

# Problemes



## Problemas de física

Curso 2022-23

Ferran Laguarda Bertran, Núria Lupón Bas, Josep Pladellorens Mallofré

Assignatura: Física

Titulació: Grau en Òptica i Optometria

Curs: 1r      Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Castellà

01/07/2022

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa

**PROBLEMAS DE FÍSICA**  
**Curso 2022-23**

F. Laguarda  
N. Lupón  
J. Pladellorens

Julio 2022



## ÍNDICE

<b>Tema</b>	<b>Página</b>
1 NOCIONES BÁSICAS DE MECÁNICA: EL LENGUAJE DE LA FÍSICA	
• Enunciados .....	1
• Soluciones .....	3
2 PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LOS MATERIALES	
• Enunciados .....	5
• Soluciones .....	5
3 ESTÁTICA DE FLUIDOS	
• Enunciados .....	6
• Soluciones .....	7
4 DINÁMICA DE LOS FLUIDOS IDEALES	
• Enunciados .....	8
• Soluciones .....	13
5 DINÁMICA DE LOS FLUIDOS VISCOSOS	
• Enunciados .....	15
• Soluciones .....	19
7 OSCILACIONES	
• Enunciados .....	21
• Soluciones .....	23
8 DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO EN UNA DIMENSIÓN	
• Enunciados .....	25
• Soluciones .....	30
9 SUPERPOSICIÓN DE ONDAS EN UNA DIMENSIÓN	
• Enunciados .....	37
• Soluciones .....	41
10 MOVIMIENTO ONDULATORIO EN DOS Y TRES DIMENSIONES	
• Enunciados .....	44
• Soluciones .....	45
11 INTRODUCCIÓN MATEMÁTICA	
• Enunciados .....	46
• Soluciones .....	47
12 EL CAMPO ELECTROSTÁTICO	
• Enunciados .....	48
• Soluciones .....	52
13 CONDUCTORES Y DIELECTRICOS	
• Enunciados .....	55
• Soluciones .....	58
14 CORRIENTE CONTINUA	
• Enunciados .....	61
• Soluciones .....	62
BIBLIOGRAFIA .....	64



## LECCIÓN 1: NOCIONES BÁSICAS DE MECÁNICA: EL LENGUAJE DE LA FÍSICA.

### PROBLEMAS.

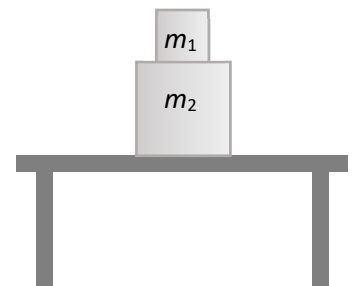
- 1) Un objeto de masa  $m_1$  se mueve bajo la acción de una única fuerza  $F_0$  con una aceleración  $a = 3 \text{ m/s}^2$ . Un segundo objeto de masa  $m_2$ , experimenta una aceleración  $a' = 9 \text{ m/s}^2$  bajo la acción de la misma fuerza  $F_0$ . ¿Qué relación ( $m_1/m_2$ ) hay entre las masas de los dos objetos?
- 2) Un camión se mueve en línea recta con velocidad constante. Su masa es  $m = 12 \cdot 10^3 \text{ Kg}$  y la fuerza de rozamiento que actúa sobre él es  $F_r = 96 \cdot 10^3 \text{ N}$ .
  - a) Hacer un esquema indicando todas las fuerzas que actúan sobre el camión.
  - b) ¿Cuál es el valor de estas fuerzas?
- 3) Para arrastrar un tronco de masa  $m = 75 \text{ Kg}$  con velocidad constante, un tractor tira horizontalmente de él con una fuerza  $F = 250 \text{ N}$ .
  - a) ¿Qué fuerzas actúan sobre el tronco? Dibujar en un diagrama.
  - b) Determinar el valor de la fuerza de rozamiento que actúa sobre el tronco.
  - c) ¿Qué fuerza normal ejerce el suelo sobre el tronco?
  - d) Si se quiere que el tronco adquiriera una aceleración  $a = 2 \text{ m/s}^2$ , ¿cuál debería ser la nueva fuerza  $F'$  ejercida por el tractor?

- 4) Se tienen dos bloques de masas  $m_1 = 2 \text{ Kg}$  y  $m_2 = 1 \text{ Kg}$  encima de una mesa. Se aplica una fuerza constante  $F = 3 \text{ N}$  sobre el bloque 1. Suponiendo que ni haya rozamiento,



- a) ¿Qué aceleración experimentan los bloques?
  - b) Calcular la fuerza que ejerce el bloque 1 sobre el 2.
  - c) Especificar todas las fuerzas que actúan sobre el bloque 2 y sobre el bloque 1.
  - d) Si se invierte la posición de los bloques, cuál será la fuerza que ejercerá el bloque 2 sobre el bloque 1? Cómo se explica que sea diferente a la obtenida en el apartado b)?
- 5) Un ascensor de masa  $M = 540 \text{ Kg}$  sube a un físico de masa  $m = 60 \text{ Kg}$  con velocidad constante.
    - a) Determinar las fuerzas que ejercen el cable y el pasajero sobre el ascensor.
    - b) Como el físico va a toda prisa pulsa un botón especial y el ascensor empieza a subir con una aceleración  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ . Determinar las fuerzas que ejercen el cable y el pasajero sobre el ascensor.
    - c) Ahora resulta que el ascensor es muy viejo y se rompe el cable. Determinar qué fuerzas ejercen el cable y el físico sobre el ascensor.
  - 6) Suponga que está en un ascensor. Describa dos situaciones en que el vuestro peso aparente (fuerza con la que os apoyáis sobre el suelo) sea mayor que el vuestro peso real.

- 7) Los bloques de masas  $m_1$  y  $m_2$  de la figura se encuentran el uno sobre el otro encima de una mesa. Especificar la categoría (contacto o acción a distancia) de las fuerzas siguientes.

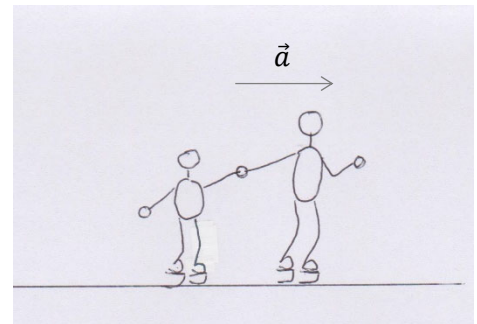


- a) La fuerza  $F_{12}$  que ejerce  $m_1$  sobre  $m_2$ .
- b) La fuerza  $F_{21}$  que ejerce  $m_2$  sobre  $m_1$ .
- c) La fuerza  $F_{2T}$  que ejerce  $m_2$  sobre la mesa.
- d) La fuerza  $F_{T2}$  que ejerce la mesa sobre  $m_2$ .
- e) La fuerza que ejerce la Tierra sobre  $m_2$ . ¿Qué nombre recibe esta fuerza?
- f) ¿Cuáles de estas fuerzas constituyen un par de fuerzas de la tercera ley de Newton?

g) Indicar todas las fuerzas que actúan sobre  $m_1$ , las que actúan sobre  $m_2$  y las que actúan sobre la mesa.

8) ¿Por qué crees que en la columna vertebral de la especie humana, las vértebras aumentan de tamaño continuamente de arriba a abajo?

9) Un hombre de masa  $m_1 = 80$  Kg patina sobre hielo y empuja un niño de masa  $m_2 = 40$  Kg que también lleva patines, con una fuerza  $F_{12} = 100$ N. Ambos se mueven a la vez sobre el hielo, sin rozamiento y con aceleración constante.

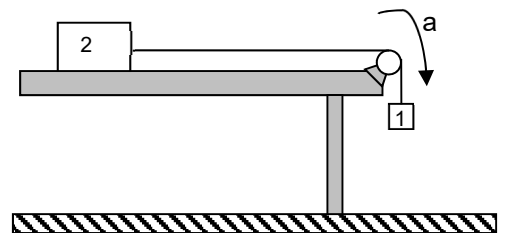


- a) ¿Cuáles son todas las fuerzas que actúan sobre el niño? Dibujar en un esquema. ¿Con qué aceleración se mueve?
- b) ¿Con qué aceleración se mueve el hombre? ¿Cuál es la fuerza que ejerce el niño sobre el hombre?
- c) Calcular la fuerza total que desarrolla el hombre para desplazarse con el niño.
- d) ¿Cuáles son las fuerzas (módulo dirección y sentido) que actúan sobre el hombre? Dibujarlas en un esquema.

10) En la Luna, la aceleración debida a la gravedad es  $g_L = g/6$ , donde  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> es la aceleración de la gravedad en la Tierra. Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 600 N, se desplaza a la superficie lunar.

- a) ¿Cuál es su masa?
- b) ¿Cuál sería su peso en la Luna?

11) En el experimento esquematizado en la figura, el conjunto formado por los cuerpos 1 y 2 se mueve bajo la acción del peso 1. Las masas de los cuerpos 1 y 2 son, respectivamente,  $m_1 = 15$  g y  $m_2 = 450$  g, y la masa de la cuerda que los une es muy pequeña ( $m \cong 0$ ). El cuerpo 2 se desplaza sobre la mesa sin rozamiento.



- a) Dibujar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo 1 y las que actúan sobre el cuerpo 2.
- b) ¿Qué aceleración tiene el sistema?
- c) ¿Cuál es el valor de la tensión de la cuerda?
- d) Si sobre el cuerpo 2 existiera una fuerza de rozamiento con la tabla  $F_{r2} = 2$  N, ¿qué aceleración  $a'$  tendría el sistema? ¿cuál sería el valor de la tensión  $T'$  de la cuerda?

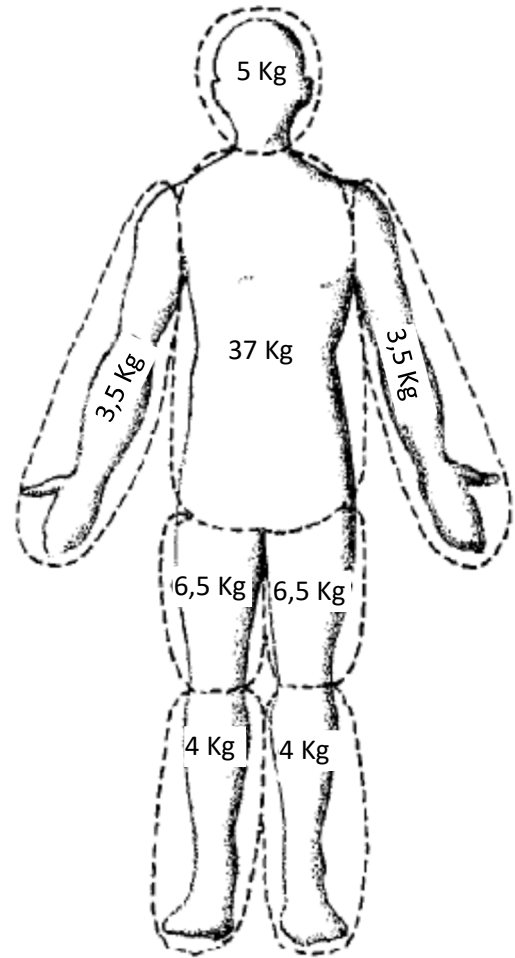
12) Los dos bloques de la figura están unidos por una cuerda y se mueven con aceleración  $a = 0,5$  m/s<sup>2</sup> debido a la acción de la fuerza  $F$ . Los bloques son idénticos, la masa de cada uno de ellos es  $m = 1,2$  Kg y la fuerza de rozamiento entre cada uno de ellos y la mesa es  $F_r = 0,4$  N. Despreciando la masa de la cuerda,



- a) determinar el valor de la fuerza  $F$ ;
- b) determinar el valor de la tensión de la cuerda.

13) En la figura se representa un hombre de masa  $m = 70$  Kg, derecho, con los pesos de las diferentes partes del cuerpo indicados.

- La fuerza que sostiene la cabeza y el cuello es ejercida, principalmente, por la séptima vértebra cervical. ¿Cuál es el valor de esta fuerza? Representarla sobre el dibujo.
- La fuerza que sostiene cada uno de los brazos es ejercida por los músculos y ligamentos que rodean la articulación del hombro. ¿Cuál es su valor? Representarla sobre el dibujo.
- ¿Cuál es la fuerza total que sostiene el tronco en las dos articulaciones de la cadera (cada una de estas articulaciones ejerce alrededor de la mitad de la fuerza)?
- ¿Cuál es la fuerza conjunta ejercida por las dos articulaciones de las rodillas?
- Si el hombre se apoya sobre un único pie,
  - ¿Qué fuerza ejerce la articulación de la rodilla de la pierna en contacto con el suelo?
  - ¿Qué fuerza ejerce la articulación de la otra rodilla?



**RESPUESTAS.**

1.  $m = 3m'$

2.

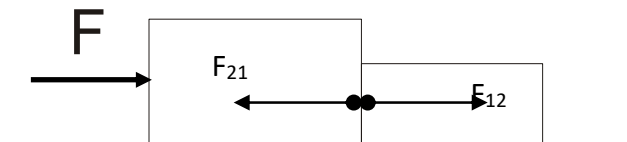
- Suponiendo que el movimiento es horizontal y hacia la derecha, las fuerzas que actúan son:  $F_m$  (fuerza del motor), horizontal, derecha;  $F_r$ , horizontal, izquierda; peso, vertical, abajo y fuerza normal, vertical, arriba.
- Los módulos o valores de las fuerzas son:  $F_m = F_r = 96 \cdot 10^3$  N;  $mg = N = 12 \cdot 10^4$  N.

3.

- Suponiendo que el movimiento es horizontal y hacia ala derecha, las fuerzas que actúan son:  $F$  (fuerza tractor), horizontal, derecha;  $F_r$ , horizontal, izquierda; peso, vertical, abajo y fuerza normal, vertical, arriba.
- $F_r = F = 250$  N;  $mg = N = 750$  N
- $F' = 400$  N

4.

- $1 \text{ m/s}^2$
- $F_{12} = 1$  N
- $F$  i  $F_{21}$  sobre  $m_1$ ;  $F_{12}$  sobre  $m_2$ .
- $F'_{12} = 2$  N



5.

- $T_{\text{cable}} = 6000$  N;  $F_{p-a} = 600$  N.
- $T_{\text{cable}} = 6300$  N;  $F_{p-a} = 630$  N.
- $T_{\text{cable}} = 0$  N;  $F_{p-a} = 0$  N.

6. Cuando arranca para ir hacia arriba. Cuando llega abajo y frena.

7.

- contacto



- b) contacto
  - c) contacto
  - d) contacto
  - e) acción a distancia
  - f)  $(F_{12} \text{ i } F_{21}); (F_{2T} \text{ i } F_{T2})$ .
8. Porque el peso que debe soportar la columna aumenta de arriba abajo.
- 9.
- a) Las fuerzas que actúan sobre el niño son:  $F_{12}$  que hace el hombre sobre él, horizontal, derecha; peso, vertical, abajo y fuerza normal, vertical, arriba.  
 $a = 2,5 \text{ m/s}^2$ .
  - b) El hombre y el niño se mueven al mismo tiempo, con la misma aceleración.
  - c)  $F_{21} = -F_{12} = -100 \text{ N}$ .
  - d)  $F_m$  (fuerza que ejerce el hombre para desplazarse sobre el hielo junto al niño), horizontal, derecha;  $F_{21}$  fuerza que hace el niño sobre el hombre, horizontal, izquierda; peso, vertical, abajo y fuerza normal, vertical, arriba.
- 10.
- a) La masa es la misma en la Tierra y en la Luna.
  - b)  $Pes_L = m \cdot g_L = 100 \text{ N}$
- 11.
- a) Cuerpo 1: peso, vertical, abajo; tensión de la cuerda, vertical, arriba. Cuerpo 2: tensión de la cuerda, horizontal, derecha; peso, vertical, abajo y fuerza normal, vertical, arriba.
  - b)  $a = 0,32 \text{ m/s}^2$
  - c)  $a = 0,107 \text{ m/s}^2$
- 12.
- a)  $F = 2 \text{ N}$
  - b)  $T = 1 \text{ N}$
- 13.
- a)  $F_{cervicales} = 50 \text{ N}$
  - b)  $F_{hombro} = 35 \text{ N}$
  - c)  $F_{cadera} = 490 \text{ N}$
  - d)  $F_{rodillas} = 620 \text{ N}$
  - e)  $F_{rodilla-suelo} = 660 \text{ N}$
  - f)  $F_{rodilla-otra} = 40 \text{ N}$

## Lección 2: PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LOS MATERIALES

1. En un experimento para medir el módulo de Young se cuelga una masa de 454 Kg. de un cable de acero de 2,4 m de longitud y  $15 \text{ mm}^2$  de sección. Se observa un alargamiento del cable de 3 mm respecto a su longitud sin carga. Calcular el módulo de Young del acero de la barra.
2. Una bola de 50 kg se suspende de un alambre de 5 m de longitud y 2 mm de radio. ¿Cuál es el alargamiento del alambre? (El módulo de Young del acero es  $2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ).
3. El punto de rotura del cobre es de  $3 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ .
  - (a) ¿Cuál es la carga máxima que podemos colgar de un alambre de cobre de 0,42 mm de diámetro?
  - (b) Si se cuelga de este mismo alambre la mitad de esta carga, ¿cuál será, en tanto por ciento, el alargamiento relativo del alambre? (El módulo de Young del cobre es de  $11 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ )
4. El área de la sección transversal mínima del fémur de un hombre adulto es  $S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ . El módulo de Young para la compresión de un hueso es  $E = 0,9 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ , y el esfuerzo máximo de compresión es  $\sigma_c = 17 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ .
  - (a) ¿Para qué fuerza de compresión se produce la fractura? (el fémur es el mayor hueso de la pierna)
  - (b) Suponiendo que la relación esfuerzo deformación permanece lineal hasta la fractura, hallar el valor de la deformación a la que ésta se produciría.
5. Un poste de madera dura de altura  $h = 3 \text{ m}$ , sostiene sobre él una carga de 1000 N. La sección transversal del poste es rectangular, de 10 cm x 15 cm. El módulo de Young de la madera es  $E = 10^{10} \text{ N/m}^2$ .
  - (a) Hallar el esfuerzo de compresión sobre el poste y la deformación que experimenta.
  - (b) ¿Cuál es el cambio de longitud?

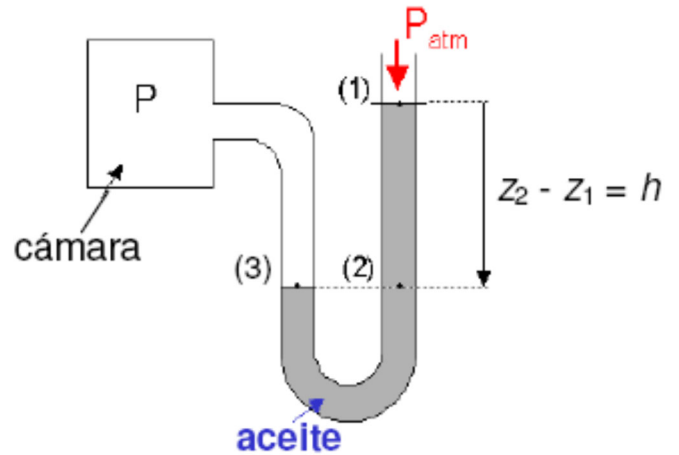
### SOLUCIONES

1.  $2,4 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
2.  $\Delta L = 0,975 \text{ mm}$
3. a)  $F_{\text{máx}} = 41,56 \text{ N}$   
b) 0.14%
4. (a)  $F = 1,02 \cdot 10^5 \text{ N}$ ;  
(b)  $\varepsilon = 0,019$
5. (a)  $\sigma = 6,66 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$ ;  $\varepsilon = 6,66 \cdot 10^{-7}$   
(b)  $\Delta \ell = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .

### Lección 3. ESTÁTICA DE FLUIDOS

- Un tubo en forma de "U" contiene mercurio. Si en una de sus ramas echamos 13,6 cm de agua, ¿hasta qué altura se elevará el mercurio en la otra rama, a partir del nivel inicial? ( $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ).

- El manómetro de tubo abierto de la figura contiene un aceite de densidad  $\rho = 900 \text{ Kg/m}^3$  y se utiliza para medir la presión,  $P$ , en el interior de una cámara.



- Determinar el valor de esta presión si la diferencia de altura entre los dos brazos del manómetro es  $h = 5 \text{ cm}$ .
- ¿Cuál es el valor de la presión manométrica en la cámara?
- ¿Cuál sería la diferencia de altura entre los dos brazos de la U si se cambiara el aceite por mercurio? ¿Sería fácilmente apreciable?

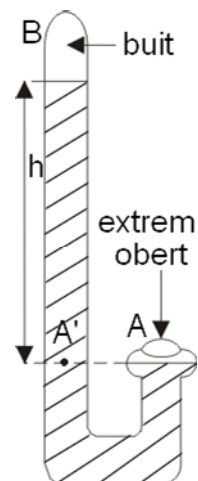
NOTA:  $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ;  $P_{\text{atm}} = 1 \text{ atm}$ .

- Cuando una mujer con tacones altos da un paso, descarga momentáneamente todo su peso sobre el tacón de uno de sus zapatos. Si el tacón es cilíndrico con un radio de 0,4 cm, y la masa de la mujer es de 56 Kg, ¿cuál es la presión que se ejerce sobre el suelo en ese momento?
- Se tiene una bolsa de plasma sanguíneo que fluye a través de un tubo hasta la vena del paciente, en un punto en que la presión manométrica de la sangre es de 12 mm de Hg. La densidad del plasma a 37°C es  $\rho = 1,03 \text{ g/cm}^3$ . ¿Cuál es la altura mínima a la que deberá estar la bolsa para que la presión del plasma cuando se introduce en la vena sea al menos de 12 mm de Hg?

- Disponemos de un tubo como el representado en la figura, lleno de mercurio. El extremo A está abierto y en el espacio entre el extremo B -que está cerrado- y el nivel de mercurio existe el vacío.

Si la diferencia de alturas de las columnas de mercurio de las dos ramas del tubo es  $h = 758 \text{ mm}$ , determinar la presión atmosférica existente expresándola en Pa, torr y atmósferas.

( $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ )



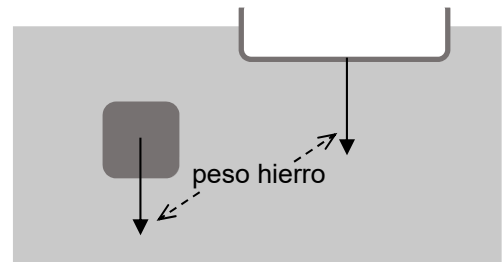
- Una mezcla de xileno (densidad  $0,87 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ) y de bromobenceno (densidad  $1,5 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ), se utiliza para determinar la densidad de la sangre. Experimentalmente se encuentra que las gotas de sangre quedan en suspensión cuando las proporciones volumétricas del xileno y el bromobenceno son del 72% y del 28% respectivamente.
  - Determinar la densidad de la sangre analizada.
  - Si en lugar de bromobenceno utilizáramos agua, ¿sería posible llegar a mantener en suspensión las gotas de sangre?

7. Un bloque de hierro macizo se hunde en agua, pero la misma cantidad de hierro en forma de cubeta flota.  
 (a) ¿Por qué ocurre esto?

La figura muestra una cubeta construida con 1 Kg de hierro que flota en agua. Las dimensiones de la cubeta son (15 cm x 15 cm x 7,5 cm).

- (b) ¿Qué volumen de agua desaloja la cubeta? ¿Qué fracción de volumen de la cubeta queda sumergida?  
 (c) ¿Cuánto peso podemos añadir dentro de la cubeta sin que se hunda?

NOTA: ( $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ )



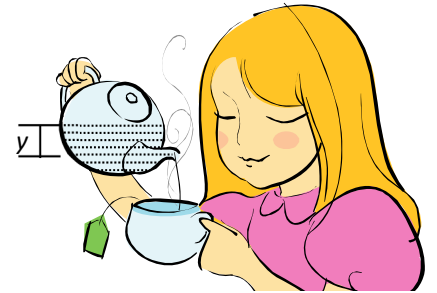
8. Determinar la fracción del volumen total de un iceberg que queda fuera del agua. ( $\rho_{hielo} = 0,92 \text{ g/cm}^3$ ). ( $\rho_{agua \text{ de mar}} = 1,03 \text{ g/cm}^3$ ).
9. Los cuerpos sumergidos en agua “nos pesan menos” cuando los sostenemos. ¿A qué crees que es debido?  
 Si una corona de oro pesa 8 N en aire, ¿cuál será su peso aparente cuando se sumerge en agua?  
 $\rho_{oro} = 19,3 \text{ g/cm}^3$ ;  $\rho_{agua} = 1 \text{ g/cm}^3$ .

## SOLUCIONES

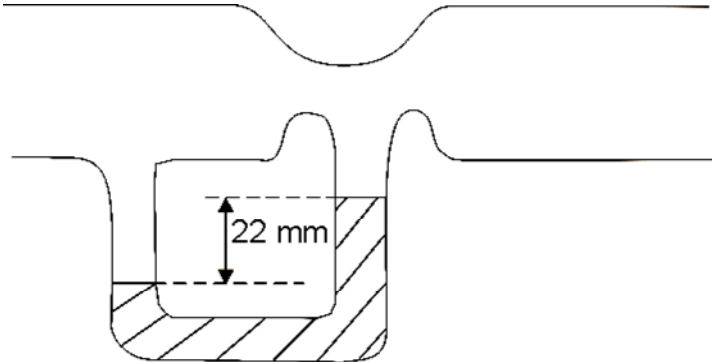
- $\Delta h = 0,5 \text{ cm}$
- $P = 101750 \text{ Pa}$
  - $P_{man} = 450 \text{ Pa}$
  - $h = 0,33 \text{ cm}$ . No
- $P = 1,1 \cdot 10^7 \text{ Pa}$
- $h_{min} = 15,8 \text{ cm}$
- $P = 1,010 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 758 \text{ torr}$
- $\rho = 1,0464 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ;
  - No
- El volumen del hierro macizo es menor que el de la cubeta i, por lo tanto, el empuje del agua sobre él también lo será.
  - $V_{des} = 10^{-3} \text{ m}^3$ ;  $V_{sub}/V_{cubeta} = 0,5926$  (59,26%)
  - se puede añadir masa de 0,6875 Kg.
- 10,68 %
- $P_{agua} = 7,59 \text{ N}$

#### Lección 4: DINÁMICA DE LOS FLUIDOS IDEALES.

1. Por una arteria aorta de radio  $r = 1$  cm circula sangre con una velocidad  $v = 30$  cm/s. Calcular el caudal de sangre que circula por la aorta.
2. Por una arteria de radio  $r_1 = 0,30$  cm circula sangre con velocidad  $v_1 = 10$  cm/s. La arteria se estrecha debido a un engrosamiento de las paredes (arteriosclerosis) y pasa a tener un radio  $r_2 = 0,20$  cm.
  - a) ¿Qué caudal de sangre circula por la arteria?
  - b) ¿Cuál es la velocidad de la sangre en la parte estrecha,  $v_2$ ?
3. Cuando se abre un grifo se observa que para llenar un recipiente de 2 litros se tarda 1,5 s. Si la sección transversal del caño es  $S = 0,8$  cm<sup>2</sup>,
  - a) calcular el caudal de agua que sale por el grifo.
  - b) Calcular la velocidad a la que sale el agua por el grifo.
4. Mientras se está sirviendo té en una taza, la superficie libre del líquido queda a una altura  $y = 5$  cm respecto al caño de salida. Si la sección del caño es  $S = 0,75$  cm<sup>2</sup>, determinar:
  - a) la velocidad del té a la salida de la tetera y el caudal correspondiente;
  - b) el tiempo que se tarda en servir 100 ml de té.

