

# Pràctiques



## Pràctiques de física

Curs 2022-23

Ferran Laguarda Bertran, Núria Lupón Bas, Josep Pladellorens Mallofré

Assignatura: Física

Titulació: Grau en Òptica i Optometria

Curs: 1r      Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Català

01/07/2022

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa

**PRÀCTIQUES DE FÍSICA**  
**Curs 2022-23**

F. Laguarda  
N. Lupón  
J. Pladellorens

Juliol 2022



## ÍNDEX + CALENDARI

PRÀCTICA	Pàgina
1. ESTÀTICA DE FLUIDS .....	1
A1, A3, B1, B3 → setmana 3 (26-29 de setembre)	
A2, A4, B2, B4 → setmana 4 (3 – 6 d'octubre)	
2. DETERMINACIÓ DEL COEFICIENT DE VISCOSITAT .....	11
A1, A3, B1, B3 → setmana 5 (10 - 13 d'octubre)	
A2, A4, B2, B4 → setmana 6 (17 - 20 d'octubre)	
3. CONSTANT ELÀSTICA D'UNA MOLLA .....	17
A1, A3, B1, B3 → setmana 7 (24 – 27 d'octubre)	
A2, A4, B2, B4 → setmana 9 (7 - 10 de novembre)	
4. ONES ESTACIONÀRIES EN UNA CORDA .....	25
A1, A3, B1, B3 → setmana 10 (14 – 17 de novembre)	
A2, A4, B2, B4 → setmana 11 (21 - 24 de novembre)	
5. ONES 2D I 3D .....	29
A1, A3, B1, B3 → setmana 12 (28 de novembre – 1 de desembre)	
A2, A4, B2, B4 → setmana 14 (12 – 15 de desembre)	
6. CONTACTE SÒLID – LÍQUID. CONCEPTES BÀSICS .....	37
A1, A3, B1, B3 → setmana 15 (19 – 22 de desembre)	
A2, A4, B2, B4 → setmana 16 (9 – 12 de gener)	
TAULES ÚTILS .....	47



# ESTÀTICA DE FLUIDS

## PREPARACIÓ.

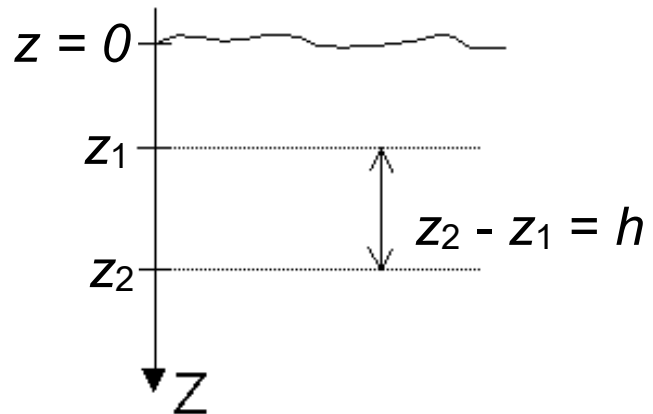
- 1) Quines lleis de l'estàtica de fluids es faran servir per resoldre les preguntes plantejades en aquesta pràctica?
- 2) Quins aparells de mesura de pressió es descriuen en el guió? Quina és la funció de cada un d'ells?
- 3) Veient el que s'explica en l'aparta 1.c), per quin motiu diem que la mesura de la pressió intraocular (PIO) és una mesura indirecta?
- 4) Consultant el que s'ha estudiat a teoria sobre el tema, explica quin és el paper de l'empenta d'Arquímedes en el fenomen de la flotació.

# ESTÀTICA DE FLUIDS

L'objectiu de la pràctica és estudiar alguns instruments utilitzats per mesurar la pressió i reflexionar sobre fenòmens relacionats amb les lleis de l'estàtica de fluids.

## 1) Aparells per mesurar la pressió.

Els aparells dissenyats per mesurar la pressió d'un fluid en un determinat recinte (campana de buit, canonada, dipòsit, cambra de neumàtic...) s'anomenen **manòmetres**. Els aparells utilitzats per mesurar la pressió atmosfèrica, s'anomenen **baròmetres**.



El disseny inicial d'aquests aparells de mesura es basa en la llei general de l'estàtica de fluids que, en el cas dels líquids s'expressa:

$$P_2 - P_1 = \rho g(z_2 - z_1) = \rho g h > 0$$

on  $z$  és la coordenada de profunditat.

### 1.a) Manòmetres.

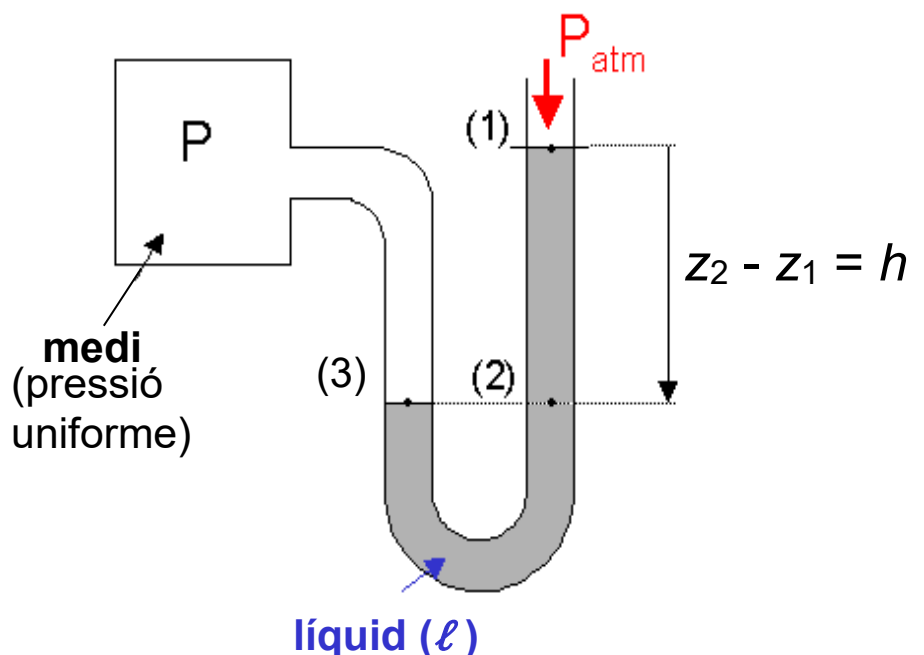
Un manòmetre és un aparell que mesura la **pressió del medi** (fluid) **comparant-la** amb la **pressió atmosfèrica**. En tots els casos, la pressió que indica un manòmetre,  $P_{man}$ , compleix que:

$$P_{man} = P - P_{atm} \quad (1)$$

on  $P$  és la pressió real (o absoluta) en el medi i  $P_{atm}$  és la pressió atmosfèrica. Al laboratori s'estudiarà el funcionament de dos tipus de manòmetre.

#### • Manòmetre de tub obert

Es tracta d'un tub en forma de U que conte un líquid. Inicialment, la superfície



lliure del líquid es troba al mateix nivell en les dues branques. Per fer una mesura, una de les branques de la U es connecta al medi on es vol mesurar la pressió i l'altra branca queda "oberta" (situació representada a la figura). El líquid de la primera branca (a l'esquerra en la figura) queda sotmès, doncs, a la pressió del medi ( $P_3 = P$ ) i el de la segona a la pressió atmosfèrica ( $P_1 = P_{atm}$ ). Degut a la diferència entre les pressions que actuen sobre cada una de les branques, les superfícies lliures del líquid en elles deixen d'estar al mateix nivell. L'altura,  $h$ , que separa els nivells defineix el que s'anomena **pressió manomètrica** en el medi,  $P_{man}$ , d'acord amb la deducció següent.

Aplicant la llei general de l'estàtica de fluids a la branca dreta:

$$P_2 - P_1 = \rho_l g h \quad (2)$$

on  $P_1 = P_{atm}$  i  $P_2 = P_3 = P$ . Substituint  $P_1$  i  $P_2$  en l'equació (2) i tenint en compte la definició (1) de pressió manomètrica s'obté:

$$P - P_{atm} = P_{man} = \rho_l \cdot g \cdot h \quad (3)$$

• Manòmetre de Bourdon

Els manòmetres de tub obert són aparells relativament delicats i resulten poc pràctics per mesurar pressions elevades. Per això en molts casos s'utilitza un altre tipus de manòmetre, que s'anomena manòmetre de Bourdon, el seu inventor. Consisteix en un tub metàl·lic tancat per un extrem, que està corbat en forma de C (veure Fig.1). L'extrem obert del tub està unit rígidament a un suport i l'extrem tancat es connecta a un sistema multiplicador mecànic que s'acobla a una agulla indicadora.



**FIGURA 1**

El tub d'aquest manòmetre doblegat en forma de C és de secció oval. La diferència de pressions entre l'interior i l'exterior del tub en forma de C fa que aquest variï la seva curvatura. Quan augmenta la pressió dins del tub, la secció es fa més circular i la C que forma el tub s'obre. El sistema multiplicador mecànic transforma el petit moviment de la punta en un gran desplaçament de l'agulla indicadora. La seva posició sobre una escala calibrada dona la magnitud de l'excés de pressió a l'interior del tub respecte de la atmosfèrica, és a dir, el valor de la **pressió manomètrica**. Per tant, si  $P$  és la pressió real a l'interior del tub:



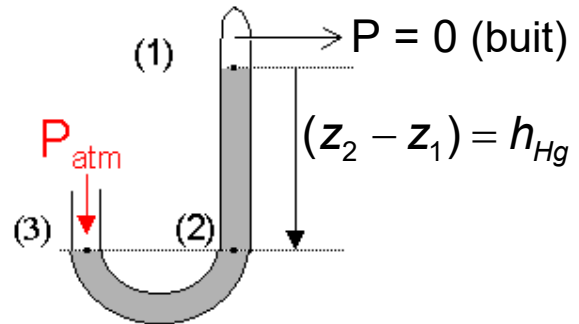
$$P_{agulla} = P - P_{atm} = P_{man}$$

### 1.b) Baròmetres.

Els baròmetres són aparells dissenyats per mesurar el valor de la pressió atmosfèrica.

#### • Baròmetre de mercuri

Un baròmetre de mercuri és un recipient en forma de J que conté mercuri, on la branca curta està oberta, en contacte amb l'atmosfera, i la branca llarga està totalment tancada (veure figura). El mercuri s'hi ha d'introduir de manera que en la zona de  $P = 0$  assenyalada a la figura no hi quedi gens d'aire. L'alçada de mercuri en la branca tancada és clarament superior, per tal d'equilibrar la pressió atmosfèrica que actua sobre la branca oberta. Aplicant la llei general de l'estàtica de fluids:



$$P_1 = 0$$

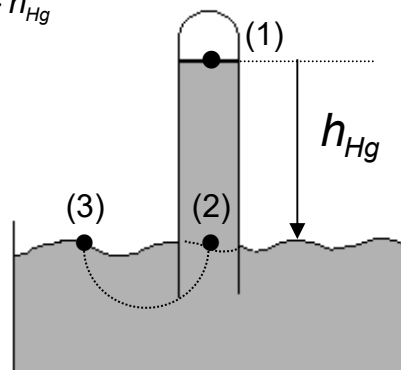
$$P_2 = P_3 = P_{atm}$$

$$P_2 - P_1 = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} \longrightarrow P_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg}$$

A nivell del mar i en condicions normals:

$$h_{Hg} = 760 \text{ mm Hg}$$

El baròmetre de mercuri reproduïx l'experiència de Torricelli, científic que va mesurar per primera vegada el valor de la pressió atmosfèrica, corroborant al mateix temps la seva existència.

