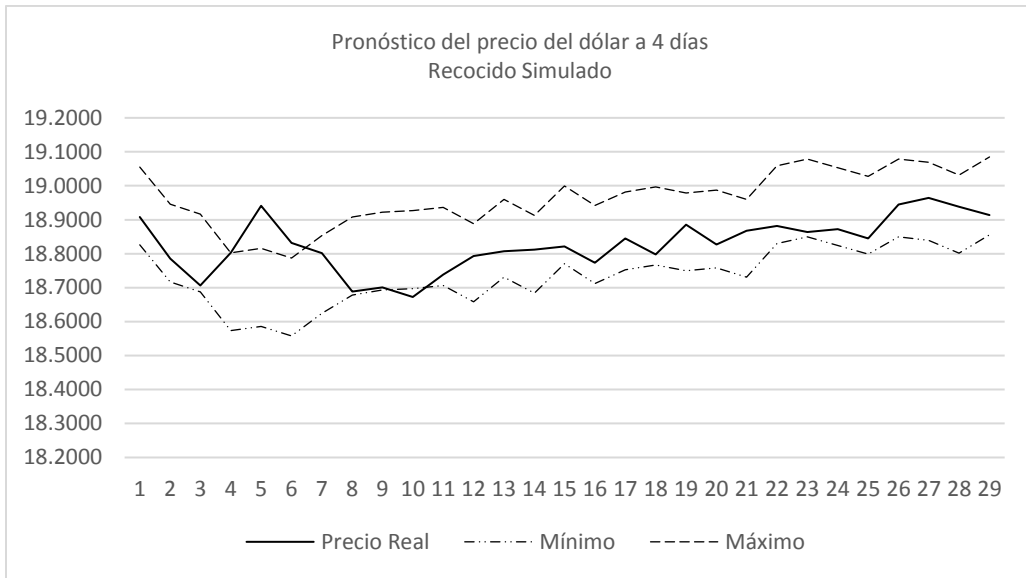
Gráfica 26.- Pronóstico del precio del dólar a un día, recocido simulado.



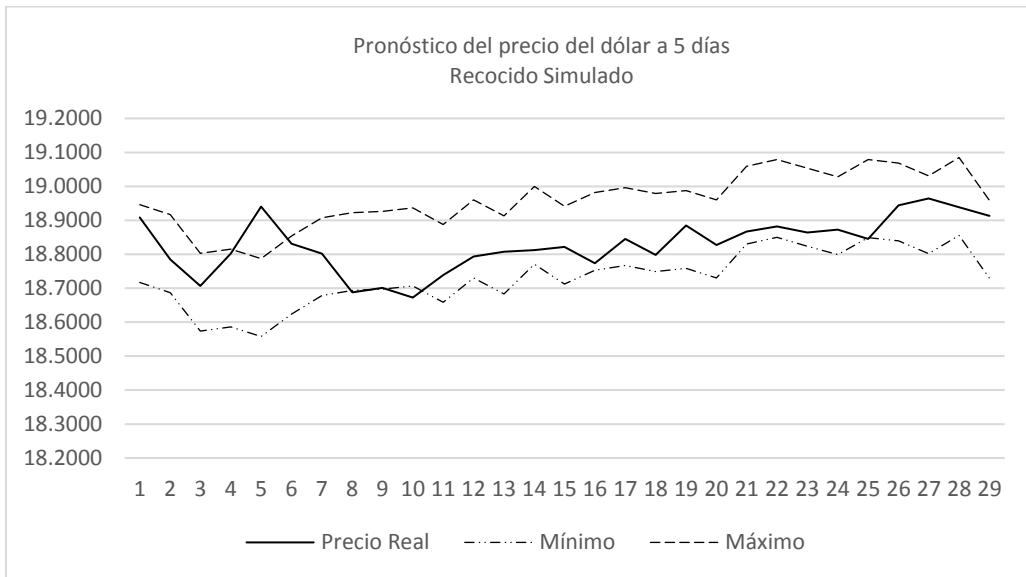
Gráfica 27.- Pronóstico del precio del dólar a dos días, recocido simulado.



Gráfica 28.- Pronóstico del precio del dólar a tres días, recocido simulado.



Gráfica 29.- Pronóstico del precio del dólar a cuatro días, recocido simulado.



Gráfica 30.- Pronóstico del precio del dólar a cinco días, recocido simulado.

5.4 Análisis de resultados

La tabla 7 muestra el resumen de resultados obtenidos.

Pronóstico	Herramienta					
	ARMA	Genético	B. Tabú	V. Variables	C. Hormigas	Recocido S.
A 1 día	71.88%	93.75%	93.75%	72.73%	78.13%	93.75%
A 2 días	70.97%	90.32%	83.87%	78.13%	80.65%	83.87%
A 3 días	53.33%	83.33%	83.33%	58.06%	60.00%	80.00%
A 4 días	51.72%	93.10%	89.66%	63.33%	65.52%	89.66%
A 5 días	64.29%	96.43%	89.29%	58.62%	71.43%	89.29%
$\pm\Delta Y$	0.0679	0.1226	0.1140	0.0734	0.0789	0.1146

Tabla 7.- Resumen de resultados.

Como se puede observar en la tabla 7, el algoritmo genético presenta los mejores resultados, el pronóstico a 5 días es de 96.43 % de efectividad en 4 de 5 pronósticos obtiene más del 90 % y el más bajo, en $T + 3$ días es de 83.33 %.

Los algoritmos de búsqueda tabú y recocido simulado tienen un comportamiento similar, el mejor resultado obtenido por los dos es del 93.75 % de efectividad en $T+1$ día, sin embargo, con búsqueda tabú el resultado más bajo es de 83.33 % en $T+ 3$ y recocido simulado es de 80.00% también en $T+3$.

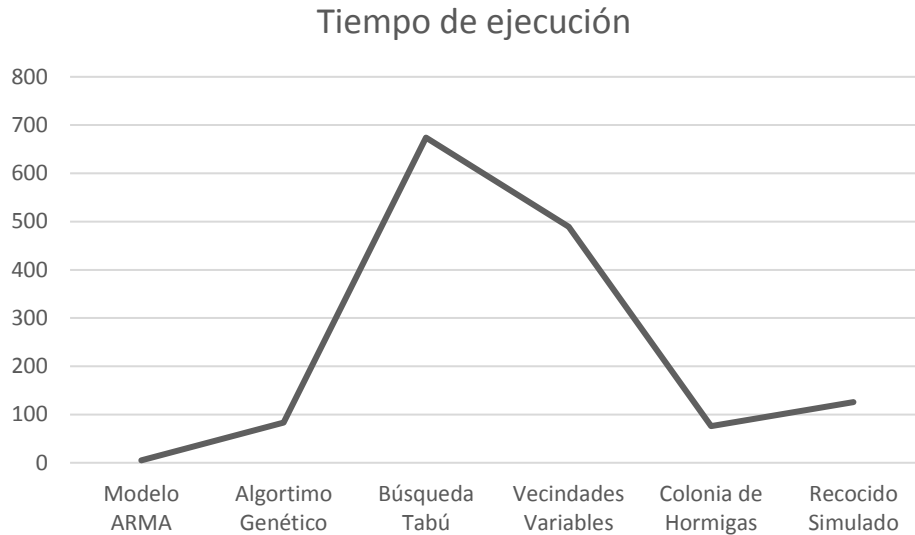
Los resultados obtenidos con las metaheurísticas de colonia de hormigas y vecindades variables no son tan buenos como los de las anteriores, el mejor resultado de colonia de hormigas es del 80.65 % en $T+2$ y el peor es del 60% en $T+3$. El mejor resultado de vecindades variables es de 78.13, en $T+2$ y el más bajo es de 58.06% en $T+3$.

Los resultados obtenidos a partir del modelo ARMA oscilan entre 71.88% en *a un día* y el de en contraste 51.72% a 5 días

La tabla 8 muestra los tiempos de ejecución

Modelo ARMA	Algoritmo Genético	Búsqueda Tabú	Vecindades Variables	Colonia de Hormigas	Recocido Simulado
5	83	674	489	76	126

Tabla 8.- Tiempos de ejecución (segundos)



Gráfica 31.- Tiempos de ejecución

El modelo ARMA presentó un tiempo de ejecución de 5 segundos, este tiempo no se puede comparar con los tiempos de ejecución de las metaheurísticas, ya que en este caso se realizan cálculos y operaciones, no es necesario hacer iteraciones, por lo que en un ciclo se obtienen los resultados.

De las metaheurísticas, el menos tiempo lo hizo el algoritmo de colonia de hormigas, 76 segundos, el segundo mejor fue de algoritmo genético, 83 segundos.

El tiempo más alto se tiene con búsqueda tabú.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo a futuro

6.1 Conclusiones

Con la información obtenida de los históricos del mercado de divisas se construyó una base de datos de las cotizaciones peso dólar y peso euro.

Se definieron los modelos con base a los históricos de la cotización Peso Dólar, tanto para ARMA como para metaheurísticas.

Con base en los datos de efectividad obtenidos se puede mencionar que el algoritmo genético presenta las mejores características para la resolución de este problema, de acuerdo con lo mostrado en la tabla 7; ya que, los valores obtenidos oscilan entre el 96 y el 83 %, con una desviación estándar del 5%, lo que significa una diferencia de 0.1226 pesos. En contraste, el modelo ARMA, presenta los peores resultados generados.

Los algoritmos de búsqueda tabú y recocido simulado presentaron un comportamiento similar, sus resultados son buenos, ya que oscilan entre el 93 y 80 % con una desviación estándar del 5% y una diferencia de 0.114 pesos.

Las metaheurísticas de colonia de hormigas y vecindades variables son menos eficientes que con las anteriores, oscilan entre el 80 y el 58 % con una desviación estándar de 8.9 % y una diferencia de 0.78 pesos.

Los tiempos de ejecución obtenidos indican que colonia de hormigas realiza el análisis en el menor tiempo, 76 segundos, el segundo menor tiempo lo tiene algoritmo genético, 83 segundos, seguido por recocido simulado, 126 segundos, muy lejos queda vecindades variables, 489 segundos y al final se encuentra la búsqueda tabú con 674 segundos.

Con base en desempeño y mejor tiempo el algoritmo genético es el que obtiene la mejor evaluación, ya que genera el mejor pronóstico en el segundo mejor tiempo, en contraste con vecindades variables que da el pronóstico menos eficiente en el segundo tiempo más alto.

Búsqueda tabú tiene el segundo mejor desempeño, pero el tiempo de ejecución más alto, colonia de hormigas tiene el mejor tiempo de ejecución, pero el penúltimo lugar en efectividad.

Recocido simulado ocupa la mitad de la tabla, tanto en efectividad como en tiempo de ejecución.

Con base en lo anterior se puede afirmar 3 metaheurísticas, algoritmo genético, recocido simulado y búsqueda tabú, cumplen con de la hipótesis de este trabajo, que a la letra dice,

Con base en la aplicación de los programas desarrollados de cada una de las metaheurísticas para realizar el análisis de los históricos de la cotización diaria del peso – dólar ¿Será posible identificar si las técnicas metaheurísticas tienen un mejor desempeño que el modelo ARMA y en qué casos proporcionen una efectividad de al menos 90%?

El resultado obtenido con el uso de las 5 técnicas metaheurísticas supera el resultado del modelo ARMA.

Es posible pronosticar el precio futuro del Dólar a corto plazo (de 1 a 5 días) usando ambos métodos.

Resulta que por las características de los datos históricos que se están analizando, una predicción a 3 días es poco eficiente.

En términos generales se puede mencionar que Las metaheurísticas tienen un mejor comportamiento que el modelo ARMA. En el desarrollo de este trabajo se satisficieron los objetivos planteados al inicio de este, ya que se generó una base de datos para el mercado de divisas nacional y se emplearon las metaheurísticas algoritmo genético, búsqueda tabú, colonia de hormigas, vecindades variables, recocido simulado y el modelo ARMA, caracterizando su comportamiento, eficiencia y eficacia.

6.2 Trabajos futuros

Con base en los análisis realizados, las técnicas aplicadas y los resultados obtenidos, que donde el algoritmo genético dio los mejores resultados y ARMA los más bajos, se propone realizar como trabajos futuros el desarrollo de herramientas híbridas, combinando estas dos herramientas con el objetivo de obtener resultados más precisos.

Mejorar el tiempo en que búsqueda tabú realiza el análisis de la información.

También desarrollar modelos híbridos combinando solo metaheurísticas, como algoritmo genético con recocido simulado o búsqueda tabú.

Ajustar los modelos ARMA, colonia de hormigas y vecindades variables buscando mejorar su precisión.

Considerar el uso de otras metaheurísticas

Una vez obtenidas herramientas más precisas extender los pronósticos de 5 a 10 días.

Extender la aplicación a otros instrumentos financieros, como son los de mercado de capitales.

Extender la aplicación a otros campos, diferentes al financiero y económico.

Bibliografía

Agudelo, D., Agudelo, D., Peláez, J. (2018) Determinantes y pronóstico de la actividad bursátil del mercado accionario colombiano, *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 23 (44), 4-28.

Avelar, H., Gutiérrez, L., Zúñiga, I., Sánchez, Z. (2019), Diseño e implementación de un algoritmo genético para la predicción de una variable, *Research in Computing Science* 148(8), pp. 187–197.

Ayala, F., Bucio, C. (2020). Modelo ARIMA aplicado al tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2016-2017 mediante ventanas temporales deslizantes. *Revista mexicana de economía y finanzas*, 15(3), 331-354. Epub 10 de febrero de 2021. <https://doi.org/10.21919/remef.v15i3.466>

Banco de México (2020) Cotización de las divisas respecto al Peso mexicano.

<https://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?accion=consultarCuadro&idCuadro=CF307§or=6&locale=es>

Beyzanur, E., Omer, B., Selim, Z. (2016), Model estimation of ARMA using genetic algorithms: A case study of forecasting natural gas consumption, *12th International Strategic Management Conference, ISMC 2016*.

Bodley, Z., Meron, R. (1999), *Finanzas* (1ª Ed), México: Pearson Educación.

Carrasco, R., Soto, I., Adasme, P., Alfaro, M. (2014) Pronósticos de precios del cobre usando algoritmos genéticos). XXI Congreso ACCA 2014 *Asociación Chilena de Control Automático*

Capistran, C., Ibarra, R., Ramos, M. (2012). El traspaso de movimientos del tipo de cambio a los precios. Un análisis para la economía mexicana. *El trimestre económico*, 79(316), 813-838. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-718X2012000400813&lng=es&tlng=es. (enero 2020)

Cazar, E. (2001), *Mercado internacional de divisas, Principios básicos*, (1ª Ed) Ediciones, Quito, Ecuador; Abya-Yala

De Greiff, S., Rivera, J. (2018). Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo: caso aplicado a la Bolsa de Valores de Colombia, *Estudios Gerenciales*, 34 (146), pp. 74-87.

De La Oliva, F., Jimeno, R., Díaz de Villegas, L. (2016), Aproximación a la metodología Box-Jenkins para la predicción de la tasa de cambio EUR/USD, *Cofin Habana*. 10 (1), pp. 57-75

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: *NSGA-II*. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197.

