

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA RESERVADO

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

MESTRADO EM: ECONOMIA MONETÁRIA E FINANCEIRA



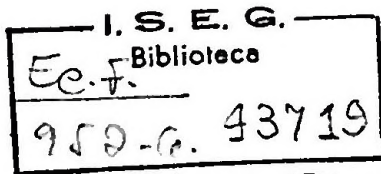
ESTRUTURA POR PRAZO DAS TAXAS DE JURO

Construção e interpretação, com algumas aplicações empíricas a Portugal

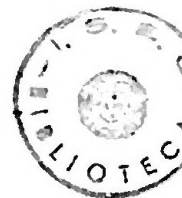


Carlos Manuel Alberto dos Santos

Júri: Prof. Dr. Muradali Valimamade Ibrahim (presidente)
Prof. Dr. José Alberto Soares da Fonseca (vogal)
Prof. Dr. Nuno José Dores Cassola e Barata (vogal)



RESERVADO



HG 1623. P67. S26 1996

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

MESTRADO EM: ECONOMIA MONETÁRIA E FINANCEIRA

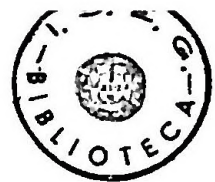
ESTRUTURA POR PRAZO DAS TAXAS DE JURO

Construção e interpretação, com algumas aplicações empíricas a Portugal

Carlos Manuel Alberto dos Santos

Orientação: Prof. Dr. Nuno José Dores Cassola e Barata

Lisboa
Maio de 1996



ÍNDICE

Introdução.....	1
1. Os conceitos fundamentais	3
2. Teorias da estrutura por prazo das taxas de juro	9
2.1. Teoria das Expectativas	10
2.2. Teoria do prémio pela liquidez	22
2.3. Teoria da segmentação de mercado/habitat preferido.....	30
2.4. Teoria do equilíbrio pela arbitragem	34
3. Construção empírica da curva de rendimentos.....	41
3.1. Alguns modelos e sua crítica.....	43
3.1.1. - Modelo de McCulloch.....	43
3.1.2. - Modelo de Mastronikola (Banco de Inglaterra).....	46
3.1.3. - Abordagem de Svensson.....	48
3.1.4. - Metodologia de Hodges e Schaefer.....	51
3.1.5. O tratamento da fiscalidade.....	55
3.2. - Aplicação a Portugal : 1993-95	58
Análise crítica dos Resultados	63
4. Credibilidade da Política Monetária : uma aplicação a Portugal.....	67
Conclusão	75
Anexos:	77
Bibliografia.....	80

Introdução

Do ponto de vista teórico, a taxa de juro define-se como um preço intertemporal: é o preço de um bem relativamente a um momento temporalmente diferido. Num campo mais empírico, pode ser vista como uma Taxa de Capitalização, que possibilita o cálculo do valor futuro de um determinado bem/fluxo, ou como Taxa de Actualização, que permite determinar o valor actual equivalente ao de um bem/fluxo disponível no futuro. Se o bem considerado for a Moeda, estaremos na presença de Taxas de Juro Monetárias.

Ao longo dos dois últimos séculos, a teoria económica tem avançado explicações diversas para a evolução que as taxas de juro apresentam historicamente. Focos de maior interesse residem na explicação da evolução do nível da taxa de juro para uma maturidade fixa, ou na explicação dos níveis verificados para as diferentes maturidades em dado momento. Será precisamente este último tópico o tema central desta tese.

Genericamente, a política monetária pode ser conduzida tendo em vista quantidades (agregados monetários e de liquidez) ou preços (taxas de juro). Alguns factores levaram a que na actualidade as autoridades monetárias da maioria dos países desenvolvidos privilegiem à gestão das taxas de juro (estando normalmente a sua capacidade de intervenção confinada a prazos curtos). Na Europa Ocidental, um desses factores reside obviamente no regime cambial adoptado para aprofundamento do processo de integração europeia. Num contexto de mobilidade internacional dos capitais, a participação num regime de câmbios fixos (ou limitados, no seio de uma banda de flutuação) restringe as autoridades monetárias à gestão das taxas de juro, por forma a procurar a preservação da cotação cambial de referência¹.

A inovação financeira e a desregulamentação vieram também tornar mais complexa a utilização dos agregados monetários como indicadores da intensidade da política monetária.

1 - Procura-se a verificação da paridade das taxas de juro, tendo em conta todo um conjunto de outros aspectos particulares, incorporados num conceito lato de prémio de risco.

Estes factos, entre outros, levaram à adopção de novos indicadores de política monetária e cambial, nos quais se inclui com algum relevo a Estrutura por Prazo das Taxas de Juro.

Tem vindo a impôr-se a ideia de que os preços dos activos financeiros são indicadores adequados (e rápidos) da situação macroeconómica corrente, reflectindo também com apreciável fiabilidade as expectativas dos agentes económicos quanto à evolução futura da economia. Tal facto tem originado uma rápida proliferação de estudos sobre a estrutura por prazo das taxas de juro. Esta tem sido apresentada como indicador avançado de fenómenos reais (dos ciclos económicos), monetários (da inflação) e cambiais (de tensões no SME, por exemplo). Algumas referências exemplificativas do vasto potencial deste indicador são Hardouvelis (1988), Hardouvelis e Estrella (1991), Hu (1993), Fama (1984), Mishkin (1988), Browne e Manasse (1989), Boughton (1988) e Svensson (1990). Em Portugal, as referências disponíveis são ainda escassas. Para além de Escalda (1992), só foi possível a consulta a Soares da Fonseca (1991).

Neste trabalho, e após formalizar os conceitos essenciais a um domínio básico do tema, serão expostas as teorias explicativas da Estrutura por Prazo das Taxas de Juro. Particular destaque será atribuído à Teoria das Expectativas, a mais antiga, influente e testada das teorias existentes. Seguidamente serão apresentados alguns métodos utilizáveis na construção empírica da curva de rendimentos, procedendo-se a uma análise crítica dos mesmos. Prestando particular atenção à metodologia proposta por Hodges e Schaefer (1977), serão construídas curvas de rendimentos para Portugal, com periodicidade mensal, e abrangendo o período entre Janeiro de 1993 e Dezembro de 1995. As mesmas serão confrontadas com as geradas por dois dos outros métodos apresentados e ainda com taxas directamente observáveis no mercado (taxas de Swaps).

Os dados assim obtidos serão posteriormente utilizados para, com base na metodologia proposta por Svensson (1994b), se proceder a uma análise da credibilidade da política monetária em Portugal, tendo em vista o processo de integração na Moeda Única.

1. Os conceitos fundamentais

Começamos então por definir alguns conceitos que servirão de base a toda a exposição posterior, tanto em termos teóricos como em termos empíricos. A terminologia usada segue de perto Shiller (1990).

Na base dos conceitos de taxas de juro estão títulos de dívida. Para os seus detentores, estes títulos representam um direito a receber uma sequência de pagamentos (s_i) em datas conhecidas (t_i).

Considerando como representativos os títulos do Tesouro, temos como usuais dois esquemas de pagamentos: perante títulos de cupão zero, o vector de pagamentos resume-se a um único pagamento, o principal (P_T), pago na data de reembolso (T); no caso de títulos com cupão, o vector de pagamentos é composto por uma sequência de cupões ($s_i=C_i$), normalmente pagos em intervalos de tempo regulares, e um pagamento simultâneo de cupão e principal ($s_T=C_T+P_T$), na maturidade do título.

Um título com cupão pode ser decomposto numa carteira equivalente de títulos de cupão zero. Nesse caso, e menosprezando as discrepâncias introduzidas por fiscalidade, custos de transacção e outras imperfeições de mercado, será de admitir que o preço da carteira de títulos de cupão zero igualará o preço do título com cupão. Fazendo apelo à Lei do Preço Único, a consideração diferenciada dos dois tipos de títulos torna-se redundante².

Considere-se $P_d(t,T)$, o preço de mercado no momento t , de um título de cupão zero, que efectua o seu único pagamento no momento T . Por simplificação, suponha-se que o valor nominal do título é de uma unidade monetária, $P(T,T)=1$. Nestes termos, define-se *taxa à vista* como a taxa constante a que o preço deve aumentar por forma a verificar a

2 - Assim, a álgebra dos títulos com cupão, mais complexa, torna-se desnecessária à exposição subsequente. Por conseguinte, não será aqui desenvolvida em grande detalhe. Para maiores desenvolvimentos, consultar Shiller (1990).

condição terminal [$P(T,T)=1$]. Para que o crescimento do preço se processe a ritmo constante, deve verificar-se, para $t \leq t' \leq T$,

$$P_d(t, t') = P_d(t, T) e^{(t'-t)r(t, T)} \quad (1)$$

Para $t'=T$, e resolvendo em ordem a $r(t, T)$, tem-se

$$r(t, T) = -\log[P(t, T)] / (T - t) \quad (2)$$

A *Estrutura por Prazo das Taxas de Juro* (EPTJ), quando referida a taxas à vista, define-se pela relação entre $r(t, T)$ e $m=T-t$. Um gráfico que retrate essa relação define-se como a *Curva de Rendimentos*, no momento t^3 .

A *Taxa de Rendimento até à Maturidade*⁴, $y(t, T)$, é a taxa que, no momento t , assegura a igualdade seguinte:

$$P(t, T) = \sum_{u>t} s_i e^{-(u-t)y(t, T)} \quad (3)$$

Em geral, as análises de mercado resumem-se ao cálculo de taxas de rendimento até à maturidade. Tal procedimento só será válido quando estivermos perante títulos de cupão zero, pois neste caso, a taxa de rendimento até à maturidade e a taxa à vista serão iguais. Conforme demonstrado por Schaefer (1973), na medida em que exista pelo menos um pagamento intermédio, ($s_i > 0$, $i < T$), $\min_{(i)} r(t, T) \leq y(t, T) \leq \text{Max}_{(i)} r(t, T)$. Ou seja, a utilização das taxas de rendimento até à maturidade na elaboração da estrutura por prazo das taxas de juro revela-se teoricamente incorrecta (voltaremos a este ponto no capítulo 3).

3 - Normalmente, a curva de rendimentos respeita à relação entre taxas de rendimento até à maturidade e prazos. Por simplificação, utilizarei a expressão quando descrever qualquer relação entre taxas de juro e prazos, explicitando qual a natureza das taxas de juro envolvidas (à vista, a prazo, de rendimento até à maturidade).

4 - Taxa de rendimento actuarial, ou ainda *Yield to maturity*.

Qualquer que seja o tipo de títulos, estamos sempre perante uma relação entre o valor presente e um conjunto de pagamentos em datas futuras. As taxas de juro relacionam as várias grandezas (monetárias) através do conceito de desconto. O desconto consiste num processo de actualização dos fluxos futuros para padrões de valorização actuais e, em termos rigorosos, deverá ser feito com base nas taxas à vista para os diferentes prazos. Conforme Schaefer (1977) realça, a utilização de taxas de rendimento até à maturidade para valorização de activos/actualização de fluxos futuros é desprovida de sentido, uma vez que o conhecimento da taxa de rendimento actuarial de um título não nos fornece qualquer informação útil para a valorização de um outro título com diferente perfil de pagamentos. Para nos apercebermos de tal facto, bastará salientar que dois títulos com igual prazo até à maturidade podem apresentar taxas de rendimento até à maturidade distintas, bastando para tal que a estrutura dos pagamentos futuros seja distinta. Ou seja, os juros originados por títulos distintos, mesmo que pagos simultaneamente, são descontados a taxas diferentes⁵.

A relação entre os factores de desconto e as taxas à vista define-se como

$$d(t, t_i) = e^{-(t_i - t)r(t, t_i)} \quad (4)$$

ou, de forma equivalente como

$$r(t, t_i) = -\frac{\log d(t, t_i)}{(t_i - t)} \quad (5)$$

As taxas à vista aplicam-se a períodos com começo imediato (em t). Porém, existe também a possibilidade de se modelizarem taxas de juro para períodos com começo numa data futura. Assim se definem as taxas a prazo: $f(t, t', T)$, $t \leq t' \leq T$, define a taxa

⁵ - Por efeito de uma taxa de cupão diferente, e/ou pelo facto de a periodicidade do cupão ser também distinta - nestas duas situações verifica-se o chamado efeito cupão.

estabelecida (explícita ou implicitamente), no momento presente (t), para vigorar entre t' e T .

Mediante a compra e a venda simultânea de títulos de diferentes maturidades⁶ é possível garantir a taxa de juro a prazo no mercado: num mesmo momento, adquira-se um título de cupão zero com maturidade em T , pelo preço de $P_d(t, T)$ e emitam-se $P_d(t, T)/P_d(t, t')$ títulos de cupão zero com vencimento em t' , ao preço $P_d(t, t')$. Como resultado destas operações, não há qualquer despesa líquida de capital no momento t ; em t' , procede-se ao pagamento de $P_d(t, T)/P_d(t, t')$, recebendo-se posteriormente, no momento T , uma unidade monetária. O efeito líquido destas operações resume-se assim ao compromisso de aquisição, no momento t' , de um título com vencimento em T , pelo preço de $P_d(t, T)/P_d(t, t')$.

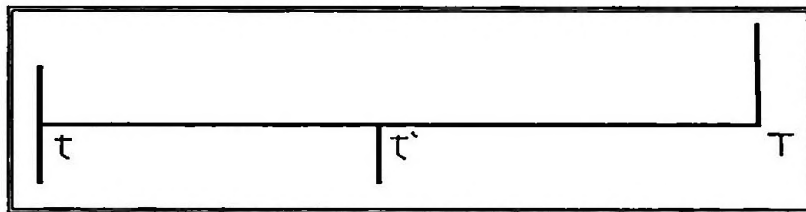


figura nº 1 - Fluxos financeiros num contrato de taxas a prazo

A taxa a prazo, $f_d(t, t', T)$, é assim a taxa de rendimento até à maturidade que, no momento t , se aplica aos contratos que abrangem o período entre t' e T :

$$f(t, t', T) = -\log[P_d(t, T) / P_d(t, t')] / (T - t'), \quad t < t' < T \quad (6)$$

A álgebra dos títulos com cupão, quando considerada na vertente da sua decomposição em títulos de cupão zero, implica a definição de uma medida 'média' de maturidade: a *Duração*. A duração é igual ao simétrico da derivada de $\log[P(t, T)]$ em ordem a $r(t, T)$, onde $P(t, T)$ é dado por (3). O conceito foi desenvolvido inicialmente por Macaulay (1938), e formaliza-se como

6 - Mantendo a hipótese simplificadora de que na maturidade os títulos têm valor unitário.

$$D(m, t) = \frac{\sum_{u>t} (t_i - t) S_i e^{-(u-t)r(t, t+m)}}{\sum_{u>t} S_i e^{-(u-t)r(t, t+m)}} \quad (7)$$

A duração é então uma média ponderada das maturidades dos títulos de cupão zero, com os ponderadores correspondendo aos valores descontados dos pagamentos até à maturidade. Da definição do conceito, facilmente se depreende que, para os títulos de cupão zero, a duração será igual ao prazo até à maturidade.

Reflectindo a variação percentual do preço do título quando a taxa de juro varia uma unidade, este conceito é usualmente utilizado como medida de risco dos títulos de dívida, desempenhando papel crucial nas teorias da imunização de carteiras face a variações das taxas de juro.

Utilizando o conceito de duração, podemos relacionar as taxas de rendimento actuarial e as taxas a prazo

$$f(t, t', T) = \frac{D(T-t)y(t, T) - D(t'-t)y(t, t')}{D(T-t) - D(t'-t)} \quad (8)$$

e as taxas à vista com as taxas a prazo:

$$f(t, t', T) = \frac{(T-t)r(t, T) - (t'-t)r(t, t')}{T-t'} \quad (9)$$

O limite de (9) quando t' tende para T define a taxa a prazo instantânea:

$$f(t, T) = r(t, T) + (T-t)dr(t, T) / dT \quad (10)$$

ou, de forma equivalente

$$f(t, t+m) = r(t, t+m) + mdr(t, t+m) / dm \quad (10)'$$

Este caso limite (taxa instantânea) permite constatar que a relação entre taxas à vista e taxas a prazo é equivalente à verificada entre o custo médio e o custo marginal (cf. Gráfico nº 1).

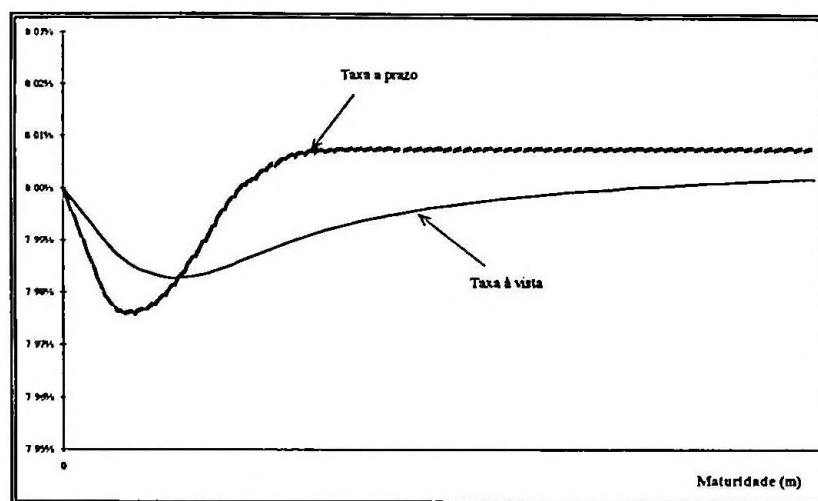


Gráfico nº 1 - Relação entre taxa à vista e taxa a prazo

Como nota final acrescente-se que os conceitos apresentados se referem sempre a taxas de juro anuais com capitalização contínua, sendo possível converter essas taxas para qualquer outro intervalo de capitalização, utilizando a expressão

$$r(t, T, h) = (e^{hr(t,T)} - 1) / h \quad (11)$$

que relaciona a taxa anual de capitalização contínua, $r(t, T)$ com a taxa anual capitalizada $(1/h)$ vezes por ano, $r(t, T, h)$ ⁷.

⁷ - $h=0,5$ corresponde a capitalização semestral, $h=0,25$ corresponde a capitalização trimestral, etc.

2. Teorias da estrutura por prazo das taxas de juro

Numa economia sem risco, em que todas as taxas de juro futuras sejam conhecidas, o equilíbrio nos mercados financeiros verifica uma série de relações de arbitragem:

$$f(t, t', T) = r(t', T), \text{ para } t \leq T \quad (12)$$

Esta relação traduz a igualdade entre a taxa a prazo e a taxa à vista respectiva. De forma equivalente, estaria assegurada a verificação de

$$\frac{1}{P(t, T)} = [1 + r(t, t+1)][1 + r(t+1, t+2)] \dots [1 + r(T-1, T)] \quad (13)$$

A equação (13) indica que é indiferente optar por investir num título longo, com rendimento garantido até T, ou por uma sequência de investimentos em títulos curtos pelo mesmo período. Esta relação pode ser vista como o recíproco do habitual cálculo do valor actualizado de uma série de *cash-flows*, com uma taxa de desconto variável mas conhecida. De facto, verifica-se também a relação

$$1 + y(t, T) = \left\{ [1 + r(t, t+1)][1 + r(t+1, t+2)] \dots [1 + r(T-1, T)] \right\}^{1/(T-t)} \quad (14)$$

Por fim, sem incerteza, é igualmente válida a relação

$$\frac{P(t+1, T)}{P(t, T)} = 1 + r(t, t+1) \quad (15)$$

que nos indica que o rendimento de posse (por um período) de um título de qualquer maturidade será igual à taxa de rendimento garantida para a maturidade 'um período'.

Porém, como a realidade económica se caracteriza pela existência de incerteza, as relações apresentadas são meramente indicativas, não estando assegurada a sua verificação.

Algumas teorias têm sido formuladas para explicar a relação entre taxas de juro de diferentes maturidades num contexto de incerteza. Uma das primeiras teorias formuladas, e que se tem mantido como teoria dominante, é a *Hipóteses das Expectativas*. Conforme se verá, esta hipótese não surge como um corpo teórico coeso e unificado, mas antes como um conjunto de proposições, de teor relacionado mas, em alguma medida, incompatíveis entre si. Em termos empíricos, porém, essa incompatibilidade não parece muito relevante.

Esta hipótese não é a única a relacionar as taxas de juro de maturidade distinta. No entanto, tem papel determinante na formulação de outras hipóteses. Por exemplo, as teorias da *Preferência pela Liquidez* e do *Habitat Preferido* integram a noção de que as expectativas sobre as taxas de juro futuras são determinantes das taxas de longo prazo, embora cada uma das teorias atribua um diferente papel ao risco e aos prémios a ele associados na configuração da curva de rendimentos. Adicionalmente, e de acordo com Ingersoll (1987)⁸, em modelos de tempo contínuo, a hipótese das expectativas desempenha o mesmo papel central que a neutralidade ao risco desempenha na valorização de opções.

2.1. Teoria das Expectativas

A ideia de que as expectativas dos investidores sobre taxas de juro futuras afectam o nível actual das taxas longas remonta pelo menos a Irving Fisher (1896), tendo sofrido forte impulso com Hicks (1939) e Lutz (1940).

8 - pp. 389, ob citada.

Numa primeira abordagem, a mensagem básica desta teoria é a de que a inclinação da curva de rendimentos reflecte (de alguma forma) as expectativas sobre o nível futuro das taxas de juro. Vejamos como as expectativas podem configurar a curva de rendimentos.

Sendo uma taxa de longo prazo interpretada como uma média de taxas de juro de curto prazo, da actual e das esperadas, a antecipação de uma subida nas taxas de juro de curto prazo, num horizonte de n períodos, leva a que a taxa de juro para o prazo n seja superior à taxa de juro curta, uma vez que:

- os investidores concentrarão as suas aplicações em activos de curto prazo por forma a evitarem uma posterior perda de capital derivada do aumento da taxa de juro, que associam às aplicações por prazos longos;
- os agentes com necessidade de fundos tentarão contratar passivos de longo prazo na medida em que a sua expectativa é a de que, posteriormente, o financiamento só será possível a taxas superiores;
- adicionalmente, ao antecipar a diminuição no preço dos títulos de longo prazo, os especuladores tentarão vender desde já os títulos longos que tenham em carteira, abrindo posições curtas (*short-sell*) sobre títulos no horizonte n ;

Face a estas tomadas de posição, o confronto entre a oferta e a procura de títulos para as diversas maturidades levará à subida relativa das taxas de longo prazo, que assim verificarão um comportamento consistente com a expectativa inicial.

Conforme já referido, a teoria das expectativas consubstancia-se num conjunto de proposições que Cox, Ingersoll e Ross (1981) demonstraram serem incompatíveis entre si.

