

# Pràctiques



## Prácticas de física

Curso 2022-23

Ferran Laguarda Bertran, Núria Lupón Bas, Josep Pladellorens Mallofré

Assignatura: Física

Titulació: Grau en Òptica i Optometria

Curs: 1r      Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Castellà

01/07/2022

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa

**PRÁCTICAS DE FÍSICA**  
**Curso 2022-23**

F. Laguarda  
N. Lupón  
J. Pladellorens

Julio 2022



## ÍNDICE + CALENDARIO

PRÁCTICA	Página
1. ESTÁTICA DE FLUIDOS .....	1
A1, A3, B1, B3 → semana 3 (26-29 de septiembre)	
A2, A4, B2, B4 → semana 4 (3 – 6 de octubre)	
2. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD .....	11
A1, A3, B1, B3 → semana 5 (10 - 13 de octubre)	
A2, A4, B2, B4 → semana 6 (17 - 20 de octubre)	
3. CONSTANTE ELÁSTICA DE UN MUELLE .....	17
A1, A3, B1, B3 → semana 7 (24 – 27 de octubre)	
A2, A4, B2, B4 → semana 9 (7 - 10 de noviembre)	
4. ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA .....	25
A1, A3, B1, B3 → semana 10 (14 – 17 de noviembre)	
A2, A4, B2, B4 → semana 11 (21 - 24 de noviembre)	
5. ONDAS 2D Y 3D .....	29
A1, A3, B1, B3 → semana 12 (28 de noviembre – 1 de diciembre)	
A2, A4, B2, B4 → semana 14 (12 – 15 de diciembre)	
6. CONTACTO SÓLIDO – LÍQUIDO. CONCEPTOS BÁSICOS .....	37
A1, A3, B1, B3 → semana 15 (19 – 22 de diciembre)	
A2, A4, B2, B4 → semana 16 (9 – 12 de enero)	
TABLAS ÚTILES .....	47



# ESTÁTICA DE FLUIDOS

## PREPARACIÓN.

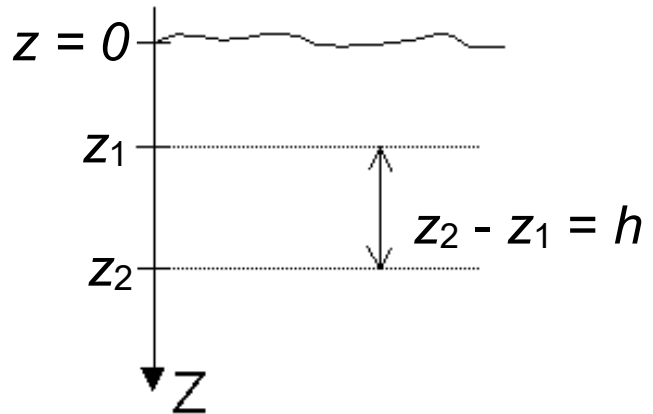
- 1) ¿Qué leyes de la estática de fluidos se utilizarán para resolver las preguntas planteadas en esta práctica?
- 2) ¿Qué aparatos de medida de presión se describen en el guión? ¿Cuál es la función de cada uno de ellos?
- 3) Viendo lo que se explica en la aparta 1.c), por qué decimos que la medida de la presión intraocular (PIO) es una medida indirecta?
- 4) Consultando lo estudiado en teoría sobre el tema, explica qué papel juega el empuje de Arquímedes en el fenómeno de la flotación.

# ESTÁTICA DE FLUIDOS

El objetivo de la práctica es estudiar algunos instrumentos empleados para medir la presión y reflexionar sobre algunos fenómenos relacionados con la estática de fluidos.

## 1) Aparatos para medir la presión.

Los aparatos diseñados para medir la presión de un fluido en un determinado recinto (campana de vacío, tubería, depósito, cámara de neumático...) se denominan **manómetros**. Los aparatos utilizados para medir la presión atmosférica se denominan **barómetros**.



El diseño inicial de los aparatos de medida de la presión se basa en la ley general de la estática de fluidos, cuya expresión en el caso de los líquidos es:

$$P_2 - P_1 = \rho g(z_2 - z_1) = \rho g h > 0$$

donde  $z$  es la coordenada de profundidad.

### 1.a) Manómetros.

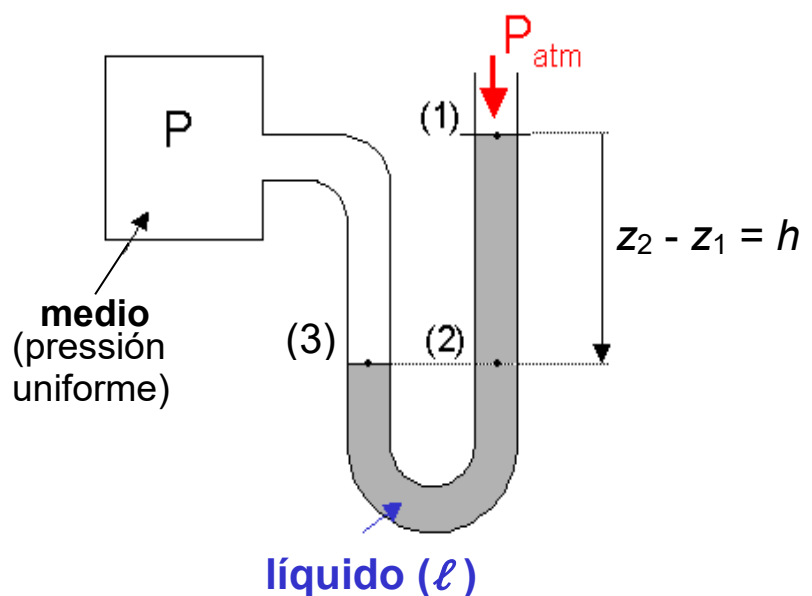
Un manómetro es un aparato que mide la presión del medio (fluido) comparándola con la presión atmosférica. En todos los casos, la presión que indica un manómetro,  $P_{man}$ , cumple que:

$$P_{man} = P - P_{atm} \quad (1)$$

donde  $P$  es la presión real (o absoluta) en el medio y  $P_{atm}$  es la presión atmosférica. En el laboratorio se estudiará el funcionamiento de dos tipos de manómetros.

#### • Manómetro de tubo abierto

Se trata de un tubo en forma de U que contiene un líquido. Inicialmente, la superficie libre del líquido se encuentra en el



mismo nivel en las dos ramas. Para hacer una medida, una de las ramas de la U se conecta al medio donde se quiere medir la presión y la otra rama queda "abierta" (situación representada en la figura). El líquido de la primera rama (a la izquierda en la figura) queda sometido, pues, a la presión del medio ( $P_3 = P$ ) y el de la segunda a la presión atmosférica ( $P_1 = P_{atm}$ ). Debido a la diferencia entre las presiones que actúan sobre cada una de las ramas, las superficies libres del líquido en ellas dejan de estar al mismo nivel. La altura,  $h$ , que separa los niveles define lo que se llama presión manométrica en el medio,  $P_{man}$ , de acuerdo con la deducción que se describe a continuación.

Aplicando la ley general de la estática de fluidos en la rama derecha:

$$P_2 - P_1 = \rho \ell gh \quad (2)$$

donde  $P_1 = P_{atm}$  y  $P_2 = P_3 = P$ . Substituyendo  $P_1$  i  $P_2$  en la ecuación (2) y teniendo en cuenta la definición de presión manométrica (1) se obtiene:

$$P - P_{atm} = P_{man} = \rho \ell \cdot g \cdot h \quad (3)$$

• Manómetro de Bourdon

Los manómetros de tubo abierto son aparatos relativamente delicados y resultan poco prácticos para medir presiones elevadas. Por este motivo, en muchos casos se utiliza otro tipo de manómetro, que es el llamado manómetro de Bourdon, su inventor. Consiste en un tubo metálico cerrado por un extremo, que está curvado en forma de C (ver Figura 1). El extremo abierto del tubo está unido rígidamente a un soporte y el extremo cerrado se conecta a un sistema multiplicador mecánico que se acopla a una aguja indicadora.

El tubo de este manómetro doblado en forma de C es de sección oval. La diferencia de presiones entre el interior i el exterior del tubo en forma de C hace variar la curvatura del mismo. Al aumentar la presión dentro del tubo, la sección se hace más circular y la C que forma el tubo se abre. El sistema multiplicador mecánico transforma el pequeño movimiento de la punta en un gran desplazamiento de la aguja indicadora, cuya posición sobre una escala calibrada da la magnitud del exceso de la presión en interior del



**FIGURA 1**



tubo respecto de la atmosférica, es decir, el valor de la **presión manométrica**. Por lo tanto, si  $P$  es la presión real en el interior del tubo:

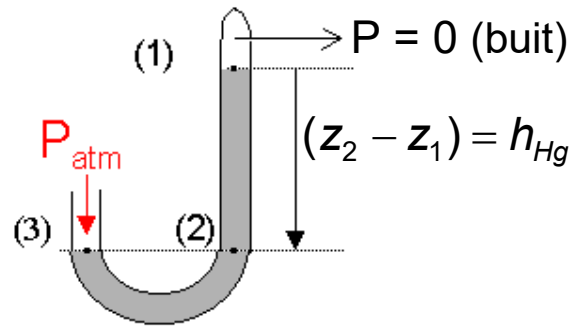
$$P_{agulla} = P - P_{atm} = P_{man}$$

### 1.b) Barómetros.

Los barómetros son aparatos diseñados para medir el valor de la presión atmosférica.

