



Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i
Aeroespacial de Castelldefels

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

TÍTULO DEL TFG: Desarrollo de un modelo de asignación flexible y dinámico de recursos en aerolíneas.

TITULACION: Grau en Enginyeria d'Aeroports

AUTOR: Ramon Pere Pitarque Labòria

DIRECTOR: Cesar Trapote-Barreira

DATA: 20 de Juliol del 2022

Resumen

Actualmente el sector del transporte aéreo está gobernado por una competencia feroz entre las distintas aerolíneas, que luchan para ganar cuota de mercado ofreciendo mejores conexiones a precios más asequibles. Esta competencia intensifica la búsqueda de métodos que permitan reducir costes para así poder ofrecer precios más bajos y mantener el atractivo de su oferta.

Con esta perspectiva nacieron las *operations research*. Las cuales se basan en la optimización y el estudio analítico de la estrategia y la planificación de la operativa de la aerolínea. Estas se expanden a todos los ámbitos de la planificación de las operaciones, y se analiza desde qué vuelos se volarán a qué tripulación volará cada vuelo, pasando por qué avión será destinado a la operación y qué rutas de vuelos seguirán los aviones.

Un modelo lo suficientemente realista que permita reducir costes en la operativa puede caracterizarse en este trabajo a partir de la modelización del retraso. Esta modelización permite estudiar con más detenimiento cómo el retraso repercute en la cuenta de resultados de una aerolínea. Se parte de datos empíricos que permiten determinar la distribución de probabilidad de los minutos de retraso y se termina mediante el uso de variables pseudoaleatorias simulando escenarios con distintos valores probabilísticos de estos retrasos. Estudiándose cómo repercuten en el coste operativo.

Además, se estudia la estrategia de colchones de tiempo o 'buffers' que utiliza la aerolínea Ryanair en cuanto a eficacia y se compara con el método propuesto

Title: Depelopement of a dynamic resource allocation model for airlines

Author: Ramon Pere Pitarque Labòria

Director: Cesar Trapote-Barreira

Date: July 20th 2022

Overview

The air transport industry is governed by fierce competition between the different airlines, which are fighting to gain market share by offering better connections at more affordable prices. This competition intensifies the search for methods to reduce costs in order to offer lower prices and maintain the attractiveness of their offer.

With this perspective, operations research was born. Operations research is based on the optimization and analytical study of the strategy and planning of the airline's operations. These expand to all areas of operations planning, and analyzes from which flights will be flown to which crew will fly each flight, including which aircraft will be assigned to the operation and which flight routes the aircraft will follow.

A model realistic enough to reduce costs in operations can be characterized in this work from the modeling of the delay. This modeling allows a more detailed study of how the delay affects the income statement of an airline. It starts with empirical data that allows determining the probability distribution of the minutes of delay and ends with the use of pseudo-random variables simulating scenarios with different probabilistic values of these delays. Studying how they affect the operating cost.

In addition, the strategy of time buffers used by the Ryanair airline is studied in terms of effectiveness and compared with the proposed method.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS	6
LISTA DE TABLAS	6
1. INTRODUCCION	7
2. ESTADO DEL ARTE	8
3. OPERATIONS RESEARCH	10
3.1. Flight Scheduling	11
3.2. Fleet Assignment	12
3.3. Aircraft Routing	13
3.4. Crew Scheduling	13
4. AIRCRAFT ROUTING	14
4.1. Definición del problema	14
4.2. Modelos existentes	15
Airport-Time graph routing problem	16
Modelo Combinatorio	17
5. ÁMBITO DE ESTUDIO	19
5.1. Tiempo de vuelo	19
5.2. Coste del vuelo	21
5.3. Retrasos.....	22
5.4. Coste de los retrasos	23
5.5. Resolución Aircraft routing.....	24
5.5.1. Acumulación de retrasos	25
5.5.2. Escenario 1. Programación con buffers	25
5.5.3. Escenario 2. Programación sin buffers.....	29
6. MODELO DE MITIGACIÓN DE RETRASOS	31
6.1. Ventanas temporales	32
6.2. Modelo y resultados.....	32
7. CONCLUSIONES	34
8. REFERENCIAS	36
APÉNDICE	39

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Operations research.....	11
Figura 2 Configuración punto a punto y Hub and Spoke	12
Figura 3 a. Vuelos a enlazar. b. Vectores de vuelos. c. Routing válido. (Parmentier, 2013)	15
Figura 4 Conjunto de noches en un equigrafo (Parmentier, 2013)	17
Figura 5 Distribución de probabilidad del tiempo real de vuelo entre el tiempo programado de vuelo	20
Figura 6 Distribución de probabilidad de los minutos de retraso por hora de vuelo	23
Figura 7 Retraso por longitud de ruta Escenario 1.	28
Figura 8 Retraso por longitud de ruta. Escenario 2	31

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Valores de la ratio tiempo real entre tiempo programado para distintos percentiles	21
Tabla 2 Coste del retraso por minuto (EUR)	23
Tabla 3 Programación con retrasos. Escenario 1	27
Tabla 4 Programación con retrasos. Escenario 2	30
Tabla 5 Primer filtraje de vuelos	33
Tabla 6 Filtraje definitivo de vuelos a reasignar.....	34
Tabla 7 Resumen de resultados.....	34

1. INTRODUCCION

Un rasgo característico de la industria del transporte aéreo es su constante crecimiento. Desde el año 1970 se ha promediado un crecimiento de un 4.4% interanual (Oxley and Jain, 2015), lo que resulta en un crecimiento del 220% a principios del 2015. Además, se prevé que el número de vuelos se incremente en un 44% entre el 2022 y el 2050 (EUROCONTROL, 2022). Una de las causas de este crecimiento continuado es la liberalización del sector que tuvo lugar a principios de 1970. Esta liberalización que propició la aparición de las llamadas aerolíneas *low cost*, que mediante las *operations research* han ido bajando los costes operativos, lo que les ha permitido bajar gradualmente los precios de los billetes. A esta bajada del precio se le suma el incremento de la calidad de vida y poder adquisitivo de la población.

Este incremento del tráfico obliga a las aerolíneas a ser más eficientes en la estrategia y la planificación de sus programaciones de vuelos, de modo que las *operation research* han ido tomando importancia en las aerolíneas hasta tal punto de dedicar departamentos enteros a este efecto.

Siguiendo la tendencia de optimización y reducción de costes en lo que concierne a este trabajo se va a tratar de dar una alternativa a la estrategia de buffers como método de absorción de retrasos, con el objetivo de reducir los períodos de inactividad del avión entre vuelo y vuelo. Dotando a los departamentos de operaciones de una herramienta más que utilizar, ya que, en un entorno tan competitivo, cualquier nueva herramienta es una ventaja.

También se estudiará el modelo de absorción de retrasos aplicado por la aerolínea Ryanair, con la intención de compararlo con el método desarrollado en este trabajo

Este estudio se realiza solucionando el problema del *aircraft routing*. Para ello se crea un algoritmo combinatorio que soluciona el problema mediante programación entera, con la cual se llega a una solución óptima en cuanto a coste de la programación. Esta programación se simula y se le añade un retraso modelado a partir de una base de datos de vuelos de la propia aerolínea Ryanair, siguiendo un método parecido al desarrollado en (Brueckner et al., 2022).

2. ESTADO DEL ARTE

Este apartado tiene como función hacer un repaso por la literatura existente, viendo en su detalle cómo han ido evolucionando a lo largo de la historia las distintas corrientes de investigación en la materia de las operaciones, la gestión y optimización de los recursos en la industria del transporte aéreo, a la cual nos referiremos con su término en inglés *Operations Research*.

El ámbito de las operaciones constituye un porcentaje elevado de la estructura de costes de una aerolínea, por lo que cabe a esperar que éste haya sido un ámbito extensamente estudiado a lo largo de los años. (Bazargan 2010) Hace un extenso análisis de las operaciones, distinguiendo dos grandes bloques: planificación y operación. Así mismo, ramifica cada una de las partes en una serie de planteamientos que permiten simplificar el cálculo resolviendo los planteamientos de una forma secuencial, definidos en el apartado 3. Por otro lado, según ha avanzado la capacidad computacional, han ido apareciendo modelos que combinan dos o más subproblemas, no obstante, en el ámbito de este TFG, nos centraremos en cada problema por separado.

El primero de los planteamientos, o subproblemas es el *flight scheduling*. (Yan and Young, 1996) y (Yan and Tseng, 2002) proponen generar un horario de vuelos en donde se especifica su origen, destino, hora de salida y hora de llegada, considerando también distintos aspectos de marketing como la demanda y el precio del billete. Este modelo es mejorado posteriormente por (Yan et al., 2007) y (Jiang and Barnhart, 2009), los cuales consideran la variabilidad de la demanda y la del precio del billete. Finalmente (Yan et al., 2008) presenta un modelo estocástico de demanda, capturando de un modo más realista las fluctuaciones de demanda y del mercado. No obstante, el modelo no es lo suficientemente robusto para ser utilizado en la industria. Siguiendo el hilo de desarrollo, (Lee et al., 2007), (Burke et al., 2010), y (Sohoni et al., 2011) proponen distintos métodos para mejorar la robustez de los modelos.

Las investigaciones en el segundo de los subproblemas, *fleet assignment*, empiezan en 1971. Como resultado, en (Abara, 1989) se desarrolla un modelo básico asumiendo que los mismos vuelos se repiten día a día, que las horas de salida de los vuelos son fijas y considerando un comportamiento determinista de la demanda. Esto hizo que el modelo fuera poco aplicable. (Desaulniers et al., 1997b) y (Rexing et al., 2000) siguen con la investigación y desarrollan unos modelos más aplicables introduciendo la flexibilidad en las horas de salida de los aviones.

A lo largo de los años van apareciendo nuevos estudios como (Jacobs et al., 2008) y (Dumas et al., 2009), donde intentan enfocarse en tener una mejor

caracterización de la demanda. Consideran un modelo estocástico de previsión de demanda y tienen en cuenta el efecto que tiene la red de vuelos sobre esta. (Rosenberger et al., 2004) y (Smith and Johnson, 2006) optan por el camino de la robustez en la solución del problema. Los modelos que proponen reaccionan excepcionalmente bien frente a interrupciones, no obstante, ambos fallan en considerar una hora de salida de las aeronaves fija.

Todos los modelos que se enfocan en el *fleet assignment* descritos anteriormente tienen en común el uso de una flota homogénea, ya que el utilizar una flota heterogénea incrementa la complejidad del problema y no se han realizado una gran cantidad de estudios con una flota heterogénea. Sin embargo, nos podemos referir a (Talluri, 1996) como ejemplo de un estudio que considera una flota variada.

El tercer subproblema, y en el que se centra este documento es el *aircraft routing*. Según podemos ver en la literatura, existen dos corrientes diferenciadas respecto a forma de plantear el problema: la primera opta por un planteamiento táctico mientras que la segunda se decanta por un planteamiento operacional. Estas dos corrientes no han coexistido en un período de tiempo concreto, sino que, por lo general se ha producido una transición del primero al segundo. Esto se debe a que, pese a que el enfoque táctico es válido para determinar rotaciones y asignar un avión a cada vuelo, pasa por alto los requerimientos operacionales y de mantenimiento de las aeronaves. (Kabbani and Patty, 1992), (Talluri, 1998), y (Mak and Boland, 2000).

El enfoque operacional, en cambio, se centra en generar una secuencia de rutas válidas para ser voladas por cada avión en concreto. Pudiendo así tener en cuenta todos los requerimientos de mantenimiento y operacionales. (Sriram and Haghani, 2003) y (Sarac et al., 2006), muestran modelos operacionales que funcionan bien en problemas a pequeña escala, pero al escalar el problema y trabajar con órdenes de magnitud similares a los que se manejan en la industria la complejidad y el tiempo de cálculo se incrementan exponencialmente. No es hasta (Başdere and Bilge, 2014) cuando se consigue desarrollar un método que consiga reducir los tiempos de cálculo, permitiendo resolver el *aircraft routing* a gran escala.