Cox, Ingersoll e Ross começam por demonstrar que uma interpretação lata das ideias de Lutz não pode verificar-se. Segundo Lutz (1940), “um detentor de fundos entrará no

mercado longo se pensar que o rendimento que poderá obter durante o período em que tiver os fundos disponíveis for superior ao rendimento que espera no mercado curto, durante o mesmo período, e vice versa” e “... um aforrador que quer aplicar por apenas um ano está, em princípio, preparado para comprar (...) um título de qualquer outra maturidade, vendendo-o no final do ano”.

Para Cox, Ingersoll e Ross, este raciocínio caracteriza um equilíbrio em que qualquer estratégia de investimento (investir num título longo ou numa sucessão de títulos curtos) proporciona igual rendimento, momento a momento, em qualquer instante do horizonte de investimento. Esta ideia pode ser formalizada, num horizonte de investimento de t_0 a t_n , como

$$E\left\{\frac{P(t_1, T_1)}{P(t_0, T_1)}, \frac{P(t_2, T_2)}{P(t_1, T_2)}, \dots, \frac{P(t_n, T_n)}{P(t_{n-1}, T_n)}\right\} = \Theta(t_n, t_0) \quad (16)$$

O rendimento esperado, Θ , deve ser independente dos momentos de reinvestimento, arbitrários, t_i ($t_0 < t_1 < \dots < t_n$), e dos títulos escolhidos, conforme denotado por diferentes datas de maturidade, T_i ($T_i \geq t_i$).

Os autores demonstram que esta relação não tem validade geral, na medida em que ela requer que o rendimento esperado para uma obrigação com maturidade em t_2 , pelo período (t_0, t_1) , iguale o rendimento certo de uma obrigação com maturidade em t_1 ⁹:

$$\frac{1}{P(t_0, t_1)} = \frac{E[P(t_1, t_2)]}{P(t_0, t_2)} \quad (17)$$

9 - Assume-se que $P(t_1, t_1) = 1$, i.e., o valor nominal do título é unitário.

O rendimento esperado, durante (t_0, t_2) , de uma obrigação com maturidade t_1 , renovada na maturidade por uma obrigação com maturidade t_2 , deverá igualar o rendimento garantido da obrigação com maturidade t_2 :

$$\frac{1}{P(t_0, t_2)} = \frac{1}{P(t_0, t_1)} \cdot E\left[\frac{1}{P(t_1, t_2)}\right] \quad (18)$$

Combinando estas duas condições:

$$E\left[\frac{1}{P(t_1, t_2)}\right] = \frac{P(t_0, t_1)}{P(t_0, t_2)} = \frac{1}{E[P(t_1, t_2)]} \quad (19)$$

Pela desigualdade de Jensen¹⁰, esta condição só poderá ser verificada sem incerteza. Assim, os rendimentos esperados para os diversos períodos de posse não podem ser todos iguais, em situação de equilíbrio. Esta contradição só poderá ser evitada se se considerar que os rendimentos de posse esperados só são iguais para um período específico. A escolha natural quanto ao período é o período mais curto, o que nos remete para a versão local da teoria das expectativas (adiante analisada).

As ideias de Lutz sugerem neutralidade ao risco por parte dos investidores. Vejamos como tal pode ser demonstrado, considerando um agente representativo que, sujeito à restrição orçamental de repartição da riqueza entre consumo e investimento em activos, maximiza a sua função de utilidade intertemporal:

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} u(c_t)(1 + \mu)^{-t} \quad (20)$$

10 - Se x for uma variável aleatória, e $G(x)$ uma função côncava de x , i.e., $G''(x) < 0$, então $E[G(x)] < G[E(x)]$ (demonstração em Ingersoll (1987)).

c_t é o consumo no momento t , podendo traduzir uma sequência de *cash-flows*; $(1 + \mu)^{-1}$ é um factor de desconto, baseado em μ , a taxa subjectiva de preferência pelo tempo. Sendo $v(t)$ o valor real (em termos de possibilidades de consumo) de qualquer activo, a condição de primeira ordem para maximização da função utilidade é dada por

$$u'(c_t)v(t) = E_t\{(1+\mu)^{t-t'}u'(c_{t'})v(t')\}, \quad \text{para } t < t' < T \quad (21)$$

Esta equação pode ser interpretada como indicando que, no equilíbrio, estarão esgotadas as possibilidades de troca inter-temporal dos fluxos de consumo, sem que a utilidade total seja diminuída. A mesma expressão pode ser re-escrita como

$$\frac{u'(c_t)}{u'(c_{t'}) / (1 + \mu)^{t-t'}} = \frac{E_t\{v(t')\}}{v(t)} \quad (21)'$$

Nesta formulação, a taxa marginal de substituição do consumo iguala o rácio entre os valores reais de um activo nos dois momentos no tempo.

Uma forma de considerar um comportamento neutral face ao risco é considerar uma função de utilidade linear no consumo, i.e.,

$$u(c_t) = a + b \cdot c_t \quad (22)$$

que leva à condição de primeira ordem:

$$(1 + \mu)^{t-t'} = \frac{E_t\{v(t')\}}{v(t)} \quad (21)''$$

Se o activo considerado for uma obrigação de cupão zero, com maturidade T e com rendimento real, então $v(t) = p(t, T)$, obtendo-se

$$\frac{E_t P(t', T)}{P(t, T)} = (1 + \mu)^{t'-t} \quad (21)'''$$

Isto significa que se os investidores forem neutrais ao risco, os investidores esperarão obter um mesmo rendimento, qualquer que seja a sua estratégia e horizonte de investimento, não existindo lugar a qualquer prémio de prazo. Como se verá seguidamente, estamos novamente no contexto da *versão local da hipótese das expectativas*. No entanto, Cox, Ingersoll e Ross fazem notar que, diferentemente do defendido por vários autores, a validade desta versão não está dependente da neutralidade ao risco, uma vez que “existem, para cada tipo de economia, condições (...) sob as quais a versão local da hipótese das expectativas se obtém para investidores avessos ao risco”¹¹.

Basicamente, as diferentes versões da hipótese das expectativas foram desenvolvidas a partir das relações de arbitragem (12) a (14), i.e., com base nas relações definidas sem incerteza, sendo reformuladas em contexto de incerteza.

A partir de (12), obtém-se a versão das *expectativas não enviesadas*:

$$E_t[r(t', T)] = f(t, t', T), \text{ para } t \leq T \quad (23)$$

Estabelece a igualdade entre taxas a prazo e taxas à vista correspondentes, antecipadas pelo mercado para o futuro. A partir desta relação, os preços dos títulos são dados por

$$P(t, T) = \frac{1}{[1 + r(t, t+1)] [1 + E_t r(t+1, t+2)] \dots [1 + E_t r(T-1, T)]} \quad (24)$$

¹¹ - Cox, Ingersoll e Ross (1981), pp. 779.

A versão do *rendimento na maturidade* baseia-se em (13). De acordo com esta versão, verifica-se a igualdade entre o rendimento certo de deter um título de cupão zero até à sua maturidade e o rendimento esperado de uma sequência de sucessivos investimentos de prazo mais curto, no mesmo horizonte temporal; Nesta versão, os preços dos títulos resultarão da relação

$$\frac{1}{P(t, T)} = E_t \{ [1+r(t, t+1)] [1+r(t+1, t+2)] \dots [1+r(T-1, T)] \} \quad (25)$$

A comparação de (24) com (25) revela que, à luz da desigualdade de Jensen, as duas versões da teoria das expectativas são incompatíveis, excepto se os níveis das taxas de juro futuras não estiverem correlacionados, hipótese que parece contrariar a evidência empírica.

Quando as taxas de juro estiverem positivamente correlacionadas, então os títulos valorizados à luz da versão das expectativas não enviesadas (equação (24)) terão um valor superior ao resultante da valorização à luz da hipótese do rendimento na maturidade (equação (25)), pelo que as taxas de rentabilidade actuariais derivadas de uma e de outra versão serão diferentes (neste caso sendo inferior a derivada da versão das expectativas não enviesadas).

Outra versão da hipótese das expectativas deriva de (14), podendo ser denominada de versão do *rendimento até à maturidade*. Basicamente, consiste numa generalização da versão do rendimento na maturidade, agora válida em termos de rendimento de posse, momento a momento, e não somente no final do horizonte de investimento. A sua formalização apresenta-se como

$$[P(t, T)]^{1/\alpha-\theta} = E_t \{ [1+r(t, t+1)] [1+r(t+1, t+2)] \dots [1+r(T-1, T)] \}^{1/\alpha-\theta} \quad (26)$$

Baseada na relação (15), tem-se a *versão local da hipótese das expectativas*. Segundo esta formulação, a taxa de rendimento esperada para qualquer título, no decurso de um período de tempo, iguala a taxa à vista vigente para esse prazo. Ou seja, a partir de

$$\frac{E_t[P(t+i, T)]}{P(t, T)} = 1 + r(t, t+i) \quad (27)$$

obtem-se como equação de valorização dos títulos,

$$P(t, T) = E_t \left\{ [1 + r(t, t+1)] [1 + r(t+1, t+2)] \dots [1 + r(T-1, T)] \right\}^{-1} \quad (28)$$

Cox, Ingersoll e Ross (1981) demonstram que as relações (25), (26) e (28) não podem verificar-se simultaneamente, sendo mutuamente inconsistentes. Para tal, definem a variável aleatória X :

$$X = \left\{ [1 + r(t, t+1)] [1 + r(t+1, t+2)] \dots [1 + r(T-1, T)] \right\}^{-1} \quad (29)$$

Assim, as equações (25), (26) e (28) podem re-escritas como

$$[P(t, T)]^{-1} = E_t[X^{-1}] \quad (25)'$$

$$[P(t, T)]^{-1/(T-t)} = E_t[X^{-1/(T-t)}] \quad (26)'$$

$$P(t, T) = E_t[X] \quad (28)'$$

Nestes termos, a desigualdade de Jensen leva a que apenas uma das relações apresentadas possa ser validada.

Em suma, a hipótese das expectativas revela uma debilidade técnica, derivada do facto de se considerarem expectativas matemáticas para representar expectativas de mercado num contexto de incerteza sobre taxas de juro futuras. Devido à desigualdade de Jensen, as suas diferentes versões não são coerentes entre si, nem temporalmente consistentes, independentes do período de tempo escolhido para a análise.

Shiller, Campbell e Schoenholtz (1983) reabilitam teoricamente a hipótese das expectativas conciliando, num único modelo, consistente no tempo, as diferentes versões desta teoria. Fazem-no no contexto de aproximações lineares para as taxas a prazo e para o rendimento de posse. Este último define-se como o rendimento total (cupão e mais-valia de capital) derivado da compra, e posterior venda antes da maturidade, de um título longo (i.e., com maturidade posterior ao momento de venda).

Começam por considerar uma taxa de rendimento actuarial longa como uma média ponderada de taxas actuariais curtas, esperadas para o futuro

$$r(t, T) = \sum_{k=0}^{T-1} W(k) E_r r(t+k, t+k+1) \quad (30)$$

em que o elemento de ponderação se define como

$$W(k) = g^k (1-g) / (1-g^T), \quad 0 < g < 1 \quad (31)$$

Assume-se um esquema de ponderação decrescente para as taxas actuariais, justificando os autores esta escolha com o facto de para as maturidades utilizadas no trabalho empírico existirem essencialmente títulos com cupão, i.e., com pagamentos num futuro próximo, que condicionam fortemente o preço dos títulos¹². O factor de desconto

12 - Naturalmente, a soma dos ponderadores é igual à unidade, i.e., $[W(0) + W(1) + \dots + W(i-1) = 1]$.

constante g tem associada uma taxa de desconto \bar{R} , i.e., $g = 1 / (1 + \bar{R})$, que se define como a taxa de cupão média (de longo prazo), no contexto da amostra considerada¹³.

A mesma equação pode ser analisada à luz do conceito de duração de Macaulay: a duração de um título com cupão, com vencimento em T períodos, e com taxa de rendimento actuarial \bar{R} , é definida por

$$D_T = (gc_i + 2g^2c_i + \dots + Tg^Tc_i + Tg^T)/(gc_i + g^2c_i + \dots + g^Tc_i + g^T) \quad (32)$$

sendo c_i a taxa de cupão do título. A duração de um título cupão zero é igual ao tempo até à maturidade, ao passo que lhe é inferior no caso de títulos com cupão, refletindo os pagamentos de cupão feitos até à maturidade. Caso os títulos estejam cotados ao par, $c_i = \bar{R}$, pelo que

$$D_T = (1-g^T)/(1-g), T \geq 0 \quad (33)$$

Assim, a equação (30) torna a taxa actuarial para o período T , $r(t,T)$, igual ao valor presente, descontado por \bar{R} , das taxas a um período futuras, divididas pela duração D_t , no contexto da maturidade considerada. De forma alternativa, pode ser descrita como expressando a taxa actuarial para o prazo T como uma média ponderada (pela duração) das taxas esperadas, para quaisquer maturidades de t a T .

Os autores fazem notar que a qualidade da aproximação linear estará dependente da reduzida volatilidade que as taxas de juro exibam, indicando, como condições ideais, que $r(t,t_i)$ e c_i se situem numa vizinhança de \bar{R} , para todo o t e t_i . Shiller, Campbell e Schoenholtz (1983) verificam que as taxas a prazo linearizadas aproximam bem as taxas

13 - Froot (1987) aproximou \bar{R} assumindo-o igual à taxa média de rendimento dos títulos longos durante o período considerado.

observadas, especialmente nomeadamente em horizontes de previsão relativamente curtos.

Define-se o *rendimento de posse* no período $(t'-t)$ para um título de maturidade T , $h(t, t', T)$, como o rendimento derivado da aquisição em t , e posterior venda em t' , de um título com maturidade em T . Entre t e t' , receber-se-ão os cupões correspondentes, caso haja lugar a algum pagamento de cupão. Nestes termos, o rendimento de posse será função de $r(t, T)$, $r(t', T)$ ¹⁴ e da taxa de cupão do título.

Se a expressão implícita para $h(t, t', T)$ for linearizada em torno de r ¹⁵ para todos os argumentos da expressão- por outras palavras, se se fizer uma expansão de Taylor da expressão de $h(t, t', T)$ em termos de $r(t, T)$, $r(t', T)$ e c_i em torno de r , truncada após o termo linear- obtém-se uma aproximação ao rendimento de posse pelo período $(t'-t)$:

$$h(t, t', T) = \frac{D_T r(t, T) - (D_T - D_{t'}) r(t', T)}{D_{t'}}, \quad 0 < t' \leq T \quad (34)$$

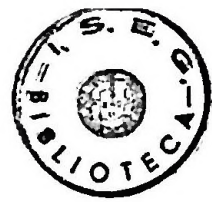
À medida que \bar{R} tende para zero (e considerando os títulos cotados ao par), os títulos convertem-se em títulos de cupão zero, obtendo-se

$$h(t, t', T) = \frac{Tr(t, T) - (T - t')r(t', T)}{t'} \quad (34)'$$

De forma idêntica, Shiller, Campbell e Schoenholtz deduzem a aproximação linear para as taxas a prazo, que surgem como

14 - Tal como visto no Cap. 1, entre o preço de cada título e as taxas de juro à vista (verificadas e esperadas) existe uma clara relação, cf. equações (1),(2) ou (3).

15 - O ponto de linearização é geralmente definido no nível médio das taxas de juro ao longo do período considerado.



$$f(t, t', T) = \frac{D_T r(t, T) - D_{t'} r(t, t')}{D_T - D_{t'}}, t \leq t' < T \quad (35)$$

e

$$f(t, t', T) = \frac{Tr(t, T) - t'r(t, t')}{T - t'} \quad (35)'$$

Conjugando estas deduções, os autores concluem então que a equação (30) permite a conciliação das diferentes versões das teorias das expectativas, na medida em que, no contexto das relações expostas, se verificam as relações

$$E_t h(t, t', T) = r(t, t') \text{ e}$$

$$f(t, t', T) = E_t \{r(t', T)\}, \text{ para } t \leq t' < T$$

Campbell (1986), recorrendo a linearizações em tempo contínuo, conclui também que as diferenças entre as várias versões da teoria das expectativas resultam de efeitos de segunda ordem, motivados pela variabilidade das taxas de juro, podendo ser ignorados no trabalho empírico.

As abordagens expostas até agora não consideraram a existência de risco. Na realidade, num contexto de incerteza, os investidores enfrentam um risco de taxa de juro. Este risco é irrelevante para os investidores cujos *cash-flows* futuros coincidam exactamente com as suas responsabilidades futuras. Os investimentos vencerão ao par¹⁶, não havendo lugar a ganhos ou perdas de capital. Porém, esta situação é excepcional. Os investidores enfrentam geralmente duas situações de risco de taxa de juro:

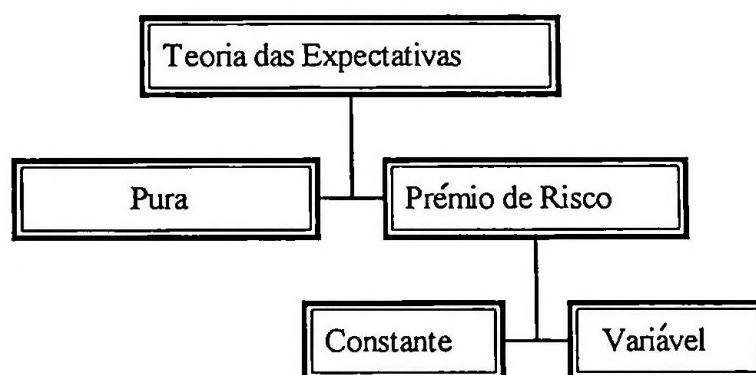
Risco de preço, derivado de necessidades antecipadas de liquidez; caso se verifique uma subida das taxas de juro, os *cash-flows* futuros do título serão descontados a

16 - Pelo valor facial.

taxas superiores, o que levará a uma redução do seu preço de mercado; a sua venda só será possível mediante uma redução do preço de venda.

- *Risco de re-investimento*, derivado da prorrogação do horizonte de investimento
Caso o nível das taxas de juro se reduza, o investidor poderá ser forçado a aplicar a taxas inferiores às proporcionadas previamente numa aplicação de prazo longo.

A existência do risco de taxa de juro legitima a divisão da hipótese das Expectativas de acordo com o seguinte esquema:



A hipótese de que o prémio de risco era nulo para todas as maturidades (Teoria das Expectativas Pura) é atribuída a Fisher (1930) ou a Lutz (1940). Lutz justificou esta hipótese com base na existência de mercado sem fricções, e na ideia dos investidores terem expectativas bem definidas e sem variância. As primeiras críticas a esta formulação realçaram a diferença entre as previsões inerentes à teoria e as realizações subsequentes. Alternativas teóricas foram formuladas, tendo subjacente a existência de prémios de risco.

2.2. Teoria do prémio pela liquidez

Hicks (1939) terá sido o primeiro a sugerir a existência de um prémio de risco, defendendo que, em média, as taxas de juro a prazo tenderiam a exceder as taxas à vista esperadas correspondentes, devendo essa diferença ser acentuada com o crescer da maturidade considerada. Hicks propôs esta ideia com base no argumento de que os investidores, na perspectiva de investirem em bens de capital com vida útil prolongada, e procurando respeitar a regra do equilíbrio financeiro mínimo, preferem financiar-se no longo prazo, enquanto os aforradores preferem a liquidez e a ausência de risco de capital proporcionada pelos títulos de curto prazo. De acordo com Hicks, este desequilíbrio de intenções levará os investidores a aumentar a taxa de rendimento oferecida pelos seus títulos de dívida, por um prémio de liquidez positivo, por forma induzir os aforradores a aplicar por prazos maiores. Quanto maior o prazo do título de dívida, maior o prémio de liquidez requerido. Esta hipótese consubstancia um padrão crescente para o prémio de liquidez¹⁷.

Esta hipótese teórica baseia os seus pressupostos na ideia de que os agentes não são neutrais face ao risco, exigindo uma recompensa pelo risco que atribuem à detenção de títulos de maturidade mais longa, aos quais associam uma maior probabilidade de perdas de capital, face a variações de taxa de juro. Os títulos de diferentes maturidades são vistos como substitutos imperfeitos, pelo que os investidores exigirão rendimentos diferenciados que, de acordo com esta teoria, serão crescentes com o prazo de investimento, dada a existência de um prémio de prazo¹⁸.

O rendimento dos títulos de curto prazo é certo. Já os títulos mais longos têm incerteza associada ao seu rendimento. Se as taxas de juro se reduzirem, o preço do título aumentará e, com base no cupão e na mais valia, a taxa de rendimento do título pode ser elevada. Por outro lado, se as taxas de juro aumentarem, o preço do título cairá, o que

17 - A um padrão de prémios de prazo crescente é referido como de “normal backwardation”.

18 - Tradicionalmente são aplicados os termos prémios de liquidez e prémios de risco; opto por prémio de prazo por ser um termo teoricamente neutro, e englobante dos dois referidos

fará reduzir-se a sua taxa de rendimento. Se os investidores forem avessos ao risco, tenderão a reduzir o preço corrente do título longo relativamente ao título curto, para criar um prémio de risco na emissão do título longo. Esse prémio terá o efeito de alterar a configuração da curva de rendimentos.

A ideia base da teoria da preferência pela liquidez pode ser contestada. Pode-se argumentar que, para alguns investidores, os títulos longos tenham menor risco associado que os de curto prazo. No contexto de um horizonte de investimento de prazo superior, a incerteza estará associada à estratégia de sucessivos investimentos de curto prazo, dependentes da evolução das taxas de juro ao longo do período de investimento, e não na aquisição de um título longo, de rendimento certo (contratado inicialmente) no contexto do horizonte considerado. Para agravar a questão, o mercado de títulos é dominado por instituições (financeiras), com diferentes (e dinâmicos) horizontes temporais de investimento. A banca comercial tem responsabilidades de curto prazo sob a forma de depósitos. Essas instituições minimizam riscos de actividade cobrindo responsabilidades com activos de prazo¹⁹ idêntico. No outro extremo, temos as Seguradoras (Ramo Vida) e os fundos de pensões, com passivos de prazo superior. Preocupando-se com a sua sobrevivência, verão nos títulos de longo prazo aqueles que conferem uma maior segurança na imunização dos seus balanços. Para além do referido, mesmo que concordemos que os investidores têm generalizadamente horizontes de investimento de curto prazo, e que os títulos de longo prazo apresentam distribuições de rendimento com maior variância, não é certo que esta variância seja indesejável: as obrigações de longo prazo geram maiores rendimentos quando as taxas de juro estão em queda, o que sucede geralmente nos períodos de menor prosperidade económica. Assim, a sua variabilidade de rendimento pode actuar como uma almofada face a condições económicas globalmente adversas, permitindo a geração de maiores rendimentos nos períodos em que os mesmos são eventualmente mais necessários.