#### • Barómetro de mercurio

Un barómetro de mercurio es un recipiente en forma de J que contiene mercurio, donde la rama más corta está abierta, en contacto con la atmósfera, y la rama larga está totalmente cerrada (ver figura). El mercurio se ha de introducir de manera que en la zona de  $P = 0$  señalada en la figura no quede nada de aire.



La altura de mercurio en la rama cerrada es claramente superior, para equilibrar la presión atmosférica que actúa sobre la rama abierta. Aplicando la ley general de la estática de fluidos:

$$P_1 = 0$$

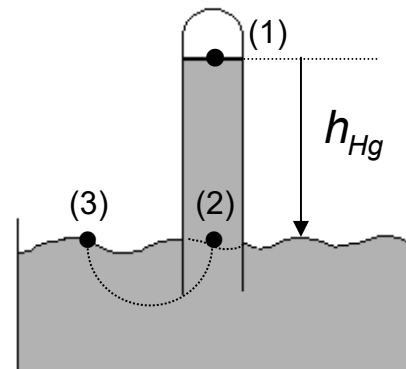
$$P_2 = P_3 = P_{atm}$$

$$P_2 - P_1 = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} \longrightarrow P_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg}$$

A nivel del mar y en condiciones normales:

$$h_{Hg} = 760 \text{ mm Hg}$$

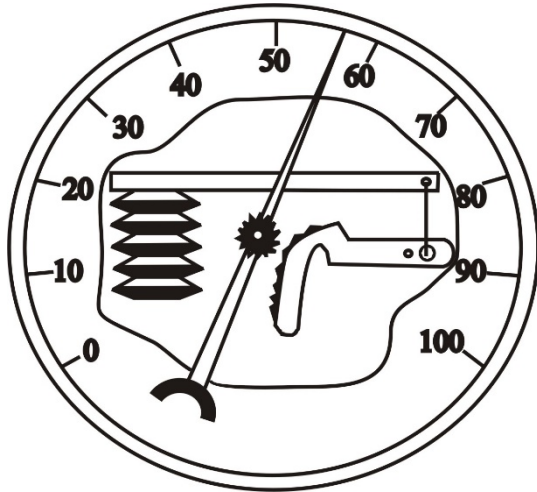
El barómetro de mercurio reproduce el experimento de Torricelli, científico que midió por primera vez el valor de la presión atmosférica, corroborando al mismo tiempo su existencia.



### Experimento de Torricelli

#### • Barómetro de tipo doméstico

El tipo de barómetro que habitualmente se emplea para medir la presión atmosférica es el llamado barómetro aneroide (Figura 2). Es un barómetro mecánico compacto consistente en una cámara flexible en la que se ha practicado el vacío y se ha cerrado herméticamente. La presión atmosférica exterior comprime la cámara, y la magnitud de la compresión depende del valor de esta presión. Al contraerse o dilatarse la cámara, se activa la multiplicación mecánica que produce el desplazamiento de la aguja sobre una escala de presiones calibrada previamente.

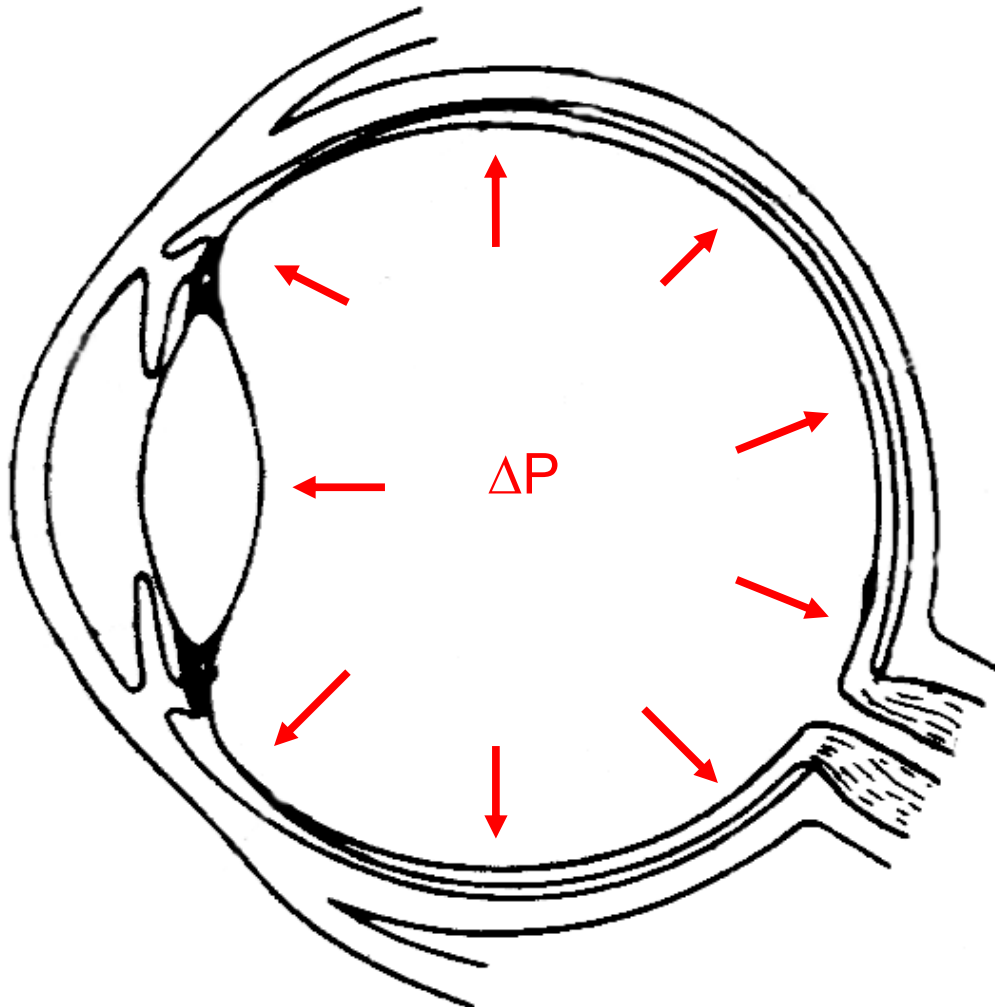


**Figura 2:** Barómetro aneróide. La forma de la cámara prácticamente vacía y hermética de la izquierda varía al variar la presión atmosférica. La multiplicación mecánica convierte el cambio de forma de la cámara en un cambio de posición de la aguja indicadora

- P1) ¿Por qué se utiliza normalmente mercurio en los barómetros?
- P2) ¿Qué altura debería tener la columna vertical de un barómetro que contuviese agua? (considerar  $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$ ) ( $\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ).
- P3) ¿A qué profundidad debemos bucear para estar sometidos a una presión de 2 atm? (considerar  $P_{\text{atm}} = 1 \text{ atm}$ ) ( $\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ )

### 1.c) *Presión intraocular (PIO).*

En el interior del globo ocular, la presión de los humores es ligeramente superior a la atmosférica.

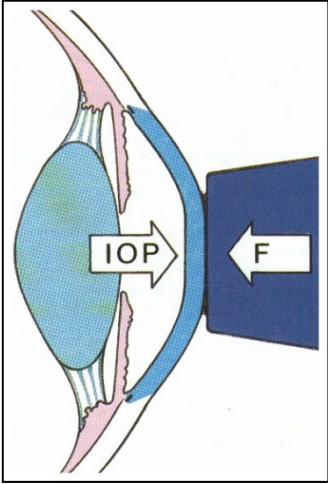


$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{atm}}$$

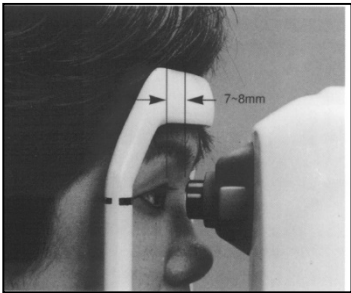
Habitualmente, el valor de  $\Delta P$  para los humanos está contenido entre 10 y 20 mm Hg (1333 Pa / 2666 Pa ). Valores de  $\Delta P > 21 / 24$  mm Hg suelen ser indicativos de daños en el nervio óptico, afectación conocida con el nombre de glaucoma. El glaucoma es una de las principales causas de ceguera en personas mayores de 60 años.

La medida de la presión intraocular se realiza con aparatos denominados genéricamente Tonómetros. La figura siguiente contiene un esquema de los dos tipos de tonómetro más utilizados. En ambos casos la medida de la PIO se basa en el

análisis de la fuerza necesaria para deformar córnea mediante una presión externa.  
Se trata pues de una medida indirecta.



  
**Tonómetro de contacto**



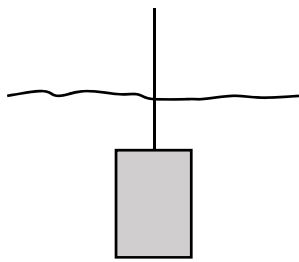
  
**Tonómetro de aire  
(sin contacto)**

## 2) Principio de Arquímedes. Empuje.

De acuerdo con el principio de Arquímedes, cualquier cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza vertical y hacia arriba llamada empuje (o fuerza ascensional), cuyo valor es igual al peso de fluido desalojado por el cuerpo.

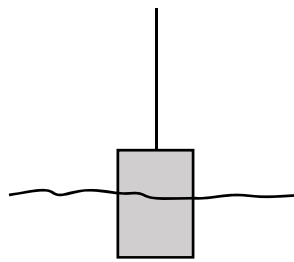
$$E = \rho_f V_{sub} \cdot g \quad (4)$$

donde  $\rho_f$  es la densidad del fluido,  $V_{sub}$  es el volumen sumergido y  $g$  es la gravedad.