Finalmente se llega al último de los subproblemas, el *crew scheduling*. Se empezó resolviendo el problema utilizando una programación de vuelos de un solo día, asumiendo, igual que un gran número de estudios mencionados en los apartados anteriores, que los vuelos se repiten día a día. (Hoffman and Padberg, 1993) y (Barnhart et al., 1995). De nuevo, esta suposición alejaba los estudios de la realidad y dificultaba su aplicación en la industria. En su intento de mejorar la aplicabilidad de la solución, (Yan and Chang, 2002) considera un horizonte de tiempo de una semana, en el cual la programación de vuelos se repite semana

a semana. No obstante, ninguna de las dos propuestas consideraba que la hora de salida de los aviones puede variar en función de los retrasos u otras variables operativas. No fue hasta (Ehr Gott and Ryan, 2002) y (Schaefer et al., 2005), en que se desarrolló un modelo estocástico, que proporcionaba una solución aplicable gracias a su robustez y sencillez.

3. OPERATIONS RESEARCH

Las *operations research* han estado vinculadas a las aerolíneas desde los años 50 (Barnhart and Talluri 1997). Los modelos desarrollados han tenido un enorme impacto en la forma en que las aerolíneas han ido planeando y gestionando sus operaciones, haciéndose cada vez más sofisticados y complejos a medida que la tecnología permitía aumentar la capacidad de cálculo, lo que ha supuesto la creación de departamentos en las aerolíneas completamente dedicados a las operaciones, permitiendo ahorrar millones de euros.

Este proyecto se focaliza en la parte de la planificación de las operaciones, la cual se encarga de crear una red de aeropuertos a la que se dará servicio, definir cómo y cuándo se le dará servicio y qué recursos se utilizarán para dar servicio a dicha red. Dada la complejidad del problema, no existe un modelo de optimización que abarque todo el problema, sino que el problema se suele dividir en una serie de sub-problemas que se resuelven individualmente: (Bazargan 2010)

- *Flight Scheduling*: Define que mercados abastecer y con qué frecuencia, creando una red de aeropuertos interconectada con vuelos de un punto de la red a otro.
- *Fleet Assignment*: Asigna el tipo, o los tipos de avión que dará servicio a cada vuelo de la red.
- *Aircraft Routing*: Determina la ruta de vuelos que un avión debe cubrir en la red asegurando sus requisitos de mantenimiento
- *Crew Scheduling*: Asigna una tripulación a cada vuelo intentando minimizar los costes de tripulación y cumpliendo con los requisitos de descanso de las tripulaciones.

Actualmente, las aerolíneas resuelven el problema de la planificación operacional resolviendo secuencialmente los sub-problemas de los que se forma, lo que da lugar a una solución sub-óptima, pero que se considera válida. (Parmentier, 2013)

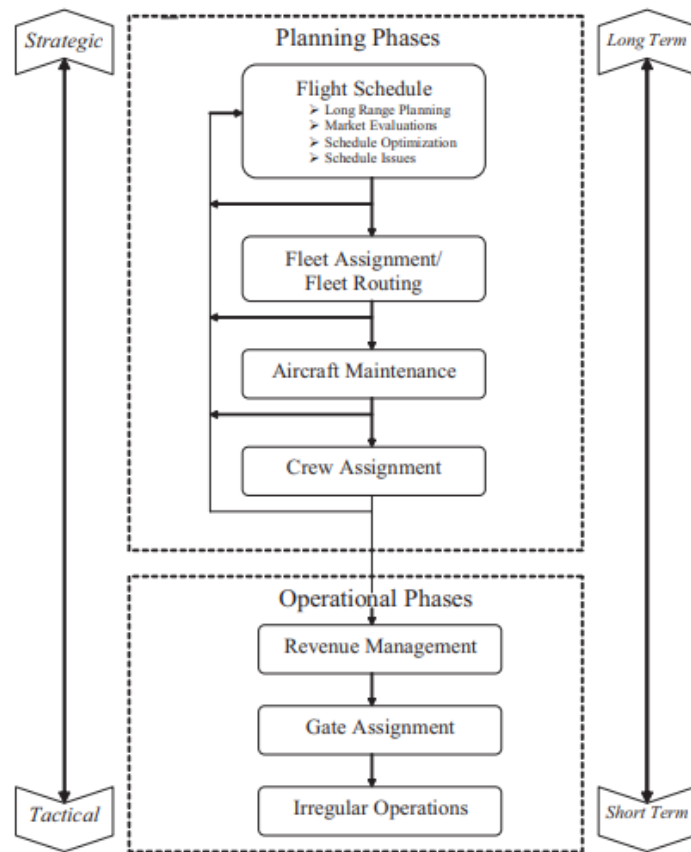


Figura 1 Operations research

3.1. Flight Scheduling

El *flight scheduling* es el inicio de la planificación de las operaciones (Barnhart 2008, Yu and Thengvall 2002), pues define la red sobre la que trabajarán los siguientes subproblemas. Se encarga de seleccionar los destinos a los que volar y las horas de salida de los aviones. Tal como se ha indicado en el estado del arte, actualmente las principales variables de decisión son las previsiones de demanda de determinadas rutas y el precio del billete, así como la disponibilidad de personal y la flota de la que se dispone, pues no todos los tipos de aeronaves pueden cubrir todos los tipos de rutas.

Existen distintas configuraciones de redes dependiendo de la aerolínea (Trapote, 2015). El modelo punto a punto (PP) forma una red de vuelos origen-destino sin escalas, conectando directamente un punto con otro. Es muy sensible a las variaciones de demanda y de flota de modo que la variable coste domina el problema.

Por otro lado, tenemos la configuración *Hub and Spoke*, que consiste en generalmente un, o dos aeropuertos principales (*Hub*) y una red de aeropuertos

secundarios (*spokes*) que abastecen al aeropuerto principal. En este tipo de red las aerolíneas suelen asignar una gran capacidad a vuelos directos entre *hubs*, ya sea propios o de otras aerolíneas, y aviones más pequeños a sus *spokes*. De este modo se centralizan las operaciones, permitiendo reducir el tamaño de la red comparado con el modelo punto a punto y reducir también el coste. A expensas de incrementar la incomodidad del pasajero.

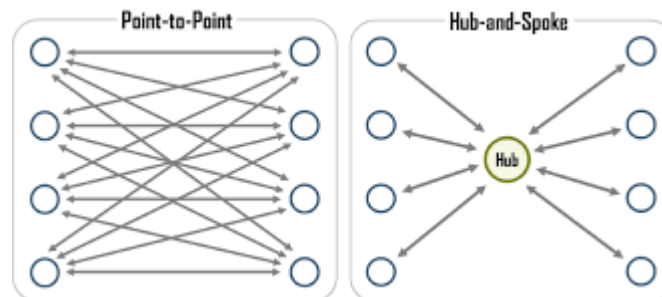


Figura 2 Configuración punto a punto y Hub and Spoke

Un parámetro clave que permite determinar la frecuencia de vuelos entre dos puntos es el factor de carga. (Bazargan 2010). Se define como el número de asientos ocupados entre el total de asientos disponibles, relacionando así demanda con capacidad. El factor de carga es inversamente proporcional a la frecuencia.

3.2. Fleet Assignment

Dado que las aerolíneas generalmente operan distintos modelos de aviones, este subproblema se resume en asignar cada modelo a la ruta que mejor encaje con las características técnicas y de capacidad del avión. Cada modelo de avión se traduce en unos costes operativos, mantenimiento, capacidad, tripulación, etc. distintos, por lo que elegir el modelo correcto es clave para el éxito de la operación. Las tendencias actuales muestran una apuesta por homogenizar el tipo de flota debido a la especialización de las aerolíneas en modelos muy concretos de red.

Actualmente el subproblema se aborda mediante la formulación de flujo "*multicommodity*". Los vértices representan la demanda la cual puede ser satisfecha con distintos tipos de avión en la flota. El modelo pretende minimizar el coste total asignando el tipo de avión que mejor encaja a cada vuelo, teniendo en cuenta los aviones de los que se dispone.

3.3. Aircraft Routing

Siguiendo con la resolución secuencial del problema principal, el *aircraft routing* se beneficia del resultado de los dos subproblemas anteriores para asignar cada avión individual a cada vuelo. Se forman rutas con el objetivo de minimizar el coste operativo garantizando que cada vuelo tenga asignado un solo avión, que la carga de trabajo se reparta entre todos los aviones de la flota, de modo que no haya aviones parados y que se satisfagan los requerimientos de mantenimiento definidos por la autoridad competente. El mantenimiento se realiza en ciertas bases adecuadas para ello, por lo que cada avión tiene que visitar una base de mantenimiento en intervalos regulares.

Generalmente este subproblema se suele dividir en dos. El primero resuelve las rotaciones de un día, y el segundo combina las rotaciones del primero para formar rutas de una semana o hasta de un mes respetando los requerimientos de mantenimiento.

Este subproblema se desarrolla más extensamente en el apartado 4.

3.4. Crew Scheduling

El último de los subproblemas consiste en asignar las tripulaciones que cubrirán las rutas determinadas por el *aircraft routing*. Es de largo el problema más complejo, pues existen un gran número de decisiones a considerar.

La tripulación constituye la segunda fuente de gastos en una aerolínea, justo por detrás del gasto en combustible, con la diferencia que el precio de las tripulaciones es controlable (Anbil, 1991). Por lo que un buen trabajo en la optimización de las tripulaciones significa un gran ahorro al final del ciclo.

El *crew Scheduling* se divide en dos partes debido a su complejidad, llamadas *crew pairing* y *crew rostering*, resueltos también secuencialmente. En el primero se generan emparejamientos, turnos de trabajo de diversos días de coste mínimo. Cumpliendo con los convenios laborales en vigor. La estructura de costes de cada emparejamiento es, en general, única, lo que añade más complejidad al problema. Esta se suele representar como una función no lineal del tiempo de vuelo, el tiempo total trabajado, el tiempo de descanso y el tiempo lejos de la base. El segundo combina el primero para formar horarios de trabajo de un mes de duración y los asigna a cada miembro de la tripulación, teniendo en cuenta cada petición particular.

4. AIRCRAFT ROUTING

4.1. Definición del problema

Axel Parmentier (Parmentier, 2013), define el *aircraft routing problem* como el problema de determinar cómo trazar rutas de aviones para cubrir cada vuelo con un y solo un avión, mientras se asegura que se cumplen los requerimientos de mantenimiento de los aviones.

El objetivo es determinar la secuencia de vuelos que va a seguir cada avión de una flota en un período de tiempo determinado.

La Federal Aviation Administration (FAA) impone distintos tipos de mantenimiento en los aviones, que se deben tener en cuenta a la hora de resolver el *aircraft routing problem*. Existen distintos tipos de mantenimiento en función de su objetivo, duración y frecuencia, llamados A, B, C y D. De todos ellos, únicamente el mantenimiento A se tiene que realizar frecuentemente (cada 65 horas de vuelo). Este consiste en una inspección visual de los principales sistemas de la aeronave y de no realizarse en el período de tiempo especificado, prohíbe volar a la aeronave. En la práctica, el mantenimiento tipo A se realiza mucho más frecuentemente, cada 35 a 40 horas. Asumimos que el mantenimiento se realiza por la noche (Feo and Bard 1989, Kabbani and Patty 1992, KALYAN T. TALLURI 1996) y tiene una duración aproximada de 5 horas, por lo que en el *Aircraft routing Problem* se considera que un avión tiene que pasar la noche en una base de mantenimiento cada D días.