Enfrentam-se assim duas ambiguidades: Uma relativa à variância no rendimento dos títulos que, conforme já se viu, dependerá do horizonte de investimento considerado;

19 - Ou Duração, à luz da Teoria da Imunização de carteiras.

Outra ligada à questão da vantagem que as instituições podem beneficiar por se exporem deliberadamente a essa variância.

Face a estas ambiguidades, somos remetidos para a conclusão que aponta no sentido da inexistência de um padrão de prémios de prazos teoricamente defensável. Esta conclusão pode igualmente ser obtida por via analítica.

Svensson (1993) fornece uma boa síntese dos diferentes conceitos de prémio de risco. Para a análise vertente, interessa-nos particularmente o estudo que o autor dispensa à primeira questão que formaliza: em que medida as taxas a prazo indicam as expectativas das taxas à vista futuras?

O autor começa por definir e relacionar os diferentes conceitos de prémio de risco:

- *Prémio de risco de prazo*, que se define como o excesso de rendimento esperado num contrato a prazo financiado no mercado à vista, ou seja, a diferença entre a taxa a prazo e a correspondente taxa à vista esperada:

$$\varphi(t, t', T) \equiv f(t, t', T) - E_t r(t', T), \quad t < t' < T \quad (36)$$

- *Prémio de risco de posse*, que se define como a diferença entre o rendimento de posse esperado e a correspondente taxa à vista :

$$\varphi_h(t, t', T) \equiv E_t h(t, t', T) - r(t, t') \quad (37)$$

Este conceito está relacionado com o de prémio de risco de prazo através da expressão

$$\varphi_h(t, t', T) \equiv \varphi(t, t', T)(T - t') / (t' - t) \quad (38)$$

- *Prémio de risco de reinvestimento (rollover)*, que se define como a diferença entre a taxa à vista (rendimento derivado da posse do título desde t até à sua maturidade, em t') e rendimento esperado de uma sucessão de n investimentos de maturidade τ , tal que $\tau = (t' - t) / n$:

$$\varphi_r(t, t', T) \equiv r(t, t') - (1/n) \sum_{j=1}^n E h(t + (j-1)\tau, t + j\tau, t + j\tau) \quad (39)$$

Este conceito também está relacionado com o de prémio de risco de prazo, por via da expressão

$$\varphi_r(t, t', \tau) \equiv (1/n) \sum_{j=1}^n \varphi(t, t + (j-1)\tau, t + j\tau) \quad (40)$$

Dadas as relações existentes entre os diferentes conceitos de prémio de risco, o estudo seguinte incidirá sobre o prémio de risco de prazo.

Após definir e relacionar os diferentes conceitos de prémio de risco, Svensson assume duas hipóteses simplificadoras:

H₁: O valor nominal de um título de cupão zero²⁰, $Q(t, T)$, define-se em equilíbrio como

$$Q(t, T) = E_t [M(t, T) P(t) / P(T)] \text{ , em que} \quad (41)$$

$M(t, T)$ indica a taxa marginal de substituição da riqueza, em termos reais, entre t e T ; $P(\cdot)$ é o preço do título em cada momento. Ou seja, $Q(t, T)$ define-se como a taxa marginal de substituição, em termos nominais, da riqueza.

H₂: $M(t, T)$ e $P(t) / P(T)$ são conjuntamente lognormais²¹ para qualquer t , e $T > t$.

20 - De valor facial unitário.

21 - Se $y \sim \text{lognormal}(\mu, \sigma^2)$, então $\ln y \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Mediante estas hipóteses, Svensson (1993) prova que o prémio de risco de prazo verifica:

$$\varphi(t, t', T) = -\frac{1}{2} \text{Var}_t[r(t', T)] (T - t') - \text{Cov}_t[\bar{m}(t, t'), \bar{m}(t', T)] / (T - t') \quad (42)$$

em que $\bar{m}(t, T) \equiv \ln [M(t, T) P(t) / P(T)] \equiv m(t, T) - [p(T) - p(t)]$ é o logaritmo da taxa marginal de substituição nominal, $m(t, T) = \ln M(t)$ é o logaritmo da taxa marginal de substituição real e $p(t) = \ln P(t)$ é o logaritmo do nível de preços.

Nestes termos, o prémio de prazo nominal deriva então da soma de duas parcelas: do simétrico de metade da variância da taxa à vista futura, multiplicada pela sua maturidade, e do simétrico da covariância entre os logaritmos das taxas marginais de substituição, em termos nominais, entre dois períodos, de t a t' , e de t' a T , dividida pela maturidade $(T-t')$. Como o primeiro termo é sempre negativo, um aumento da variância da taxa à vista futura reduz o prémio de prazo nominal. O segundo termo será positivo ou negativo, dependendo de a taxa marginal de substituição, em termos nominais, ser negativa ou positivamente correlacionada.

O autor explica ainda a intuição subjacente aos termos constitutivos do prémio de risco, começando pelo relativo à variância da taxa de juro. No momento t' , o financiamento do contrato a prazo no mercado à vista processar-se-á pela venda de um título ao preço $P(t', T)$. À luz do já exposto, deriva da sua definição que o preço dos títulos seja uma função convexa das taxas de juro à vista. Esta convexidade é uma qualidade apreciável para os investidores: quando as taxas sobem, a convexidade atenua a depreciação do título; quando sobem, acelera a sua apreciação.

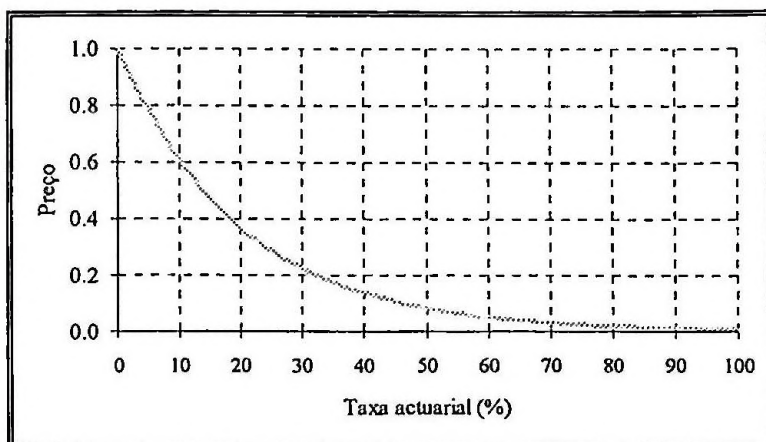


Gráfico nº 2 - Convexidade da função Preço

Nestes termos, para dado nível médio da taxa de juro à vista, uma variância acrescida faz aumentar o valor esperado para o preço do título a ser vendido²². Isso torna o contrato a prazo mais favorável, levando a que o investidor aceite um menor prémio de risco de prazo.

Por forma a racionalizar o termo da covariância, Svensson faz notar que o termo da covariância em (42) pode ser re-escrito como

$$-Cov_t[\bar{m}(t, t'), f(t, t', T) - r(t', T)] + Cov_t[\bar{m}(t, t'), \frac{1}{2} Var_{t'} \bar{m}(t', T)] \quad (42)'$$

O primeiro termo da nova expressão inclui o simétrico da covariância entre o excesso de rendimento do contrato a prazo e o logaritmo da taxa marginal de substituição nominal. Esta covariância indica o grau de risco do contrato. Sendo positiva (negativa), o excesso de rendimento no contrato a prazo comporta menos (mais) risco que o rendimento nominal garantido de t a t' , $r(t, t')$ (que comporta covariância zero com o logaritmo da taxa marginal de substituição nominal, por ser conhecido em t). Um contrato a prazo menos (mais) arriscado que o rendimento nominal garantido contribui para que o investidor aceite um rendimento em excesso negativo (positivo), e assim, um prémio de prazo negativo (positivo).

22 - Novamente uma consequência de desigualdade de Jensen.

O termo da covariância pode ser aprofundado com base em hipóteses específicas acerca da taxa marginal de substituição. A hipótese usual de uma função de utilidade separável no tempo, com aversão relativa ao risco constante, e taxa de preferência temporal constante (H₃) resulta numa taxa marginal de substituição real (em logaritmo) verificando

$$m(t, T) = -\gamma [c(T) - c(t)] - \rho(T - t), \quad \gamma \geq 0, \rho > 0 \quad (43)$$

em que $c(t) = \ln C(t)$ ²³, γ é o coeficiente de aversão relativa ao risco, e ρ é a taxa de preferência temporal.

Com base nesta hipótese, pode reescrever-se o termo relativo à covariância como

$$-Cov_t \left\{ \gamma [c(t') - c(t)] / (t' - t) + \pi(t, t'), \gamma [c(T) - c(t')] / (T - t') + \pi(t', T) \right\} / (T - t') \quad (42)''$$

$\pi(t, t')$ é a taxa de inflação média de t a t' , definida como $\pi(t, t') = [p(t') - p(t)] / (t' - t)$.

No caso especial de $\gamma = 1$, i.e., função de utilidade logarítmica, obtem-se por fim

$$-Cov_t \left\{ [p(t') + c(t')] - [p(t) + c(t)], [p(T) + c(T)] - [p(t') + c(t')] \right\} / (T - t') \quad (44)$$

Este termo resume-se ao simétrico da covariância entre a taxa de crescimento do consumo nominal entre t e t' , e a taxa de crescimento verificada entre t' e T .

Com base nestas hipóteses, a componente do prémio de risco relativo à covariância será negativo (positivo) quando as taxas de crescimento do consumo nominal forem positivamente (negativamente) correlacionadas.

23 - Consumo real no momento t .

Outro tipo de modelizações têm sido desenvolvidas para justificar analiticamente a existência de prémios de risco. Têm também por base os aspectos supramencionados: maximização de uma função utilidade intertemporal, dependente dos níveis de consumo e da aversão ao risco, num contexto de incerteza no meio envolvente. Supõe-se que os agentes podem fazer escolhas contínuas quanto ao seu nível de consumo e à composição da sua carteira de títulos, por forma a maximizar uma utilidade esperada (temporalmente aditiva). Pela aplicação de teoremas de controlo, podem-se determinar as procuras dos activos, bem como os seus rendimentos, em relação ao conjunto da informação que caracterize a situação actual da economia, e respectiva expectativa de evolução.

Se se assumir que o valor dos títulos detidos pode ser representado por uma função determinística de um pequeno número de variáveis de estado (processos de difusão contínua), outras restrições teóricas sobre o prémio de prazo poderão ser deduzidas. Para eventuais desenvolvimentos neste sentido, ver por exemplo Cox, Ingersoll e Ross (1981 e 1985).

2.3. Teoria da segmentação de mercado/habitat preferido

Esta teoria foi iniciada por Culbertson (1957), e preconiza que a principal determinante da configuração da estrutura de prazos da taxa de juro reside na existência de restrições (legais ou auto-impostas) à gestão de activos e passivos, e ao restringir pelos mutuantes (mutuários) dos seus investimentos (financiamentos) por prazos específicos. Assim, de acordo com esta teoria, a configuração da curva de rendimentos é determinada pela procura e oferta de títulos dentro de cada segmento de maturidades.

Suponha-se que os investidores em títulos de rendimento fixo são particulares, muito avessos ao risco, empresas e instituições financeiras para quem a sobrevivência é o objectivo principal: assim, as instituições prosseguirão estratégias activas de imunização de carteiras e não de maximização do seu valor, pelo que estão claramente definidos, de

forma quase estanque, os segmentos temporais de investimento, independentemente dos atractivos de taxa disponíveis noutras maturidades.

Os bancos, face a uma concentração de passivos de curto prazo, optarão por aplicações de curto prazo; as seguradoras²⁴, face a uma maioria de passivos de prazo mais longo, tenderão a investir em productos de prazo mais longo. Naturalmente que estas instituições não confinarão os seus investimentos em cada um dos extremos do segmento de maturidades. Adicionalmente, outros investidores actuarão indistintamente num e noutra segmento de prazo. Porém, e de acordo com a visão tradicional derivada desta teoria, os dois tipos de instituições referidos dominarão, com as suas preferências temporais bem pronunciadas, a segmentação do mercado.

Podendo os investidores ser subdivididos em n grupos, tendo cada um deles forte preferência por investimentos de prazo específico, diferenciado entre si, e se os horizontes temporais não se sobrepuserem de forma assinalável, verificar-se-á uma segmentação do mercado. Esta define-se pela pouca mobilidade de fundos entre segmentos, existindo investidores distintos e fiéis a cada maturidade.

Em cada segmento, as taxas de juro serão determinadas pelo mercado, que por sua vez reflectirá o comportamento diferenciado dos diferentes agentes nas diversas fases do ciclo económico. Durante uma fase de expansão, o acréscimo no investimento e no consumo de bens duradouros faz aumentar a procura de fundos de longo prazo, o que pressiona a subida das taxas longas. Na fase madura do ciclo económico, com o iniciar da retracção da procura, verificar-se-á fenómeno inverso, que coincidirá com um aumento da procura de fundos de curto prazo pelas empresas, para financiamento do seu fundo de maneo (nomeadamente dos stocks, que tenderão a aumentar), pressionando à subida as taxas curtas. De acordo com esta teoria, a estrutura por prazo das taxas de juro é determinada não por expectativas de evolução das taxas de juro, ou pela estrutura de prémios de liquidez, mas pelo sentido dos fluxos, de umas instituições para as outras, de

24 - Por hipótese simplificadora, no ramo Vida.

umas maturidades para as outras, e pela intensidade e natureza dos investimentos das empresas e particulares.

Ou seja, na medida em que se verifique um influxo de fundos mais acentuado em direcção a determinado grupo de investidores, estes acentuarão a pressão da procura, levando ao aumento dos preços dos títulos no seu segmento de investimento, reduzindo as taxas de rendimento associadas. Resultado semelhante poderá ser obtido através da alteração da oferta de títulos nessa maturidade. No entanto, a obtenção deste resultado, bem como toda a teoria da segmentação, depende talvez de forma crucial da hipótese de que também os agentes com necessidade de financiamento têm maturidades preferidas, exogenamente definidas, muito insensíveis a alterações nas taxas de juro. Se assim não sucedesse, a descida de taxas em determinado segmento tenderia a ser contrariada por uma concentração dos financiamentos nesse segmento temporal, tendente a uma 'normalização' da taxa nesse segmento. Nesta formulação, não existe base para a existência de prémios de prazo positivos e crescentes com a maturidade.

A possibilidade de substituição de prazos é uma importante hipótese de trabalho, de crescente acuidade, pelo que a segmentação (em sentido estrito) será excessiva, e crescentemente desajustada da realidade. A verificar-se poderiam criar-se significativas possibilidades de arbitragem: Se a estrutura temporal fosse formada sem qualquer atenção à estimativa de evolução das taxas de juro, poderiam surgir então oportunidades de lucro para os arbitragistas, em qualquer dos segmentos de mercado. Suponha-se como provável uma redução nas taxas de juro, e que a estrutura de prazos das taxas de juro se apresenta positivamente inclinada, dada a natureza dos fluxos de fundos e dos tipos de investimentos. Nesse caso, os rendimentos esperados seriam superiores para as aplicações a longo prazo, para as quais os arbitragistas se encaminhariam. Durante o processo, os preços dos títulos de longo prazo subiriam, fazendo diminuir as suas taxas de rendimento (actuarial). Esta tendência verificar-se-ia até que o rendimento dos títulos de longo prazo se fixasse no nível derivado da redução de taxas. Obviamente, tal só sucederia quando a configuração da estrutura de prazo das taxas de juro se adaptasse às expectativas do mercado.

A verificarem-se de forma significativa, os efeitos da segmentação tenderão a ser efêmeros ou a incidir nos prazos mais longos, menos propícios a actividades de arbitragem, que forçarão o ajustamento nos prazos mais curtos.

Modigliani e Sutch (1966 e 1967) vieram conciliar algumas das ideias das teorias das expectativas e da segmentação de mercado. Na sua teoria do Habitat Preferido admitem que embora mutuantes e mutuários preservem preferências temporais, podem alterar a maturidade das suas carteiras por forma a beneficiar de eventuais prémios, derivados da diferença entre expectativas de taxas à vista e taxas a prazo: "a aversão ao risco não deverá levar os investidores a optar por prazos curtos mas, em vez disso, deve levá-los a proteger as suas posições, aplicando no seu habitat de maturidade, a não ser que noutras maturidades (superiores ou inferiores) antecipem um prémio suficiente para compensar o risco e o custo da deslocação do seu habitat". Assim, essa deslocação só será realizada mediante uma compensação, uma vez que os títulos de diferentes maturidades não são vistos como substitutos perfeitos. Esse prémio de prazo poderá ser positivo ou negativo, não se justificando, em termos teóricos, qualquer padrão sistemático de evolução do mesmo em função das maturidades.

Modigliani e Sutch não forneceram qualquer evidência empírica para as suas ideias. E, a avaliar pela literatura consultada, poucos testes empíricos terão sido realizados sobre estas hipóteses. Haverá somente a destacar o trabalho de Egginton e Hall (1993), que encontraram efeitos significativos da composição da dívida do governo sobre a inclinação da curva de rendimento no Reino Unido. Salientam a persistência desses efeitos comparativamente aos efeitos transitórios da alteração das expectativas, mais voláteis. Segundo o seu estudo, a segmentação estará centrada sobre os dez anos de maturidade, ponto central sobre o qual a curva rodará consoante o peso da dívida assim segmentada. Concluem assim que a teoria da segmentação tem uma importância maior do que aquela que lhe é geralmente atribuída.

Não obstante este resultado, e o facto de encontrar alguma adesão no seio dos profissionais, a teoria da segmentação de mercado não tem recolhido atenção generalizada no campo teórico. A própria evolução dos mercados (caracterizada pela progressiva liberalização e inovação) tenderá a fazer esbater ainda mais o efeito da segmentação.

2.4. Teoria do equilíbrio pela arbitragem

A exposição desta teoria terá por base o modelo desenvolvido por Cox, Ingersoll e Ross (1985). Este modelo considera a estrutura por prazo das taxas de juro num contexto de equilíbrio geral competitivo, considerando oportunidades de consumo e de investimento, financeiro e produtivo. As preferências do investidor e as possíveis alterações nas oportunidades de investimento são exógenos no modelo, e os movimentos na curva de rendimento são racionalizados no contexto do modelo, i.e., são endógenos.

Trata-se de um tipo de modelo com complexa derivação algébrica, uma vez que é formulado em tempo contínuo, com recurso ao cálculo estocástico.

O ponto de partida está na maximização da função utilidade do agente representativo, ao longo do tempo. No processo de maximização, o agente deve escolher a sua trajectória de consumo óptima, as proporções óptimas de riqueza a serem investidas no processo produtivo e no activos financeiros disponíveis. Uma restrição orçamental leva à determinação de quais as necessidades de financiamento líquidas (positivas ou negativas), remuneradas à taxa de juro. Nesta economia, em que se supõe a existência de um único bem (que actua como unidade de conta), a taxa de juro e a taxa de rendimento das aplicações financeiras devem ajustar-se até que toda a riqueza seja investida no processo produtivo. As decisões de optimização do consumidor/investidor resultam num equilíbrio económico que inclui preços de activos e taxas de juro de equilíbrio.

Na sua formulação mais simples, estamos perante um modelo unifactorial de taxa de juro. A taxa de juro à vista (instantânea), sem risco de crédito, é assim a variável de estado, a variável que sintetiza a informação acerca da incerteza na economia. Esta incerteza é relativa às oportunidades de investimento produtivo. No entanto, dado o enquadramento já exposto, a rentabilidade do investimento produtivo influi nas decisões de consumo e investimento.

À luz do modelo, a taxa de juro à vista segue um processo de difusão. Formalmente,

$$dr = k(\theta - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz \quad (45)$$

dr = alteração instantânea na taxa

k = uma componente de velocidade de ajustamento, $k > 0$

$(\theta - r)$ = a medida em que a taxa de juro corrente difere de um nível médio de equilíbrio

dt = a passagem do tempo

σ = o desvio padrão do processo

dz = processo estocástico Wiener-Gauss standard

Isto significa que, embora aleatória nos seus movimentos ao longo do tempo, a taxa de juro à vista tende a reverter para um nível de longo prazo, excluindo-se a hipótese de alguma vez se tornar negativa. A sua variância é proporcional ao seu nível.

De acordo com esta equação, a evolução das taxas resulta de uma componente previsível [$k(\theta - r) dt$] e de uma outra imprevisível [$\sigma\sqrt{r}dz$]. A primeira componente reflete a ideia de que a taxa de juro tende para um valor de longo prazo (um nível 'normal'), sendo provável a sua redução quando ultrapassam esse nível (ou o seu aumento, em caso contrário). A velocidade de ajustamento depende da magnitude do diferencial entre a taxa corrente e esse nível de equilíbrio de longo prazo.

O componente imprevisível incorpora a ideia de que a variância do processo gerador da taxa de juro é maior (em termos absolutos) quando o nível das taxas é superior. É a existência desta componente que permite que a taxa corrente se afaste do nível de equilíbrio, não obstante a força conducente à convergência derivada do componente de reversão à média.

Dada a taxa de juro à vista para o momento t , r_t , seja $P(r,t,T)$ o preço, no momento t , de um título de cupão zero, sem risco, com maturidade em T . A partir do Lema de Itô, a taxa de rendimento instantânea para esse título é

$$\frac{dP}{P} = \frac{P_r dr + \frac{1}{2} P_{rr} (dr)^2}{P} = \left[\frac{k(\theta - r) P_r}{P} + \frac{P_t}{P} + \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 r P_{rr}}{P} \right] dt + \frac{\sigma \sqrt{r} P_r}{P} dz \quad (46)$$

após consideração de (45).