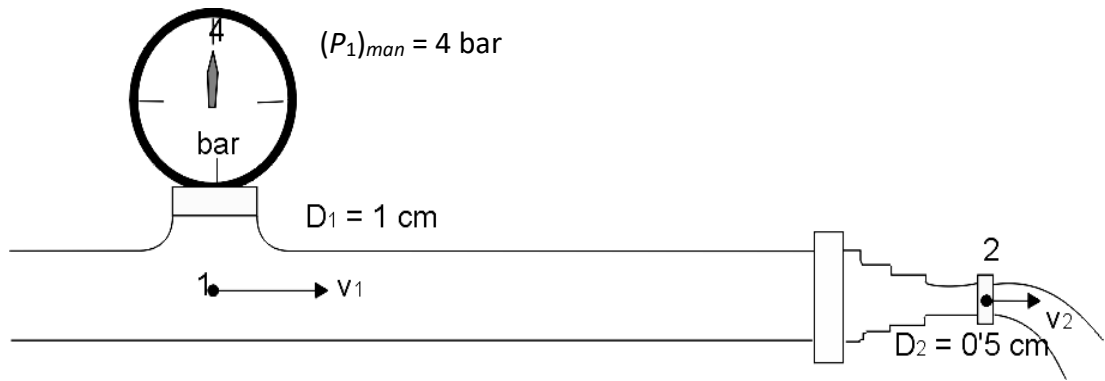


5. Un tubo de Venturi tiene un diámetro principal  $D_1 = 4$  cm y un estrechamiento de diámetro  $D_2 = 2$  cm. Lo acoplamos a una canalización para medir el caudal del agua que pasa. La diferencia de altura del mercurio entre las dos columnas del manómetro es de 22 mm.
  - a) Calcular la velocidad del agua en el tubo principal.
  - b) Determinar el caudal de agua.



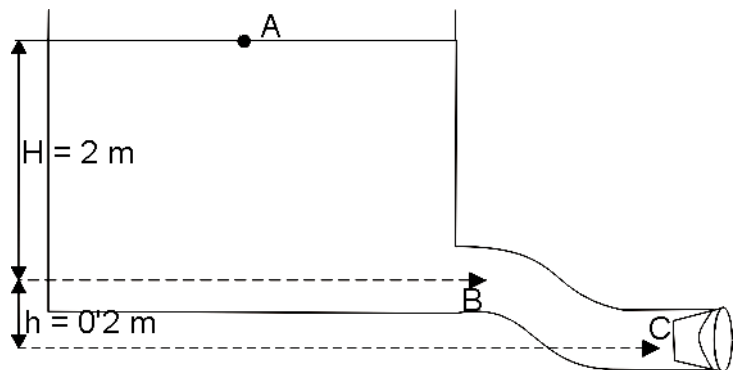
$(\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3; \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3)$

6. En una tubería de agua de diámetro  $D_1 = 1$  cm tenemos una presión manométrica constante  $(P_1)_{\text{man}} = 4$  bar. En el extremo de esta tubería instalamos una boquilla de diámetro de salida  $D_2 = 0,5$  cm por donde sale el agua a una velocidad  $v_2$  (ver figura). Se pregunta:



- ¿Cuál será el valor de las velocidades  $v_1$  y  $v_2$ ? ¿Qué caudal de agua obtendremos en la boquilla? Expresarlo en litros/hora. Deducir una expresión que relacione directamente la presión manométrica con el caudal.
- Si cambiamos la boquilla por otra de diámetro de salida más pequeño  $D_2 = 0,25\text{ cm}$ , ¿cuál será el valor de las velocidades  $v_1$  y  $v_2$ ? ¿Qué caudal de agua obtendremos?
- ¿Dónde será mayor la energía cinética de las moléculas de agua, en el punto 1 o en el punto 2? ¿Cómo se explica físicamente?

7. El depósito de la figura contiene agua ( $\rho_{H_2O} = 1\text{ g/cm}^3$ ) hasta una altura  $H = 2\text{ m}$ , tiene una sección  $S_A = 1\text{ m}^2$  y está destapado ( $P_{atm} = 1\text{ atm}$ ). De la parte inferior del depósito sale un tubo de sección constante  $S = 9\text{ cm}^2$  con un desnivel  $h = 0,2\text{ m}$  (ver figura). Si a la salida del tubo hay un tapón que impide la salida del agua, se pregunta:

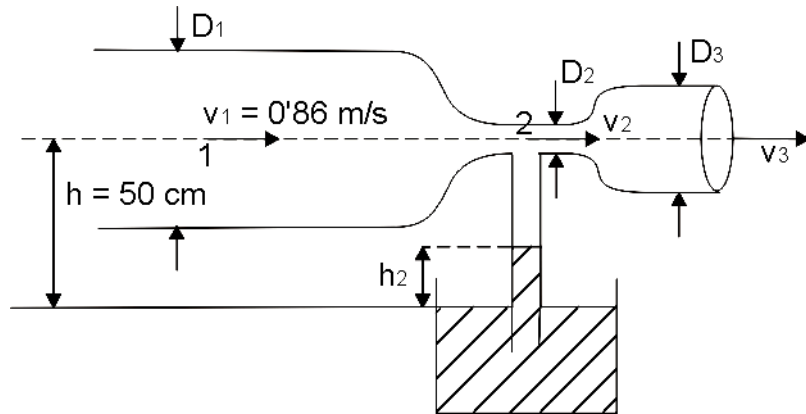


- Determinar las presiones en los puntos A, B y C.

Ahora destapamos el tubo permitiendo la salida libre del agua.

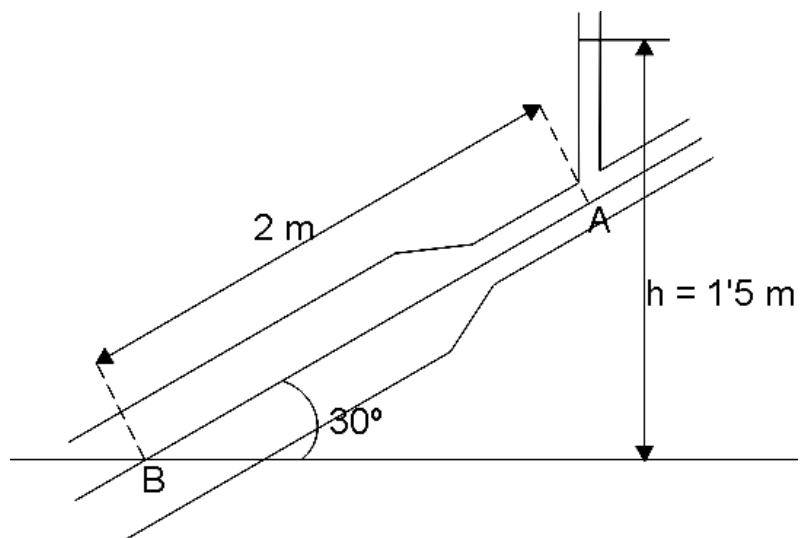
- Determinar las nuevas presiones en los puntos A, B y C.
- ¿Cuál es la velocidad  $v_C$  del agua que sale del depósito? ¿Y el caudal?

8. Por el tubo horizontal representado en la figura circula agua ( $\rho_1 = 1000\text{ Kg/m}^3$ ) y está conectado a través de un tubo vertical a un recipiente que contiene mercurio ( $\rho_2 = 13,6 \cdot 10^3\text{ Kg/m}^3$ ). La distancia entre el nivel del mercurio en el recipiente y el eje del tubo es  $h = 50\text{ cm}$ . El tubo horizontal es cilíndrico y consta de tres zonas de diámetros  $D_1 = 5\text{ cm}$ ,  $D_2 = 1,5\text{ cm}$  y  $D_3 = 3\text{ cm}$ . La velocidad en el punto (1) es  $v_1 = 0,86\text{ m/s}$  y la altura del mercurio en el tubo vertical es  $h_2$ .



- Calcular la velocidad  $v_2$  y la velocidad  $v_3$  con que el agua sale por el extremo del tubo.
  - Calcular la presión en el punto 2. ( $P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$ ).
  - Calcular la altura  $h_2$ .
9. Por una cañería que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal circula agua ( $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ ) en sentido ascendente. En un punto B la velocidad del agua es  $v_B = 2 \text{ m/s}$  y la sección de la cañería es  $s_B = 20 \text{ cm}^2$ . La cañería se estrecha y la sección en un punto A situado a 2 m de B es  $s_A = 10 \text{ cm}^2$ . A la altura del punto A conectamos un tubo vertical abierto por el otro extremo (ver figura). Si la altura del nivel del agua en este tubo respecto al punto B es 1.5 m (ver figura), determinar:

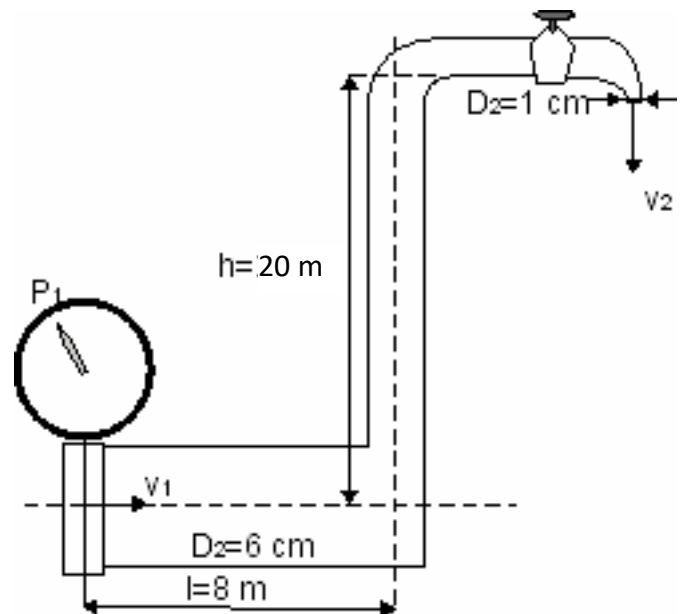
- La presión en el punto A. ( $P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$ ).
- La velocidad en el punto A y el caudal de agua que circula por la cañería.
- La presión que señalará un manómetro situado en el punto B.



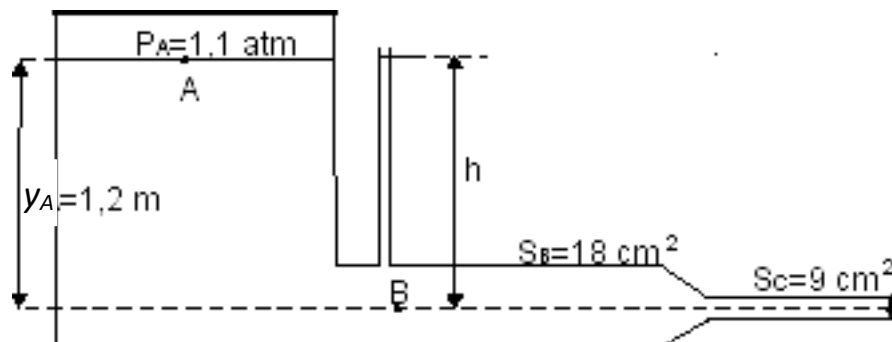
10. El agua de un edificio se suministra a través de una cañería principal de diámetro  $D_1 = 6 \text{ cm}$ . Se observa que un grifo del quinto piso, de diámetro  $D_2 = 1 \text{ cm}$ , localizado a 8 m de distancia respecto al inicio de la cañería principal y a 20 m de altura por encima de la misma, llena un recipiente de 25 l en 20 s.

- ¿Qué caudal de agua sale por el grifo?  
¿A qué velocidad  $v_2$  sale el agua del grifo? (No considerar efectos viscosos).
- ¿Cuál es la velocidad  $v_1$  en la cañería principal? ¿Y la presión manométrica (sobrepresión respecto a la presión atmosférica) en el punto 1?
- Si en época de sequía la compañía de aguas decide reducir la presión manométrica de la cañería principal a 2,2 atm, ¿qué caudal de agua saldrá entonces por el grifo?

NOTA:  $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$



- El agua del depósito tapado de la figura tiene la salida por el tubo B-C con secciones  $S_B = 18 \text{ cm}^2$  y  $S_C = 9 \text{ cm}^2$ . La presión en la cámara de aire que hay entre la superficie del agua y la tapa del depósito es de 1,1 atm. El nivel del agua en el depósito se halla a una altura  $y_A = 1,2 \text{ m}$  y el diámetro es lo suficientemente grande como para suponer que  $v_A = 0$ . Sobre el punto B hay conectado un tubo vertical en el que el agua llega a una altura  $h$ . Sin tener en cuenta los efectos viscosos, calcular:



- la velocidad  $v_C$  a la que sale el agua por el punto C y el caudal de agua que circula;
- la velocidad del agua en el punto B,  $v_B$ , y la presión en este punto,  $P_B$ ;
- la altura  $h$  que alcanza el agua en el tubo vertical.
- ¿Cómo variará el caudal de agua que sale por C si aumentamos la presión en la cámara de aire del depósito?

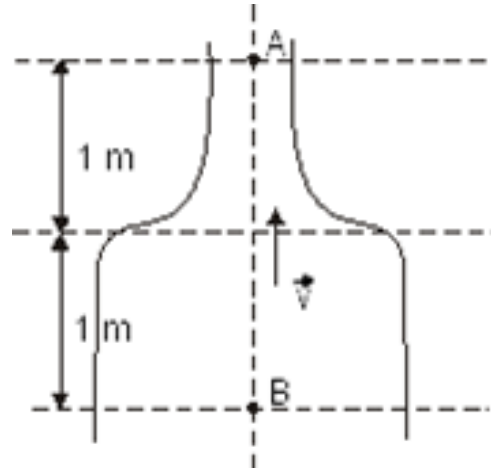
NOTA: ( $P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ )

- Una corriente de agua circula en sentido ascendente por un tubo de diámetro igual a 40 cm que se prolonga en otro tubo de diámetro igual a 10 cm, colocados en posición vertical.

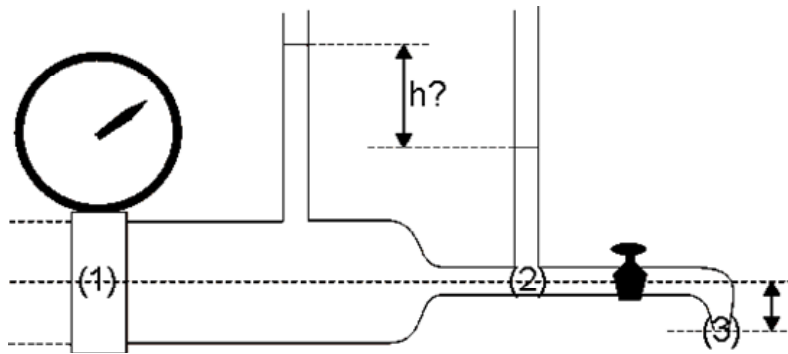


- a) ¿En cuál de los puntos A y B situados respectivamente 1 m por encima y por debajo de la unión de los dos tubos es más grande la presión? Justificar la respuesta.
- b) Si la diferencia de presión entre los dos puntos mencionados es de 27200 Pa, calcular la velocidad del agua en cada uno de los puntos A y B. Determinar el caudal de agua que circula por los tubos.

NOTA:  $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ .



13. El grifo de la figura tiene un diámetro de salida  $D_3 = 1 \text{ cm}$  y el agua que sale por él llega por una tubería principal de diámetro  $D_1 = 5 \text{ cm}$  en la parte ancha y  $D_2 = 2 \text{ cm}$  en la parte estrecha. El caudal del agua que circula es  $C = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

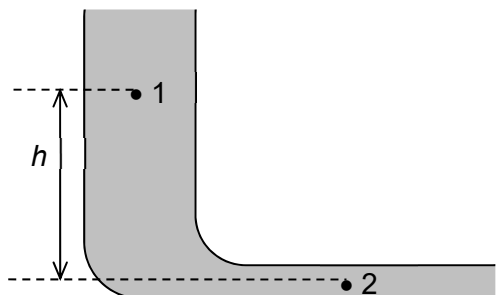


- a) Calcular  $v_1$ ,  $v_2$  y  $v_3$ .
- b) Calcular  $P_1$  y  $P_2$  suponiendo que la salida del grifo se encuentra prácticamente a la misma altura que el eje de la tubería. ¿Qué presión marcaría el manómetro de la figura?
- c) ¿Cuál sería la diferencia de altura entre los niveles de agua en los tubos verticales conectados a las partes ancha y estrecha de la tubería?

NOTA:  $P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ .

14. La tubería cilíndrica en forma de codo de la figura contiene agua. Se comprueba que cuando el agua no circula (está en reposo) la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2 es de  $2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ . En cambio, si el agua circula de forma que la velocidad en el punto 1 es descendente y con valor  $v_1 = 1 \text{ m/s}$ , entonces las dos presiones son iguales  $P_1 = P_2$ .

- a) En condiciones de reposo,
- ¿cuál de las dos presiones es mayor,  $P_1$  o  $P_2$ ? Justificar la respuesta explicando el principio físico en el que se basa.
  - Calcular la altura,  $h$ , que separa los puntos 1 y 2.



- b) Si el agua circula en las condiciones descritas y suponiendo que el flujo es ideal,
- Calcular la velocidad,  $v_2$ , del agua en el tramo estrecho y horizontal de la cañería.

- ii) ¿Cuál de las dos velocidades esperabas que fuera mayor? Explica la ley o principio físico en el que te basas.
- iii) Calcular el cociente entre las secciones de la cañería en las partes ancha y estrecha,  $S_1/S_2$ .

NOTA. La densidad del agua es  $\rho = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ .

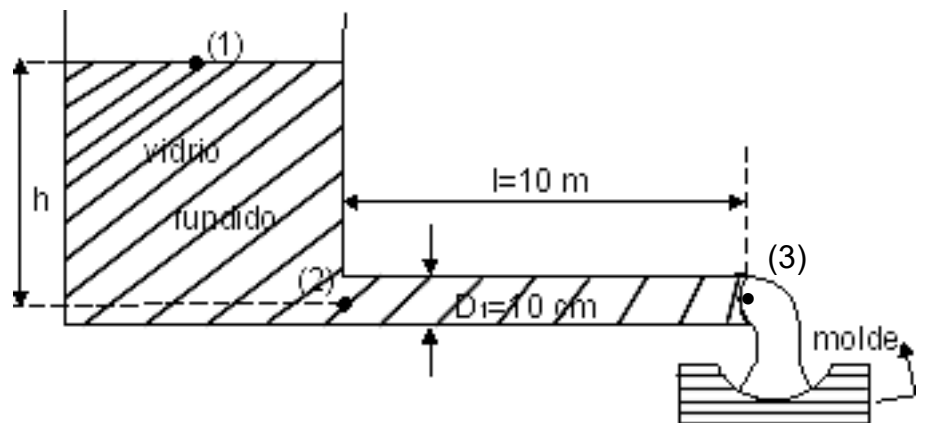
### SOLUCIONES.

1.  $C = 9,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$
2.
  - a)  $C = 2,827 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$
  - b)  $v_2 = 0,225 \text{ m/s}$
3.
  - a)  $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
  - b)  $v = 16,6 \text{ m/s}$
4.
  - a)  $v = 1 \text{ m/s}; C = 75 \text{ cm}^3/\text{s}$ .
  - b)  $t = 1,33 \text{ s}$ .
5.
  - a)  $v = 0,6 \text{ m/s}$
  - b)  $C = 7,56 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$
6.
  - a)  $v_1 = 7,3 \text{ m/s}; v_2 = 29,2 \text{ m/s}; C = 2064,8 \text{ l/h}$
  - b)  $v_1 = 1,77 \text{ m/s}; v_2 = 28,3 \text{ m/s}; C = 500,8 \text{ l/h}$
  - c) En el punto 2
7.
  - a)  $P_A = P_{\text{atm}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}; P_B = 121300 \text{ Pa}; P_C = 123300 \text{ Pa}$
  - b)  $P_A = P_C = P_{\text{atm}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}; P_B = 99300 \text{ Pa}$
  - c)  $C = 5,97 \text{ l/s}$
8.
  - a)  $v_2 = 9,55 \text{ m/s}; v_3 = 2,39 \text{ m/s}$
  - b)  $P_2 = 57254,8 \text{ Pa}$
  - c)  $h_2 = 0,299 \text{ m}$
9.
  - a)  $P_A = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
  - b)  $v_A = 4 \text{ m/s}; C = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
  - c)  $(P_B)_{\text{manòmetre}} = 21000 \text{ Pa}$
10.
  - a)  $C = 1,25 \text{ l/s}; v_2 = 15,92 \text{ m/s}$
  - b)  $v_1 = 0,442 \text{ m/s}; (P_1)_{\text{man}} = 3,27 \text{ at}$

- c)  $C = 0,5 \ell / s$
11. a)  $C = 5,95 \ell / s$   
b)  $h = 1,67 \text{ m}$   
c)  $P_A \uparrow \Rightarrow C \uparrow$
12. a)  $P_B > P_A$   
b)  $v_A = 3,76 \text{ m/s}; v_B = 0,24 \text{ m/s}; C = 29,5 \ell / s$
13. a)  $v_1 = 0,509 \text{ m/s}; v_2 = 3,18 \text{ m/s}; v_3 = 12,73 \text{ m/s}$   
b)  $P_1 = 180896,9 \text{ Pa}; P_2 = 175970,25 \text{ Pa}; (P_1)_{\text{man}} = 80896,9 \text{ Pa}$   
c)  $h = 0,49 \text{ m}$
14. a)  $P_2 > P_1; h = 2 \text{ m}.$   
b)  $v_2 = 6,4 \text{ m/s}; v_2 > v_1; S_1/S_2 = v_2/v_1 = 6,4.$

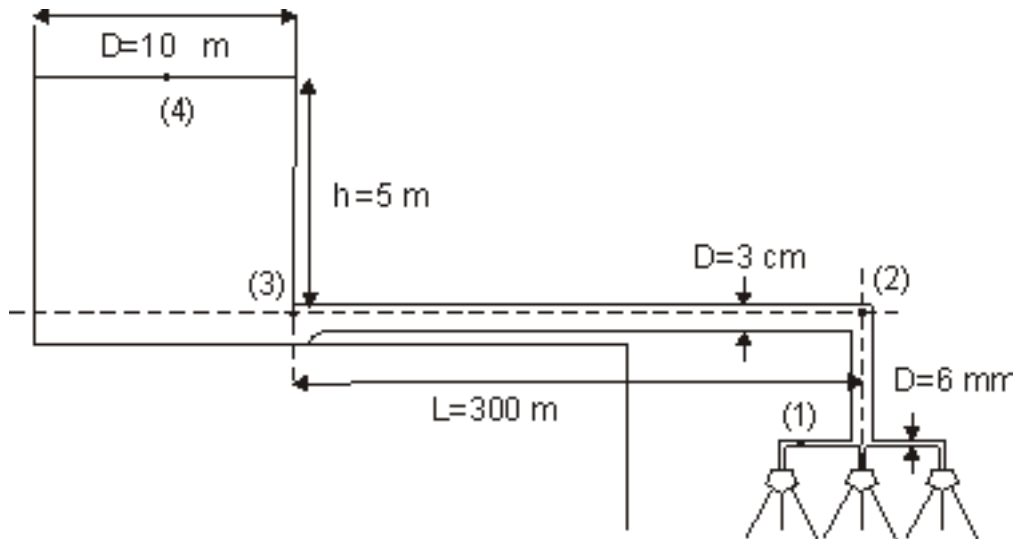
## Lección 5: DINÁMICA DE LOS FLUIDOS VISCOSOS.