Cuerpo totalmente sumergido

$$V_{sub} = V_{cos}$$



Cuerpo parcialmente sumergido

$$V_{sub} < V_{cos}$$

## 3) Experimentos.

### EXPERIMENTO 1.

En el laboratorio se dispondrá de un tubo en forma de U no demasiado grande, que previamente se habrá llenado de agua hasta la mitad. Se observará que, como debe ser, mientras los dos extremos están destapados, la altura de las dos columnas de agua es igual. Para medir presiones distintas de la atmosférica, se conectará un tubo flexible a uno de las ramas del manómetro. Sumergiendo el extremo del tubo flexible en un recipiente lleno de agua, se verá que las alturas de las dos columnas de líquido dejan de ser iguales.

- P4) ¿Por qué sucede esto? Anotar la diferencia de altura,  $h$ , entre las dos columnas de agua cuando el extremo flexible se encuentra en el fondo del recipiente. Con el valor de  $h$  calcular la presión manométrica en este punto.
- P5) Compare el valor medido de  $h$  con la profundidad de agua en el recipiente. ¿Se parecen? ¿A qué cree que es debido?
- P6) Si el contenido del manómetro fuese mercurio en lugar de agua, ¿cuánto valdría  $h$  en este caso? ( $\rho_{agua} = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{mercurio} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ )

## EXPERIMENTO 2

Se dispone del siguiente material para llevar a cabo este experimento: un recipiente con agua; un cilindro metálico y un dinamómetro con los soportes correspondientes.

En primer lugar, se determinará el peso del cilindro suspendiéndolo en el extremo del dinamómetro. Anotar la fuerza que indica el aparato. Esta fuerza es la necesaria para sostener el cilindro y, por tanto, coincide con su peso.

A continuación, se debe colocar el recipiente con agua debajo del cilindro y deslizar hacia abajo el soporte del dinamómetro hasta que el cilindro quede totalmente sumergido. Anotar de nuevo la fuerza que indica el dinamómetro. Esta segunda fuerza se conoce con el nombre de "peso aparente" debido a que se puede interpretar como el peso del cilindro cuando se encuentra sumergido en el agua.

P7) Si se ha realizado bien el experimento, el peso aparente será menor que el peso. ¿A qué se debe esta diferencia? Hacer un esquema (dibujo) con el cuerpo totalmente sumergido en agua y sostenido por el dinamómetro, indicando las fuerzas que actúan sobre él.

P8) Determinar el empuje que hace el agua sobre el cuerpo a partir de los valores obtenidos por el peso ( $P$ ) y por el peso aparente ( $P_{aparente}$ ) del cilindro.

P9) Determinar la densidad del agua sabiendo que el volumen de agua desalojado por el cuerpo y los ganchos que lo sostienen es  $V_{sub} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ . Comparar el valor obtenido con el que figura en las tablas del final de dossier.

## EXPERIMENTO 3.

Se tienen dos esferas de acero con pesos aproximadamente iguales, una maciza y la otra vacía. Cuando se introducen en un recipiente con agua, la primera se hunde y la segunda flota.

P10) ¿A qué crees que se debe esta diferencia?

## EXPERIMETO 4 (*experimentos en campana de vacío*).

- Observaremos un globo semi hinchado en el interior de una campana de vacío. A medida que disminuye la presión en la campana, aumenta el volumen del globo.

P11) Explicar a qué se debe el aumento de volumen (utilizar la ecuación de los gases perfectos).

- Al modificar la presión de un recinto, veremos cómo el peso de objetos distintos varía de forma diferente.
- Con dos semiesferas huecas en cuyo interior se ha hecho vacío podremos hacernos una idea de la gran magnitud de la presión atmosférica que nos rodea.

# DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD.

## Preparación.

Tal y como se explica en el guión, el experimento que se lleva a cabo para determinar el coeficiente de viscosidad de la glicerina,  $\eta$ , consiste en dejar caer una esfera de acero en un recipiente que contiene este líquido.

- 1) El valor de  $\eta$ , ¿se obtiene directamente del experimento? Si la respuesta es negativa, indicar cuál es la magnitud física que se determina con el experimento, y explicar brevemente el procedimiento para obtenerla.
- 2) ¿Qué otras magnitudes se deben conocer para determinar el valor de  $\eta$ ? (hacer un listado)
- 3) Para las magnitudes del listado anterior, indicar si sus valores se encuentran anotados en el guión, o si se tendrán que medir a lo largo del desarrollo de la práctica.
- 4) ¿Cuál crees que es la ecuación o ley física en la que se basa la práctica?
- 5) El objetivo de la práctica, ¿es **comprobar** el cumplimiento de esta ley, o bien se trata de **aplicar** la ley para deducir el valor del coeficiente de viscosidad?



# DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD.

## MATERIAL.

Soportes, barras, pinzas, probeta, esferas de acero de diversos diámetros, líquido problema (glicerina), pie de rey, regla graduada y cronómetro.

## DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD A PARTIR DE LA LEY DE STOKES.

En esta práctica se determinará el coeficiente de viscosidad de la glicerina. Para ello se emplea una probeta llena de este líquido (ver Fig.1) y unas pequeñas esferas de acero. Dejando caer con cuidado una esfera en el líquido, se observará cómo cae en su seno. Lo que se aprecia es que la esfera cae con velocidad que pasa a ser constante al cabo de unos segundos de haber entrado en el líquido y mucho menor que la velocidad de caída en el aire. Esto ocurre debido a la fuerza contraria al movimiento que la glicerina, debido a su viscosidad, hace sobre la esfera. Esta fuerza,  $F_r$ , es proporcional a la velocidad y se describe mediante la ley de Stokes.

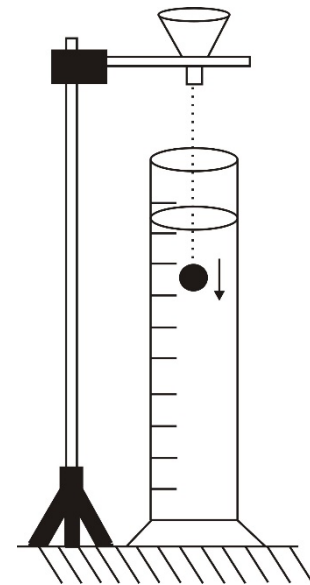


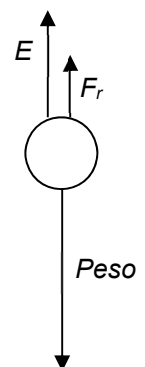
Figura 1

$$F_r = 6\pi r\eta v \quad (1)$$

donde  $r$  es el radio de la esfera,  $\eta$  el coeficiente de viscosidad de la glicerina y  $v$  la velocidad.

Midiendo experimentalmente la velocidad de caída cuando es constante y considerando las fuerzas que actúan sobre la esfera, se puede calcular el coeficiente de viscosidad de la glicerina aplicando la segunda ley de Newton.

Una vez dentro del líquido, sobre la esfera metálica actúan tres fuerzas, el peso (*Peso*) a favor del movimiento, y el empuje ( $E$ ) y la fuerza de Stokes ( $F_r$ ) en contra (ver figura). Aplicando la segunda ley de Newton se tiene:



$$Peso - E - F_r = m \cdot a \quad (2)$$

En esta expresión *Peso* y  $E$  son fuerzas constantes con valores:

$$Pes = mg = \rho_{esfera} \cdot V_{esfera} \cdot g \quad (3)$$

$$E = \rho_{glicerina} \cdot V_{esfera} \cdot g \quad (4)$$

Dado que  $\rho_{\text{esfera}} > \rho_{\text{glicerina}}$  entonces  $Pes > E$  y, por tanto, la aceleración de la fórmula (2) es positiva (hacia abajo, a favor del movimiento). Debido a esta aceleración la velocidad de la esfera aumenta y la fuerza de Stokes,  $F_r$ , también. Cuando ha pasado suficiente tiempo desde el inicio de la caída, el valor de  $F_r$  iguala al de  $(Pes - E)$ .

$$Pes - E - F_r = 0 \quad (5)$$

Es decir, la aceleración se anula y la velocidad pasa a ser constante con un valor que recibe el nombre de velocidad límite,  $v_l$ .

P1) Combinando las fórmulas (1) y (5) encontrar la expresión matemática del coeficiente de viscosidad en función de la velocidad límite.

La expresión (1) de la ley de Stokes sólo es válida para un líquido de extensión indefinida. En el laboratorio la glicerina se encuentra en una probeta cilíndrica de radio  $R$  por lo que habrá que introducir un factor de corrección  $\beta$  que tenga en cuenta el aumento de las fuerzas de viscosidad que, debido a las paredes del cilindro, actúan sobre la esfera metálica produciendo una disminución de su velocidad. Esto significa que si la velocidad límite que se mide experimentalmente es  $v_l^{ex}$  entonces la velocidad límite que se deberá considerar en la fórmula de Stokes será

$$v_l = \beta v_l^{ex} \quad (6)$$

La expresión de  $\beta$  es:

$$\beta = \left( 1 + 2,4 \frac{r}{R} \right) \quad (7)$$

donde  $r$  es el radio de la esfera y  $R$  es el radio interior de la probeta.

### REALIZACIÓN DEL EXPERIMENTO.

Se debe hacer el experimento con esferas de cuatro tamaños diferentes, cuyos diámetros y masas aparecen anotados, respectivamente, en las primeras columnas de la TABLA 1 i la TABLA 2. Para cada una de ellas se debe medir la velocidad límite  $v_l^{ex}$  y, a partir de este valor, calcular la velocidad límite corregida,  $v_l$ .