El *aircraft routing problem* se soluciona en base a un horizonte de tiempo H , que puede ser un, dos, cuatro días, una semana, un mes, etc., discretizado en τ pasos por día. La red se compone de un conjunto de aeropuertos $\alpha \in \mathcal{A}$, algunos de ellos incluidos en el conjunto de bases de mantenimiento $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}$. Cada vuelo f se compone de dos instancias, una correspondiente a su salida $(\alpha_f^{dep}, t_f^{dep}, d_f^{dep})$ y otra que corresponde a su llegada $(\alpha_f^{arr}, t_f^{arr}, d_f^{arr})$. Además, se debe tener en cuenta el llamado 'turn around time' (TAT), que es el tiempo necesario para embarcar y desembarcar los pasajeros, limpieza, repostaje de combustible, etc. Para que se puedan encadenar dos vuelos, se tiene que cumplir que el tiempo estimado de salida t_f^{dep} sea igual al tiempo estimado de llegada del vuelo t_f^{arr} más el TAT. Para cada día $d \in [H - 1]$ corresponde un 'night set' Λ_d . Un vuelo f pertenece a un Λ_d si $d_{f_1}^{dep} \leq d$ y $d_{f_2}^{arr} > d$.

Una pareja de vuelos (f_1, f_2) pertenece a un Λ_d si el aeropuerto de salida del segundo es igual al aeropuerto de llegada del primero si $d_{f_1}^{arr} \leq d$ y $d_{f_2}^{dep} > d$.

Se define rotación σ como una lista de vuelos $\sigma = (f_1, f_2, \dots, f_p)$ tal que $\alpha_{f_i}^{arr} = \alpha_{f_{i+1}}^{dep}$ y $t_{f_i}^{arr} + TAT \leq t_{f_{i+1}}^{dep}$ para todo $i = 1, \dots, p - 1$.

El objetivo de la resolución del problema es cubrir todas las series de vuelos con vectores de vuelos viables.

El *routing* s es un conjunto de vectores de vuelos. Un routing es viable si todos los vectores de vuelos son viables, cada vuelo f está cubierto por únicamente un vector de vuelos.

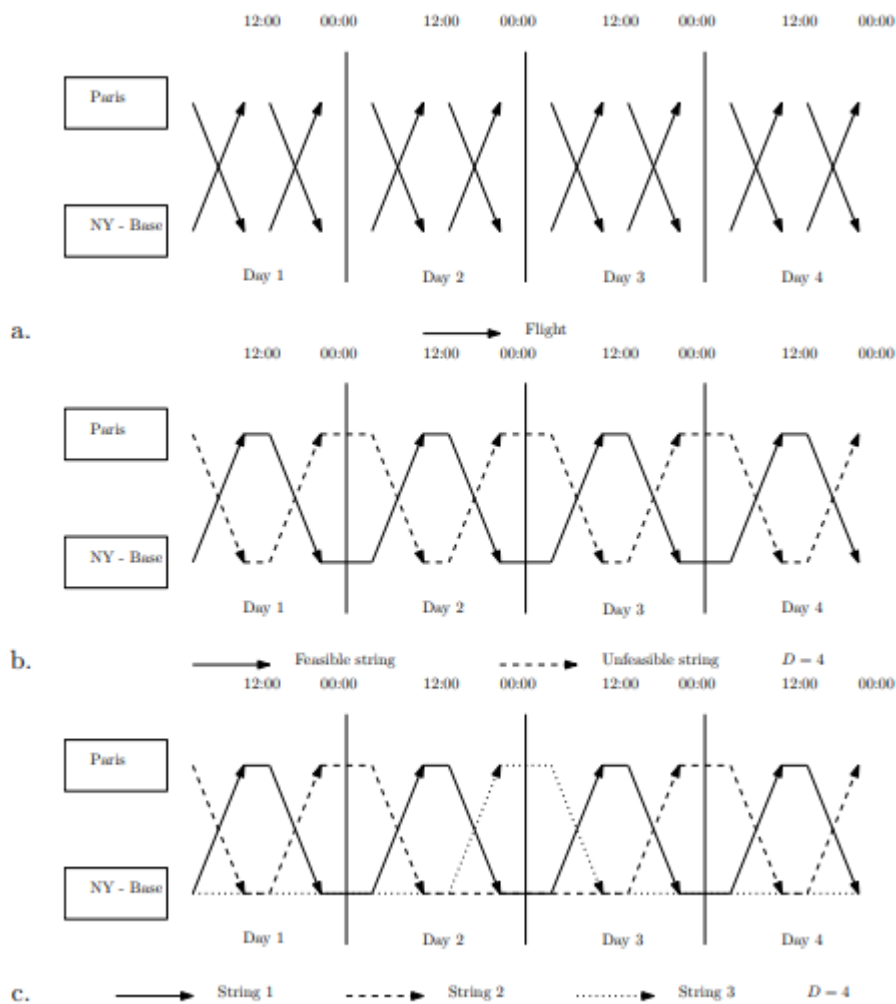


Figura 3 a. Vuelos a enlazar. b. Vectores de vuelos. c. Routing válido. (Parmentier, 2013)

4.2. Modelos existentes

A lo largo de la historia se han desarrollado distintos modelos para solucionar el *aircraft routing* debido a su complejidad y su alto coste computacional.

Uno de los modelos que más éxito está teniendo es el llamado *Airport-Time Graph*, basado en la teoría de grafos. Combina la relación espaciotemporal modelizando la red de vuelos espacial y creando sub-grafos temporales que permiten enlazar unos vuelos con otros. Además, ha resultado ser eficiente desde un punto de vista computacional, ya que a diferencia del segundo modelo que se expone en este trabajo, la programación combinatoria, la propia teoría de grafos ya dispone de algoritmos metaheurísticos eficientes de búsqueda de caminos válidos, llamados *greedy algorithms*. Los más utilizados en este tipo de problemas son el *Dijkstra's algorithm*, el *Prim's algorithm* o el *A* search algorithm*. (Talluri, 1998), (Mercier, 2007), (Parmentier, 2013), (Parmentier, 2016).

Airport-Time graph routing problem

Una forma modelar el *aircraft routing problem* es usar un Airport Time Graph. Los vértices del grafo en cuestión son las parejas (a, t) de un aeropuerto a en un tiempo t de modo que existe un vuelo f saliendo de a en t . Los arcos de un *Airport Time Graph* corresponden a los vuelos entre dos aeropuertos o a algunos *ground arcs* entre dos tiempos de salida sucesivos en un mismo aeropuerto. Si los *ground arcs* están definidos con la multiplicidad adecuada, podemos decir que una ruta es un camino desde una fuente a un sumidero en el *airport time graph*, y que el *aircraft routing problem* consiste en una partición de los arcos del airport time graph en caminos fuente a sumidero.

Definido $D = (V, A)$ como un grafo acíclico dirigido. Definimos también $\delta^-(v)$ como el conjunto de arcos entrando y $\delta^+(v)$ como el conjunto arcos saliendo del vértice v . $d^-(v) = |\delta^-(v)|$ y $d^+(v) = |\delta^+(v)|$ corresponde al grado de v . Un vértice v es una fuente si $\delta^-(v) = 0$, y es un sumidero si $\delta^+(v) = 0$. Los vértices del grafo V se dividen pues en tres grupos: las fuentes S , los sumideros T y los vértices internos I . Un camino $P \in G$ es un camino fuente a sumidero si empieza en una fuente y acaba en un sumidero. Un arco $a \in A$ está cubierto por un camino P si $a \in P$. Un conjunto de caminos \mathcal{P} es una partición de D si para cada arco existe solamente un camino $P \in \mathcal{P}$ tal que $a \in P$. En un grafo dirigido, un corte dirigido es un conjunto de arcos C tal que $C = \delta^-(U)$ para un conjunto de vértices U cumpliendo $\delta^+(U) = 0$. Además, C es un corte dirigido fuente a sumidero si $T \subseteq U$ y $S \subseteq V \setminus U$. Siendo $\delta^+(S)$ y $\delta^-(T)$ cortes dirigidos fuente a sumidero.

Dado un dígrafo acíclico $D = (V, A)$, una colección de cortes dirigidos $N_d = \delta^-(U_d)$ para $d \in [H]$ es un conjunto de noches si $U_{d+1} \subseteq U_d$ para todo $d \in [H - 1]$ y $U_H = T$ es un conjunto de sumideros.

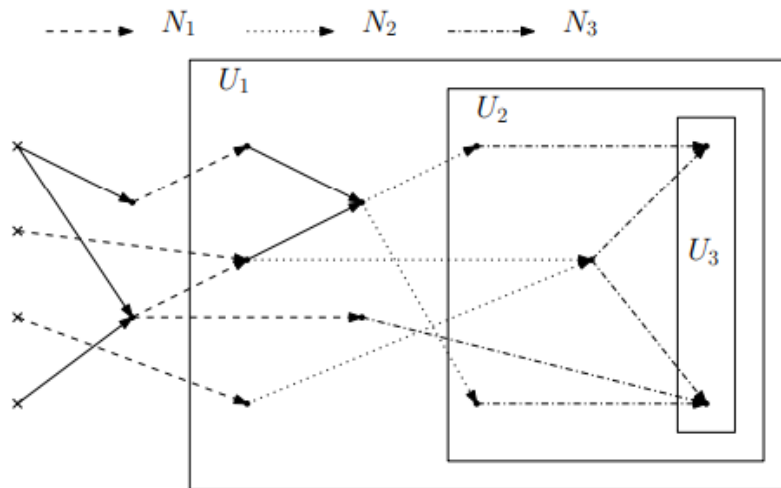


Figura 4 Conjunto de noches en un equigrafo (Parmentier, 2013)

El horizonte es el número de noches H . El día de un vertice $day(v)$ es el índice de la primera noche después de v : $day(v) = d$ si $v \in U_{d-1} \setminus U_d$. Además, el mantenimiento de las aeronaves se modela con el conjunto de arcos de mantenimiento M_d , de modo que $M_d \subseteq N_d$. N_d corresponde al número de arcos nocturnos.

Se define δ_{manint} como un entero llamado requerimiento de mantenimiento. Un camino P desde fuentes S a sumideros T cruza necesariamente por todas las noches N_d . Un camino viable dará lugar cuando se cruza un arco de mantenimiento como mínimo cada δ_{manint} noches.

Modelo Combinatorio

El modelo combinatorio es un modelo de naturaleza poco eficiente des del punto de vista del tiempo computacional ya que se basa en la combinación de un número de variables cumplan ciertos requisitos. Esta misma naturaleza hace entrever que cuanto mayor sea el número de variables, mayor será el tiempo de cálculo, aumentando exponencialmente. Contextualizando, este modelo resulta viable para una red de un tamaño pequeño o mediano, pero su rendimiento se degrada cuando se enfrenta grandes redes de conexiones propias de las grandes aerolíneas, tal como se ha comentado anteriormente en el estado del arte. No obstante, al ser un modelo heurístico, se obtiene una solución cercana a la solución óptima. Una línea de investigación interesante sería comparar la solución este modelo heurístico con los modelos metaheurísticos del apartado anterior.

Primero el modelo genera todas las rutas posibles en todos los puntos de la red. Una ruta j se compone de una serie de vuelos $j = (f_1, f_2, \dots, f_p)$ tal que $\alpha_{f_i}^{arr} = \alpha_{f_{i+1}}^{dep}$ y $t_{f_i}^{arr} + TAT \leq t_{f_{i+1}}^{dep}$ para todo $i = 1, \dots, p - 1$. El total de rutas posibles depende del tamaño de la red. Para reducir la complejidad del problema, se suelen adoptar medidas para reducir el número total de rutas. Un clásico es asumir que la programación de vuelos se repite cada un determinado número de días, definiendo un ciclo en el que el avión termina en el mismo aeropuerto que empezó el ciclo. No obstante, mediante esta suposición el modelo se desvía de la realidad y es limitante, pues reduce las posibilidades de ofertar los vuelos que cumplan con ella. Las aerolíneas suelen hacer planes mensuales de rotaciones, en donde no necesariamente una ruta empieza y acaba en el mismo aeropuerto.