Enfrenta-se agora a questão da valorização dos títulos cupão zero que comportem risco. Em mercados perfeitos, a taxa de rendimento instantânea esperada para qualquer activo pode ser escrita como a taxa de rendimento instantânea sem risco esperada, acrescida de um prémio de risco. No presente modelo unifactorial, os rendimentos de todos os activos estão localmente correlacionados de forma perfeita, na medida em que todos estão correlacionados com a taxa de juro instantânea, à vista, única fonte de 'ruído' na economia²⁵. Ou seja, o prémio de risco de taxa de juro é comum a todos os títulos. Nestes termos, se formalizarmos a taxa de rendimento instantânea do título de cupão zero como

25 - Em modelos mais complexos, multifactoriais, o risco poderia ser ignorado na valorização da carteira de investimentos, na medida em que esta fosse formada de tal forma que os aumentos no valor de determinado componente fossem anulados pelas diminuições no valor de outros. Estar-se-ia perante aquilo a que Abken (1990) designou por *hedge portfolio*. Neste contexto, a carteira de investimento não comportaria risco, podendo o seu valor ser determinado não considerando prémios de risco: este argumento ficou conhecido como o de neutralidade ao risco de Cox, Ingersoll e Ross. No contexto da estrutura de prazo de taxa de juro, o 'activo' em consideração é a taxa de juro instantânea, não transaccionável, não passível de utilização na construção do *hedge portfolio*.

$$\frac{dP}{P} = \mu(r, t, T) + v(r, t, T)dz \quad (47)$$

a ausência de arbitragem nesta economia²⁶ implica que

$$\mu(r, t, T) = r + \lambda^*(r, t)v(r, t, T) \quad (48)$$

Assumindo para o factor de prémio de risco, λ^* , a forma $\lambda^* = \lambda \frac{\sqrt{r}}{\sigma}$, e conjugando (46) e (48), obtém-se

$$rP + \lambda r P_r = P_r k(\theta - r) + P_t + \frac{1}{2} P_{rr} \sigma^2 r \quad (49)$$

Esta é a equação fundamental de determinação do preço de um título de cupão zero. Indica que a taxa de rendimento instantânea do título é uma função da sua variação de preço. O factor λr representa a covariância entre as alterações na taxa de juro e as alterações percentuais na riqueza investida em termos óptimos. Uma vez que $P_r < 0$, prémios de risco positivos surgirão se esta covariância for negativa.

Considerando a condição limite, $P(r, t, T) = 1$, obtem-se a equação relativa aos preços dos títulos resolvendo a equação diferencial parcial (49). A solução é

$$P(r, t, T) = A[t, T]e^{-B[t, T]r} \quad (50)$$

Com $\tau = T-t$,

26 - Derivada da situação de equilíbrio; Abken(1990, pp 14) define $\lambda(r, t) = \frac{\mu_1 - r}{\sigma_1} = \frac{\mu_2 - r}{\sigma_2}$, em

que μ_1 e μ_2 são rendimentos esperados para os títulos 1 e 2, σ_1 e σ_2 são as respectivas volatilidades, e λ é o preço de mercado do risco de taxa de juro instantânea. Se a relação não se verificar para títulos de qualquer maturidade, a arbitragem seria possível. Os investidores escolheriam o título com um maior rácio de excesso de rendimento, fazendo aumentar o seu preço, reduzindo o seu rendimento, até que a condição fosse novamente restabelecida.

$$A[t, T] \equiv \left\{ \frac{\Phi_1 \exp(\Phi_2 r)}{\Phi_2 [\exp(\Phi_1 \tau) - 1] + \Phi_1} \right\} \quad (51)$$

$$B[t, T] \equiv \left\{ \frac{\exp(\Phi_1 \tau) - 1}{\Phi_2 [\exp(\Phi_1 \tau) - 1] + \Phi_1} \right\} \quad (52)$$

$$\Phi_1 \equiv \left\{ (k + \lambda)^2 + 2\sigma^2 \right\}^{1/2} \quad (53)$$

$$\Phi_2 \equiv (k + \lambda + \Phi_1) / 2 \quad (54)$$

$$\Phi_3 \equiv 2k\theta / \sigma^2 \quad (55)$$

O preço do título é uma função convexa decrescente da taxa de juro e uma função crescente (decrésciente) do tempo (da maturidade). Adicionalmente, é uma função côncava crescente do parâmetro de risco de mercado, λ . Isto deriva do facto de valores superiores para λ indicarem uma covariância superior entre taxa de juro e riqueza. Nestes termos, com λ maiores, é mais provável que os preços dos títulos sejam mais elevados quando o nível de riqueza for reduzido, tendo por conseguinte, maior utilidade marginal.

Outro importante parâmetro na determinação do preço dos títulos é k , que representa a velocidade de ajustamento da taxa de juro instantânea ao seu nível de longo prazo (função côncava crescente -convexa decrésciente- se a taxa de juro estiver acima -abaixo- do nível de longo prazo).

É ainda uma função côncava crescente da variância da taxa de juro, σ^2 . Quanto maior este valor, maior a incerteza associada às futuras oportunidades reais de produção, e logo, maior a incerteza associada ao consumo futuro. Por conseguinte, investidores avessos ao risco valorizariam de forma superior o rendimento garantido pelo título (o seu valor facial no reembolso).

Os parâmetros Φ_i são estimáveis a partir de dados relativos títulos no mercado, para cada dia específico, assim se obtendo uma série para estes parâmetros, a que se adiciona

uma outra relativa a r . Se modelizarmos o preço do título de cupão zero como uma função de $\tau = T-t$ (fixando $t, r, \Phi_i, i = 1,2,3$), estaremos a modelizar uma curva de rendimentos para o momento t . Mais concretamente, a taxa de rendimento actuarial de maturidade τ (igual à taxa à vista para igual prazo, considerando-se títulos de cupão zero), virá como

$$r(t, t + \tau) = -\frac{\log(P)}{\tau} \quad (56)$$

Este tipo de modelização tem subjacente algumas características: As taxas para maturidades longas serão independentes do nível da taxa de juro à vista instantânea, dependendo dos parâmetros caracterizadores da economia (k, λ, σ e θ)²⁷. As taxas para maturidades muito curtas tenderão para a taxa de juro instantânea. Qualquer taxa de maturidade intermédia pode ser expressa como uma média em tempo contínuo da taxa à vista corrente e das taxas à vista esperadas (característica partilhadas com a teoria das expectativas).

Considera-se a existência de prémios de risco, definidos como a diferença entre a taxa de rendimento instantânea esperada para os títulos e a taxa à vista correspondente. Este prémio de risco surge crescente com a maturidade do título, sendo proporcional à elasticidade taxa de juro do preço do título. Esta elasticidade aumenta com a maturidade do título, na medida em que para uma mesma variação na taxa de juro, o preço dos títulos longos varia mais que o preço dos títulos curtos. Neste contexto, chega-se a um resultado semelhante ao preconizado pela teoria da preferência pela liquidez. Porém, a lógica de base é diferente. Cox, Ingersoll e Ross teorizam o prémio de risco como uma função da sensibilidade da taxa de rendimento dos títulos face a variações na riqueza e na variável de estado. Defendem que o prémio de risco será definido em função do comportamento otimizador dos agentes económicos que, em última instância, procuram promover um padrão de consumo relativamente estável ao longo do tempo, exigindo um menor prémio de risco quando os títulos proporcionarem um rendimento (relativamente)

27 - Característica não partilhada por modelos multifactoriais.

superior em condições conjunturais mais adversas. Embora se cheguem a conclusões não muito diferentes das preconizadas pela teoria da preferência pela liquidez, esta modelização permite a sua fundamentação teórica, não se limitando somente a preconizar a noção vaga de que os investidores exigem prémios de risco por títulos pouco líquidos.

Na realidade, esta é a característica principal deste tipo de modelos: a sua fundamentação em termos de equilíbrio geral, e a possibilidade que oferecem de fundamentar teoricamente alguns dos factos que as hipóteses tradicionais se limitam a tomar como dados.

3. Construção empírica da curva de rendimentos

A construção da estrutura por prazo das taxas de juro (curva de rendimentos) será seguidamente discutida, sendo apresentados alguns modelos utilizados na sua construção, bem como as suas principais limitações e virtudes.

Para a construção da curva de rendimentos necessitamos de informação relativa a títulos de dívida, homogêneos em todas as suas características à excepção da taxa de cupão e da maturidade. Como veremos adiante, também o tratamento fiscal deveria ser homogêneo; porém, deveremos ter em consideração, aquando do processo de cálculo, a finalidade a que os resultados se destinam, assim estabelecendo um *trade-off* entre rigor teórico e considerações de ordem prática. Nesse sentido, Svensson (1994a) defende que sendo a exigência de rigor e precisão maior para efeitos de análise financeira, a sua falta pode ser compensada pela robustez e simplicidade dos métodos de cálculo para efeitos de análise da política monetária.

Na sua forma mais básica, o cálculo considera apenas títulos em que se possam desprezar risco de crédito, provisões de convertibilidade, possibilidades de amortizações antecipadas ou de flutuações na taxa remuneradora, bem como outras características especiais. No mercado português, temos como título elegível as Obrigações do Tesouro (OT), de remuneração fixa, transaccionadas em mercado secundário.

A curva de rendimentos permite uma caracterização das taxas de juro em função das maturidades. Porém, os títulos cotados em mercado não cobrem a totalidade do espectro de maturidades. Por outro lado, a estrutura por prazos das taxas de juro seria definida por obrigações de cupão zero, não existentes no mercado; assim, algum método terá que ser adoptado para permitir a utilização de obrigações com cupão. Uma forma de o conseguir consiste em considerar cada obrigação com cupão como uma carteira de obrigações de cupão zero. Posteriormente, há que decompor as taxa de rendimento

actuarial das obrigações em taxas à vista, para as diferentes maturidades. É este o principal objectivo dos modelos de cálculo da estrutura por prazos das taxas de juro.

A utilização de diferentes metodologias origina resultados diferentes, tanto mais que, em cada metodologia, para além de diferentes hipóteses teóricas, estão ainda subjacentes algumas escolhas (mais ou menos arbitrárias) de parâmetros e/ou funções essenciais à sua concretização.

Seguindo de perto Deacon e Derry (1994), incidirei a exposição em três modelos, referindo os contributos pioneiros de McCulloch (1971, 1975), a modelização alternativa e mais rigorosa de Schaefer (1981) e a abordagem mais recente adoptada por Mastronikola (1991), em que se baseia o trabalho desenvolvido no Banco de Inglaterra.

Os três pretendem dar resposta às seguintes questões: Que curva estimar, como a estimar, e como considerar outros factores que possam alterar o preço relativo das obrigações, em particular os impostos?

Devido à sua recente aplicação, será ainda esposta a modelização alternativa proposta por Svensson (1994a), que veio no seguimento dos trabalhos de Nelson e Siegel (1987), e que retoma a vertente econométrica iniciada por McCulloch.

Será dada particular importância ao trabalho de Schaefer, uma vez que o mesmo serviu de base às estimações conduzidas para Portugal, com base mensal, no período Janeiro/93 a Dezembro/95. Após uma breve análise à sua robustez, feita por via do confronto com os resultados derivados da implementação informática dos métodos de McCulloch e de Svensson, essas estimações estarão na base de um exercício de análise de credibilidade à política monetária portuguesa, no horizonte considerado.

3.1. Alguns modelos e sua crítica

3.1.1. - Modelo de McCulloch

Este autor desenvolveu um modelo econométrico de construção da curva de rendimentos, que se baseia na estimação de uma função de desconto $[d(t, t + u)]$, a partir da qual se inferem curvas de taxas à vista e a prazo para as taxas de juro, através de relações básicas entre as várias taxas apresentadas no Cap.1.

A sua modelização assume por simplificação que o cupão é pago continuamente (i.e., assume capitalização contínua) e parte de uma condição de equilíbrio sem possibilidades de arbitragem: o preço de cada título iguala o valor actualizado dos cash-flows futuros que o mesmo proporciona. Tem por base as seguintes relações:

$$P_i(t, t + m_i) = C_i \int_0^{m_i} d(t, t + u) du + R_i d(t, t + m_i) \quad (57)$$

$$\text{com } d(t, t + u) = 1 + \sum_{j=1}^k a_j f_j(t + u) \quad (58)$$

com : $P_i(t, t + m_i)$: preço no momento t , do título i , com maturidade m_i períodos;

C_i : cupão pago em cada momento;

$d(t, t + u)$: valor actualizado de uma unidade monetária paga daqui a u períodos (função de desconto);

R_i : valor facial do título i , pago na maturidade.

A função de desconto surge como uma combinação linear de k *funções de base* linearmente independentes. A manipulação algébrica de (57) e (58) leva à obtenção de

$$P_i(t, t + m_i) - C_i m_i - R_i = \sum_{j=1}^k a_j \left[C_i \int_0^{m_i} f_j(t + u) du + R_i f_j(t + m_i) \right] \quad (59)$$

Após a escolha da forma funcional das funções de aproximação (f_j), o processo de estimação da função de desconto resume-se à estimação dos parâmetros a_j , através de uma regressão MMQ (ou LS) sobre (59)²⁸. Posteriormente, pode ser obtida a curva de rendimentos.

Dois aspectos deverão ser salientados neste método de estimação. O primeiro prende-se obviamente com a escolha das funções de aproximação, f_j , no tocante à sua forma funcional e ao seu número. Nos trabalhos até agora realizados neste campo não se atingiu um consenso sobre qual a forma funcional ideal a adoptar. Estas escolhas são cruciais, uma vez que determinam o *trade-off* entre a suavidade e a flexibilidade da curva obtida, que deverão refletir as hipóteses teóricas sobre o formato que a curva pode apresentar: a função desconto deverá ser positiva e monotónica não crescente (para se evitarem taxas a prazo negativas) devendo ser igual a 1 para $u = 0$.

Os desenvolvimentos posteriores visaram obter curvas de taxas a prazo²⁹ suaves e, simultaneamente, flexíveis, teoricamente aceitáveis, capazes de filtrar ruído nos dados e de captar movimentos genuínos na estrutura de taxas esperadas. McCulloch caminhou neste sentido adoptando funções cúbicas³⁰.

Esta escolha justifica-se analiticamente, dada a relação existente entre taxas a prazo e de desconto. A partir da definição de taxa de juro a prazo instantânea, $f(t, t', t'')$ ³¹, pode demonstrar-se³² que

$$1 + f(t, t', t'') = - \frac{d(t, t')}{d(t, t'')} \quad (60)$$

28 - Deacon e Derry (1994b), pag. 60-61, indicam a expressão correspondente a (59) para o caso de pagamento semi-anual de cupão (mais realista e adequado à estimação de curvas de rendimento para Portugal).

29 - E, implicitamente, curvas de taxas à vista, dada a relação existente entre elas.

30 - Como exemplo mais simples, tem-se $f_j = (t + u)^j$, para $j = 1, \dots, k$, obtendo-se um polinómio de grau k .

31 - Com $t'' - t'$ infinitésimo.

32 - Deacon e Derry (1994b), pp. 14.

o que equivale a

$$f(t, t', t'') = -\frac{d'(t, t'')}{d(t, t'')} \quad (61)$$

onde $d'(t, t'')$ designa a primeira derivada da função desconto no ponto (t, t'') .

Nestes termos, verifica-se que

$$f'(t, t', t'') = \left(\frac{d'(t, t'')}{d(t, t'')}\right)^2 - \left(\frac{d''(t, t'')}{d(t, t'')}\right) \quad (62)$$

onde $f'(t, t', t'')$ designa a primeira derivada da função taxa a prazo no ponto (t, t'') .

pelo que a não continuidade da segunda derivada da função de desconto³³ implica a não continuidade da primeira derivada da função definindo as taxas a prazo, originando “vincos” na configuração da curva associada a essa taxa.

O segundo aspecto a salientar prende-se com a definição da função de desconto por troços, algo em McCulloch foi pioneiro. O autor salienta que a utilização de uma única função (polinomial) para aproximação de todo o espectro da curva de rendimentos, ainda que teoricamente correcta, poderá conduzir à obtenção de resultados inaceitáveis no tocante à configuração da curva obtida. Assim, e por forma a procurar a suavidade da função, em toda a sua extensão, são impostas restrições adicionais, nomeadamente no tocante às derivadas das funções em torno dos nós que liguem os diferentes troços definidos.

Esta modelização obriga a que diferentes títulos sejam descontados a uma mesma taxa, em cada momento, o que teoricamente supera a tradicional abordagem de estimação de curvas de rendimentos pela simples união das taxas de rendimento actuarial observadas

33 - Decorrente de função de ordem inferior à cúbica.

para os diferentes títulos, em cada momento³⁴. Conforme já referido, a utilização das taxas de rendimento actuarial como aproximações das taxas à vista conduz a erros de medida, tanto maiores quanto maior for a amplitude das taxas à vista envolvidas pelos prazos de cada título considerado.

3.1.2. - Modelo de Mastronikola (Banco de Inglaterra)

Este modelo permite a obtenção directa de uma curva de rendimentos, por via do ajustamento de uma função às taxas de rendimento das obrigações, derivadas directamente a partir das suas cotações de mercado.

Esta formulação é teoricamente criticável na medida em que não obriga pagamentos simultâneos de títulos distintos a serem descontados a uma taxa homogênea. Tal pode ser considerando à luz do seguinte exemplo simplificado: existem dois títulos, um com vencimento em um período (título A), outro no período posterior (título B); verifica-se

$$P_A = (C_A + R_A) / (1 + y_A)$$

$$P_B = (C_B) / (1 + y_B) + (C_B + R_B) / (1 + y_B)^2$$

A estimação realizada à luz deste modelo leva a que na determinação do preço dos títulos, o primeiro cupão do título B seja descontado a uma taxa actuarial distinta da utilizada para descontar o pagamento simultâneo verificado no título A. Decorre desta simplificação que a taxa actuarial para a maturidade a um período deve derivar unicamente do título A.

Conforme notado em Bank of England (1990), Mastronikola propõe uma equação que descreve um hiperplano cujas coordenadas representam as taxas de rendimento actuarial,

34 - Procedimento só adequado quando na presença exclusiva de obrigações cupão zero.

as taxas de cupão e as maturidades. A curva de rendimento par é obtida notando que a taxa de rendimento actuarial de um título cotado ao par é igual à do seu cupão, pelo que a curva de rendimento pode ser obtida pela intercepção da superfície com o plano “cupão-rendimento actuarial”. Uma vez que a curva de rendimento par³⁵ se assume como o objecto de análise privilegiado, é-lhe atribuída uma forma funcional explícita, recorrendo-se à utilização de funções polinomiais definidas por troços.

Naturalmente que uma regressão de taxas de rendimento actuariais contra a maturidade constituirá uma boa aproximação à curva de rendimentos par se os títulos cotados no mercado estiverem próximos do seu valor facial.

Alguns autores, como Vasicek e Fong (1982), criticam a utilização de funções do tipo polinomial, argumentando que as curvas a prazo obtidas podem exibir características indesejáveis, como sejam inclinações e instabilidades excessivas, e fracas aproximações às extremidades longas da curva de rendimentos. Assim, sugerem que se transforme o parâmetro m , tempo até à maturidade de cada título, utilizando a equação $m = -(1/\alpha)\ln(1-x)$, $0 \leq x \leq 1$. Segundo estes autores, esta transformação tem o mérito de transformar as funções utilizadas em exponenciais, formas funcionais que exibirão características teoricamente mais aceitáveis no longo prazo (nomeadamente curvas a prazo assintoticamente horizontais). É este o procedimento seguido por Mastronikola, impondo a horizontalidade da extremidade longa da curva de rendimentos e, adicionalmente, uma inclinação constante na sua extremidade curta³⁶. A função é

35 - Um título com cupão está cotado ao par quando o seu preço iguala o seu valor nominal; nesse caso, a sua taxa de rendimento actuarial iguala a taxa de cupão. A curva de rendimento par deriva assim da

$$\text{expressão } y_i(t, t + m_i) = \frac{R_i[1 - d(t, t + m_i)]}{\sum_{j=1}^{m_i} d(t, t + j)}$$

36 - Na prática, V-F (1982) estimam uma função desconto recorrendo a uma função do tipo $d(t, t+m) = b_0 + b_1 e^{-\alpha m} + b_2 e^{-2\alpha m} + b_3 e^{-3\alpha m}$. Shea (1985) argumenta que esta modelização, teoricamente vantajosa, não revela em termos práticos as performances desejadas, essencialmente por dois motivos: a propriedade assintótica só restringe a curva obtida a tornar-se horizontal para maturidades muito grandes, mesmo superiores às dos títulos mais longos; pode gerar-se instabilidade na curva forward para valores reduzidos de α (parâmetro que constitui um valor limite para as taxas forward, e que deverá ser ajustado aos dados como parte da estimação).

ajustada por forma a minimizar a soma dos erros quadrados entre taxas de rendimento actuarial observadas e estimadas.

3.1.3. - Abordagem de Svensson

Uma abordagem mais recente, na linha da iniciada por Nelson e Siegel (1987), foi desenvolvida por Svensson (1994a). Este autor centra o seu artigo na utilização das taxas a prazo como indicador de política monetária, tendo em conta sua informação quanto à previsão das taxas à vista futuras (de curto prazo), da taxa de inflação e da evolução cambial.

O seu estudo está centrado nas taxas a prazo, uma vez que estas, embora contendo a mesma informação que as taxas à vista, permitem uma melhor separação das expectativas de curto/médio prazo das de longo prazo, evidenciando de forma mais clara a trajectória das taxas de juro, e não apenas os seus valores médios para os diferentes prazos.

Esta metodologia começa também pela estimação de uma função de desconto, adoptando no entanto uma forma funcional diferente da proposta por McCulloch.

Considera-se inicialmente a taxa a prazo como solução de uma equação diferencial de terceira ordem, com duas raízes iguais. Svensson adoptou a seguinte forma funcional³⁷:

$$f(t, t', t'+m) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau_1} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 \frac{m}{\tau_2} \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right) \quad (63)$$

em que:

37 - Na forma alargada adoptada por Svensson. Na versão original, Nelson e Siegel (1987) não consideraram o termo associado a τ_2 . Este termo foi adicionado por Svensson, por forma a acrescentar flexibilidade ao troço inicial da curva de rendimento a estimar.

$\exp()$: operador exponencial;

m : maturidade da taxa a prazo;

β_0 : taxa de longo prazo;

β_1 : ponderação associada a uma componente de curto prazo

β_2 e β_3 : ponderações associadas a componentes de médio prazo;

τ_1 e τ_2 : constantes associadas ao tempo, que determinam o momento do começo de aproximação assintótica da taxa a prazo para o seu nível de longo prazo.