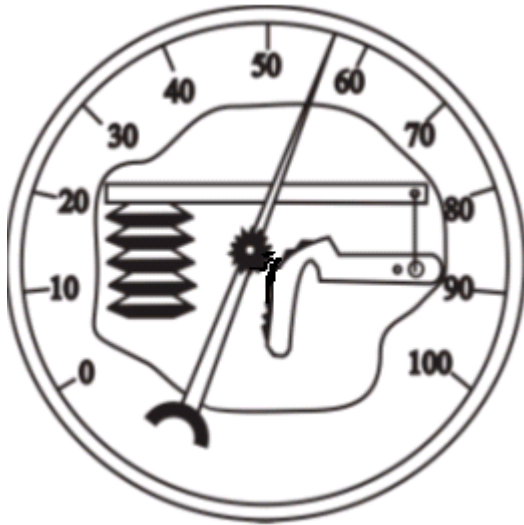


#### Experiment de Torricelli

#### • Baròmetre de tipus domèstic

El tipus de baròmetre que habitualment s'utilitza per mesurar la pressió atmosfèrica és l'anomenat baròmetre aneroide (Fig. 4). És un baròmetre mecànic compacte consistent en una cambra flexible on s'ha practicat el buit i s'ha tancat hermèticament. La pressió atmosfèrica exterior comprimeix la cambra, i la magnitud de la compressió depèn del valor d'aquesta pressió. En contraure's o dilatar-se la càmera, s'activa la

multiplicació mecànica produeix el desplaçament d'una agulla indicadora sobre una escala de pressions calibrada prèviament.



**Figura 2:** Baròmetre aneroide. La forma de la cambra pràcticament buida i hermètica de l'esquerra varia quan varia la pressió atmosfèrica. La multiplicació mecànica converteix el canvi de forma de la cambra en un canvi de posició de l'agulla indicadora.

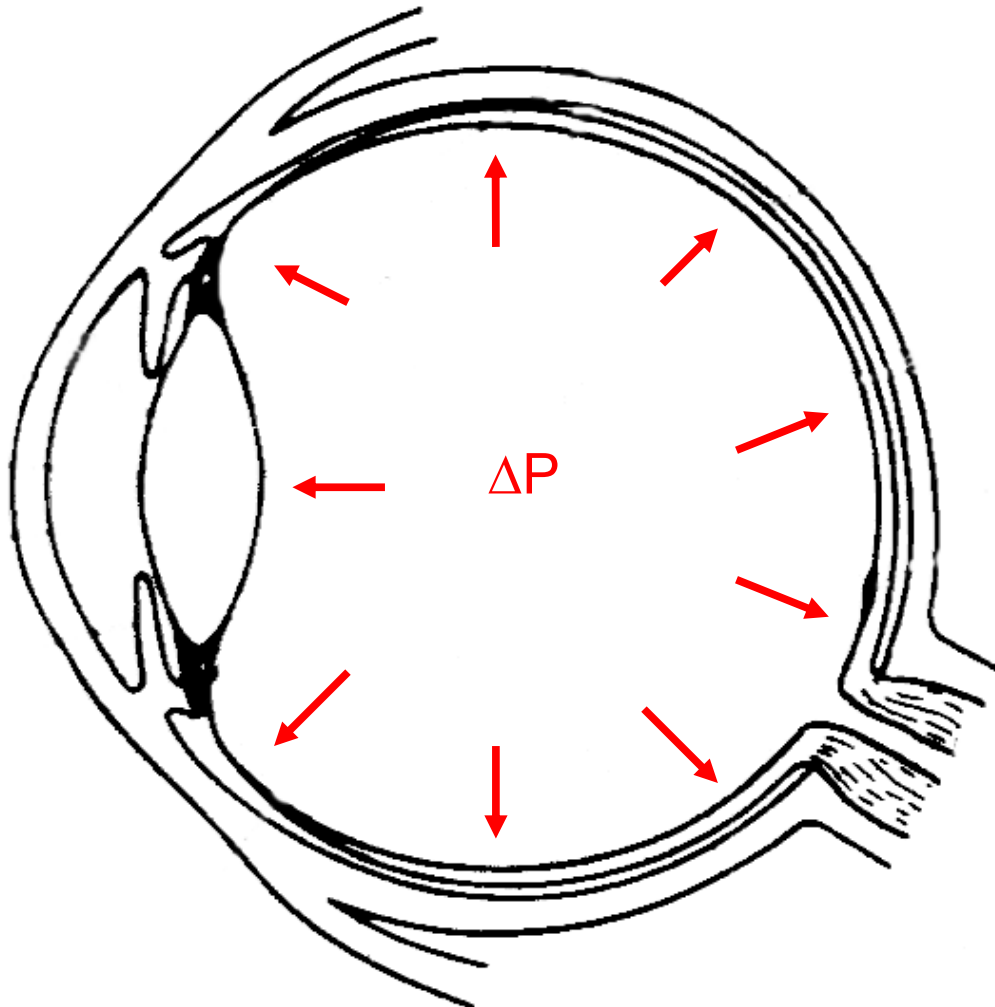
P1) ¿Per què s'utilitza normalment mercuri en els baròmetres?

P2) ¿Quina altura hauria de tenir la columna vertical d'un baròmetre que contingues aigua? (prendre  $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$ ) ( $\rho_{\text{aigua}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ).

P3) ¿A quina profunditat hauríem de nedar sota l'aigua per estar sotmesos a una pressió de 2,8 atm? (suposar que la pressió atmosfèrica és  $P_{\text{atm}} = 1 \text{ atm}$ ) ( $\rho_{\text{aigua}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ )

### 1.c) Pressió intraocular (PIO).

En l'interior del globus ocular, la pressió dels humors és lleugerament superior a l'atmosfèrica.

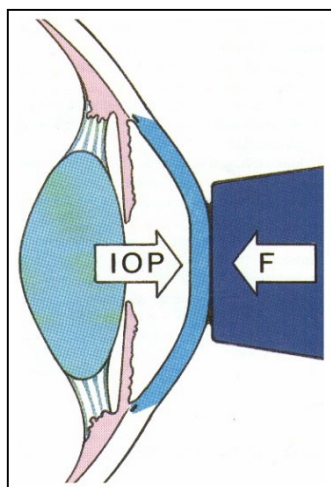


$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{atm}}$$

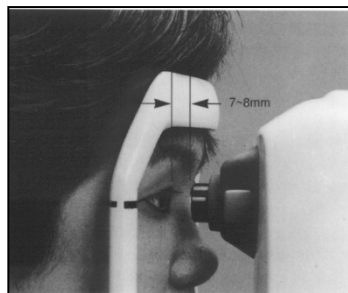
Habitualment, el valor de  $\Delta P$  per als humans està contingut entre 10 i 20 mm Hg (1333 Pa / 2666 Pa ). Valors de  $\Delta P > 21 / 24$  mm Hg solen ser indicatius de danys en el nervi òptic, afectació coneguda amb el nom de glaucoma. El glaucoma és una de les principals causes de ceguesa en persones majors de 60 anys.

La mesura de la pressió intraocular es realitza amb aparells denominats genèricament **Tonòmetres**. A la figura següent hi ha l'esquema dels dos tipus de tonòmetre més utilitzats. En ambdós casos la mesura de la PIO es basa en l'anàlisi de la força

necessària per deformar la còrnia mitjançant una pressió externa. Es tracta doncs, d'una mesura indirecta.



  
**Tonòmetre de contacte**



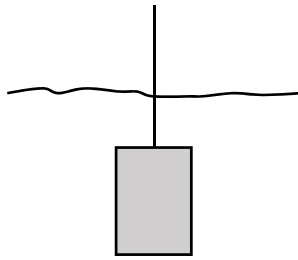
  
**Tonòmetre d'aire  
(sense contacte)**

## 2) Principi d'Arquímedes. Empenta.

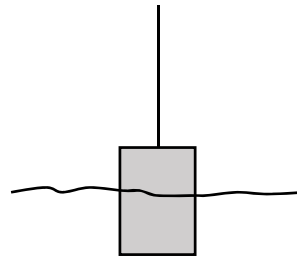
D'acord amb el principi d'Arquímedes, qualsevol cos total o parcialment submergit en un fluid experimenta una força vertical i cap amunt anomenada **empenta** (o força ascensional), el valor de la qual és igual al pes de fluid desplaçat pel cos.

$$E = \rho_f V_{sub} \cdot g \quad (4)$$

on  $\rho_f$  és la densitat del fluid,  $V_{sub}$  és el volum submergit i  $g$  és la gravetat.



Cos totalment submergit  
 $V_{sub} = V_{cos}$



Cos parcialment submergit  
 $V_{sub} < V_{cos}$

## 3) Experiments.

### EXPERIMENT 1

Al laboratori es disposa d'un tub en forma de U no massa gran, que prèviament s'haurà omplert d'aigua fins a la meitat. S'observarà que quan els dos extrems estan destapats, l'alçada de les dues columnes d'aigua és igual. Per mesurar pressions diferents de l'atmosfèrica, es connectarà un tub flexible a una de les branques del manòmetre. Submergint l'extrem del tub flexible en un recipient fons ple d'aigua, es veurà que les alçades de les dues columnes de líquid deixen de ser iguals.

- P4) Per què passa això? Anoteu la diferència de nivells,  $h$ , entre les dues columnes d'aigua quan l'extrem flexible es troba al fons del recipient. Amb el valor de  $h$  calculeu la pressió manomètrica en aquest punt.
- P5) Compareu el valor mesurat de  $h$  amb la profunditat d'aigua en el recipient. S'assemblen? A què creieu que és degut?
- P6) Si el manòmetre contingués mercuri en lloc d'aigua, quant valdria  $h$  en aquest cas? ( $\rho_{aigua} = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{mercuri} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ )

## EXPERIMENT 2

Es disposa del material següent per dur a terme aquest experiment: un recipient amb aigua; un cilindre metàl·lic i un dinamòmetre amb els seu suport corresponent.

En primer lloc es determinarà el pes del cilindre suspent-lo a l'extrem del dinamòmetre. Anoteu la força que indica l'aparell. Aquesta força és la necessària per sostenir el cilindre i, per tant coincideix amb el seu pes.

A continuació poseu el recipient amb aigua a sota del cilindre i desplaceu cap avall el suport del dinamòmetre fins que el cilindre quedi totalment submergit. Anoteu de nou la força que indica el dinamòmetre. Aquesta segona força es coneix amb el nom de "pes aparent" degut a que la podem interpretar com el pes del cilindre quan es troba submergit en l'aigua.

- P7) Si heu realitzat bé l'experiment el pes aparent serà menor que el pes. A què es deguda aquesta diferència? Feu un esquema (dibuix) amb el cos totalment submergit en aigua i sostingut pel dinamòmetre, tot indicant les forces que actuen sobre ell.
- P8) Determinar l'empenta que fa l'aigua sobre el cos a partir dels valors obtinguts pel pes ( $P$ ) i pel pes aparent ( $P_{aparent}$ ) del cilindre.
- P9) Determinar la densitat de l'aigua sabent que el volum d'aigua desplaçat pel cos i els ganxos que el sostenen és  $V_{sub} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ . Compareu el valor obtingut amb el que figura a les taules del final de dossier.