Una vez encontradas las rutas, se define la variable de decisión, que toma los valores 0 o 1 según:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{si la ruta } k \text{ es seleccionada} \\ 0, & \text{si no es seleccionada} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$j = 1, \dots, J \quad (4.2)$$

Siendo J el número de rutas posibles.

Dado que el objetivo de este *routing* es minimizar el coste, se hace necesaria una expresión que describa el coste de cada una de las rutas. (Trapote, 2015) propone considerar el coste de cada ruta como la suma del coste operativo más el coste de propiedad, de la siguiente forma:

$$c_j = \sum_{i \in I_j} (c_{K,i} + c_{M,i} + c_{N,i}) + t_c \hat{c}_{W,j} \quad (4.3)$$

En un conjunto de rutas J , el coste operativo de cada ruta j se traduce como la suma de los costes variables: combustible ($c_{K,i}$), mantenimiento ($c_{M,i}$) y navegación ($c_{N,i}$), los cuales se definen en el apartado 5.2 y son característicos de cada vuelo de la ruta j ($\forall i \in I_j$, donde I_j es el conjunto de vuelos de la ruta j) más el coste de la propiedad del aparato asignado a la ruta j por unidad de tiempo ($\hat{c}_{W,j}$), durante un período t_c .

Finalmente, el coste y la variable decisión constituyen el siguiente modelo:

$$\text{Min } Z = \sum_j c_j x_j \quad (4.4)$$

Sujeto a:

$$\sum_j u_{i,j} x_j = 1 \quad \forall i = 1, \dots, I \quad j = 1, \dots, J \quad (4.5)$$

$$\sum_j x_j \leq B \quad \forall j = 1, \dots, J \quad (4.6)$$

Donde $u_{i,j}$ es 1 si el vuelo i está asignado a la ruta j y es 0 si no lo está, asegurando que cada vuelo solo puede ser volado una vez por un solo avión. Evitando así repeticiones de vuelos, ya que no tendría demasiado sentido volar un mismo vuelo con dos aviones distintos. Además, asegura también que los vuelos serán asignados como mínimo una vez. B constituye el número de aviones del mismo tipo en la flota, por lo que esta restricción asegura que no se asignen más aviones que los que hay disponibles.

5. ÁMBITO DE ESTUDIO

Este estudio no se limita a dar una solución al *aircraft routing problem*, sino que pretende estudiar cómo se ven afectados los costes operativos cuando se introduce el retraso en el sistema. En otras palabras, se intenta reproducir un modelo realista basándose en los comportamientos estocásticos que rigen la operativa de la aerolínea. Además, pretende aportar una solución en forma de cortes temporales y reasignaciones ad hoc. Para ello se va a utilizar una base de datos de la aerolínea Ryanair (Flightradar, 2021). Va a ser necesario caracterizar variables como el tiempo de vuelo, el retraso, los costes, etc. mediante modelos estadísticos.

La base de datos recoge los vuelos de toda la red de Ryanair y sus operadores desde el 01/10/2019 al 19/09/2020, con una muestra de 379400 vuelos después de realizar las adecuaciones necesarias y descartar valores anómalos

5.1. Tiempo de vuelo

Se considera tiempo de vuelo al tiempo que transcurre desde que se quitan las cuñas a un avión en un aeropuerto A hasta que le ponen las cuñas al mismo avión en el aeropuerto B. Siguiendo esta definición se puede llegar a calcular el tiempo de vuelo programado siguiendo la ecuación 5.1, siendo STD la hora programada de salida del aeropuerto A y STA la hora programada de llegada al aeropuerto B.

$$\text{tiempo de vuelo programado} = STA - STD \quad (5.1)$$

Las aerolíneas suelen añadir buffers de tiempo en la programación de forma estratégica para mitigar el impacto de los retrasos en las rutas, de modo que, si un vuelo se retrasa, tiene un margen de tiempo que permite reducir, o eliminar, el retraso acumulado. Ryanair no solo no es una excepción, sino que analizando la base de datos se puede observar que existe una disparidad entre el tiempo de vuelo programado y el tiempo de vuelo real, por lo tanto, se puede confirmar la existencia de buffers. En (Brueckner et al.,2021) se analiza detalladamente el impacto de los buffers en la programación.

De media, se vuelan 0.8 minutos reales por cada minuto programado, lo cual demuestra que se utilizan percentiles conservadores para mitigar los retrasos. El tiempo de vuelo sigue distribuciones estadísticas por lo que se puede representar como un ratio real-programado medio μ_{t_F} y una desviación estándar σ_{t_F} , considerando $N(\mu_{t_F}, \sigma_{t_F})$ la distribución del tiempo real entre el tiempo programado se rige por $N(0.803,0.155)$

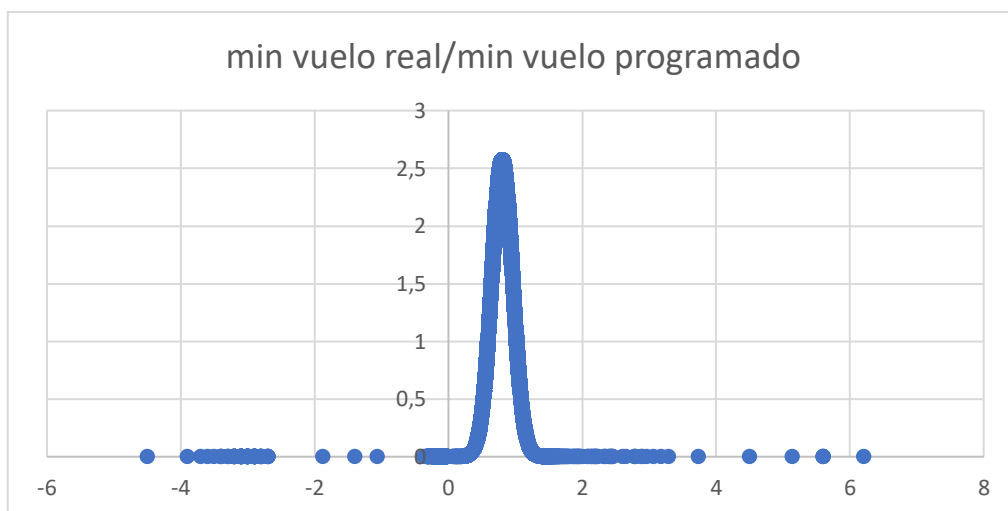


Figura 5 Distribución de probabilidad del tiempo real de vuelo entre el tiempo programado de vuelo

Se define un *tiempo de vuelo de diseño* que se tomará como el tiempo de vuelo a tener en cuenta en la programación y en el posterior *routing*. Este se calcula como un percentil de la distribución de tiempo de vuelo. En este caso, al tener la distribución del tiempo real entre el tiempo programado, el valor de este percentil se va a tener que multiplicar por el tiempo programado en cada vuelo de la forma:

$$t_{vdi} = \% \frac{\text{tiempo real}}{\text{tiempo programado}} (STA - STD) \quad (5.2)$$

En que t_{vdi} es el tiempo de vuelo de diseño del avión i .

La siguiente tabla muestra los valores de la ratio para distintos percentiles:

Percentil (%)	Tiempo real/Tiempo programado
70	0,861538
75	0,873684
80	0,886667
85	0,902857

Tabla 1 Valores de la ratio tiempo real entre tiempo programado para distintos percentiles

5.2. Coste del vuelo

El coste de cada vuelo se estima basándose en el modelo que recopila (Trapote, 2015, Appendix 1). En él se hace un trabajo estadístico sobre los costes operativos que exponen Cook (2011) y Belobaba (2007). De un modo resumido, el autor consigue relacionar los costes directamente con la capacidad del avión y el tiempo de vuelo con un modelo lineal.

Si se considera el coste de un vuelo tal como la ecuación 4.3, los distintos costes desglosados se calculan como:

$$c_K = p_K(-1868.16 + 29.59q)t_F \quad (5.3)$$

$$c_M = (208.82 + 3.7236q)t_F \quad (5.4)$$

$$t_C \hat{c}_W = c_W = -879.99 + 53.702q \quad (5.5)$$

$$c_N = 2144\text{€/vuelo} \quad (5.6)$$

En donde q y t_F son la capacidad del aparato y el tiempo de vuelo respectivamente. q será constante en todos los vuelos, ya que el tipo de avión es el mismo en todos. t_F tendrá un valor único para cada vuelo, la base de datos proporciona este valor. Por otro lado, p_K constituye el precio del combustible. Se ha estudiado poder considerar un valor actual del precio del combustible, no obstante, este ha aumentado un 130% respecto 2015 y ha desequilibrado el balance de costes considerado en el estudio de Trapote. Se decide considerar el mismo valor del precio del combustible $p_K = 0.6\text{€/kg}$ para mantener la veracidad del estudio. El *routing* se resuelve en horizonte un día por lo que $t_C = 1 \rightarrow t_C \hat{c}_W = c_W$ resulta el coste sobre la propiedad del activo durante un día.

5.3. Retrasos

Los retrasos suponen un gran problema tanto para los pasajeros como para las aerolíneas alrededor del mundo, suponiendo una insatisfacción a nivel de los primeros y un incremento considerable del coste operativo para las segundas.

No obstante, tal y como se observa en el apartado anterior, Ryanair sigue una estrategia de buffers eficiente de modo que el retraso es absorbido, en el peor de los casos, en tierra. Un gran espaciado en la programación les permite trabajar de forma holgada y prácticamente sin repercusión sobre la percepción del pasajero. El análisis del retraso por hora de vuelo confirma lo dicho anteriormente, con una media de retraso negativo, es decir, el avión llega antes de la hora programada. Igual que con el tiempo de vuelo, el tiempo de retraso se puede ver desde un punto de vista estadístico, de modo que sigue la forma $N(\mu_R, \sigma_R) = N(-4.52, 20.82)$ minutos de retraso por hora de vuelo.

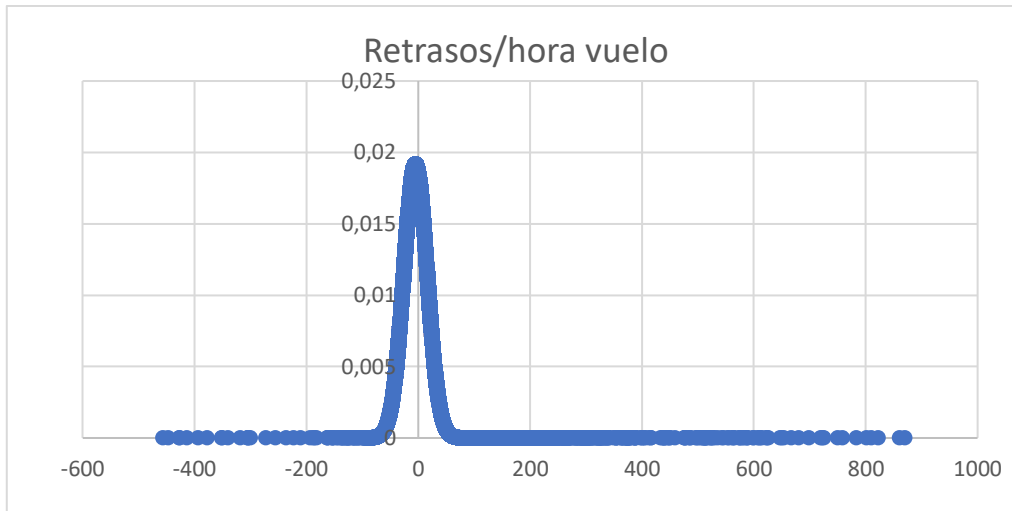


Figura 6 Distribución de probabilidad de los minutos de retraso por hora de vuelo

5.4. Coste de los retrasos

Los retrasos incrementan el coste de operación de una red, dado que se tienen, según las estrategias que determine una aerolínea, estos provocan que tenga que movilizar más recursos, ampliar el período de trabajo de los existentes o incluso ambos. (Eurocontrol, 2015) resume, *grosso modo*, en una tabla el coste directo que le representan los retrasos a una aerolínea, en EUR por minuto de retraso.