Cada um dos componentes da taxa a prazo contribui para a obtenção de uma forma funcional julgada representativa por este autor. Graficamente tem-se³⁸:

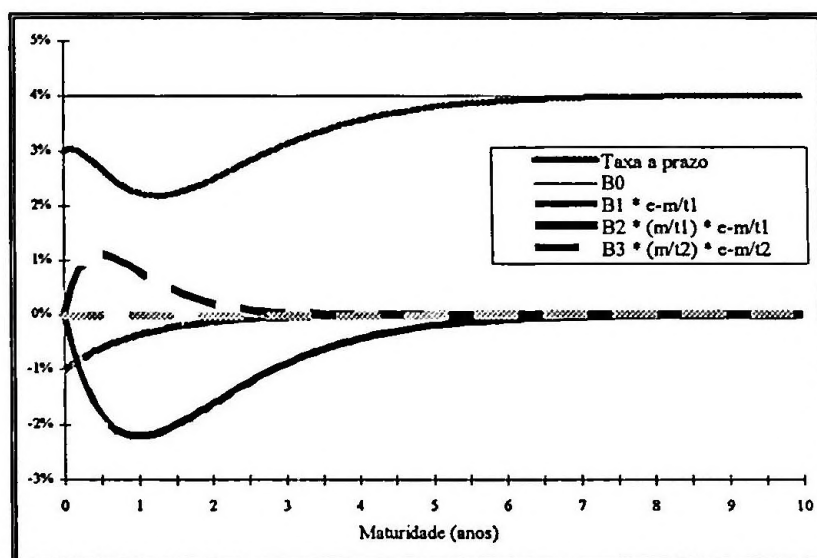


Gráfico n° 3 - Taxa a prazo (componentes)

Observa-se que, através de adequadas combinações de ponderadores (β_i), podemos gerar curvas de taxas a prazo com vários formatos, retendo todas elas a propriedade da horizontalidade assintótica (teoricamente esperada).

Svensson estima inicialmente uma função desconto. A partir da sua modelização para as taxas a prazo, deduz a função desconto

38 - Com $\beta_0=0,04$, $\beta_1=-0,01$, $\beta_2=-0,06$, $\beta_3=0,03$, $\tau_1=1$ e $\tau_2=0,5$.

$$d(t, t + u) = \exp \left\{ \begin{array}{l} -\beta_0 u - (\beta_1 + \beta_2) \tau_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{u}{\tau_1}\right) \right] + \beta_2 u \exp\left(-\frac{u}{\tau_1}\right) - \\ -\beta_3 \tau_2 \left[1 - \exp\left(-\frac{u}{\tau_2}\right) \right] + \beta_3 u \exp\left(-\frac{u}{\tau_2}\right) \end{array} \right\} \quad (64)$$

Conjugando esta condição com

$$P_i(t, t + m_i) = \sum_{u=0}^{m_i} C_i d(t, t + u) + R_i d(t, t + m_i) \quad (65)$$

estimam-se os parâmetros β_0 , β_1 , β_2 , β_3 , τ_1 , e τ_2 .

A estimação é feita para cada data, minimizando o quadrado dos desvios em relação aos preços observados, ou o quadrado dos desvios face às taxas de rendimento actuariais dos títulos cotados. No segundo caso, considerado mais adequado pelo autor, estima-se inicialmente a função desconto, obtendo-se assim estimativas de preços para os títulos das diferentes maturidades. A partir desses preços ajustados, são estimadas taxas de rendimento actuarial. Os parâmetros a estimar são ajustados por forma a minimizar o quadrado dos desvios entre as taxas de rendimento actuarial estimadas e as inferidas a partir das cotações de mercado.

A definição da função taxa a prazo, (63), é possível notar que quando m tender para zero, o limite da função resulta da soma algébrica de β_0 com β_1 . Assim, estes dois parâmetros definem o nível de taxa instantânea (a prazo e à vista, por coincidirem). Este aspecto, não salientado por Svensson, permite que a estimação possa ser melhorada por via da consideração de outra informação que não a relativa às cotações dos títulos, nomeadamente das taxas do mercado monetário de prazo mais curto (*Overnight*). Tal procedimento permitirá uma mais correcta estimação do segmento curto da curva de rendimentos (que como veremos adiante, surge como o menos robusto no confronto das diferentes metodologias).

3.1.4. - Metodologia de Hodges e Schaefer

Esta metodologia, apresentada inicialmente em Hodges e Schaefer (1977), assenta sobre um modelo de selecção de carteira, em tempo discreto, e permite concretizar a ideia de considerar cada obrigação com cupão como uma carteira de obrigações de cupão zero. Tem ainda o mérito de tornar bastante visível o efeito dos diversos regimes fiscais sobre o nível e o andamento da estrutura de prazos. Como principal desvantagem, há a salientar o facto de a sua aplicação requerer a utilização de pelo menos uma taxa de transferência intertemporal de *cash-flows*, cuja definição (em termos de nível e de evolução) não é totalmente objectiva.

O modelo de Hodges e Schaefer é um modelo de arbitragem em tempo discreto, que se baseia na optimização de uma carteira de títulos com maturidades distintas, tendo em vista a obtenção de uma determinada sequência de *cash-flows*. O processo de optimização permite a determinação de uma carteira considerada eficiente, que suporta, numa segunda fase, a estimação de uma sequência de taxas à vista.

Na base deste modelo está a equação fundamental de valorização dos títulos, no caso aplicada a um título com maturidade em T , i.e., daqui a m períodos:

$$P(t, T) = \sum_{i=1}^m \frac{S_i}{[1 + r(t, t_i)]^i} \quad (66)$$

Esta equação baseia-se na hipótese de que o preço de um título isento de risco deve igualar, num mercado em equilíbrio, o valor actualizado dos *cash-flows* subjacentes ao título até à sua maturidade. Conforme Schaefer (1981) refere, num mercado em que sejam permitidas posições a descoberto, a equação (66) representa a condição de 'não arbitragem'. Considerando então um conjunto de n títulos sem risco, com *cash-flows* ao longo de T períodos, e tendo presente o Lema de Farkas³⁹, é possível demonstrar que, ou é possível encontrar um conjunto de taxas à vista que satisfaça a equação (66) para

39 - Ver, por exemplo, Gale (1960).

cada título, ou é possível construir uma carteira de custo nulo que possibilite a obtenção de pelo menos um cash-flow positivo ao longo dos T períodos considerados. A segunda hipótese é uma hipótese de ineficiência do mercado, que tem subjacente o que os anglo-saxónicos designam por 'free lunch'.

Esta segunda possibilidade, considerada conjuntamente com a inconsistência derivada de diferentes regimes fiscais sobre o preço dos activos, leva à imposição de uma fricção no mercado, que impossibilite a arbitragem sem custo. A imposição adoptada pelos autores foi a restrição à existência de posições a descoberto. Uma implicação desta restrição traduz-se na alteração da relação (66) para a desigualdade

$$P(t, T) \geq \sum_{i=1}^m \frac{s_i}{[1 + r(t, t_i)]^i} \quad (67)$$

Justificada a impossibilidade de posições a descoberto, vejamos então como se processa a estimação das taxas à vista, $r(t, t_i)$.

O problema de optimização que o investidor enfrenta prende-se com a escolha de uma carteira de custo mínimo que permita a obtenção de um determinado perfil temporal de rendimentos. Supondo que os títulos considerados se assumem homogéneos, em termos de risco, liquidez e de imposição fiscal (ou pelo menos em termos de conhecimento da evolução das respectivas imposições fiscais), a única variável relevante para a selecção da carteira de títulos será o preço dos diferentes títulos.

A formalização matemática do problema de optimização surge assim como:

$$\text{Min}_{x_j} \sum_{j=1}^n P(t, t_i)_j x_j$$

s.a

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \geq s_i$$

$$x_j \geq 0$$

x_j : peso da obrigação j na carteira;

$P(t, t_i)_j$: preço, no momento t, do título j, que atinge maturidade no momento t_i ;

s_i : cash flow desejado para o momento i;

a_{ij} : cash-flow gerado pela obrigação j, no momento i.

A periodicidade dos pagamentos derivados dos títulos utilizados no processo de estimação (semestral e, mais recentemente, anual), conjugada com o facto de existir um reduzido número de títulos cotados, leva a que a resolução do modelo na forma apresentada possa gerar distorções na composição da carteira de títulos, por forma a ser assegurado um cash-flow mínimo para cada período. Assim, Hodges e Schaefer flexibilizam o modelo, introduzindo-lhe a possibilidade de transferência de excessos de *cash-flows* para períodos precedentes e/ou subsequentes. Na sua formulação, introduzem dois parâmetros, ρ_i e η_i ($\rho_i < \eta_i$), que, respectivamente, remuneram e descontam os *cash-flows* dos períodos (i-1) e (i+1).

Na modelização adiante utilizada, será somente considerada a transferência de *cash-flows* de um período para o período seguinte. Esta flexibilização do modelo traduz-se pela reformulação do problema de optimização:

$$\text{Min}_{x_j} \sum_{j=1}^n P(t, t_i)_j x_j + Z_1$$

s.a

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j + (1 + \rho_i) Z_i - Z_{i+1} \geq s_i$$

$$x_j \geq 0$$

$$Z_i \geq 0$$

$$Z_{m+1} = 0$$

em que:

Z_1 corresponde ao montante aplicado no instrumento alternativo no período corrente, o qual se pretende igualmente minimizar.

Z_i representa o cash-flow gerado em (i-1) e transportado para i, à taxa ρ_i .

A resolução deste problema de optimização permite a determinação da carteira óptima, assim como o seu custo para o investidor. No entanto, estes são aspectos que, embora importantes no processo, são laterais ao objectivo que nos leva à resolução do problema: a determinação de um conjunto de taxas à vista ou, equivalentemente, de um conjunto de factores de desconto. Estes representam a valorização atribuída pelo investidor (em unidades monetárias) a acréscimos marginais nos *cash-flows* de cada período, s_i .

Para obtermos os factores de desconto, reescreve-se o problema de selecção de carteira na sua forma dual:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \sum_{i=1}^m s_i d(t, t_i) && \text{em que:} \\
 & \text{s.a} && d(t, t_i) \text{ é o factor de desconto aplicável aos} \\
 & \sum_{i=1}^m a_{ij} d(t, t_i) \leq P(t, t_i)_j && \text{cash-flows gerados no momento } t_i. \\
 & (1 + \rho_i) d(t, t_i) \leq 1 \\
 & (1 + \rho_i) d(t, t_i) \leq d(t, t_{i-1}) \\
 & d(t, t_m) \geq 0
 \end{aligned}$$

Com base nas restrições do problema dual, podemos apercebermo-nos da importância do parâmetro ρ_i . De facto, decorre do problema dual que

$$(1 + \rho_i) \leq \frac{d(t, t_{i-1})}{d(t, t_i)} \quad (68)$$

o que equivale à imposição de um limite inferior ao nível da taxa a prazo para o período compreendido entre t_{i-1} e t_i . De facto, note-se que, em tempo discreto, são válidas as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{d(t, t_1)} &= (1 + r(t, t_1)) = (1 + f(t, t, t_1)) \\
 \frac{1}{d(t, t_2)} &= (1 + r(t, t_2))^2 = (1 + f(t, t, t_1))(1 + f(t, t_1, t_2)) \\
 \frac{1}{d(t, t_i)} &= (1 + r(t, t_i))^i = (1 + f(t, t, t_1))(1 + f(t, t_1, t_2)) \dots (1 + f(t, t_{i-1}, t_i)) \quad (69)
 \end{aligned}$$

Por conseguinte, a restrição (68), após desenvolvimento com base em (69), leva à obtenção do resultado $f(t, t_{i-1}, t_i) \geq \rho_i$. Na medida em que, por definição, se assume ρ_i

sempre positivo, assegura-se desta forma que não serão obtidas taxas a prazo negativas. As restrições do problema dual permitem garantir que a função desconto é sempre positiva e monotónica não crescente.

Uma primeira estimação com base neste modelo pode resultar numa estrutura de prazo com inflexões excessivas. Tal deriva do facto dos ρ_i inicialmente definidos poderem ter sido estabelecidos a um nível bastante diferente do determinado pelo mercado para as taxas a prazo nos períodos adjacentes. Schaefer (1981) reconhece a existência de tal problema, atribuindo-o ao facto de se desconhecer inicialmente o nível das taxas a prazo determinadas pelo mercado. Para a sua superação sugere a resolução iterativa do modelo, com os ρ_i a serem ajustados por forma a suavizar a estrutura de prazo obtida, assim assegurando a sua consistência teórica.

3.1.5. O tratamento da fiscalidade

A imposição fiscal pode ter significativas implicações sobre o preço relativo das obrigações com cupão, o que, se for ignorado, pode introduzir distorções nas curvas de rendimentos estimadas. Tecnicamente, tal facto deriva do “efeito cupão”.

Se dois títulos com igual maturidade têm cupão diferente, a aproximação dos rendimentos esperados processa-se pelo ajustamento dos preços. Se ambas as fontes de rendimento (mais valia e cupão) estiverem isentas de imposição fiscal, não existe qualquer implicação da diferença de cupão sobre as curvas de rendimentos estimadas. No entanto, se, por exemplo, só o cupão estiver sujeito a imposição fiscal, então os investidores fiscalmente sujeitos optarão por investir em obrigações de baixo cupão, aumentando o seu preço relativo face às restantes, assim induzindo uma distorção na curva de rendimentos subjacente. Esta distorção será tanto maior quanto mais alargado for o leque de taxas de cupão dos títulos considerados na estimação.

Uma vez que no nosso país o mercado obrigacionista é recente, e o prazo máximo de colocação de OT não tem excedido os 10 anos, o leque de taxas não é muito alargado, o que torna menos significativo o erro de aproximação da não consideração do efeito fiscal na estimação das curvas de rendimentos.

McCulloch (1975) considera o efeito da fiscalidade sobre o rendimento do cupão incluindo um parâmetro adicional na sua equação de preço, parâmetro esse (φ) que representará uma taxa de imposto *efectiva*:

$$P = (1 - \varphi)C \int_0^m \delta(u) du + R\delta(m) \quad 40 \tag{70}$$

A estimação da função de desconto (e de φ) é feita por forma a minimizar o quadrado dos desvios entre preços estimados e preços observados. A taxa de imposto estimada é posteriormente utilizada para deduzir à curva de rendimentos o efeito fiscal, obtendo-se assim a versão final da estrutura por prazos das taxas de juro⁴¹.

Esta abordagem, embora de implementação relativamente fácil, carece de alguma sustentação teórica. A utilização de um único parâmetro significa que se considera a existência de uma única taxa de imposto para a totalidade da curva, tendo implícita a homogeneidade do regime fiscal de todas as obrigações/investidores, assim como a sua manutenção pelo espectro de maturidades considerado.

O modelo de Mastronikola (1991) permite ultrapassar esta limitação, na medida em que permite a variação do efeito cupão pelo espectro de maturidades, através da estimação de um hiperplano (taxa de rendimento como função da maturidade e do cupão); seguidamente, e notando que a taxa de rendimento actuarial de uma obrigação cotando

40 - Esta formulação considera somente imposição fiscal sobre o cupão, podendo, em alguns casos, revelar-se demasiado simplificada. Para a exposição considera-se suficiente.

41 - Vasicek e Fong (1982) indicam que este procedimento torna as curvas a prazo estimadas muito sensíveis a qualquer erro de estimação da taxa de imposto.

ao par iguala o seu cupão, é obtida uma curva de rendimentos par, pela intercepção da superfície e do plano “taxa de rendimento actuarial = cupão”.

Em termos sintéticos, o efeito fiscal é expurgado da curva de rendimentos determinando inicialmente a taxa de imposto associada a cada título/maturidade, fazendo incidir posteriormente essas taxas nas maturidades respectivas, e estimando posteriormente uma curva representativa (aspecto que valoriza esta modelização em relação à de Schaefer).

No seu artigo de 1981, *Schaefer* atribui particular importância à questão da fiscalidade. Baseando-se no modelo de selecção de carteira introduzido na secção anterior, e fazendo notar que existem diferentes categorias fiscais relativamente aos rendimentos das obrigações, Schaefer defende a existência de uma carteira eficiente para cada classe de investidores. Nestes termos, se a globalidade dos títulos cotados for indistintamente considerada na estimação da curva de rendimentos, estar-se-á a provocar o seu enviesamento para baixo, na medida em que se estarão a ponderar igualmente títulos detidos pelos investidores e títulos racionalmente não detidos⁴².

As suas principais conclusões apontaram no sentido da forte influência da fiscalidade na composição das carteiras eficientes, e para as diferenças substanciais na forma das curvas de rendimentos das diferentes categorias fiscais.

Em termos práticos, nesta modelização é obtida uma curva de rendimentos para cada nível de fiscalidade, pois os *cash flows* dos diferentes títulos são sujeitos à dedução fiscal antes da sua consideração no modelo de selecção de carteira. Este facto origina dificuldades na obtenção de uma curva representativa do mercado, uma vez que este modelo está especialmente vocacionado para a resolução de problemas de selecção de carteira específicos⁴³.

42 - Uma vez que o seu preço excede o valor actualizado dos *cash-flows* futuros.

43 - Taxas de imposto, e sua evolução, assim como *cash-flows* requeridos em cada período i , C_i , conhecidos com relativa precisão (ver adiante, exposição do modelo de Hodges e Schaefer).

Nas estimações efectuadas para Portugal, optou-se por considerar como representativa a curva que tem subjacente uma taxa de imposto nula. Para além da comodidade da escolha, esta será igualmente aceitável pelo facto (já referido) de o leque de taxas de cupão não ser muito alargado no nosso país (pelo que a distorção derivada desta hipótese simplificadora não deverá provocar enviesamentos excessivos).

3.2. - Aplicação a Portugal : 1993-95

Também em Portugal se enfrenta o problema derivado da inexistência de títulos de cupão zero para maturidades superiores a doze meses, pelo que irá recorrer a um dos modelos de estimação apresentados - o modelo de Hodges e Schaefer (1977). Este modelo permite a obtenção de um conjunto de factores de desconto e, por conseguinte, de taxas de juro, coerentes em termos teóricos. Está formalizado em tempo discreto, pelo que as definições apresentadas serão adaptadas.

A resolução prática do problema dual anteriormente apresentado surge dificultado pelo facto de as obrigações cotadas não apresentarem datas uniformes de pagamento de cupão, aspecto essencial à resolução do problema de selecção de carteira. Por conseguinte, uma etapa prévia de resolução do modelo consistiu na dedução de obrigações fictícias, com preço idêntico às existentes no mercado, mas com datas de pagamento de cupão coincidentes com uma grelha de maturidades, definida com base semestral. Por forma a manterem as taxas de rendimento até à maturidade originais, as obrigações fictícias sofrem um ajustamento no valor do último cupão, pago na maturidade. O procedimento é aplicado igualmente às obrigações de cupão anual (primeira cotação considerada: 01/02/94).

Os preços e os *cash-flows* relativos às obrigações fictícias são o *input* para a programação feita em folha de cálculo⁴⁴ :

44 - MICROSOFT EXCEL.

		Ro (anual)								
			14.000%	13.750%	7.000%	13.100%	7.000%	7.000%	7.000%	
Data:	01/01/93									
Eficiente ?	Sum (ajdt)	Cotação	Titulo	1	2	3	4	5	6	7
Sim	10 680\$	10 680\$	OT - Abril	850	850	850	850	10648.256		
Sim	10 800\$	10 800\$	OT - Junho	800	800	800	800	800	800	10612.639
Sim	10 370\$	10 370\$	OT - Setembro	812.5	812.5	10785.701				
Não	9 985\$	9 985\$	OT - Janeiro	675	675	675	10577.498			
Sim	10 050\$	10 050\$	OT - Dezembro	675	675	675	675	675	10526.466	

Figura nº 2 - Dados relativos a 01/01/93

Os dados expostos permitem a obtenção dos seguintes resultados finais:

Ci	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
di	0.936586	0.8781564	0.8247514	0.7755178	0.7303769	0.6889171	0.6532358
Ro (ajustado)	0.067708	0.0665365	0.034408	0.0634848	0.034408	0.034408	0.034408
(1+Ro)*di	1	0.9365858	0.8531295	0.8247514	0.7555078	0.7126214	0.6757124
Ro (semestral)	0.135416	0.1330729	0.0688161	0.1269697	0.0688161	0.0688161	0.0688161
di-1	1.067708	1.1387493	1.2124865	1.289461	1.3691561	1.4515534	1.5308408
(di-1)(1/i)	1.067708	1.067122	1.0663317	1.0656192	1.0648553	1.0640748	1.0627193
Data	07-93	01-94	07-94	01-95	07-95	01-96	07-96
Ri (Spot)	14.000%	13.875%	13.706%	13.554%	13.392%	13.226%	12.937%
iFi+1	14.000%	13.750%	13.370%	13.100%	12.743%	12.398%	11.223%

Figura nº 3 - Resultados relativos a 01/01/93

Graficamente, obtém-se

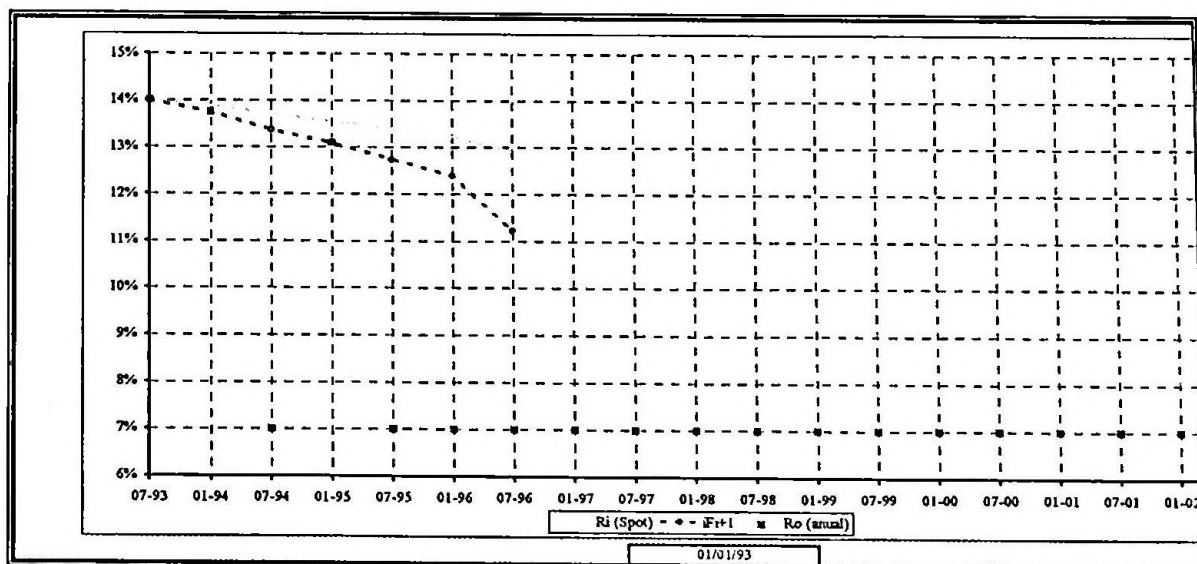


Gráfico nº 4 - Curva de rendimentos (taxas à vista, a prazo, e ρ)

A aplicação desta metodologia aos dados relativos às cotações das OT (primeira sessão de cada mês, última cotação efectuada) possibilitou a construção de curvas de rendimento, relativas a taxas à vista e a taxas a prazo, resumidas pelos seguintes gráficos:

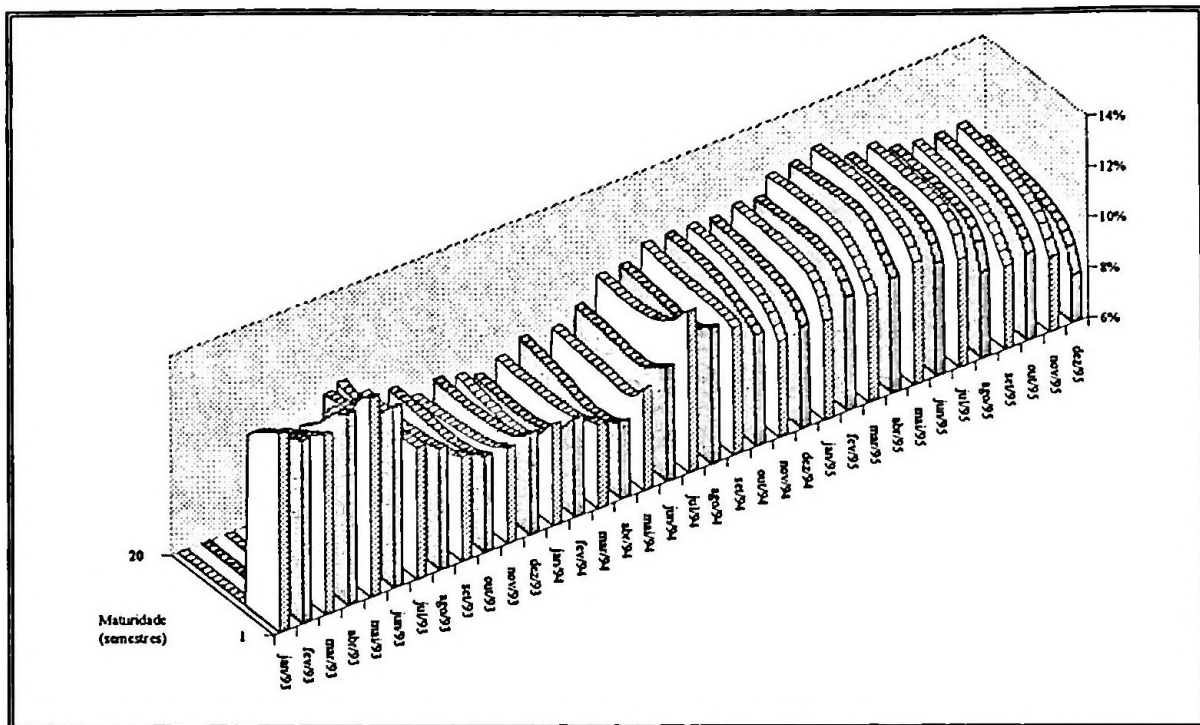


Gráfico nº 5 - Curvas de rendimentos (taxas à vista) - Portugal

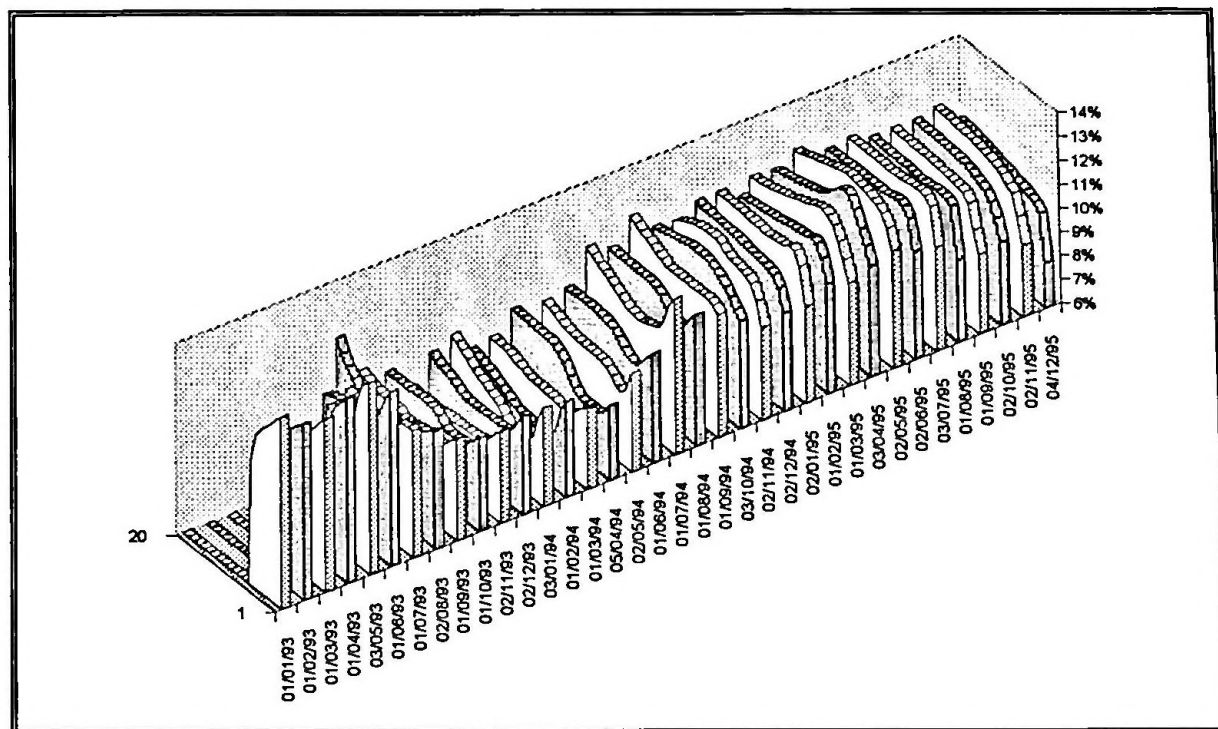


Gráfico nº 6 - Curvas de rendimentos (taxas a prazo) - Portugal

Síntese dos resultados obtidos

No contexto da mobilidade internacional de capitais, a evolução das curvas de rendimento incorpora não só componentes de origem interna (entre os quais se destacam, pela sua influência pelo nível das taxas de juro de longo prazo, as expectativas de inflação) mas também influências dos movimentos ocorridos em algumas das principais praças financeiras internacionais. De qualquer forma, terão sido essencialmente factores de ordem interna, relacionados nomeadamente com a expectativa de redução da inflação a justificar a evolução verificada na curva de rendimentos durante o ano de 1993. Durante o primeiro semestre, a curva denotou um perfil claramente negativo, havendo somente a assinalar a sua ligeira subida de nível entre Março e Maio, o que o Banco de Portugal atribuiu à instabilidade verificada no mercado cambial do escudo. Ultrapassada essa instabilidade a curva continuou a deslocar-se para níveis mais baixos, apresentando um perfil menos inclinado.

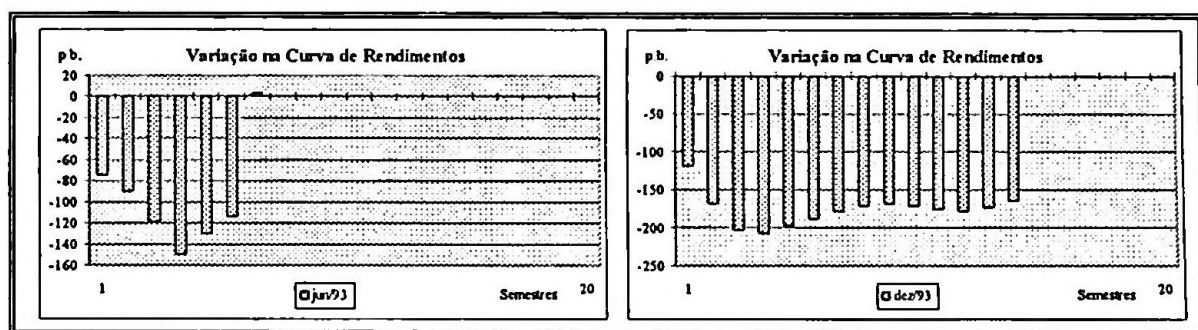


Gráfico nº 7 - Variação semestral nos níveis da taxa de juro a prazo - Portugal (1993)

Durante o primeiro semestre de 1994, a revisão em alta das expectativas de crescimento económico (nomeadamente nos Estados Unidos) provocou um aumento das expectativas de inflação e, por conseguinte, uma subida generalizada das taxas longas, subida essa que se verificou igualmente em Portugal, em especial nas maturidades médias. A evolução observada durante o segundo semestre foi causada em alguma medida pela incerteza que os agentes económicos associaram aos comportamentos das diferentes autoridades monetárias face ao aumento das tensões inflacionistas. Esta incerteza terá sido incorporada nas taxas longas por via do aumento do prémio de risco.

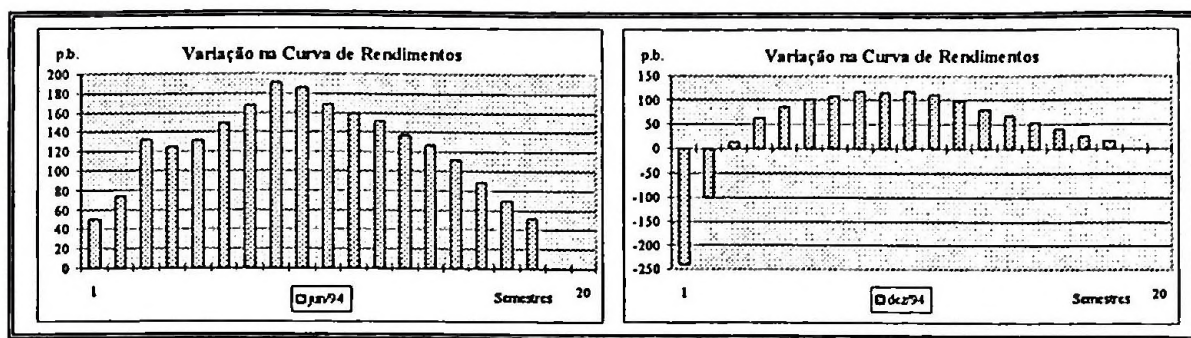


Gráfico nº 8 - Variação semestral nos níveis da taxa de juro a prazo - Portugal (1994)

A deslocação para cima da curva de rendimentos verificou-se ainda durante o primeiro semestre de 1995, quando ainda se alimentavam esperanças num bom segundo semestre. Há medida que os dados relativos ao crescimento foram sendo conhecidos, as tensões inflacionistas foram-se dissipando, o que levou a uma gradual diminuição das taxas longas, atingindo-se em Dezembro valores mínimos do ano. A evolução da inflação terá também contribuído para esta evolução, uma vez que o seu reduzido nível começa a ser considerado pelos agentes de mercado como um dado 'permanente' ou sustentável. Simultaneamente à sua redução de nível, a curva de rendimentos viu aumentada durante o segundo semestre a sua inclinação positiva.

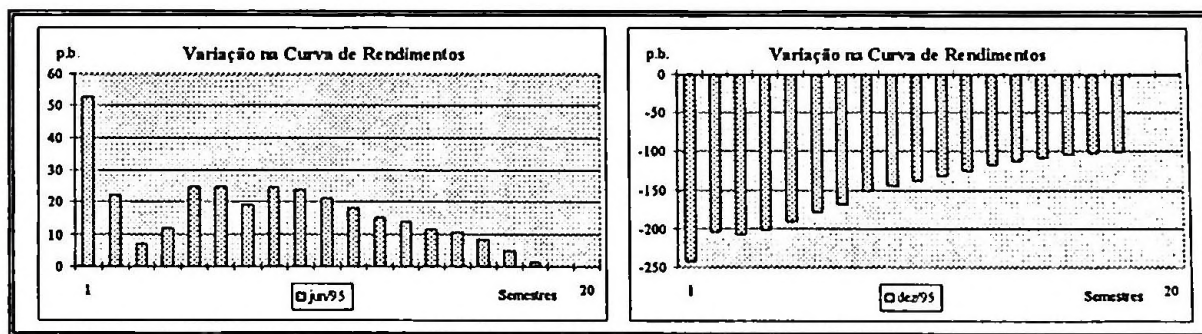


Gráfico nº 9 - Variação semestral nos níveis da taxa de juro a prazo - Portugal (1995)

A evolução verificada não deve ser desligada da actuação da autoridade monetária (BP) que, não obstante operar em prazos curtos (não superiores a um ano), influencia o custo de oportunidade das aplicações em títulos. Embora reconheça que a problemática "causa-efeito" possa ser levantada, creio que se justifica aqui informação relativa às taxas do mercado monetário e sua relação com a evolução da taxa de inflação média. Creio que a sua análise é sugestiva.

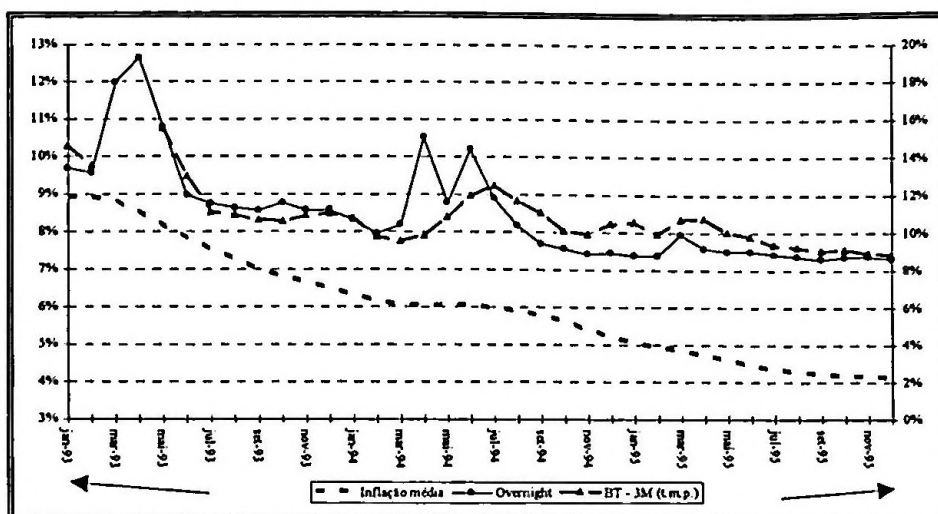


Gráfico n° 10 - Evolução das taxas de inflação, do Overnight e de colocação dos BT a 91 dias (portugal - 1993/95)

Análise crítica dos Resultados

Conforme já referido, a implementação de qualquer um dos modelos de estimação de curva de rendimentos apresentados tem inerente um processo de escolha, que numa primeira impressão surge como algo arbitrário, de funções e/ou parâmetros, que em alguma medida influenciam os resultados obtidos.

No caso do modelo de Hodges-Schaefer (já apresentado com detalhe), a escolha determinante reside nos valores a atribuir aos parâmetros que flexibilizam e asseguram consistência teórica ao mesmo: os parâmetros ρ_i . Felizmente, a implementação prática do modelo permitiu concluir que a arbitrariedade, embora existente, não é total. De facto, a estimação deriva em grande medida da manipulação dos valores ρ_i ; no entanto, está sempre 'ancorada' a taxas determinadas pelos títulos considerados eficientes (na asseção já descrita). Metodologicamente, optei por tentar manter constantes as maturidades 'de eficiência', por forma a robustecer as estimações e comparações temporais.

Tendo presente que ainda assim reservas se poderão levantar à fiabilidade dos resultados obtidos, procurei numa segunda fase confrontá-los com outros, derivados de métodos de estimação alternativos, e mesmo com taxas de mercado (no caso vertente, recorrendo às cotações de Swaps, a 2, 3, 4, 5, 7 e 10 anos).

Os métodos alternativos utilizados foram o de McCulloch e o de Svensson, tendo sido igualmente aplicados numa folha de cálculo. Ambos tiveram como *input* as obrigações fictícios calculadas para implementação da metodologia de Schaefer.

Para aplicação do método de McCulloch, utilizei como forma funcional para as função de base a sugerida em Deacon e Derry (1994b, pp 23), $f_j(t+m) = nt^j$, $j=1, 2, 3$. Ou seja, a função desconto gerada por estas funções de base consiste num polinómio simples de terceiro grau. Nestes termos, e após devida transformação para tempo discreto, é utilizada a expressão (59) para aplicação do método OLS. Após estimados os parâmetros α_j , $j = 1, 2, 3$, obtém-se a função desconto e, através das relações descritas em (69), as taxas à vista e as taxas a prazo.

O método de Svensson foi aplicado de forma algo diferente do descrito pelo autor (Svensson, 1994a). Após definição da forma funcional conforme apresentado [equação (64)], com u indicando o número de semestres para a maturidade, utiliza-se a mesma para calcular o valor actualizado dos cash-flows gerados por cada obrigação, após o que se procura minimizar o somatório do quadrado da diferença entre preços de mercado e valor actualizado dos títulos. Para a minimização, diferentemente do sugerido por Svensson (estimação econométrica de um modelo não linear), procede-se a resolução de um problema de optimização, definido e resolvido recorrendo às facilidades proporcionadas neste domínio pela aplicação informática utilizada. Para além dos parâmetros β_i , $i = 1, 2, 3$, permite-se que τ_2 seja determinado pelo modelo, após restringir τ_1 por forma a assumir um valor correspondente a um terço da maturidade máxima considerada. Esta restrição (também algo arbitrária) tem por base a definição dos parâmetros τ_i (constantes associadas ao tempo, que determinam o momento do começo de aproximação assintótica da taxa a prazo para o seu nível de longo prazo).

Não obstante o carácter básico da metodologia de estimação adoptada (de responsabilidade do autor), estas revelam-se úteis na medida em que permitem um primeiro teste aos resultados obtidos pelo método de Schaefer. Os resultados, apresentados seguidamente em termos gráficos para alguns dos dias considerados, podem ser considerados como francamente agradáveis:

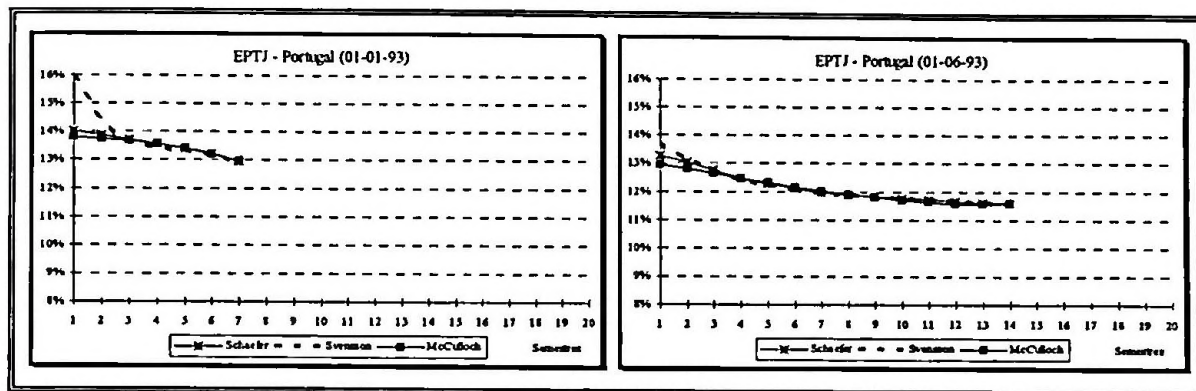


Gráfico nº 11a. e b. - Curvas de rendimentos (taxas à vista) - Portugal - Confronto de metodologias

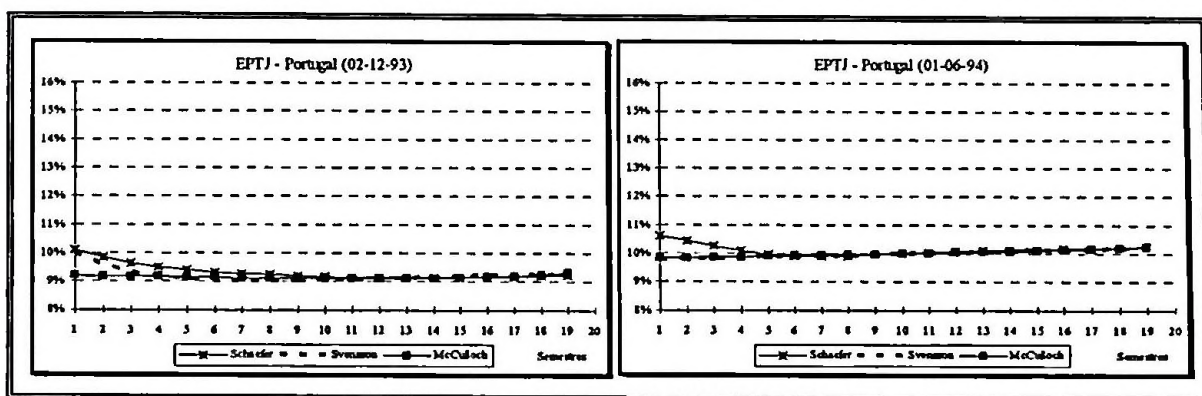


Gráfico nº 12a. e b. - Curvas de rendimentos (taxas à vista) - Portugal - Confronto de metodologias

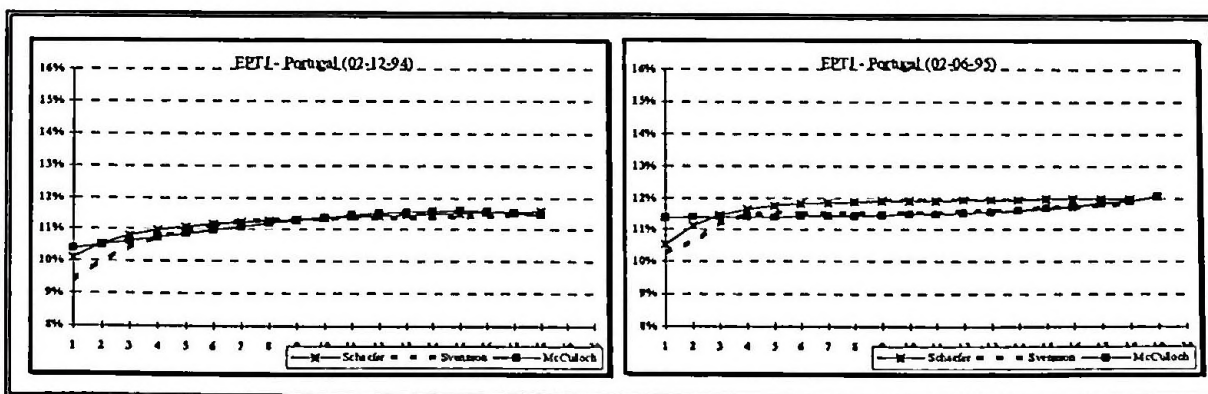


Gráfico nº 13a. e b. - Curvas de rendimentos (taxas à vista) - Portugal - Confronto de metodologias

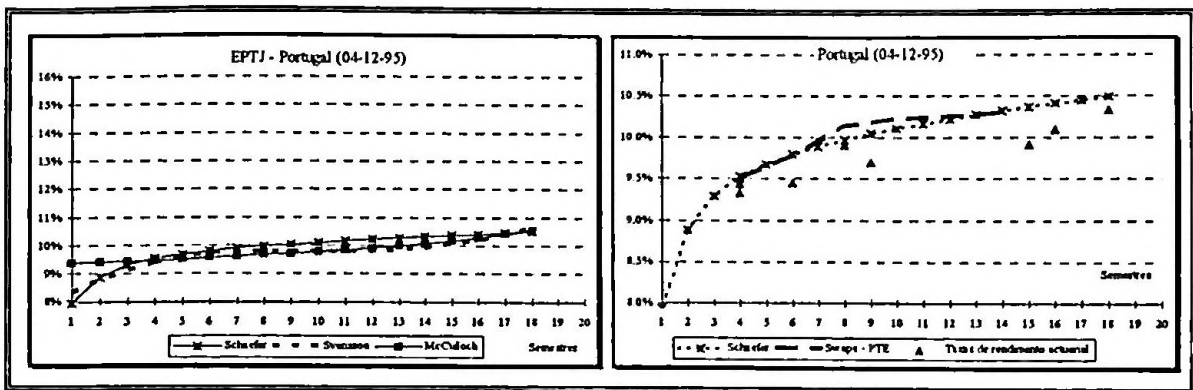


gráfico nº 14a. e b. - Curvas de rendimentos (taxas à vista) - Portugal - Confronto de metodologias

Da observação dos gráficos apresentados, poderá concluir-se pela validade da metodologia de Hodges e Schaefer e pela robustez dos resultados obtidos. Para além de a aplicação de outras metodologias de estimação originar resultados bastante semelhantes, o confronto com as taxas de mercado (no caso, taxas de Swaps de taxa de juro) vem confirmar a robustez dos resultados obtidos, conforme o gráfico nº 14.b vem ilustrar. O mesmo gráfico permite visualizar a incorrecção derivada da utilização das taxas de rendimento actuarial para construção da curva de rendimentos. Pode-se observar que essas taxas sub-estimam as taxas de juro à vista quando a curva de rendimento apresentar um perfil positivamente inclinado⁴⁵.