1. En una fábrica de componentes ópticos tenemos un horno de vidrio fundido a una temperatura de  $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$  con un conducto de evacuación de sección circular que se utiliza para llenar moldes al ritmo de  $25\text{ g}$  de vidrio fundido por segundo. Sabiendo que el coeficiente de viscosidad del vidrio a la temperatura mencionada es de  $10^4\text{ Po}$ , su densidad  $2,5\text{ g/cm}^3$  y que la longitud del conducto es de  $\ell = 10\text{ m}$  y su diámetro es  $D_1 = 10\text{ cm}$ , se pregunta:



- ¿Qué volumen de vidrio fundido cae al molde cada segundo? Determinar el caudal de vidrio fundido que circula por el conducto de evacuación del horno expresado en  $\text{m}^3/\text{s}$ , y las velocidades  $v_2$  y  $v_3$ .
  - Determinar la presión del vidrio al principio del conducto de evacuación (punto 2). ( $P_{\text{atm}} = 10^5\text{ Pa}$ )
  - Si la presión en la parte superior del horno (punto 1) es igual a la presión atmosférica (horno abierto), calcular la altura  $h$  de vidrio necesaria para obtener el caudal descrito (suponer que el diámetro del horno es muy grande, lo cual implica que el flujo vertical del vidrio se puede considerar **ideal** y  $v_1 \approx 0$ ).
  - Explicar cómo variaría el caudal de vidrio en los casos siguientes: si aumentamos el diámetro  $D_1$  del conducto; si disminuimos su longitud  $l$ ; si aumentamos la temperatura del vidrio fundido; si aumentamos la presión del punto (1) (horno presurizado). ¿Variaría la presión del punto (2) en alguno de los casos anteriores? Razonar las respuestas.
2. Una instalación contra incendios consta de un depósito abierto, una cañería principal y tres puntos de ducha, como se ve en el esquema adjunto. Sabiendo que el caudal de agua suministrado por cada una de las duchas es de  $0,5\text{ l/min}$ , se pregunta:
- Determinar la velocidad del agua en la cañería de alimentación de una ducha (punto 1). Calcular el caudal de agua en la cañería principal (punto 3).  
Suponiendo que es un flujo ideal,
  - determinar la velocidad de descenso del agua en el depósito,  $v_4$ , y la velocidad en el tubo principal,  $v_3 = v_2$ ;
  - calcular la presión que indicaría un manómetro (sobrepresión respecto a la atmosférica) situado a la salida del depósito,  $(P_3)_{\text{man}}$ .
  - Sabiendo que el coeficiente de viscosidad del agua a la temperatura ambiente es  $\eta = 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$ , determinar la diferencia de presión entre el punto 3 y el punto 2 de la cañería principal. A la vista del resultado, ¿crees que ha sido una buena aproximación suponer que se trataba de un flujo ideal?

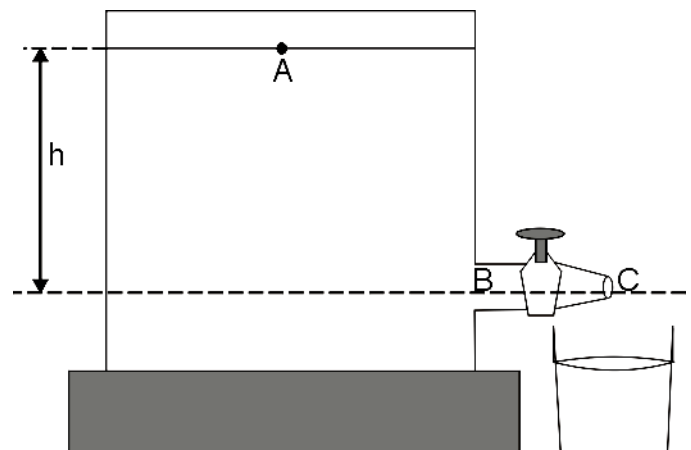
NOTA: ( $P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ )



3. En la figura se representa un depósito de agua destilada donde la presión sobre la superficie libre (punto A) es la atmosférica,  $P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$ . El diámetro del tubo de salida del depósito es  $D_B = 2 \text{ cm}$ , el de salida del grifo es  $D_C = 1 \text{ cm}$  y los dos son mucho más pequeños que el diámetro del depósito  $D_A$ . Si cuando se abre el grifo se observa que para llenar un recipiente de  $1 \text{ l}$  se tardan  $2,5 \text{ s}$ , determinar:

- (a) El caudal y las velocidades en A, B y C.  
 (b) Las presiones en los puntos A, B y C.  
 ( $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ Kg/m}^3$ )

Si ahora conectamos el grifo a una manguera horizontal de longitud  $l = 10 \text{ m}$  y el mismo diámetro que el grifo,  $D_C$ , se observa que para llenar un recipiente de  $1 \text{ l}$  a la salida de la manguera se tarda  $7,5 \text{ s}$ .



- (c) ¿Por qué crees que el tiempo es más grande ahora que antes? Determinar el nuevo caudal y la nueva presión en C.  
 ( $\eta_{H_2O} = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ).

4. La arteria aorta de un hombre tiene un diámetro de  $2 \text{ cm}$ . Sabiendo que el caudal de sangre que bombea el corazón es del orden de  $5 \text{ litros/min}$ :

- (a) Calcular la velocidad media de la sangre en la aorta.  
 (b) Sabiendo que los tubos capilares tienen un diámetro medio de  $8 \mu\text{m}$  y que la velocidad media de la sangre en ellos es de  $0,4 \text{ mm/s}$ , estimar el número total de capilares que son alimentados por la aorta.

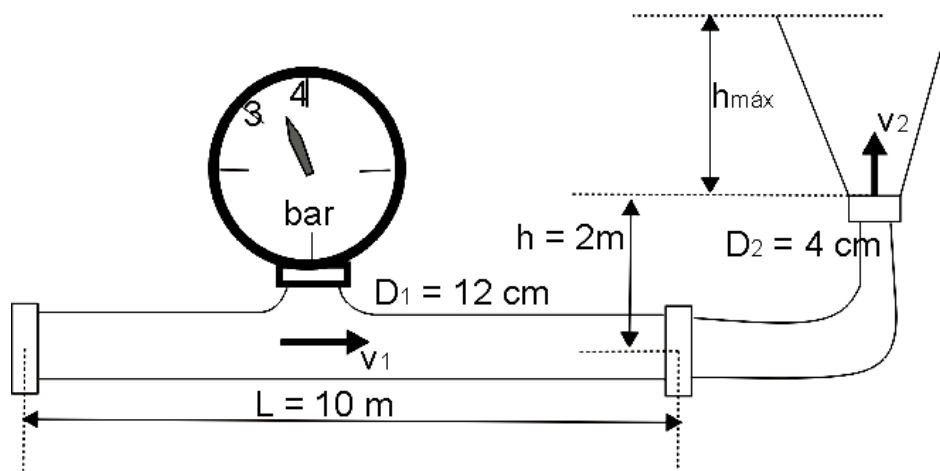
5. Con los datos del problema anterior y sabiendo que el coeficiente de viscosidad de la sangre a  $37^\circ\text{C}$  es de  $4 \text{ cP}$  ( $\text{cP} = \text{centipoise}$ ):

- (a) Determinar la pérdida de presión por unidad de longitud en la aorta.

- (b) Realizar un diagrama de la velocidad de la sangre en el interior de la aorta en función de la distancia a las paredes. Compararlo con el valor de la velocidad media obtenida en el problema anterior.
6. Un surtidor está alimentado por una tubería de 10 m de longitud y diámetro  $D = 12$  cm por la que pasa agua a  $20^\circ\text{C}$  y una presión  $P = 3,5$  bar. En el extremo de la tubería se ha instalado una boquilla en forma de codo con un agujero de salida cuyo diámetro es  $D = 4$  cm situado a una altura de 2 m respecto a la tubería, (ver figura).

Se pregunta:

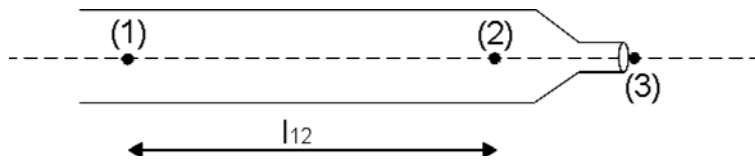
- (a) Suponiendo que el flujo del agua se puede considerar ideal, determinar las velocidades  $v_1$  del agua en la tubería y  $v_2$  en la salida de la boquilla. Determinar también, el caudal del agua del surtidor.



- (b) Determinar la altura máxima  $h_{\text{máx}}$  a la que llegará el agua que sale por el surtidor. ¿Qué podríamos hacer para aumentar esta altura?
- (c) Determinar la pérdida de presión debida a la viscosidad experimentada por el flujo de agua en la tubería. A la vista del resultado, ¿consideras acertado haber supuesto que el flujo de agua era ideal?

NOTA:  $P_{\text{atm}} = 10^5$  Pa;  $\rho_{\text{agua}} = 10^3$  Kg/m<sup>3</sup>;  $\eta_{\text{agua a } 20^\circ\text{C}} = 1\text{cP}$ .

7. ¿Qué sobrepresión es necesaria para inyectar agua con una aguja hipodérmica de 2 cm de longitud y 0,3 mm de diámetro a un ritmo de 1 cm<sup>3</sup>/s? ( $\eta_{\text{agua a } 20^\circ\text{C}} = 1\text{cP}$ )
8. Por un tubo de diámetro  $D = 2$  cm y longitud  $L = 30$  m circula agua a temperatura ambiente. La diferencia de presión entre la entrada y la salida del tubo es de 1 atm.
- (a) Determinar el caudal y la velocidad media del agua que circula por el tubo.
- (b) Si debido a una deposición de cal el diámetro interior del tubo se reduce de  $D$  a  $(0,8 \cdot D)$  en toda su longitud, manteniendo la diferencia de presión entre la entrada y la salida, ¿cuál será el nuevo caudal de agua?
- (c) Si aumentamos la temperatura del agua que circula por el tubo, ¿variará el caudal? ¿Por qué?
- NOTA: La viscosidad del agua a temperatura ambiente es  $\eta = 1$  cP.
9. Por un tubo horizontal (ver figura) circula petróleo que acaba saliendo al exterior con un caudal de 50 m<sup>3</sup>/min. El diámetro del tubo en los puntos 1 y 2 es de 1 m y en el punto 3 es de 0,8 m. Considerando el fluido ideal:

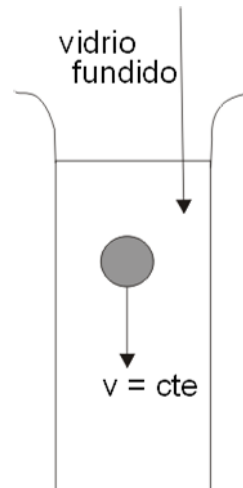


- Determinar las velocidades en los puntos 1, 2 y 3.
- Determinar las presiones en los puntos 1, 2 y 3.
- Considerando el petróleo como un fluido real (viscoso), calcular la diferencia de presiones entre los puntos 1 y 2, sabiendo que el coeficiente de viscosidad vale  $0,8 \text{ Pa}\cdot\text{s}$  y la distancia entre los puntos 1 y 2 es de  $10 \text{ Km}$ .

NOTA:  $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $\rho_{\text{petróleo}} = 920 \text{ Kg/m}^3$ .

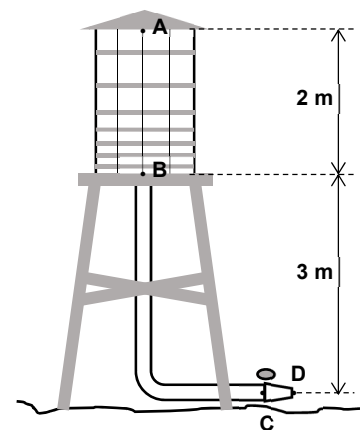
10. Un experimento para determinar el coeficiente de viscosidad del vidrio fundido consiste en dejar caer una esfera maciza de acero en un recipiente que contiene el vidrio. Se observa que poco después de haber penetrado en él, la velocidad de la bola de acero en su trayectoria vertical descendente es constante y muy pequeña (el régimen de flujo puede considerarse laminar).

- Determinar todas las fuerzas que actúan sobre la bola de acero, especificando quién hace cada una de ellas. ¿Cómo explicas que la velocidad de la bola de acero llegue a ser constante?
- Obtener la expresión de la velocidad constante de caída de la bola en función de su radio, su densidad y la densidad y el coeficiente de viscosidad del vidrio fundido.
- Si tenemos un recipiente lleno de vidrio fundido a  $1000^\circ\text{C}$  y dejamos caer en su interior una bola de acero de  $6 \text{ cm}$  de diámetro, observamos que su velocidad constante de caída es  $1 \text{ cm/s}$ . Calcular el coeficiente de viscosidad del vidrio a  $1000^\circ\text{C}$ , sabiendo que la densidad del acero es de  $7,6 \text{ g/cm}^3$  y la del vidrio  $2,5 \text{ g/cm}^3$ . A la vista del resultado obtenido, ¿te parece que el vidrio fundido a  $1000^\circ\text{C}$  es muy viscoso?



11. Una estudiante de óptica con inquietudes investigadoras realiza el siguiente experimento: deja caer simultáneamente a una hormiga, a un ratón y a su novio desde una altura de  $120 \text{ m}$ . Observa que el chico, que es más listo, llega el primero al suelo y allí se queda inmóvil. Al cabo de un momento llega el ratón y resulta ligeramente conmocionado. Más tarde llega la hormiga que después de tocar al suelo sigue manifestando un comportamiento normal. La estudiante, que era muy inquieta, repite el experimento (tenía dos novios) dentro de un gran tubo en el que hay el vacío. En esta ocasión observa que los tres llegan simultáneamente al suelo y allí quedan inmóviles. Razonar los resultados de las experiencias.

12. En la figura se representa un depósito elevado, hecho de madera y reforzado con anillas metálicas que lo rodean, que proporciona agua para regar una granja. La base del depósito se encuentra a  $3 \text{ metros}$  del suelo y su altura es de  $2 \text{ m}$  (ver figura). El agua sale del depósito por el tubo  $BC$ , de diámetro  $D_C = 4 \text{ cm}$ , conectado a un grifo, cuyo caño tiene un diámetro  $D_D = 2 \text{ cm}$ . El depósito no está cerrado herméticamente y su diámetro es mucho mayor que los de los tubos  $D_C$  y  $D_D$ .



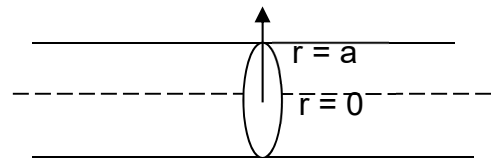
- Cuando el grifo está cerrado,
  - determinar las presiones en los puntos  $A$  (superficie libre del agua del depósito),  $B$  (en la base del depósito) y  $C$  (justo antes de la llave de paso del grifo).

- ii. ¿Por qué crees que las anillas metálicas están más juntas entre sí en la zona cercana a la base (punto B)? ¿En qué ley física se basa tu razonamiento?
- (b) Cuando el grifo está abierto y suponiendo que el agua se comporta como un fluido ideal,
- determinar la velocidad a la que sale el agua por el caño  $D$ ,  $v_D$ , las velocidades  $v_A$  y  $v_C$ , y el caudal,  $C$ .
  - Determinar las presiones en los puntos  $A$ ,  $C$  y  $D$ .
  - ¿Por qué crees que el depósito se ha construido elevado respecto al suelo?
- (c) Se conecta al grifo de salida una manguera horizontal de longitud  $L = 100$  m y el mismo diámetro que el caño ( $D_D$ ). En estas condiciones el agua se comporta como un fluido real, y el caudal que circula es  $C' = 1,5 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>/s.
- Este nuevo caudal, ¿es mayor o menor que el calculado en el apartado (b)? ¿A qué crees que es debido?
  - Determinar la nueva presión en el punto  $D$ .

NOTA:  $P_{\text{atm}} = 10^5$  Pa;  $\rho_{\text{agua}} = 10^3$  Kg/m<sup>3</sup>;  $\eta_{\text{agua}} = 10^{-3}$  Pa·s.

### SOLUCIONES.

- $C = 10^{-5}$  m<sup>3</sup>/s;  $v_{m2} = v_{m3} = 1,27 \cdot 10^{-3}$  m/s
  - $P_2 = 140\,743,66$  Pa
  - $h = 1,6$  m
  - $\phi \uparrow \Rightarrow C \uparrow$ ;  $\ell \uparrow \Rightarrow C \uparrow$ ;  $P_1 \uparrow \Rightarrow P_2 \uparrow \Rightarrow C \uparrow$ ;  $T \uparrow \Rightarrow \eta \downarrow \Rightarrow C \uparrow$
- $C_1 = 8,333 \cdot 10^{-6}$  m<sup>3</sup>/s;  $v_1 = 0,29$  m/s;  $C_3 = 2,5 \cdot 10^{-5}$  m<sup>3</sup>/s
  - $v_4 = 3,18 \cdot 10^{-7}$  m/s  $\approx 0$ ;  $v_3 = v_2 = 0,035$  m/s.
  - $(P_3)_{\text{manòmetre}} = 49999,4$  Pa
  - $P_3 - P_2 = 377,25$  Pa.
- $C = 4 \cdot 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/s;  $v_A \approx 0$ ;  $v_B = 1,27$  m/s;  $v_C = 5,09$  m/s
  - $P_A = P_{\text{atm}} = 10^5$  Pa;  $P_C = P_{\text{atm}} = 10^5$  Pa;  $P_B = 112147,6$  Pa
  - $C' = 1,33 \cdot 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/s;  $P_C = 105418,9$  Pa
- $v = 0,265$  m/s
  - $h = 4,1 \cdot 10^9$  capilares
- $\Delta P / \ell = 84,88$  Pa/m
  - Perfil parabólico de velocidades;  
 $v_{(r=a)} = 0$ ;  $v_{(r=0)} = 0,53$  m/s
- $v_1 = 2,4$  m/s;  $v_2 = 21,6$  m/s;  $C = 27$  l/s
  - $h = 23,3$  m;  $P_2 \downarrow$ ,  $P_1 \uparrow$  y  $T \uparrow$
  - $\Delta P = 53$  Pa  $<< 2,5 \cdot 10^5$  Pa
- $\Delta P = 1,006 \cdot 10^5$  Pa  $\approx 1$  at
- $C = 13$  l/s;  $v = 41,38$  m/s
  - $C = 5,32$  l/s
  - $T \uparrow \Rightarrow C \uparrow$





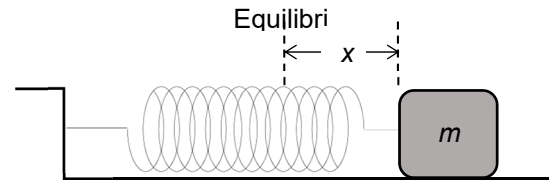
9. a)  $v_1 = v_2 = 1,06 \text{ m/s}$ ;  $v_3 = 1,65 \text{ m/s}$   
 b)  $P_1 = P_2 = 100735,49 \text{ Pa}$ ;  $P_3 = 10^5 \text{ Pa}$   
 c)  $P_1 - P_2 = 271624,43 \text{ Pa}$
10. a) Peso (tierra), empuje (fluido), fuerza de resistencia (fluido);  
 $F_r$  es proporcional a  $v \Rightarrow$  velocidad límite  
 b)  $\eta = 999,6 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ; Muy viscoso
11. a) Los cuerpos llegan al suelo con velocidad límite debido a la resistencia del aire. La velocidad límite es proporcional a las dimensiones del cuerpo  $\Rightarrow (v_1)_{\text{novio}} > (v_1)_{\text{ratón}} > (v_1)_{\text{hormiga}}$   
 b) No hay fuerza de resistencia  $\Rightarrow$  los tres cuerpos caen con m.r.u.a. de aceleración =  $g$ .

12)

- a)  
 i)  $P_A = P_{\text{antm}} = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $P_B = 120\,000 \text{ Pa}$ ;  $P_C = 150\,000 \text{ Pa}$ .  
 ii) La presión es mayor en la parte baja del depósito ( $P_B - P_A = \rho g(z_B - z_A)$ ).
- b)  
 i)  $v_A \approx 0$ ;  $v_D = 10 \text{ m/s}$ ;  $v_C = 2,5 \text{ m/s}$ .  $C = 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .  
 ii)  $P_A = P_D = P_{\text{antm}} = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $P_C = 146\,875 \text{ Pa}$ .  
 iii) Para tener más presión en el punto C o, lo que es equivalente, obtener más caudal a la salida del tubo.
- c)  
 i) Fuerzas viscosas contrarias al movimiento.  
 ii)  $P'_D = 138197,2 \text{ Pa}$ .

## Lección 7: OSCILACIONES.

- Una boya anclada cerca de una playa sube y baja con las olas. La oscilación vertical de la boya en función del tiempo viene determinada por la ecuación  $y(t) = 1,2 \cdot \cos(0,5t + \pi/6)$ , donde  $y$  se expresa en metros y  $t$  en segundos.
  - Determinar la amplitud, la frecuencia angular, la fase inicial, la frecuencia y el periodo del movimiento.
  - ¿Cuál es la posición vertical de la boya en el instante de tiempo  $t = 1$  s?
  - Con las constantes determinadas en el apartado a), escribir las ecuaciones de la velocidad y la aceleración como funciones del tiempo.
  - Calcular los valores iniciales ( $t = 0$ ) de la posición, la velocidad y la aceleración de la boya.
- Un objeto oscila con una frecuencia angular  $\omega = 8$  rad/s. En el instante  $t = 0$  el objeto se encuentra en  $x = 4$  cm, con una velocidad inicial  $v_0 = -25$  cm/s.
  - Determinar la amplitud y la fase inicial para este movimiento.
  - Escribir la ecuación de la posición  $x$  en función del tiempo.
  - ¿En qué instante de tiempo se encuentra el objeto en la posición  $x = -A$ ?
- Un objeto de masa  $m = 2$  Kg se sujeta a un muelle, tal como muestra la figura. La constante elástica del muelle es  $k = 196$  N/m. Se mantiene el objeto a una distancia  $x = 5$  cm de la posición de equilibrio y se suelta en el instante  $t = 0$ .
  - Determinar la frecuencia angular, la frecuencia y el periodo de la oscilación.
  - ¿Cuál es la amplitud del movimiento? ¿Y la fase inicial?
  - Escribir la ecuación de la posición  $x$  en función del tiempo.
  - Representar gráficamente la posición  $x$  en función del tiempo.
- La ecuación genérica para describir un movimiento es  $x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \delta)$ . Determinar el valor de la fase inicial,  $\delta$ , en los siguientes casos:
  - la posición inicial (instante  $t = 0$ ) es  $x_0 = 0$ ;
  - la posición inicial es  $x_0 = A$ ;
  - la posición inicial es  $x_0 = -A$ ;
  - la posición inicial es  $x_0 = A/2$ .
- La posición de una partícula con movimiento armónico simple viene determinada por la ecuación  $x(t) = 0,07 \cdot \cos(6\pi t)$ , donde  $x$  se expresa en metros y  $t$  en segundos.
  - Determinar la frecuencia, el periodo, la amplitud del movimiento y la fase inicial.
  - ¿Cuál es la posición del cuerpo en el instante  $t = 0,2$  s?
  - ¿Cuál es el primer instante de tiempo (después del instante inicial  $t = 0$ ) en que la partícula está en la posición de equilibrio? ¿En qué sentido se mueve en este instante?
- Un objeto oscila unido a un muelle y su ecuación de movimiento es  $x(t) = 0,1 \cdot \cos(10t)$ , donde  $x$  se expresa en metros y  $t$  en segundos.
  - Determinar la amplitud del movimiento, el periodo, la frecuencia, la frecuencia angular y la fase inicial.
  - ¿Cuál es la velocidad máxima del objeto?



- c) ¿En qué momento (después del instante inicial  $t = 0$ ) se alcanza por primera vez esta velocidad máxima?
- d) ¿Cuál es la aceleración máxima del objeto?
- e) ¿En qué momento (después del instante inicial  $t = 0$ ) se alcanza por primera vez esta aceleración máxima?
7. 2. Un objeto de masa  $m = 2,4$  Kg está unido a un muelle horizontal de constante elástica  $k = 4500$  N/m. El muelle se estira 10 cm desde el equilibrio y se suelta. Determinar:
- la amplitud del movimiento, la frecuencia, el periodo y la fase inicial. Escribir la ecuación de movimiento;
  - la velocidad máxima y la aceleración máxima.
  - ¿En qué instante de tiempo alcanza el objeto la posición de equilibrio por primera vez? ¿Cuál es la aceleración en este momento?
8. Un objeto de masa  $m = 3$  Kg sujetado a un muelle horizontal, oscila con una amplitud  $A = 10$  cm y una frecuencia  $f = 2,4$  Hz.
- ¿Cuál es la constante elástica del muelle? ¿Y el periodo del movimiento?
  - ¿Cuál es la velocidad máxima del objeto? ¿En qué posición se encuentra el objeto cuando alcanza esta velocidad máxima?
  - ¿Cuál es la aceleración máxima del objeto? ¿En qué posición se encuentra el objeto cuando alcanza esta aceleración máxima?
9. Cuando una persona de masa  $m = 85$  Kg sube a un coche de masa  $M = 2.400$  Kg, las ballestas de suspensión descienden 2,35 cm.
- ¿Qué valor de la constante elástica le correspondería a cada una de las 4 ballestas?
  - Suponiendo que no hay amortiguación, ¿con qué frecuencia oscilarían el coche y el pasajero sobre las ballestas?
10. El periodo correspondiente a la oscilación de una masa,  $m = 0,75$  Kg, unida a un muelle es  $T = 1,5$  s. La amplitud de la oscilación es  $A = 10$  cm.
- Calcular la constante elástica del muelle.
  - Si la posición de la masa en el instante inicial es  $x = +10$  cm, ¿cuál es la ecuación de movimiento,  $x(t)$ , de la masa?
  - Calcular la velocidad y la aceleración de la masa cuando su posición es  $x = +6$  cm.
11. Un cuerpo está oscilando armónicamente con un período de 0,5 s y una amplitud de 20 cm. Calcular:
- Los valores máximos de la velocidad y la aceleración.
  - La aceleración y la velocidad cuando el cuerpo está a 10 cm del punto de equilibrio.
  - Escribir la ecuación de la trayectoria del cuerpo sabiendo que en el instante inicial se encuentra a 10 cm del punto de equilibrio.
  - El tiempo que tarda el cuerpo en desplazarse desde el punto de equilibrio hasta un punto situado a una distancia de 15 cm de él.

## SOLUCIONES.

1.

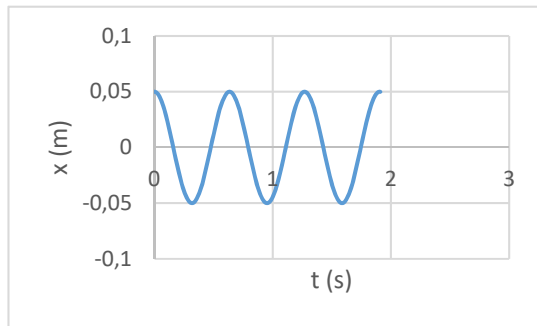
- a)  $A = 1,2 \text{ m}$ ;  $w = 0,5 \text{ rad}$ ;  $\delta = \pi/6 \text{ rad}$ ;  $f = 0,079 \text{ Hz}$ ;  $T = 12,56 \text{ s}$ .
- b)  $y = 0,6 \text{ m}$
- c)  $v = -0,6 \cdot \sin(0,5t + \pi/6)$ ;  $a = -0,3 \cdot \cos(0,5t + \pi/6)$
- d)  $y = 1,039 \text{ m}$ ;  $v = -0,6 \text{ m/s}$ ;  $a = -0,26 \text{ m/s}^2$ .