	Delay cost per minute (€)	
	Tactical with network effect (includes reactionary delay)	Ground
	Airborne	69.2
Strategic (buffer built into schedule)	Ground	16.7
	Airborne	51.0

Tabla 2 Coste del retraso por minuto (EUR)

Para retrasos no planeados, se considera al coste para la aerolínea que producen los retrasos como la suma del coste fijo de operación más los costes variables, que dependen del tiempo de vuelo y del retraso acumulado.

$$C_{o_Retrasos} = C_o t_v + C_r t_r \quad (5.7)$$

Donde t_v es el tiempo de vuelo real del avión, t_r es el retraso acumulado al final de la ruta y el coste operativo.

5.5. Resolución Aircraft routing

Para poder estudiar el comportamiento del sistema frente a disrupciones, retrasos y dinamismos es necesario solucionar el *Aircraft Routing Problem*.

En este caso particular se parte de una muestra de la base de datos de la aerolínea Ryanair mencionada anteriormente. De entre todos los vuelos, se escoge el día 20 de julio de 2020 y se discriminan las entradas, incompletas, con errores o incoherentes. Se ajustan las zonas horarias a GMT+00 y se limpian eliminando datos innecesarios.

Una vez hecho el primer procesamiento de los datos, se obtiene un fichero con un total de 931 vuelos a 158 destinos distintas, en donde en cada entrada se especifica el vuelo, el origen, el destino, el tiempo real de vuelo, las horas de salida y llegada real y programada y el coste de cada vuelo.

En este estudio opta resolver el *Aircraft Routing* por el modelo de programación combinatoria, es decir, se priorizan la exactitud de los resultados aplicando un modelo heurístico, asegurando que la solución es óptima. La principal razón de esta decisión recae en la importancia de eliminar el error. El *routing* es un paso intermedio en el desarrollo de este trabajo, cosa que hace que los errores producidos en este paso se propaguen y distorsionen la validez de los resultados.

Al simular el *Aircraft Routing* considerando los 931 vuelos mencionados anteriormente mediante el método de programación combinatoria se generan un total de 83,258 combinaciones de vuelos distintas, que una vez optimizadas mediante el procedimiento también descrito anteriormente dan como resultado un total de 218 rutas distintas con un coste operativo de EUR 9,184,928.

Cabe destacar que en este trabajo se considera una programación de vuelos de un solo día, de modo que los requisitos de mantenimiento no son considerados en la resolución del *routing*. El objetivo es estudiar cómo reacciona la red frente a los retrasos y proponer un modelo alternativo a los buffers para mitigar las afectaciones que producen. Es por eso por lo que el impacto del mantenimiento en la línea de estudio es superflua y despreciable.

5.5.1. Acumulación de retrasos

Los retrasos tienen un fuerte impacto en el problema del *aircraft routing*, pues una hora de salida tardía que el avión no es capaz de absorber durante el vuelo produce un efecto domino que se va propagando a todos los vuelos que el avión tiene asignados ese día, produciendo un alargamiento de la jornada, tanto del propio aparato como de la tripulación. Con los sobrecostes que eso conlleva, por lo que en este modelo consideramos el retraso en la hora de llegada.

En este estudio se intentará dar forma al retraso y su afectación, siendo el coste producido por estos retrasos la forma de medir dicha afectación. Se considerarán dos escenarios.

La variable principal que definirá los dos escenarios que se considerarán es el buffer. En el primer escenario el buffer programado por Ryanair se mantiene, por lo que, *a priori*, se podrá comprobar la solidez de dichos buffers. En el segundo escenario, se eliminarán los buffers, manteniendo el mismo número de vuelos, pero comprimiendo la programación. Al mismo tiempo, se propondrá un modelo de reasignación dinámica de recursos que intentará asumir los retrasos mediante reasignaciones en la programación de los vuelos.

5.5.2. Escenario 1. Programación con buffers

La idea principal es mantener la programación original de la base de datos de Ryanair. Para ello se decide no modificar la hora programada de salida de los vuelos (STD). No obstante, con el objetivo de facilitar la identificación de los buffers, la hora programada de llegada se modifica ajustándola a el tiempo de vuelo de diseño calculado anteriormente. En este estudio se elige utilizar un percentil 80% (0.88667 real/programado) para determinar el tiempo de vuelo de diseño:

$$STA_{diseño,i} = STD_i + t_{vd_i} \quad (5.8)$$

$$t_{vd_i} = 0.88667 * (STA_i - STD_i) \quad (5.9)$$

De este modo en una ruta, el vuelo tiene una hora de llegada que se ajusta a su tiempo real de vuelo (tiempo de diseño), siendo siempre este tiempo de vuelo real inferior al tiempo de vuelo programado ($STA_{diseño,i} < STA_i$), por lo que se crea un buffer que permite absorber un posible retraso, hasta un cierto punto.

Con estos valores de entrada, se ha resuelto el *aircraft routing*. A continuación, se modela el retraso y se 'vuelan' las rutas resultantes.

El retraso se añade a cada vuelo mediante el tiempo de vuelo. Se parte de la distribución de tiempo de vuelo real entre tiempo de vuelo programado, concretamente de su distribución de probabilidad ($N(0.803,0.155)$). Siguiendo esta distribución de probabilidad, el algoritmo presentado en el **Apéndice 1** asigna un valor de la ratio entre el tiempo de vuelo real y el tiempo de vuelo programado aleatorio a cada vuelo, que luego se multiplica por el tiempo de vuelo programado de cada vuelo, de la misma forma en la que se ha modelizado el tiempo de vuelo de diseño. De forma que unos vuelos llegan antes de tiempo y otros, se retrasan, distorsionando la programación.

Ruta	Vuelo	Origen	Destino	STD (h)	STA (h)	ATA (h)	ATD (h)	T _v (h)	retraso salida (min:seg)	retraso llegada (min:seg)
286	805	'Cologne (CGN)'	'Palma de Mallorca (PMI)'	4:00	5:59	4:00	5:55	1:55	00:00	-04:32
286	462	'Palma de Mallorca (PMI)'	'Viena (VIE)'	7:35	9:39	7:35	10:15	2:40	00:00	36:13
286	300	'Viena (VIE)'	'Palma de Mallorca (PMI)'	10:30	12:38	10:40	12:30	1:50	10:21	-07:44
286	301	'Palma de Mallorca (PMI)'	'Memmingen (FMM)'	14:00	15:46	14:00	15:48	1:48	00:00	01:54
286	302	'Memmingen (FMM)'	'Palma de Mallorca (PMI)'	16:25	18:11	16:25	18:01	1:36	00:00	-10:20

286	555	'Palma de Mallorca (PMI)'	'Valencia (VLC)'	20:30	21:23	20:30	21:22	0:52	00:00	-00:58
287	908	'Pisa (PSA)'	'Alghero (AHO)'	4:15	5:12	4:15	4:51	0:36	00:00	-21:26
287	909	'Alghero (AHO)'	'Pisa (PSA)'	5:50	6:43	5:50	6:40	0:50	00:00	-02:40
287	689	'Pisa (PSA)'	'Trapani (TPS)'	8:30	9:49	8:30	9:52	1:22	00:00	03:10
287	779	'Trapani (TPS)'	'Bologna (BLQ)'	11:55	13:19	11:55	13:11	1:16	00:00	-07:59
287	887	'Bologna (BLQ)'	'Odesa (ODS)'	14:25	16:38	14:25	16:17	1:52	00:00	-20:51
287	888	'Odesa (ODS)'	'Bologna (BLQ)'	17:30	19:43	17:30	19:31	2:01	00:00	-11:52
288	14	'Sofia (SOF)'	'Milan (BGY)'	3:30	5:16	3:30	4:27	0:57	00:00	-48:53
288	746	'Milan (BGY)'	'Palermo (PMO)'	6:40	8:04	6:40	8:14	1:34	00:00	10:24
288	747	'Palermo (PMO)'	'Venice (VCE)'	8:50	10:14	8:50	10:11	1:21	00:00	-02:51
288	748	'Venice (VCE)'	'Palermo (PMO)'	10:50	12:09	10:50	12:10	1:20	00:00	00:12
288	749	'Palermo (PMO)'	'Rome (FCO)'	13:30	14:36	13:30	14:37	1:07	00:00	01:23
288	750	'Rome (FCO)'	'Palermo (PMO)'	15:20	16:26	15:20	16:23	1:03	00:00	-02:54
288	918	'Palermo (PMO)'	'Turin (TRN)'	18:30	19:58	18:30	20:12	1:42	00:00	13:42

Tabla 3 Programación con retrasos. Escenario 1

En la tabla 3 se muestran las últimas tres rutas que se simulan en el escenario, las más largas y, por ende, son *a priori* las rutas en las que es más probable que se acumulen retrasos. Simplemente por la sucesión de más vuelos consecutivos.

Se puede observar, en general, no hay retraso. Un retraso negativo se considera no retraso ya que el avión llega antes de tiempo. En el vuelo 300 se observa un pequeño retraso de 10 minutos y 21 segundos en la hora de salida, que viene derivada de un retraso en el vuelo predecesor en la ruta, el vuelo 462, que llega a destino con 36 minutos y 13 segundos de retraso. No obstante, el vuelo posterior, el vuelo 300, llega antes de tiempo, consiguiendo absorber todo el retraso producido en la salida a través del tiempo de vuelo, el cual en la fase estratégica se había calculado con un buffer de tiempo. Es este buffer el que permite parar la propagación de los retrasos. El mismo ejemplo se puede encontrar en los vuelos 746 y 747, donde el primero llega con retraso, pero éste se absorbe en el buffer y el vuelo 747 sale a la hora indicada en la programación.

Es destacable remarcar que, en este escenario en concreto, cuantos más vuelos tenga una ruta en concreta, más retraso podrá acumular y más retrasos podrá absorber. De forma que siempre se mantiene un equilibrio que permite que el cómputo total del retraso se mantenga negligible.

La programación de entrada en este apartado corresponde, como ya se ha comentado anteriormente, a la programación de Ryanair, por lo que a partir de los resultados de la simulación se puede llegar a valorar la eficiencia Ryanair en sus programaciones de vuelos. Queda definida la estrategia de la aerolínea en cuanto a buffers se refiere. No obstante, las rutas más cortas pierden esas oportunidades de absorber retrasos, tal y como se observa en los resultados. Si se calcula el retraso total acumulado al final de cada ruta se obtienen un total de 17 horas y 21 minutos de retraso, las cuales repercutirán en el coste operativo.

Al simular un escenario real, las decisiones se toman en un ambiente táctico, no estratégico, por lo que el coste del retraso será de 62.9 EUR/min. Si se toma este coste del retraso como referencia y siguiendo las ecuaciones 4.3 y 5.7 se obtiene un coste operativo total EUR 10,132,000. El cual resulta un 12% superior al coste inicial previsto por el *routing*.