## EXPERIMENT 3.

Es tenen dues esferes d'acer amb pesos aproximadament iguals, una massissa i l'altra buida. Quan s'introdueixen en un recipient amb aigua, la primera s'enfonsa i la segona flota.

- P10) A què creus que és deguda aquesta diferència?

## EXPERIMENT 4 (*experiments en campana de buit*).

-Observarem un globus semi inflat situat a l'interior d'una campana de buit. A mesura que disminueix la pressió en la campana, augmenta el volum del globus.

- P11) Expliqueu a què es deu l'augment de volum (utilitzar l'equació dels gasos perfectes).

-En modificar la pressió d'un recinte, veurem com el pes d'objectes diferents varia de forma diferent.

-Amb dos semiesferes buides en quan s'ha practicat el buit al seu interior podrem fer-nos una idea de la gran magnitud de la pressió atmosfèrica que ens envolta.

# DETERMINACIÓ DEL COEFICIENT DE VISCOSITAT.

## Preparació.

Tal com s'explica en el guió, l'experiment que es du a terme per determinar el coeficient de viscositat de la glicerina,  $\eta$ , consisteix en deixar caure una esfera d'acer en un recipient que conté aquest líquid.

- 1) El valor de  $\eta$ , s'obté directament de l'experiment? Si la resposta és negativa, indiqueu quina és la magnitud física que es determina amb l'experiment, i expliqueu breument el procediment per obtenir-la.
- 2) Quines altres magnituds cal conèixer per determinar el valor de  $\eta$ ? (feu un llistat)
- 3) Per les magnituds del llistat anterior, indiqueu si els seus valors es troben anotats en el guió, o si els haureu de mesurar al llarg del desenvolupament de la pràctica.
- 4) Quina creus que és l'equació o llei física en la que es basa la pràctica?
- 5) L'objectiu de la pràctica, és **comprovar** l'acompliment d'aquesta llei, o bé es tracta d'**aplicar** la llei per deduir el valor del coeficient de viscositat?



# DETERMINACIÓ DEL COEFICIENT DE VISCOSITAT.

## MATERIAL.

Suports, barres, pinces, proveta, esferes d'acer de diversos diàmetres, líquid problema (glicerina), peu de rei, regla graduada i cronòmetre.

## DETERMINACIÓ DEL COEFICIENT DE VISCOSITAT A PARTIR DE LA LLEI DE STOKES.

En aquesta pràctica es determinarà el coeficient de viscositat de la glicerina. Per això s'utilitza una proveta plena d'aquest líquid (veure Fig.1) i unes petites esferes d'acer. Deixant caure amb compte una esfera en el líquid, s'observa com cau dins seu. S'aprecia que, després d'uns segons d'haver entrat en el líquid la velocitat de l'esfera esdevé constant i molt menor que la velocitat de caiguda en l'aire. Això passa degut a la força contrària al moviment que la glicerina, degut a la seva viscositat, fa sobre l'esfera. Aquesta força,  $F_r$ , és proporcional a la velocitat i es descriu mitjançant la llei de Stokes.

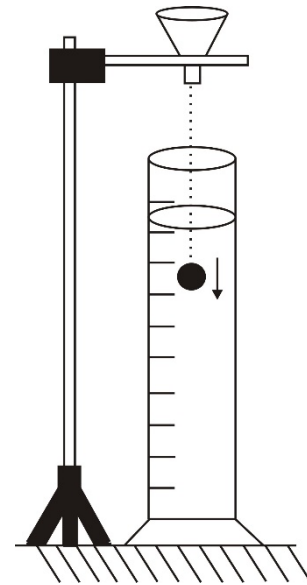


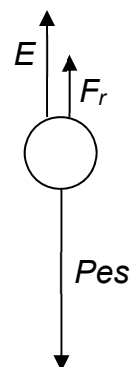
Figura 1

$$F_r = 6\pi r\eta v \quad (1)$$

on  $r$  és el radi de l'esfera,  $\eta$  el coeficient de viscositat de la glicerina i  $v$  la velocitat.

Mesurant experimentalment la velocitat de caiguda quan és constant i considerant les forces que actuen sobre l'esfera, es pot calcular el coeficient de viscositat de la glicerina aplicant la segona llei de Newton .

Un cop dins del líquid, sobre l'esfera metàl·lica actuen tres forces, el pes ( $Pes$ ) a favor del moviment, i l'empenta ( $E$ ) i la força de Stokes ( $F_r$ ) en contra (veure figura). Aplicant la segona llei de Newton es té:



$$Pes - E - F_r = m \cdot a \quad (2)$$

En aquesta expressió  $Pes$  i  $E$  són forces constants amb valors:

$$Pes = mg = \rho_{esfera} \cdot V_{esfera} \cdot g \quad (3)$$

$$E = \rho_{glicerina} \cdot V_{esfera} \cdot g \quad (4)$$

Com que  $\rho_{\text{esfera}} > \rho_{\text{glicerina}}$  llavors  $Pes > E$  i, per tant, l'acceleració de la fórmula (2) és positiva (cap avall, a favor del moviment). Degut a aquesta acceleració la velocitat de l'esfera augmenta i la força de Stokes,  $F_r$ , també. Quan ha passat prou temps des de l'inici de la caiguda, el valor de  $F_r$  iguala al de  $(Pes - E)$ .

$$Pes - E - F_r = 0 \quad (5)$$

És a dir, l'acceleració s'anul·la i la velocitat esdevé constant amb un valor que rep el nom de velocitat límit,  $v_\ell$ .

P1) Combinant les fórmules (1) i (5) trobar l'expressió matemàtica del coeficient de viscositat en funció de la velocitat límit.

L'expressió (1) de la llei de Stokes només és vàlida per un líquid d'extensió indefinida. Al laboratori la glicerina es troba en una proveta cilíndrica de radi  $R$  i per això s'haurà d'introduir un factor de correcció  $\beta$  que tingui en compte l'augment de les forces de viscositat que, degut a les parets del cilindre, actuen sobre l'esfera metàl·lica produint una disminució de la seva velocitat. Això significa que si la velocitat límit que es mesura experimentalment és  $v_\ell^{\text{ex}}$  llavors la velocitat límit que s'haurà de considerar en la fórmula de Stokes serà

$$v_\ell = \beta v_\ell^{\text{ex}} \quad (6)$$

L'expressió de  $\beta$  és:

$$\beta = \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) \quad (7)$$

on  $r$  és el radi de l'esfera i  $R$  és el radi interior de la proveta.

### REALITZACIÓ DE L'EXPERIMENT.

S'ha de fer l'experiment amb esferes de quatre mides diferents, els diàmetres i les masses de les quals apareixen anotats, respectivament, en les primeres columnes la TAULA 1 i la TAULA 2. Per cada una d'elles s'ha de mesurar la velocitat límit  $v_\ell^{\text{ex}}$  i, a partir d'aquest valor, calcular la velocitat límit corregida,  $v_\ell$ .

#### (a) Mesura de la velocitat límit experimental, $v_\ell^{\text{ex}}$ .

Una vegada l'esfera hagi arribat a la velocitat límit, es mesura el temps,  $t$ , que tarda en recórrer una distància  $h$  coneguda, que s'haurà mesurat amb el regle disponible al laboratori (veure Figura 2). Llavors,

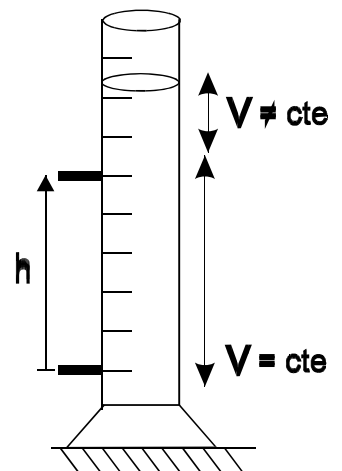


FIGURA 2

$$v_{\ell}^{\text{ex}} = h/t \quad (8)$$

Per cada una de les mides d'esfera, convé mesurar el temps,  $t$ , varies vegades (tres o quatre), repetint l'experiment de caiguda.

- P2) Calcular el valor mig dels temps de caiguda,  $t_{\text{mig}}$ , per cada una de les mides d'esfera disponibles i anotar-lo a la TAULA 1. Amb aquest valor del temps i la distància  $h$ , calcular les velocitats límit experimentals corresponents a cada mida i anotar-les també a la TAULA 1.

**(b) Càlcul de la velocitat límit corregida,  $v_{\ell}$ .**

Mitjançant un peu de rei, mesurar el diàmetre de la proveta que conté la glicerina i calcular el corresponent radi,  $R$ , necessari per calcular el coeficient  $\beta$  (fórmula (7)).

- P3) Per cada mida d'esfera, calcular el factor de correcció  $\beta$  i la velocitat límit corregida (fórmula (6)). Anotar els resultats a la TAULA 1.

**TAULA 1**

$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R = \underline{\hspace{2cm}}$$

Diàmetre (mm)	$t_1, t_2, t_3, t_4$ mesurats (s)	$t_{\text{mig}}$ (s)	$v_{\ell}^{\text{ex}}$ (m/s) (experimental)	$\beta$	$v_{\ell}$ (m/s) (corregida)
5					
4					
3					
2					

- P4) d'acord amb les lleis de la mecànica, si les esferes es deixessin caure en el buit des d'una altura  $h$ , totes elles arribarien a terra amb la mateixa velocitat  $v = (2gh)^{1/2}$ , on  $g$  és l'acceleració de la gravetat. Calculeu aquesta velocitat i compareu-la amb les  $v_{\ell}$  de la taula 1. Comenteu / justifiqueu les diferències.
- P5) Com serien les velocitats mesurades, si en comptes de glicerina la proveta contingués aigua? (respondre qualitativament)
- P6) En deixar caure les esferes metàl·liques, quines s'observa que cauen més de pressa: les de major o les de menor grandària? Explicar el per què.

**(c) Càlcul del coeficient de viscositat de la glicerina.**

Amb els valors de les masses, els diàmetres, les velocitats límit corregides de les esferes (TAULA 1), i sabent que la densitat de la glicerina és:

$$\rho_{gli} = 1\,224 \text{ Kg/m}^3$$

- P7) calcular el pes de les esferes i l'empenta que actua sobre elles per cada una de les mides i anotar-ho en la TAULA 2.
- P8) Per cada mida d'esfera, calcular el coeficient de viscositat de la glicerina mitjançant l'expressió deduïda en P1) i anotar el resultat a la darrera columna de la TAULA 2. És igual en tots els casos? Per què? Com hauria de ser?

**TAULA 2**

Diàmetre (mm)	Massa (g)	$Pes = mg$ (N)	$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$ (m <sup>3</sup> )	$E = \rho_{gli} \cdot V_{esf} \cdot g$ (N)	$\eta$ (Pa·s)
5	0,511				
4	0,265				
3	0,112				
2	0,035				



## REGRESSIÓ LINEAL.

### DETERMINACIÓ DE LA CONSTANT ELÀSTICA D'UNA MOLLA.

**Preparació.** (Les preguntes fan referència a la part 2) de la pràctica, tot i que per contestar-les us anirà bé haver llegit també la part 1))

- 1) Quantes vegades es determina la constant  $k$  de la molla al llarg de la pràctica?
- 2) Quines representacions gràfiques caldrà fer? Indicar per cada una de les gràfiques:
  - quina magnitud es representa en l'eix d'abscisses (horitzontal)?
  - quina magnitud es representa en l'eix d'ordenades (vertical)?
  - Els valors de les abscisses, són mesurats directament al laboratori o es calculen a partir d'una fórmula coneguda?
  - Els valors de les ordenades, són mesurats directament al laboratori o es calculen a partir d'una fórmula coneguda?
- 3) En tots els casos, la representació esperada és una recta. Per cada una de les gràfiques,
  - A quina magnitud o combinació de magnituds correspon el pendent de la recta?
  - Quin és el valor esperat de l'ordenada en l'origen o terme independent de la recta?
- 4) Quina creus que és l'equació o llei física en la que es basa la pràctica?
- 5) L'objectiu de la pràctica, és **comprovar** l'acompliment d'aquesta llei, o bé es tracta d'**aplicar** la llei per deduir el valor de la constant  $k$  de la molla?