45 - Conforme realçado por Schaefer (1981), pp. 428: "Thus the error introduced when yields are used as a proxy for spot rates is much greater when the term structure is steeply sloped."

4. Credibilidade da Política Monetária : uma aplicação a Portugal

Conforme acordado em Maastricht, em Dezembro de 1991, a participação na moeda única (EURO) ficou condicionada aos estados membros da União Europeia cuja taxa de inflação não exceda em mais de 1,5 pontos percentuais a média das verificadas nos três países com taxa de inflação mais baixa, e ainda cujas taxas de juro de longo prazo não excedam, em mais de 2 pontos percentuais, as taxas equivalentes nos três países de inflação mais reduzida, critérios a avaliar em 1997.

Se a taxa de inflação é um indicador referente a acontecimentos já passados, já as taxas de juro de longo prazo incorporam em grande medida expectativas acerca da situação económica futura (incluindo o futuro nível da inflação). É precisamente este último aspecto que iremos explorar neste capítulo, utilizando para o efeito os dados relativos à estrutura de prazo das taxas de juro estimados para a economia portuguesa, e recorrendo em termos metodológicos ao teste proposto por Svensson (1995) para avaliar a credibilidade da política monetária quando a autoridade monetária conduz a sua política tendo em vista um objectivo explícito para o nível da taxa de inflação.

A avaliação das expectativas dos agentes económicos tem sido uma preocupação crescente das autoridades económicas. Pelo menos desde Keynes (1936), a ciência económica tem insistido na importância das expectativas dos agentes económicos sobre o funcionamento dos diferentes mercados. A título de exemplo, a formação de expectativas optimistas nos agentes privados (famílias e empresas) pode induzir decisões de consumo e investimento, sempre relevantes na gestão da conjuntura económica.

Por outro lado, o advento da teorização das expectativas racionais reforçou esta importância: a ideia de que em média os agentes económicos não erram pode induzir a conclusão de que as suas expectativas se verificarão de forma quase certa. No extremo, a

expectativa converte-se numa causa dos fenómenos sobre os quais incidem⁴⁶. Nestes termos, são compreensíveis os esforços de transmissão de mensagens optimistas por parte das autoridades económicas, tentando instrumentalizar uma variável cuja importância, no contexto das novas sociedades da informação, se tem vindo a reforçar.

Um dos objectivos principais da generalidade dos bancos centrais prende-se com a estabilidade do nível de preços. Para o prosseguir, devem ser tomadas medidas preventivas e, como recurso menos desejável, medidas correctivas. Dada a maior incidência real destas últimas (tendencialmente com efeitos recessivos), as autoridades monetárias têm todo o interesse em detectar potenciais situações inflacionistas para assim evitar a sua eclosão posterior. Neste contexto, convirá reunir informação que, de alguma forma, possa contribuir para a detecção atempada dessas tensões.

Assumindo que essas tensões serão primeiramente detectadas pelos agentes económicos de mercado, haverá que conseguir extrair essa informação, com a maior antecipação e fiabilidade que for possível. É também inquestionável a importância do conhecimento posterior do impacto, junto dos agentes, derivado das medidas implementadas.

As expectativas acerca do nível futuro da inflação são informação a que os bancos centrais devotam particular atenção. Porém, uma questão se coloca: Como medir as expectativas dos agentes ?

Existirão diversas formas de medição de expectativas, embora se discuta muito a sua fiabilidade e rigor. A falta de incentivos para a divulgação 'sincera' das expectativas individuais restringe a fiabilidade de algumas delas. Estão neste caso os estudos de opinião existentes na generalidade dos países.

Já no tocante à estrutura de prazo das taxas de juro, as expectativas nela implícitas resultam de comportamentos no mercado: os agentes expressam as suas expectativas ao

46 - Este raciocínio tem especial validade no mercado cambial: qualquer expectativa de depreciação/apreciação cambial induz uma tomada de posições por parte dos agentes que acaba por provocar um efeito no sentido da expectativa.

comprar e vender títulos de prazos mais ou menos alargados, ao fixar as suas cotações, pelo que se poderá considerar este um bom indicador das suas expectativas.

Na medida em que as expectativas dos agentes do mercado apontem no sentido da concretização dos objectivos definidos (de forma explícita ou implícita) poder-se-á associar credibilidade à definição desses objectivos. Será precisamente este tópico - credibilidade - que será explorado seguidamente, com base numa análise conduzida sobre as curvas de rendimento estimadas para o nosso país, e tendo presentes os contributos teóricos já apresentados.

A relação entre taxas de juro e expectativas de taxas de inflação decorre teoricamente da relação de Fisher. No entanto, e uma vez que estamos num contexto de expectativas, haverá que relacionar os conceitos de taxa de juro nominal, taxa de juro real e expectativa de inflação com um termo adicional, relativo ao prémio de risco de inflação. Svensson (1993) define o prémio de inflação à vista como

$$\theta(t, T) = r(t, T) - E_t \pi(t, T) - rr(t, T) \quad (71)$$

sendo $rr(t, T)$ a taxa de juro real definida para o período t a T , $\pi(t, T)$ a taxa de inflação no mesmo período e mantendo E_t o usual significado de expectativa condicional à informação disponível em t . Ou seja, o prémio é igual à diferença entre o rendimento real esperado até à maturidade de uma obrigação não indexada [$r(t, T) - E_t \pi(t, T)$], e a taxa de juro real esperada no mercado de dívida indexada [$E_t r(t, T)$].

Desta definição deriva que

$$r(t, T) = E_t \pi(t, T) + rr(t, T) + \theta(t, T) \quad (72)$$

A taxa de juro para um qualquer prazo iguala um conjunto de três componentes: taxa de juro real, definida *ex-ante* pelos agentes de mercado, expectativa de crescimento do nível

de preços no horizonte considerado (taxa média anual de crescimento dos preços), e prémio de risco de inflação para o horizonte temporal considerado.

Supondo, por simplificação, que a taxa de juro real exigida pelos investidores permanece constante ao longo do tempo⁴⁷ e para os diferentes horizontes temporais, podemos relacionar um nível mais elevado de taxa de juro nominal com expectativas de inflação superiores ou com um aumento do prémio de risco de inflação. Por uma via ou por outra, verificar-se-á uma redução da credibilidade de um objectivo de taxa de inflação.

A definição de objectivos de inflação para um horizonte temporal de i períodos, é normalmente feita pela delimitação de um intervalo-objectivo, no qual fica contido o objectivo-inflação do Banco Central (π_{t+i}^*), i.e.,

$$\pi_{t+i}^{inf} < \pi_{t+i}^* < \pi_{t+i}^{sup} \quad (73)$$

Pretende-se averiguar se os agentes económicos consideram credível que a inflação futura se venha a situar dentro do intervalo-objectivo, i.e., se

$$\pi_{t+i}^{inf} < E_t \pi_{t+i} < \pi_{t+i}^{sup} \quad (74)$$

Para a análise da credibilidade, Svensson propõe dois conceitos de credibilidade: *credibilidade absoluta*, que se verifica quando os agentes de mercado acreditam que a inflação futura ficará contida na banda objectivo com probabilidade certa, e *credibilidade em expectativa*, verificada quando a expectativa dos agentes de mercado sobre a inflação futura fica contida dentro da banda objectivo, mas com probabilidade inferior a 1. Este conceito está implícito no de credibilidade absoluta.

Para a realização do teste de credibilidade há que proceder ao cálculo, para dado horizonte, de taxas de inflação, máxima e mínima, consistentes com o objectivo definido.

47 - Esta assumpção surge como razoável no contexto da taxa de juro *ex-ante*; conforme diversa literatura comprova, a taxa de juro real *ex-post* revela oscilações de algum significado.

Essas taxas de inflação, máxima e mínima, são subtraídas às taxas de juro (rendimento) nominais dos títulos de dívida pública de maturidade correspondente, obtendo-se assim taxas reais, mínima e máxima, consistentes com o objectivo inflação.

Se existir um mercado de dívida pública indexada⁴⁸, o teste consiste em verificar se o rendimento dos títulos indexados com a maturidade considerada ($E_{t,T+i}$) fica delimitado no intervalo de taxa de juro real definido acima. Se a taxa de mercado não ficar contida dentro dessa banda, a *credibilidade absoluta* deverá ser rejeitada.

Se a taxa de juro real de mercado cair fora da banda de credibilidade, a *credibilidade em expectativa* também será rejeitada, na medida em que o prémio de risco de inflação seja reduzido.

Sob credibilidade em expectativa, o prémio de risco de inflação deverá ser reduzido. De acordo com a teoria da carteira tradicional, o prémio é determinado pela variância (condicionada) da taxa de inflação e pela covariância (condicionada) entre taxa de inflação e taxa de crescimento do consumo (ou da riqueza real)⁴⁹. Quando o objectivo de inflação é credível em expectativa, o prémio de risco de inflação não deve ser muito elevado, na medida em que será plausível a associação entre credibilidade e trajectória estável (para a inflação). Isto significa que a variância condicionada para a expectativa de inflação, bem como a covariância entre taxa de crescimento dos preços e taxa de crescimento do consumo, serão reduzidas, o que levará a uma reduzida expressão para o prémio de risco de inflação.

Em resumo, se a taxa de juro real do mercado de dívida indexada não ficar contida na banda de credibilidade, ambas as versões da credibilidade deverão ser rejeitadas.

Se a taxa de juro real ficar delimitada dentro da banda de credibilidade, tal não implica a verificação da credibilidade absoluta, uma vez que nada indica que os agentes não

48 - Títulos de rendimento variável, indexado à evolução de alguma taxa/indexante de mercado com significativa correlação com a taxa de inflação.

49 - Svensson (1993).

atribuam certa probabilidade ao cenário da taxa de inflação não ficar dentro da banda de credibilidade. No entanto, a credibilidade em expectativa deveria ser aceite, considerando os argumentos já referidos quanto ao prémio de risco de inflação.

Na ausência de um mercado de dívida indexada, não se dispõem directamente de taxas reais de mercado para consumir o teste. Nesse caso (caso português), o teste consiste na análise da probabilidade de o rendimento real esperado pelos agentes de mercado ficar contido dentro da banda de credibilidade real. Esta análise terá que ser baseada noutra informação, incluindo taxas de juro reais anteriores (*ex-ante*). Porém, poucos estudos existem sobre esta taxa, aplicados à economia portuguesa, o que me levará a adoptar uma formulação alternativa.

Uma proposta possível seria a consideração de que com a convergência económica e monetária ocorreria também a convergência de taxas de juro reais, que tenderiam a aproximar-se das vigentes nos países de maior eficiência e dominantes no seio da União Europeia. Considerando como referência a Alemanha, teríamos como valor de referência para as taxas de juro reais de longo prazo (*ex-ante*) o valor médio alemão do período 1961-1994, 4 por cento⁵⁰. A consideração de tal valor, e supondo um prémio de risco de inflação de reduzido significado, leva à imediata conclusão de não verificação de credibilidade em expectativa (e, obviamente, absoluta) do objectivo de inflação definido para o nosso país. Vejamos como tal conclusão deriva do teste proposto.

Para a concretização do teste, haverá que definir um intervalo objectivo para a inflação, estabelecida para o horizonte de 1997 a 2000. Na impossibilidade de saber quais os três países com inflação mais baixa em 1997, assim como a sua inflação média, creio que será razoável como objectivo de inflação para Portugal à taxa de referência do Bundesbank (2%)⁵¹, estabelecendo-se em seguida um intervalo limite de $\pm 1,5\%$ em torno desse valor

50 - Ver Relatório Anual do Banco de Portugal (1994), pp. 31. Svensson aponta igualmente para valores na ordem dos 3 a 4 por cento.

51 - Conforme discurso por Hans Tietmeyer, presidente do Bundesbank, em 26/09/94. Ver Tietmeyer (1994) (pp. 32). Refira-se que o nível actual é inferior, na ordem dos 1,3%, mas decorre do atraso na retoma da economia alemã, que certamente se verificará até 1997, com naturais reflexos sobre a taxa de inflação.

objectivo. A delimitação da amplitude desta banda decorre directamente do constante no Tratado de Maastricht, e do pressuposto, adoptado por simplificação, de que a Alemanha verificará uma taxa de inflação igual à média dos três melhores resultados a este nível no conjunto da União Europeia.

Nestes termos, poderemos definir a condição de participação na UEM, em $t+k$, pela verificação de uma taxa de inflação entre 0,5% e 3,5%. Formalmente:

$$\pi_{t+k}^{inf} = 0,5\% < \pi_{t+k}^* < 3,5\% = \pi_{t+k}^{sup} \quad (75)$$

O teste à credibilidade da política monetária requer que se obtenha seguidamente o intervalo da taxa de juro real, construído a partir das taxas de juro nominais a prazo, às quais se deduzirão os extremos do intervalo do objectivo inflação. Em termos formais:

$$[rr_{t+k}^{inf}; rr_{t+k}^{sup}], \text{ tal que} \quad (76)$$

$$rr_{t+k}^{inf} = f(t+k-1, t+k) - \pi_{t,t}^{sup} \text{ e}$$

$$rr_{t+k}^{sup} = f(t+k-1, t+k) - \pi_{t,t}^{inf}$$

Nestes termos, a análise é conduzida subtraindo às taxas de juro nominais a prazo os valores extremos do intervalo de inflação, avaliando posteriormente se as taxas de juro reais ex-ante obtidas são razoáveis face aos níveis esperados na União após a integração monetária.

Considerando que o nível mínimo das taxas de juro a prazo, para maturidades superiores a dois anos foi de 7,90% (em Fevereiro de 1994, na maturidade três anos), facilmente se constata que os níveis de taxas de juro sugeridos por esta análise para a economia portuguesa legitimam a conclusão de que os mercados não associam credibilidade à participação portuguesa na terceira fase da UEM. Esta conclusão é ainda mais válida considerando que, em Dezembro de 1995, as taxas a prazo implícitas na Estrutura por

Prazos das Taxas de Juro, para maturidade não inferiores a um ano apresentam um valor mínimo de 10,13% (maturidade: 3 semestres).

Esta conclusão, desagradável, pode no entanto ser relativizada se se proceder a uma análise de estática comparada. De facto, durante o segundo semestre de 1995, as taxas denotaram um comportamento de descida consistente (cf. gráficos 6 e 9). O bom comportamento da inflação em Portugal começará por certo a ser interiorizado pelos agentes como um dado permanente, levando à diminuição das taxas de juro de longo prazo, quer por via da expectativa de menor inflação, quer pela via da redução do prémio de risco associado à evolução dessa variável. A actuação do Banco de Portugal, de progressiva redução dos diferenciais de taxas de intervenção (de curto prazo) face às taxas externas tem sido bem recebida pelo mercado, não tendo provocado um aumento excessivo da inclinação da curva de rendimentos. A convergência tem-se verificado nas taxas das diferentes maturidades, perspectivando-se a não rejeição da credibilidade em expectativa para o objectivo de redução da inflação.

Conclusão

A taxa de juro é um preço fundamental nos sistemas económicos. Sendo impossível a dissociação entre fenómenos de índole puramente monetária e fenómenos ao nível da economia dita real, é fácil concluir pela sua importância. A Estrutura por Prazo das Taxas de Juro adiciona ao conceito o mérito da sua consideração num contexto dinâmico: a taxa de juro reflecte não só a situação actual da economia como também, e mais importante, as expectativas dos agentes económicos quanto à sua evolução.

À luz das teorias apresentadas inicialmente, pode-se ter uma noção das variáveis que contribuem para a configuração que a curva de rendimentos apresenta em cada momento. Particular ênfase é geralmente colocada na Hipótese das Expectativas; porém, convirá ter sempre presentes os conceitos de prémio de risco, assim como de segmentação dos mercados, mais ou menos relevantes consoante o horizonte temporal da análise a efectuar.

Mas não basta saber interpretar a estrutura por prazo das taxas de juro. Previamente, há que proceder à sua construção empírica, tendo presente que o método escolhido deverá reflectir a necessidade de rigor da análise pretendida. Um *trade-off* entre simplicidade e fiabilidade foi considerado na escolha dos métodos de construção empírica da curva de rendimentos para a economia portuguesa, no período 1993-95. Os resultados obtidos podem ser considerados bastante satisfatórios, sendo ainda passíveis de aperfeiçoamento posterior. Esta é uma área onde muito existirá ainda por ser explorado.

Os dados obtidos permitiram uma avaliação da credibilidade da política monetária portuguesa, tendo em vista os critérios estabelecidos para a adesão à Moeda Única, sujeitos a avaliação em 1997. Os resultados dessa análise apontam para que, no período considerado, o objectivo redução da taxa de inflação tenha surgido como pouco credível para os agentes de mercado. No entanto, e relembrando que a avaliação, embora instantânea, derivará dos resultados obtidos pelos estados-membros em 1997, há a

salientar a evolução francamente positiva registada no nível das taxas de juro de longo prazo durante o segundo semestre de 1995. Esta evolução terá resultado de um conjunto de factores que incluiu a consistente redução do nível de inflação verificada em Portugal, e a recessão instalada na Alemanha, com níveis recorde de desemprego, que levou à manutenção de expectativas de redução nas taxas alemãs; embora estas se tenham verificado, não parecem ter sido suficientes para provocar tensões inflacionistas.

Estes dois factores permitiram ao Banco de Portugal uma gradual redução das suas taxas de intervenção, consistente com o equilíbrio cambial, e não geradora de expectativas inflacionistas. Atendendo à conjuntura actual, os mercados associam crescente credibilidade à participação do nosso país na terceira fase da UEM.