2.

- a)  $\delta = 0,66 \text{ rad}$ ;  $A = 0,0507 \text{ m}$ .
- b)  $x = 0,0507 \cdot \cos(8t + 0,66)$
- c)  $t = 0,31 \text{ s}$ .

3.

- a)  $w = 9,9 \text{ rad/s}$ ;  $T = 0,63 \text{ s}$ ;  $f = 1,57 \text{ Hz}$ .
- b)  $A = 0,05 \text{ m}$ ;  $\delta = 0$ .
- c)  $x = 0,05 \cdot \cos(9,9 \cdot t)$
- d)



4.

- a)  $\delta = 1,57 \text{ rad}$ ;
- b)  $\delta = 0$ ;
- c)  $\delta = \pi \text{ rad}$ ;
- d)  $\delta = 1,047 \text{ rad} = \pi/3 \text{ rad}$ .

5.

- a)  $f = 3 \text{ Hz}$ ;  $T = 0,33 \text{ s}$ ;  $A = 0,07 \text{ m}$ ;  $\delta = 0$ .
- b)  $x = -0,0566 \text{ m}$
- c)  $t = 0,0833 \text{ s}$

6.

- a)  $A = 0,1 \text{ m}$ ;  $w = 10 \text{ rad/s}$ ;  $\delta = 0$ ;  $T = 0,628 \text{ s}$ ;  $f = 1,59 \text{ Hz}$ .
- b)  $|v_{\max}| = 1 \text{ m/s}$ ;  $t = 0,47 \text{ s}$ .
- c)  $|a_{\max}| = 10 \text{ m/s}^2$
- d)  $t = 0,314 \text{ s}$ .

7.

- a)  $A = 0,1 \text{ m}$ ;  $T = 0,145 \text{ s}$ ;  $f = 6,89 \text{ Hz}$ ;  $\delta = 0$ .
- b)  $|v_{\max}| = 4,33 \text{ m/s}$ ;  $|a_{\max}| = 187,7 \text{ m/s}^2$
- c)  $T = 0,036 \text{ s}$ ;  $a = 0$ .

8.

- a)  $T = 0,416 \text{ s}$ ;  $k = 682,19 \text{ N/m}$
- b)  $|v_{\max}| = 1,508 \text{ m/s}$ ;  $x = 0$
- c)  $|a_{\max}| = 22,74 \text{ m/s}^2$ ; en  $x = A$  y en  $x = -A$

9.

- a)  $k = 264\,361,7 \text{ N/m}$
- b)  $f = 3,28 \text{ Hz}$

10.

- a)  $k = 13,16 \text{ N/m}$
- b)  $\omega = 4,19 \text{ rad/s} = 4\pi/3 \text{ rad/s}; \delta = 0; \quad x(t) = 0,1 \cdot \cos\left(\frac{4}{3}\pi t\right)$
- c)  $v = \pm 0,33 \text{ m/s}; a = - 1,053 \text{ m/s}^2$

11.

- a)  $|v_{\max}| = 2,51 \text{ m/s}; |a_{\max}| = 31,58 \text{ m/s}^2$
- b)  $v = \pm 2,18 \text{ m/s}; a = - 15,79 \text{ m/s}^2$
- c)  $\Delta t = 0,067 \text{ s}$
- d)  $x = 0,2 \cdot \cos(4\pi t + \pi/3)$

### Lección 8: MOVIMIENTO ONDULATORIO EN UNA DIMENSIÓN.

1. El diámetro de una cuerda es  $D = 0,23$  mm y la densidad del material con el que está hecha es  $\rho = 7,9 \cdot 10^3$  Kg/m<sup>3</sup>. Determinar la densidad lineal de la cuerda.
2. El desplazamiento transversal de las partículas de una cuerda por donde se propaga una onda armónica es  $y = 0,3 \cdot \sin(4\pi x - \pi t)$ , donde  $x$  e  $y$  se expresan en metros y  $t$  en segundos.
  - a) La onda ¿se desplaza en el sentido creciente del eje  $x$  (de izquierda a derecha) o en el sentido decreciente (de derecha a izquierda)?
  - b) ¿Cuál es el valor de  $y$  cuando  $x = 13$  m y  $t = 38$  s?
3. Una onda armónica que se propaga de derecha a izquierda (sentido  $-x$ ) por una cuerda, tiene las siguientes propiedades: amplitud 0,4 m; período 0,8 segundos; velocidad de propagación 12 m / s. Escribir la función de onda.
4. Mediante un oscilador unido a uno de sus extremos, se genera una onda armónica en una cuerda. La frecuencia del oscilador es  $f$  y la tensión a la que está sometida la cuerda es  $Tensión = 58$  N. Si se duplica la frecuencia del oscilador ( $f' = 2f$ ), ¿a qué valor se deberá ajustar la tensión para que la nueva onda tenga la misma longitud de onda que la primera?
5. El desplazamiento transversal de las partículas de una cuerda por donde se propaga una onda armónica es  $y = y_0 \cdot \sin(\pi x - 6\pi t + 2)$ , donde  $x$  e  $y$  se expresan en metros y  $t$  en segundos.
  - a) En el instante  $t = 0$ , ¿sobre qué puntos de la cuerda se encuentran las dos primeras crestas (máximos de ondulación)?
  - b) En el punto  $x = 0,3$  m, ¿cuál es el primer instante de tiempo en que el desplazamiento transversal es máximo ( $y = y_0$ )?
6. El sonido se propaga a 340 m/s en el aire y a 1500 m/s en el agua. Se produce un sonido bajo el agua de una piscina con frecuencia  $f = 256$  Hz, que se escucha desde fuera.
  - a) ¿Cuál es el valor de la frecuencia escuchada desde fuera?
  - b) ¿Y el de la longitud de onda?
7. Las ballenas se comunican mediante la emisión de sonidos que se transmiten por el agua. Una ballena emite un sonido de frecuencia  $f = 50$  Hz.
  - a) ¿Cuánto tiempo tarda el sonido en recorrer una distancia  $\Delta x = 1,2$  Km?
  - b) ¿Qué longitud de onda le corresponde a este sonido en el agua?
  - c) Si la ballena es cerca de la superficie, una parte de la energía sonora se transmite hacia el aire. ¿Cuáles serían la frecuencia y la longitud de onda de este sonido en el aire?NOTA: velocidad de propagación del sonido en el agua  $v_{agua} = 1500$  m/s; en el aire  $v_{aire} = 340$  m/s.
8. Cuando se pulsa la cuerda de una guitarra se genera en ella una onda transversal. En el caso de una guitarra eléctrica, la longitud de cada cuerda es  $\ell = 0,629$  m y la tensión a la que están sometidas es  $Tensión = 226$  N. La masa de la cuerda correspondiente al "mí" agudo es  $m_a = 0,208$  g y la correspondiente al "mí" más grave es  $m_g = 3,32$  g. Calcular la velocidad de propagación de la perturbación generada en cada una de las dos cuerdas.

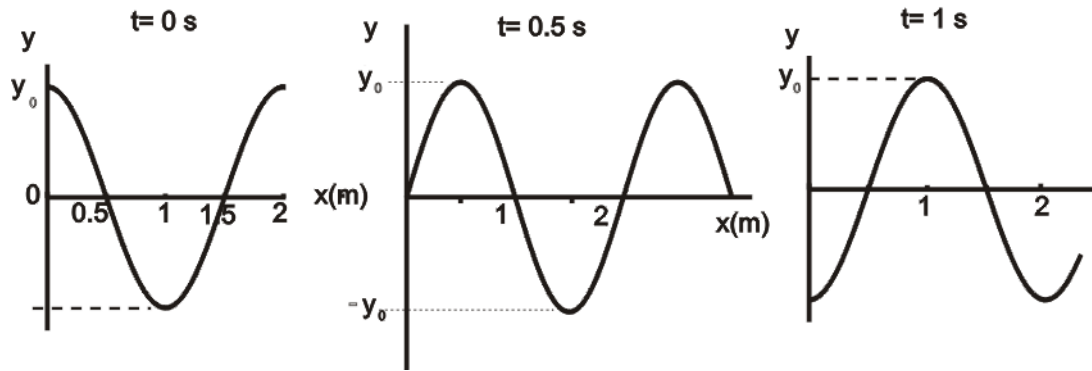
9. Una cuerda cuelga verticalmente del techo. La velocidad de propagación de las ondas que se propagaran en ella, ¿sería la misma en todos los tramos de la cuerda?
10. La densidad lineal de la cuerda "la" de un violín es  $\mu = 7,8 \cdot 10^{-4} \text{ kg / m}$ . Una onda que se desplaza sobre la cuerda tiene una frecuencia de 440 Hz y una longitud de onda de 65 cm. ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
11. Una onda armónica transversal de longitud de onda igual a 2 cm se propaga de izquierda a derecha a una velocidad  $v = 1 \text{ cm/s}$  y tiene una amplitud  $y_0 = 1 \text{ cm}$ . Calcular el periodo de la onda. Determinar la función que describe esta onda. Representar gráficamente los perfiles de la onda en los instantes  $t = 0, T/4, T/2, 3T/4$  y  $T$ , donde  $T$  es el periodo. Representar gráficamente también la oscilación en el tiempo del punto emisor ( $x = 0$ ) y de los puntos que se encuentran a 0,5, 1, 1,5, y 2 cm del emisor.
12. Sea una onda armónica que se propaga hacia la derecha por una cuerda. La evolución temporal de la onda en el punto  $x = 0$  viene dada por la expresión:

$$y ( 0, t ) = y_0 \text{ sen } ( -100 \pi t ) \quad (t \text{ en segundos})$$

y la expresión que describe la forma de la cuerda en el instante  $t = 0$  es

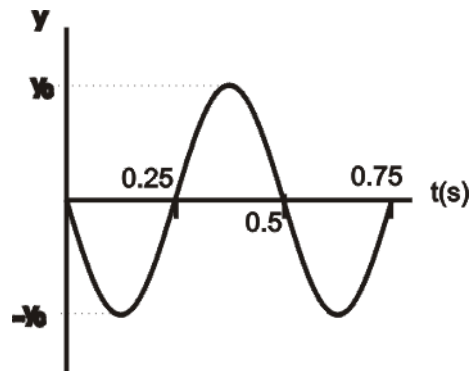
$$y ( x, 0 ) = y_0 \text{ sen } ( 4 \pi x ) \quad (x \text{ en metros})$$

- Determinar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la perturbación. Escribir la función de onda  $y ( x , t )$ .
  - Representar gráficamente la evolución temporal de la perturbación en los puntos  $x = 0,125 \text{ m}$  y  $x = 0,250 \text{ m}$ .
  - Representar gráficamente la forma de la onda en los instantes  $t = 0,005 \text{ s}$  y  $t = 0,010 \text{ s}$ .
- 13.
- En la figura se ha representado la estructura espacial de una perturbación que se propaga en el sentido positivo del eje de las X, en tres instantes sucesivos. Determinar la longitud de onda, la velocidad, la frecuencia y el periodo de la perturbación. Escribir su función de onda.
  - Representar la forma de la perturbación en función del tiempo en el punto  $x = 0 \text{ m}$ .



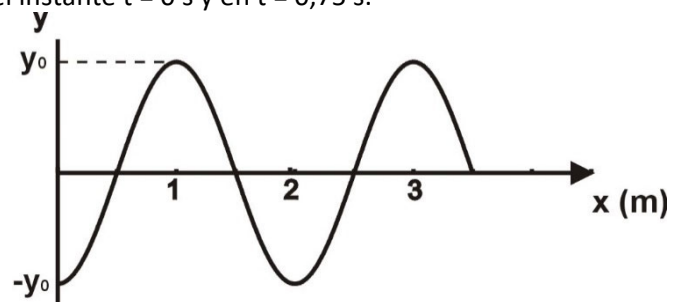
14. En la figura está representada la evolución temporal de una perturbación armónica en el punto  $x = 0$ . Si esta perturbación se desplaza hacia la derecha con una velocidad de 2 m/s, se pregunta:

- Determinar el periodo, la frecuencia y la longitud de onda de la perturbación. Escribir su función de onda.
- Representar la evolución temporal de la perturbación en los puntos  $x = 0,5\text{ m}$  y  $x = 1\text{ m}$ .
- Representar la forma de la perturbación en el instante  $t = 0\text{ s}$  y en  $t = 0,75\text{ s}$ .



15. En la figura adjunta se ha representado la estructura espacial de una perturbación armónica en el tiempo  $t = 0\text{ s}$ . Si esta perturbación se desplaza hacia la derecha con una velocidad de  $0,5\text{ m/s}$  se pide:

- Representar la estructura espacial de la perturbación en los instantes de tiempo  $t = 1\text{ s}$  y  $t = 4\text{ s}$ .
- Determinar la longitud de onda, la frecuencia, el periodo y la fase inicial de la perturbación. Escribir su función de onda.
- Representar la forma de la perturbación en función del tiempo en los puntos  $x = 0\text{ m}$  y  $x = 15\text{ m}$ .



16. La función de onda correspondiente a una onda armónica en una cuerda es:

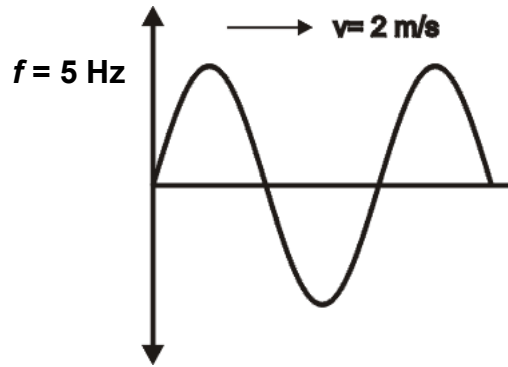
$$y(x, t) = 0,001 \text{ sen}(62,8x + 314t)$$

donde  $x$  e  $y$  se miden en metros y  $t$  en segundos.

- ¿En qué sentido se propaga la onda? ¿Cuál será su velocidad?
- Hallar la longitud de onda, la frecuencia y el periodo.
- ¿Cuál es el desplazamiento máximo de un punto cualquiera de la cuerda?
- Representar gráficamente la forma de la onda para  $t = 0$  y la dependencia temporal de la perturbación en el punto  $x = 0$ .

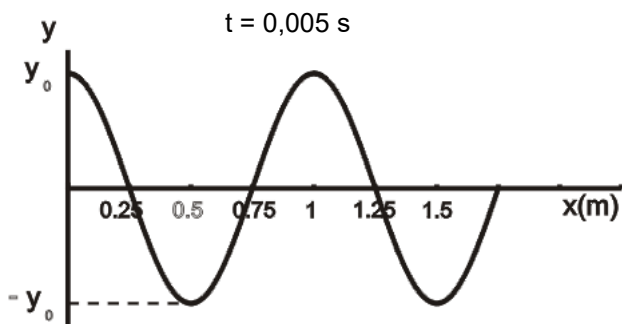


17. En un extremo de una cuerda perfectamente elástica aplicamos un movimiento armónico en la dirección transversal de frecuencia  $f = 5 \text{ Hz}$  que genera una onda armónica que se propaga por la cuerda hacia la derecha con una velocidad  $v = 2 \text{ m/s}$  y una amplitud de  $3 \text{ cm}$ . Suponiendo que la cuerda es infinitamente larga, se pregunta:



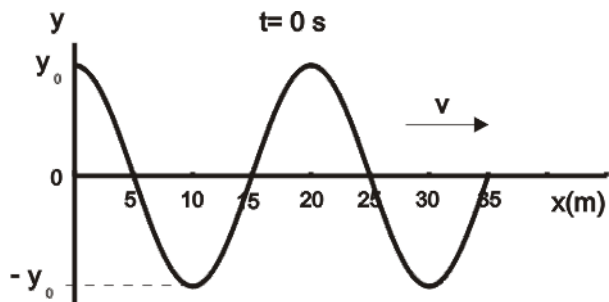
- Determinar la longitud de onda, el periodo y la frecuencia angular de la perturbación. Escribir su función de onda (suponer que cuando  $t = 0 \text{ s}$  la perturbación en  $x = 0 \text{ m}$  es nula).
- Representar la forma de la perturbación en función del tiempo en  $x = 0 \text{ m}$  y en  $x = 0,6 \text{ m}$ .
- Representar la estructura espacial de la perturbación para  $t = 0 \text{ s}$ .
- Si modificamos el valor de la frecuencia del movimiento armónico aplicado al extremo de la cuerda, ¿variará la velocidad con la que se propaga la onda armónica? ¿Por qué? Determinar la tensión a la que está sometida la cuerda, sabiendo que su densidad lineal de masa es de  $0,2 \text{ Kg/m}$ .

18. En un extremo de una cuerda de densidad lineal de masa  $\mu = 5 \text{ g/m}$  y sometida a una tensión de  $50 \text{ N}$ , provocamos, utilizando un vibrador, una perturbación armónica transversal. La perturbación se propaga por la cuerda de manera que en el instante de tiempo que tomamos como  $t = 0,005 \text{ s}$  su forma es la representada en la figura:



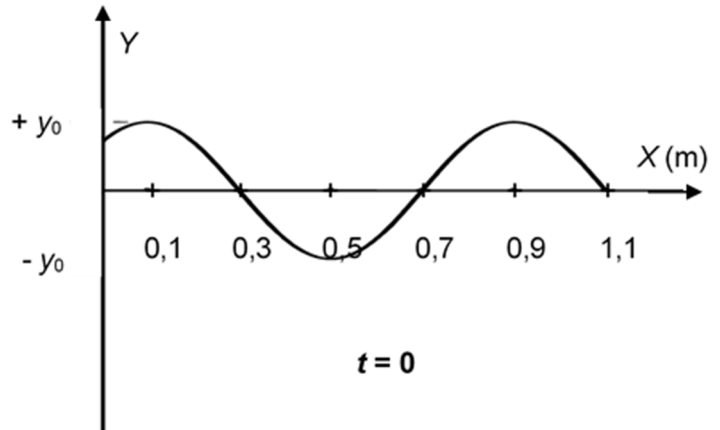
- Determinar la velocidad de propagación de la perturbación por la cuerda. Determinar la longitud de onda, la frecuencia y el periodo de la perturbación. Escribir su función de onda, suponiendo que la perturbación se propaga en el sentido positivo del eje  $X$ .
- Representar gráficamente la forma de la cuerda en el instante de tiempo  $0,0025 \text{ s}$ . ¿Sobre qué puntos de la cuerda se encuentran los máximos de ondulación (crestas) en este instante de tiempo?
- Representar el valor de la perturbación en el punto  $x = 1,5 \text{ m}$  en función del tiempo. ¿Cambiará la frecuencia de la perturbación si variamos la frecuencia de oscilación del vibrador? ¿Y si cambiamos la tensión de la cuerda?

19. Por una cuerda de densidad lineal de masa  $\mu = 0,5 \text{ Kg/m}$  se propaga una perturbación armónica transversal en el sentido positivo del eje  $X$ . Sabiendo que la cuerda está sometida a una tensión  $Tensión = 800 \text{ N}$  y que en el instante  $t = 0 \text{ s}$  la perturbación en todos sus puntos es la representada en la figura, se pregunta:

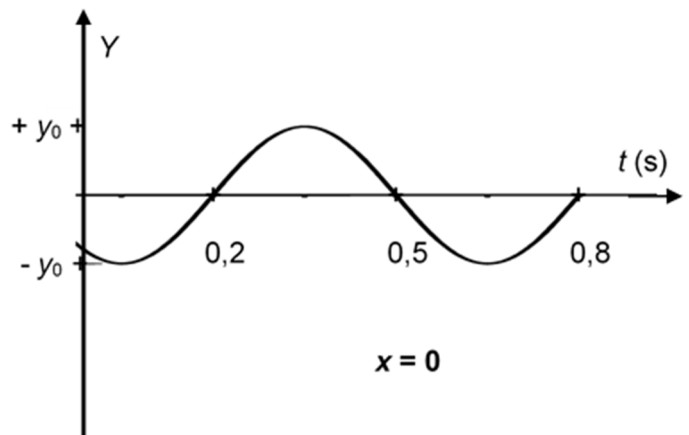


- Determinar la velocidad de propagación de la perturbación. Representar gráficamente la perturbación de la cuerda en el instante  $t = 0,25$  s.
- Determinar la longitud de onda  $\lambda$ , la frecuencia  $f$ , el periodo  $T$  y la constante de fase inicial  $\delta$  de la perturbación. Escribir su función de onda.
- Representar la perturbación en función del tiempo en los puntos  $x = 0$  m y  $x = 10$  m. Determinar dos puntos de la cuerda que tengan la misma fase que el situado en  $x = 5$  m. Razonar la respuesta.

20. En la figura se representa la estructura espacial de una onda armónica que se propaga por una cuerda de izquierda a derecha (sentido positivo del eje X) en el instante  $t = 0$  s. Si la frecuencia de oscilación es  $f = 2,5$  Hz, determinar la longitud de onda, el período, la fase inicial y la velocidad de propagación de la onda. Escribir su función de onda.

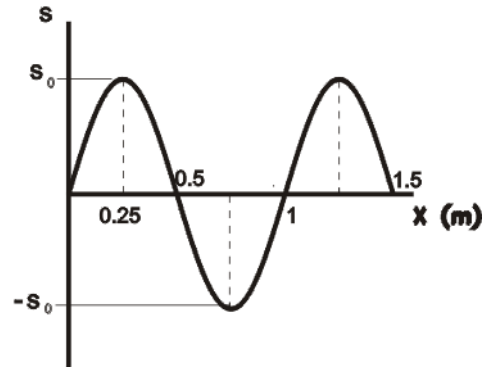


21. En la figura se representa la evolución temporal de una onda armónica que se propaga por una cuerda en el punto  $x = 0$ . La perturbación se propaga de izquierda a derecha con una velocidad  $v = 0,5$  m / s. Determinar la longitud de onda, el período, la frecuencia y la fase inicial de la onda. Escribir su función de onda.



22. Un hombre sentado en una barca de 15 m de longitud observa que una ola tarda 5 s en recorrer la longitud de la barca, y que un corcho flotando en el agua efectúa 5 oscilaciones completas en 4 s. Calcula la velocidad de propagación de las olas y su longitud de onda.

23. Un altavoz emite una onda armónica acústica que se propaga en el sentido positivo del eje X. En la figura adjunta se ha representado el desplazamiento longitudinal  $s$  de las moléculas de aire en función de la posición en un instante de tiempo determinado que tomaremos como  $t = 0$  s. Se pregunta:



- ¿En qué puntos del espacio tendremos en el tiempo  $t = 0$  s una acumulación de moléculas?
- Determinar la longitud de onda, la frecuencia y el periodo de la onda acústica (la velocidad del sonido en el aire es 340 m/s).
- Representar gráficamente el desplazamiento que experimenta una molécula situada en la posición  $x = 0,25$  m en función del tiempo. ¿Cómo será el movimiento de esta molécula?

### SOLUCIONES.

1)  $\mu = 3,28 \cdot 10^{-4} \text{ Kg/m}^3$ .

2)

- Sentido creciente
- $y = 0$

3)  $y(x,t) = y_0 \sin\left(\frac{5\pi}{24} x + \frac{5\pi}{2} t\right)$

4)  $Tensión_2 = 232 \text{ N}$ .

5)

- $x = 1,86 \text{ m}; x = 3,86 \text{ m}$ .
- $T = 0,0726 \text{ s}$ .

6)

- $f = 256 \text{ Hz}$  (la frecuencia depende de la fuente, no del medio)
- $\lambda = 1,328 \text{ m}$

7)

- $\Delta t = 0,8 \text{ s}$
- $\lambda_{\text{agua}} = 30 \text{ m}$
- $\lambda_{\text{aire}} = 6,8 \text{ m}$

8)  $v_a = 896,88 \text{ m/s}; v_g = 206,9 \text{ m/s}$ .

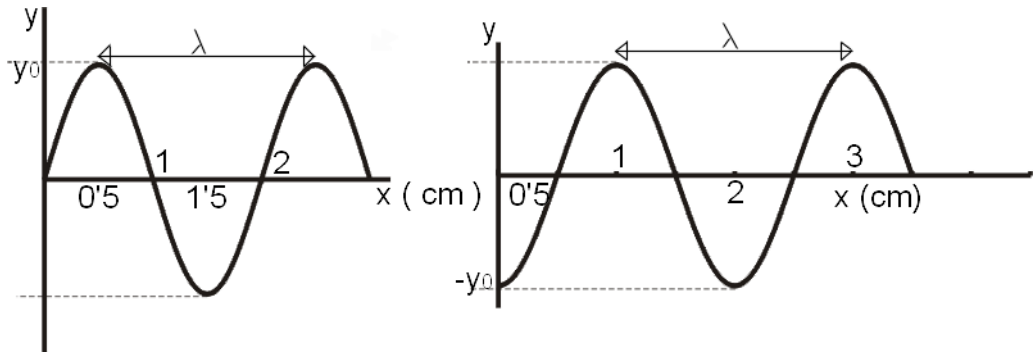
9) la velocidad de propagación disminuye a medida que nos alejamos del techo.

10)  $Tensión = 63,8 \text{ N}$ .