# REGRESSIÓ LINEAL.

## DETERMINACIÓ DE LA CONSTANT ELÀSTICA D'UNA MOLLA.

### 1) Regressió lineal. Mètode dels mínims quadrats.

En una gran quantitat d'experiments científics, i també en moltes de les pràctiques de laboratori que es plantegen, l'objectiu és estudiar la relació que existeix entre dues o més magnituds físiques que intervenen en l'experiment. Aquesta relació ve donada per una llei o equació matemàtica que cal establir, o comprovar.

Suposem de manera genèrica que el fenomen que volem estudiar depèn de dues magnituds  $x$  i  $y$ . La llei que regeix el procés fa que a cada  $x$  li correspongui un valor determinat de  $y$ , i això ho podem expressar dient que  $y$  és funció de  $x$ :

$$y = y(x)$$

El cas més simple correspon a una relació lineal entre les magnituds  $x$  i  $y$ , amb equació:

$$y = a \cdot x + b$$

on  $a$  i  $b$  són constants (el pendent i l'ordenada en l'origen respectivament). La representació gràfica corresponent és una recta.

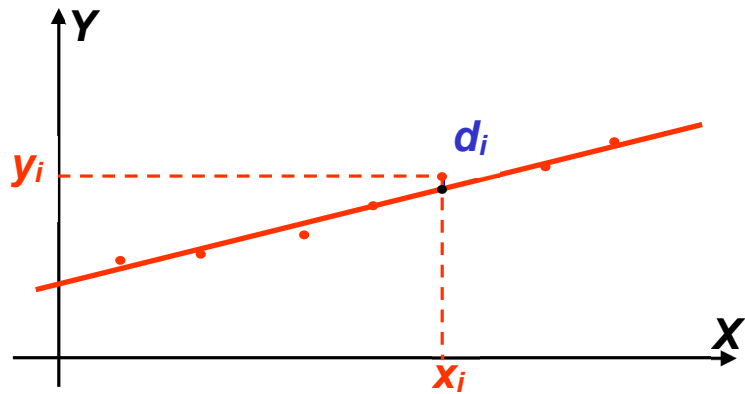
**NOTA:** en diverses fonts bibliogràfiques, els papers de  $a$  i  $b$  apareixen intercanviats en l'equació de la recta. És dir, la relació es defineix com  $y = a + bx$ , on  $a$  és ara l'ordenada en l'origen i  $b$  el pendent.

En els dos experiments que es realitzaran en aquesta pràctica, la funció  $y = y(x)$  serà lineal i coneguda d'acord amb una determinada llei física i, en cada cas, la interpretació física de les constants  $a$  i  $b$  vindrà donada per l'expressió matemàtica d'aquesta llei.

La manera de procedir en un experiment consisteix en establir una taula amb el conjunt de valors **mesurats** de la magnitud  $x$  i els seus corresponents valors **mesurats** per  $y$ .

<b>x</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	etc.
<b>y</b>	$y_1$	$y_2$	$y_3$	etc.

Si la relació esperada entre  $x$  i  $y$  és lineal, en representar gràficament els valors de la taula s'obté una successió de punts aproximadament alineats, tal com indica la figura.



A la figura també hi apareix una recta que s'acosta suficientment als punts experimentals. Fer una regressió lineal consisteix en trobar l'equació d'aquesta recta  $y = ax + b$ , amb valors d' $a$  i de  $b$  tals que la recta s'acosti el màxim possible al conjunt de punts experimentals.

En alguns casos, una relació NO lineal entre  $x$  i  $y$  es pot transformar mitjançant un canvi de variables, per obtenir una relació lineal entre les noves variables.

Per exemple, si es té

$$y = a \cdot x^2 + b$$

i es fa el canvi  $z = x^2$ , la relació anterior es transforma en

$$y = a \cdot z + b$$

que és lineal.

La relació No lineal que es tenia entre  $x$  i  $y$  s'ha transformat en una relació lineal entre  $z$  i  $y$ . El mateix passaria en el cas  $y = a/x + b$ , amb el canvi  $z = 1/x$ , o bé amb  $\sin(i) = n \cdot \sin(r)$ , fent els canvis  $y = \sin(i)$ ,  $x = \sin(r)$ . Fer un canvi de variables per "linearitzar" una equació, quan això sigui possible, és una pràctica habitual en el tractament de dades experimentals.

En aquesta pràctica es faran dues regressions lineals que serviran per determinar experimentalment la constant elàstica de la molla a partir dels pendents obtinguts en cada un dels dos casos.

### Mètode del mínims quadrats

El mètode més comú per trobar la recta de regressió lineal és el dels mínims quadrats. La idea és trobar els paràmetres  $a$  i  $b$  que minimitzen la suma dels quadrats de la distància des dels punts experimentals fins a la recta de regressió,  $d_i$  a la Figura. Si els punts mesurats són  $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$  es demostra que la recta de regressió és  $y = ax + b$ , amb



$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

El càlcul de  $a$  i  $b$ , com es veu, és llarg i s'ha de fer amb compte i ordenadament per evitar equivocacions però, **afortunadament, moltes calculadores i programes informàtics realitzen aquests càlculs automàticament a partir del conjunt de valors  $\{(x_i, y_i)\}$ . Les regressions lineals que es proposen en aquesta pràctica seran resoltes sempre automàticament mitjançant el programa "excel" de Microsoft disponible als ordinadors del laboratori.**

Donat que els punts experimentals poden estar més o menys agrupats amb la recta de regressió, es defineix un paràmetre, el coeficient de correlació lineal  $r$ , que dóna idea de l'ajust de la recta de regressió als punts. És:

$$r = \frac{N \cdot \left[ \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i \right] - \left[ \sum_{i=1}^N x_i \right] \cdot \left[ \sum_{i=1}^N y_i \right]}{\left[ \left[ N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right] \cdot \left[ N \cdot \sum_{i=1}^N y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \right] \right]^{1/2}}$$

Els valors de  $r$  estan compresos entre +1 i -1. Com més proper és  $|r|$  a 1, més alineats estan els punts.

## 2) Determinació de la constant elàstica d'una molla.

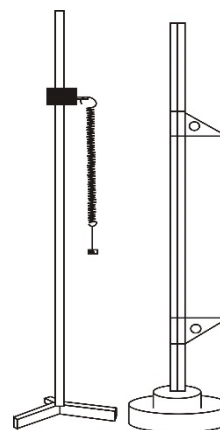
### MATERIAL.

Suport amb una molla vertical, joc de pesos, escala mètrica i cronòmetre.

### (2.a) PROCEDIMENT ESTÀTIC.

Prepareu l'experiment esquematitzat a la Figura 1. Sense penjar cap pes de la molla, i utilitzant l'indicador superior del regle graduat, localitzeu la posició de l'extrem inferior de la molla. Aquesta posició correspon a  $x = 0$ , en el vostre experiment.

Pengeu el portapesos a la molla i aneu afegint pesos de massa creixent (per exemple: 20 g, 40 g, 60 g, etc.). La massa del porta pesos és  $m_{pp} = 10$  g.



Per cada pes, anoteu a la TAULA 1 la massa total penjada, i l'allargament  $x$  experimentat per la molla, prenent com a referència la posició inicial localitzada anteriorment.

P1) Sense utilitzar la llei de Hooke, determineu en cada cas el valor de la força elàstica,  $F_{el}$ , que actua sobre la massa penjada i anoteu-lo a la tercera fila de la TAULA 1. Explicar en què es basa la determinació de  $F_{el}$ .

TAULA 1

$m(\text{Kg})$								
$x(\text{m})$								
$F_{el}$								

P2) Amb els resultats obtinguts construir una gràfica amb  $x$  en absisses i  $F_{el}$  en ordenades. Està d'acord la representació gràfica amb la llei de Hooke ( $F_{el} = kx$ )? Per què?

P3) Determinar el valor de  $k$  a partir de la gràfica.

## (2.b) PROCEDIMENT DINÀMIC.

Pengeu de la molla el primer dels pesos utilitzats a l'aparat anterior. A partir de la posició d'equilibri, desplaceu-lo lleugerament cap avall i deixeu-lo oscil·lar. Mesureu el temps,  $t$ , que tarda en fer 20 oscil·lacions. Llavors, el període d'oscil·lació,  $T$ , que és el temps que tarda el pes en fer una única oscil·lació, és:

$$T = t/20$$

Repetiu l'operació per la resta de pesos i anoteu els resultats a la TAULA 2.

Eleveu al quadrat els valors del període per cada massa i anoteu els resultats a la darrera fila de la TAULA 2

TAULA 2

$m$ (Kg)							
$t$ (20 osc.) (s)							
$T$ (s)							
$T^2$ (s <sup>2</sup> )							

- P4) Calculeu els valors de  $T$  i  $T^2$  d'acord amb les indicacions del paràgraf anterior. Construïu una gràfica representant  $T^2$  en ordenades i  $m$  en abscisses. Hauríeu d'obtenir una recta. Determineu el seu pendent.

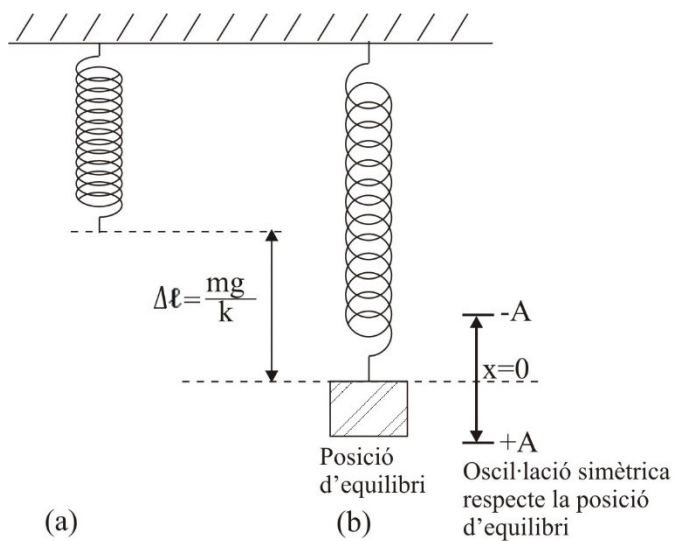


Figura 2

### Interpretació dels resultats.

Quan fem oscil·lar en la direcció vertical un cos penjat a l'extrem d'una molla, s'observa que el moviment és simètric respecte a la posició d'equilibri. Si prenem  $x = 0$  en la posició d'equilibri, llavors el cos oscil·la des de  $(-A)$  a  $(+A)$ . A tots els punts de la trajectòria hi ha un allargament complementari,  $\Delta\ell$ , degut al pes i, per tant, l'allargament de la molla ve donat per  $(\Delta\ell + x)$ . El moviment és exactament el mateix que en el cas horitzontal, traslladat  $\Delta\ell$  cap avall, i es descriu amb la mateixa equació:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \delta) \quad (1)$$

Tal com s'ha justificat a classe de teoria, la relació entre el període d'oscil·lació, la massa del cos i la constant  $k$  de la molla ve donada per l'expressió:

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

Quan la molla no és ideal (és a dir: amb massa  $\neq 0$ ) una fracció  $m'$  de la seva massa també intervé en la l'oscil·lació, però aquest no serà el cas en l'experiència proposada.