#### (a) Medida de la velocidad límite experimental, $v_l^{ex}$ .

Una vez la esfera haya alcanzado la velocidad límite, se mide el tiempo que tarda en recorrer una distancia  $h$  conocida, que se habrá medido con la regla disponible en el laboratorio (ver Figura 2). Entonces,

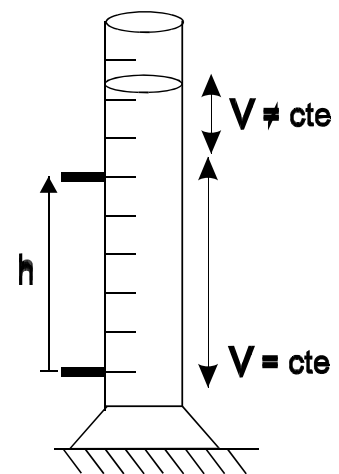


Figura 2

$$v_l^{ex} = h / t \quad (8)$$

Para cada uno de los tamaños de esfera, conviene medir el tiempo,  $t$ , varias veces (tres o cuatro), repitiendo el experimento de caída.

- P2) Calcular el valor medio de los tiempos de caída,  $t_{medio}$ , para cada uno de los tamaños de esfera disponibles y anotarlo en la TABLA 1. Con este valor del tiempo, calcular los valores de la velocidad límite experimental correspondientes a cada tamaño y anotarlos también en la TABLA 1.

**(b) Cálculo de la velocidad límite corregida,  $v_e$ .**

Con un pie de rey, medir el diámetro de la probeta que contiene la glicerina y calcular el radio correspondiente,  $R$ , necesario para el cálculo del coeficiente  $\beta$  (fórmula (7)).

- P3) Para cada tamaño de esfera, calcular el factor de corrección  $\beta$  y la velocidad límite corregida (fórmula (6)). Anotar los resultados en la TABLA 1.

**TABLA 1**

$h = \underline{\hspace{2cm}}$

$R = \underline{\hspace{2cm}}$

Diámetro (mm)	$t_1, t_2, t_3, t_4$ medidos (s)	$t_{medio}$ (s)	$v_l^{ex}$ (m/s) (experimental)	$\beta$	$v_l$ (m/s) (corregida)
5					
4					
3					
2					

- P4) De acuerdo con las leyes de la mecánica, si las esferas se dejaran caer en el vacío desde una altura  $h$ , todas ellas llegarían al suelo con igual velocidad  $v = (2gh)^{1/2}$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad. Calcular esta velocidad y compararla con las  $v_l$  de la tabla 1. Comentar / justificar las diferencias.
- P5) ¿Cómo serían las velocidades medidas, si en lugar de glicerina la probeta contuviera agua? (responder cualitativamente)
- P6) Al dejar caer las esferas metálicas, ¿cuáles caen más deprisa, las de mayor o las de menor tamaño? Explicar por qué.

**(c) Cálculo del coeficiente de viscosidad de la glicerina.**

Con los valores de las masas, los diámetros, las velocidades límite corregidas de las esferas (TABLA 1), y sabiendo que la densidad de la glicerina es:

$$\rho_{gli} = 1\,224 \text{ Kg/m}^3$$

- P7) Calcular el peso de las esferas y el empuje que actúa sobre ellas para cada uno de los tamaños y anotarlo en la TABLA 2.
- P8) Para cada tamaño de esfera, calcular el coeficiente de viscosidad de la glicerina mediante la expresión deducida en P1) y anotar los resultados en la última columna de la TABLA 2. ¿Es igual en todos los casos? ¿Por qué? ¿Cómo debería ser?

**TABLA 2**

Diámetro (mm)	Masa (g)	Peso = $mg$ (N)	$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$ (m <sup>3</sup> )	$E = \rho_{gli} \cdot V_{esf} \cdot g$ (N)	$\eta$ (Pa·s)
5	0,511				
4	0,265				
3	0,112				
2	0,035				



## REGRESIÓN LINEAL.

### DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE ELÁSTICA DE UN MUELLE.

**Preparación.** (Las preguntas se refieren a la parte 2) de la práctica, aunque para contestarlas os vendrá bien haber leído también la parte 1))

- 1) ¿Cuántas veces se determina la constante  $k$  del muelle a lo largo de la práctica?
- 2) ¿Cuántas representaciones gráficas habrá que realizar? Indicar para cada una de las gráficas:
  - ¿qué magnitud se representa en el eje de abscisas (horizontal)?
  - ¿qué magnitud se representa en el eje de ordenadas (vertical)?
  - ¿Los valores de las abscisas son medidos directamente en el laboratorio o se calculan a partir de una fórmula conocida?
  - ¿Los valores de las ordenadas, son medidos directamente en el laboratorio o se calculan a partir de una fórmula conocida?
- 3) En todos los casos, la representación esperada es una recta. Para cada una de las gráficas,
  - ¿A qué magnitud o combinación de magnitudes corresponde la pendiente de la recta?
  - ¿Cuál es el valor esperado de la ordenada en el origen o término independiente de la recta?
- 4) ¿Cuál crees que es la ecuación o ley física en la que se basa la práctica?
- 5) El objetivo de la práctica, ¿es **comprobar** el cumplimiento de esta ley, o bien se trata de **aplicar** la ley para deducir el valor de la constante  $k$  del muelle?

# REGRESIÓN LINEAL.

## DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE ELÁSTICA DE UN MUELLE.

### 1) Regresión lineal: método de los mínimos cuadrados

En una gran cantidad de experimentos científicos, y también en muchas de las prácticas de laboratorio que se plantean, el objetivo es estudiar la relación que existe entre dos o más magnitudes físicas que intervienen en el experimento. Esta relación viene dada por una ley o ecuación matemática que se debe establecer, o comprobar.

Supongamos, de forma genérica, que el fenómeno que queremos estudiar depende de dos magnitudes  $x$  e  $y$ . La ley que rige el proceso hace que a cada  $x$  le corresponda un valor determinado de  $y$ , lo que puede expresarse diciendo que  $y$  es función de  $x$ :

$$y = y(x).$$

El caso más simple corresponde a una relación lineal entre las magnitudes  $x$  e  $y$  con ecuación:

$$y = ax + b$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes (la pendiente y la ordenada en el origen, respectivamente). La representación gráfica correspondiente es una recta.

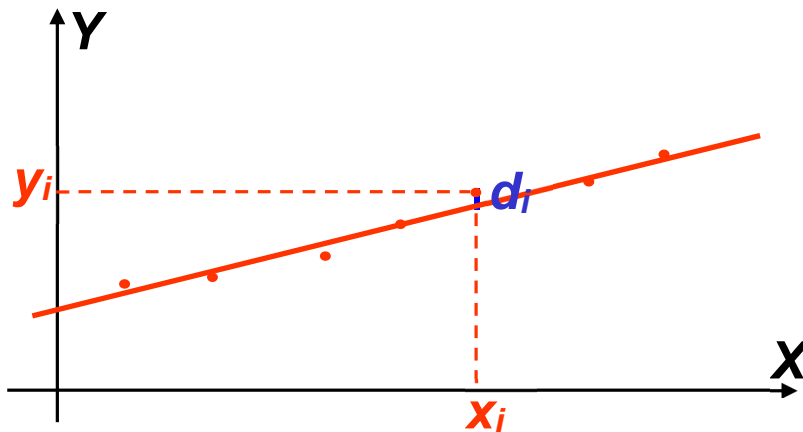
**NOTA: en diversas fuentes bibliográficas, los papeles de  $a$  y  $b$  aparecen intercambiados en la ecuación de la recta. Es decir, la relación se define como  $y = a + bx$ , donde  $a$  es ahora la ordenada en el origen y  $b$  la pendiente.**

En los dos experimentos que se realizarán en esta práctica, la función  $y = y(x)$  será lineal y conocida conforme una determinada ley física y, en cada caso, la interpretación física de las constantes  $a$  y  $b$  vendrá dada por la expresión matemática de esta ley.

El modo de proceder en un experimento consiste en construir una tabla con el conjunto de valores **medidos** para  $x$  y sus correspondientes valores **medidos** para  $y$ :

<b>x</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	etc.
<b>y</b>	$y_1$	$y_2$	$y_3$	etc.

Si la relación esperada entre  $x$  e  $y$  es lineal, al representar gráficamente los valores de la tabla se obtendrán una sucesión de puntos aproximadamente alineados, tal como indica la figura.



En la figura también aparece una recta que se acerca a los puntos experimentales. Hacer una regresión lineal consiste en hallar la ecuación de la recta teórica  $y = ax + b$ , con valores de  $a$  y de  $b$  tales que esta recta se acerque lo máximo posible al conjunto de puntos experimentales.

En algunos casos, una relación NO lineal entre  $x$  e  $y$  se puede transformar mediante un cambio de variables, para obtener una relación lineal entre las nuevas variables.

Por ejemplo, si se tiene

$$y = a \cdot x^2 + b$$

y se hace el cambio  $z = x^2$ , la relación anterior se transforma en

$$y = a \cdot z + b$$

que es lineal.

La relación No lineal que se tenía entre  $x$  e  $y$  se ha transformado en una relación lineal entre  $z$  e  $y$ . Lo mismo ocurriría en el caso  $y = a/x + b$ , con el cambio  $z = 1/x$ , o bien con  $\sin(i) = n \cdot \sin(r)$ , haciendo los cambios  $y = \sin(i)$ ,  $x = \sin(r)$ . Hacer un cambio de variables para "linearitzar" una ecuación, cuando ello sea posible, es una práctica habitual en el tratamiento de datos experimentales.

En esta práctica se harán dos regresiones lineales que servirán para determinar experimentalmente la constante elástica del muelle a partir de las pendientes obtenidas en cada uno de los dos casos.