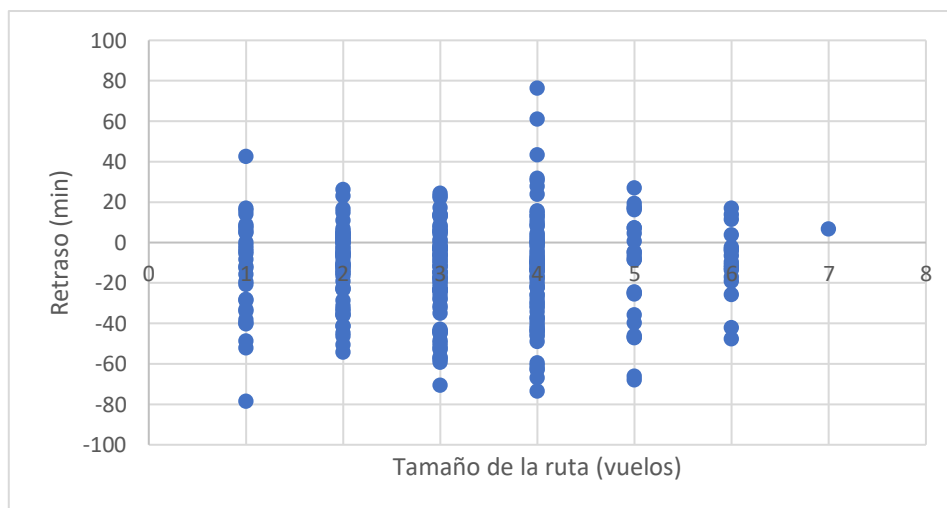


Figura 7 Retraso por longitud de ruta Escenario 1.

La figura 7 permite un análisis más detallado de los retrasos en las rutas. Disgrega por rutas de distintos vuelos y plasma, por rutas de igual cantidad de vuelos, el retraso de cada una de ellas. Las rutas de cuatro vuelos son, en general, las que más retraso acumulan y las que tienen valores puntuales más

altos, tanto positivos como negativos. La principal razón recae en que la propia ruta cuenta con suficientes vuelos para generar un retraso acumulado significativo, pero no lo bastantes que aporten suficientes buffers para absorber este retraso acumulado. Se observa una tendencia a la baja tanto para rutas menores a cuatro vuelos como para rutas superiores a cuatro vuelos.

5.5.3. Escenario 2. Programación sin buffers

En este caso se pretende comprimir la programación, con la intención de eliminar los buffers y así hacerla más sensible a los retrasos y observar su impacto en la operativa. Se decide, partiendo del *routing* anterior, imponer la condición:

$$STD_i = STA_{i-1} + TA \quad (5.10)$$

Siendo STD_i el tiempo programado de salida del vuelo i , STA_{i-1} el tiempo programado de llegada del vuelo anterior y TAT el tiempo de escala (Turn-Around Time). De este modo eliminamos la capacidad de las rutas de absorber retrasos.

La forma de proceder en este escenario será mantener el esquema del *routing* del escenario 1, asignando a cada ruta ya creada unas nuevas STD y STA siguiendo la relación que se muestra en la ecuación 5.10 y encadenándola en todos los vuelos de dicha ruta. El retraso sigue la misma distribución de probabilidad que en el escenario 1, no obstante, en este caso el tiempo de vuelo programado y el tiempo de vuelo de diseño coinciden, por construcción. Así pues, se modela con una distribución de probabilidad $N(1,0.155)$, manteniendo la desviación estándar.

Ruta	Vuelo	Origen	Destino	STD (h)	STA (h)	ATA (h)	ATD (h)	T _v (h)	retraso salida (min:seg)	retraso llegada (min:seg)
286	805	'Cologne (CGN)'	'Palma de Mallorca (PMI)'	4:00	5:59	4:00	5:55	1:55	00:00	-04:40
286	462	'Palma de Mallorca (PMI)'	'Viena (VIE)'	6:24	8:28	6:24	8:24	2:00	00:00	-03:56
286	300	'Viena (VIE)'	'Palma de Mallorca (PMI)'	8:53	11:02	8:53	10:18	1:24	00:00	-43:55

286	301	'Palma de Mallorca (PMI)'	'Memmingen (FMM)'	11:27	13:13	11:27	13:01	1:33	00:00	-12:47
286	302	'Memmingen (FMM)'	'Palma de Mallorca (PMI)'	13:38	15:25	13:38	15:02	1:23	00:00	-23:00
286	555	'Palma de Mallorca (PMI)'	'Valencia (VLC)'	15:50	16:43	15:50	16:40	0:50	00:00	-03:11
287	908	'Pisa (PSA)'	'Alghero (AHO)'	4:15	5:12	4:15	5:17	1:02	00:00	04:42
287	909	'Alghero (AHO)'	'Pisa (PSA)'	5:37	6:30	5:42	6:48	1:05	04:42	17:16
287	689	'Pisa (PSA)'	'Trapani (TPS)'	6:55	8:15	7:13	8:55	1:42	17:16	39:32
287	779	'Trapani (TPS)'	'Bologna (BLQ)'	8:40	10:04	9:20	10:42	1:22	39:32	38:01
287	887	'Bologna (BLQ)'	'Odesa (ODS)'	10:29	12:42	11:07	13:14	2:06	38:01	31:24
287	888	'Odesa (ODS)'	'Bologna (BLQ)'	13:07	15:20	13:39	16:09	2:29	31:24	48:17
288	14	'Sofia (SOF)'	'Milan (BGY)'	3:30	5:16	3:30	5:24	1:54	00:00	08:05
288	746	'Milan (BGY)'	'Palermo (PMO)'	5:41	7:05	5:49	7:23	1:34	08:05	18:06
288	747	'Palermo (PMO)'	'Venice (VCE)'	7:30	8:54	7:48	9:23	1:34	18:06	28:16
288	748	'Venice (VCE)'	'Palermo (PMO)'	9:19	10:39	9:48	10:49	1:01	28:16	09:56
288	749	'Palermo (PMO)'	'Rome (FCO)'	11:04	12:11	11:14	12:26	1:12	09:56	15:31
288	750	'Rome (FCO)'	'Palermo (PMO)'	12:36	13:42	12:51	13:57	1:05	15:31	14:34
288	918	'Palermo (PMO)'	'Turin (TRN)'	14:07	15:36	14:22	15:40	1:18	14:34	04:06

Tabla 4 Programación con retrasos. Escenario 2

La tabla 4 representa las tres últimas rutas de la programación del mismo modo que la tabla 3. No obstante, en este escenario los resultados son radicalmente distintos. Al haber eliminado los buffers el único mecanismo que absorbe retraso es el tiempo de vuelo, por lo que, si el tiempo de vuelo real es inferior al tiempo de vuelo de diseño, va a absorber el posible retraso acumulado, pero si el tiempo de vuelo real es superior al tiempo de vuelo programado, actúa en sentido opuesto creando retraso, el cual se va propagando y afectando a toda la ruta.

Pongamos el ejemplo de la ruta 287. El primer vuelo de la ruta, el vuelo 908 sale sin retraso al ser el primer vuelo del día y llega con un retraso de 4 minutos y 42 segundos. Al contrario de lo que sucedía en el escenario 1, este retraso no se

puede absorber y se trasmite al siguiente vuelo. Por consiguiente, el vuelo 909 despegar con 4 minutos y 42 segundos de retraso. Este escenario se repite en cada vuelo consecutivo, arrastrando y acumulando los retrasos de todos los vuelos anteriores. La ruta termina con 48:17 minutos de retraso. La ruta termina con 48 minutos y 17 segundos de retraso.

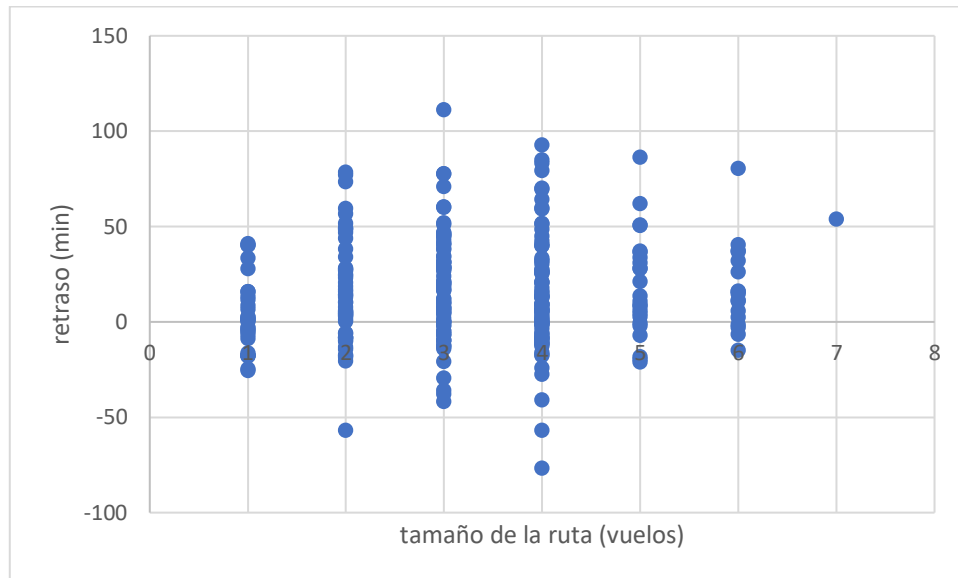


Figura 8 Retraso por longitud de ruta. Escenario 2

La distribución de retrasos por tamaño de la ruta de la figura 8 muestra que la mayoría de rutas se ven afectadas por algún tipo de retraso. En general el retraso aumenta, debido a que no existen buffers que lo absorban. En concreto el retraso total acumulado al volar todas las rutas es de 93 horas y 10 minutos, que con un coste de 62.9 EUR/min de retraso se traducen en un coste total operativo de EUR 11,037,000. Lo cual supone un incremento de un 21% respecto el coste de la planificación inicial.

6. MODELO DE MITIGACIÓN DE RETRASOS

En este apartado se propone un modelo de mitigación de retraso que intentará reducir el retraso de las rutas y por ende los costes de este. El modelo se basa en el empleo de ventanas temporales que permitan flexibilidad a la hora de reasignar los vuelos de las rutas afectadas sin perjudicar en exceso a las tripulaciones, la planificación de las cuales se verá afectada.

6.1. Ventanas temporales

El modelo de mitigación de retrasos que se desarrolla en este trabajo implementa el uso de ventanas temporales, las cuales tienen la función de reducir la brusquedad con la que las tripulaciones se tienen que adaptar a una nueva programación. El modelo propuesto impacta directamente sobre la programación diaria de las tripulaciones, por lo que es necesario tenerlas en cuenta. El mismo modelo puede ser utilizado sin ventanas temporales, no obstante, el impacto que tiene sobre las tripulaciones hace que repercuta negativamente en la *quality life* del personal, provocando la aparición de nuevos conflictos con sindicatos y representantes de los trabajadores.

Con tal de evitar esta situación, se propone una ventana temporal de 2 horas en la que se empezarán a aplicar cambios, dando un suficiente espacio de tiempo a las tripulaciones para ser reasignados a nuevos vuelos.

6.2. Modelo y resultados

El modelo consiste en una monitorización del estado de las rutas, midiéndose el retraso acumulado al final de cada una de ellas. Este retraso se compara con un umbral; si el retraso inferior al umbral definido se mantiene y se asumen los costes derivados. En cambio, si el retraso es superior y además no se consigue absorber el retraso al final de la ruta, esta se marca como ruta candidata a reasignación. La tendencia del segundo escenario indica que la aparición de retrasos en un escenario sin buffers difícilmente va a poder ser absorbido en el tiempo de vuelo. No obstante, se comprueba nuevamente. En este estudio se asume un umbral de 10 minutos.