Elevat al quadrat l'equació (2) s'obté:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m \quad (3)$$

que és del tipus  $y = a \cdot x$  i la seva representació gràfica ( $y$  en funció de  $x$ ) és una recta que passa per l'origen de coordenades. L'equació (3) és la que descriu teòricament la gràfica obtinguda experimentalment en P4). En aquest cas les variables  $y$  i  $x$  es corresponen respectivament, amb  $T^2$  i  $m$ , i la constant  $a$ , que és el pendent de la recta, es correspon amb  $(4\pi^2/k)$ .

- P5) Igualant el pendent obtingut en P4) a  $(4\pi^2/k)$  determinar el valor de  $k$ . Coincideix amb l'obtingut en l'apartat (a)? Explicar les possibles discrepàncies.
- P6) L'equació de moviment (1) que descriu l'oscil·lació del cos unit a la molla, seria la mateixa (amb el mateix valor per les constants) per totes les masses que s'han fet oscil·lar? Per què?



# ONES ESTACIONÀRIES EN UNA CORDA.

## Preparació.

- 1) Consultant la teoria estudiada sobre el tema i/o també la introducció de la pràctica, indicar quines són les **dues** condicions que s'ha de complir per tal de tenir una ona estacionària amb nodes i ventres ben diferenciats en una corda fixada pels dos extrems.
- 2) Les ones que es propaguen en la corda es caracteritzen per la seva freqüència,  $f$ , longitud d'ona,  $\lambda$ , i velocitat de propagació,  $v$ .
  - a) Quina d'aquestes magnituds tindrà un valor fix al llarg de tot l'experiment?
  - b) Què s'haurà de fer per modificar els valors de les altres dues magnituds?
- 3) Quina creus que és l'equació o llei física més rellevant en aquesta pràctica?
- 4) L'objectiu de la pràctica, és **comprovar** l'acompliment d'aquesta llei, o bé es tracta d'**aplicar** la llei per deduir el valor d'algunes magnituds físiques relacionades?

# ONES ESTACIONÀRIES EN UNA CORDA.

## INTRODUCCIÓ.

Amb el muntatge de la Figura 1, provocarem una ona estacionària en una corda tensa mitjançant l'oscil·lador situat en un dels seus extrems (B). L'estudi d'aquesta ona ens permetrà determinar la longitud d'ona i la velocitat de propagació de les ones en la corda, i comprovar la relació que existeix entre aquesta velocitat, la tensió de la corda i la seva densitat lineal de massa.

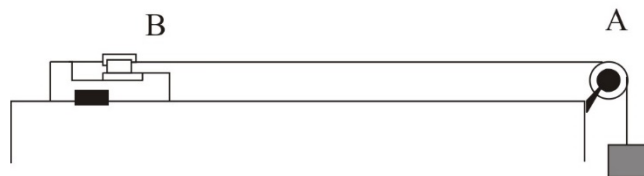


Figura 1

Com es veu a la Figura 1, la corda es manté tensa degut al pes penjat a l'extrem A. Com que el valor del pes serà conegut, la tensió de la corda es troba amb la condició d'equilibri:

$$Tensio = m \cdot g \quad (1)$$

L'extrem B de la corda està fixat a un oscil·lador de freqüència  $f = 50$  Hz. La seva oscil·lació continuada provoca una ona harmònica que es reflecteix en A. L'ona reflectida viatja fins a B, on es torna a reflectir, i així successivament. Per tant, en la corda hi tenim ones harmòniques viatjant en sentits oposats que, en superposar-se, poden donar com a resultat una ona estacionària. Com es sap, això només passarà si s'acompleix la condició de ressonància:

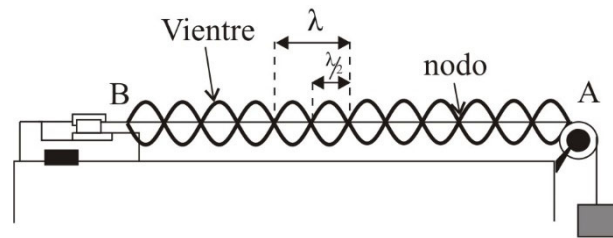
$$L = n \frac{\lambda}{2} = \frac{nv}{2f} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

on  $L$  és la longitud de la corda,  $\lambda$  la longitud d'ona,  $v$  la velocitat de propagació i  $f$  la freqüència de l'oscil·lador (i de l'ona).

### (a) DETERMINACIÓ DE LA VELOCITAT DE PROPAGACIÓ.

Quan es posa en marxa l'oscil·lador es veu que en la corda s'hi forma una ona estacionària o quasi estacionària. Varieu la tensió o bé la longitud de la corda fins

aconseguir una ona estacionària amb nodes als seus extrems i nodes i ventres intermitjos ben diferenciats.



**Figura 2**

Tenint en compte que la distància entre dos nodes consecutius és  $\lambda/2$  i que als extrems *A* i *B* hi ha d'haver nodes, aplicant la fórmula (2) es pot calcular  $\lambda$ , ja que *L* es pot mesurar i *n* coincideix amb el número de ventres de l'ona estacionària obtinguda.

Amb el valor de  $\lambda$ , es pot calcular la velocitat de propagació, mitjançant la coneguda expressió:

$$v = \lambda \cdot f \quad (3)$$

P1) Dibuixar l'ona estacionària obtinguda.

Determinar el valor de  $\lambda$ , i el de la velocitat de propagació *v* de les ones en la corda seguint les indicacions dels paràgrafs anterior.

¿Quant de temps tarda la perturbació en fer el recorregut *B-A-B*? ¿Es pot detectar experimentalment?

### (b) OBTENCIÓ D'ONES ESTACIONÀRIES PER DIFERENTS VALORS DE *n*.

La velocitat de propagació d'una ona transversal en una corda perfectament elàstica depèn únicament de les seves propietats, en aquest cas la *Tensió* i la densitat lineal,  $\mu$ , d'acord amb l'expressió:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Tensió}}{\mu}} \quad (4)$$

on, tal com s'ha dit a la introducció, la tensió de la corda té el mateix valor que el pes penjat d'ella.

P2) ¿Quin és el valor de la *Tensió* en l'experiment estudiat a l'apartat (a) (fórmula (1))?



A partir del resultat obtingut a la P1) per la velocitat de propagació, calculeu la densitat lineal de la corda mitjançant l'expressió (4).

- P3) Pesant un tros de la corda utilitzada, de longitud  $\ell = 1$  m, deduiu el valor de la seva densitat lineal  $\mu$  (Kg/m) i compareu el resultat amb el valor calculat a P2). Calcular la diferència entre els dos valors, i el tant per cent que representa aquesta diferència respecte al més gran dels dos. Esperàveu el resultat?
- P4) Partint de les fórmules (2) i (4), establir la relació que existeix entre el número de ventres de l'ona estacionària,  $n$ , i la *Tensió* de la corda.
- P5) Calcular la *Tensió* de la corda per  $n = 1, 2, 3, 4$  i  $5$ . Reproduir experimentalment les diferents ones estacionàries pels valors calculats de la *Tensió*. Dibuixar les ones estacionàries obtingudes.

# ONES EN DUES I TRES DIMENSIONS

## PREPARACIÓ.

Per respondre les preguntes contingudes en aquest apartat haureu de consultar el que s'ha estudiat a classe de teoria sobre el tema, i l'explicació del desenvolupament de la pràctica que es troba en el guió.

Al laboratori s'experimentarà amb ones que es propaguen en medis bi i tridimensionals. En primer lloc s'originaran perturbacions que es propagaran sobre la superfície de l'aigua continguda en una cubeta, o sigui, un medi bidimensional. També es faran experiències amb ones lluminoses que es propagaran a l'espai, un medi tridimensional.

Per l'estudi dels fenòmens associats a la propagació d'ones en medis bi i tridimensionals és molt útil introduir els conceptes de **front d'ona** i **raig**.

- 1) Definir el concepte de front d'ona. Per que creus que no s'acostuma a parlar de fronts d'ona en el cas de perturbacions que es propaguen en medis unidimensionals?
- 2) Definir el concepte de raig. Quins raigs correspondrien a una ona harmònica que es propaga per una corda?

Les ones que es propaguen en medis bi i tridimensionals reben noms que responen a la forma geomètrica dels seus fronts d'ona. Casos especialment senzills són els de les ones planes, circulars o esfèriques.

- 3) Dibuixar els fronts d'ona i els raigs corresponents a una ona plana que es propaga en un medi bidimensional, indicant què és cada cosa. Està previst visualitzar aquest tipus d'ona al llarg del desenvolupament de la pràctica? En quin medi es propaga? L'objecte que genera l'ona, és puntual o extens?
- 4) Dibuixar els fronts d'ona i els raigs corresponents a una ona plana que es propaga en un medi tridimensional, indicant què és cada cosa. Està previst visualitzar aquest tipus d'ona al llarg del desenvolupament de la pràctica? En quin medi es propaga?
- 5) Dibuixar els fronts d'ona i els raigs corresponents a una ona circular que es propaga en un medi bidimensional, indicant què és cada cosa. Està previst

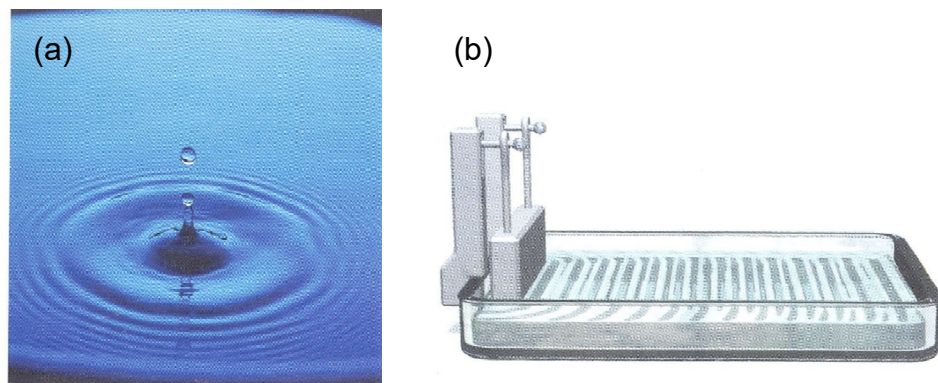
visualitzar aquest tipus d'ona al llarg del desenvolupament de la pràctica? En quin medi es propaga? L'objecte que genera l'ona, és puntual o extens?

- 6) Dibuixar els fronts d'ona i els raigs corresponents a una ona esfèrica que es propaga en un medi tridimensional, indicant què és cada cosa. Està previst visualitzar aquest tipus d'ona al llarg del desenvolupament de la pràctica?
- 7) Amb el material disponible al laboratori (veure el que s'explica al respecte en l'apartat 1), es podrà canviar la freqüència de les ones que es propaguin sobre la superfície de l'aigua? Com? I la longitud d'ona?