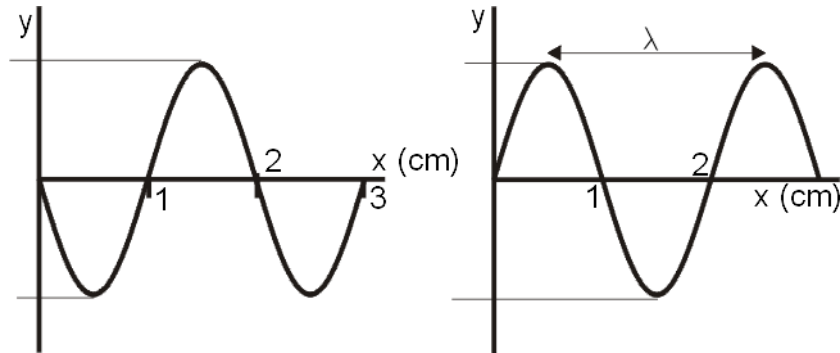
11)

- $T = 2 \text{ s}$
- $k = \pi \text{ cm}^{-1}; y = y_0 \cdot \sin(kx - \omega t) = 1 \sin(\pi \cdot (x - t)); \omega = \pi \text{ rad/s}$

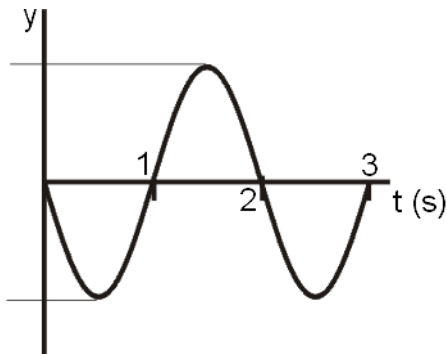
c)  $t = 0; y = y_0 \cdot \sin \pi x$        $t = T/4 = 0,5 \text{ s}; y = y_0 \cdot \sin (\pi x - \pi/2)$



$t = T/2 = 1 \text{ s}; y = y_0 \cdot \sin (\pi x - \pi)$        $t = T = 2 \text{ s}; y = y_0 \cdot \sin (\pi x - 2\pi)$

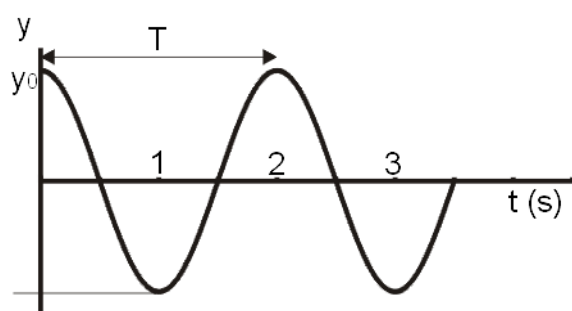


d)  $x = 0; y = y_0 \cdot \sin (0 - \pi t)$



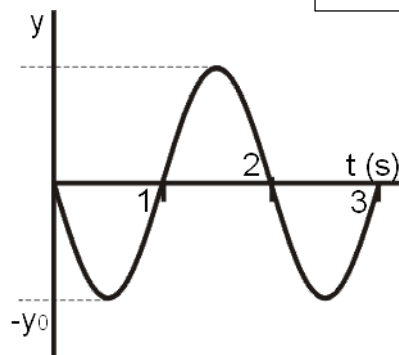
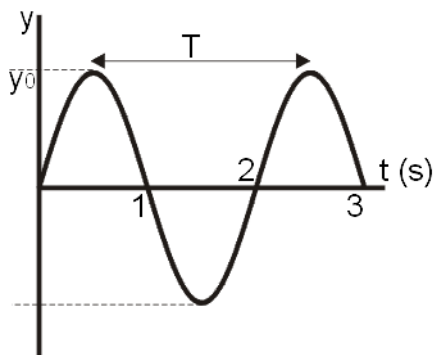
$x = 1; y = y_0 \cdot \sin (\pi - \pi t)$

$x = 0,5; y = y_0 \cdot \sin (\pi/2 - \pi t)$



$x = 2; y = y_0 \cdot \sin (2\pi - \pi t)$

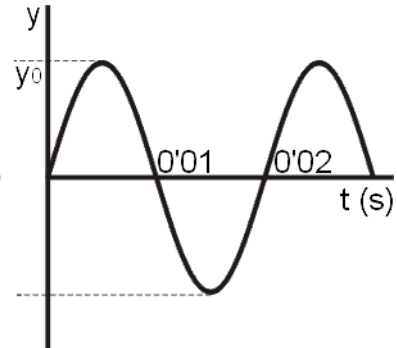
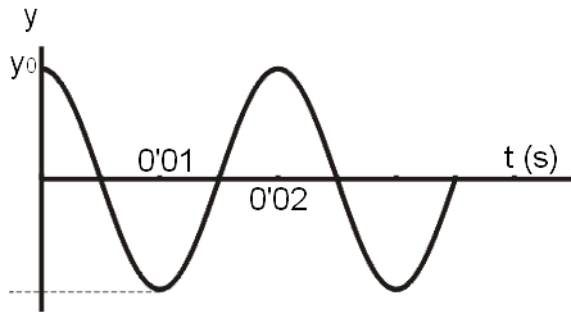
Evolución temporal igual que la del punto emisor de acuerdo con la definición de  $\lambda$ .



12)

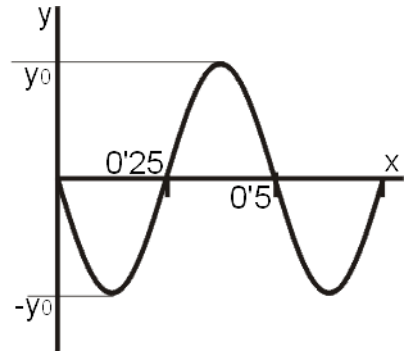
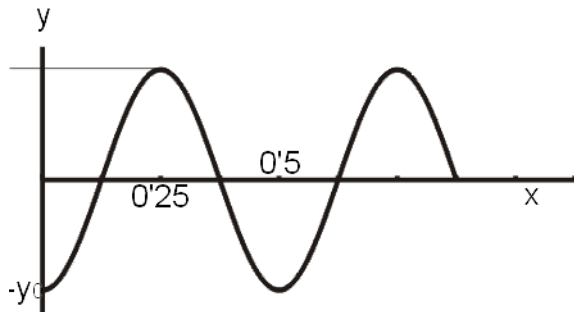
a)  $\omega = 100\pi$ ;  $f = 50$  Hz;  $T = 0,02$  s;  $k = 4\pi$ ;  $\lambda = 0,5$  m;  $v = 25$  m/s;  $y = y_0 \cdot \sin(4\pi x - 100\pi t)$

b)  $x = 0,125$ ;  $y = y_0 \cdot \sin(\pi/2 - 100\pi t)$        $x = 0,250$ ;  $y = y_0 \cdot \sin(\pi - 100\pi t)$



c)  $t = 0,005$  s;  $y = y_0 \cdot \sin(4\pi x - \pi/2)$

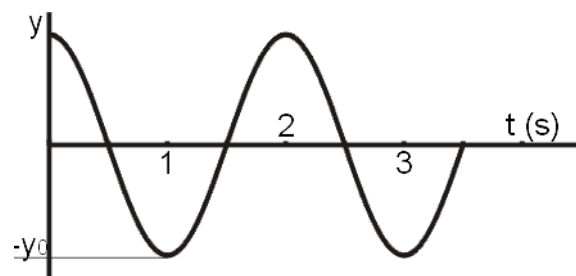
$t = 0,01$  s;  $y = y_0 \cdot \sin(4\pi x - \pi)$



13)

a)  $\lambda = 2$  m;  $v = 1$  m/s;  $T = 2$  s;  $y = y_0 \cdot \sin(\pi x - \pi t + \delta)$ ;  $k = \pi$  m<sup>-1</sup>;  $\delta = \pi/2$  rad;  $\omega = \pi$  rad/s.

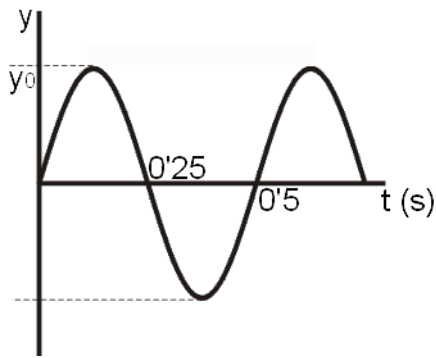
b)  $x = 0 \rightarrow y = y_0 \cdot \sin(-\pi t + \pi/2)$



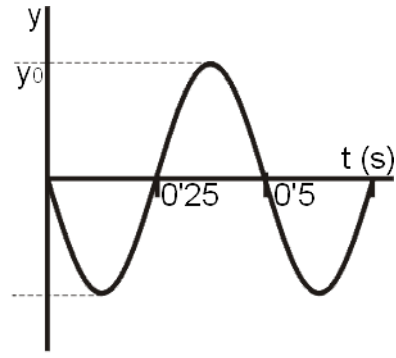
14)

a)  $T = 0,5$  s;  $f = 2$  Hz;  $\lambda = 1$  m;  $y = y_0 \cdot \sin(2\pi x - 4\pi t)$

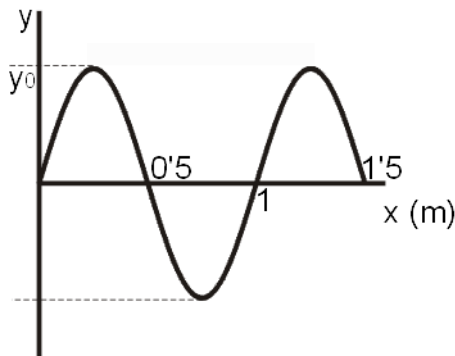
b)  $x = 0,5 \text{ m}$



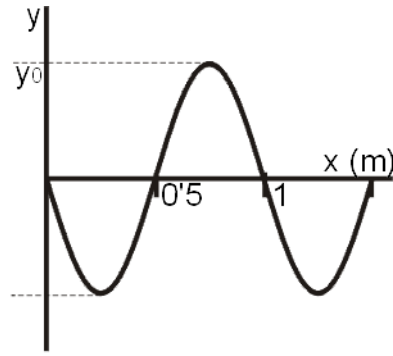
$x = 1 \text{ m}$



c)  $t = 0 \text{ s}$

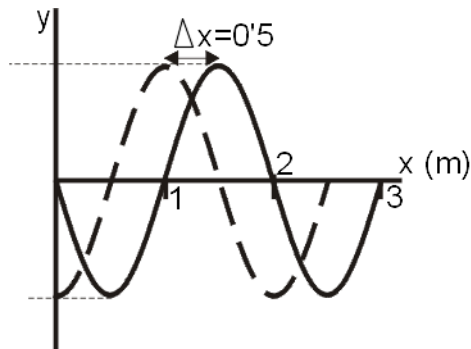


$t = 0,75 \text{ s}$

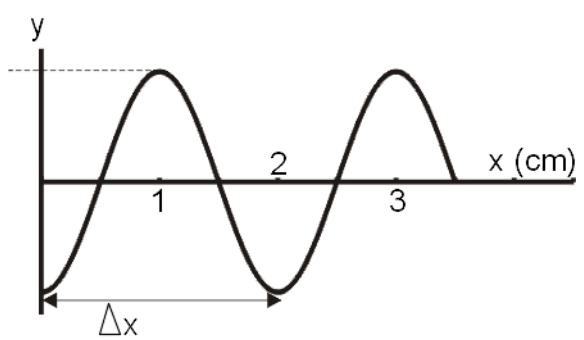


15)

a)  $t = 1 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = v \cdot t = 0,5 \text{ m}$

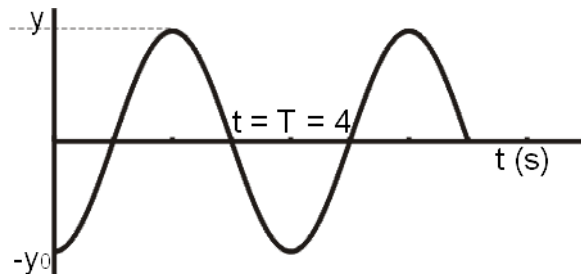


$t = 4 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = 2 \text{ m}$

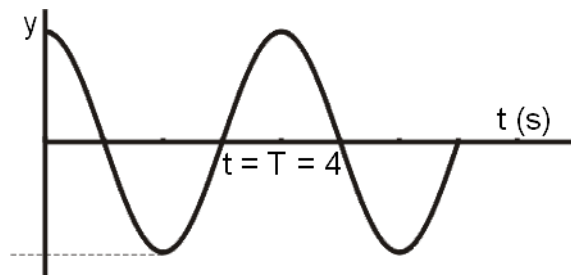


b)  $\lambda = 2 \text{ m} \Rightarrow k = \pi \text{ m}^{-1}$ ;  $f = 0,25 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = \pi / 2 \text{ s}^{-1}$ ;  $T = 4 \text{ s}$ ;  $\delta = -\pi / 2 \text{ rad}$ ;  $y = y_0 \cdot \sin (\pi x - \pi t / 2 - \pi / 2)$

c)  $x = 0 \Rightarrow y = y_0 \cdot \sin (-\pi t / 2 - \pi / 2)$

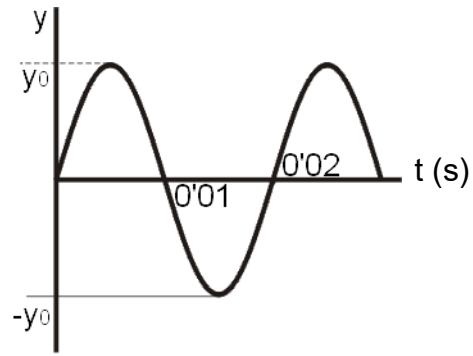
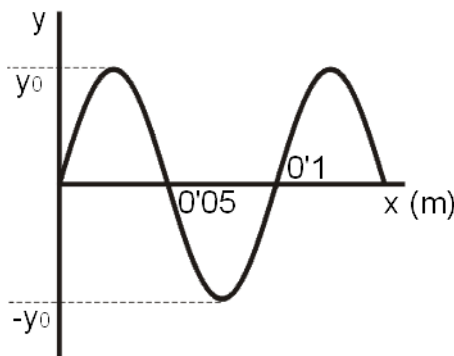


$x = 15 \text{ m} \Rightarrow y = y_0 \cdot \sin (15\pi - \pi t / 2 - \pi / 2)$



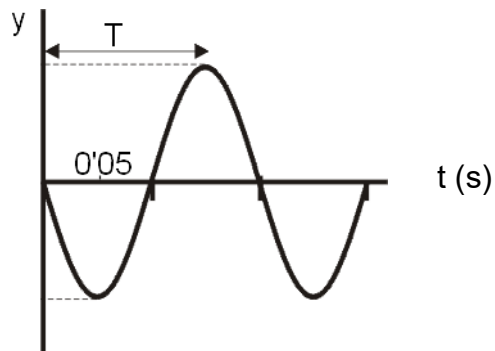
16)

- a) Se propaga en el sentido negativo del eje X.  $v = 5 \text{ m/s}$
- b)  $\lambda = 0,1 \text{ m}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ;  $T = 0,02 \text{ s}$
- c)  $0,001 \text{ m}$
- d)  $t = 0$   $x = 0$

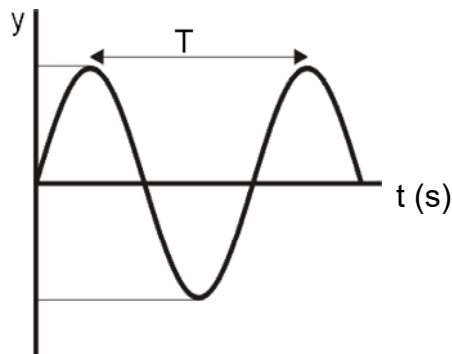


17)

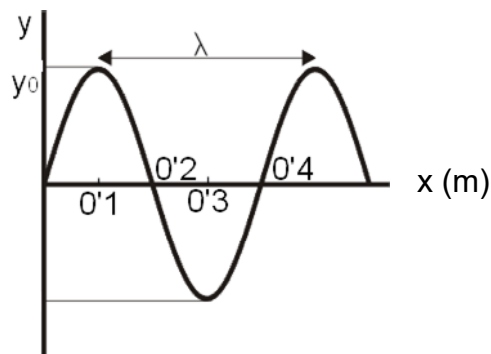
- a)  $\lambda = 0,4 \text{ m}$ ;  $k = 5\pi$ ;  $T = 0,2 \text{ s}$ ;  $\omega = 10\pi$ ;  $y = y_0 \cdot \sin(5\pi x - 10\pi t)$
- b)  $x = 0$ ;  $y = y_0 \cdot \sin(-10\pi t)$



$x = 0,6 \text{ m}; \quad y = y_0 \cdot \sin ( 3\pi - 10\pi t )$



$t = 0; \quad y = y_0 \cdot \sin 5 \cdot \pi \cdot x$

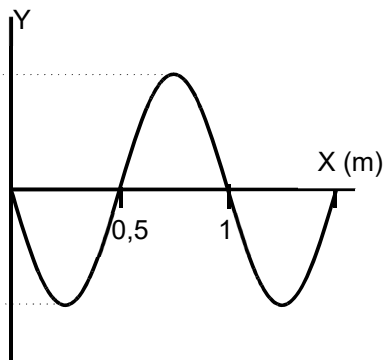


c) No; Tensión = 0,8 N

18)

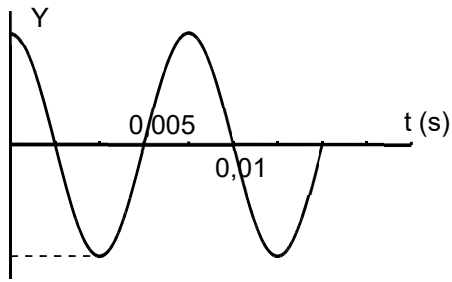
a)  $v = 100 \text{ m/s}; \lambda = 1 \text{ m}; f = 100 \text{ Hz}; T = 0,01 \text{ s}; \delta = +3\pi/2 \text{ rad}; y = y_0 \sin ( 2\pi x - 200\pi t + 3\pi/2 )$

b)



c)

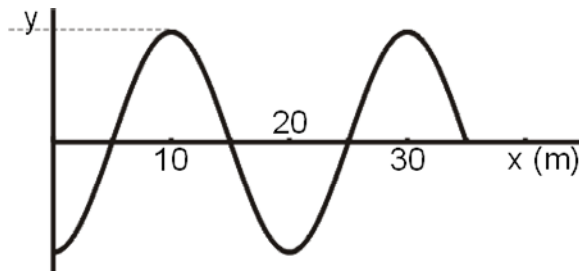




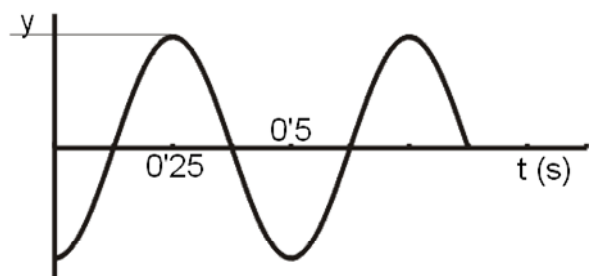
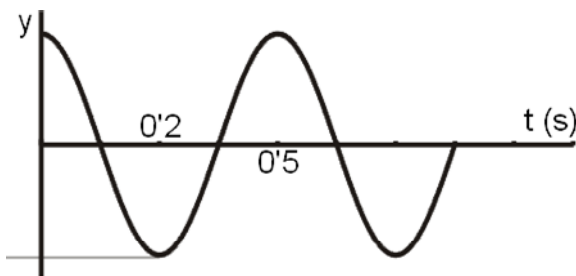
La frecuencia  $f$  coincide con la frecuencia del vibrador pero no con la tensión de la cuerda.

19)

a)  $v = 40 \text{ m/s}$



b)  $\lambda = 20 \text{ m}; T = 0,5 \text{ s}; f = 2 \text{ Hz}; \delta = \pi / 2; y = y_0 \cdot \sin ( 0,1\pi x - 4\pi t + \pi/2 )$   
 c)  $x = 0$   $x = 10 \text{ m}$



Todos los puntos separados de  $x = 5 \text{ m}$  una distancia múltiple de la longitud de onda tendrán, por definición, su misma fase. Por lo tanto,  $x = 25 \text{ m}$  i  $x = 45 \text{ m}$  serían dos respuestas posibles.

20)  $\lambda = 0,8 \text{ m}; T = 0,4 \text{ s}; \delta = +\pi/4 \text{ rad}; v = 100 \text{ m/s}; y = y_0 \cdot \sin ( 2,5\pi x - 5\pi t + \pi/4 )$

21)  $\lambda = 0,3 \text{ m}; T = 0,6 \text{ s}; f = 5/3 = 1,67 \text{ Hz}; \delta = +5\pi/3 \text{ rad}; y = y_0 \sin ( (20\pi/3)x - (10\pi/3)t + 5\pi/3 )$

22)  $v = 3 \text{ m/s}; \lambda = 2,4 \text{ m}$

23)

a)  $t = 0 \text{ s} \Rightarrow x = 0,5; 1,5; 2,5 \text{ etc.}$

b)  $\lambda = 1 \text{ m}; f = 340 \text{ Hz}; T = 1/340 \text{ s}; s = s_0 \cdot \sin ( 2\pi x - 680\pi t )$

c)  $x = 0,25 \Rightarrow s = s_0 \cdot \sin ( \pi/2 - 680\pi t )$  La molécula tiene un movimiento armónico simple.

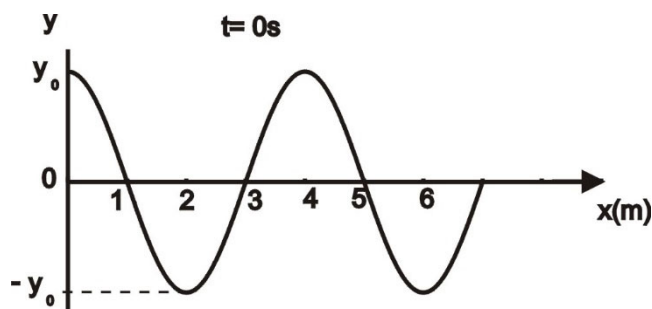
## Lección 9: SUPERPOSICIÓN DE ONDAS EN UNA DIMENSIÓN.

1. Dos altavoces idénticos oscilan en fase mediante un oscilador común de audio, emitiendo sendas ondas armónicas de amplitud  $s_0$ . En un punto situado en  $x_1 = 5$  m de un altavoz y  $x_2 = 5,17$  m del otro se sitúa un receptor. Si la frecuencia del sonido que emiten es  $f = 1020$  Hz,
  - a) ¿Qué longitud de onda corresponde a este sonido?
  - b) Escribir la función de onda de sonido correspondiente a cada uno de los altavoces,  $s_1$  y  $s_2$ .
  - c) ¿Cuál sería la amplitud de la onda resultante de la interferencia de las dos ondas en el punto donde se encuentra el receptor?

NOTA: velocidad de propagación del sonido en el aire  $v_{\text{aire}} = 340$  m/s.

2. En la figura se representa la estructura espacial de una perturbación que se propaga en el sentido positivo del eje X en el instante  $t = 0$  s. La evolución temporal de la onda en el punto  $x = 0$  viene dada por la expresión:

$$y(0, t) = y_0 \sin(-50\pi t + \pi/2)$$



- a) Determinar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda, la velocidad de propagación y la fase inicial  $\delta$  de la onda. Escribir la función de onda  $y(x, t)$ .
- b) Representar gráficamente la estructura espacial de la perturbación en el instante  $t = 0,01$ s y la evolución temporal de la perturbación en el punto  $x = 3$  m.
- c) ¿Cuál sería el resultado de superponer la onda estudiada con otra onda descrita por la siguiente función?

$$y(x, t) = y_0 \sin\left(\frac{\pi}{2}x - 50\pi t + 3\pi/2\right)$$

3. La ecuación de una onda estacionaria en una cuerda es:

$$y(x, t) = A \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$$

donde  $A = 0,04$ m,  $k = 4\pi \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $\omega = 800\pi$  rad/s. Se pregunta:

- a) ¿Cuál es la distancia entre los nodos?
  - b) ¿Cuál es la longitud de onda de las ondas que se superponen para producir esta onda estacionaria?
  - c) ¿Cuál es la frecuencia de la vibración?
  - d) ¿A qué velocidad se propagan en la cuerda estas ondas viajeras?
  - e) ¿Cuáles son las amplitudes  $A'$  (si las suponemos idénticas), de las dos ondas viajeras que forman la onda estacionaria?
4. Una cuerda de 3 m de longitud fija en ambos extremos vibra con su tercer armónico. El desplazamiento máximo de un punto cualquiera de la cuerda es de 4 mm. La velocidad de las ondas transversales en esta cuerda es de 50 m/s.
    - a) ¿Cuáles son la longitud de onda y la frecuencia de esta onda?

b) Escribir la función de onda correspondiente.

5. En uno de los extremos de una cuerda aplicamos un movimiento armónico en la dirección transversal, que genera una onda armónica que se propaga por la cuerda hacia la derecha con una velocidad  $v = 60 \text{ m/s}$ . La evolución temporal de la perturbación en  $x = 0$  es la que se representa en la Figura 1.

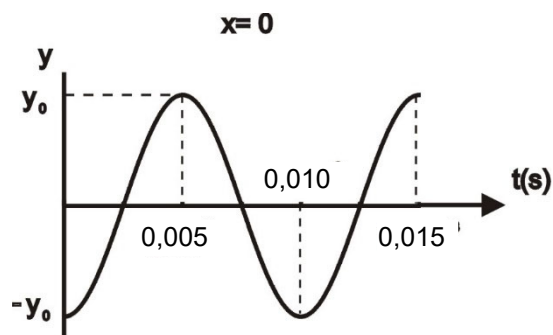


Figura 1

- a) Determinar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la fase inicial de la onda. Escribir su función de onda.  
 b) Representar la evolución temporal de la perturbación en el punto  $x = 0,3 \text{ m}$ . Representar la forma de la cuerda cuando  $t = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ .

Con esta misma cuerda, de densidad lineal  $\mu = 2,5 \text{ g/m}$ , reproducimos el experimento de la figura 2, donde el oscilador tiene una frecuencia de  $100 \text{ Hz}$ .

- c) ¿Qué masa deberemos colgar para obtener la velocidad de propagación  $v = 60 \text{ m/s}$  que teníamos? Si la distancia AB es  $L = 1,2 \text{ m}$ , ¿se formará una onda estacionaria? ¿Por qué? En caso afirmativo dibujar la forma de la cuerda.

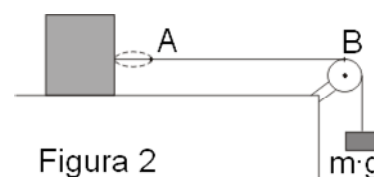
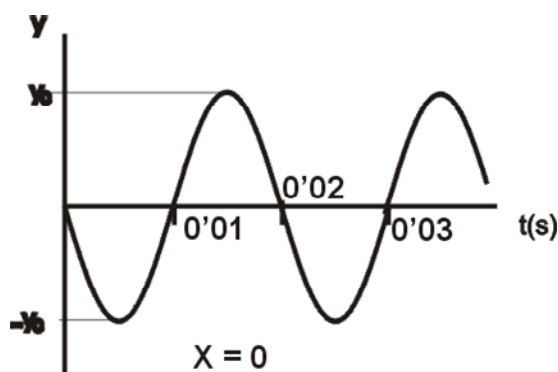


Figura 2

6. Una onda armónica se propaga en un medio unidimensional con velocidad  $v = 5 \text{ m/s}$ . La evolución temporal de la perturbación en el punto  $x = 0$  es la que se representa en la figura.