### Método de los mínimos cuadrados



El método más común para hallar la recta de regresión lineal es el de los mínimos cuadrados. La idea es hallar los parámetros  $a$  y  $b$  que minimizan la suma de los cuadrados de la distancia desde los puntos experimentales hasta la recta de regresión ( $d_i$  en la Figura 1). Si los puntos medidos son  $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$  se demuestra que la recta de regresión es  $y = ax + b$ , con

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

El cálculo de  $a$  y  $b$ , como se puede observar, es largo y debe de realizarse con precaución y de forma ordenada para evitar equivocaciones, pero **afortunadamente muchas calculadoras y programas informáticos realizan estos cálculos automáticamente a partir del conjunto de valores  $\{(x_i, y_i)\}$ . Las regresiones lineales que se proponen en esta práctica serán resueltas siempre automáticamente mediante el programa "excel" de Microsoft disponible en los ordenadores del laboratorio.**

Debido a que los puntos experimentales pueden estar más o menos agrupados con la recta de regresión, se define un parámetro, el coeficiente de correlación lineal,  $r$ , que da una idea del ajuste de la recta de regresión a los puntos, Es:

$$r = \frac{N \left[ \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i \right] - \left[ \sum_{i=1}^N x_i \right] \left[ \sum_{i=1}^N y_i \right]}{\left[ \left[ N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right] \cdot \left[ N \cdot \sum_{i=1}^N y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \right] \right]^{1/2}}$$

Los valores de  $r$  están comprendidos entre  $+1$  y  $-1$ . Cuanto más próximo a  $1$  es el valor de  $|r|$ , más alineados están los puntos.

## 2) Determinación de la constante elástica de un muelle.

### MATERIAL.

Soporte con muelle vertical, juego de pesas, escala métrica y cronómetro.

### (2.a) PROCEDIMIENTO ESTÁTICO.

Preparar el experimento esquematizado en la Figura 1. Con el muelle sin peso adicional, y utilizando el indicador superior de la regla graduada, anotar la posición del extremo inferior del muelle. Esta posición corresponde a  $x = 0$ , en el experimento.

Suspendan el porta-pesas del extremo del muelle y añadan progresivamente pesas de masa creciente (por ejemplo 20 g, 40 g, 60 g, etc.). La masa del porta-pesas es  $m_{pp} = 10$  g.

Para cada peso, anoten en la TABLA 1 la masa total suspendida, y el alargamiento  $x$  experimentado por el muelle, tomando como referencia la posición inicial localizada anteriormente.

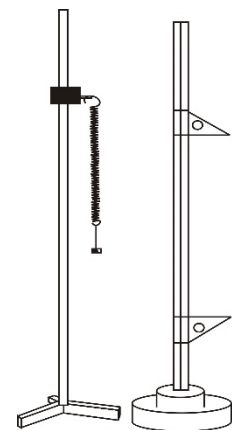


Figura 1

P1) Sin utilizar la ley de Hooke, calculen en cada caso el valor de la fuerza elástica,  $F_{el}$ , que actúa sobre la masa colgada y anótenlo en la tercera fila de la TABLA 1. ¿En qué basan el cálculo de  $F_{el}$ ?

TABLA 1

$m$ (Kg)								
$\Delta x$ (m)								
$F_{el}$ (N)								

P2) Con los resultados obtenidos construyan una gráfica con  $x$  en abcisas y  $F_{el}$  en ordenadas. ¿Está de acuerdo la representación gráfica con la ley de Hooke ( $F_{el} = k x$ )? ¿Por qué?

P3) Calcular el valor de  $k$  a partir de la gráfica.

**(2.b) PROCEDIMIENTO DINÁMICO.**

Suspendan del muelle la primera de las pesas utilizadas en el apartado anterior. A partir de la posición de equilibrio, desplácela ligeramente y déjenla oscilar. Midan el tiempo,  $t$ , que tarda en hacer 20 oscilaciones. Entonces, el periodo de oscilación  $T$ , que es el tiempo que tarda la pesa en realizar una oscilación es:

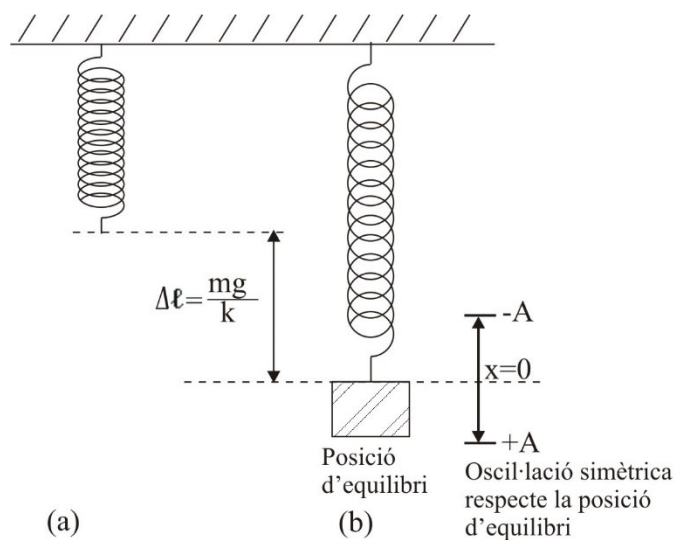
$$T = t / 20$$

Repitan la operación para diferentes pesas y anoten los resultados en la TABLA 2. Elevar al cuadrado los valores del período para cada masa y anotar los resultados a la última fila de la TABLA 2

**TABLA 2**

$m$ (Kg)							
$t$ (20 osc.)							
$T$ (s)							
$T^2$ (s <sup>2</sup> )							

- P4) Calculen los valores de  $T$  y  $T^2$  de acuerdo con las indicaciones del párrafo anterior. Construyan una gráfica representando  $T^2$  en ordenadas y  $m$  en abscisas. Deberían obtener una recta. Determinen su pendiente.



**Figura 2**

### Interpretación física de los resultados.

Cuando hacemos oscilar en la dirección vertical un cuerpo colgado al extremo de un muelle, se observa que el movimiento es simétrico respecto de la posición de equilibrio. Si tomamos  $x = 0$  en la posición de equilibrio, el cuerpo oscila desde  $(-A)$  a  $(+A)$ . En todos los puntos de la trayectoria hay un alargamiento complementario,  $\Delta\ell$ , debido al peso y, por consiguiente, el alargamiento del muelle viene dado por  $(\Delta\ell + x)$ . El movimiento es exactamente el mismo que en el caso horizontal, trasladado  $\Delta\ell$  hacia abajo, y se describe con la misma ecuación:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \delta) \quad (1)$$

Tal como se ha justificado en clase de teoría, la relación entre el período de oscilación, la masa del cuerpo y la constante  $k$  del muelle viene dada por la expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

Cuando el muelle no es ideal (es decir con masa  $\neq 0$ ), una fracción  $m'$  de su masa también interviene en la oscilación, pero éste no va a ser el caso en la experiencia propuesta.

Elevando al cuadrado la ecuación (2) se obtiene:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m \quad (3)$$

que es del tipo  $y = a \cdot x$ , y su representación gráfica ( $y$  en función de  $x$ ) es una recta que pasa por el origen de coordenadas. En este caso las variables  $x$  e  $y$  se corresponden, respectivamente, con  $T^2$  y  $m$ , y la constante  $a$ , que es la pendiente de la recta, se corresponde con  $(4\pi^2/k)$ . La ecuación (3) es la que describe teóricamente la gráfica obtenida experimentalmente en P4).

- P5) Igualando la pendiente obtenida en P4) a  $(4\pi^2/k)$ , determinar el valor de  $k$ . ¿Coincide con el obtenido en el apartado (a)? Explicar las posibles discrepancias.
- P6) La ecuación de movimiento (1) que describe la oscilación del cuerpo unido al muelle, ¿sería la misma (con el mismo valor para las constantes) para todas las masas que se han hecho oscilar? ¿Por qué?



# ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA.

## Preparación.

- 1) Consultando la teoría estudiada sobre el tema y/o también la introducción de la práctica, indicar cuáles son las **dos** condiciones que se deben cumplir para tener una onda estacionaria con nodos y vientres bien diferenciados en una cuerda fijada por los dos extremos.
- 2) Las ondas que se propagan en la cuerda se caracterizan por su frecuencia,  $f$ , longitud de onda,  $\lambda$ , y velocidad de propagación,  $v$ .
  - a) ¿Cuál de estas magnitudes tendrá un valor fijo a lo largo de todo el experimento?
  - b) ¿Qué se deberá hacer para modificar los valores de las otras dos magnitudes?
- 3) ¿Cuál crees que es la ecuación o ley física más relevante en esta práctica?
- 4) El objetivo de la práctica, ¿es **comprobar** el cumplimiento de esta ley, o bien se trata de **aplicar** la ley para deducir el valor de algunas magnitudes físicas relacionadas?

# ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA.

## INTRODUCCIÓN.

Con el montaje de la Figura 1 provocaremos una onda estacionaria en una cuerda tensa mediante el oscilador situado en uno de sus extremos (B). Su estudio nos permitirá determinar la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda y comprobar la relación que existe entre esta velocidad, la tensión de la cuerda y su densidad de masa.