# ONES EN DUES I TRES DIMENSIONS

## 1.- LA CUBETA D'ONES

Les ondulacions que es produeixen a la superfície de l'aigua (bassal, piscina, riu, ...) degudes a l'impacte d'un objecte és un fenomen que tothom ha observat alguna vegada. Si l'objecte llançat és petit, llavors les ondulacions es formen en cercles concèntrics al punt d'impacte. Si l'objecte és extens, llavors les ondulacions es formen en línies paral·leles al seu perímetre (veure Figura 1).



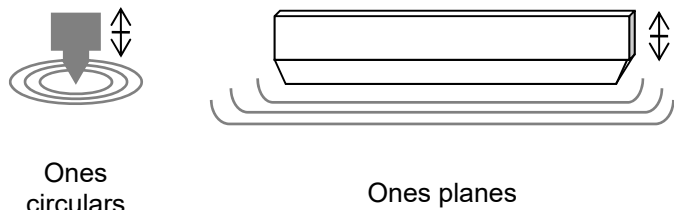
**Figura 1 :** Ondulacions produïdes per l'impacte d'un petit objecte sobre la superfície de l'aigua (a); i ondulacions superficials produïdes per l'impacte d'un objecte extens en l'aigua continguda en una cubeta d'ones (b).

(Figures extretes de P.A. Tipler i G. Mosca. *Física per a la ciència i la tecnologia*. Reverté 2010)

El que s'anomena cubeta d'ones és un recipient o cubeta que conté aigua sobre la superfície de la qual s'hi generen ondulacions mitjançant l'impacte de diferents objectes. La cubeta i els seus complements proporcionen un cert marge d'actuació pel que fa als paràmetres i característiques de les ones que s'hi produeixen.

### a) Ones circulars i planes.

Per impactar sobre l'aigua es disposa de petits objectes acabats en punta (focus puntual) amb els que es generen ones circulars, i d'una regleta amb la bora afilada (focus extens) amb la que es generen ones planes (Figura 2).



**Figura 2:** objectes amb els que s'impacta sobre la superfície de l'aigua. Es poden acoblar a un mecanisme que els fa oscil·lar en la direcció vertical.

**b) Freqüència.**

Tant les puntes, com la regleta, es poden unir a un mecanisme oscil·lador amb freqüència variable, de manera que els objectes impacten periòdicament i continuada sobre l'aigua produint una ona harmònica en la seva superfície (indicat a la Figura 2).

**c) Velocitat de propagació.**

La velocitat de propagació de les ones a la superfície de l'aigua és creixent amb la profunditat. Per aconseguir que en la cubeta hi hagi zones amb diferent velocitat de propagació, s'hi col·loquen plaques transparents recolzades sobre el fons, tal com indica la Figura 3. Si  $z$  és la coordenada de profunditat, com que  $z_1 > z_2$ , la velocitat de propagació de les ones a la superfície de l'aigua serà  $v_1 > v_2$ .



**Figura 3:** la velocitat de propagació de les ones d'aigua depèn de la profunditat  $z$ . Si  $z_1 > z_2$ , llavors  $v_1 > v_2$ .

**d) Longitud d'ona.**

Si la profunditat d'aigua no canvia, la velocitat de propagació és constant i, en relació a la freqüència i la longitud d'ona compleix:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = v/f$$

Per tant, per una mateixa profunditat, es podran obtenir diferents valors de la longitud d'ona canviant la freqüència (que és variable).

**e) Energia d'oscil·lació.**

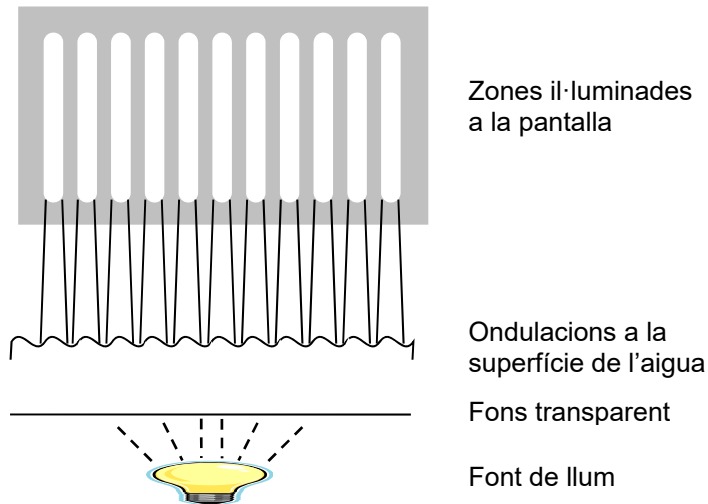
El mecanisme d'oscil·lació també permet canviar l'energia de l'impacte i, per tant, l'amplitud d'oscil·lació de les ones produïdes.

P1) Per una ona circular com les que es provoquen a la cubeta d'ones, tindran la mateixa amplitud d'oscil·lació les partícules properes al focus emissor que les que es troben més allunyades? Per què?

**1.1.- Visualització de les ones produïdes a la cubeta.**

El fons de la cubeta és transparent i s'il·lumina des de sota de manera que les ondulacions queden projectades en una pantalla situada sobre la cubeta en forma

de franges il·luminades i fosques que es corresponen, respectivament, als màxims (crestes) i mínims (valls) d'ondulació. A la Figura 4 s'hi representa un exemple corresponent a una ona plana. Cada una de les ondulacions actua com una petita lent convergent i, en passar a través d'elles, la llum que ve del focus "convergeix sobre el centre de les lents" o màxims d'ondulació, deixant sense llum les zones sobre els mínims.



**Figura 4:** Visualització de les ones que es generen a la cubeta. Esquema d'il·luminació.

La separació entre dues franges il·luminades consecutives (de centre a centre, per exemple) és indicativa de la magnitud de la longitud d'ona.

P2) Si s'augmenta la freqüència d'oscil·lació de la regleta que produeix l'ona plana en la cubeta (Figura 4), les franges en la pantalla esdevindran més estretes o més amples? Per què?

## 2.- PROPAGACIÓ EN MEDIS BI- I TRIDIMENSIONALS. EXPERIMENTS PROPOSATS.

La superfície de l'aigua de la cubeta d'ones constitueix un medi bidimensional on es visualitzaran varis fenòmens típicament ondulatoris com: la propagació de l'ona (o avanç dels fronts d'ona), la reflexió, la refracció i la difracció.

En aquesta mateixa sessió, també tindreu l'oportunitat d'observar aquests mateixos fenòmens ondulatoris en el cas d'una ona plana emesa per una font de llum làser. En aquest cas el medi per on es propaga l'ona és l'espai real tridimensional.

a) *Reflexió.*

Quan s'interposa un obstacle en el camí de les ones, s'observa que aquestes són reflectides. A més, es pot comprovar visualment que la direcció dels "raigs" abans i després de la reflexió compleix el que s'espera segons la lleï de la reflexió.

P3) Quin és l'enunciat de la lleï de la reflexió? Il·lustreu-ho amb un dibuix.

Es podrà veure la reflexió produïda en els següents casos:

- amb una làmina plana.

- amb una paràbola: comprovareu que si es situa la font puntual al focus, l'ona reflectida que surt de la paràbola és aproximadament plana. Fent incidir una ona plana, aquesta es concentra, després de reflectir-se, en un punt proper a la paràbola, que és el que s'anomena focus.

- amb una el·lipse: es veurà que si es col·loca la font puntual en un dels seus focus, les ones que surten d'ella i es reflecteixen a l'el·lipse convergeixen en un punt, que és l'altre focus de l'el·lipse.

P4) Per una ona circular com les que es provoquen a la cubeta d'ones, si col·loquem una paret plana en el camí de propagació de l'ona, aquesta es reflectirà. Com seran els fronts d'ona corresponents a l'ona reflectida?. On es trobaria el focus corresponent a l'ona reflectida? Dibuixeu-los.

b) *Refracció.*

Si l'ona passa d'un medi a un altre on la velocitat de propagació és diferent, llavors varia la seva direcció de propagació d'acord amb la lleï de Snell.

P5) Quin és l'enunciat de la lleï de Snell en funció de les velocitats de propagació? Il·lustreu-ho amb un dibuix.

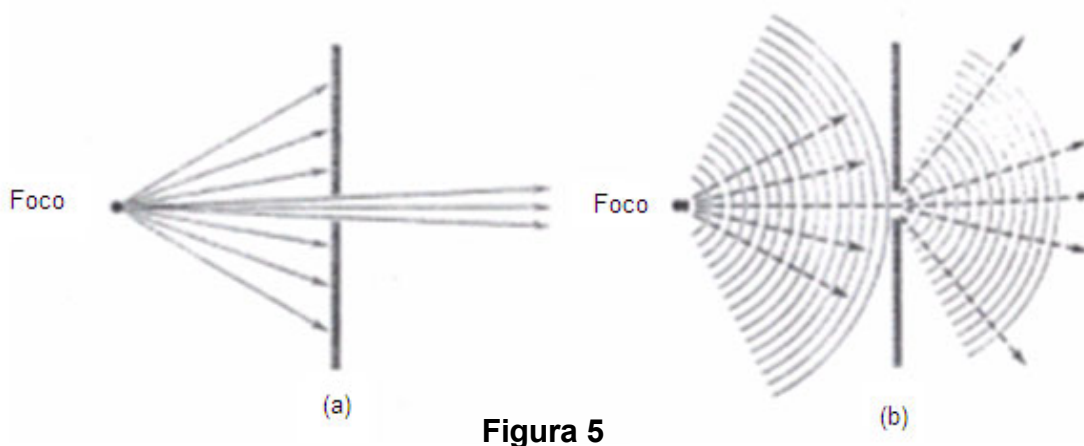
En el cas de les ones sobre la superfície de l'aigua a la cubeta, la velocitat de propagació depèn de la profunditat de l'aigua. Si es col·loca un graó sobre la base de la cubeta, la profunditat de l'aigua esdevé menor sobre el graó que sobre la resta de la cubeta. Llavors les ones que es propaguen sobre la superfície passen d'una zona de velocitat de propagació  $v$  a una altra amb velocitat  $v' < v$  i s'observa el fenomen de la refracció.

P6) En la cubeta representada a la Figura 3, amb dos nivells de profunditat, es té una ona harmònica de freqüència  $f$ , que es propaga d'esquerra a dreta.

Canviarà la longitud d'ona al llarg del seu recorregut per la cubeta? En cas afirmatiu explicar com canviarà i per què.

c) *Difracció.*

La difracció a través d'una escletxa té lloc quan s'interposa un obstacle amb una petita escletxa en el camí de les ones produïdes per una font. En principi es podria esperar que després de l'obstacle l'ona només arribés als punts als que es pot arribar mitjançant propagació rectilínia, com si els raigs es comportessin com un feix de partícules (veure Figura 5a). No obstant, el que s'observa és que l'ona arriba a punts darrera de l'obstacle que semblaven inaccessibles a ella. En passar l'escletxa, aparentment, els raigs es corben al voltant de les vores de la petita escletxa i arriben a punts als que una propagació rectilínia no permetria (veure Figura 5b). Quan la mida de l'escletxa és comparable a la longitud d'ona, és més apreciable el fenomen de la difracció.