- Din, M.A. (2016). "ARIMA by Box Jenkins Methodology for Estimation and Forecasting Models in Higher Education", *Athens: ATINER'S Conference Paper Series*, No: EMS2015-1846.
- Glover, F., Kochenberger, G. (2003), *Handbook of metaheuristics*, USA: Kluwer Academic Publishers.
- Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms in search, optimization, and machine learning*, USA: Addison Wesley publishing company.
- González, T. (2018), *Handbook of Approximation Algorithms and Metaheuristics, Contemporary and Emerging Applications, Volume I*, (2nd Ed), Florida, USA: CRC Press, Taylor & Francis Group
- González, T. (2018), *Handbook of Approximation Algorithms and Metaheuristics, Contemporary and Emerging Applications, Volume II*, (2nd Ed), Florida, USA: CRC Press, Taylor & Francis Group
- Gortaire, D., Ayabaca, E., Borja, F., Valarezo, B. (2017) Modelo para el pronóstico de la demanda real de agua potable en Quito, FIGEMPA: *Investigación y Desarrollo*, 2 (7) pp. 39-50.
- Gujarati D., Porter Dawn C. (2010), *Econometría*, (5^a Ed) USA: McGraw-Hill, ISBN: 978-607-15-0294-0
- Guerrero, V. (2003), *Análisis estadístico De Series De Tiempo económicas*, (2^a Ed). México: Thompson Learning
- Herrera, F., Benavides, D., & Arango, F. (2011). Volatilidad estocástica del tipo de cambio peso-dólar: El régimen flotante en México. *Investigación Económica*, 70(276), pp. 19-50.
- Ibarra, J., Salazar, J., Navarro, R. (2017). Estimación de modelos estructurales y la evolución del tipo de cambio Peso-Dólar después de la crisis subprime. *Revista mexicana de economía y finanzas*, 12(4), 405-429. <https://doi.org/10.21919/remef.v12i4.241>
- Mejía, R., Hilario, L., López Timoteo, M. (2017). Predicción del precio diario de la acción de The COCA-COLA COMPANY, Tepexi, *Boletín científico de la Escuela Superior Tepeji del Río*, 4 (8), <https://doi.org/10.29057/estr.v4i8.2385>
- Melián, B, Moreno, J., Moreno, M. (2003) "Metaheurísticas: una visión global. Inteligencia Artificial, *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*. No.19, pp. 7-28
- Ortiz, F., Cabrera, A., Cruz, F. (2012), Modelado del comportamiento del tipo de cambio peso-dólar mediante redes neuronales diferenciales, *Estocástica: Finanzas y Riesgo* 2 (1) pp. 49-63
- Otero, J. (1993), *Econometría, Series temporales y predicción*, Madrid, España: Editorial AC
- Pindyck, R., Rubinfeld, D. (2001), *Econometría: modelos y pronósticos*, (4^a Ed). México: McGraw-Hill

Ponce, P.(2010), *Inteligencia Artificial con Aplicaciones a la Ingeniería*, 1º Edición, México: Alfaomega, Grupo Editor

Stock, J., Watson, M. (2012). *Introducción a la Econometría* (3ª Ed), Madrid, España: Pearson Educación.

Uriel, E. (1995), *Análisis de series temporales, modelos ARIMA* (3ª Ed, Madrid, España: Paraninfo

Valdiviezo, F. (2017), *Diseño y Aplicación de Técnicas Metaheurísticas para el Control de Tráfico*, Valencia, España: Universidad Politécnica de Valencia.

Van Horne, J., Wachowicz, J. (2010), *Fundamentals of financial Management*, (13a Ed) USA: Pearson Education, Ltd.

Carta de aceptación a revista indexada



Ciudad de México, a 21 de julio de 2021.

Ing. Gustavo López Malpica
Departamento de Sistemas
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

Estimado Ingeniero López Malpica:

Por medio de la presente nos es grato comunicarle que su artículo "Técnicas metaheurísticas para estimar el precio futuro del dólar con respecto al peso mexicano", ha sido aceptado para ser publicado en la revista Estocástica: finanzas y riesgo, Volumen 11, Número 2, correspondiente a julio – diciembre de 2021.

Agradecemos su valiosa participación y esperamos volver a contar con sus colaboraciones en futuras ediciones.

Quedamos a sus órdenes.

ATENTAMENTE
"Casa abierta al tiempo"

Dra. Marissa R. Martínez Preece
Editora

C.c.p. Expediente

Artículo publicado

Técnicas metaheurísticas para estimar el precio futuro del dólar con respecto al peso mexicano

Gustavo López Malpica*

Luis Fernando Hoyos Reyes*

Domingo Rodríguez Benavides*

Roman Anselmo Mora Gutiérrez*

*Departamento de Sistemas, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco

Resumen: El documento explica el proceso en el cual a través del uso de Metaheurísticas se pronostica el tipo de cambio del dólar americano respecto al peso. Para tal fin se emplean las cotizaciones de esta moneda entre el 2 de enero de 2018 y el 13 de diciembre de 2019, posteriormente se comparan los pronósticos con las cotizaciones observadas de esta divisa en el periodo comprendido entre el 16 de diciembre de 2019 y el 31 de enero de 2020, evitando de esta manera el periodo de turbulencia derivado de la pandemia por el Covid-19

Palabras clave: Metaheurísticas, paridad peso-dólar, algoritmo genético, colonia de hormigas, búsqueda tabú, recocido simulado, búsqueda en vecindades variables.

Adaptation of 5 metaheuristic techniques to estimate the future price of the dollar with respect to the Mexican peso.

Abstract: This paper presents the use of metaheuristics, to forecast the price of the US dollar with respect to the mexican peso. The study is based on the prices of this currency between January 2, 2018 and December 13, 2019, using for comparison and forecasts the prices of this currency for the period between December 16, 2019 and January 31, 2020, since this period is considered to be outside the range of turbulence derived from the Covid -19 pandemic.

Keywords: Metaheuristics, peso-dollar parity, genetic algorithm, ant colony, tabu search, simulated annealing, variable neighborhood search.

Introducción

El estudio de las series de tiempo permite definir patrones de comportamiento en la evolución de alguna variable e incluso mediante la aplicación de metaheurísticos, es posible pronosticar su comportamiento a futuro. Las aplicaciones abarcan un sin número de campos, industrial, científico, financiero, económico, de negocios, meteorológico, por mencionar algunos.

El termino heurístico se usa dentro del campo de la Inteligencia Artificial, aplicado en aspectos relacionados con el empleo de conocimiento en la realización dinámica de tareas,

son técnicas, métodos o procedimientos inteligentes usados para realizar tareas que no requieren de un riguroso análisis formal, sino de conocimiento experto sobre el tema.

Existen procedimientos heurísticos exitosos en la resolución de problemas específicos, con base a los razonamientos que producen un buen desempeño para aplicarlo a problemas o en contextos más complejos, lo que ha contribuido al desarrollo científico del campo de las heurísticas, extendiendo su aplicación. Obteniendo estrategias de diseño generales para procedimientos heurísticos de resolución de problemas. Desarrollando algoritmos, que quedan por encima de las heurísticas, denominados metaheurísticas. (Melián *et al.* 2003)

Las metaheurísticas se integran como sistemas expertos que facilitan el uso genérico y mejoran el rendimiento (Melián *et al.* 2003), por lo que han sido usadas ampliamente en el pronóstico de materias primas y variables económicas.

Este trabajo tiene como objetivo estimar el comportamiento del dólar americano, mediante técnicas metaheurísticas en series de tiempo del mercado mexicanos de divisas, con apoyo de herramientas de cómputo. Para tal fin definimos un modelo que permite analizar los datos históricos de la cotización peso dólar a través de estas técnicas para pronosticar su comportamiento en el corto plazo, específicamente en un lapso de 1 a 5 días. Con tales objetivos, buscamos responder entre otras cuestiones la siguiente pregunta: ¿Será posible identificar las técnicas metaheurísticas que tengan mejor desempeño y que proporcionen una efectividad de al menos 90%?

Este trabajo está conformado por las siguientes secciones:

- 1.- Revisión de la literatura, en la que se analizan investigaciones anteriores sobre el tema.
- 2.- Técnicas Metaheurísticas, aquí se explican las diferentes metaheurísticas usadas.
- 3.- Modelo de pronóstico, en la que se muestra el modelo utilizado y se detallan los parámetros utilizados en los experimentos.
- 4.- Resultados en la que se analizan los resultados obtenidos y se hace un comparativo.

Conclusiones

1 Revisión de la literatura

Carrasco *et al.* (2014), plantea aplicar algoritmos genéticos para pronosticar la variación en los precios del cobre (Cu) en Chile, con el fin de mejorar el grado de certeza al incorporar la inversa del porcentaje de pronóstico de signo (PPS), obteniendo un máximo de un 67.12% y una rentabilidad 9.66 %, versus una rentabilidad *Buy and Hold* del -2.0% para 73 días de observación.

Beyzanur *et al.* (2016), proponen el uso de un método que integra algoritmos genéticos y el modelo de auto regresión de media móvil (ARMA) para pronosticar el consumo de gas natural en Estambul.

De Greiff y Rivera. (2018), explican en Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo, la optimización de portafolios teniendo en cuenta restricciones impuestas por los mercados financieros y condiciones de proyectos con exceso de liquidez.

Ortiz *et al.* (2011), en su trabajo Modelan el comportamiento del tipo de cambio peso-dólar mediante redes neuronales diferenciales, explican cómo se ha consolidado el uso de redes neuronales diferenciales (RND) para el análisis de variables económicas, y que actualmente se utilizan para modelar el comportamiento del mercado de divisas en Europa. Sostienen que las RND superan a los modelos lineales en pronósticos a corto plazo, representan una herramienta útil y robusta en la descripción del comportamiento de las variables que interactúan en sistemas de descripción con variables financieras, como es el comportamiento del tipo de cambio peso – dólar.

Las redes neuronales diferenciales pueden ser en un futuro una de las herramientas más usadas y confiables para la descripción de variables económicas y financieras.

Herrera, *et al.* (2011), sostienen que la apertura de los mercados ha incrementado las relaciones de intercambio comercial y las fluctuaciones del tipo de cambio.

La volatilidad cambiaria de divisas con paridad flotante ha sido aproximadamente similar a la volatilidad de divisas con paridad fija, sin embargo, esto no significa que el riesgo sea trivial y que la volatilidad sea irrelevante.

México ha tenido un régimen de paridad flotante desde mediados de los años 70's, y ha padecido una serie de crisis recurrentes hasta épocas recientes.

El tipo de cambio ha sufrido una serie de depreciaciones en la búsqueda de una paridad fija, en enero de 1991 la paridad se fijó con un sistema de bandas de flotación, los eventos nacionales e internacionales de 1994 y las acciones del banco central para mantener la paridad usando las reservas internacionales presionaron el tipo de cambio y el 20 de diciembre de 1994 la banda superior se elevó, ajustando la paridad peso dólar con una depreciación del 15% , el 22 de diciembre, las autoridades monetarias abandonaron los esfuerzos para mantener el régimen cambiario, derivando en una recesión cuyos efectos se prolongaron hasta mediados de 1996.

El Banco de México realizó esfuerzos con el fin de alcanzar la estabilidad con un conjunto de reglas mediante las cuales intervino en el mercado cambiario buscando incrementar las reservas internacionales para fortalecer la moneda, sin intervenir con el régimen de libre flotación.

La moneda mexicana ha mostrado una volatilidad relativamente estable y la tendencia desde que se adoptó el modelo de libre flotación, ha sido al alza, sin embargo, hay analistas que sugieren que el peso está sobrevaluado.

Ayala y Bucio (2020), pronostican el tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2016-2017 mediante ventanas temporales deslizantes explican cómo con un modelo auto regresivo integrado de media móvil (ARIMA) (1,1,1) realiza pronósticos del tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2016-2017, las interacciones comerciales entre países que cuentan con divisa propias establecen acuerdos de valoración que requieren una conversión, entre las monedas,

que presentan variaciones, las cuales son dadas de acuerdo con la situación del país en relación del nivel de inversión, producción, inflación y capacidad de exportación.

Los regímenes cambiarios de los países son, fijo y de libre flotación, para lo que requieren un punto de referencia globalmente establecido, como es el dólar, por lo que la mayoría de las transacciones internacionales se realizan en esta moneda.

Para realizar el pronóstico, se utilizan modelos de series de tiempo ARIMA(p,d,q), que son una representación matemática de una serie temporal que permite capturar las características de un fenómeno real a partir de la información contenida en los datos y posteriormente generar un pronóstico, basándose únicamente en los datos de entrada.

Específicamente, proponen emplear un modelo ARIMA (1,1,1) con implementación de ventanas temporales deslizantes, identificando problemas de cambio estructural y proponiendo un ajuste óptimo, mejorando la precisión del pronóstico

El pronóstico a 30 días, tanto de ventanas deslizantes como de ventanas deslizantes crecientes por la derecha, es viable, con un intervalo de confianza del 95% se tienen 12 registros de 30 dentro del rango del valor real del tipo de cambio peso-dólar.

Ibarra et al. (2017). Exponen En Estimación de modelos estructurales y la evolución del tipo de cambio Peso-Dólar después de la crisis *subprime*, expone durante la crisis económica de mediados de los años 90's aceleró el proceso de cambio en la política cambiaria, la cual adoptó un régimen cambiario más flexible.

En la primera década del siglo XXI, se identifican al menos dos etapas con un comportamiento diferenciado en el tipo de cambio, la variación del valor del peso frente al dólar, fue menor de enero de 2005 a septiembre de 2008 que en los meses posteriores, La menor estabilidad cambiaria se atribuye en buena medida a la crisis global del crédito, surgida en 2008 y vinculada a la burbuja de precios en el sector inmobiliario de los Estados Unidos de Norteamérica, conocida como crisis de las hipotecas *subprime*.

El cambio en la política cambiaria suma relevancia al estudio de los determinantes del tipo de cambio; mientras que el evidente comportamiento diferencial del tipo de cambio a partir

de los últimos meses de 2008 requiere determinar si, en efecto, hubo cambio estructural en su evolución.

El diferencial de tasas de interés entre México (MX) y los Estados Unidos de América (USA) explica la evolución del tipo de cambio, los resultados muestran evidencia de cambio estructural en la evolución del tipo de cambio a partir del último trimestre de 2008.

La relación directa entre el diferencial de tasas de interés y el tipo de cambio nominal es consistente con la predicción del modelo monetario. Las expectativas de inflación pueden explicar un aumento en ese diferencial de tasas, lo que provoca una reducción en la demanda de dinero y consecuentemente una depreciación de la moneda.

Capistran, *et al.* (2012). Estiman el traspaso de movimientos del tipo de cambio a los precios un análisis a través de un modelo de vectores autorregresivos (VAR) con datos mensuales de enero de 1997 a diciembre de 2010.

Los efectos de la fluctuación del tipo de cambio a la inflación se calculan utilizando los impulsos respuesta acumulados de un choque al tipo de cambio que se identifica mediante el método recursivo. Sus resultados muestran que el impacto de la fluctuación del precio del dólar en los precios de las importaciones es completo, pero que el grado de traspaso disminuye a lo largo de la cadena de distribución de tal manera que el efecto en los precios al consumidor es menor a 20%. Además, se encuentra que el traspaso a los precios al consumidor parece disminuir considerablemente a partir de 2001, lo cual coincide con la adopción del esquema de objetivos de inflación por parte del Banco de México.

También se han aplicado las técnicas metaheurísticas en otros ámbitos, por ejemplo

Valdiviezo. (2017), en su tesis Diseño y Aplicación de Técnicas Metaheurísticas para el Control de Tráfico, expone los principales problemas que en las últimas décadas se ha agravado en las diferentes ciudades del mundo, que es el congestionamiento vehicular y los efectos que esto ocasiona.

2 Técnicas Metaheurísticas

Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos imitan el comportamiento natural de una población, donde cada individuo representa una solución factible a un problema, cuanto mayor sea la adaptación del individuo al problema, mayor será la probabilidad de sea seleccionado para reproducirse cruzando su material genético con otro ejemplar seleccionado de igual forma. Este cruce producirá nuevos individuos, descendientes de los anteriores, los cuales comparten las mejores características de sus padres, de esta manera se produce una nueva población de posibles soluciones.

Si el algoritmo genético ha sido bien diseñado, la población convergerá hacia una solución óptima del problema.

El algoritmo genético desarrollado de tipo elitista, con proceso de selección que asegura la convergencia hacia el individuo con el valor óptimo en cada generación.

El cromosoma está formado por dos genes, A y B de la función utilizada para pronosticar, la representación utilizada fue la forma directa, consistiendo en un vector de números reales.

La selección es con base en el método de la ruleta mejorado, con el que la probabilidad que tiene un individuo de reproducirse es proporcional a su valor de adaptación., la función de fitness es:

$$cul_j = \frac{\sum_{i=1}^j fit_{raw}}{\sum_{i=1}^{NPopSize} fit_{raw}} \quad (1)$$

donde:

fit: Valor de aptitud, el error de estimación calculado de cada cromosoma,

cul: Valor acumulado del total de fits.

El coeficiente de adaptación es:

$$fit_{scale} = \frac{fit_{max} - fit + \gamma}{fit_{max} - fit_{min} + \gamma} \quad (2)$$

La función de optimización es:

$$F_0 = 2.5(\text{fit}_{\max} - \text{fit}_{\min}) \quad (3)$$

La regla de selección es:

$$\text{cul}_{n-1} \leq r_k \leq \text{cul}_n, \quad 1 \leq n \leq \text{NPopSize} \quad (4)$$

La función de cruzamiento es $\alpha = 0.5BLX$, además, si el cromosoma tiene más de un gen, este operador puede ser aplicado a cada uno de los genes con una probabilidad de $PBLX - \alpha$

$$c'_{i=} \begin{cases} \text{si } \tau = 0, & c_i + \Delta(t, b_i - c_i) \\ \text{si } \tau = 1, & c_i + \Delta(t, c_i - a_i) \end{cases} \quad (5)$$

La mutación no-uniforme se define de la siguiente manera:

$$\Delta(t, y) = y \left(1 - r \left(\frac{t}{g_{\max}} \right)^b \right) \quad (6)$$

Si es aplicado en una generación t , y g_{\max} es el número máximo de generaciones, donde τ es un número aleatorio el cual puede tener el valor de cero o uno.