- a) Determinar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la fase inicial de la onda. Escribir la función de onda.  
 b) Representar la evolución temporal de la perturbación en  $x = 0,05 \text{ m}$ . ¿Cuál será la forma de la cuerda en el instante  $t = 0,005 \text{ s}$ ?  
 c) Escribir la función de onda correspondiente a una onda que interfiera destructivamente con la descrita. ¿Cómo sería la evolución temporal de esta segunda onda en  $x = 0$ ?

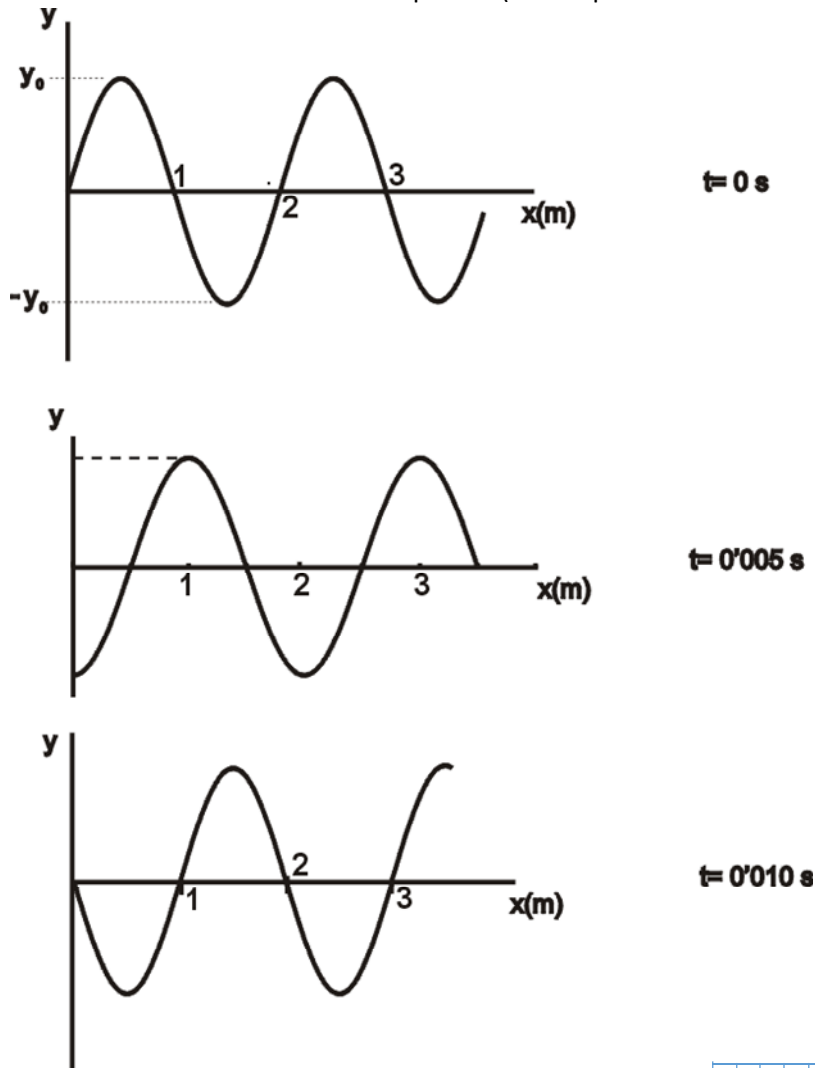
7. Un altavoz emite una onda sonora armónica que se propaga en el aire de izquierda a derecha, la función de onda correspondiente a la oscilación longitudinal de las moléculas es, en el instante  $t = 0$ :

$$s(x, t) = s_0 \cdot \sin(4\pi x)$$

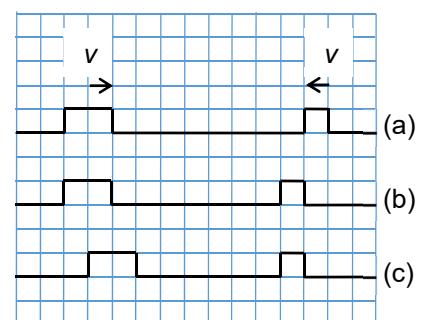
donde  $x$  se expresa en metros.

- a) Determinar la longitud de onda, el periodo, la frecuencia y la fase inicial de la onda sonora. Escribir la función de onda  $s(x, t)$ . (velocidad del sonido =  $340 \text{ m/s}$ ).  
 b) Representar gráficamente el desplazamiento longitudinal de las moléculas en los instantes  $t = 0$  y  $t = 1/1360 \text{ s}$ .  
 c) Representar gráficamente la evolución temporal de la oscilación longitudinal de una molécula de aire situada en  $x = 0$ .  
 d) Al lado de este altavoz colocamos otro que emite, en fase, con la misma frecuencia. La superposición de las ondas emitidas por el primer y el segundo altavoz da lugar a una interferencia destructiva. ¿Qué significa esto? ¿Cómo tiene que ser la función de onda  $s'(x, t)$  correspondiente al segundo altavoz? ¿Cómo se puede conseguir experimentalmente esta situación?

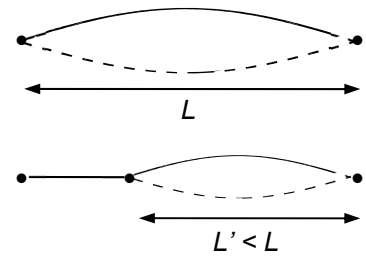
8. Una onda armónica transversal se propaga en un medio unidimensional y su estructura espacial en tres instantes de tiempo sucesivos es la que se representa en la figura.
- Determinar la longitud de onda, la velocidad de propagación, el periodo y la fase inicial de la onda. Escribir la función de onda.
  - Representar la forma que tendría la cuerda en el instante  $t = 0,015$  s. Representar la evolución temporal de la perturbación en  $x = 0,5$  m.
  - Escribir la función de onda correspondiente a una onda que superpuesta con la descrita diera interferencia destructiva. Justificar la respuesta (tan ampliamente como creas conveniente).



9. En la figura se representan dos pulsos rectangulares que se propagan en sentidos opuestos por tres cuerdas iguales, (a), (b) y (c), en el instante  $t_0$ . Si la cuadrícula del fondo es de  $(1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm})$  y la velocidad de propagación de las ondas es  $v = 2 \text{ cm} / \text{s}$ , dibujar la forma de cada una de las cuerdas en el instante  $t = t_0 + 2$  s.



10. En una cuerda fijada por los dos extremos, sometida a una tensión constante, se genera una onda estacionaria que oscila con la frecuencia fundamental  $f$ . Si se tratara de una cuerda de guitarra podríamos reducir su longitud efectiva apretándola contra el mango del instrumento (ver figura) y su frecuencia fundamental pasaría a ser  $f'$ . Sabiendo que una de las frecuencias vale 329,6 Hz y la otra 440 Hz,

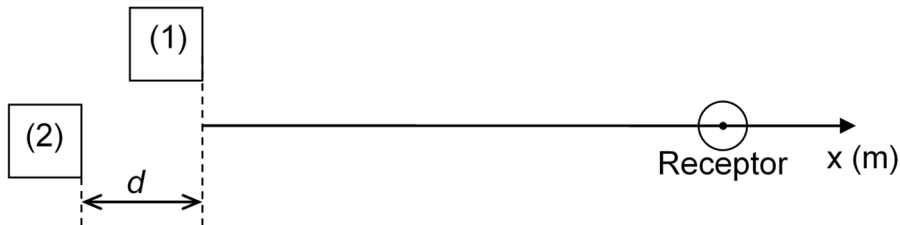


- indicar cuál de los dos valores corresponde a  $f$  y cuál a  $f'$ . Justificar la respuesta.
- Calcular la relación entre  $L$  y  $L'$ .

11. Los altavoces de la figura emiten en fase y están separados una distancia  $d$ . La onda emitida por los altavoces consta de una sola frecuencia  $f = 680$  Hz.

- Indicar dos valores posibles de  $d$  para los que las ondas sonoras 1 y 2 interfieran constructivamente en el punto donde se encuentra el receptor.
- Indicar dos valores posibles de  $d$  para los que las ondas sonoras 1 y 2 interfieran destructivamente en el punto donde se encuentra el receptor.

NOTA: la velocidad de propagación del sonido es  $v = 340$  m/s.



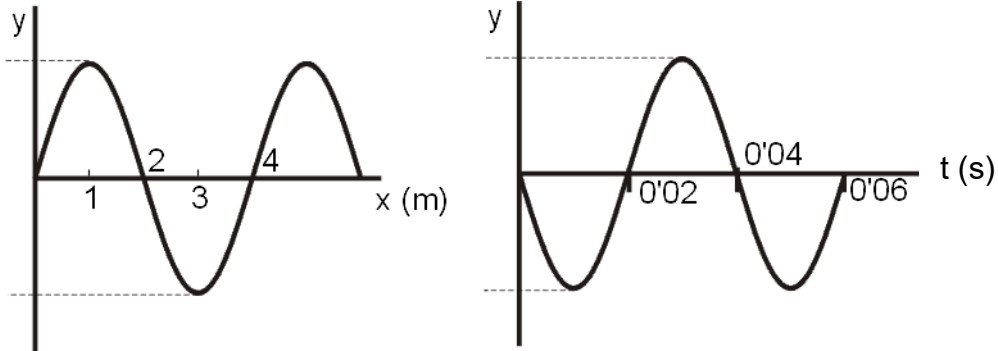
**SOLUCIONES.**

1.

- a)  $\lambda = 0,33 \text{ m}$
- b)  $s_1 = s_0 \cdot \sin(6\pi x_1 - 2040t)$ ;  $s_2 = s_0 \cdot \sin(6\pi x_2 - 2040t) = s_0 \cdot \sin(6\pi x_1 - 2040t + \pi)$ .
- c)  $A_R = 0$

2.

- a)  $T = 0,04 \text{ s}$ ;  $f = 25 \text{ Hz}$ ;  $\lambda = 4 \text{ m}$ ;  $v = 100 \text{ m/s}$ ;  $\delta = \pi/2$ ;  $y = y_0 \cdot \sin(x\pi/2 - 50\pi t + \pi/2)$
- b)  $t = 0,01 \text{ s}$   $x = 3 \text{ m}$

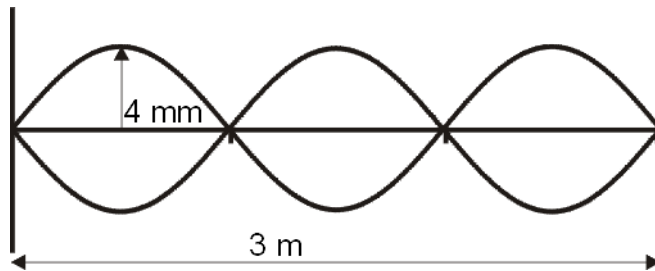


- c) Las dos ondas tienen la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda y sus fases difieren en  $\varphi = \pi$ . Por lo tanto, el resultado de la superposición será una interferencia destructiva  $y_R = 0$ .

3.

- a)  $\Delta x = 0,25 \text{ m}$
- b)  $\lambda = 0,5 \text{ m}$
- c)  $f = 400 \text{ s}^{-1}$
- d)  $v = 200 \text{ m/s}$
- e)  $A' = 0,02 \text{ m}$

4.

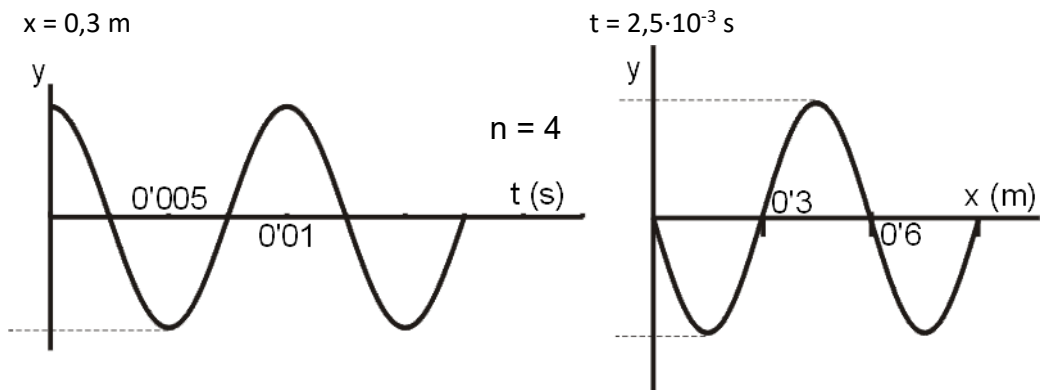


- a)  $\lambda = 2 \text{ m}$ ;  $f = 25 \text{ Hz}$
- b)  $y = (4 \text{ mm}) \cdot \sin(\pi x) \cdot \cos(50\pi t)$

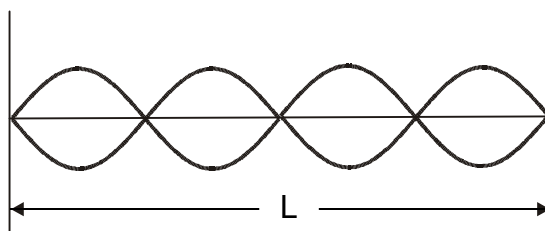
5.

- a)  $T = 0,01 \text{ s}$ ;  $\lambda = 0,6 \text{ m}$ ;  $f = 100 \text{ Hz}$ ;  $y = y_0 \cdot \sin(10x\pi/3 - 200\pi t - \pi/2)$

b)  $x = 0,3 \text{ m}$

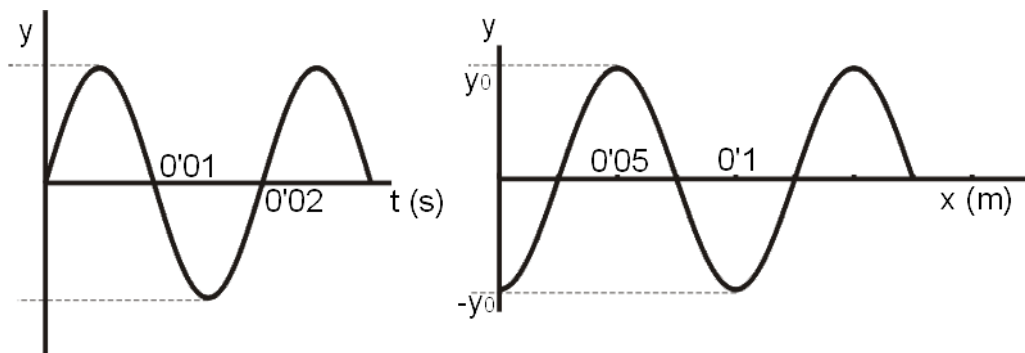


c)  $m = 900 \text{ g}$ . Sí, se forma una onda estacionaria.

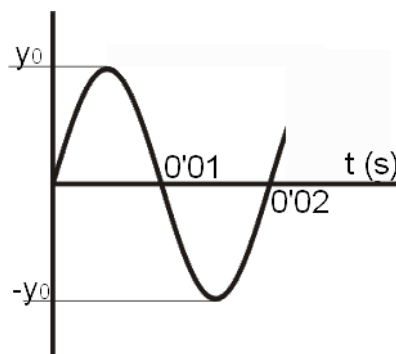


6.

a)  $T = 0,02 \text{ s}$ ;  $\lambda = 0,1 \text{ m}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ;  $\delta = 0$ ,  $y = y_0 \cdot \sin ( 20\pi x - 100\pi t )$   
 b)  $x = 0,05 \text{ m}$ ,  $t = 0,005 \text{ s}$



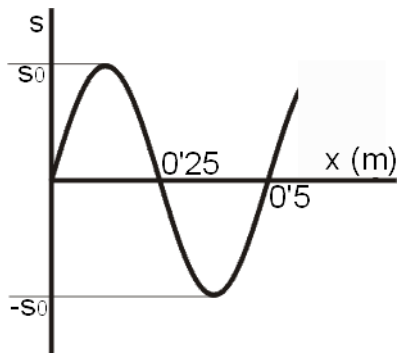
c)  $y' = y_0 \cdot \sin ( 20\pi x - 100\pi t + \pi )$   $x = 0$



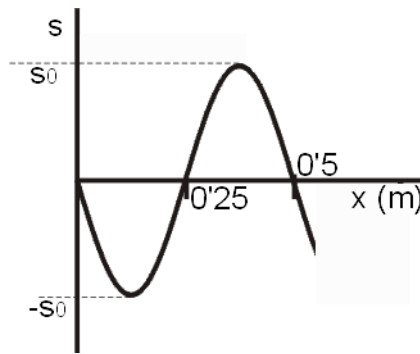
7.

a)  $\lambda = 0,5 \text{ m}$ ;  $T = \frac{1}{680} \text{ s}$ ;  $f = 680 \text{ Hz}$ ;  $\delta = 0$ ;  $s(x, t) = s_0 \cdot \sin ( 4\pi x - 1360\pi t )$

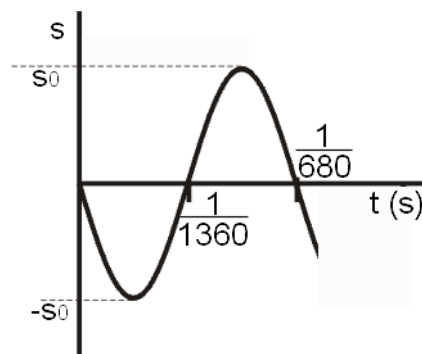
b)  $t = 0$



$$t = \frac{1}{1360} \text{ s}$$



c)  $x = 0$



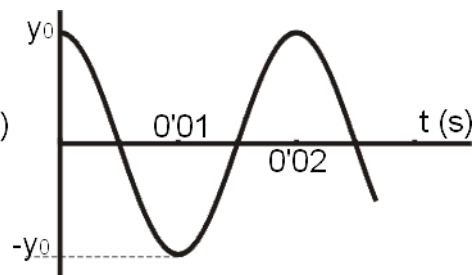
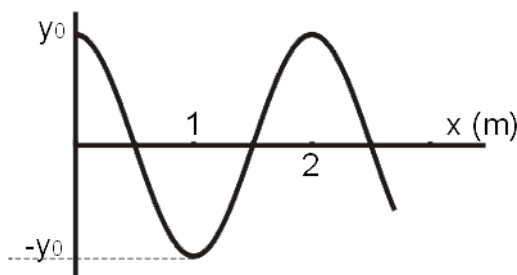
d)  $s(x, t) + s'(x, t) = 0 \quad \forall x, \forall t; s'(x, t) = s_0 \cdot \sin(4\pi x - 1360\pi t + \pi)$ . Desplazando el segundo altavoz  $(\lambda/2)$  m respecto el primero.

8.

a)  $\lambda = 2 \text{ m}; \quad f = 50 \text{ Hz}; \quad v = 100 \text{ m/s}; \quad \delta = 0; \quad T = 0,02 \text{ s}; \quad y = y_0 \cdot \sin(\pi x - 100\pi t)$

b)  $t = 0,015 \text{ s} \quad x = 0,5 \text{ m}$

c)  $y'(x, t) = y_0 \cdot \sin(\pi x - 100\pi t + \pi); \quad \varphi = \pi \Rightarrow y(x, t) + y'(x, t) = 0 \quad \forall x, \forall t.$



9.

10.

a) Si  $L' < L$  entonces  $f' > f$ .  $f' = 440 \text{ Hz}$  i  $f = 329,6 \text{ Hz}$ .

b)  $L'/L = 0.75$

11.

a)  $d = 0; d = 0,5 \text{ m}$ .

b)  $d = 0,25 \text{ m}; d = 0,75 \text{ m}$ .

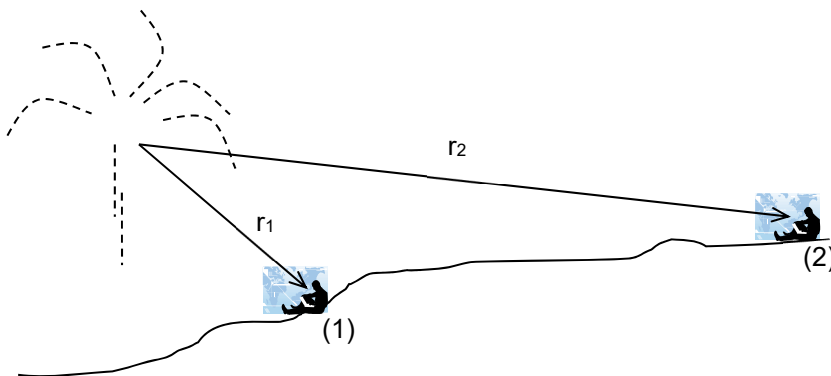


### Lección 10: ONDAS EN DOS Y TRES DIMENSIONES.

1. La luz que viaja por el aire incide sobre la superficie de un cristal inclinado  $45^\circ$  respecto a la dirección incidente. Entonces:
  - a) El ángulo que forman los rayos incidente y reflejado es menor, igual o mayor que  $90^\circ$ ?
  - b) El ángulo que forman los rayos incidente y refractado se encuentra entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , o bien entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ ?
2. Las ondas sonoras que viajan por el aire inciden sobre la puerta de un aula de anchura  $d = 1$  m.
  - a) ¿Para qué longitudes de onda se produciría difracción en estas circunstancias?
  - b) Si el sonido que entra a través de la puerta fuera perfectamente audible para todos los estudiantes dentro del aula, ¿sería indicativo de que hay difracción o de que no hay?
  - c) ¿Cuál de las frecuencias  $\nu_1 = 900$  Hz,  $\nu_2 = 300$  Hz o  $\nu_3 = 100$  Hz debería tener el sonido para ser **difícilmente audible** para todos los estudiantes del aula?NOTA: velocidad de propagación del sonido en el aire  $v_{aire} = 340$  m/s.

3. La oreja de un adulto tiene una superficie transversal  $S = 21$  cm<sup>2</sup>. En una conversación normal, la potencia (energía por unidad de tiempo) que llega a los oídos de un oyente es del orden de  $P = 67,2 \cdot 10^{-10}$  W. Suponiendo que el sonido incide perpendicularmente, calcular la intensidad de sonido sobre la oreja.
4. La intensidad del sonido emitido por una sirena en un punto situado a una distancia  $r = 3,8$  m es  $I = 3,6 \cdot 10^{-2}$  W/m<sup>2</sup>. Suponiendo que el sonido emitido por la sirena se propaga uniformemente en todas direcciones, calcular la potencia total emitida.
5. Durante un espectáculo de fuegos artificiales, un cohete que explota a una gran altura es observado por dos personas, tal como muestra la figura. Suponer que el sonido producido por el chasquido del cohete se propaga uniformemente en todas direcciones y que es posible ignorar las reflexiones sobre el suelo. En el momento del chasquido, las distancias entre el cohete y los observadores son, respectivamente,  $r_1 = 160$  m y  $r_2 = 640$  m.
  - (a) Si la intensidad de sonido que llega al espectador (2) es  $I_2 = 0,1$  W/m<sup>2</sup>, calcular  $I_1$ .
  - (b) Calcular los tiempos que tarda el sonido en llegar desde el cohete hasta cada uno de los dos espectadores.

NOTA:  $v_{sonido} = 340$  m/s.



## SOLUCIONES.

1.

- a)  $\alpha_{I-RFL} = 90^\circ$
- b)  $90^\circ < \alpha_{I-RFR} < 180^\circ$

2.

- a)  $\lambda < 1 \text{ m}$
- b) Sería indicativo de que existe difracción.
- c)  $\nu = 900 \text{ Hz}$  sería perfectamente audible.

3.  $I = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$ .

4.  $P = 6,53 \text{ W}$ .

5.

- a)  $I = 1,6 \text{ W/m}^2$ .
- b)  $t_1 = 0,47 \text{ s}$ ;  $t_2 = 1,9 \text{ s}$ .

## Lección 11: INTRODUCCIÓN MATEMÁTICA.

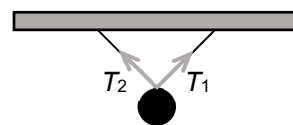
- Dados los vectores  $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  i  $\vec{v} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$ ,
  - representarlos gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas XY.
  - Determinar sus módulos  $|\vec{u}|$  i  $|\vec{v}|$ .
  - Determinar las componentes x i y del vector suma.
  - Representar gráficamente el vector suma y comprobar que se cumple la regla del paralelogramo.
  - Determinar el módulo del vector suma.
  - ¿Qué ángulo forma el vector suma con la horizontal?
- Dados los vectores  $\vec{u} = 3\vec{i} - 6\vec{j}$  i  $\vec{v} = -2\vec{i} - 2\vec{j}$ ,
  - representarlos gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas XY.
  - Determinar sus módulos  $|\vec{u}|$  i  $|\vec{v}|$ .
  - Determinar las componentes x i y del vector suma.
  - Representar gráficamente el vector suma y comprobar que se cumple la regla del paralelogramo.
  - Determinar el módulo del vector suma.
  - ¿Qué ángulo forma el vector suma con la horizontal?

- Un vector de módulo  $|\vec{v}| = 7$  forma un ángulo  $\alpha = 30^\circ$  con el eje X.
  - Representar el vector en unos ejes de coordenadas cartesianas XY.
  - Determinar las componentes del vector  $v_x$  i  $v_y$ .

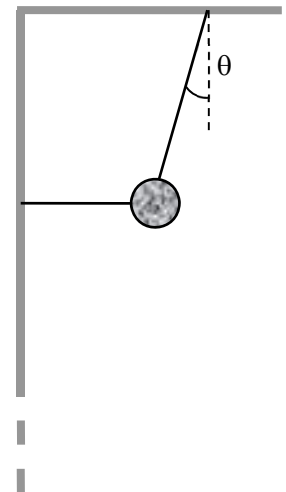
Un segundo vector  $\vec{u}$  es  $\vec{u} = 2\vec{v}$

- ¿Cuáles son las componentes de este segundo vector  $u_x$  y  $u_y$ ?
  - Representar  $\vec{u}$  en los ejes de coordenadas XY utilizados en el apartado a)
  - ¿Cuál es el vector resultante de sumar  $(\vec{u} + \vec{v})$ ? ¿Cuáles son sus componentes? ¿Y su módulo?
- Se tienen tres vectores  $\vec{u}_1 = 3\vec{i}$ ,  $\vec{u}_2 = 3\vec{j}$  i  $\vec{u}_3 = -5\vec{i}$ .
    - Representarlos en un sistema de coordenadas cartesianas.
    - Determinar el vector suma i representarlo gráficamente.
    - ¿Qué ángulo forma con la horizontal (eje X)?