Una vez definidas las rutas candidatas a reasignación se define un tiempo de corte (t_{corte}) en donde se corta la programación de estas rutas candidatas que arrastran el retraso y se reasignan los vuelos que quedan para finalizar cada ruta. Este tiempo de corte se define arbitrariamente en este estudio. No obstante, dado que los retrasos siguen un comportamiento determinista, es posible trazar patrones de probabilidad que ayuden a ajustar el t_{corte} para que logre el mayor efecto posible diluyendo los retrasos. Una forma de trazar estos patrones sería mediante el Método de Montecarlo, lo cual se deja como futura línea de investigación.

A continuación, el método discrimina entre vuelos *volados*, *en vuelo* o *por volar*. Los vuelos volados son los vuelos que ya han finalizado en el instante t_{corte} . Los vuelos en vuelo son los vuelos que todavía están volando en el instante $t_{corte} + ventana$. Los vuelos por volar son aquellos vuelos de las rutas candidatas a reasignación que finalmente van a ser reasignados. Estos vuelos tienen una hora de salida (STD) posterior al instante t_{corte} más la ventana de dos horas que se ha definido anteriormente. En este trabajo se toma el valor $t_{corte} = 12:00 h$.

Finalmente se vuelve a solucionar el problema del *aircraft routing* para los vuelos a reasignar.

En esta primera aplicación del modelo se detecta que 242 de las 288 rutas tienen en algún momento del día un vuelo con más de 10 minutos de retraso, independientemente que al final de la ruta se recupere el retraso o no. El objetivo es desarrollar un método que permita cierto dinamismo y será aplicado durante el transcurso de la jornada. Estas 242 serán las rutas candidatas a reasignación que se han mencionado anteriormente.

A continuación, se evalúa el t_{corte} y se discriminan los vuelos:

Estado	Vuelos
<i>Volado</i>	561
<i>En vuelo</i>	25
<i>Por volar</i>	97

Tabla 5 Primer filtraje de vuelos

De las 244 rutas afectadas, en el instante t_{corte} han finalizado 561 vuelos y quedan por volar 97 vuelos, que serán reasignados con el objetivo de mitigar los retrasos. Los vuelos que todavía siguen en vuelo requieren un estudio individual para determinar si siguen con la ruta o, por el contrario, continúa la ruta un avión que se encuentra en reserva. En estos vuelos en concreto se define un nuevo umbral, de 40 minutos de retraso. De este modo se aligera la presión sobre los recursos de la aerolínea, ya que se aumenta la barrera de retraso por el cual se despliega un avión de reserva para sustituir al avión que acarrea tal retraso que todavía no ha finalizado. Además, se necesita un espacio de tiempo para movilizar un avión en situación de reserva. En este caso, los vuelos con retrasos de menos de 40 minutos que sigan volando en el momento de la reasignación,

no serán reasignados, sino que el mismo avión seguirá la programación original arrastrando los retrasos.

Saliendo de este segundo filtraje, se dispone del siguiente escenario:

Estado	Vuelos
<i>Volado</i>	561
<i>Avión Reserva</i>	5
<i>Reasignación</i>	83

Tabla 6 Filtraje definitivo de vuelos a reasignar

Finalmente, se reasignan los 83 vuelos y se vuelve a modelizar el retraso con el mismo método que el utilizado en apartados anteriores. El retraso resultante al finalizar la jornada es de 19 horas y 25 minutos. Consecuentemente, con el mismo coste de retraso por minuto que en los casos anteriores y considerando los 5 aviones extra que se deben utilizar, el coste de la programación es de EUR 10,865,000.

La tabla 7 resume el coste total de todos los escenarios que se han visto durante el estudio. Se parte del primer *routing* inicial, el cual se encuentra en una fase de planificación, donde los vuelos todavía no han sido volados. Tanto en el Escenario 1 como en el escenario 2 los vuelos ya han sido volados, por lo que al coste total se le ha añadido el coste producido por el retraso en cada uno de los escenarios. Finalmente, se muestra el coste total de la operativa con el método diseñado en este trabajo.

	Routing	Escenario 1	Escenario 2	Reasignación
<i>Coste total (EUR)</i>	9,184,928.	10,132,000	11,037,000	10,865,000

Tabla 7 Resumen de resultados

7. CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo se ha hecho un repaso por las llamadas *Operation Research*, como se definen y cuales son los principales retos a los que se

enfrenta la industria en este ámbito. La atención ha recaído sobre el *aircraft routing* y el retraso.

El objetivo de este trabajo era el de desarrollar un método de asignación mediante la herramienta del *aircraft routing* y dotarlo de cierto dinamismo con la intención de ofrecer un sistema confiable capaz de mitigar la propagación de los retrasos durante el desarrollo de la programación de vuelos en el transcurso de un día.

Se ha analizado la programación de un día de la aerolínea Ryanair con su método de buffers para constatar su eficacia, modelándose el retraso mediante procesos probabilísticos basados en datos empíricos. Este análisis ha sido útil para entender el funcionamiento y la importancia de los buffers. Se puede concluir que Ryanair utiliza una política de buffers altamente eficaz, los resultados del primer escenario respaldan esta afirmación, el cual cuenta con los costes más bajos.

A continuación, se ha comprimido dicha programación con la intención de eliminar los buffers, hecho que ha supuesto pérdida de resiliencia de la programación y ha aumentado su fragilidad. Se ha visto que, al simular la programación sin buffers, la propagación del retraso entre los vuelos de la ruta era completamente inelástica, se transfería directamente debido a la no existencia de ningún sistema de absorción de dichos retrasos. Los resultados muestran un aumento notable del coste de operación en este escenario, siendo el menos económico.

No obstante, este escenario ha sido el punto de partida idóneo para aplicar el método de absorción de retraso mediante reasignaciones propuesto en este trabajo. Este método ha evaluado el retraso de cada ruta y ha reasignado los vuelos con un retraso significativo, con la intención de cortar con la transmisión de retraso directa de vuelo a vuelo en cada ruta. Se ha definido un instante de tiempo arbitrario en el que se decide evaluar los retrasos y una ventana de 2 horas para la aplicación de la reasignación con el objetivo de perjudicar en la menor medida posible a la tripulación. Esta ventana de tiempo se considera un espacio de tiempo suficiente para que la tripulación pueda reorganizarse para afrontar la nueva ruta.

Es remarcable mencionar que el instante de tiempo, arbitrario en este trabajo, se puede modelar mediante métodos estadístico no deterministas, como por

ejemplo el Método de Montecarlo. Como futura línea de trabajo es interesante explorar esta posibilidad. Un corte en la programación en el instante correcto puede que sea capaz de optimizar el método.

Los resultados de este método se valoran como positivos ya que han conseguido cumplir con los objetivos propuestos; reducir el retraso de la programación y minimizar su coste. Utilizando el algoritmo se ha pasado de 93 horas y 10 minutos de retraso del segundo escenario, a 19 horas y 25 minutos al final de la reasignación. Una reducción de alrededor de un 80%. En cuanto a coste, también se observa una ligera reducción.

8. REFERENCIAS

A. Mercier, F. Soumis (2007). *An Integrated Aircraft Routing, Crew Scheduling, And Flight Retiming Model*. Computers & Operations Research 34 (2007) 2251 2265.

Abara, J. (1989). *"Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem"*. Interfaces, Vol.19 No. 4, PP. 20 28.

Anbil, R., Gelman, E., Patty, B. and Tanga, R. (1991). *"Recent Advances in Crew Pairing Optimization at American Airlines"*. Interfaces, Vol.21 No. 1, PP. 62 74

Barnhart, C. (2008). *Airline scheduling: Accomplishments, opportunities, and challenges*. Proceedings of the International Conference on Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems.

Barnhart, C. and Talluri, K.T. (1997). *Airline operations research in design and operation of civil and environmental engineering system*, in C. Revelle and A. McGarity. Wiley, 435–69

Barnhart, C., Hatay, L. and Johnson, E.L. (1995). *"Deadhead Selection for the Long Haul Crew Pairing Problem"*. Operations Research, Vol.43 No. 3, PP. 491 499.

Başdere, 5233808. and Bilge, Ü. (2014). *"Operational aircraft maintenance routing problem with remaining time consideration"*. European Journal of Operational Research, Vol.235 No. 1, PP. 315 328.

Bazargan, Massoud. (2010). *Airline operations and scheduling, second edition*. Airline Operations and Scheduling, Second Edition. 1 284.

Belobaba, P., A. Odoni and C. Barnhart (2009). *The global airline industry*. John Wiley and Sons. ISBN: 978 0 470 74077 4

Brueckner, Jan K., Achim I. Czerny, and Alberto A. Gaggero. *"Airline delay propagation: A simple method for measuring its extent and determinants."* Transportation Research Part B: Methodological 162 (2022): 55-71.

Brueckner, J.K., Czerny, A.I., Gaggero, A.A., 2021. *Airline mitigation of propagated delays via schedule buffers: Theory and empirics*. *Transp. Res. E* 105, 102333

Burke, E.K., De Causmaecker, P., De Maere, G., Mulder, J., Paelinck, M. and Vanden Berghe, G. (2010). "A multi objective approach for robust airline scheduling". *Computers & Operations Research*, Vol.37 No. 5, PP. 822 832.

Cook, A. and G. Tanner (2011). European airline delay cost reference values. Performance Review Unit. Eurocontrol.

Desaulniers, G., Desrosiers, J., Dumas, Y., Solomon, M.M. and Soumis, F. (1997b). "Daily Aircraft Routing and Scheduling". *Management Science*, Vol.43 No. 6, PP. 841 855.

Dumas, J., Aithnard, F. and Soumis, F. (2009). "Improving the objective function of the fleet assignment problem". *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.43 No. 4, PP. 466 475.

Ehrgott, M. and Ryan, D.M. (2002). "Constructing robust crew schedules with bicriteria optimization". *Journal of Multi Criteria Decision Analysis*, Vol.11 No. 3, PP. 139 150.

EUROCONTROL (2013). *Standard Inputs for EUROCONTROL Cost Benefit Analyses*. Edition number: 6.2

EUROCONTROL (2022). *Aviation Outlook 2050*.

Feo, Thomas & Bard, Jonathan. (1989). *Flight Scheduling and Maintenance Base Planning*. *Management Science*. 35. 1415 1432. 10.1287/mnsc.35.12.1415.

Fight Radar (30/12/2021). flightradar.com

Hoffman, K.L. and Padberg, M. (1993). "Solving Airline Crew Scheduling Problems by Branch and Cut". *Management Science*, Vol.39 No. 6, PP. 657 682.

Jacobs, T.L., Smith, B.C. and Johnson, E.L. (2008). "Incorporating Network Flow Effects into the Airline Fleet Assignment Process". *Transportation Science*, Vol.42 No. 4, PP. 514 529.

Jiang, H. and Barnhart, C. (2009). "Dynamic Airline Scheduling". *Transportation Science*, Vol.43 No. 3, PP. 336 354.

Kabbani, N.M. and Patty, B.W. **Aircraft routing at American airlines**. In *Proceedings of the 32nd annual symposium of AGIFORS, 1992 Budapest, Hungary*.

Lee, L.H., Lee, C.U. and Tan, Y.P. (2007). "A multi objective genetic algorithm for robust flight scheduling using simulation". *European Journal of Operational Research*, Vol.177 No. 3, PP. 1948 1968.

Mak, V. and Boland, N. (2000). "Heuristic approaches to the asymmetric travelling salesman problem with replenishment arcs". *International Transactions in Operational Research*, Vol.7 No. 4–5, PP. 431 447.

Oxley, D., & Jain, C. (2015). Chapter 1.4 Global Air Passenger Market: *Riding Out Periods of Turbulence, Travel and Tourism Competitiveness Report 2015*. International Air Transport Association. World Economic Forum.

Parmentier, A. (2013). *Aircraft routing: complexty and algorithms*. MPRO. École des Ponts.

Rexing, B., Barnhart, C., Kniker, T., Jarrah, A. and Krishnamurthy, N. (2000). "Airline Fleet Assignment with Time Windows". *Transportation Science*, Vol.34 No. 1, PP. 1 20.