Colonia de Hormigas

El algoritmo de optimización por colonia de hormigas es una técnica para resolver problemas combinatorios complejos, se inspira en el comportamiento de las hormigas fue propuesto por Marco Dorigo en 1992.

La colonia de hormigas es capaz de encontrar la ruta más corta desde el hormiguero a la fuente de alimento desprendiendo feromonas, una vez que la hormiga encuentra comida y regresa a su hormiguero, marcando el camino que el resto de la colonia tenderá a seguir.

Por el tamaño de las poblaciones de hormigas, son varias las hormigas que encuentran diferentes rutas de diferente distancia entre el hormiguero y la comida.

Debido a la volatilidad de las feromonas, la intensidad decrece con el tiempo por lo que las rutas más largas, que requieren más tiempo para ser recorridas, presentan un rastro menos intenso que las cortas, resultan menos atractivas y son recorridas con menos frecuencia, además las rutas más cortas se recorren con mayor frecuencia, el rastro de feromonas es reforzado.

Esta técnica se aplica para encontrar soluciones alternativas a problemas clásicos como el del Agente Viajero, presenta la ventaja de adaptarse dinámicamente a cambios en las condiciones del problema.

Colonia de Hormigas puede ser utilizado en problemas reales relacionados con enrutamiento, muy útil por ejemplo para empresas de paquetería, combina de forma eficiente dos elementos de información, la distancia entre puntos de los diferentes caminos trazados (cuanto más cerca tienes el siguiente punto más probable es dirigirte a él); y la feromona, es decir, la información de soluciones exploradas previamente. Así, cuando se parte de un punto A, los más cercanos son más atractivos, pero en soluciones anteriores ir de A, a cada punto ha dado lugar a mejores o peores soluciones. Este algoritmo combina de forma equilibrada las dos fuentes de información.

Vecindades Variables

La Búsqueda en vecindades variables está basada en cambios sistemáticos de estructuras de vecindad. Esta idea ayuda a escapar de óptimos locales y explorar otras zonas del espacio de soluciones.

El algoritmo básico genera una solución dentro del entorno de la búsqueda actual, ejecutando una búsqueda monótona local desde ella hasta alcanzar un óptimo local, que reemplaza a la solución actual si ha habido una mejora y modifica la estructura de entorno en caso contrario.

Se reinicia la búsqueda y modifica la estructura de entornos, la otra vía para evitar quedarse atrapados en un óptimo local es admitir la posibilidad de pasos de no mejora, lo que da lugar a las estrategias de búsqueda no monótonas.

Las metaheurísticas proponen principalmente controlar la aceptación de movimientos que no sean de mejora para que, al menos a la larga, se vayan mejorando las soluciones encontradas, y utilizar información histórica del proceso de búsqueda para controlar cuándo el recorrido se está estancando en un mínimo local y evitar la formación de ciclos.

Las metaheurísticas fundamentales que aplican estas estrategias son el recocido simulado y la búsqueda tabú.

Búsqueda Tabú

La búsqueda tabú es una metaheurística cuya característica distintiva es el uso de memoria adaptativa y de estrategias especiales de resolución de problemas. Su filosofía se basa en la explotación de diversas estrategias inteligentes para la resolución de problemas, basadas en procedimientos de aprendizaje. La memoria adaptativa explota la historia del proceso de resolución del problema haciendo referencia a cuatro dimensiones principales, consistentes en la propiedad de ser reciente, en frecuencia, en calidad, y en influencia.

El algoritmo de búsqueda tabú simple aplica la búsqueda local con el criterio de “La mejor solución encontrada” como componente básico y usa una memoria de corto plazo para poder escapar de óptimos locales y evitar ciclos en la búsqueda. La memoria de corto plazo está implementada como una lista tabú que mantiene registro de las soluciones visitadas más recientemente y prohíbe movimientos hacia ellas.

La implementación de la memoria a corto plazo como una lista que contiene soluciones completas puede no ser efectiva, por lo que, en lugar de almacenar soluciones, se almacenan atributos de soluciones como por ejemplo componentes de soluciones, movimientos o diferencias entre dos soluciones. De esta forma, se restringe la vecindad de la solución actual a soluciones que no pertenecen a la lista tabú.

Recocido Simulado

El recocido simulado es una metaheurística de búsqueda local, capaz de evadir los óptimos locales, evitando que la búsqueda finalice en óptimos locales. Su facilidad de implementación y propiedades de convergencia y su capacidad para evadir de los óptimos locales lo han convertido en una técnica popular en las últimas dos décadas. Por lo general, se utiliza para abordar problemas de optimización discretos y, en menor medida, continuos.

Su nombre se debe a la analogía de los procesos físicos de recocido de sólidos en los cuales un sólido cristalino es calentado y después se deja enfriar lentamente hasta que alcanza la mayor la configuración de trama más regular posible y así un cristal libre de defectos.

Este método asocia soluciones factibles de problemas de optimización combinatoria a estados de un sistema físico, teniendo costos asociados a estos estados de energía.

3 Modelo de Pronóstico

Estimar el precio del dólar americano dentro de una banda dada $\pm \Delta y$, que se calcula con base al precio del día actual más menos un error que se calcula usando alguna de las metaheurísticas mencionada, dentro de uno a cinco días.

Para este estudio se consideran los históricos de los precios del dólar americano y del euro desde el 1 de enero de 2018 hasta el 13 de diciembre del 2019, y para comparar la eficacia de las metaheurísticas se usarán los históricos de las cotizaciones de las mencionadas monedas del 16 de diciembre de 2019 al 31 de enero de 2020, periodo en el que la turbulencia en los mercados derivada de la pandemia de Covid-19 aún no era evidente, es decir que se considera un periodo de estabilidad.

El valor del euro se usa como correlación al precio del dólar.

Se define el modelo:

$$\Delta Y = \theta (\beta_y \Delta y + \beta_x \Delta x + \epsilon) \quad (7)$$

Donde

ΔY = Diferencia de calculada de Y

$$\Delta y = y_t - y_{t-1} \quad (8)$$

$$\Delta x = x_t - x_{t-1} \quad (9)$$

$$\beta_y = \sigma y * \bar{y} \quad (10)$$

\bar{y} = media de y

$$\beta_x = \sigma x * \bar{x} \quad (11)$$

\bar{x} = promedio de c

ϵ = un choque o error

θ = constante

$$\epsilon \sim N(0, C)^2$$

$$\text{Min. } \Sigma (y_t - \hat{y}_t)^2 \quad (12)$$

Sujeto a (7)

Parámetros de experimentación

Para este trabajo se toman datos históricos USD/MXN y EUR/MXN de Banco de México (2020) Cotización de las divisas respecto al Peso mexicano, del 1 de enero de 2018 hasta el 13 de diciembre del 2019, una población total de 523 datos, se realizaron muestreos aplicando el modelo de algoritmo genético y el modelo de medias móviles, comparando los resultados obtenidos. En este artículo emplearemos las siguientes metaheurísticas: Algoritmo Genético, Búsqueda Tabú, Colonia de Hormigas, Recocido Simulado y Vecindades Variables, entre otras, con la finalidad de obtener una mejor precisión de los estimadores.

Algoritmo Genético

Se empleó un algoritmo genético

Con base en esta información se genera una población inicial con 20 individuos que se cruzaron con el siguiente criterio:

$$hiji_{(i,j)} = \sum_1^{10} \frac{padre_i + padre_j}{2} \quad (13)$$

La mutación de los hijos se hizo por medio de la siguiente función:

$$M = hijo_{(i,j)} * rndn \quad (14)$$

Se generó un conjunto de 100 hijos, seleccionando los 50 mejores.

No existe un criterio de aspiración, se realizan 500 iteraciones.

La función de aptitud empleada se muestra a continuación:

$$\widehat{\Delta Y} = \sum_1^n \sqrt{\frac{y_t^2 - y_{t-1}^2}{\bar{y}}} \quad (15)$$

Búsqueda Tabú

El tamaño del vecindario es $6+2*(a2-1)$, donde $a2$ es la longitud de la base de datos, el tamaño de la vecindad es de 10, el tamaño de la lista es de 10 y el límite del vecindario es de 0.1.

Búsqueda en Vecindades Variables

El tamaño del vecindario es igual al tamaño de la base de datos, el tamaño de las vecindades es de 10.

Colonia de Hormigas

Para este estudio se generan 10 hormigas con mecanismos de caminata aleatoria y difusión de rastro de feromonas, además tienen la capacidad de percibir el rastro de feromonas que han depositado otras hormigas, la tasa de evaporación de las feromonas es de 0.03.

Recocido Simulado

En la aplicación del algoritmo de recocido simulado, donde se toma como temperatura inicial 100° y temperatura final 1° , con una tasa de enfriamiento de 0.9.

La función de aceptación es:

$$f_{(y)} = \frac{1}{c} \frac{f_{(t)}}{c} \quad (16)$$

Donde y es el diferencial del valor del dólar y c es la tasa de enfriamiento.

4 Resultados

Algoritmo Genético

Se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.122607667 pesos, el mejor pronóstico generado es a cinco días con 96.43% de efectividad.

La tabla 1 muestra los resultados obtenidos aplicando el algoritmo genético a la serie temporal de la cotización peso - dólar.

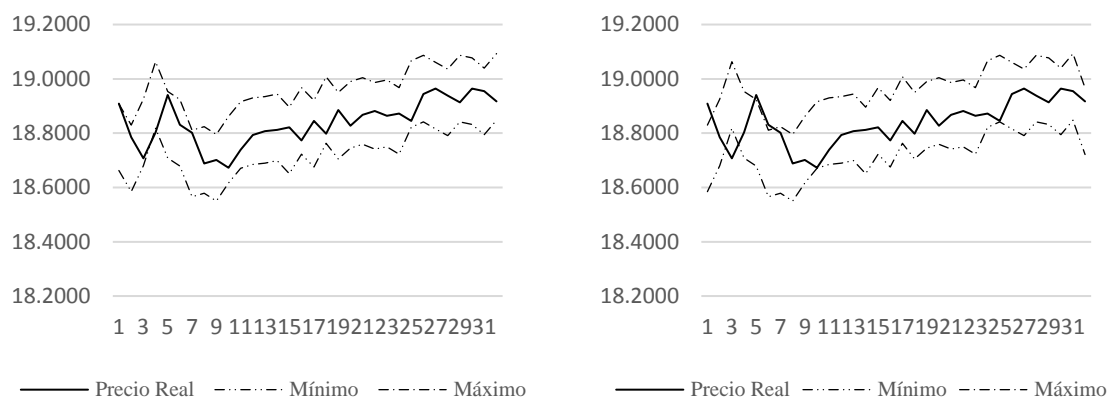
Tabla 1.- Resultados Algoritmo Genético

Algoritmo Genético			
Pronóstico	muestra	Aciertos	Porcentaje
T+1 día	32	30	93.75%
T+2 días	31	28	90.32%
T+3 días	30	25	83.33%
T+4 días	29	27	93.10%
T+5 días	28	27	96.43%

Fuente de elaboración propia

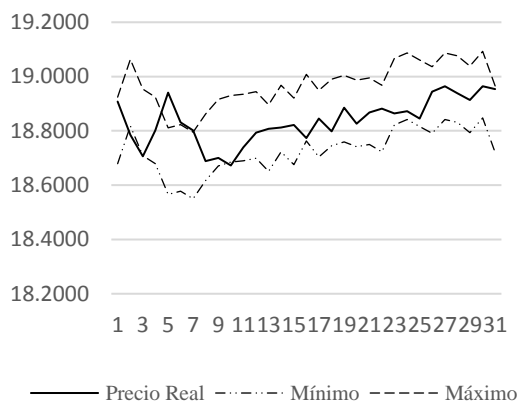
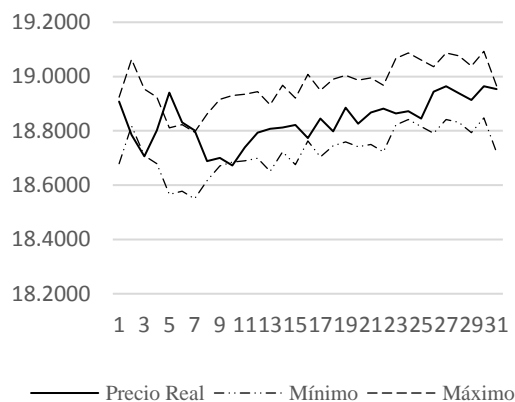
La gráfica 1 muestra el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm\Delta y$ con base a los resultados obtenidos de la aplicación del algoritmo genético al histórico de cotizaciones.

Gráfica 1.-Pronóstico del precio del dólar de 1 a 5 días usando el algoritmo genético
(Fuente de elaboración propia)

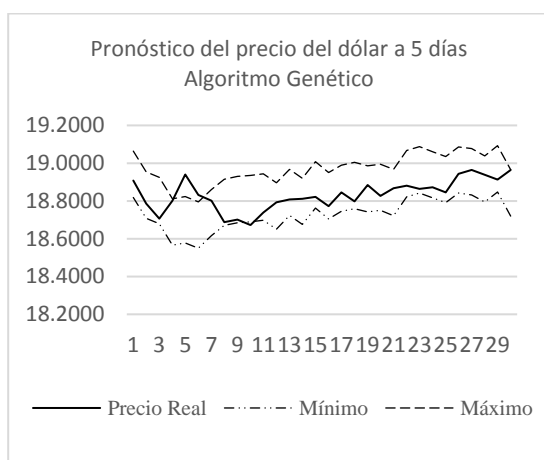


A.- Un día

B.- Dos días



C.- Tres días



D.- Cuatro días

E.- Cinco días

Con este algoritmo el intervalo $\pm\Delta y$, es del orden de 0.23 pesos, los pronósticos van de un máximo del 96.43% a un mínimo de 83.33% de efectividad.

Búsqueda Tabú

Se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.11401333 pesos, el mejor pronóstico generado es a un día con 93.75% de efectividad.

La tabla 2 muestra los resultados obtenidos aplicando el algoritmo de búsqueda tabú a la serie temporal de la cotización peso - dólar.

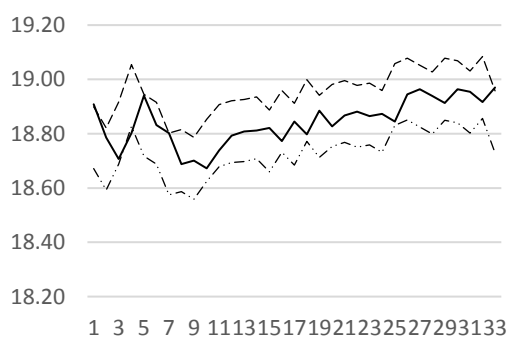
Tabla 2.- Resultados Búsqueda Tabú.

Búsqueda Tabú			
Pronóstico	muestra	aciertos	Porcentaje
T+1 día	32	30	93.75%
T+2 días	31	26	83.87%
T+3 días	30	25	83.33%
T+4 días	29	27	93.10%
T+5 días	28	25	89.29%

Fuente de elaboración propia

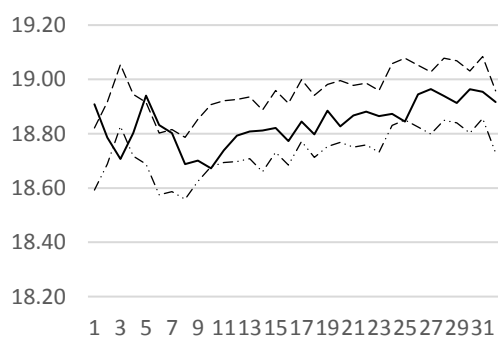
La gráfica 2 muestra el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm\Delta y$ con base a los resultados obtenidos de la aplicación del algoritmo de búsqueda tabú al histórico de cotizaciones.