- El cuerpo de la figura se mantiene en equilibrio sostenido por dos cuerdas simétricas respecto la vertical, que forman un ángulo de  $90^\circ$ . Las tensiones de las cuerdas tienen, por tanto, el mismo módulo  $T_1 = T_2 = 8$  N.
  - Representar las dos tensiones en un sistema de coordenadas cartesianas.
  - ¿Cuáles son sus componentes?
  - Determinar el vector suma (módulo, dirección y sentido)  $(\vec{T}_1 + \vec{T}_2)$ .
  - ¿Cuál es el peso del cuerpo que sostienen?



6. Un cuerpo esférico de masa  $m = 15 \text{ Kg}$  se encuentra en equilibrio unido mediante sendos cables en el techo y una pared lateral, tal como indica la figura. La tensión del cable que lo une a la pared lateral es  $T_2 = 78 \text{ N}$ .
- Indicar sobre el dibujo todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
  - Determinar el valor del ángulo  $\theta$ .
  - Determinar el valor de la tensión del cable que une el cuerpo al techo



### SOLUCIONES.

1.

- 
- $|\vec{u}| = 5, |\vec{v}| = 5,38$
- $u_x + v_x = -2; u_y + v_y = 6$
- 
- $|\vec{u} + \vec{v}| = 6,32$
- $\alpha = 108,44^\circ$

2.

- 
- $|\vec{u}| = 6,7, |\vec{v}| = 2,8$
- $u_x + v_x = 1; u_y + v_y = -8$
- 
- $|\vec{u} + \vec{v}| = 8,06$
- $\alpha = -82,87^\circ$

3.

- 
- $v_x = 6,06; v_y = 3,5$
- $u_x = 12,12; u_y = 7$
- $\vec{u} + \vec{v} = 3\vec{v}; v_x + u_x = 18,18; v_y + u_y = 10,5; |3\vec{v}| = 21$

4.

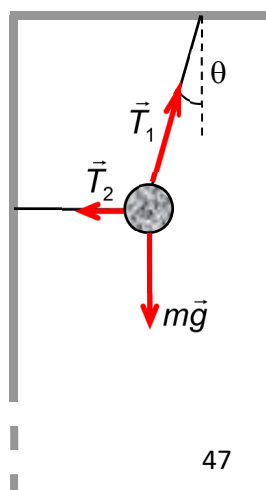
- 
- $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 = -2\vec{i} + 3\vec{j}$
- $\alpha = 123,69^\circ$

5.

- 
- $T_{1x} = 5,65; T_{1y} = 5,65; T_{2x} = -5,65; T_{2y} = 5,65$
- $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 11,3\vec{j}$  (vertical y hacia arriba)
- $m\vec{g} = -11,3\vec{j}$  (vertical y hacia abajo)

6.

- 
- $\theta = 27,47^\circ$
- $T_1 = 169,07 \text{ N}$

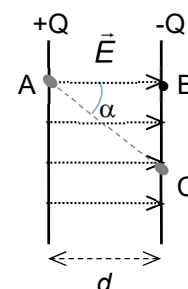


## Lección 12: EL CAMPO ELECTROSTÁTICO.

**NOTA:** en la mayor parte de problemas de esta lista hay que utilizar la constante K de Coulomb. Su valor en unidades del sistema internacional es  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ , y se considerará siempre como conocido.

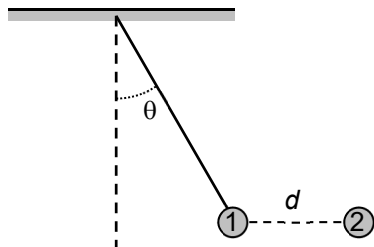
1. Un rayo recorre una distancia  $d = 500 \text{ m}$  desde una nube hasta la cima de una montaña. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre la nube y el pico? (Suponer que el campo eléctrico es uniforme y que el aire se hace conductor cuando el campo llega a  $8 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ )
2. Tres cargas puntuales,  $q_0$ ,  $q_1$  y  $q_2$ , se encuentran en reposo sobre un plano.  $q_1 = +25 \text{ nC}$  y está situada en el origen de coordenadas,  $q_2 = -15 \text{ nC}$  y está situada en  $x = 2 \text{ m}$ , y  $q_0 = +20 \text{ nC}$  y está situada en el punto  $x = 2 \text{ m}$  e  $y = 2 \text{ m}$ .
  - a) Representar gráficamente la posición de las tres cargas.
  - b) Determinar las fuerzas  $F_{10}$  y  $F_{20}$  (módulo dirección y sentido) que hacen, respectivamente, las cargas  $q_1$  y  $q_2$  sobre  $q_0$ .
  - c) Determinar la fuerza eléctrica neta sobre  $q_0$ .
3. Dos cargas puntuales tienen una carga total igual a  $200 \mu\text{C}$  y la distancia entre ellas es  $r = 0,6 \text{ m}$ .
  - a) Si las cargas fueran iguales con valor  $q_1 = q_2 = 100 \mu\text{C}$ , ¿qué fuerza de repulsión experimentaría cada carga?
  - b) Si se repelieran con una fuerza de  $120 \text{ N}$ , ¿cuál sería el valor de cada carga?

4. Las dos placas conductoras de la figura tienen densidades de carga iguales, pero de signo opuesto. La separación entre ellas es  $d = 10 \text{ cm}$  y la diferencia de potencial entre los puntos A y B indicados en la figura es  $|V_{AB}| = 500 \text{ V}$ .
  - a) ¿Qué placa tiene un potencial más elevado, la positiva o la negativa?
  - b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico entre las placas?
  - c) ¿qué valor tienen las diferencias de potencial  $V_{AC}$  y  $V_{BC}$  ( $\alpha = 30^\circ$ )?
  - d) Liberamos un electrón desde el reposo en la placa negativa, ¿qué fuerza eléctrica experimenta (módulo, dirección y sentido)?

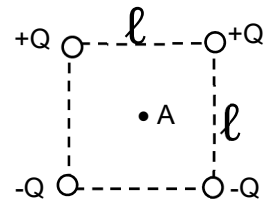


NOTA:  $q_{\text{electrón}} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

5. Dos cargas puntuales positivas,  $q_1 = 2 \mu\text{C}$  i  $q_2 = 4 \mu\text{C}$  están separadas una distancia  $L$ .
  - a) ¿Dónde se deberá colocar una tercera carga puntual,  $q_3$ , para que la fuerza eléctrica sobre ella sea nula?
  - b) Si se sustituye  $q_1$  por  $q'_1 = -2 \mu\text{C}$ , ¿dónde se debería colocar  $q_3$  para que la fuerza eléctrica sobre ella fuese nula?
6. Una carga puntual  $q_1 = 5 \mu\text{C}$  está situada sobre el eje X en  $x = 0$ , una segunda carga puntual  $q_2$  está situada en  $x = 4 \text{ cm}$ , y una tercera carga  $q_3 = 2 \mu\text{C}$  en  $x = 8 \text{ cm}$ . Si la fuerza eléctrica que actúa sobre  $q_3$  es  $\vec{F}_3 = -(19,7 \text{ N})\vec{i}$ , cuál es el valor de  $q_2$ ?
7. Una carga  $q = 2 \text{ nC}$  se encuentra en el origen de coordenadas y está sometida a la acción de una fuerza eléctrica  $\vec{F}_{\text{elec}} = (8 \cdot 10^{-4} \text{ N})\vec{j}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico en este punto?
8. El campo eléctrico en la superficie de la Tierra es, aproximadamente,  $E_T = 150 \text{ N/C}$  y va dirigido hacia abajo. ¿Qué carga debería tener una pelota de tenis de mesa de masa  $m = 2,7 \text{ g}$  para que el campo eléctrico compensara su peso en puntos cercanos a la superficie de la Tierra?

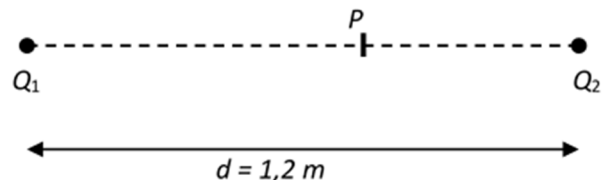
9. Dos cargas puntuales  $q$  y  $q'$  están separadas una distancia  $a$ . En un punto situado en  $a/3$  de  $q$ , sobre la recta que une las dos cargas, el potencial se anula.
- Los signos de las dos cargas, ¿serán iguales u opuestos?
  - ¿Cuál de las dos cargas tendrá mayor valor absoluto?
  - Determinar la relación  $q/q'$ .
10. Calcular la fuerza que un número de electrones igual al de Avogadro ejercen sobre una carga igual situada a una distancia de 12.700 Km (el número de Avogadro de electrones son los que tiene 1 g de hidrogeno. La separación es el diámetro de la tierra). ( $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  at/mol) ( $e = 1,06 \cdot 10^{-19}$  C)
11. Tres cargas puntuales positivas están situadas sobre el eje X;  $q_1 = + 25$  nC en  $x = 0$ ,  $q_2 = + 10$  nC en  $x = 2$  m y  $q_3 = +20$  nC en  $x = 3$  m.
- Calcular la fuerza resultante sobre  $q_3$  (módulo, dirección y sentido).
  - ¿Cuál sería la fuerza resultante si  $q_2$  fuera de signo contrario?
  - ¿Cuál es el valor del campo eléctrico a  $x = 3$  m (punto donde se encuentra  $q_3$ ) en este segundo caso?
12. El núcleo de un átomo de helio contiene dos protones separados una distancia aproximada  $r = 3 \cdot 10^{-15}$  m. Determinar la magnitud de la fuerza electrostática entre los protones ( $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $K = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>).
13. Se tienen cuatro cargas cuyo valor absoluto es el mismo,  $|q| = 2 \cdot 10^{-6}$  C. Dos de las cargas son positivas y las otras dos son negativas. Las cargas se encuentran fijadas en los vértices de un cuadrado, de tal modo que la fuerza neta sobre cualquiera de las cargas es paralela a la diagonal del cuadrado y dirigida hacia el centro.
- Dibujar la distribución de cargas.
  - Calcular la fuerza neta sobre cada una de las cargas si el lado del cuadrado mide  $\ell = 20$  cm.
14. Una pequeña bola de plástico de masa  $m = 0,08$  Kg i carga  $q_1 = +0,6 \cdot 10^{-6}$  C está suspendida de un cable delgado de masa insignificante. Otra carga  $|q_2| = 0,9 \cdot 10^{-6}$  C, está fijada a una distancia  $d = 0,15$  m a la derecha de la primera, por lo que el cable forma un ángulo  $\theta$  con la vertical (ver figura). Determinar:
- el signo de la carga  $q_2$  y el ángulo  $\theta$ ;
  - la tensión del cable.
- 
15. Cuando se sitúa en el origen de coordenadas una carga de prueba  $q_0 = + 3$  nC experimenta una fuerza de  $6,0 \cdot 10^{-4}$  N dirigida en el sentido positivo del eje Y.
- ¿Cuál es el campo eléctrico en el origen?
  - ¿Cuál es la fuerza que experimentaría una carga  $q = - 4$  nC situada en este punto?
16. La carga  $q_1 = + 25$  nC se encuentra en el origen de coordenadas, la carga  $q_2 = - 15$  nC se encuentra sobre el eje X en  $x = 2$  m y la carga  $q_3 = + 20$  nC se encuentra en un punto que tiene por coordenadas  $x = 2$  m y  $y = 2$  m.
- Calcular la fuerza resultante sobre  $q_3$  (módulo, dirección y sentido).
  - ¿Cuál sería la fuerza resultante si tanto  $q_1$  como  $q_2$  fueran de signo contrario?
  - ¿Cuál es el valor del campo y del potencial eléctrico en el punto  $x = 2$  m y  $y = 2$  m en este segundo caso?

17. Se tienen cuatro cargas eléctricas situadas en los vértices de un cuadrado de lado. Las cargas son iguales en valor absoluto y su signo está indicado en la figura. El punto A se encuentra en el centro del cuadrado y el punto B está separado una distancia  $\ell$  de él.



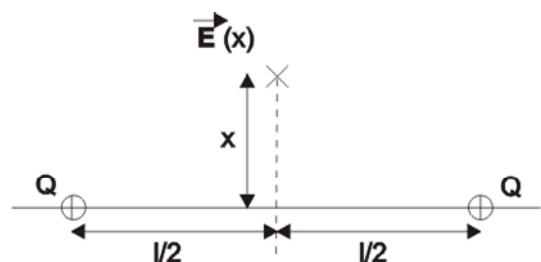
- Dibuja el vector campo eléctrico que crearía en el punto A cada una de las cargas si las otras no estuvieran. ¿Cuál es el campo total en el punto A?
- Calcular el potencial total en A.
- Calcular el campo y el potencial eléctrico total en el punto B.

18. La distancia entre las cargas  $Q_1$  i  $Q_2$  es  $d = 1,2$  m. La carga 1 es positiva y su valor es  $Q_1 = + 6 \cdot 10^{-6}$  C. El valor absoluto de la carga 2 es  $|Q_2| = 1,5 \cdot 10^{-6}$  C. En el punto P, situado sobre la recta que une las dos cargas (ver figura), el campo eléctrico es nulo.



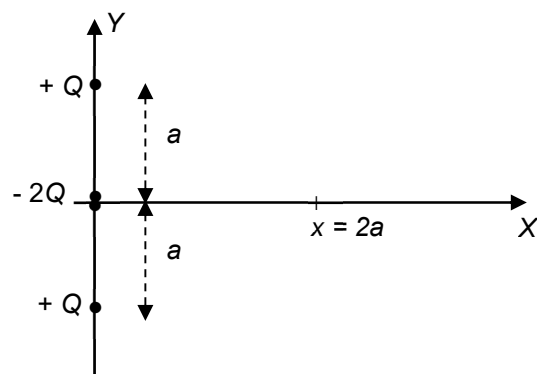
- ¿Cuál es el signo de la carga  $Q_2$ ? Razonar la respuesta.
- ¿A qué distancia se encuentra el punto P de  $Q_1$  y  $Q_2$ , respectivamente? ¿Qué fuerza eléctrica experimentaría una carga  $q = -10^{-9}$  C situada en este punto?
- Calcular el valor del potencial eléctrico en P.

19. Calcular a partir de la Ley de Coulomb, el campo eléctrico y el potencial, creados por las dos cargas de la figura en los puntos de la mediatriz de la línea que las une.



20. Calcular a partir de la Ley de Coulomb, el campo eléctrico y el potencial, en los puntos del eje de un anillo de carga Q distribuida uniformemente.

21. Cuatro cargas eléctricas puntuales con el mismo valor absoluto, Q, se encuentran alineadas sobre el eje Y, tal como indica la figura. Dos de las cargas son negativas y coinciden prácticamente sobre el origen de coordenadas, de forma que la carga efectiva sobre este punto es  $(-2Q)$ . Las otras dos cargas son positivas y se encuentran sobre el eje Y, en  $y = a$  e  $y = -a$ . Si  $Q = 6 \cdot 10^{-6}$  C, y  $a = 20$  cm:

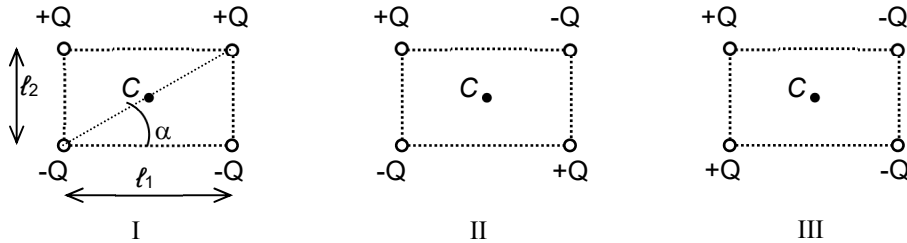


- determinar el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el punto  $x = 2a$ ;
- ¿qué fuerza eléctrica experimentaría una carga eléctrica  $q = 10^{-9}$  C situada en este punto?
- determinar el potencial eléctrico en este punto

22. La figura muestra tres conjuntos de cuatro cargas eléctricas fijadas, respectivamente en los vértices de tres rectángulos iguales, de base  $\ell_1$  i altura  $\ell_2$ . Todas las cargas tienen el mismo valor absoluto y sólo cambia su signo, que está indicado. Considerar el campo eléctrico neto en el centro C de cada uno de los rectángulos.

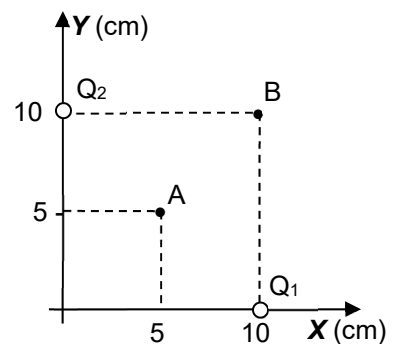
- Indicar la dirección y sentido del campo en C en cada uno de los tres casos.

- b) Determinar los módulos de los campos en  $C$  en función de  $\ell_1$ ,  $\ell_2$  y el ángulo  $\alpha$  que forman la diagonal del rectángulo y su base. Clasificar las magnitudes de los módulos de mayor a menor. Justificar la respuesta.
- c) También en cada rectángulo, determinar el potencial eléctrico neto en  $C$ .

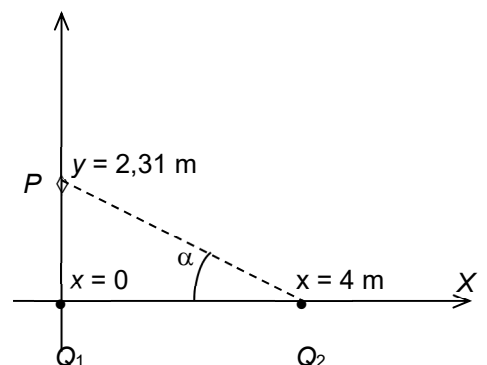


23. Dos cargas puntuales  $Q_1 = -10^{-9}$  C y  $Q_2 = +2 \cdot 10^{-9}$  C se encuentran alineadas sobre el eje  $X$  situadas, respectivamente en  $x = 0$  y  $x = 4$  m. Con el objetivo final de determinar el campo y el potencial eléctricos que crean estas dos cargas en un punto  $P$  situado sobre el eje  $Y$  en el punto  $y = 2,31$  m (ver figura),
- a) determinar el campo eléctrico, (módulo, dirección y sentido), que crea la carga  $Q_1$  en el punto  $P$ . ¿Cuáles son las componentes cartesianas de este vector? Representarlas sobre el dibujo.
- b) Calcular la distancia de  $Q_2$  en el punto  $P$  y el ángulo  $\alpha$  señalado en la figura. Determinar el campo eléctrico, (módulo, dirección y sentido), que crea la carga  $Q_2$  en el punto  $P$ . ¿Cuáles son las componentes cartesianas de este vector? Representarlas sobre el dibujo.
- c) Determinar el campo total (módulo, dirección y sentido) que crea en el punto  $P$  el conjunto formado por las dos cargas.
- d) En cuanto al potencial,
- determinar el potencial eléctrico,  $V_1$ , que crea la carga  $Q_1$  en el punto  $P$ .
  - determinar el potencial eléctrico,  $V_2$  que crea la carga  $Q_2$  en el punto  $P$ .
  - determinar el potencial total que crea en el punto  $P$  el conjunto formado por las dos cargas.

24. Dos cargas puntuales  $Q_1$  y  $Q_2$  se encuentran sobre los ejes  $X$  e  $Y$ , respectivamente, tal como indica la figura. La primera carga se encuentra en el punto  $x = 10$  cm y su valor es  $Q_1 = +4 \cdot 10^{-9}$  C. La segunda carga,  $Q_2$  se encuentra en el punto  $y = 10$  cm.



- a) Si el campo eléctrico en el punto  $A$ , de coordenadas (5 cm, 5 cm), es  $\vec{E}_A = 0$ ,
- ¿Cuál debe ser el signo de la carga  $Q_2$ ? ¿Por qué?
  - Determinar justificadamente el valor de  $Q_2$ .
- b) Determinar el módulo dirección y sentido del vector campo eléctrico en el punto  $B$ .
- c) En cuanto al potencial
- ¿Es cero en alguno de los dos puntos  $A$  o  $B$ ? ¿Por qué?
  - Determinar el potencial eléctrico en los puntos  $A$  y  $B$ .





## SOLUCIONES.

1.  $\Delta V = 4 \cdot 10^8 \text{ V}$ .

2.

a)

b)  $F_{10} = 5,625 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ , orientada a  $45^\circ$ ;  $\vec{F}_{20} = -6,75 \cdot 10^{-7} \vec{j} \text{ (N)}$

c)  $F_0 = 4,848 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ , orientada a  $-34,88^\circ$

3.

a)  $F_{12} = F_{21} = 250 \text{ N}$

b)  $q_1 = 28 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ ;  $q_2 = 172 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

4.

a) La positiva

b)  $E = 5000 \text{ N/C}$

c)  $V_{AC} = 500 \text{ V}$ ;  $V_{BC} = 0$

d)  $\vec{F}_{e1} = -8 \cdot 10^{-16} \vec{i}$

5.

a) Entre las dos cargas, a una distancia  $r_1 = 0,414 \text{ m}$  de  $q_1$ .

b) Separada  $2,4 \text{ m}$  de  $q_1$  i  $3,4 \text{ m}$  de  $q_2$ .

6.  $q_2 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ .

7.  $\vec{E} = 4 \cdot 10^5 \vec{j}$

8.  $q = -1,8 \cdot 10^4 \text{ C}$

9.

a) Signes opuestos

b)  $q'$

c)  $q/q' = 0,5$

10.  $F = 2,27 \cdot 10^5 \text{ N}$

11.

a)

$$\vec{F}_3 = \begin{cases} 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ N} \\ \text{Horitzontal (// x)} \\ \text{Dreta (x creixent)} \end{cases}$$

b)

$$\vec{F}_3 = \begin{cases} 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ N} \\ \text{Horitzontal (// x)} \\ \text{Esquerra (x decreixent)} \end{cases}$$

c)

$$\vec{E}_3 = \begin{cases} 65 \text{ N/C} \\ \text{Horitzontal (// x)} \\ \text{Esquerra (x decreixent)} \end{cases}$$

12.  $F = 25,6 \text{ N}$  (Entre los protones del núcleo de Helio existe también una fuerza atractiva debida a la interacción nuclear fuerte, que supera la interacción electrostática).

13.

a) En los extremos de cada una de las diagonales las cargas son del mismo signo.

b)  $F = 0,82 \text{ N}$ , paralela a la diagonal y hacia el centro del cuadrado.

14.

a)  $\theta = 15,1^\circ$

b)  $T = 0,828 \text{ N}$ .

15.

a)

$$\vec{E} = \begin{cases} 2 \cdot 10^5 \text{ N/C} \\ \text{Paralela a l'eix Y} \\ \text{Sentit positiu} \end{cases}$$

b)

$$\vec{F} = \begin{cases} 8 \cdot 10^{-4} \text{ N} \\ \text{Paralel a l'eix Y} \\ \text{Sentit negatiu} \end{cases}$$

16.

a)  $F_{res} = 4,84 \cdot 10^{-7} \text{ N}$  i forma un ángulo  $\alpha = -35,1^\circ$  con la horizontal

b)  $\vec{F}_{res}' = -\vec{F}_{res}$  (el mismo módulo y sentido contrario  $\Rightarrow \alpha = 144,9^\circ$ )

c)  $E = 24,2 \text{ N/C}$  y tiene la misma dirección y sentido que la fuerza;  $V = -12,049 \text{ V}$

17.

a)

$$\vec{E}_A = \begin{cases} 4\sqrt{2} \text{ k} \cdot \frac{q}{l^2} \\ \text{Vertical} \\ \text{Avall} \end{cases}$$

b)  $V_A = 0$

c)

$$\vec{E}_B = \begin{cases} 2,07 \text{ k} \cdot \frac{q}{l^2} \\ \text{Vertical} \\ \text{Amunt} \end{cases}$$

$$V_B = 1,56 \text{ k} \cdot \frac{q}{l}$$

18.

a)  $Q_2$  és positiva.

b)  $r_1 = 0,8 \text{ m}$ ;  $r_2 = 0,4 \text{ m}$ ;  $F = 0$ .

c)  $V_P = 101.250 \text{ V}$ .

19.

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{2 \cdot k \cdot Q \cdot x}{\left(\frac{l^2}{4} + x^2\right)^{3/2}} \\ \text{dirección vertical} \\ \text{sentido hacia arriba} \end{array} \right.$$

b)

$$V = \frac{2 \cdot k \cdot Q}{\left(\frac{l^2}{4} + x^2\right)^{1/2}}$$

20.

$$\text{a) } E: \left\{ \begin{array}{l} E = \frac{k \cdot Q \cdot x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \\ \text{dirección paralela al eje} \\ \text{sentido alejándose del anillo} \end{array} \right.$$

$$V = \frac{k \cdot Q}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

b)

21.

- a)  $E = 192.009,32 \text{ N/C}$ ; horizontal, izquierda.  
 b)  $F = 1,92 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ .  
 c)  $V = -28.504,6 \text{ V}$ .

22.

- a) I: vertical y hacia abajo; II:  $E = 0$ ; III: horizontal y hacia la derecha.

$$b) |\vec{E}_{CI}| = \frac{16K|Q| \cdot \sin \alpha}{(\ell_1^2 + \ell_2^2)}; |\vec{E}_{CII}| = 0; |\vec{E}_{CIII}| = \frac{16K|Q| \cdot \cos \alpha}{(\ell_1^2 + \ell_2^2)}$$

De mayor a menor: (III), (I), (II).

- c)  $V_C = 0$  en todos los casos.

23.