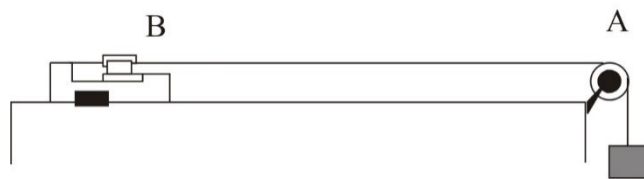


Figura 1

Como se ve en la Figura 1, la cuerda está tensada por el peso que colgamos en el extremo A. Como el valor del peso será conocido la tensión de la cuerda se halla con la condición de equilibrio:

$$\text{Tensión} = mg \quad (1)$$

La cuerda está fijada por el extremo B a un oscilador de frecuencia  $f = 50$  Hz. Su oscilación continuada provocará una onda armónica que se reflejará en A. La onda reflejada viaja hasta B, donde se reflejará de nuevo, y así sucesivamente. Por lo tanto, en la cuerda tendremos ondas armónicas viajando en sentidos opuestos que al superponerse pueden dar como resultado una onda estacionaria. Como saben, esto solo sucederá si se cumple la condición de resonancia:

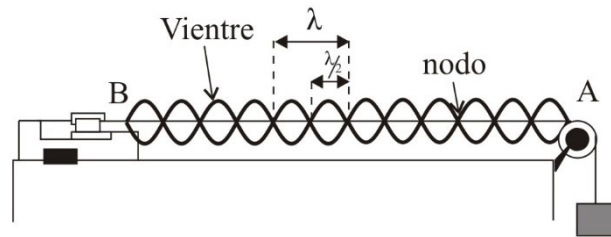
$$L = n \frac{\lambda}{2} = \frac{nv}{2f} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

donde  $L$  es la longitud de la cuerda,  $\lambda$  la longitud de onda,  $v$  la velocidad de propagación y  $f$  la frecuencia del oscilador (y de la onda).

### (a) DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN.

Al poner en marcha el oscilador verán que en la cuerda aparece una onda estacionaria o casi estacionaria. Varíen la tensión hasta que consigan una onda

estacionaria clara con nodos en sus extremos y nodos y vientres intermedios bien diferenciados.



**Figura 2**

Teniendo en cuenta que la distancia entre dos nodos consecutivos es  $\lambda/2$  y que en los extremos  $A$  y  $B$  debemos tener nodos, aplicar la fórmula (2) para calcular  $\lambda$ , puesto que  $L$  pueden medirla y  $n$  coincide con el número de vientres que tengan en la onda estacionaria que habrán provocado.

Sabiendo el valor de  $\lambda$ , se puede calcular la velocidad de propagación mediante la conocida expresión:

$$v = \lambda \cdot f \quad (3)$$

- P1) Dibujen la onda estacionaria que hayan obtenido.  
 Determinen el valor de  $\lambda$  y de la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda siguiendo las indicaciones del párrafo anterior.  
 ¿Cuánto tiempo tarda la perturbación en hacer el recorrido  $B-A-B$ ? ¿Se puede detectar experimentalmente?

**(b) OBTENCIÓN DE ONDAS ESTACIONARIAS PARA DISTINTOS VALORES DE  $n$ .**

La velocidad de propagación de una onda transversal en una cuerda perfectamente elástica depende únicamente de las propiedades de ésta, en este caso la tensión, *Tensión*, y la densidad lineal,  $\mu$ , de acuerdo con la expresión:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Tensión}}{\mu}} \quad (4)$$

donde, tal como se ha dicho en la introducción, la tensión de la cuerda tiene el mismo valor que el peso suspendido en su extremo.



- P2) Calcular el valor de la *Tensión* en el experimento estudiado en el apartado (a) (fórmula (1)).  
A partir del resultado obtenido en P1) para la velocidad de propagación, calcular la densidad lineal de la cuerda utilizando la expresión (4).
- P3) Pesando un trozo de la cuerda utilizada, de longitud  $\ell = 1$  m, deducir el valor de su densidad lineal ( $\mu = m/\ell$  en Kg/m) y comparar el resultado con el valor obtenido en P2). Calcular la diferencia entre los dos valores, y el tanto por ciento que representa esta diferencia respecto al mayor de los dos. ¿Esperabais el resultado?
- P4) Partiendo de las fórmulas (2) y (4) establezcan la relación que existe entre el número de vientres de la onda,  $n$ , y la *Tensión* de la cuerda.
- P5) Calcular la *Tensión* de la cuerda para  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ . Reproducir experimentalmente las diferentes ondas estacionarias para los valores calculados de la *Tensión*. Dibujar las ondas estacionarias obtenidas.

# ONDAS EN DOS Y TRES DIMENSIONES

## PREPARACIÓN.

Para responder las preguntas contenidas en este apartado se deberá consultar lo estudiado en clase de teoría sobre el tema, y la explicación del desarrollo de la práctica que se encuentra en el guión.

En el laboratorio se experimentará con ondas que se propagan en medios bi y tridimensionales. En primer lugar, se originarán perturbaciones que se propagan sobre la superficie del agua contenida en una cubeta, o sea, un medio bidimensional. También se harán experiencias con ondas luminosas que se propagarán en el espacio, un medio tridimensional.

Para el estudio de los fenómenos asociados a la propagación de ondas en medios bi y tridimensionales es muy útil introducir los conceptos de **frente de onda** y **rayo**.

- 1) Definir el concepto de frente de onda. ¿Por qué crees que no se acostumbra a hablar de frentes de onda en el caso de perturbaciones que se propagan en medios unidimensionales?
- 2) Definir el concepto de rayo. ¿Qué rayos corresponderían a una onda armónica que se propaga por una cuerda?

Las ondas que se propagan en medios bi y tridimensionales reciben nombres que responden a la forma geométrica de sus frentes de onda. Casos especialmente sencillos son los de las ondas planas, circulares o esféricas.

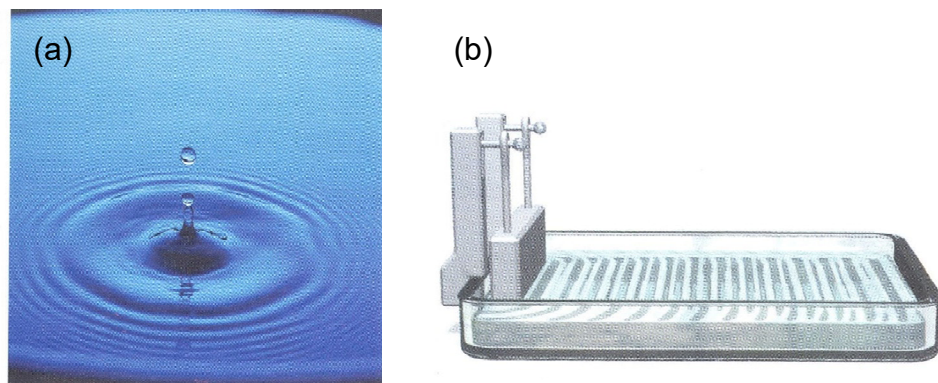
- 3) Dibujar los frentes de onda y los rayos correspondientes a una onda plana que se propaga en un medio bidimensional, indicando qué es cada cosa. ¿Está previsto visualizar este tipo de onda a lo largo del desarrollo de la práctica? ¿En qué medio se propaga? ¿El objeto que genera la onda es puntual o extenso?
- 4) Dibujar los frentes de onda y los rayos correspondientes a una onda plana que se propaga en un medio tridimensional, indicando qué es cada cosa. ¿Está previsto visualizar este tipo de onda a lo largo del desarrollo de la práctica? ¿En qué medio se propaga?

- 5) Dibujar los frentes de onda y los rayos correspondientes a una onda circular que se propaga en un medio bidimensional, indicando qué es cada cosa. ¿Está previsto visualizar este tipo de onda a lo largo del desarrollo de la práctica? ¿En qué medio se propaga? ¿El objeto que genera la onda es puntual o extenso?
  
- 6) Dibujar los frentes de onda y los rayos correspondientes a una onda esférica que se propaga en un medio tridimensional, indicando qué es cada cosa. ¿Está previsto visualizar este tipo de onda a lo largo del desarrollo de la práctica?
  
- 7) Con el material disponible en el laboratorio (ver lo que se explica al respecto en el apartado 1), ¿se podrá cambiar la frecuencia de las ondas que se propaguen sobre la superficie del agua? ¿Cómo? ¿Y la longitud de onda?

# ONDAS EN DOS Y TRES DIMENSIONES

## 1.- LA CUBETA DE ONDAS

Las ondulaciones que se producen en la superficie del agua (charco, piscina, río, ...) debidas al impacto de un objeto es un fenómeno que todos hemos observado alguna vez. Si el objeto lanzado es pequeño, entonces las ondulaciones se forman en círculos concéntricos al punto de impacto. Si el objeto es extenso, entonces las ondulaciones se forman en líneas paralelas a su perímetro (ver Figura 1).

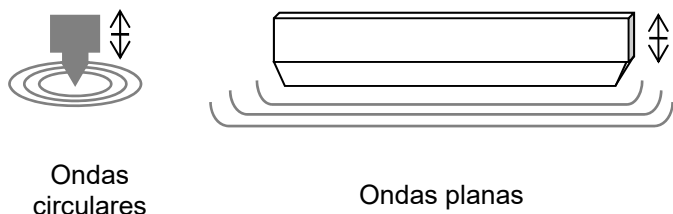


**Figura 1:** Ondulaciones producidas por el impacto de un pequeño objeto sobre la superficie del agua (a) y ondulaciones superficiales producidas por el impacto de un objeto extenso en el agua contenida en una cubeta de ondas (b).  
(Figuras extraídas de P.A.Tipler i G.Mosca. *Física per a la ciència i la tecnologia*. Reverté 2010)

Lo que se denomina cubeta de ondas es un recipiente o cubeta que contiene agua sobre cuya superficie se generan ondulaciones mediante el impacto de diferentes objetos. La cubeta y sus complementos proporcionan un cierto margen de actuación con respecto a los parámetros y características de las ondas que se producen.

### a) Ondas circulares i planas.

Para impactar sobre el agua se dispone de pequeños objetos terminados en punta con los que se generan ondas circulares, y de una regleta con el borde afilado mediante la cual se generan ondas planas (ver Figura 2).