Gráfica 2.- Pronóstico del precio del dólar Pronóstico del precio del dólar de 1 a 5 días, usando el algoritmo de Búsqueda Tabú. (Fuente de elaboración propia)



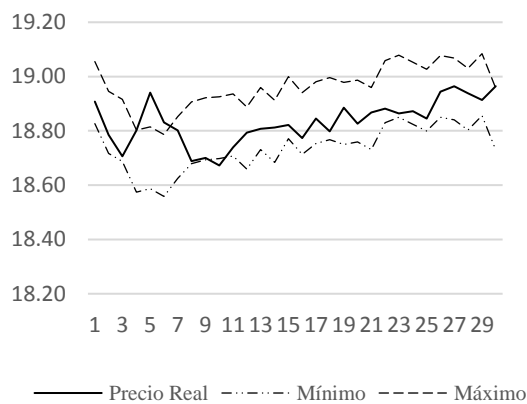
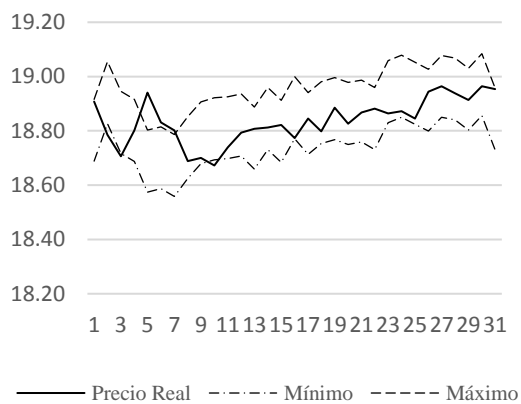
— Precio Real - - - - - Mínimo - - - - - Máximo

A.- Un día

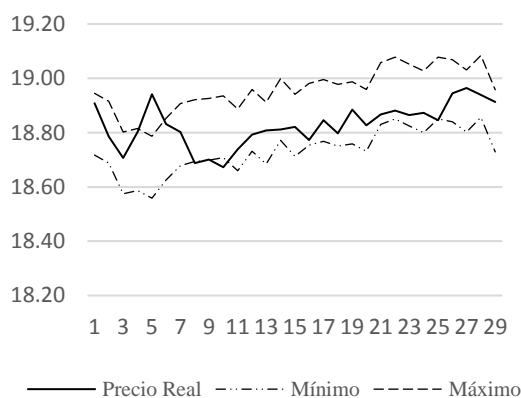


— Precio Real - - - - - Mínimo - - - - - Máximo

B.- Dos días



C.- Tres días



D.- Cuatro días

E.- Cinco días

Con este algoritmo el intervalo $\pm\Delta y$, es del orden de 0.14 pesos, los pronósticos van de un máximo del 93.75% a un mínimo de 83.33% de efectividad.

Búsqueda en Vecindades Variables

Se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.0734 pesos, el mejor pronóstico generado es a dos días con 78.13% de efectividad.

La tabla 3 muestra los resultados obtenidos aplicando el algoritmo de búsqueda en vecindades variables a la serie temporal de la cotización peso - dólar.

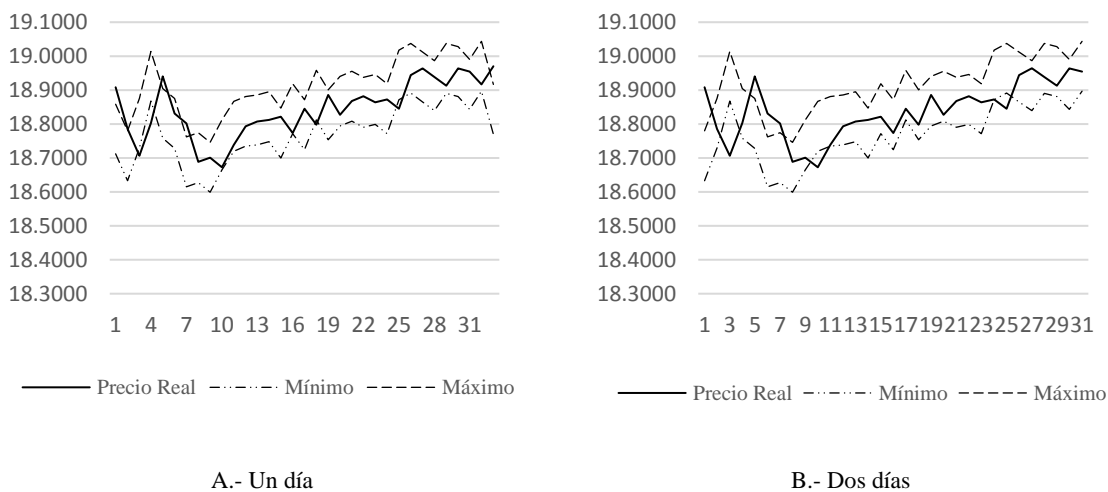
Tabla 3.- Resultados Vecindades Variables

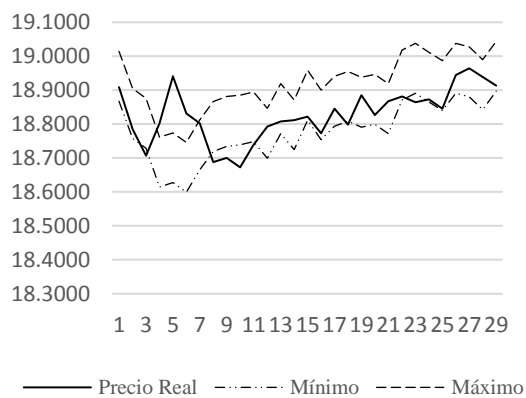
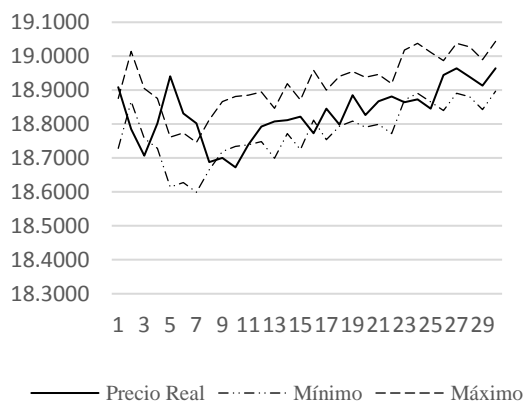
Búsqueda en Vecindades Variables			
pronóstico	muestra	Aciertos	Porcentaje
T+1 día	33	24	72.73%
T+2 días	32	25	78.13%
T+3 días	31	18	58.06%
T+4 días	30	19	63.33%
T+5 días	29	17	58.62%

Fuente de elaboración propia

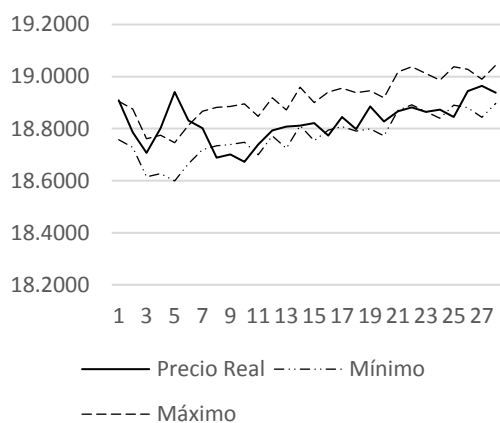
La gráfica 3 muestra el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm\Delta y$ con base a los resultados obtenidos de la aplicación del algoritmo de búsqueda en vecindades variables al histórico de cotizaciones.

Gráfica 3.- Pronóstico del precio del dólar de 1 a 5 días usando vecindades variables.
(Fuente de elaboración propia)





C.- Tres días



D.- Cuatro días

E.- Cinco días

Con este algoritmo el intervalo $\pm\Delta y$, es del orden de 0.14 pesos, los pronósticos van de un máximo del 78.13% a un mínimo de 58.06% de efectividad.

Colonia de Hormigas

Se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.0789 pesos, el mejor pronóstico generado es a dos días con 80.65% de efectividad.

La tabla 4 muestra los resultados obtenidos aplicando el algoritmo colonia de hormigas a la serie temporal de la cotización peso - dólar.

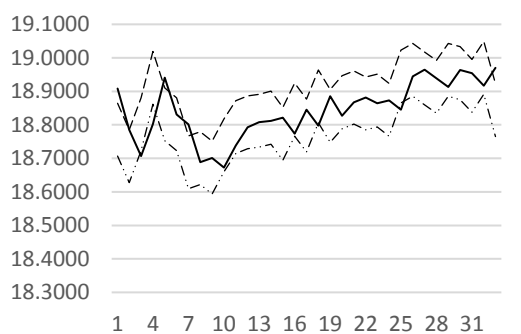
Tabla 4.-resultados Colonia de Hormigas.

Colonia de Hormigas			
Pronóstico	Muestra	Aciertos	Porcentaje
T+1 día	32	25	78.13%
T+2 días	31	25	80.65%
T+3 días	30	18	60.00%
T+4 días	29	19	65.52%
T+5 días	28	20	71.43%

Fuente de elaboración propia

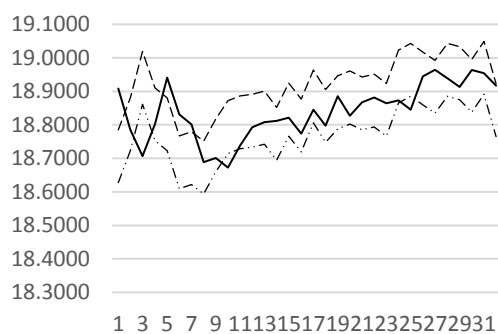
La gráfica 4 muestra el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm\Delta y$ con base a los resultados obtenidos de la aplicación del algoritmo colonia de hormigas al histórico de cotizaciones.

Gráfica 4.- Pronóstico del precio del dólar de 1 a 5 días, usando colonia de hormigas.
(Fuente de elaboración propia)



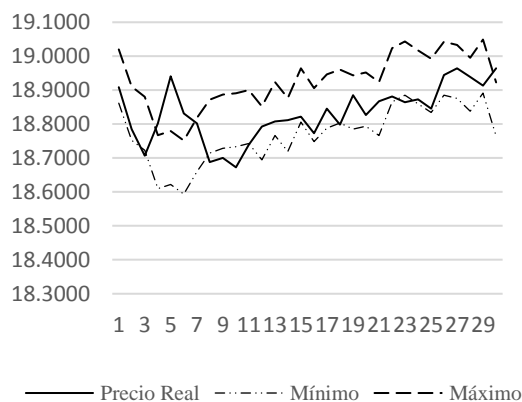
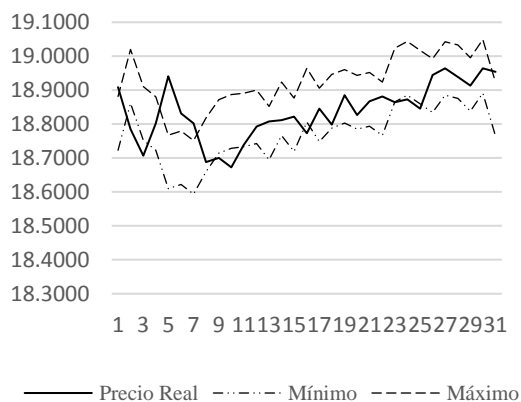
— Precio Real - - - - - Mínimo - Máximo

A.- Un día

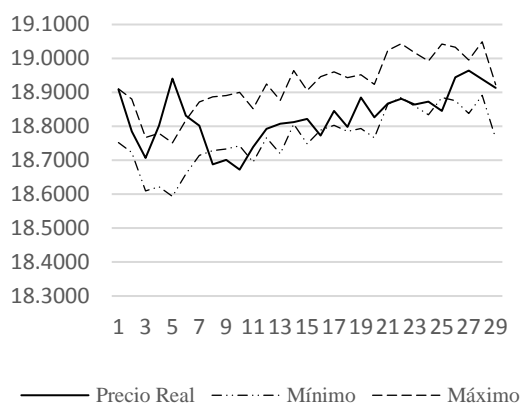


— Precio Real - - - - - Mínimo - Máximo

B.- Dos días



C.- Tres días



D.- Cuatro días

E.- Cinco días

Con este algoritmo el intervalo $\pm\Delta y$, es del orden de 0.16 pesos, los pronósticos van de un máximo del 80.65% a un mínimo de 60.0% de efectividad.

Recocido Simulado

Se obtuvo una Δy promedio de: ± 0.11464 pesos, el mejor pronóstico generado es a un día con 93.75% de efectividad.

La tabla 5 muestra los resultados obtenidos aplicando el algoritmo recocido simulado a la serie temporal de la cotización peso - dólar.

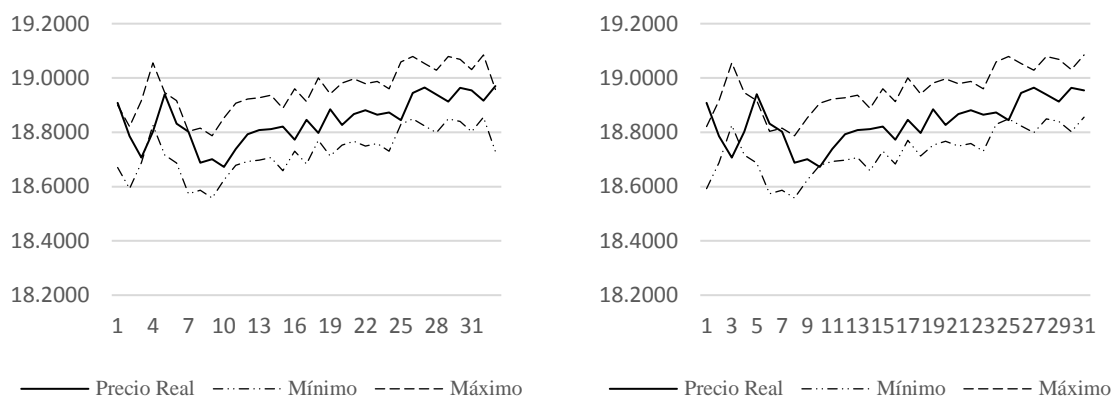
Tabla 5.- resultados Recocido simulado.

Recocido Simulado			
Pronóstico	Muestra	Aciertos	Porcentaje
T+1 día	32	30	93.75%
T+2 días	31	26	83.87%
T+3 días	30	24	80.00%
T+4 días	29	26	89.66%
T+5 días	28	25	89.29%

Fuente de elaboración propia

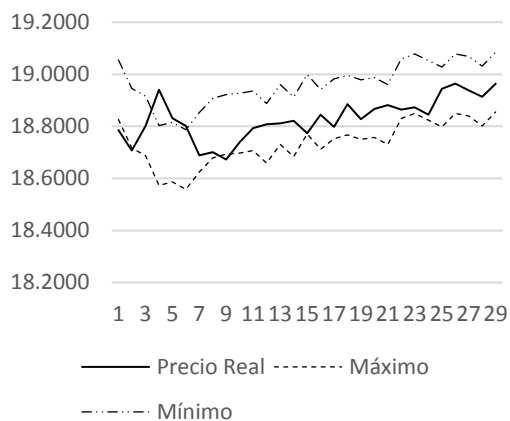
La gráfica 5 muestra el comportamiento del precio del dólar dentro de la banda que se genera en el intervalo de $\pm\Delta y$ con base a los resultados obtenidos de la aplicación del algoritmo recocido simulado al histórico de cotizaciones.

Gráfica 5.- Pronóstico del precio del dólar de 1 a 5 días usando recocido simulado.
(Fuente de elaboración propia)

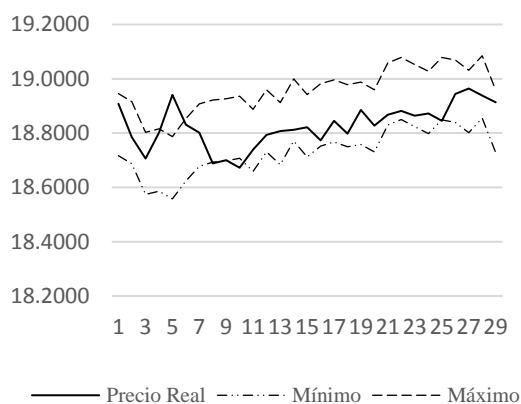


A.- Un día

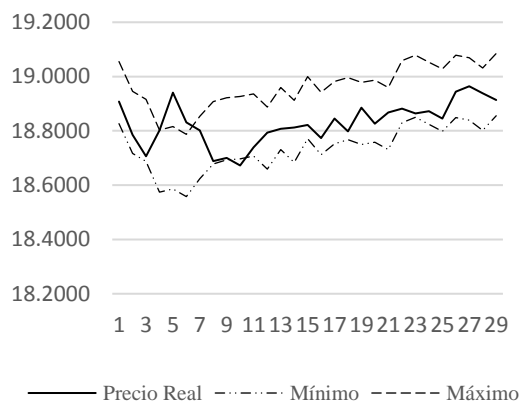
B.- Dos días



C.- Tres días



E.- Cinco días



D.- Cuatro días

Con este algoritmo el intervalo $\pm\Delta y$, es del orden de 0.23 pesos, los pronósticos van de un máximo del 93.75% a un mínimo de 80.0% de efectividad.