Rosenberger, J.M., Johnson, E.L. and Nemhauser, G.L. (2004). "A Robust Fleet Assignment Model with Hub Isolation and Short Cycles". *Transportation Science*, Vol.38 No. 3, PP. 357-368.

Sarac, A., Batta, R. and Rump, C.M. (2006). "A branch and price approach for operational aircraft maintenance routing". *European Journal of Operational Research*, Vol.175 No. 3, PP. 1850 1869.

Schaefer, A.J., Johnson, E.L., Kleywegt, A.J. and Nemhauser, G.L. (2005). "Airline Crew Scheduling Under Uncertainty". *Transportation Science*, Vol.39 No. 3, PP. 340 348.

Smith, B.C. and Johnson, E.L. (2006). "Robust Airline Fleet Assignment: Imposing Station Purity Using Station Decomposition". *Transportation Science*, Vol.40 No. 4, PP. 497 516.

Sohoni, M., Lee, Y. C. and Klabjan, D. (2011). "Robust Airline Scheduling Under Block Time Uncertainty". *Transportation Science*, Vol.45 No. 4, PP. 451 464.

Sriram, C. and Haghani, A. (2003). "An optimization model for aircraft maintenance scheduling and reassignment". *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.37 No. 1, PP. 29 48.7

Talluri, K. (1996). "Swapping Applications in a Daily Airline Fleet Assignment". *Transportation science*, Vol.30 No. 3, PP. 237 248.

Talluri, K.T. (1998). "The Four Day Aircraft Maintenance Routing Problem". *Transportation Science*, Vol.32 No. 1, PP. 43 53.

Trapote Barreira, César (2015). *Methodology for optimal design of efficient air transport networks in a competitive environment*, PhD Thesis, UPC.

Yan, S. and Chang, J. C. (2002). "Airline cockpit crew scheduling". *European Journal of Operational Research*, Vol.136 No. 3, PP. 501 511.

Yan, S. and Tseng, C.H. (2002). "A passenger demand model for airline flight scheduling and fleet routing". *Computers & Operations Research*, Vol.29 No. 11, PP. 1559 1581.

Yan, S. and Young, H.F. (1996). "A decision support framework for multi fleet routing and multi stop flight scheduling". *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.30 No. 5, PP. 379 398.

Yan, S., Tang, C.H. and Fu, T.C. (2008). "An airline scheduling model and solution algorithms under stochastic demands". *European Journal of Operational Research*, Vol.190 No. 1, PP. 22 39.

Yan, S., Tang, C.H. and Lee, M.C. (2007). "A flight scheduling model for Taiwan airlines under market competitions". *Omega*, Vol.35 No. 1, PP. 61 74.

Yu, G. and Thengvall, B. (2002). *Optimization in the Airline Industry*, Handbook of Applied Optimization, edited by P.M. Pardalos and M.G.C. Resende. New York: Oxford University Press.

APÉNDICE 1

En el apéndice 1 se recogen los códigos de los algoritmos desarrollados en este trabajo. Consta del código de consola principal y las funciones ejecutadas

Consola

```
%% PREPARACIÓN. LEER DATOS, CALCULAR TIEMPO DE VUELO DE DISEÑO
TAT = 25;
[v, STD1, STA_raw, datos] = readfile('ryanair2.xlsx');
disp("datos leídos y zona horaria corregida")

% STA la calculamos con Flight time de diseño = 0.861538462 rft/sft
percentil 70%
[STA1,ftdis] = ftdiseno(STD1,STA_raw,0.886667);

%% ESCENARIO 1
% ROUTING
[rotaciones,R] = routing(datos, TAT, v, STD1,STA_raw);

% Routing modificado con el delay. Probabilidad.
[rmod1, delayacumuladorruta] = modelo_delay(rotaciones, v, STD1, STA1,
TAT,STA_raw,1);

%% ESCENARIO 2

% Comprimir el scheduling del escenario anterior
[STA2, STD2] = comprimir(rotaciones, STD1, ftdis,TAT);

[rmod2, acumuladorruta2] = modelo_delay(rotaciones, v, STD2, STA2, TAT,
STA2, 2);

%% CORTE Y REASIGNACIÓN

umbral = 10/(24*60); %10 min
t_corte = 12/24;
ventana = 2/24;

% Considero el delay acumulado en cualquier punto de la ruta para reasignar
si supera umbral
```

```
[reasignar, volado, finalizan, siguen, vres, STDr, STAr] = corte(rmod2,
rotaciones, t_corte, umbral, ventana);
reasignacion = routing(datos, TAT, vres, STDr, STAr);

[rmodreas, delayacumuladorutareas] = modelo_delay(reasignacion, v, STD2,
STA2, TAT,STA2,2);
```

```
function [STA, ftdis] = ftdiseno(STD,STA_raw,rftsft)
```

```
STA = [];
for i = 1:length(STA_raw)
    ftdis(i,1) = (STA_raw(i)-STD(i))*rftsft;
    STA(i,1) = STD(i)+ftdis(i,1);
end
end
```

```
function [rotaciones,R] = routing(datos, TAT, v, STD,STA)
```

```
%Encuentra todas las rutas posibles
R = rutas(TAT,v,STD,STA);
disp("todas rotaciones encontradas")

% Función objetivo
[nf,nc]=size(R);
c=zeros(nf,1);
for j=1:nf
    e=R(j,(find(R(j,:))));
    for k=1:length(e)
        pos=find(e(k)==datos.FLIGHT,1);
        ck = 0.6*(-1868.16+29.59*189)*datos.FlightTime(pos)*24;
        cm = (208.82+3.7236*189)*datos.FlightTime(pos)*24;
        cn = 2144;
        costevariable = ck+cm+cn;
        c(j)=c(j)+costevariable;
    end
    c(j)=c(j)+(-879.99+53.702*s);
end

% Cobertura de vuelos Aeq*x=beq
u=1;
ult = length(v.FLIGHT);
Aeq=sparse(ult,nf);
for k=1:ult
    for i=1:nf
        if any(R(i,1:nc)==v.FLIGHT(k))
            Aeq(u,i)=1;
        end
    end
    u=u+1;
end
intcon=(1:length(c));
Aeq(sum(abs(Aeq),2)==0,:)=[];
beq=ones(size(Aeq,1),1);
```

```

% Número de aviones disponibles  $A \cdot x \leq b$ 
A=ones(1,nf);
b=1000;

% Límite inferior (como mínimo  $x=0$ )
lb=zeros(nf,1);

% Optimización
disp("a tope con la optimización")
[x,fval,exitflag,output]=intlinprog(c,intcon,A,b,Aeq,beq,lb);

% Solución
nr=find(x);
rotaciones=R(nr,:);
end

```

```

function [rmod, acumuladoruta] = modelo_delay(rotaciones, v, STD, STA, TAT,
STA_raw, q)

rmod = table;
p = 1;
acumuladoruta = [];
for i = 1:length(rotaciones)
    for j = 1:find(rotaciones(i,:),1,'last')
        w = rotaciones(i,j);
        rmod.FLIGHT(p) = v.FLIGHT(w);
        rmod.FROM(p) = v.FROM(w);
        rmod.TO(p) = v.TO(w);
        rmod.STD(p) = STD(w);
        rmod.STA(p) = STA(w);

        %Flightime es un valor aleatorio sacado de la distribución
        N(0.803532,0.155152). Se escoje uno distinto para cada vuelo
        if q ==1 %% q = 1 primer escenario
            flightime = (normrnd(0.803523,0.155152)*(STA_raw(w)-STD(w)));
        else
            %q != 1, segundo escenario
            flightime = (normrnd(1,0.155152)*(STA_raw(w)-STD(w)));
        end

        if j == 1
            rmod.ATD(p) = rmod.STD(p);
            rmod.ATA(p) = rmod.STD(p) + flightime;
        else
            if rmod.STD(p) >= rmod.ATA(p-1)+(TAT/(24*60))
                rmod.ATD(p)= rmod.STD(p);
                rmod.ATA(p) = rmod.STD(p) + flightime;
            else
                rmod.ATD(p) = rmod.ATA(p-1)+(TAT/(24*60));
                rmod.ATA(p) = rmod.ATD(p) + flightime;
            end
        end
        rmod.FT(p) = flightime;
    end
end

```

```

        rmod.Delay_Dep(p) = rmod.ATD(p)-rmod.STD(p);
        rmod.Delay_Arr(p) = rmod.ATA(p)-rmod.STA(p);
        ck = 0.6*(-1868.16+29.59*189)*rmod.FT(p)*24;
        cm = (208.82+3.7236*189)*rmod.FT(p)*24;
        cn = 2144;
        rmod.COST(p) = ck+cm+cn;
        if j == find(rotaciones(i,:),1,'last')
            acumuladoruta(i,1) = rmod.Delay_Arr(p);
        end
        p = p+1;
    end

end

```

```

function [reasignar,finalizado, finalizan, siguen, vres, STDr, STAR] =
corte(rmod, rotaciones, t_corte, umbral, ventana)

%Se encuentran todas las rutas candidatas a reasignar
rutasreasignar=[];
p = 1;
for i=1:length(rmod.Delay_Arr)
    if rmod.Delay_Arr(i) > umbral
        for u = 1:size(rotaciones,2)
            if (find(rotaciones(:,u) == rmod.FLIGHT(i)) ~= 0)
                rutasreasignar(p,1) = find(rotaciones(:,u) ==
rmod.FLIGHT(i));
                p = p+1;
            end
        end
    end
end
end
%Vector con las rutas que acumulan retraso superior al umbral en algun
punto.
rutasreasignar = unique(rutasreasignar);

finalizan = table;
siguen = table;
reasignar = table;
finalizado = table;
p = 1;
q = 1;
r = 1;
s = 1;
%Volado , reasignar, finalizan dentro ventana, siguen despues de ventana.
for i = 1:length(rutasreasignar)
    for j = 1:find(rotaciones(rutasreasignar(i,:),:),1,'last')
        vuelo = rotaciones(rutasreasignar(i),j);
        index = find(rmod.FLIGHT==vuelo);
        if t_corte >= rmod.ATA(index)
            finalizado(p,:) = rmod(index,:);
            p = p+1;
        elseif t_corte+ventana <= rmod.STD(index)
            reasignar(q,:) = rmod(index,:);

```

```

        q = q+1;
    elseif t_corte < rmod.ATA(index) && t_corte > rmod.ATD(index)
        if rmod.ATA(index) < t_corte+ventana
            finalizan(r,:) = rmod(index,:);
            r=r+1;
        else
            siguen(s,:)= rmod(index,:);
            s = s+1;
        end
    end
end
end
end

%Discrimina las rutas que no se van a dotar con avión en backup
q = 1;
p = 1;
reserva = table;
rutaasumedelay = [];
for i = 1:size(siguen,1)
    if siguen.Delay_Arr(i) > 40
        reserva(p,:) = siguen(i,:);
        p = p+1;
    else
        for j = 1:length(rotaciones)
            for k = 1:find(rotaciones(j,:),1,'last')
                if siguen.FLIGHT(i) == rotaciones(j,k)
                    rutaasumedelay(q,1) = j;
                    q = q+1;
                end
            end
        end
    end
end
end
for i = 1:length(rutaasumedelay)
    for j = 1:find(rotaciones(rutaasumedelay(i),:),1,'last')
        vuelo = rotaciones(rutaasumedelay(i),j);
        index = find(reasignar.FLIGHT == vuelo);
        if index ~=0
            reasignar(index,:) = [];
        end
    end
end
end

STDr = table2array(reasignar(:,4));
STAR = table2array(reasignar(:,5));
vres = [reasignar(:,1), reasignar(:,2), reasignar(:,3)];

```