Anexos:

Estrutura por Prazo das Taxas de juro

Portugal (Jan '93 a Dez '95)

(Metodologia de Hodges e Schaefer)

Estimativas obtidas a partir das cotações de OT-TF (mercado secundário)
Primeira sessão de cada mês (última cotação efectuada)

Taxas à Vista
 $r(t, T)$

Maturidade (Semestres)

$r(t, T)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
jan-93	14.00%	13.87%	13.71%	13.55%	13.39%	13.23%	12.94%	12.51%	12.35%	12.18%	11.72%	11.68%	11.63%	11.59%	10.18%	10.17%	10.19%	10.22%	10.26%	10.33%
fev-93	13.35%	13.25%	13.13%	13.00%	12.88%	12.76%	12.64%	12.12%	11.99%	11.85%	10.92%	10.90%	10.89%	10.88%	9.47%	9.48%	9.49%	9.50%	9.51%	9.53%
mar-93	13.20%	13.05%	12.87%	12.71%	12.57%	12.43%	12.27%	12.08%	11.89%	11.71%	9.46%	9.46%	9.46%	9.46%	8.91%	8.90%	8.91%	8.92%	8.93%	8.95%
abr-93	13.70%	13.55%	13.40%	13.18%	12.88%	12.58%	12.31%	12.08%	11.89%	11.71%	9.43%	9.43%	9.43%	9.43%	8.93%	8.89%	8.88%	8.87%	8.86%	8.86%
mai-93	14.00%	13.87%	13.58%	13.12%	12.74%	12.48%	12.31%	12.21%	11.82%	11.77%	9.43%	9.43%	9.43%	9.43%	8.93%	8.91%	8.91%	8.91%	8.91%	8.91%
jun-93	13.25%	13.05%	12.76%	12.47%	12.26%	12.10%	11.98%	11.89%	11.82%	11.77%	9.43%	9.43%	9.43%	9.43%	8.93%	8.91%	8.91%	8.91%	8.91%	8.91%
jul-93	11.25%	11.29%	11.27%	11.23%	11.18%	11.12%	11.07%	11.02%	10.97%	10.94%	10.92%	10.90%	10.89%	10.88%	10.18%	10.17%	10.19%	10.22%	10.26%	10.33%
ago-93	10.90%	10.81%	10.73%	10.68%	10.64%	10.61%	10.58%	10.55%	10.51%	10.45%	10.38%	10.31%	10.25%	10.20%	9.47%	9.48%	9.49%	9.50%	9.51%	9.53%
set-93	9.90%	9.79%	9.65%	9.54%	9.47%	9.42%	9.38%	9.35%	9.38%	9.40%	9.40%	9.40%	9.40%	9.40%	8.91%	8.90%	8.91%	8.92%	8.93%	8.95%
out-93	9.90%	9.79%	9.65%	9.54%	9.47%	9.42%	9.38%	9.35%	9.38%	9.40%	9.40%	9.40%	9.40%	9.40%	8.91%	8.90%	8.91%	8.92%	8.93%	8.95%
nov-93	10.10%	9.85%	9.63%	9.40%	9.30%	9.22%	9.15%	9.10%	9.06%	9.03%	9.00%	8.97%	8.95%	8.93%	8.36%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.46%
dez-93	10.10%	9.81%	9.40%	9.14%	8.95%	8.81%	8.70%	8.63%	8.61%	8.61%	8.63%	8.65%	8.65%	8.65%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.46%
jan-94	10.00%	9.76%	9.34%	9.04%	8.83%	8.67%	8.57%	8.49%	8.43%	8.39%	8.36%	8.34%	8.34%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.46%
fev-94	9.38%	9.29%	9.17%	9.04%	8.94%	8.87%	8.82%	8.79%	8.77%	8.76%	8.75%	8.74%	8.74%	8.74%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.46%
mar-94	9.15%	8.95%	8.80%	8.71%	8.65%	8.61%	8.58%	8.59%	8.63%	8.71%	8.79%	8.88%	8.95%	9.02%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.35%	8.46%
abr-94	10.09%	9.69%	9.46%	9.35%	9.34%	9.38%	9.41%	9.44%	9.47%	9.49%	9.51%	9.53%	9.54%	9.56%	9.59%	9.62%	9.65%	9.68%	9.72%	9.79%
mai-94	10.61%	10.43%	10.26%	10.10%	9.98%	9.91%	9.89%	9.91%	9.95%	9.99%	10.03%	10.06%	10.09%	10.12%	10.14%	10.16%	10.18%	10.20%	10.23%	10.29%
jun-94	12.50%	12.25%	11.90%	11.62%	11.43%	11.28%	11.17%	11.08%	11.01%	10.97%	10.94%	10.93%	10.93%	10.95%	10.97%	10.10%	10.10%	10.10%	10.10%	10.10%
jul-94	11.50%	11.24%	11.16%	11.00%	10.91%	10.86%	10.85%	10.88%	10.92%	10.97%	11.00%	11.03%	11.05%	11.08%	11.10%	11.12%	11.13%	11.15%	11.18%	11.23%
ago-94	11.12%	11.24%	11.30%	11.33%	11.35%	11.36%	11.37%	11.38%	11.38%	11.39%	11.40%	11.41%	11.43%	11.46%	11.50%	11.53%	11.58%	11.62%	11.66%	11.72%
set-94	10.50%	10.66%	10.82%	10.97%	11.11%	11.22%	11.33%	11.41%	11.48%	11.54%	11.58%	11.61%	11.63%	11.65%	11.66%	11.66%	11.68%	11.68%	11.68%	11.68%
out-94	9.84%	10.32%	10.66%	10.88%	11.02%	11.13%	11.21%	11.29%	11.37%	11.44%	11.50%	11.55%	11.63%	11.65%	11.66%	11.66%	11.68%	11.68%	11.68%	11.68%
nov-94	10.10%	10.54%	10.81%	10.97%	11.08%	11.16%	11.22%	11.27%	11.32%	11.36%	11.40%	11.43%	11.46%	11.48%	11.51%	11.53%	11.55%	11.57%	11.57%	11.57%
dez-94	10.00%	10.54%	10.81%	10.97%	11.08%	11.16%	11.22%	11.27%	11.32%	11.36%	11.40%	11.43%	11.46%	11.48%	11.51%	11.53%	11.55%	11.57%	11.57%	11.57%
jan-95	10.60%	11.06%	11.36%	11.53%	11.62%	11.67%	11.70%	11.72%	11.74%	11.74%	11.73%	11.73%	11.73%	11.73%	11.70%	11.69%	11.68%	11.67%	11.67%	11.67%
fev-95	10.30%	10.69%	11.07%	11.32%	11.55%	11.71%	11.82%	11.90%	11.94%	11.97%	11.98%	11.98%	11.98%	11.97%	11.96%	11.94%	11.92%	11.91%	11.91%	11.89%
mar-95	10.65%	10.97%	11.27%	11.57%	11.84%	12.04%	12.17%	12.23%	12.25%	12.25%	12.24%	12.22%	12.19%	12.17%	12.15%	12.12%	12.10%	12.07%	12.05%	12.02%
abr-95	10.33%	11.32%	11.60%	11.78%	11.91%	12.01%	12.09%	12.16%	12.21%	12.26%	12.30%	12.32%	12.33%	12.34%	12.33%	12.33%	12.32%	12.31%	12.29%	12.27%
mai-95	10.53%	11.44%	11.60%	11.64%	11.74%	11.80%	11.84%	11.86%	11.88%	11.90%	11.91%	11.92%	11.93%	11.93%	11.95%	11.95%	11.95%	11.95%	11.95%	11.95%
jun-95	10.35%	11.12%	11.48%	11.67%	11.77%	11.84%	11.88%	11.91%	11.92%	11.94%	11.96%	11.96%	11.97%	11.98%	11.99%	11.99%	12.00%	12.01%	12.01%	12.01%
jul-95	9.49%	10.51%	10.91%	11.11%	11.24%	11.32%	11.36%	11.40%	11.42%	11.44%	11.46%	11.48%	11.50%	11.51%	11.52%	11.54%	11.55%	11.56%	11.56%	11.56%
ago-95	9.34%	9.77%	10.22%	10.53%	10.73%	10.86%	10.96%	11.04%	11.10%	11.16%	11.24%	11.28%	11.31%	11.31%	11.33%	11.36%	11.38%	11.38%	11.38%	11.38%
set-95	9.50%	9.91%	10.22%	10.46%	10.63%	10.75%	10.86%	10.95%	11.03%	11.09%	11.15%	11.19%	11.23%	11.27%	11.30%	11.32%	11.35%	11.38%	11.38%	11.38%
out-95	9.00%	9.52%	9.96%	10.23%	10.44%	10.60%	10.73%	10.84%	10.93%	11.01%	11.08%	11.14%	11.19%	11.24%	11.28%	11.32%	11.36%	11.39%	11.39%	11.39%
nov-95	7.93%	8.88%	9.29%	9.53%	9.68%	9.80%	9.89%	9.97%	10.04%	10.11%	10.17%	10.22%	10.27%	10.32%	10.37%	10.41%	10.45%	10.49%	10.49%	10.49%
dez-95																				

Taxas a Prazo
 $f(t, t', t'+1)$

Maturidade (Semestres)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
01/01/93	14.00%	13.75%	13.37%	13.10%	12.74%	12.40%	11.22%	11.60%	11.10%	10.62%	11.23%	11.20%	11.10%	11.01%	9.80%	10.10%	10.40%	10.75%	11.10%	11.63%
01/02/93	13.35%	13.15%	12.89%	12.60%	12.40%	12.20%	11.88%	11.60%	10.90%	10.66%	9.70%	9.55%	9.53%	9.60%	9.55%	9.60%	9.65%	9.70%	9.78%	9.88%
01/03/93	13.20%	12.90%	12.50%	12.25%	12.00%	11.75%	11.32%	11.10%	10.50%	10.16%	9.28%	9.36%	9.49%	9.69%	9.65%	9.64%	9.64%	9.64%	9.65%	
01/04/93	13.70%	13.40%	13.10%	12.53%	11.70%	11.17%	11.30%	11.50%	11.72%	11.27%	9.67%	9.70%	9.67%	9.65%	8.65%	8.66%	8.66%	8.66%	8.66%	
03/05/93	13.25%	12.85%	12.18%	11.60%	11.45%	11.26%	11.26%	11.25%	11.30%	11.27%	8.71%	8.69%	8.65%	8.65%	9.27%	9.40%	9.47%	9.57%	9.75%	
01/06/93	11.29%	10.72%	10.57%	10.52%	10.48%	10.45%	10.40%	10.35%	10.20%	10.65%	8.92%	8.93%	9.02%	9.15%	9.35%	9.58%	9.78%	9.95%	10.12%	
02/08/93	10.90%	10.20%	9.69%	9.50%	9.40%	9.30%	9.20%	9.15%	9.17%	9.22%	8.80%	8.93%	9.10%	9.20%	8.58%	8.72%	8.80%	8.86%	9.05%	
01/09/93	9.90%	9.67%	9.38%	9.22%	9.19%	9.15%	9.14%	9.23%	9.17%	9.25%	8.05%	8.18%	8.30%	8.44%	8.90%	9.00%	9.05%	9.08%	9.13%	
01/10/93	9.85%	9.55%	9.21%	9.00%	8.91%	8.80%	8.77%	8.95%	8.73%	8.72%	8.92%	8.93%	9.09%	9.20%	9.35%	9.58%	9.78%	9.95%	9.96%	
02/11/93	10.10%	9.60%	9.20%	9.05%	8.98%	8.97%	8.96%	8.95%	8.94%	8.93%	8.80%	8.93%	9.02%	9.15%	9.27%	9.40%	9.47%	9.57%	9.75%	
03/01/94	10.10%	9.52%	8.60%	8.35%	8.18%	8.10%	8.10%	7.94%	8.40%	8.40%	8.05%	8.18%	8.30%	8.44%	8.58%	8.72%	8.80%	8.86%	8.96%	
01/02/94	10.00%	9.51%	8.50%	8.17%	7.96%	7.90%	7.93%	7.94%	7.97%	7.99%	8.05%	8.18%	8.30%	8.44%	8.58%	8.72%	8.80%	8.86%	8.96%	
01/03/94	9.38%	9.21%	8.94%	8.65%	8.51%	8.52%	8.44%	8.65%	8.61%	8.63%	8.66%	8.67%	8.70%	8.80%	8.90%	9.00%	9.05%	9.08%	9.13%	
05/04/94	9.15%	8.76%	8.50%	8.42%	8.40%	8.41%	8.44%	8.65%	8.97%	9.40%	9.65%	9.81%	9.87%	9.87%	9.88%	9.90%	9.94%	9.96%	9.96%	
02/05/94	10.09%	9.28%	9.00%	9.04%	9.30%	9.34%	9.64%	9.66%	9.67%	9.68%	9.70%	9.70%	9.75%	9.81%	9.95%	10.05%	10.15%	10.25%	10.25%	
01/06/94	10.61%	10.26%	9.93%	9.60%	9.50%	9.60%	9.77%	10.05%	10.25%	10.34%	10.40%	10.45%	10.47%	10.47%	10.47%	10.47%	10.47%	10.47%	10.47%	
01/07/94	12.50%	12.00%	11.20%	10.80%	10.65%	10.56%	10.50%	10.43%	10.50%	10.55%	10.65%	10.79%	11.00%	11.15%	11.30%	11.45%	11.65%	11.80%	11.80%	
01/08/94	11.50%	11.20%	10.77%	10.53%	10.54%	10.65%	10.78%	11.10%	11.25%	11.34%	11.34%	11.35%	11.36%	11.37%	11.38%	11.39%	11.40%	11.42%	11.42%	
01/09/94	11.12%	11.35%	11.42%	11.44%	11.42%	11.42%	11.43%	11.42%	11.43%	11.44%	11.45%	11.45%	11.45%	11.45%	11.45%	11.45%	11.45%	11.45%	11.45%	
03/10/94	10.50%	10.81%	11.15%	11.42%	11.65%	11.80%	11.95%	12.01%	12.03%	12.05%	12.03%	11.95%	11.90%	11.83%	11.78%	11.70%	11.65%	11.61%	11.61%	
02/11/94	9.84%	10.80%	11.35%	11.53%	11.58%	11.67%	11.71%	11.82%	12.00%	12.10%	12.11%	12.10%	12.05%	12.00%	11.90%	11.87%	11.80%	11.80%	11.80%	
02/12/94	10.10%	10.98%	11.35%	11.45%	11.52%	11.59%	11.59%	11.60%	11.67%	11.73%	11.77%	11.77%	11.80%	11.83%	11.85%	11.93%	11.95%	11.96%	11.96%	
02/01/95	10.00%	11.54%	12.03%	12.07%	11.90%	11.85%	11.85%	11.80%	11.80%	11.83%	11.86%	11.87%	11.89%	11.91%	11.91%	11.93%	11.95%	11.98%	11.98%	
01/02/95	10.60%	11.52%	11.97%	12.06%	12.45%	12.55%	12.50%	12.40%	11.83%	11.73%	11.70%	11.67%	11.63%	11.59%	11.55%	11.52%	11.49%	11.48%	11.48%	
01/03/95	10.30%	11.09%	11.70%	12.09%	12.93%	13.01%	12.94%	12.70%	12.30%	12.20%	12.11%	12.02%	11.93%	11.85%	11.78%	11.71%	11.65%	11.61%	11.61%	
03/04/95	10.65%	11.30%	11.85%	12.340%	12.410%	12.532%	12.560%	12.70%	12.40%	12.24%	12.10%	12.05%	12.480%	12.400%	12.300%	12.250%	12.170%	12.100%	11.59%	
02/05/95	10.925%	11.718%	12.150%	12.340%	12.150%	12.100%	12.560%	12.620%	12.680%	12.692%	12.640%	12.550%	12.480%	12.400%	12.300%	12.250%	12.170%	12.100%	11.59%	
02/06/95	10.528%	11.509%	12.100%	12.186%	12.150%	12.100%	12.040%	12.048%	12.040%	12.040%	12.035%	12.030%	12.030%	12.020%	12.020%	12.010%	12.000%	11.972%	11.972%	
03/07/95	10.355%	11.883%	12.200%	12.239%	12.200%	12.170%	12.140%	12.074%	12.070%	12.072%	12.075%	12.085%	12.085%	12.085%	12.085%	12.080%	11.730%	11.730%	11.730%	
01/08/95	9.488%	11.544%	11.700%	11.741%	11.740%	11.700%	11.640%	11.629%	11.620%	11.640%	11.670%	11.680%	11.690%	11.700%	11.710%	11.720%	11.730%	11.730%	11.730%	
01/09/95	9.336%	10.968%	11.500%	11.450%	11.540%	11.540%	11.570%	11.582%	11.620%	11.640%	11.670%	11.680%	11.690%	11.700%	11.710%	11.750%	11.760%	11.790%	11.790%	
02/10/95	9.500%	10.359%	10.850%	11.156%	11.300%	11.400%	11.500%	11.586%	11.640%	11.670%	11.690%	11.710%	11.720%	11.730%	11.740%	11.800%	11.800%	11.940%	11.940%	
02/11/95	9.000%	10.034%	10.850%	11.057%	11.300%	11.400%	11.500%	11.607%	11.660%	11.710%	11.750%	11.790%	11.830%	11.870%	11.890%	11.910%	11.930%	11.940%	11.940%	
04/12/95	7.932%	9.836%	10.130%	10.244%	10.300%	10.380%	10.450%	10.533%	10.630%	10.690%	10.760%	10.830%	10.900%	10.960%	11.010%	11.050%	11.080%	11.101%	11.101%	

Bibliografia

- Abken, P. (1990) “Innovations in Modeling the Term Structure of Interest Rates”, Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review, July/August, 2-27.
- Banco de Portugal (1993 e 1994) Relatórios Anuais.
- Bank of England (1990) “A New Yield Curve Model”, Quarterly Bulletin, Vol. 30, No. 1, 84-85.
- Barret, W., Gosnell Jr., T., Heuson, A. (1995) “Yield Curve Shifts and the Selection of Immunization Strategies”, The Journal of Fixed Income, September, 53-64.
- Boughton, J. (1988) “Exchange Rates and the Term Structure of Interest Rates ”, IMF Staff Papers, Vol. 35, No. 1, 37-62
- Brown, S., Dybvig, P. (1986) “The Empirical Implications of the Cox-Ingersoll-Ross Theory of the Term Structure of Interest Rates ”, The Journal of Finance, Vol. 41, No. 3.
- Browne, F., Manasse, P. (1989) “The Information Content of the Term Structure of Interest Rates: theory and practice ”, OECD Working Paper, No. 69.
- Campbell, J. (1983) “A Defense of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates”, The Journal of Finance, Vol 41, No. 1.
- Cox, J., Ingersoll, J., Ross, S. (1981) “A Re-examination of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates”, The Journal of Finance, Vol. 36, No. 4, 769-799.

- Cox, J., Ingersoll, J., Ross, S. (1985) "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", Econometrica, Vol. 53, No. 2, 385-408.
- Culbertson, J., (1957) "The Term Structure of Interest Rates", Quarterly Journal of Economics, No. 71, 485-517.
- Deacon, M., Derry, A. (1994a) "Deriving Estimates of Inflation Expectations from the Prices of UK Government Bonds", Bank of England Working Paper Series, No. 23.
- Deacon, M., Derry, A. (1994b) "Estimating the Term Structure of Interest Rates", Bank of England Working Paper Series, No. 24.
- Egginton, D., Hall, S. (1993) "An Investigation of the Effect of Funding on the Slope of the Yield Curve", Bank of England Working Paper Series, No. 6.
- Estrella, A., Hardouvelis, G. (1991) "The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity", The Journal of Finance, Vol. 46, No. 2, 555-576.
- Escalda, A. (1992) "Estrutura Temporal da Taxa de Juro em Portugal - A Liberalização dos Movimentos de Capitais", Revista da Banca, No. 23, Julho/Setembro.
- Fabozzi, F. (1995) "The Structure of Interest Rates", em: F.J. Fabozzi and T.D. Fabozzi, Eds., The Handbook of Fixed Income Securities, 4th Edition (Irwin, New York), Cap. 6.
- Fama, E. (1984) "The Information in the Term Structure", Journal of Financial Economics, Vol. 13, No. 4, 509-528.
- Fisher, I. (1896) "Appreciation and Interest", Publications of the American Economic Association, 23-29 e 88-92.

Fisher, I. (1930), The Theory of Interest, MacMillan: New York, 1930.

Froot, K. (1987) “New Hope for the Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates”, NBER Working Paper No. 2363.

Gale, D. (1960), The Theory of Linear Economic Models, McGraw Hill, New York.

Haugen, R. (1993), Modern Investment Theory, Prentice Hall (International Editions), Caps. 11 e 12.

Hardouvelis, G. (1988) “The Predictive Power of the Term Structure during Recent Monetary Regimes”, Journal of Finance, Vol. 43, No. 2, 339-356.

Hicks, J. (1939), Value and Capital, London: Oxford University Press.

Hicks, J. (1946), Value and Capital, 2nd Edition, Oxford University Press.

Hodges, S., Schaefer, S. (1977), “A Model for Bond Portfolio Improvement”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, June, 243-260.

Hu, Z. (1993), “The yield Curve and Real Activity”, IMF Staff Papers, Vol. 40, No. 4, 781-806.

Ingersoll, J. (1987) “Mathematical Introduction”, em Theory of Financial Decision Making, Rowman & Littlefield Publishers, Inc.

Ingersoll, J. (1987) “The Structure of Interest Rates”, em Theory of Financial Decision Making, Rowman & Littlefield Publishers, Inc., Cap. 18.

- Jordan, J., McEnally, R. (1995)** “The Term Structure of Interest Rates”, em: F.J. Fabozzi and T.D. Fabozzi, eds., The Handbook of Fixed Income Securities, 4th Edition (Irwin, New York), Cap. 37.
- Lutz, F. (1940)** “The Structure of Interest Rates”, Quarterly Journal of Economics, 55, Nov, 36-63.
- Macaulay, F. (1938)** “Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the U.S. since 1856”, National Bureau Of Economic Research - New York.
- Mastronikola, K. (1991)** “Yield Curves for Gilt-Edged Stocks: a New Model”, Bank of England Discussion Paper (Technical Series), No. 49.
- McCulloch, J. (1971)** “Measuring the Term Structure of Interest Rates”, Journal of Business, Vol. 44, 19-31.
- McCulloch, J. (1971)** “The Tax Adjusted Yield Curve”, Journal of Business, Vol. 30, No. 3, 811-830.
- Melino, A. (1986)** “The Term Structure of Interest Rates: Evidence and Theory”, NBER Working Paper No. 1828.
- Mishkin, F. (1988)** “The Information in the Term Structure: Some Further Results”, NBER working paper, No. 2575.
- Mishkin, F. (1988)** “What does the Term Structure tell us about Future Inflation ?”, Journal of Monetary Economics, Vol. 25, 77-95.
- Modigliani, F., Sutch, R. (1966)** “Innovations in Interest Rate Policy”, American Economic Review, No. 56, 178-197.

- Modigliani, F., Sutch, R. (1967)** “Debt Management and the Term Structure of Interest Rates: An Analysis of Recent Experience”, Journal of Political Economy, No. 75, 569-589.
- Nelson, C., Siegel, A. (1987)** “Parsimonious Modeling of Yield Curves”, Journal of Business, Vol. 60, No. 4., 473-489.
- Shaefer, S. (1973)** “On Measuring the Term Structure of Interest Rates”, London Business School Institute of Finance and Accounting, Working paper.
- Shaefer, S. (1977)**, “The Problem with Redemption Yields”, Financial Analysts Journal, July/August.
- Shaefer, S. (1981)**, “Measuring a Tax-specific Term Structure of Interest Rates in the Market for British Government Securities”, The Economic Journal, Vol. 91, No. 362, 415-438.
- Shea, G. (1985)** “Interest Rate Term Structure Estimation with Exponential Splines: a Note”, Journal of Finance, Vol. 40, No. 1, 319-325.
- Shiller, R. (1990)** “The Term Structure of Interest Rates”, em: B.M. Friedman and F.H. Hahn, eds., Handbook of Monetary Economics, Vol. 1 - Cap. 13 (North-Holland).
- Shiller, R., Campbell, J., Schoenholtz, K. (1983)** “Forward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates”, Brookings papers on economic activity, No. 1.
- Soares da Fonseca, J. (1992)** “L’analyse de L’efficience du Marche Obligataire Portugais par une combinaison de Methodes Actuarielles et Stochastiques”, Estudos do G.E.M.F., Universidade de Coimbra.

- Svensson, L. (1990)** “The Term Structure of Interest Rates Differentials in a Target Zone: Theory and Swedish Data”, NBER Working Paper No. 3374.
- Svensson, L. (1993)** “Term, Inflation, and Foreign Exchange Risk Premia: a Unified Treatment”, NBER Working Paper No. 4544.
- Svensson, L. (1994a)** “Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-4”, CEPR Discussion Paper Series No. 1051.
- Svensson, L. (1994b)** “The Simplest Test of Inflation Target Credibility”, CEPR Discussion Paper Series No. 940.
- Svensson, L. (1994c)** “Monetary Policy with Flexible Exchange Rates and Forward Interest Rates as Indicators”, NBER Working Paper No. 4633.
- Tietmeyer, H. (1994)** “The Role and Instruments of Monetary Policy”, Central Banking, Vol. 5, No. 2, 29-43.
- Vasicek, O., Fong H. (1982)** “Term Structure Modelling using Exponential Splines”, Journal of Finance, Vol. 37, No. 2, 339-356.