Análisis comparativo de desempeño de metaheurísticas

Tabla 6.- Resumen de resultados.

Metaheurística	Pronóstico	Efectividad	$\Delta y(\$)$
Algoritmo Genético	T+5 días	96.43 %	0.123
Búsqueda Tabú	T+1 día	93.75 %	0.114
Recocido Simulado	T+1 día	93.75 %	0.114
Colonia de Hormigas	T+2 días	80.65 %	0.079
Vecindades Variables	T+2 días	78.13 %	0.073

Fuente de elaboración propia

Como se puede observar en la tabla 6, el algoritmo genético presenta los mejores resultados, el pronóstico a 5 días es de 96.43 % de efectividad en 4 de 5 pronósticos obtiene más del 90% y el más bajo, en $T + 3$ días es de 83.33 %.

Los algoritmos de búsqueda tabú y recocido simulado tienen un comportamiento similar, el mejor resultado obtenido por los dos es del 93.75 % de efectividad en $T+1$ día, sin embargo, con búsqueda tabú el resultado más bajo es de 83.33 % en $T+ 3$ y recocido simulado es de 80.00% también en $T+3$.

Los resultados obtenidos con las metaheurísticas de colonia de hormigas y vecindades variables no son tan buenos como los de las anteriores, el mejor resultado de colonia de hormigas es del 80.65 % en $T+2$ y el peor es del 60% en $T+3$. El mejor resultado de vecindades variables es de 78.13, en $T+2$ y el más bajo es de 58.06% en $T+3$.

Conclusiones

Durante la investigación realizada para este trabajo se encontró una gran cantidad de La literatura que reporta trabajos en los que se usan dos métodos estadísticos, el autorregresivo de media móvil (ARMA) y el autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA) y una metaheurística, el algoritmo genético, en este trabajo se proponen exclusivamente el uso de metaheurísticas, además del algoritmo genético se incluyen la búsqueda en vecindades variables, la búsqueda tabú, el recocido simulado y las colonias de hormigas, ya que se buscan ampliar la variedad de alternativas que existen para realizar pronósticos en el comportamiento de series temporales, que estas requieran menos recursos de cómputo teniendo tiempos de respuesta más eficientes.

Se definieron los modelos con base a los históricos de la cotización Peso Dólar, para metaheurísticas.

Con base en los datos obtenidos se puede mencionar que el algoritmo genético presenta las mejores características para la resolución de este problema, de acuerdo con lo mostrado en la tabla 6; ya que, los valores obtenidos oscilan entre el 96 y el 83 %, con una desviación estándar del 5%, lo que significa una diferencia de 0.1226 pesos.

Los algoritmos de búsqueda tabú y recocido simulado presentaron un comportamiento similar, sus resultados son buenos, ya que oscilan entre el 93 y 80 % con una desviación estándar del 5% y una diferencia de 0.114 pesos.

Las metaheurísticas de colonia de hormigas y vecindades variables son menos eficientes que con las anteriores, oscilan entre el 80 y el 58 % con una desviación estándar de 8.9 % y una diferencia de 0.78 pesos.

Es posible pronosticar el precio futuro del Dólar a corto plazo (de 1 a 5 días) y el intervalo de variación usando técnicas metaheurísticas.

Resulta que por las características de los datos históricos que se están analizando, una predicción para T+3, es poco eficiente.

Buscando optimizar los resultados, se propone para trabajos futuros el desarrollo de metaheurísticas híbridas, donde banda de Δy inferior a 0.23 pesos y muy cercana a 0.15 pesos, donde la efectividad sea superior a 85 % y muy cercana al 90 %.

Con base en lo anterior se puede afirmar el cumplimiento de la hipótesis de este trabajo, que a la letra dice “¿Será posible identificar las técnicas metaheurísticas que tengan mejor desempeño y que proporcionen una efectividad de al menos 90%?”, así mismo se cumple con el objetivo de pronosticar el valor del dólar a corto plazo mediante el uso de las técnicas mencionadas.

En trabajos futuros se realizará la combinación entre vecindades variables y algoritmos genético, o colonia de hormigas y recocido simulado; con el objeto de diseñar estrategias híbridas que mejoren los resultados obtenidos hasta el momento.

Referencias

Ayala, R. F. y Bucio, C. (2020). Modelo ARIMA aplicado al tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2016-2017 mediante ventanas temporales deslizantes. *Revista mexicana de economía y finanzas*, 15(3), 331-354. <https://doi.org/10.21919/remef.v15i3.466>

Banco de México (2020) Cotización de las divisas respecto al Peso mexicano.

<https://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?accion=consultarCuadro&idCuadro=CF307§or=6&locale=es> (enero - febrero 2020)

Beyzanur, E., Omer, B., y Selim, Z., (2016), Model estimation of ARMA using genetic algorithms: A case study of forecasting natural gas consumption, *12th International Strategic Management Conference, ISMC 2016*, pp. 537-545.

Capistran, C., Ibarra, R. y Ramos, M. (2012). El traspaso de movimientos del tipo de cambio a los precios. Un análisis para la economía mexicana. *El trimestre económico*, 79(316), 813-838. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-718X2012000400813&lng=es&tlng=es. (enero 2020)

Carrasco R, Soto I, Adasme P, Alfaro M, (2014) Pronósticos de precios del cobre usando algoritmos genéticos, *XXI Congreso ACCA, Asociación Chilena de Control Automático*, pp 1-7.

De Greiff, S. y Rivera, J.C. (2018). Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo: caso aplicado a la Bolsa de Valores de Colombia. *Estudios Gerenciales*, 34(146), pp.74-87.

Gendreau M., Potvin J. Y. (2010), *Handbook of Metaheuristics* (2nd Ed.), Unites States: Springer.

Hernández, J. L. (2010), *Algoritmo Genético Multi-objetivo para el descubrimiento de secuencias reguladoras*, México: Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.

Herrera, F., Benavides, D. y Arango, F. (2011). Volatilidad estocástica del tipo de cambio peso-dólar: El régimen flotante en México. *Investigación Económica*, 70(276), pp. 19-50.

Ibarra, J., Salazar, J. J. y Navarro, R. (2017). Estimación de modelos estructurales y la evolución del tipo de cambio Peso-Dólar después de la crisis subprime. *Revista mexicana de economía y finanzas*, 12(4), 405-429. <https://doi.org/10.21919/remef.v12i4.241>

Melián, B., Moreno, J. A. y Moreno, M. (2003) "Metaheurísticas: una visión global. *Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*. No.19, pp. 7-28

Ortiz, F., Cabrera, A. I. y Cruz, F. (2012), Modelado del comportamiento del tipo de cambio peso-dólar mediante redes neuronales diferenciales, *Estocástica: Finanzas y Riesgo* 2 (1) pp. 49-63

Valdiviezo, M. F. (2017), *Diseño y Aplicación de Técnicas Metaheurísticas para el Control de Tráfico*, Valencia, España: Universidad Politécnica de Valencia.

Base de datos.

Serie de tiempo con las cotizaciones del Dólar americano y el Euro (Valores expresados en Pesos mexicanos).

Fecha	Dólar	Euro
13/12/2019	19.04550	21.2843
12/12/2019	19.11200	21.2685
11/12/2019	19.17850	21.2527
10/12/2019	19.23620	21.3214
09/12/2019	19.23020	21.2946
06/12/2019	19.32470	21.4369
05/12/2019	19.36880	21.4829
04/12/2019	19.47070	21.5541
03/12/2019	19.56780	21.6723
02/12/2019	19.57170	21.5445
29/11/2019	19.53520	21.5395
28/11/2019	19.61130	21.5852
27/11/2019	19.56070	21.5314
26/11/2019	19.51850	21.5045
25/11/2019	19.44680	21.4216
22/11/2019	19.39870	21.4647
21/11/2019	19.41380	21.5192
20/11/2019	19.48000	21.5400
19/11/2019	19.36870	21.4547
18/11/2019	19.28750	21.3221
15/11/2019	19.20630	21.1894
14/11/2019	19.42280	21.3476
13/11/2019	19.45430	21.4182
12/11/2019	19.21780	21.1723
11/11/2019	19.10900	21.0705
08/11/2019	19.10680	21.0729
07/11/2019	19.13270	21.1933
06/11/2019	19.19530	21.2732
05/11/2019	19.21250	21.3576
04/11/2019	19.15250	21.3828
01/11/2019	19.10580	21.3135
31/10/2019	19.19480	21.4003
30/10/2019	19.16430	21.2992
29/10/2019	19.11670	21.1861
28/10/2019	19.05430	21.1465

25/10/2019	19.08200	21.2077
24/10/2019	19.08780	21.2419
23/10/2019	19.12580	21.2459
22/10/2019	19.10500	21.2858
21/10/2019	19.14220	21.3675
18/10/2019	19.14920	21.3188
17/10/2019	19.16020	21.2956
16/10/2019	19.21350	21.1877
15/10/2019	19.25200	21.2061
14/10/2019	19.26520	21.2408
11/10/2019	19.32170	21.3244
10/10/2019	19.47640	21.4766
09/10/2019	19.56890	21.4876
08/10/2019	19.58400	21.5228
07/10/2019	19.55220	21.4673
04/10/2019	19.52550	21.4546
03/10/2019	19.73680	21.6266
02/10/2019	19.79850	21.6219
01/10/2019	19.77920	21.5603
30/09/2019	19.73450	21.5540
27/09/2019	19.68080	21.5278
26/09/2019	19.63630	21.4635
25/09/2019	19.57750	21.5245
24/09/2019	19.45870	21.3822
23/09/2019	19.44590	21.3594
20/09/2019	19.44780	21.4752
19/09/2019	19.39810	21.4659
18/09/2019	19.35280	21.3742
17/09/2019	19.42620	21.4154
16/09/2019	19.39635	21.4489
13/09/2019	19.36650	21.4823
12/09/2019	19.42650	21.4167
11/09/2019	19.54780	21.5172
10/09/2019	19.53540	21.5642
09/09/2019	19.53980	21.5436
06/09/2019	19.56230	21.5772
05/09/2019	19.68340	21.7630
04/09/2019	19.78060	21.7923
03/09/2019	20.00390	21.8813
02/09/2019	20.12530	22.0734
01/09/2019	20.09745	22.1166

30/08/2019	20.06960	22.1598
29/08/2019	20.09880	22.2544
28/08/2019	20.03140	22.2218
27/08/2019	19.99340	22.2097
26/08/2019	19.90860	22.1364
23/08/2019	19.84020	21.9323
22/08/2019	19.74670	21.8547
21/08/2019	19.67980	21.8485
20/08/2019	19.75220	21.8884
19/08/2019	19.81530	22.0118
16/08/2019	19.56690	21.6752
15/08/2019	19.63650	21.9035
14/08/2019	19.57630	21.8853
13/08/2019	19.46300	21.8307
12/08/2019	19.58030	21.9231
09/08/2019	19.42830	21.7665
08/08/2019	19.51180	21.8513
07/08/2019	19.69530	22.0302
06/08/2019	19.62910	21.9875
05/08/2019	19.57310	21.8602
02/08/2019	19.31160	21.4310
01/08/2019	19.16270	21.1432
31/07/2019	18.99290	21.1714
30/07/2019	19.07470	21.2626
29/07/2019	19.09000	21.2357
26/07/2019	19.06990	21.2296
25/07/2019	19.06230	21.2344
24/07/2019	19.08940	21.2923
23/07/2019	19.13150	21.3900
22/07/2019	19.06590	21.3948
19/07/2019	19.01230	21.3670
18/07/2019	19.01080	21.3149
17/07/2019	19.02330	21.3413
16/07/2019	19.07810	21.4123
15/07/2019	18.98030	21.4060
12/07/2019	19.03070	21.4267
11/07/2019	19.12270	21.5561
10/07/2019	19.24250	21.5834
09/07/2019	19.00430	21.2877
08/07/2019	18.91160	21.2094
05/07/2019	19.04460	21.4480

04/07/2019	18.99470	21.4298
03/07/2019	19.05020	21.5229
02/07/2019	19.06940	21.5456
01/07/2019	19.07600	21.6255
28/06/2019	19.20870	21.8643
27/06/2019	19.16850	21.8128
26/06/2019	19.14420	21.7612
25/06/2019	19.22710	21.8910
24/06/2019	19.18330	21.8546
21/06/2019	19.06610	21.5609
20/06/2019	18.98040	21.4564
19/06/2019	19.17530	21.4898
18/06/2019	19.10110	21.3971
17/06/2019	19.19240	21.5320
14/06/2019	19.14870	21.5634
13/06/2019	19.16450	21.6300
12/06/2019	19.13830	21.6617
11/06/2019	19.12220	21.6406
10/06/2019	19.20400	21.7168
07/06/2019	19.65280	22.1359
06/06/2019	19.70840	22.1414
05/06/2019	19.54180	22.0070
04/06/2019	19.60070	22.0674
03/06/2019	19.76090	22.1016
31/05/2019	19.64260	21.8956
30/05/2019	19.06830	21.2364
29/05/2019	19.23950	21.4645
28/05/2019	19.16520	21.4439
27/05/2019	19.05210	21.3231
26/05/2019	19.05895	21.32650
24/05/2019	19.06580	21.3299
23/05/2019	19.01220	21.1710
22/05/2019	18.97550	21.1947
21/05/2019	19.03090	21.2109
20/05/2019	19.09080	21.2967
17/05/2019	19.14540	21.3806
16/05/2019	19.07100	21.3729
15/05/2019	19.12360	21.4098
14/05/2019	19.14270	21.4963
13/05/2019	19.19280	21.5631
10/05/2019	19.13740	21.4980

09/05/2019	19.26230	21.5545
08/05/2019	19.08370	21.3804
07/05/2019	19.04990	21.3311
06/05/2019	18.97810	21.2498
03/05/2019	19.00120	21.1930
02/05/2019	19.10140	21.3983
01/05/2019	19.05565	21.3561
30/04/2019	19.00990	21.3139
29/04/2019	19.01200	21.2060
26/04/2019	18.94140	21.0960
25/04/2019	19.09420	21.2528
24/04/2019	19.00460	21.3023
23/04/2019	18.95780	21.3323
22/04/2019	18.83590	21.1904
19/04/2019	18.9272	21.3166
18/04/2019	18.8983	21.3145
17/04/2019	18.84800	21.3171
16/04/2019	18.95160	21.4182
15/04/2019	18.84890	21.3172
12/04/2019	18.77190	21.2385
11/04/2019	18.84320	21.2617
10/04/2019	18.83600	21.2385
09/04/2019	18.92290	21.3412
08/04/2019	18.97010	21.3300
05/04/2019	19.08050	21.4264
04/04/2019	19.17280	21.5272
03/04/2019	19.18050	21.5666
02/04/2019	19.22790	21.5343
01/04/2019	19.21690	21.5835
29/03/2019	19.37790	21.7624
28/03/2019	19.37930	21.7562
27/03/2019	19.32010	21.7931
26/03/2019	19.09890	21.5999
25/03/2019	19.01510	21.5051
22/03/2019	19.13690	21.6218
21/03/2019	18.86940	21.4979
20/03/2019	18.90980	21.4796
19/03/2019	19.00040	21.5750
18/03/2019	19.10900	21.6652
15/03/2019	19.21760	21.7553
14/03/2019	19.32330	21.8344