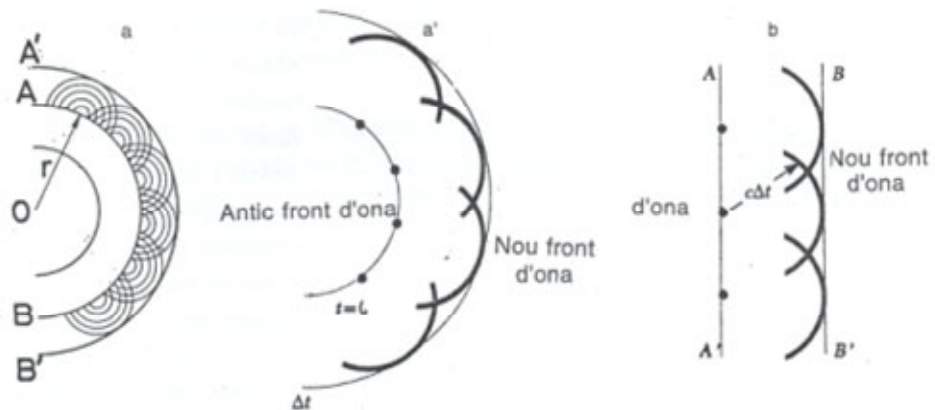
P7) Penseu quina mida ha de tenir l'escletxa per apreciar la difracció amb les nostres ones d'aigua, amb ones de mar, i amb llum visible.

### 3.- EXPLICACIÓ TEÒRICA. PRINCIPI DE HUYGENS.

Per entendre alguns dels fenòmens que se produeixen amb ones en dos i tres dimensions és útil tenir present un principi que dóna una imatge intuïtiva d'aquests fenòmens. Aquest és el Principi de Huygens, que permet trobar de forma geomètrica el front d'ones en un determinat instant si es coneix com és en un instant anterior. El principi estableix que cada punt d'un front d'ones es pot considerar com a font de petites ones secundàries que es propaguen en totes direccions amb la mateixa velocitat que les primàries. El nou front d'ones s'obté



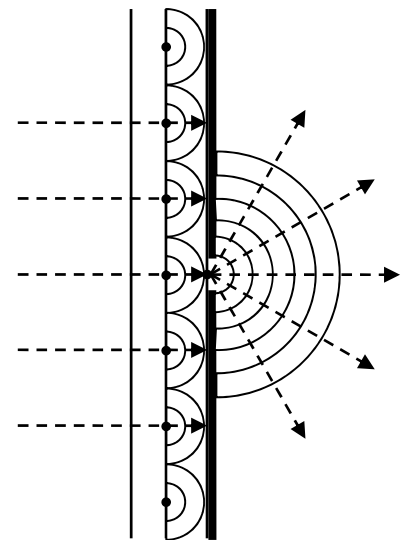
per superposició de totes les ones secundaries, i com es veu a la Figura 6, coincideix amb l'envoltant de les ones secundàries.



**Figura 6**

Amb el Principi de Huygens es pot entendre la reflexió i la refracció d'ones en la frontera entre dos medis en els que la velocitat de propagació de les ones és diferent. El mateix Principi permet explicar també, de forma senzilla, el fenomen de la difracció.

Segons aquest Principi cada punt de l'esclatxa actua com una font d'ones, per tant, si l'esclatxa és suficientment petita, després d'ella l'ona serà pràcticament circular, com es mostra a la Figura 7.



**Figura 7**

## SUPERFÍCIES LÍQUIDES. CONCEPTES BÀSICS

**Preparació.** (Les preguntes fan referència a la part b) de la pràctica, tot i que per contestar-les us anirà bé haver llegit també la part a))

- 1) El valor de la tensió superficial,  $\sigma$ , s'obté directament de l'experiment de Wilhemy?  
Si la resposta és negativa, quina és la magnitud que es determina de manera directa mitjançant l'experiment?
- 2) Quina altra magnitud cal conèixer per calcular la  $\sigma$ ?
- 3) Quina creus que és l'equació o llei física en la que es basa la pràctica?
- 4) L'objectiu de la pràctica, és **comprovar** l'acompliment d'aquesta llei, o bé es tracta d'**aplicar** la llei per deduir el valor de la tensió superficial,  $\sigma$ ?

# SUPERFÍCIES LÍQUIDES. CONCEPTES BÀSICS

## (a) Introducció teòrica.

### Física Tema 6

#### Superfícies líquides. Conceptes bàsics

1. Introducció
2. Forma de la superfície lliure
3. Increment de la superfície lliure
4. Energia superficial. Tensió superficial
5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte

#### BIBLIOGRAFIA.

Alan H. Cromer. FÍSICA PARA CIENCIAS DE LA VIDA. Reverté, 2000.  
Tipler P.A.; Mosca, G. FÍSICA. 5ª ed. Barcelona, Reverté, 2005.  
Kane J.W., Sterheim M.M. Física, 2ª ed., Barcelona, Reverté, 2000.  
Hewit, P.G. FÍSICA CONCEPTUAL. 9ª ed. Mèxic: Pearson Education, 2004.  
Giancoli, D.C. FÍSICA PARA UNIVERSITARIOS. 3ª ed. México: Pearson Education, 2002.

### Òptica i Optometria

1/14

### Física Tema 6

#### 1. Introducció.

#### OBJECTIU:

estudiar algunes propietats físiques de la superfície dels líquids en repòs en relació a la seva forma i extensió

(aquestes propietats són, com es veurà, rellevants per entendre a nivell bàsic el comportament de la pel·lícula lacrimal en relació a la sustentació de les lents de contacte)

## Física Tema 6

### 1. Introducció.

Forces de cohesió ( $F_{\ell\ell}$ )	Forces d'adhesió ( $F_{\ell s}$ )
<ul style="list-style-type: none"><li>Forces d'enllaç entre els àtoms o molècules (partícules a partir d'ara) d'un líquid.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Forces d'enllaç entre els àtoms o molècules de materials diferents (líquid i sòlid del recipient que el conté, per exemple)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Forces electromagnètiques indirectes<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Febles comparades amb les dels enllaços iònics, covalents o metàl·lics</li><li>➤ Abast curt</li></ul></li></ul>	

Òptica i Optometria

3/14

## Física Tema 6

### 2. Forma de la superfície lliure.

La superfície lliure d'un líquid:

- és la que no està en contacte amb el recipient que el conté;
- en el cas d'un líquid en **repòs**, és sempre perpendicular a la resultant de les forces que actuen sobre les partícules de la superfície (si existís component tangencial, es posarien en moviment necessàriament)
  - per masses de fluid grans en el camp gravitatori terrestre la superfície és horitzontal ...  
(no pel·lícula lacrimal, bombolla d'aigua sabonosa ...)
  - ... excepte en la zona en contacte amb el recipient: **meniscs**. El balanç entre les forces d'adhesió i cohesió en determina la forma.

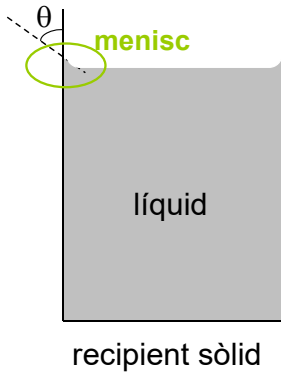
Òptica i Optometria

4/14

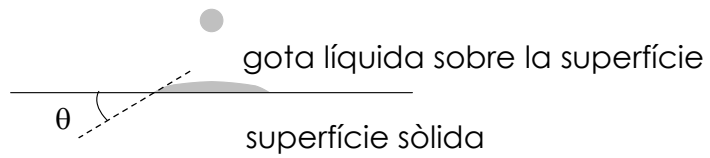
## Física Tema 6

### 2. Forma de la superfície lliure.

a)  $F_{se} > F_{ee}$



$\theta$ : angle de contacte



$\theta < 90^\circ \rightarrow$  El líquid "mulla" el sòlid

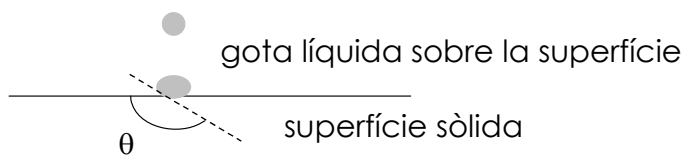
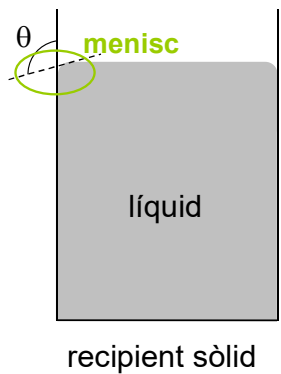
Òptica i Optometria

5/14

## Física Tema 6

### 2. Forma de la superfície lliure.

b)  $F_{se} < F_{ee}$



$\theta > 90^\circ \rightarrow$  El líquid NO "mulla" el sòlid

Òptica i Optometria

6/14

## Física Tema 6

### 3. Increment de la superfície lliure.

- Es comprova experimentalment que si  $S_{\text{lliure}}$  és la mida de la superfície lliure i  $N_{\text{superfície}}$  el número de partícules contingudes en ella:

$$S_{\text{lliure}} \uparrow \Leftrightarrow N_{\text{superfície}} \uparrow$$

- Per augmentar  $S_{\text{lliure}}$  cal fer possible el pas de partícules interiors cap a la superfície aportant energia al líquid mitjançant una força externa.
- Contràriament al que es suggereix en alguns llibres de text, és impossible "estirar" un líquid en el sentit elàstic (augmentant les distàncies inter-partícula) sense trencar-lo. Les forces de cohesió NO són prou grans.

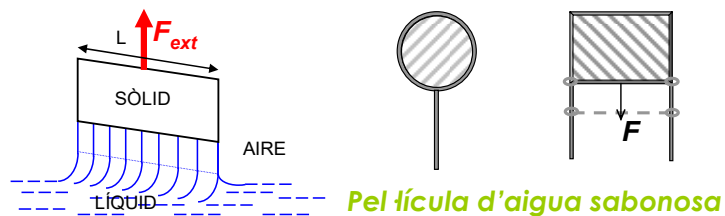
Òptica i Optometria

7/14

## Física Tema 6

### 3. Increment de la superfície lliure.

- Exemples:



- En tots els casos **augmenta la superfície lliure**, el que vol dir que algunes partícules (àtoms o molècules) que inicialment estaven a l'interior del líquid han "pujat" cap a la superfície.
- En el procés d'incrementar la superfície són rellevants tant les forces d'adhesió (el líquid està unit al suport que permet l'augment de superfície) com les forces de cohesió contra les que ha de "competir" la força externa.

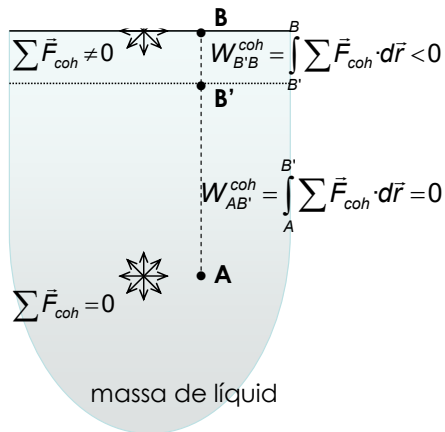
Òptica i Optometria

8/14

## Física Tema 6

### 4. Energia superficial. Tensió superficial.

#### a) Energia superficial.



Es defineix l'**energia superficial** com el treball negatiu fet per les forces de cohesió sobre una partícula de líquid en el procés hipotètic de fer-la pujar des de l'interior (punt A) cap a la superfície (punt B).

$$U_B^{\text{sup}} \equiv U_B^{\text{sup}} - U_A^{\text{sup}} = -W_{AB}^{\text{coh}} = -\int_A^B \vec{F}_{\text{coh}} \cdot d\vec{r} > 0$$

Óptica i Optometria

9/14

## Física Tema 6

### 4. Energia superficial. Tensió superficial.

- A cada partícula de la superfície li correspon una energia superficial  $U_B^{\text{sup}}$
- Per una superfície líquida donada, l'energia superficial total és

$$U_{\text{total}}^{\text{sup}} = N_{\text{superfície}} U_B^{\text{sup}}$$

on  $N_{\text{superfície}}$  és el número de partícules en la superfície.