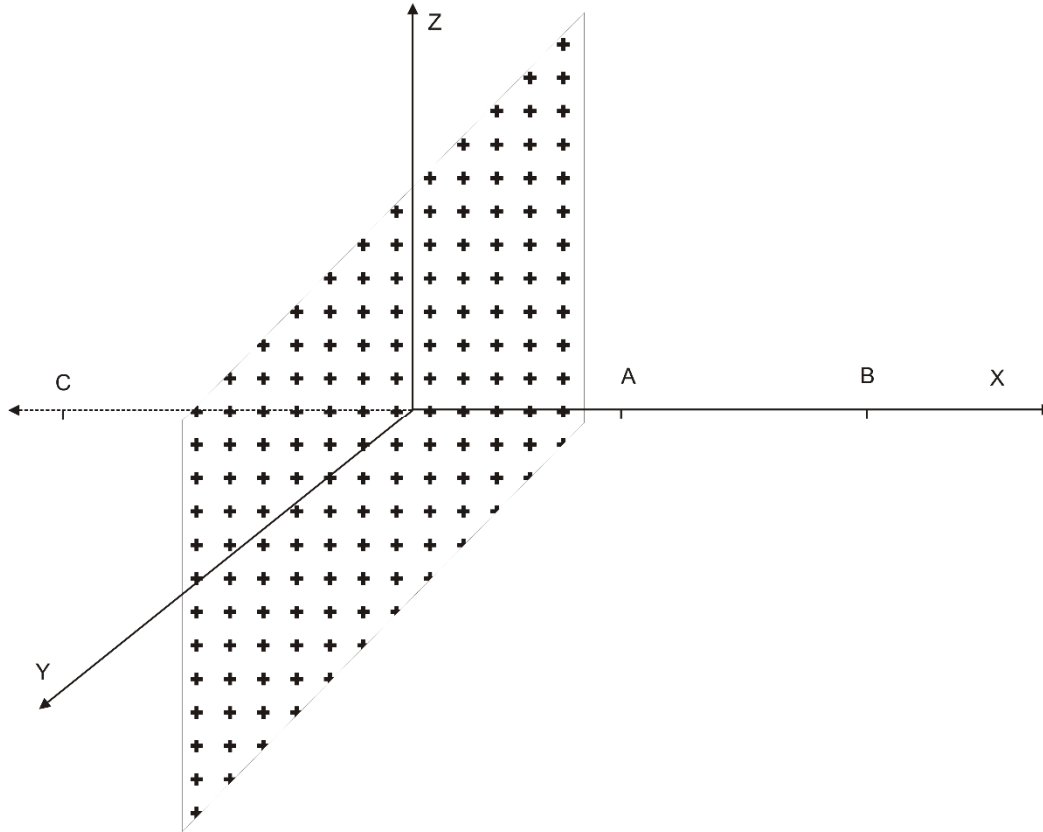
- a)  $\vec{E}_1 = -1,7\vec{j}$  (N/C) (sentido atractivo: vertical y hacia abajo);  $E_{1x} = 0$ ;  $E_{1y} = -1,7 \text{ N/C}$   
 b)  $r_2 = 4,62 \text{ m}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $E_2 = 0,84 \text{ N/C}$ , orientado a  $150^\circ$  respecto a la horizontal;  $\vec{E}_2 = -0,727\vec{i} + 0,42\vec{j}$   
 c)  $\vec{E}_P = -0,727\vec{i} - 1,28\vec{j}$ ; Módulo:  $E_P = 1,47 \text{ N/C}$ ; orientación a  $240^\circ$  respecto la horizontal.  
 d)  $V_1 = -3,89 \text{ V}$ ;  $V_2 = +3,89 \text{ V}$ ;  $V_P = 0$

24.

- a)  
  $Q_2$  ha de ser positiva ya que debe repeler la  $q_0$  de prueba.  
 Dado que  $r_{1A} = r_{2A}$ ,  $Q_2 = Q_1$  necesariamente.  
 b)  $\vec{E}_B = 3600\vec{i} + 3600\vec{j}$ ; Módulo  $E_B = 5091,17 \text{ N/C}$ ; orientación a  $45^\circ$  respecto a la horizontal.  
 c) Como las dos cargas son positivas, los potenciales en A i en B también lo serán.  $V_A = 1018,23 \text{ V}$ ;  $V_B = 720 \text{ V}$

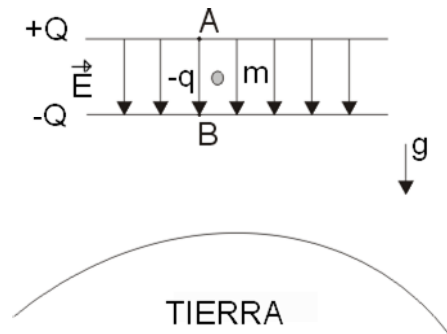
### Lección 13: CONDUCTORES I DIELECTRICOS.

1. Una placa muy grande, que se puede considerar prácticamente infinita, tiene una carga eléctrica positiva distribuida uniformemente, tal como indica la figura. El campo generado por la placa es uniforme, con módulo  $E = 56\,500\text{ N/C}$ .



- (a) ¿Cuál es la dirección y el sentido de las líneas de campo a uno y otro lado de la placa?
- (b) Determinar la diferencia de potencial entre dos puntos A y B que se encuentran respectivamente en  $x = 2\text{ cm}$  y  $x = 4\text{ cm}$ .
- (c) Determinar la diferencia de potencial entre dos puntos C y A que se encuentran respectivamente en  $x = -4\text{ cm}$  y  $x = 2\text{ cm}$ .
- (d) Si se llena todo el espacio con un gas dieléctrico de constante  $\epsilon_r = 3$ , cómo cambiarán las diferencias de potencial calculadas anteriormente?
2. Las dos láminas cargadas planas y paralelas de la figura, separadas a una distancia  $d = 10\text{ mm}$  se encuentran en el campo gravitatorio de la superficie de la tierra ( $g = 10\text{ m/s}^2$ ). Debido a su carga, entre las dos láminas existe un campo eléctrico uniforme, vertical y hacia debajo de módulo  $E = 10^5\text{ N/C}$ .
- (a) Calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B marcados en la figura.

- (b) Situamos un cuerpo de masa  $m = 1 \text{ mg}$  y carga  $-q$  entre las dos láminas cargadas y observamos que queda en equilibrio ( $v = 0$ ). Representar todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. ¿Quién las produce? Calcular el valor de la carga  $-q$ .
- (c) ¿Qué le pasaría al cuerpo si llenáramos el espacio comprendido entre las láminas con un gas dieléctrico de constante dieléctrica  $\epsilon_r > 1$ ? Razonar la respuesta.

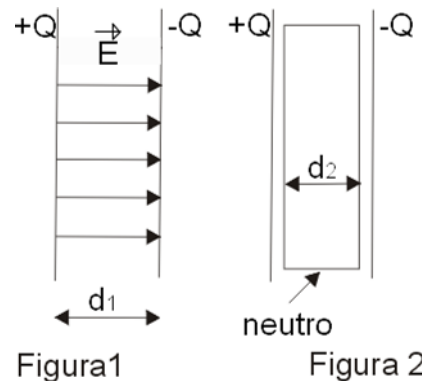


3. Las dos láminas cargadas planas y paralelas de la figura están separadas una distancia  $d_1 = 4 \text{ mm}$ . Debido a su carga existe un campo eléctrico entre ellas horizontal y hacia a la derecha de módulo uniforme  $E = 25000 \text{ N/C}$  (ver figura 1).

- (a) Calcular la diferencia de potencial entre las láminas.

Ahora introducimos entre las láminas una placa metálica de espesor  $d_2 = 2 \text{ mm}$ , de manera que la posición de la placa está centrada respecto a las láminas (ver la figura 2). Una vez se haya llegado a la situación de equilibrio electrostático, se pide:

- (b) Dibujar las líneas de campo eléctrico en todos los puntos del espacio. Justificar la respuesta.
- (c) Calcular la diferencia de potencial entre las láminas en esta nueva situación.

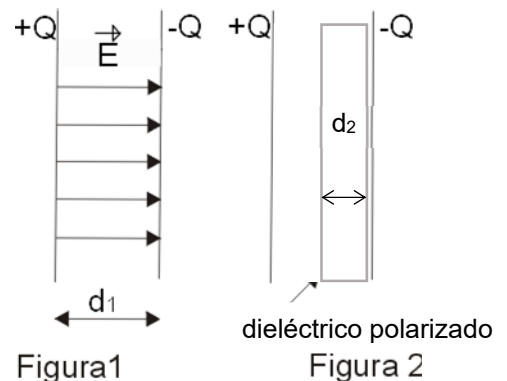


4. Las dos láminas cargadas planas y paralelas de la figura están separadas una distancia  $d_1 = 4 \text{ mm}$ . Debido a su carga existe un campo eléctrico entre ellas horizontal y hacia a la derecha de módulo uniforme  $E = 5000 \text{ N/C}$  (ver figura 1).

- (a) Calcular la diferencia de potencial entre las láminas.

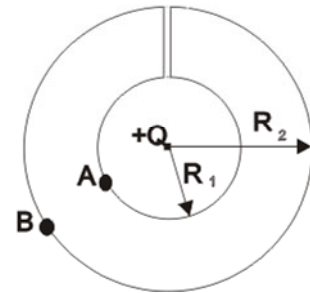
Ahora introducimos entre las láminas una placa dieléctrica de espesor  $d_2 = 2 \text{ mm}$  y constante  $\epsilon_r = 8$ , en contacto con la lámina negativa, tal como indica la figura 2. Una vez se haya polarizado el dieléctrico, se pide:

- (b) Dibujar las líneas de campo eléctrico en todos los puntos del espacio. Justificar la respuesta.
- (c) Determinar el módulo del campo eléctrico en todos los puntos del espacio.
- (d) Calcular la diferencia de potencial entre las láminas en esta nueva situación.



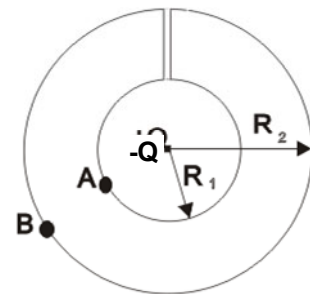
5. Introducimos una carga  $+Q$  en una esfera conductora con una cavidad interior a través de un orificio de tamaño despreciable, tal como se indica en la figura. En la esfera conductora, que es eléctricamente neutra, se produce una redistribución de carga y se llega a una situación de equilibrio electrostático.

- (a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en los puntos de la esfera conductora ( $R_1 < r < R_2$ )? ¿Cómo se redistribuirá la carga? Razonar las respuestas.
- (b) Determinar el valor del campo eléctrico en los puntos  $r < R_1$  y  $r > R_2$ . Representar gráficamente el valor del campo eléctrico en todos los puntos del espacio, en función de  $r$  (distancia al centro de la esfera).
- (c) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B de la figura?

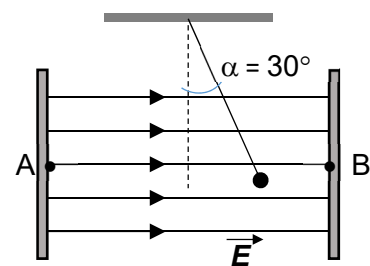


6. Introducimos una carga  $-Q$  en una esfera dieléctrica con una cavidad interior a través de un orificio de tamaño despreciable, tal como se indica en la figura. La esfera dieléctrica, que es eléctricamente neutra, se polariza y la constante dieléctrica es  $\epsilon_r = 8,5$ .

- (a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en los puntos de la esfera conductora ( $R_1 < r < R_2$ )? ¿Cuáles serán la dirección y el sentido del campo? Razonar las respuestas.
- (b) Determinar el valor del campo eléctrico en los puntos  $r < R_1$  y  $r > R_2$ . Representar gráficamente el valor del campo eléctrico en todos los puntos del espacio, en función de  $r$  (distancia al centro de la esfera).
- (c) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B de la figura? ¿Cuál de los dos potenciales es mayor?



7. Una bola pequeña de plástico de masa  $m = 6,5 \cdot 10^{-3}$  Kg está suspendida de un hilo aislante entre las dos placas planas y paralelas de la figura, separadas una distancia  $d = 20$  cm. Las placas están cargadas con carga del mismo valor absoluto y signos contrarios de manera que generan un campo eléctrico entre ellas dirigido de izquierda a derecha. La bola de plástico también tiene carga eléctrica con valor absoluto  $|q| = 0,15 \cdot 10^{-6}$  C, y se encuentra en equilibrio cuando el hilo forma un ángulo  $\alpha = 30^\circ$  con la vertical.



- (a) Las cargas.
- ¿Cuáles son los signos de las cargas de cada una de las placas? ¿Por qué?
  - ¿Cuál es el signo de la carga de la bola? ¿Por qué?
- (b) Fuerzas, campo eléctrico y potencial
- ¿Qué fuerzas actúan sobre la bola? Representarlas gráficamente.
  - Determinar el valor de la tensión del hilo.
  - Determinar la fuerza eléctrica que experimenta la bola y el valor del campo eléctrico entre las placas.
  - Determinar la diferencia de potencial entre los puntos A y B señalados en la figura.
- (c) Si se introduce un gas dieléctrico entre las dos placas,
- ¿Cambiará el valor de las fuerzas que actúan sobre la bola? ¿Por qué?
  - ¿Cambiará el ángulo que forma el hilo con la vertical? ¿Por qué?

**SOLUCIONES.**

1.

- a) Dirección paralela al eje X; sentido hacia la derecha, en el lado derecho de la placa (X positivas), y hacia la izquierda en el lado izquierdo de la placa (X negativas). En ambos casos las líneas de campo se alejan de la placa.
- b)  $V_A - V_B = 1130 \text{ V}$
- c)  $V_C - V_A = -1130 \text{ V}$
- d)  $(V_A - V_B)_{\text{diel}} = 376,66 \text{ V}; (V_C - V_A)_{\text{diel}} = -376,66 \text{ V}$

2.

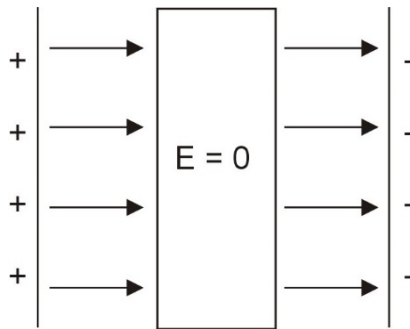
- a)  $V_{AB} = 1000 \text{ V}$
- b)  $\vec{F}_{el}$ , vertical hacia arriba. La ejercen las láminas cargadas.

$m \cdot \vec{g}$ , vertical hacia abajo. Es el peso i lo ejerce la Tierra.

$$Q = 10^{-10} \text{ C}$$

3.

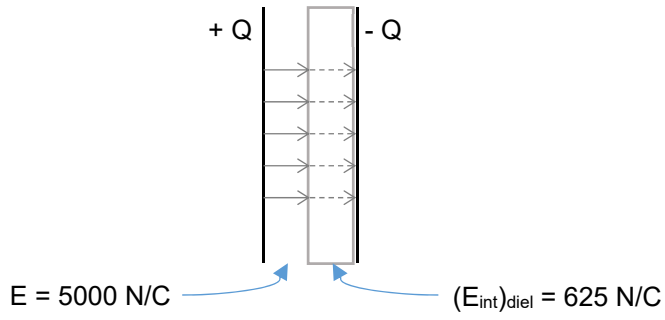
- a)  $V = 100 \text{ V}$
- b)



- c)  $V = 50 \text{ V}$

4.

- a)  $V_+ - V_- = 20 \text{ V}$

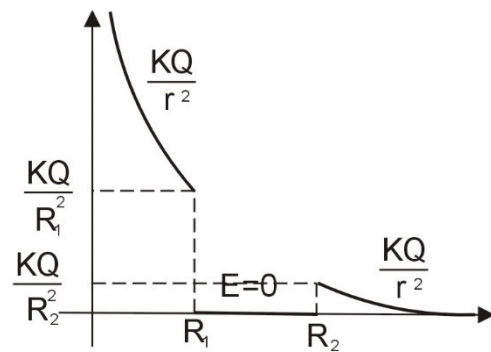
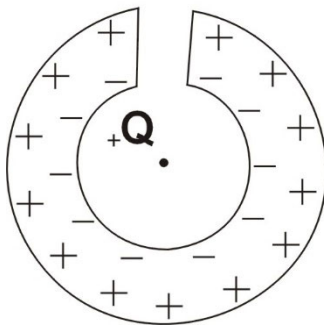


b)

c)  $V_+ - V_- = 11,25 \text{ V}$

5. (a).  $R_1 < r < R_2$ ;  $E = 0$

(b).

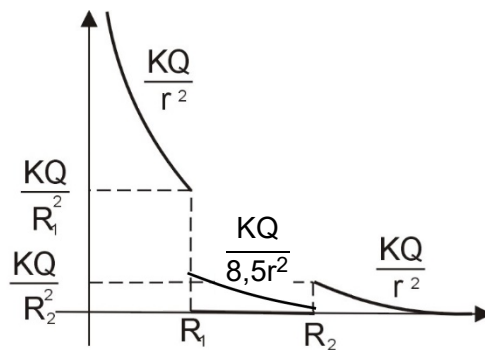


(c).  $V_A - V_B = 0$

6.

a)  $E_{\text{int}} = KQ/(8,5r^2)$ ; dirección radial; sentido hacia el centro.

b)

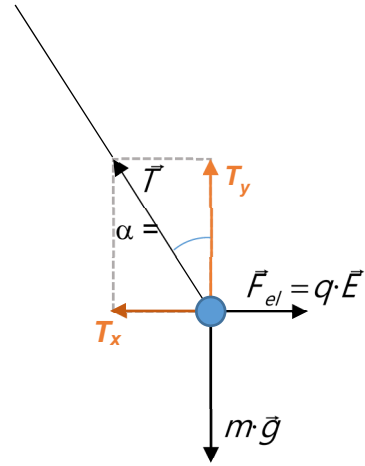


c)  $V_A - V_B < 0$



7.

- a) La placa que contiene el punto A es positiva y la otra negativa, porque el campo tiene el mismo sentido que la fuerza que experimentaría una  $q$  de prueba positiva. La bola tiene carga positiva porque experimenta una fuerza paralela al campo y del mismo sentido.
- b)  $T = 0,075 \text{ N}$ ;  $F_{elec} = 0,0375 \text{ N}$ ;  $E = 2,5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ ;  $V_A - V_B = 5 \cdot 10^4 \text{ V}$
- c) Si se introduce un gas dieléctrico, el valor del campo entre las dos placas disminuirá y, por tanto, la fuerza eléctrica que experimentará la bola también. A su vez, el ángulo desviado respecto la vertical también se hará más pequeño con la consecuente disminución de la tensión.
- $F'_{el} < F_{el}$   
 $\alpha' < \alpha$   
 $T' < T$



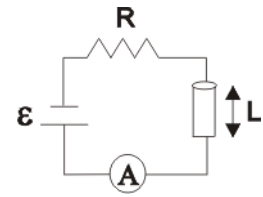
### Lección 14: CORRIENTE CONTINUA.

1. Un trozo de carbón tiene una longitud de 3 cm, y una sección recta cuadrada de 0,5 cm de lado. Mediante una fuente de alimentación se aplica una diferencia de potencial de 10 mV entre sus extremos.
  - (a) ¿Cuál es su resistencia ( $\rho_{\text{carbón}} = 3,5 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$ )?
  - (b) ¿Qué intensidad de corriente circula por la resistencia?
  
2. Se conecta una resistencia variable a un generador de fuerza electromotriz  $\varepsilon = \text{cte}$ . Cuando el valor de la resistencia variable es  $R_1$ , entonces la corriente que circula por ella es  $I_1 = 0,6$  A. Si el valor de la resistencia variable se aumenta hasta  $(R_1 + 10 \Omega)$  entonces la intensidad es  $I_2 = 0,2$  A. Calcular  $\varepsilon$  y  $R_1$ .
  
3. Si una línea conectada a 120 V está limitada a  $I_{\text{MAX}} = 15$  A, mediante un fusible de seguridad, ¿servirá para hacer funcionar un secador de cabello de potencia  $P = 1200$  W?
  
4. La potencia en W que se marca en una bombilla no es una propiedad inherente a ella si no que depende del voltaje a que se conecta.
  - (a) ¿Cuál es la propiedad “eléctrica” inherente a una bombilla?
  - (b) ¿Cuál es la intensidad de corriente que circula por una bombilla de 60 W conectada a un circuito de 120 V?
  - (c) ¿Qué valor tiene la resistencia de esta bombilla?
  
5. Cierta bombilla de resistencia  $R = 96 \Omega$  tiene gravado “150 W”, ¿se debe conectar a un circuito de 120 V o a uno de 220 V?
  
6. Una plancha eléctrica se conecta a una fuente de fuerza electromotriz  $\varepsilon = 110$  V y por ella circula una intensidad  $I = 9$  A.
  - (a) ¿Cuánta energía calorífica, en Joules, disipa la plancha en un minuto?
  - (b) ¿Cuántos Coulombs de carga pasan por ella en un minuto?
  
7. Una bombilla nocturna de 4 W se conecta en un circuito de 120 V y funciona en forma continua durante un año. Calcular:
  - (a) la intensidad de corriente que circula por ella;
  - (b) la resistencia de su filamento;
  - (c) la energía consumida en un año;
  - (d) el costo de su funcionamiento durante un año, con una tarifa de 15 €/KWh.
  
8. El circuito eléctrico representado en la figura está constituido por un generador de corriente continua de fuerza electromotriz  $\varepsilon = 10$  V y resistencia interna despreciable, una resistencia  $R$ , un hilo conductor de longitud  $L$  y un amperímetro conectado en serie. Si medimos la intensidad de corriente (expresada en A) a través del circuito para diferentes valores de la longitud  $L$  del hilo conductor (expresada en m), obtenemos:

L ( m )	0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1
I ( A )	1	0,5	0,33	0,25	0,16	0,125	0,09

Se pregunta:

- (a) Representar gráficamente la intensidad  $I$  en función de  $L$  e interpretar cualitativamente la forma de la curva obtenida.
- (b) Determinar el valor de la resistencia  $R$  del circuito. Determinar las caídas de potencial en la resistencia  $R$  y en el hilo cuando  $L = 0$ ,  $L = 0,1$  y  $L = 0,3$ . Calcular en estos tres casos el valor de la resistencia del hilo.
- (c) Sabiendo que el diámetro del hilo es de  $0,112$  mm, determinar la resistividad del material del que está constituido. ¿Sabrías decir de qué material se trata? ¿Cómo se modificaría la curva representada en el apartado (a) si calentáramos el hilo?



### SOLUCIONES.

1. (a).  $0,042 \Omega$

(b).  $0,238 \text{ A}$

2.  $R_1 = 5 \Omega$ ;  $\varepsilon = 3 \text{ V}$

3. Si.

4.

(a) La  $R$ .

(b)  $I = 0,5 \text{ A}$ .

(c)  $R = 240 \Omega$ .

5. A  $120 \text{ V}$ .

6.

(a)  $E_{\text{CAL}} = 59,4 \text{ KJ}$ .

(b)  $\Delta Q = 540 \text{ C}$ .

7.

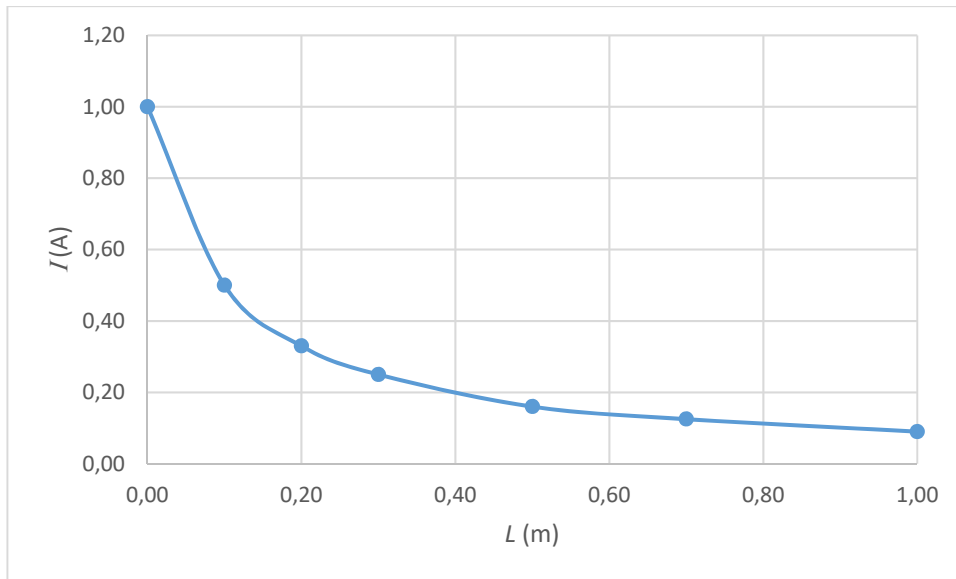
(a)  $I = 0,033 \text{ A}$ ;

(b)  $R = 3.600 \Omega$ ;

(c)  $E = 1,26 \cdot 10^8 \text{ J} = 35,04 \text{ KW}\cdot\text{h}$ ;

(d)  $\text{Coste}_{\text{ANUAL}} = 525,6 \text{ €}$ .

8. (a).  $I = \frac{\varepsilon}{R + R_{\text{fil}}}$ ;  $R_{\text{fil}} = \frac{\rho \cdot L}{S}$ ;  $L \uparrow \Rightarrow R_{\text{hilo}} \uparrow \Rightarrow I \downarrow$



(b).  $R = 10 \Omega$

$L = 0$	$V_{\text{fil}} = 0$	$V_R = 10 \text{ V}$	$R_{\text{fil}} = 0$
$L = 0,1$	$V_{\text{fil}} = 5 \text{ V}$	$V_R = 5 \text{ V}$	$R_{\text{fil}} = 10 \Omega$
$L = 0,3$	$V_{\text{fil}} = 7,5 \text{ V}$	$V_R = 2,5 \text{ V}$	$R_{\text{fil}} = 30 \Omega$

(c).  $\rho = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$

nicrome

**BIBLIOGRAFIA** utilitzada per confeccionar la llista de problemes.

- Tipler P.A.; Mosca, G.. FÍSICA. 6a.. Barcelona: Reverté, 2010.
- Alan H. Cromer. FISICA PARA LAS CIENCIAS DE LA VIDA. 2a. ed. Barcelona: Reverté, 1981.
- Hewit, P.G. FISICA CONCEPTUAL. 10a. ed. Mèxic: Pearson Education, 2017.