13/03/2019	19.33200	21.8500
12/03/2019	19.30490	21.7248
11/03/2019	19.42430	21.8426
08/03/2019	19.49020	21.8602
07/03/2019	19.52250	22.0770
06/03/2019	19.37080	21.8938
05/03/2019	19.25970	21.8280
04/03/2019	19.30390	21.8761
01/03/2019	19.29780	21.9686
28/02/2019	19.26070	21.9890
27/02/2019	19.22010	21.9013
26/02/2019	19.16300	21.7768
25/02/2019	19.11850	21.7263
22/02/2019	19.13940	21.6993
21/02/2019	19.26520	21.8670
20/02/2019	19.18350	21.7455
19/02/2019	19.17780	21.6374
18/02/2019	19.25780	21.7748
17/02/2019	19.31015	21.8040
15/02/2019	19.36250	21.8332
14/02/2019	19.35690	21.8123
13/02/2019	19.40840	21.9858
12/02/2019	19.25920	21.7292
11/02/2019	19.25240	21.7822
08/02/2019	19.08930	21.6463
07/02/2019	19.08000	21.6148
06/02/2019	19.10580	21.7520
05/02/2019	19.08240	21.7950
04/02/2019	19.09610	21.8565
01/02/2019	19.10980	21.9180
31/01/2019	19.03880	21.8708
30/01/2019	19.16230	21.9102
29/01/2019	18.99720	21.7252
28/01/2019	19.03810	21.7196
25/01/2019	18.92800	21.4785
24/01/2019	18.98590	21.5424
23/01/2019	19.07710	21.6811
22/01/2019	19.12970	21.7285
21/01/2019	19.19020	21.8106
20/01/2019	19.13730	21.7877
18/01/2019	19.08440	21.7648

17/01/2019	19.06300	21.7347
16/01/2019	18.99080	21.6125
15/01/2019	19.04570	21.7740
14/01/2019	19.00640	21.7994
11/01/2019	19.12360	22.0524
10/01/2019	19.17140	22.0979
09/01/2019	19.24560	22.0429
08/01/2019	19.34790	22.1833
07/01/2019	19.32080	22.1059
04/01/2019	19.49020	22.2373
03/01/2019	19.60730	22.2386
02/01/2019	19.58780	22.3947
01/01/2019	19.61950	22.4295
31/12/2018	19.65120	22.4643
28/12/2018	19.65660	22.5383
27/12/2018	19.68290	22.4169
26/12/2018	19.88230	22.6778
25/12/2018	19.86480	22.6653
24/12/2018	19.84730	22.6527
21/12/2018	19.92750	22.7622
20/12/2018	19.90820	22.8277
19/12/2018	20.02930	22.8394
18/12/2018	20.12770	22.9325
17/12/2018	20.11260	22.8288
14/12/2018	20.33370	22.9476
13/12/2018	20.25660	23.0490
12/12/2018	20.27275	23.0826
11/12/2018	20.28890	23.1162
10/12/2018	20.36210	23.2382
07/12/2018	20.26090	23.0589
06/12/2018	20.47050	23.2105
05/12/2018	20.56720	23.3530
04/12/2018	20.51230	23.3707
03/12/2018	20.23460	22.9319
30/11/2018	20.34550	23.1349
29/11/2018	20.22170	22.9850
28/11/2018	20.41080	23.0234
27/11/2018	20.49770	23.2044
26/11/2018	20.53040	23.3410
23/11/2018	20.39350	23.1344
22/11/2018	20.29840	23.1544

21/11/2018	20.20230	23.0357
20/11/2018	20.41230	23.3364
19/11/2018	20.28365	23.0855
16/11/2018	20.15500	22.8346
15/11/2018	20.33710	23.0063
14/11/2018	20.39790	22.9935
13/11/2018	20.51580	23.0875
12/11/2018	20.31790	22.8810
09/11/2018	20.36140	23.1173
08/11/2018	20.04380	22.8730
07/11/2018	19.82450	22.7793
06/11/2018	19.86090	22.6553
05/11/2018	19.96360	22.6996
02/11/2018	20.04825	22.8210
01/11/2018	20.13290	22.9424
31/10/2018	20.31770	23.0514
30/10/2018	20.02580	22.7263
29/10/2018	19.80220	22.5656
26/10/2018	19.47900	22.1028
25/10/2018	19.43830	22.1684
24/10/2018	19.46230	22.2094
23/10/2018	19.41690	22.2692
22/10/2018	19.36690	22.2777
19/10/2018	19.21830	22.0261
18/10/2018	19.10180	22.0024
17/10/2018	18.80120	21.7107
16/10/2018	18.76930	21.7320
15/10/2018	18.80960	21.8163
12/10/2018	18.92020	21.9143
11/10/2018	19.02170	22.0110
10/10/2018	19.11830	21.9908
09/10/2018	19.00000	21.7512
08/10/2018	18.92340	21.7099
05/10/2018	18.94440	21.7851
04/10/2018	19.13280	21.9999
03/10/2018	18.80140	21.7260
02/10/2018	18.75030	21.5975
01/10/2018	18.65310	21.6544
28/09/2018	18.72310	21.6842
27/09/2018	18.81200	22.0458
26/09/2018	18.89860	22.2030

25/09/2018	18.98700	22.3354
24/09/2018	18.85160	22.1780
21/09/2018	18.85390	22.1797
20/09/2018	18.82960	22.0674
19/09/2018	18.76720	21.9417
18/09/2018	18.76940	21.9302
17/09/2018	18.83990	21.9701
14/09/2018	18.86890	22.0757
13/09/2018	18.87750	21.9498
12/09/2018	19.05110	22.0640
11/09/2018	19.26800	22.3229
10/09/2018	19.29890	22.3414
07/09/2018	19.23940	22.3687
06/09/2018	19.35460	22.5065
05/09/2018	19.44330	22.5435
04/09/2018	19.36090	22.3831
03/09/2018	19.21370	22.3388
02/09/2018	19.19645	22.3591
31/08/2018	19.17920	22.3793
30/08/2018	19.12580	22.3734
29/08/2018	19.06590	22.2289
28/08/2018	18.93540	22.1497
27/08/2018	18.66970	21.6783
24/08/2018	18.83390	21.8115
23/08/2018	18.86720	21.8633
22/08/2018	18.81760	21.8124
21/08/2018	18.87840	21.7545
20/08/2018	19.03050	21.7119
17/08/2018	19.06150	21.7072
16/08/2018	19.01000	21.6001
15/08/2018	19.23390	21.7670
14/08/2018	18.99730	21.6693
13/08/2018	19.18010	21.8241
10/08/2018	18.92730	21.6992
09/08/2018	18.65110	21.6232
08/08/2018	18.45420	21.3986
07/08/2018	18.46310	21.4126
06/08/2018	18.54330	21.3934
03/08/2018	18.57250	21.5088
02/08/2018	18.63490	21.6603
01/08/2018	18.58990	21.7260

31/07/2018	18.64570	21.8817
30/07/2018	18.54130	21.6674
27/07/2018	18.55150	21.5689
26/07/2018	18.62340	21.8099
25/07/2018	18.77090	21.9498
24/07/2018	18.85060	22.0807
23/07/2018	19.07610	22.3457
20/07/2018	19.06940	22.2187
19/07/2018	19.07900	22.1240
18/07/2018	18.91000	21.9725
17/07/2018	18.87630	22.1202
16/07/2018	18.83600	22.0673
13/07/2018	18.88540	21.9533
12/07/2018	18.82410	21.9536
11/07/2018	18.96320	22.2050
10/07/2018	19.05590	22.3021
09/07/2018	19.15630	22.5537
06/07/2018	19.07190	22.3303
05/07/2018	19.25130	22.4980
04/07/2018	19.42840	22.6156
03/07/2018	19.59740	22.8280
02/07/2018	20.14530	23.4542
29/06/2018	19.69120	22.9215
28/06/2018	19.86330	23.0265
27/06/2018	20.05530	23.3363
26/06/2018	19.87540	23.1946
25/06/2018	20.09080	23.4108
22/06/2018	20.12640	23.4301
21/06/2018	20.36890	23.5108
20/06/2018	20.39370	23.5802
19/06/2018	20.55310	23.7399
18/06/2018	20.69680	24.0476
15/06/2018	20.71600	24.0171
14/06/2018	20.69530	24.4712
13/06/2018	20.62590	24.2602
12/06/2018	20.59600	24.2755
11/06/2018	20.47220	24.1234
08/06/2018	20.52810	24.0928
07/06/2018	20.46000	24.2001
06/06/2018	20.31290	23.9012
05/06/2018	20.38630	23.8081

04/06/2018	19.99340	23.4373
01/06/2018	19.86620	23.2623
31/05/2018	19.97590	23.3259
30/05/2018	19.73220	22.9397
29/05/2018	19.74990	22.8121
28/05/2018	19.59150	22.8368
27/05/2018	19.57615	22.8698
25/05/2018	19.56080	22.9028
24/05/2018	19.70480	23.0950
23/05/2018	19.76610	23.1501
22/05/2018	19.75280	23.3320
21/05/2018	19.90540	23.3898
18/05/2018	19.93190	23.4808
17/05/2018	19.70330	23.2312
16/05/2018	19.70940	23.2364
15/05/2018	19.78540	23.5802
14/05/2018	19.52140	23.3905
11/05/2018	19.35390	23.1134
10/05/2018	19.29890	22.9435
09/05/2018	19.53870	23.2022
08/05/2018	19.57810	23.2558
07/05/2018	19.42320	23.1495
04/05/2018	19.20170	22.9787
03/05/2018	19.12230	22.9095
02/05/2018	19.09430	22.9160
01/05/2018	18.94105	22.8204
30/04/2018	18.78780	22.7248
27/04/2018	18.68470	22.5851
26/04/2018	18.86440	22.9816
25/04/2018	19.05300	23.2504
24/04/2018	18.81390	22.9755
23/04/2018	18.86280	23.0683
20/04/2018	18.62100	22.9066
19/04/2018	18.28190	22.6101
18/04/2018	18.03330	22.3108
17/04/2018	17.97870	22.2441
16/04/2018	18.03940	22.3048
13/04/2018	18.08700	22.2877
12/04/2018	18.13530	22.3744
11/04/2018	18.20180	22.5202
10/04/2018	18.28820	22.5393

09/04/2018	18.27530	22.4311
06/04/2018	18.28880	22.3855
05/04/2018	18.10810	22.2377
04/04/2018	18.22440	22.3859
03/04/2018	18.20440	22.3705
02/04/2018	18.29670	22.5562
29/03/2018	18.28380	22.5983
28/03/2018	18.27090	22.6404
27/03/2018	18.34450	22.7582
26/03/2018	18.32680	22.7335
23/03/2018	18.53640	22.8841
22/03/2018	18.50780	22.8081
21/03/2018	18.60010	22.8316
20/03/2018	18.76140	23.0662
19/03/2018	18.74150	23.0731
16/03/2018	18.72160	23.0800
15/03/2018	18.70230	23.0983
14/03/2018	18.58540	23.0078
13/03/2018	18.56040	22.8980
12/03/2018	18.61990	22.8885
09/03/2018	18.58120	22.8539
08/03/2018	18.71480	23.1661
07/03/2018	18.79220	23.3174
06/03/2018	18.72460	23.2157
05/03/2018	18.88380	23.2280
02/03/2018	18.89090	23.2462
01/03/2018	18.86100	22.9850
28/02/2018	18.83310	23.0093
27/02/2018	18.79020	23.1430
26/02/2018	18.64560	23.0003
23/02/2018	18.56590	22.8463
22/02/2018	18.65740	22.9281
21/02/2018	18.65180	22.9706
20/02/2018	18.65940	23.0434
19/02/2018	18.53600	23.0282
18/02/2018	18.50785	23.0477
16/02/2018	18.47970	23.0673
15/02/2018	18.51590	23.0903
14/02/2018	18.60250	22.9620
13/02/2018	18.62690	22.9856
12/02/2018	18.67030	22.9010

09/02/2018	18.86230	23.0827
08/02/2018	18.88150	23.1081
07/02/2018	18.64920	23.0308
06/02/2018	18.70090	23.1368
05/02/2018	18.61285	23.13760
02/02/2018	18.52480	23.1384
01/02/2018	18.40040	22.8818
31/01/2018	18.60690	23.1740
30/01/2018	18.69820	23.2540
29/01/2018	18.61960	23.0799
26/01/2018	18.46720	22.9695
25/01/2018	18.47800	22.9192
24/01/2018	18.51780	22.8500
23/01/2018	18.79800	23.0059
22/01/2018	18.71180	22.9294
19/01/2018	18.58130	22.7967
18/01/2018	18.63610	22.8097
17/01/2018	18.65500	22.7722
16/01/2018	18.83620	23.0112
15/01/2018	18.81130	22.8078
14/01/2018	18.92795	22.94920
12/01/2018	19.04460	23.0906
11/01/2018	19.34330	23.1046
10/01/2018	19.24050	23.1050
09/01/2018	19.30650	23.0298
08/01/2018	19.23230	23.0499
05/01/2018	19.27370	23.2296
04/01/2018	19.24270	23.2115
03/01/2018	19.37170	23.2722
02/01/2018	19.48990	23.5058
01/01/2018	19.57640	23.53935
29/12/2017	19.66290	23.5729
28/12/2017	19.73540	23.5562

Códigos

Para cada una de las herramientas utilizadas se realizaron programas en Matlab, a continuación, se muestran los códigos de dichos programas

Modelo ARMA

```

%comienza
cose all;
clear all;
%variables de inicio
prompt = 'Indicar el tamaño de las muestras    ';
n = input(prompt);

n1 = n;
m=0;
q=1;
beta3=0;
%carga base de datos
xp=load('base_dolar_euro.txt');

%calcula diferencias
i=0;
[auxx, auxy]=size(xp);
h=auxx-n;
prompt = 'Indicar el tamaño del factor (entre 0 y 1)  ';
factor = input(prompt);

prompt = 'Indicar el número de días del pronóstico    ';
dx = input(prompt);

hf=h*factor;

    for i=1:(auxx-1)
        dl(i,1)=xp(i,1)-xp(i+1,1);
        eua(i,2)=xp(i,2)-xp(i+1,2);
    end

%le quita la columna de "0" al vector euro

eu=eua(:,2);

%tamaño de la base de datos

for o=1:hf

%arma vector

```

```

l=1;
for k=m:n -q
    dlp(1, :)=dl(m+1);
    eup(1, :)=eu(m+1);
    l=l+1;

end

%calcula Delta Dolar

sdlp=sum(dlp,1);
seup=sum(eup,1);
dsdl=std(dlp);
dseu=std(eup);
mdl = (sdlp)/nl;
meu = (seup)/nl;
bdl = mdl*dsdl;
beu = meu * dseu;
bsdl=bdl*sdlp;
bseu=beu*seup;
ddl(o, :)=bsdl+bseu;
dlcalc(o, :)= xp(o,1) + ddl(o, :);

m=m+1;
q=q-1;
l=l+1;

end
f=2;
for g=1:o-1
    beta1=xp(o,1)-dlcalc(f, :);
    beta2=abs(beta1);
    beta3=beta3+beta2;
    f=f+1;
end
bett=beta3/(o-1);

%fin de la fase de calculo de error
%inicia fase de pronóstico

du =load('prueba1.txt');
[ax, ay]=size (du);
bx= ax-1;
for ab=1:(ax-1)
    dolar(bx,1)=du(bx, :);
    dolar(bx,2)=du(ax+1-ab, :)+bett;
    dolar(bx,3)=du(ax+1-ab, :)-bett;
    bx=bx-1;

end
%fin de la etapa de pronóstico
%estadísticas
cx=1;

```



```
cont=0;
[gx, gy]=size(dolar);

ex=gx;
for cx=1:ex-dx

if dolar(cx+dx,2)<dolar(cx,1);

cont=cont+1;
end
if dolar(cx,1)<dolar(cx+dx,3);
    cont=cont+1;
end
end

porerror = (cont/cx)*100;

fprintf('el error promedio es %d y el porcentaje de falla es %d
porcentaje. ',bett,porerror);
```

Algoritmo Genético

```

clear all
close all
resul_fin=0;
% resultado_fin=0;

data=importdata('base_dolar_euro.txt');
[num_dat,~]=size(data);
for t=2:num_dat
datos(t,1)=data(t,1)-data(t-1,1); %dolares
%datos(t,2)=data(t,2)-data(t-1,2); %euros
end

for lx=1:30

[a,b]=size(datos);
contador=0;
for i=1:a
    %for j=1:b
        contador=contador+1;
        serie(contador,1)=datos(i,:);
    %end
end
contador_ser=contador;

%poblacion=10;
%max_iteraciones=1000;
%tasa_mutacion=.10;
%repeticiones_et=30;
%C=.1;
poblacion=20;
max_iteraciones=500;%%iter_grandes, iter pequeña
tasa_mutacion=.5;%tasa_pequena, tasa grandes (0,1)
repeticiones_et=30;
C=10; %Varianza
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%poblacion inicial%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
sol=zeros(poblacion,15);
for j=1:poblacion
    sol(j,1)=round(rand*(10));
    sol(j,2)=round(rand*(10));
    while sol(j,1)+sol(j,2)==0
        sol(j,1)=round(rand*(10));
    end
    sol(j,3)=randn;
    for k=1:sol(j,1)
        sol(j,3+k)=randn;
    end
    error=zeros(contador,repeticiones_et);
    for k=1:repeticiones_et
        for i=max([sol(j,1),sol(j,2)])+1:contador_ser
            ET=0+randn*C;
            if sol(j,1)~=0