- Un increment de superfície va associat a un increment de  $N_{\text{superfície}}$  que, al seu torn, implica un increment de l'energia superficial total  $\Leftrightarrow$  cal aportar energia externa al líquid per tal d'augmentar l'extensió de la seva superfície lliure.
- El quocient entre l'energia aportada i el increment de superfície resultant és una constant, que s'anomena **tensió superficial**:  $\sigma$

$$\frac{\Delta U_{\text{total}}^{\text{sup}}}{\Delta S} = \sigma \quad [\sigma(T)]$$

Óptica i Optometria

10/14

## Física Tema 6

### 4. Energia superficial. Tensió superficial.

#### b) Descripció del concepte de tensió superficial utilitzant el llenguatge de les forces.

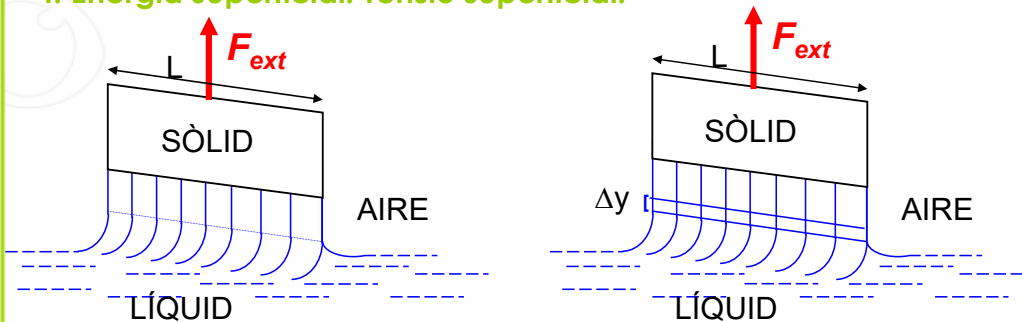
- Mecànicament, el que cal per augmentar una superfície lliure és "separar" les partícules de la superfície ("trençar-la") per fer lloc a les partícules que, procedents de l'interior, passen a situar-se en la superfície del líquid.

Òptica i Optometria

11/14

## Física Tema 6

### 4. Energia superficial. Tensió superficial.



- $F_{ext}$  ha de "trençar" els enllaços entre les partícules a banda i banda de la línia per deixar lloc a que una "nova filera" de partícules passi a la superfície augmentant-ne així la mida.

$$\Delta S = 2L\Delta y$$

Dues cares

$$W^{ext} = F_{ext} \cdot \Delta y = \Delta U_{tot}^{sup}$$

Conservació de l'energia

$$\sigma = \frac{\Delta U_{tot}^{sup}}{\Delta S} = \frac{F_{ext}}{2L}$$

Força per unitat de longitud al llarg de la qual es trenca la superfície.

Òptica i Optometria

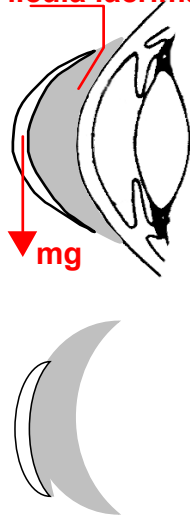
12/14



## Física Tema 6

### 5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte.

Pel·lícula lacrimal



- Si la LC llisqués cap avall, augmentaria necessàriament la superfície lliure de la llàgrima.
- Això només seria possible si  $(mg)_{LC}$  fos suficientment gran com per "trencar-la", permetent el pas de partícules interiors cap a la superfície.
- És possible? **NO**

Òptica i Optometria

13 / 14

## Física Tema 6

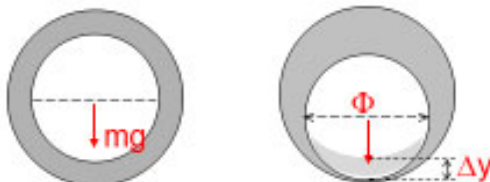
### 5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte.

- $\sigma_{\text{llàgrima}} = 4 - 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$
- $\Phi \approx 0,01 \text{ m}$  → mida aproximada de la línia per on s'hauria de "trencar" la llàgrima si la LC llisqués cap avall

Força,  $F$ , necessària per trencar la llàgrima:

$$F = \Phi \cdot \sigma_{\text{lla}} = 4 - 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$F_{\text{ext}} = mg = 2 - 3 \cdot 10^{-4} \text{ N} < F$$



Aquesta situació **NO** es pot donar

Òptica i Optometria

14 / 14

- P1) Posa un exemple de superfície sòlida + líquid per als quals l'angle de contacte sigui  $\theta < \pi/2$  i un altre amb  $\theta > \pi/2$ .
- P2) En la interacció (lent de contacte)-(llàgrima), l'angle de contacte,  $\theta$ , és tal que  $\theta < \pi/2$  o bé  $\theta > \pi/2$ ? Per què?
- P3) En el procés d'augmentar una superfície mitjançant una força externa, quina és la principal diferència entre una superfície sòlida elàstica (per exemple un tros de roba de punt) i la superfície lliure d'un líquid?
- P4) Tot i el seu pes (que és una força dirigida cap avall) les lents de contacte es mantenen unides a la còrnia sense lliscar cap avall. Això és possible gràcies a l'acció de la pel·lícula lacrimal que es troba entre les dues superfícies. En l'hipotètic procés de lliscament cap avall d'una lent de contacte col·locada sobre la còrnia, quin paràmetre de la llàgrima canviaria? Per quin motiu és impossible que es produeixi aquest canvi?

**(b) Determinació de la tensió superficial amb el mètode de Wilhemy.**

Al laboratori es mesurarà la tensió superficial de l'aigua, extraient un anell circular de dimensions conegudes de dins d'una massa d'aigua (veure Figura). Es tracta del mateix experiment explicat a la diapositiva 12 de l'apartat anterior utilitzant una anella en comptes d'una làmina metàl·lica. La força  $F$  mínima necessària per la extracció es mesura amb un dinamòmetre de torsió i el seu valor ens permet calcular la tensió superficial l'aigua amb la fórmula:

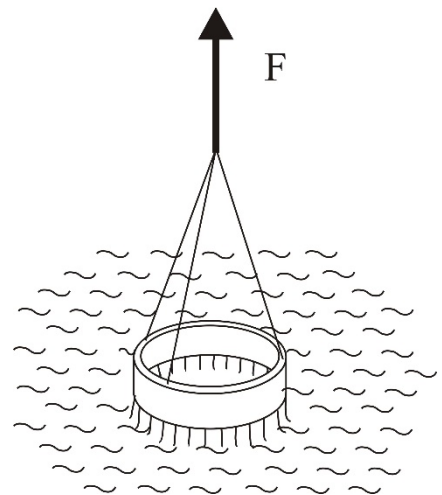
$$\sigma = \frac{F_{ext}}{2L}$$

En aquest cas la longitud  $L$  és la de l'anell circular:

$$L = 2\pi r$$

on,

$$2r = 19,65 \text{ mm}$$



- P5) Quin és el valor de la força  $F$  necessària per trencar la làmina líquida que es produeix en extreure l'anell de l'aigua? (s'ha de mesurar amb el dinamòmetre de torsió).
- P6) Calcular la tensió superficial  $\sigma$  de l'aigua, d'acord amb les indicacions descrites anteriorment, comparar el valor obtingut amb el que figura a les taules de la darrera pàgina. Comentar les possibles discrepàncies.
- P7) Seria possible mesurar la tensió superficial del mercuri fent l'experiment proposat amb un anell de vidre? Per què?



# TAULES ÚTILS

## PROPIETATS D'ALGUNES SUBSTÀNCIES USUALS (T ≈ 2°C )

Substància	Densitat	Mòdul de Young	Tensió superficial	Coef. de viscositat	Resistivitat
	(Kg/m <sup>3</sup> )	(N/m <sup>2</sup> )	(N/m)	(Pa·s)	(Ω·m.)
Alumini	2700	7,2 a 7,5·10 <sup>10</sup>	-	-	2,8·10 <sup>-8</sup>
Zenc	7100	-	-	-	5,9·10 <sup>-8</sup>
Coure	8900	10,5 a 13,2·10 <sup>10</sup>	-	-	1,7·10 <sup>-8</sup>
Estany	7300	-	-	-	13,0·10 <sup>-8</sup>
Ferro dol.	7600	-	-	-	9,8·10 <sup>-8</sup>
Acer	7600	-	-	-	-
Níquel	8900	-	-	-	6,9·10 <sup>-8</sup>
Or	19300	-	-	-	3,8·10 <sup>-8</sup>
Plata	10500	7,1 a 7,4·10 <sup>10</sup>	-	-	1,6·10 <sup>-8</sup>
Plom	11300	1,6·10 <sup>10</sup>	-	-	20,6·10 <sup>-8</sup>
Llautó	8400 - 8700	8 a 10,5·10 <sup>10</sup>	-	-	8,0·10 <sup>-8</sup>
Constantan	8900	-	-	-	49,0·10 <sup>-8</sup>
Invar	8000	-	-	-	81,0·10 <sup>-8</sup>
Manganina	8500	-	-	-	44,0·10 <sup>-8</sup>
Vidre ord.	2400 - 2800	5 a 8·10 <sup>10</sup>	-	-	-
Ebonita	1150	-	-	-	-
Parafina	870 - 910	-	-	-	-
Mercuri	13600	-	0,48	1,6·10 <sup>-3</sup>	95,8·10 <sup>-8</sup>
Agua	1000	-	0,0722	0,9·10 <sup>-3</sup>	-
Alcohol ord.	800	-	0,0223	1,2·10 <sup>-3</sup>	-
Èter	700	-	0,017	0,23·10 <sup>-3</sup>	-
Benzina	800	-	0,0289	0,65·10 <sup>-3</sup>	-
Glicerina	1300	-	0,0634	1490·10 <sup>-3</sup>	-
Oli	900	-	0,032	84·10 <sup>-3</sup>	-
Nichrome	-	-	-	-	100·10 <sup>-8</sup>

## PROPIETATS DE L'AIGUA

<b>Temperatura (°C)</b>	<b>Densitat (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Tensió superficial (N/m)</b>	<b>Coefficient de viscositat (Pa·s)</b>
0	999,87	0,07564	0,00179
5	999,99	0,07492	0,00152
10	999,73	0,07422	0,00131
15	999,14	0,07349	0,00114
20	998,25	0,07275	0,00101
25	997,1	0,07197	0,00089
30	995,67	0,07118	0,0008
40	992,2	0,06956	0,00067
50	988,1	0,06791	0,00055
60	983,2	0,06618	0,00047
70	977,8	0,06442	0,00041
80	971,8	0,06261	0,00036
90	965,3	0,06075	0,00032
100	958,4	0,05885	0,00028