**Figura 2:** objetos con los que se impacta sobre la superficie del agua. Se pueden acoplar a un mecanismo que los hace oscilar en la dirección vertical.

*b) Frecuencia.*

Tanto las puntas, como la regleta, se pueden unir a un mecanismo oscilador con frecuencia variable, de forma que los objetos impactan periódica y continuamente sobre el agua produciendo una onda armónica en su superficie (indicado en la Figura 2).

*c) Velocidad de propagación.*

La velocidad de propagación de las ondas en la superficie del agua es creciente con la profundidad. Para conseguir zonas con diferente velocidad de propagación en la cubeta, se colocan placas transparentes apoyadas sobre el fondo, tal como indica la Figura 3. Si  $z$  es la coordenada de profundidad, cuando  $z_1 > z_2$ , la velocidad de propagación de las ondas en la superficie del agua es  $v_1 > v_2$ .



**Figura 3:** la velocidad de propagación de las ondas de agua depende de la profundidad  $z$ . Si  $z_1 > z_2$ , entonces  $v_1 > v_2$ .

*d) Longitud de onda.*

Si la profundidad de agua no cambia, la velocidad de propagación es constante y, en relación a la frecuencia y la longitud de onda cumple:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = v/f$$

Por tanto, para una misma profundidad, se podrán obtener diferentes valores de la longitud de onda cambiando la frecuencia (que es variable).

*e) Energía de oscilación.*

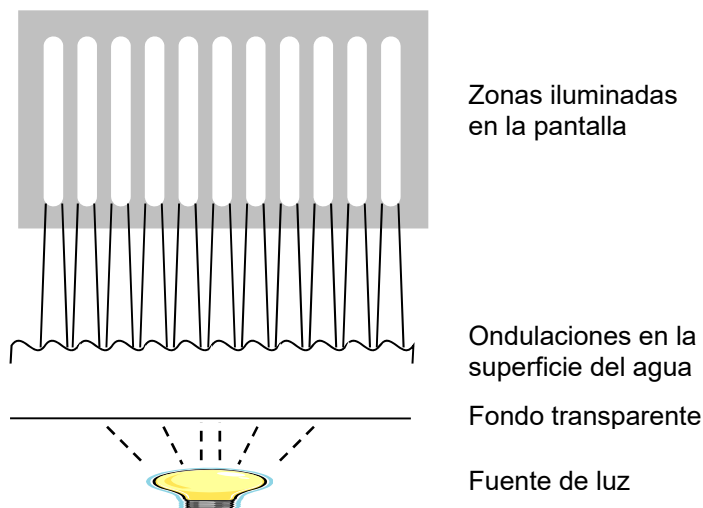
El mecanismo de oscilación también permite cambiar la energía del impacto y, por tanto, la amplitud de oscilación de las ondas generadas.

P1) Para una onda circular como las que se provocan en la cubeta de ondas, ¿tendrán la misma amplitud de oscilación las partículas cercanas al foco emisor que las que se encuentran más alejadas? ¿Por qué?

### 1.1.- Visualización de las ondas producidas en la cubeta.

El fondo de la cubeta es transparente y se ilumina desde abajo de modo que las ondulaciones quedan proyectadas en una pantalla situada sobre la cubeta en

forma de franjas iluminadas y oscuras que se corresponden, respectivamente, a los máximos (crestas) y mínimos (valles) de ondulación. En la Figura 4 se representa un ejemplo correspondiente a una onda plana. Cada una de las ondulaciones actúa como una pequeña lente convergente y, al pasar a través de ellas, la luz que viene del foco "converge sobre el centro de las lentes" o máximos de ondulación, dejando sin luz las zonas sobre los mínimos.



**Figura 4:** Visualización de las ondas que se generan en la cubeta. Esquema de iluminación.

La separación entre dos franjas iluminadas consecutivas (de centro a centro, por ejemplo) es indicativa de la magnitud de la longitud de onda.

P2) Si se aumenta la frecuencia de oscilación de la regleta que produce la onda plana en la cubeta (Figura 4), las franjas en la pantalla ¿serán más estrechas o más anchas? ¿Por qué?

## 2.- PROPAGACIÓN EN MEDIOS BI- Y TRIDIMENSIONALES. EXPERIMENTOS PROPUESTOS.

La superficie del agua de la cubeta de ondas constituye un medio bidimensional donde se visualizarán varios fenómenos típicamente ondulatorios como: la propagación de la onda (o avance de los frentes de onda), la reflexión, la refracción y la difracción.

En esta misma sesión, también se tendrá la oportunidad de observar estos mismos fenómenos ondulatorios en el caso de una onda plana emitida por una fuente de luz láser. En este caso el medio por donde se propaga la onda es el espacio real tridimensional.

a) *Reflexión.*

Cuando se interpone un obstáculo en el camino de las ondas, se observa que éstas son reflejadas. Además, se puede comprobar visualmente que la dirección de los "rayos" antes y después de la reflexión cumple lo que se espera según la ley de la reflexión.

P3) ¿Cuál es el enunciado de la ley de la reflexión? Ilustrarlo con un dibujo.

Se podrá ver la reflexión producida en los siguientes casos:

- Con una lámina plana.
- Con una parábola: comprobaréis que, si se sitúa la fuente puntual al foco, la onda reflejada que sale de la parábola es aproximadamente plana. Haciendo incidir una onda plana, ésta se concentra, después de reflejarse, en un punto cercano a la parábola, que es lo que se denomina foco.

Con una elipse: se verá que, si se coloca la fuente puntual en uno de sus focos, las ondas que salen de ella y se reflejan en la elipse convergen en un punto, que es el otro foco de la elipse.

P4) Para una onda circular como las que se provocan en la cubeta de ondas, si colocamos una pared plana en el camino de propagación de la onda, ésta se reflejará. ¿Cómo serán los frentes de onda correspondientes a la onda reflejada? ¿Dónde se encontraría el foco correspondiente a la onda reflejada? Dibújalos.

b) *Refracción.*

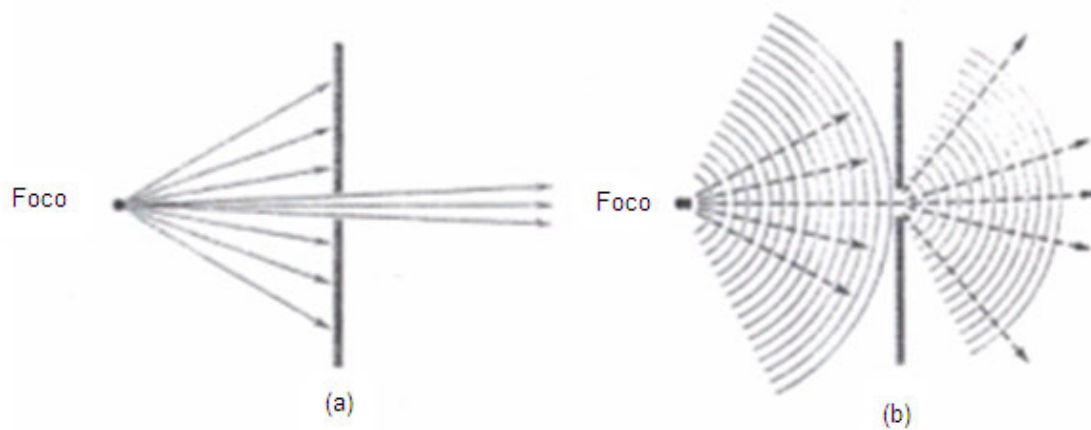
Si la onda pasa de un medio a otro donde la velocidad de propagación es diferente, entonces varía su dirección de propagación de acuerdo con la ley de Snell.

P5) ¿Cuál es el enunciado de la ley de Snell en función de las velocidades de propagación? Ilustrarlo con un dibujo.

En el caso de las ondas sobre la superficie del agua en la cubeta, la velocidad de propagación depende de la profundidad del agua. Si se coloca un escalón sobre la base de la cubeta, la profundidad del agua es menor sobre el escalón que sobre el resto de la cubeta. Entonces las ondas que se propagan sobre la superficie pasan de una zona de velocidad de propagación  $v$  a otra con velocidad  $v' < v$  y se observa el fenómeno de la refracción.

P6) En la cubeta representada en la Figura 3, con dos niveles de profundidad, se tiene una onda armónica de frecuencia  $f$ , que se propaga de izquierda a derecha. ¿Cambiará la longitud de onda a lo largo de su recorrido por la cubeta? En caso afirmativo explicar cómo cambiará y por qué.

c) *Difracción.*



**Figura 5**

La difracción a través de una rendija tiene lugar cuando se interpone un obstáculo con una pequeña abertura en el camino de las ondas producidas por una fuente. En principio se podría esperar que después del obstáculo la onda sólo llegara a los puntos a los que se puede llegar mediante propagación rectilínea, como si los rayos se comportaran como un haz de partículas (ver Figura 5a). No obstante, lo que se observa es que la onda llega a puntos detrás del obstáculo que parecían inaccesibles a ella. Al pasar la rendija, aparentemente, los rayos se curvan alrededor de los bordes de la misma y llegan a puntos a los que una propagación rectilínea no permitiría (ver Figura 5b). Cuando el tamaño de la abertura es comparable a la longitud de onda, es más apreciable el fenómeno de la difracción.