```

```

        y_calculada1(i,1)=sol(j,3);
        for kk=1:sol(j,1)
y_calculada1(i,1)=y_calculada1(i,1)+(sol(j,3+kk)*serie(i-kk,1))+ET;
            end
        else
            y_calculada1(i,1)=sol(j,3);
        end
        y_calculada2(i,1)=0;
        if sol(j,2)~=0
            for kk=1:sol(j,2)
                y_calculada2(i,1)=y_calculada2(i,1)+serie(i-kk,1);
            end
            y_calculada2(i,1)=y_calculada2(i,1)/sol(j,2)+randn;
        else
            y_calculada2(i,1)=y_calculada1(i,1);
        end
        y_calculada(i,1)=(y_calculada1(i,1)+y_calculada2(i,1))/2;
        error(i,k)=(y_calculada(i,1)-serie(i,1))^2;

    end

    end

    aux=sum(error);
    sol(j,14)=mean(aux);
    sol(j,15)=abs(sol(j,3));
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%quitar soluciones dominadas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[aq1,aq2]=min(sol(:,14));
[aq3,aq4]=min(sol(:,15));
cota_1=max([sol(aq2,14),sol(aq4,14)]);
cota_2=max([sol(aq2,15),sol(aq4,15)]);
sol_acotada=[];
contador=0;
for i=1:poblacion
    if sol(i,14)<=cota_1 && sol(i,15)<=cota_2
        contador=contador+1;
        sol_acotada(contador,:)=sol(i,:);
    end
end
for v=1:max_iteraciones
    [a1,a2]=size(sol_acotada);
    for i=1:poblacion
        sel_padre1=round(1+rand*(a1-1));
        sel_padre2=round(1+rand*(a1-1));
        padre1=sol_acotada(sel_padre1,1:13);
        padre2=sol_acotada(sel_padre2,1:13);
        cruza=(padre1+padre2)/2;
        desviacion_standar=sqrt(((sum([(padre1-cruza).^2,(padre2-
cruza).^2])))/2);
        if desviacion_standar==0
            desviacion_standar=.001;
        end
        hijo=cruza+randn(1,13)*desviacion_standar;
        hijo(1,1)=round(hijo(1,1));
    end
end

```

```

if hijo(1,1)<0
    hijo(1,1)=0;
elseif hijo(1,1)>10
    hijo(1,1)=10;
end
hijo(1,2)=round(hijo(1,2));
if hijo(1,2)<0
    hijo(1,2)=0;
elseif hijo(1,2)>10
    hijo(1,2)=10;
end
while hijo(1,2)+hijo(1,1)==0
    hijo(1,1)=round(1+rand*(9));
end
if hijo(1,1)~=0
    for jjj=4:13
        if jjj<=3+hijo(1,1)
            if rand<tasa_mutacion
                hijo(1,jjj)=hijo(1,jjj)+randn;
            else
                hijo(1,jjj)=hijo(1,jjj);
            end
        else
            hijo(1,jjj)=0;
        end
    end
else
    for jjj=4:3+hijo(1,1)
        if rand<tasa_mutacion
            hijo(1,jjj)=0;
        end
    end
end
nueva_solucion(i,1:13)=hijo;
error=zeros(contador_ser,repeticiones_et);
y_calculada1=zeros(contador_ser,1);
y_calculada2=zeros(contador_ser,1);
y_calculada=zeros(contador_ser,1);
for k=1:repeticiones_et
    for
        ii=max([nueva_solucion(i,1),nueva_solucion(i,2)])+1:contador_ser
            ET=0+randn*C;
            if nueva_solucion(i,1)~=0
                y_calculada1(ii,1)=nueva_solucion(i,3);
                for kk=1:nueva_solucion(i,1)
                    y_calculada1(ii,1)=y_calculada1(i,1)+(nueva_solucion(i,3+kk)*serie(ii-
                    kk,1))+ET;
                end
            else
                y_calculada1(ii,1)=nueva_solucion(i,3);
            end
            y_calculada2(ii,1)=0;
            if sol(i,2)~=0
                for kk=1:nueva_solucion(i,2)
                    y_calculada2(ii,1)=y_calculada2(ii,1)+serie(ii-
                    kk,1);

```

```

        end
        y_calculada2(ii,1)=y_calculada2(i,1)/sol(i,2)+randn;
    else
        y_calculada2(ii,1)=y_calculada1(i,1);
    end

y_calculada(ii,1)=(y_calculada1(i,1)+y_calculada2(ii,1))/2;
    error(ii,k)=(y_calculada(i,1)-serie(ii,1))^2;
    end
    end
    aux=sum(error);
    nueva_solucion(i,14)=mean(aux);
    nueva_solucion(i,15)=abs(nueva_solucion(i,3));
end
sol1=[nueva_solucion;sol_acotada];
[aq1,aq2]=min(sol1(:,14));
[aq3,aq4]=min(sol1(:,15));
cota_1=max([sol1(aq2,14),sol1(aq4,14)]);
cota_2=max([sol1(aq2,15),sol1(aq4,15)]);
sol_acotada=[];
contador=0;
[b3,~]=size(sol1);
for i=1:b3
    if sol1(i,14)<=cota_1 && sol1(i,15)<=cota_2
        contador=contador+1;
        sol_acotada(contador,:)=sol1(i,:);
    end
end
[b4,~]=size(sol_acotada);
sol_2=sol_acotada;
sol_acotada23=[];
if b4>poblacion
    visitados1=zeros(1,b4);
    for i=1:poblacion
        seleccion=round(1+rand*(b4-1));
        while visitados1(1,seleccion)==1
            seleccion=round(1+rand*(b4-1));
        end
        sol_acotada23(i,:)=sol_2(seleccion,:);
        visitados1(1,seleccion)=1;
    end
    sol_acotada=[];
    sol_acotada=sol_acotada23;
end

sol_acotadaw=sol_acotada;
sol_acotada=[];
sol_acotada=sol_acotadaw;

end

[ha,ca]=size(sol_acotada);

for j=1:ha

    for i=max([sol_acotada(j,1),sol_acotada(j,2)])+1:contador_ser

```

```

ET=0+randn*C;
if sol_acotada(j,1)~=0
    y_calculada1(i,1)=sol_acotada(j,3);
    for kk=1:sol_acotada(j,1)
y_calculada1(i,1)=y_calculada1(i,1)+(sol_acotada(j,3+kk)*serie(i-
kk,1))+ET;
        end
    else
        y_calculada1(i,1)=sol_acotada(j,3);
    end
y_calculada2(i,1)=0;
if sol(j,2)~=0
    for kk=1:sol_acotada(j,2)
        y_calculada2(i,1)=y_calculada2(i,1)+serie(i-kk,1);
    end

y_calculada2(i,1)=y_calculada2(i,1)/sol_acotada(j,2)+randn;
    else
        y_calculada2(i,1)=y_calculada1(i,1);
    end
y_calculada(i,1)=(y_calculada1(i,1)+y_calculada2(i,1))/2;
end

end
mean(y_calculada(:,1))
end

```

Búsqueda Tabú

```

close all;
clear all;
NI=100;
P=10;
data=importdata('base_dolar_euro.txt');
[num_dat,~]=size(data);
%%%
%calcula diferencias
for t=2:num_dat
A1(t,1)=data(t,1)-data(t-1,1); %dolares
A1(t,2)=data(t,2)-data(t-1,2); %euros
end
%%%
[a1,a2]=size(A1);
x=A1(:,a2);
y=A1(:,1:a2-1);
TL=10;
lista=[];
tv=6+2*(a2-1);
limites_vecindario=.1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% generacion de una solucion
for i=1:tv
    if i==1
        sol(1,i)=round(1+rand*(9));
    else
        sol(1,i)=-10+rand*20;
        if i>2 && mod(i,2)==0;
            sol(1,i)=abs(sol(1,i));
        end
    end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Evaluar la solucion
errores_puntos=zeros(1,a1);
for c=sol(1,1)+1:a1
    error_punto=zeros(1,P);
    for p=1:P
        ruido=zeros(1,sol(1,1));
        bx=zeros(a2-1,sol(1,1));
        by=zeros(1,sol(1,1));
        delta=sol(1,2);
        for k=1:sol(1,1)
            ruido(1,k)=sol(1,3)+(randn*sol(1,4));
            for n=1:a2-1
                bx(n,k)=sol(1,n+4)+(randn*sol(1,n+5));
            end
            by(1,k)=sol(1,tv-1)+(randn*sol(1,tv));
        end
        y1=y(c-sol(1,1):c-1,:);
        x1=x(c-sol(1,1):c-1,:);
        y11=by*y1;
        for n=1:a2-1

```

```

        xn(n,1)=bx(n,:)*x1(:,n);
    end
    ruido_s=sum(ruido);
    y_calculada_c=delta*(y11+sum(xn(:,1))+ruido_s);
    error_punto(1,p)=(y(c,1)-y_calculada_c)^2;
end
errores_puntos(1,c)=mean(error_punto);
end
fob_sol=sum(errores_puntos(1,sol(1,1)+1:a1));
MS=1:-limites_vecindario:limites_vecindario;
MI=-1:limites_vecindario:-limites_vecindario;
for v=1:NI
    for j=1:8
        vecinos(j,:)=sol(1,:);
        if j==1
            if rand<=1/2
                aux=-1;
            else
                aux=1;
            end
            vecinos(j,j)=vecinos(j,j)+aux;
            if vecinos(j,j)<1
                vecinos(j,j)=1;
            elseif vecinos(j,j)>10
                vecinos(j,j)=10;
            else
                vecinos(j,j)= vecinos(j,j);
            end
        else
            [~,aux2]=size(MS);
            seleccion=round(1+rand*(aux2-1));
            if rand<=1/2
                aux=MS(1,seleccion);
            else
                aux=MI(1,seleccion);
            end
            vecinos(j,j)=vecinos(j,j)+aux;
            if vecinos(j,j)<-10
                vecinos(j,j)=-10;
            elseif vecinos(j,j)>10
                vecinos(j,j)=-10;
            end
        end
        for c=vecinos(j,1)+1:a1
            error_punto=zeros(1,P);
            for p=1:P
                ruido=zeros(1,vecinos(j,1));
                bx=zeros(a2-1,vecinos(j,1));
                by=zeros(1,vecinos(j,1));
                delta=vecinos(j,2);
                for k=1:vecinos(j,1)
                    ruido(1,k)=vecinos(j,3)+randn*vecinos(j,1);
                    for n=1:a2-1
                        bx(n,k)=vecinos(j,n+4)+randn*vecinos(j,n+5);
                    end
                    by(1,k)=vecinos(j,tv-1)+randn*vecinos(j,tv);
                end
            end
        end
    end
end

```



```

        y1=y(c-vecinos(j,1):c-1,:);
        x1=x(c-vecinos(j,1):c-1,:);
        y11=by*y1;
        for n=1:a2-1
            xn(n,1)=bx(n,:)*x1(:,n);
        end
        ruido_s=sum(ruido);
        y_calculada_c=(delta/((y11+sum(xn(:,1))+ruido_s)))/2;
        error_punto(1,p)=(y(c,1)-y_calculada_c)^2;
    end
    errores_puntos(1,c)=mean(error_punto);
end
fun_obj(j,1)=sum(errores_puntos(1,vecinos(j,1)+1:a1));
end
[al,a1]=size(lista);
if al==0
elseif al<TL
else
end
end
mean(y_calculada_c)

```

Vecindades Variables

```

close all
clear all

%%%%%% paso 1 crear red
datos=importdata('base_datos_gustavo.txt');

[num_datos,~]=size(datos);
[a1,a2]=size(datos);

%calcula diferencias
for t=2:num_datos
delta(t,1)=datos(t,1)-datos(t-1,1); %dolares
delta(t,2)=datos(t,2)-datos(t-1,2); %euros

end
for kl=1:30
% termina de calcular diferencias
d2=inv(nancov(delta));
medias=mean(delta);
distancias=zeros(a1,a1);
%for i=2:a1
for i=1:a1
    y=delta(i,:);
    %y=delta(i,1);
    for j=1:a1
        if i~=j
            x=delta(j,:);
            % x=delta(j,2);
            distancias(i,j)=sqrt((y-x)*d2*(y-x)');
            % distancias(i,j)=sqrt((x-y)*d2*(x-y)');
        end
    end
end
for i=1:a1
    x1=[];
    x1= distancias(i,:);
    x1(:,i)=[];
    median_d(i,1)=median(x1);
end

vinculos=zeros(a1,a1);
pesos=zeros(a1,a1);

for i=1:a1
    for j=1:a1
        if j~=i
            if distancias(i,j)<=median_d(i,1) &&
distancias(i,j)<=median_d(j,1)
                aux=max([median_d(i,1),median_d(j,1)]);
                aux1=(aux-median_d(j,1))./aux;
                aux2=(aux-median_d(i,1))./aux;
                aux3=max([aux1,aux2]);
                pesos(i,j)=aux3;
                pesos(j,i)=aux3;
            end
        end
    end
end

```

```

                else
                    vinculos(i,j)=1;
                    vinculos(j,i)=1;
                end
            end
        end
    end
end

k=10;
sol_act=zeros(1,a1);
for i=1:a1
    sol_act(1,i)=(rand)/k;
    %sol_act(1,i)=round(1+rand*(k-1));
end
violacion=zeros(a1,a1);
ter=zeros(a1,a1);
nocambio=0;
for i=1:a1
    for j=1:a1
        if i~=j
            if sol_act(1,i)==sol_act(1,j) && vinculos(i,j)==1
                violacion(i,j)=1;
            elseif sol_act(1,i)==sol_act(1,j) && vinculos(i,j)==0
                ter(i,j)=pesos(i,j);
            end
        end
    end
end
end

viol=sum(sum(violacion));
obj1=sum(sum(ter));
n_i_c=100;
vecindario=[10,8,6,4,2,1,2,3,4,5];
vecinos_a_crear=5;
for i=1:10
    cos2=0;
    while cos2<n_i_c
        for v=1:vecinos_a_crear
            alterar_sol(v,:)=sol_act;
            for vec_1=1:vecindario(1,i)
                if rand<=.5
                    seleccion=round(1+rand*(a1-1));
                    alterar_sol(v,seleccion)=round(1+rand*(k-1));
                else
                    seleccion=round(1+rand*(a1-1));
                    seleccion1=round(1+rand*(a1-1));
                    while seleccion==seleccion1
                        seleccion1=round(1+rand*(a1-1));
                    end
                    aux1=alterar_sol(v,seleccion);
                    aux2=alterar_sol(v,seleccion1);
                    alterar_sol(v,seleccion)=aux2;
                    alterar_sol(v,seleccion1)=aux1;
                end
            end
        end
    end
end

```

```

violacion=zeros(a1,a1);
ter=zeros(a1,a1);
for ii=1:a1
    for jj=1:a1
        if ii~=jj
            if sol_act(1,ii)==sol_act(1,jj) &&
vinculos(i,jj)==1
                violacion(ii,jj)=1;
            elseif sol_act(1,ii)==sol_act(1,jj) &&
vinculos(i,jj)==0
                ter(ii,jj)=pesos(ii,jj);
            end
        end
    end
end
end
end
end
evv(v,1)=sum(sum(violacion));
evobj1(v,1)=sum(sum(ter));
end
[auv1,auv2]=min(evv);
[auv3,auv4]=min(evobj1);
if evv(auv2,1)==evv(auv4,1)
    sol_prop=alterar_sol(auv4,:);
    viol_p=evv(auv4,1);
    obj_prop=evobj1(auv4,1);

else
    sol_prop=alterar_sol(auv2,:);
    viol_p=evv(auv2,1);
    obj_prop=evobj1(auv2,1);
end
if viol> viol_p
    viol=viol_p;
    obj1=obj_prop;
    sol_act=sol_prop;
elseif viol== viol_p
    if obj1>=obj_prop
        viol=viol_p;
        obj1=obj_prop;
        sol_act=sol_prop;
        cos2=0;
    else
        cos2=cos2+1;
    end
end
else
    cos2=cos2+1;
end
end
end
sol_fin=(mean(sol_prop))/2

sol_ac(kl,:)=sol_fin
end
mean(sol_ac)
rel=0;

```

Colonia de Hormigas

```

clear all
close all
%hormigas para inversiones
delta_tot=0;
cont=0;
K1=5;
K2=6;
datos=importdata('base_2.txt');
%for i=1:3
    % datos(:,i)=[];
%end
%corridas
for l=1:30
[a,b1]=size(datos);
y=datos(:,1);
for i=2:a
    if i==1
        deriv(i,1)=y(i,1);
    else
        deriv(i,1)=y(i-1,1)-y(i,1);
    end
end
X=datos(:,2:b1);
[a,b]=size(X);
alpha=.2;
beta=.3;
tasa_evaporacion=.3;%persistencia 1- tasa evaporacion
numero_hormigas=10;
Iteraciones=100;
% construccion de matrices de feromonas iniciales
soluciones=zeros(20,2*K1+2*b+2);
for i=1:20
    seleccion=round(1+rand*(K1-1));
    d=rand(1,K1);
    contador=0;
    for j=1:K1
        if j<=seleccion
            soluciones(i,j)=1;
            soluciones(i,j+K1)=d(1,j);
            contador=d(1,j)+contador;
        else
            soluciones(i,j)=0;
            soluciones(i,j+K1)=0;
        end
    end
end
if contador==0
    contador=1;
end
soluciones(i,1+K1:2*K1)=soluciones(i,1+K1:2*K1)./contador;
soluciones(i,2*K1+b+1)=randn;
p1=K2;
p2=b;
for j=1:b
    if rand<p1/p2
        soluciones(i,2*K1+j)=1;
    end
end

```

```

        soluciones(i,2*K1+j+b+1)=randn;
        p1=p1-1;
    end
    p2=p2-1;;
end
Uso_historico=soluciones(i,1:K1);
Valor_historico=soluciones(i,1+K1:2*K1);
Uso_independientes=soluciones(i,2*K1+1:2*K1+b);
valor_independientes=soluciones(i,2*K1+b+1:2*K1+2*b+1);
%calcula valor objetivo
y_calculada=[];
y_calculada=zeros(a,1);
for ii=1:a
    if ii >sum(Uso_historico)
        y_c=0;
        for j=1:sum(Uso_historico)
            auxiliar=ii-sum(Uso_historico)+(j-1);
            y_c=y_c+Valor_historico(1,j)*y(auxiliar,1);
        end
        y_calculada(ii,1)=y_c;
    end
end
varianza=zeros(a,1);
for ii=1:a
    if ii>2
        CZX=valor_independientes.*[1,Uso_independientes]*[1,X(ii-
2,:)]';
        er=0;
        aux(ii,1)=(derv(ii,1)-CZX);
    end
end
aux2=median(aux(2:a,1));
aux3=var(aux(2:a,1));
error_modelo=0;
contador1=0;
for ii=1:a
    aux=max(2,sum(Uso_historico));
    if ii>aux
        for jj=1:20
            aux4=aux2+randn*(aux3);
            y_calculada_modelo(jj,1)=y_calculada(ii,1)+aux4;
        end
        error_modelo=(y(ii,1)-mean(y_calculada_modelo))^2;
        contador1=contador1+1;
    end
end
soluciones(i,2*K1+2*b+2)=error_modelo/contador1;
end
[mejor_enc, yr]=min(soluciones(:,2*K1+2*b+2));
peor_enc=max(soluciones(:,2*K1+2*b+2));
distanca_mp=peor_enc-mejor_enc;
ponderacion=(peor_enc-soluciones(:,2*K1+2*b+2))./distanca_mp;
ponderacion=ponderacion./sum(ponderacion);
M1=zeros(3,K1);
M2=zeros(3,b+1);
for i=1:20
    Uso_historico=soluciones(i,1:K1);

```

```

Valor_historico=soluciones(i,1+K1:2*K1);
Uso_independientes=soluciones(i,2*K1+1:2*K1+b);
valor_independientes=soluciones(i,2*K1+b+1:2*K1+2*b+1);
aux=sum(Uso_historico);
if aux==1
    M1(1,:)=M1(1,:)+ponderacion(i,1)*[1,0,0,0,0];
    M1(2,1)=M1(2,1)+ponderacion(i,1);
elseif aux==2
    M1(1,:)=M1(1,:)+ponderacion(i,1)*[0,1,0,0,0];
    M1(2,1:2)=M1(2,1:2)+ponderacion(i,1)*Valor_historico(1,1:2);
elseif aux==3
    M1(1,:)=M1(1,:)+ponderacion(i,1)*[0,0,1,0,0];
    M1(2,1:3)=M1(2,1:3)+ponderacion(i,1)*Valor_historico(1,1:3);
elseif aux==4
    M1(1,:)=M1(1,:)+ponderacion(i,1)*[0,0,0,1,0];
    M1(2,1:4)=M1(2,1:4)+ponderacion(i,1)*Valor_historico(1,1:4);
else
    M1(1,:)=M1(1,:)+ponderacion(i,1)*[0,0,0,0,1];
    M1(2,:)=M1(2,:)+ponderacion(i,1)*Valor_historico(1,:);
end
M2(1,:)=M2(1,:)+[1/100,ponderacion(i,1)*Uso_independientes];
M2(2,:)=M2(2,:)+ponderacion(i,1)*valor_independientes;
end
for i=1:20
    Uso_historico=soluciones(i,1:K1);
    Valor_historico=soluciones(i,1+K1:2*K1);
    Uso_independientes=soluciones(i,2*K1+1:2*K1+b);
    valor_independientes=soluciones(i,2*K1+b+1:2*K1+2*b+1);
    M1(3,:)=M1(3,:)+ponderacion(i,1)*(M1(2,:)-Valor_historico).^2;
    M2(3,:)=M2(3,:)+ponderacion(i,1)*(valor_independientes-M2(2,:)).^2;
end
M1(3,:)=M1(3,:).^ (1/2);
M2(3,:)=M2(3,:).^ (1/2);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Hormigas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
M1a=M1;
M2a=M2;
nii_1=M1(1,:);
nii_2=M2(1,:);
mejor_solucion=mejor_enc;
soluciones2=soluciones(yr,:);
for v=1:Iteraciones
    soluciones_hormigas=zeros(numero_hormigas,2*K1+2*b+2);
    for k=1:numero_hormigas
        seleccion=rand;
        p0=0;
        contador=0;
        while p0<seleccion && contador<K1
            contador=contador+1;
            p0=p0+M1(1,contador);
        end
        aux5=0;
        for i=1:K1
            if i<=contador
                soluciones_hormigas(k,i)=1;
                soluciones_hormigas(k,i+K1)=M1(2,i)+randn*(M1(3,i));
            end
        end
    end
end

```

```

        aux5=aux5+soluciones_hormigas(k,i+K1);
    else
        soluciones_hormigas(k,i)=0;
        soluciones_hormigas(k,i+K1)=0;
    end
end
for j=1:b+1
    if rand<M2(1,j)
        if j==1
            %soluciones_hormigas(i,2*K1+j)=1;
soluciones_hormigas(k,2*K1+j+b)=M2(2,j)+randn*(M2(3,j));
            else
                soluciones_hormigas(k,2*K1+j-1)=1;
soluciones_hormigas(k,2*K1+j+b)=M2(2,j)+randn*(M2(3,j));
            end
        else
            if j==1
                soluciones_hormigas(k,2*K1+j+b)=0;
            else
                soluciones_hormigas(k,2*K1+j-1)=0;
                soluciones_hormigas(k,2*K1+j+b)=0;
            end
        end
    end
end

soluciones_hormigas(k,1+K1:2*K2)=soluciones_hormigas(k,1+K1:2*K2)./aux5;
Uso_historico=soluciones_hormigas(k,1:K1);
Valor_historico=soluciones_hormigas(k,1+K1:2*K1);
Uso_independientes=soluciones_hormigas(k,2*K1+1:2*K1+b);
valor_independientes=soluciones_hormigas(k,2*K1+b+1:2*K1+2*b+1);
%calcula valor objetivo
y_calculada=[];
y_calculada=zeros(a,1);
for ii=1:a
    if ii >sum(Uso_historico)
        y_c=0;
        for j=1:sum(Uso_historico)
            auxiliar=ii-sum(Uso_historico)+(j-1);
            y_c=y_c+Valor_historico(1,j)*y(auxiliar,1);
        end
        y_calculada(ii,1)=y_c;
    end
end
for ii=1:a
    if ii>2
        CZX=valor_independientes.*[1,Uso_independientes]*[1,X(ii-
2,:)]';
        er=0;
        aux(ii,1)=(derv(ii,1)-CZX);
    end
end
aux2=mean(aux(2:a,1));
aux3=var(aux(2:a,1));
error_modelo=0;
contador1=0;

```



```

for ii=1:a
    aux=max(2,sum(Uso_historico));
    if ii>aux
        for jj=1:20
            aux4=aux2+randn*(aux3);
            y_calculada_modelo(jj,1)=y_calculada(ii,1)+aux4;
        end
        error_modelo=(y(ii,1)-mean(y_calculada_modelo))^2;
        contador1=contador1+1;
    end
end
soluciones_hormigas(k,2*K1+2*b+2)=error_modelo/contador1;
end
[mejor,q]=min(soluciones_hormigas(:,2*K1+2*b+2));
soluciones2(v+1,:)=soluciones_hormigas(q,:);
peor=max(soluciones_hormigas(:,2*K1+2*b+2));
promedio=min(soluciones_hormigas(:,2*K1+2*b+2));
distancia=mejor-mejor_solucion;
if mejor<mejor_solucion
    nii_1=M1(1,:);
    nii_2=M2(1,:);
    mejor_solucion=mejor;
end
if distancia>0
    distancia=0;
end
%delta=(peor-promedio)/distancia;
delta=abs(distancia);
Uso_historico=soluciones_hormigas(q,1:K1);
Valor_historico=soluciones_hormigas(q,1+K1:2*K1);
Uso_independientes=soluciones_hormigas(q,2*K1+1:2*K1+b);
valor_independientes=soluciones_hormigas(q,2*K1+b+1:2*K1+2*b+1);
M1a(1,:)=(1-tasa_evaporacion)*M1a(1,:);
if sum(Uso_historico)==1
    M1a(1,:)=M1a(1,:)+[delta,0,0,0,0];
    M1a(2,1)=(M1(2,1)+Valor_historico(1,1))./2;
    M1a(3,1)=sqrt((M1(3,1)^2+(M1a(2,1)-M1(2,1))^2)/2);
elseif sum(Uso_historico)==2
    M1a(1,:)=M1a(1,:)+[0,delta,0,0,0];
    M1a(2,1:2)=(M1(2,1:2)+Valor_historico(1,1:2))./2;
    M1a(3,1:2)=sqrt((M1(3,1:2).^2+(M1a(2,1:2)-M1(2,1:2)).^2)./2);
elseif sum(Uso_historico)==3
    M1a(1,:)=M1a(1,:)+[0,0,delta,0,0];
    M1a(2,1:3)=(M1(2,1:3)+Valor_historico(1,1:3))./2;
    M1a(3,1:3)=sqrt((M1(3,1:3).^2+(M1a(2,1:3)-M1(2,1:3)).^2)./2);
elseif sum(Uso_historico)==4
    M1a(1,:)=M1a(1,:)+[0,0,0,delta,0];
    M1a(2,1:4)=(M1(2,1:4)+Valor_historico(1,1:4))./2;
    M1a(3,1:4)=sqrt((M1(3,1:4).^2+(M1a(2,1:4)-M1(2,1:4)).^2)./2);
else
    M1a(1,:)=M1a(1,:)+[0,0,0,0,delta];
    M1a(2,:)=(M1(2,:)+Valor_historico(1,:))./2;
    M1a(3,1:5)=sqrt((M1(3,1:5).^2+(M1a(2,1:5)-M1(2,1:5)).^2)./2);
end
M2a(1,:)=(1-tasa_evaporacion)*M2a(1,:);
for iii=1:b+1
    %if Uso_independientes(1,iii)==1

```

```

    % M2a(1,iii)=1;
    % M2a(2,iii)=(M2(2,iii)+valor_independientes(1,iii))./2;
    % M2a(3,iii)=sqrt((M2(3,iii)^2+(M2a(2,iii)-M2(2,iii))^2));
%else
    M2a(1,iii)=M2a(1,iii)+delta;
    M2a(2,iii)=(M2(2,iii)+valor_independientes(1,iii))./2;
    if abs(M2a(2,iii))>100
        M2a(2,iii)=-100+rand*(200);
    end
    M2a(3,iii)=sqrt((M2(3,iii)^2+(M2a(2,iii)-M2(2,iii))^2));
%end
end
M1=M1a;
M1(1,:)=(M1(1,:).^alpha)+((nii_1).^beta);
M1(1,:)=M1(1,:)./sum(M1(1,:));
M2=M2a;
M2(1,:)=(M2(1,:).^alpha)+((nii_2).^beta);
M2(1,:)=M2(1,:)./M2(1,1);

%M2(2,:)=M2(2,:)+ponderacion(i,1)*valor_independientes;

end

delta_c=mean(y_calculada);
delta_1=mean(y);
%delta_y1=abs((delta_c - y_c)/2)
delta_y2=((y_c-delta_1)/4)
delta_tot= delta_tot+delta_y2
cont = cont+1
end

delta_fin=delta_tot/30

```

Recocido Simulado

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% tratamiento del problema de pronosticos
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all
close all
datos=importdata('base_dolar_euro.txt');
soltt=0;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Paraetros de la heuristica
%for tt=1:30
Tem_inicial=100;
Tem_final=1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% enfreamiento geometrico Ta=alpha*Ta-1
alpha=.90;
NAC=100;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%paramatros del problema
error_permitido=0.30;

numero_experimentos=10;
[num_datos,~]=size(datos);
max_vP=50;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Generar una solucion %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
sol(1,1)=round(1+rand*(max_vP));          %%%%%%%%%%% valor p
sol(1,2)=floor(num_datos/sol(1,1));      %%%%%%%%%%% valor q
sol(1,3)=rand;
while sol(1,3)==0 || sol(1,3)==1
    sol(1,3)=rand;
end
eva_sol=evaluar_solucion_generada(num_datos,sol,numero_experimentos,error
_permitido,datos);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% calculo de la funcion objetivo
ta=Tem_inicial;
mejor_sol=sol;
mejor_obj=eva_sol;
while ta>Tem_final
    for iteracion=1:NAC
        sol_p(1,:)=sol;
        sol_p(2,:)=sol;
        sol_p(3,:)=sol;
        sol_p(4,:)=sol;
        sol_p(1,1)=sol_p(1,1)+1;
        if sol_p(1,1)>max_vP
            sol_p(1,1)=max_vP;
        end
        if sol_p(1,1)<1
            sol_p(1,1)=1;
        end
        sol_p(1,2)=floor(num_datos/sol_p(1,1));
        sol_p(2,1)=sol_p(2,1)-1;
        if sol_p(2,1)>max_vP
            sol_p(2,1)=max_vP;
        end
        if sol_p(2,1)<1
            sol_p(2,1)=1;
        end
    end
end

```

```

sol_p(2,2)=floor(num_datos/sol_p(2,1));
r=.1*rand;
sol_p(3,3)=sol_p(3,3)+r;
while sol_p(3,3)>=1 || sol_p(3,3)<=0
    sol_p(3,3)=rand;
end
sol_p(4,3)=sol_p(4,3)-r;
while sol_p(4,3)>=1 || sol_p(4,3)<=0
    sol_p(4,3)=rand;
end
for ii=1:4

eva_sol_p(ii,:)=evaluar_solucion_generada(num_datos,sol_p(ii,:),numero_ex
perimentos,error_permitido,datos);
end
[error_p,indice_p]=min(eva_sol_p);
if error_p<eva_sol
    sol=sol_p(indice_p,:);
    eva_sol=error_p;
else
    delta_obj=eva_sol-error_p;
    probabilidad=exp(delta_obj/ta);
    if rand<probabilidad
        sol=sol_p(indice_p,:);
        eva_sol=error_p;
    end
end
if mejor_obj>eva_sol
    mejor_obj=eva_sol;
    mejor_sol=sol;
end
end
ta=ta*alpha;
end

```