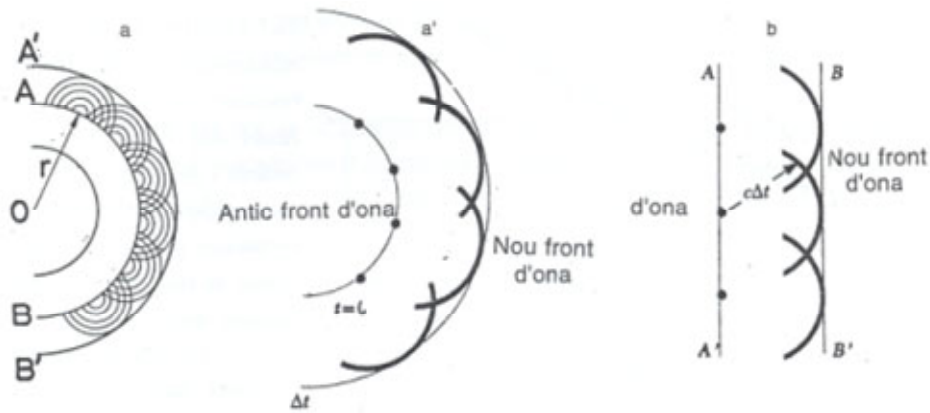
P7) Pensar qué tamaño debe tener la rendija para apreciar la difracción con nuestras ondas de agua, con olas de mar, y con luz visible.

#### **4.- EXPLICACIÓN TEÓRICA. PRINCIPIO DE HUYGENS.**

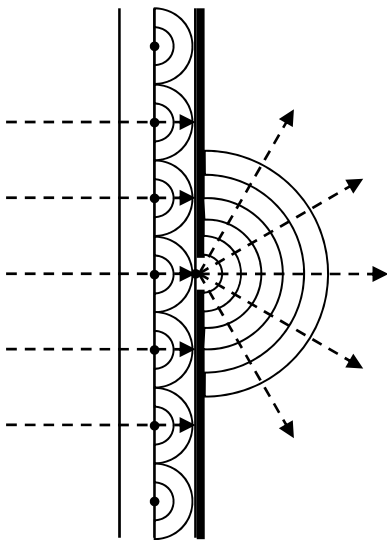
Para entender algunos de los fenómenos que se producen con ondas en dos y tres dimensiones es útil tener presente un principio que da una imagen intuitiva de estos fenómenos. Este es el Principio de Huygens, que permite encontrar de forma geométrica el frente de ondas en un determinado instante si se conoce como es en un instante anterior. El principio establece que cada punto de un frente de ondas se puede considerar como fuente de pequeñas ondas secundarias que se



propagan en todas direcciones con la misma velocidad que las primarias. El nuevo frente de ondas se obtiene por superposición de todas las ondas secundarias, y como se ve en la Figura 6, coincide con la envolvente de las ondas secundarias.



**Figura 6**



**Figura 7**

Con el Principio de Huygens se puede entender la reflexión y la refracción de ondas en la frontera entre dos medios en los que la velocidad de propagación de las ondas es diferente. El mismo Principio permite explicar también, de forma sencilla, el fenómeno de la difracción.

Según este Principio cada punto de la rendija actúa como una fuente de ondas, por lo tanto, si la rendija es suficientemente pequeña, tras ella la onda será prácticamente circular, como se muestra en la Figura 7.

## SUPERFICIES LÍQUIDAS. CONCEPTOS BÁSICOS

**Preparación.** (Las preguntas hacen referencia a la parte b) de la práctica, aunque para contestarlas les irá bien haber leído también la parte a))

- 1) ¿El valor de la tensión superficial,  $\sigma$ , se obtiene directamente del experimento de Wilhemy? Si la respuesta es negativa, ¿cuál es la magnitud que se determina de forma directa mediante el experimento?
- 2) ¿Qué otra magnitud es necesario conocer para calcular la  $\sigma$ ?
- 3) ¿Cuál crees que es la ecuación o ley física en la que se basa la práctica?
- 4) El objetivo de la práctica, ¿es comprobar el cumplimiento de esta ley, o bien se trata de aplicar la ley para deducir el valor de la tensión superficial,  $\sigma$ ?

# SUPERFÍCIES LÍQUIDAS. CONCEPTOS BÁSICOS

## (a) Introducció teòrica.

### Física Tema 6

#### Superfícies líquides. Conceptes bàsics

1. Introducció
2. Forma de la superfície lliure
3. Increment de la superfície lliure
4. Energia superficial. Tensió superficial
5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte

#### BIBLIOGRAFIA.

Alan H. Cromer. FÍSICA PARA CIENCIAS DE LA VIDA. Reverté, 2000.  
Tipler P.A.; Mosca, G. FÍSICA. 5ª ed. Barcelona, Reverté, 2005.  
Kane J.W., Sterheim M.M. Física, 2ª ed., Barcelona, Reverté, 2000.  
Hewit, P.G. FÍSICA CONCEPTUAL. 9ª ed. Mèxic: Pearson Education, 2004.  
Giancoli, D.C. FÍSICA PARA UNIVERSITARIOS. 3ª ed. México: Pearson Education, 2002.

Òptica i Optometria

1/14

### Física Tema 6

#### 1. Introducció.

#### OBJECTIU:

estudiar algunes propietats físiques de la superfície dels líquids en repòs en relació a la seva forma i extensió

(aquestes propietats són, com es veurà, rellevants per entendre a nivell bàsic el comportament de la pel·lícula lacrimal en relació a la sustentació de les lents de contacte)

## Física Tema 6

### 1. Introducció.

Forces de cohesió ( $F_{\ell\ell}$ )	Forces d'adhesió ( $F_{\ell s}$ )
<ul style="list-style-type: none"><li>Forces d'enllaç entre els àtoms o molècules (partícules a partir d'ara) d'un líquid.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Forces d'enllaç entre els àtoms o molècules de materials diferents (líquid i sòlid del recipient que el conté, per exemple)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Forces electromagnètiques indirectes<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Febles comparades amb les dels enllaços iònics, covalents o metàl·lics</li><li>➤ Abast curt</li></ul></li></ul>	

Òptica i Optometria

3/14

## Física Tema 6

### 2. Forma de la superfície lliure.

La superfície lliure d'un líquid:

- és la que no està en contacte amb el recipient que el conté;
- en el cas d'un líquid en **repòs**, és sempre perpendicular a la resultant de les forces que actuen sobre les partícules de la superfície (si existís component tangencial, es posarien en moviment necessàriament)
  - per masses de fluid grans en el camp gravitatori terrestre la superfície és horitzontal ...  
(no pel·lícula lacrimal, bombolla d'aigua sabonosa ...)
  - ... excepte en la zona en contacte amb el recipient: **meniscs**. El balanç entre les forces d'adhesió i cohesió en determina la forma.

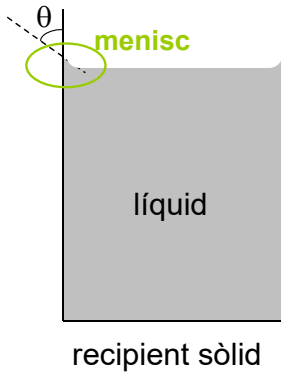
Òptica i Optometria

4/14

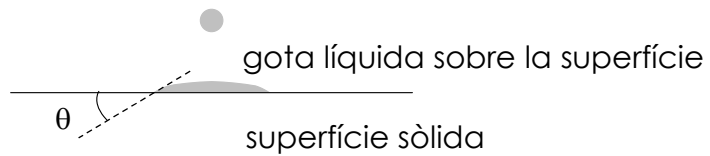
## Física Tema 6

### 2. Forma de la superfície lliure.

a)  $F_{se} > F_{ee}$



$\theta$ : angle de contacte



$\theta < 90^\circ \rightarrow$  El líquid "mulla" el sòlid

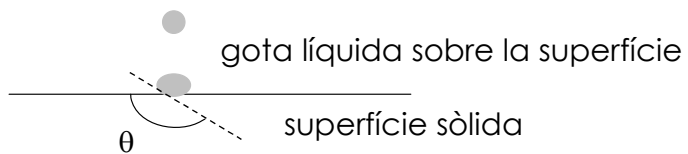
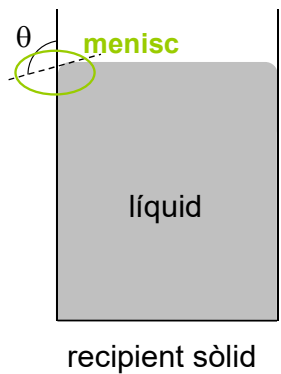
Òptica i Optometria

5/14

## Física Tema 6

### 2. Forma de la superfície lliure.

b)  $F_{se} < F_{ee}$



$\theta > 90^\circ \rightarrow$  El líquid NO "mulla" el sòlid

Òptica i Optometria

6/14

## Física Tema 6

### 3. Increment de la superfície lliure.

- Es comprova experimentalment que si  $S_{\text{lliure}}$  és la mida de la superfície lliure i  $N_{\text{superfície}}$  el número de partícules contingudes en ella:

$$S_{\text{lliure}} \uparrow \Leftrightarrow N_{\text{superfície}} \uparrow$$

- Per augmentar  $S_{\text{lliure}}$  cal fer possible el pas de partícules interiors cap a la superfície aportant energia al líquid mitjançant una força externa.
- Contràriament al que es suggereix en alguns llibres de text, és impossible "estirar" un líquid en el sentit elàstic (augmentant les distàncies inter-partícula) sense trencar-lo. Les forces de cohesió NO són prou grans.

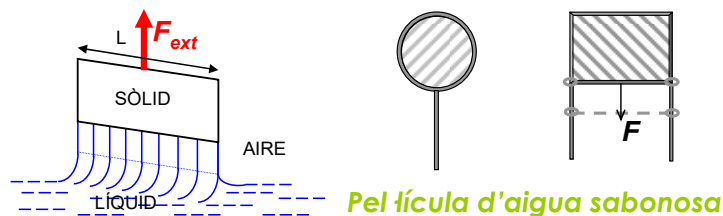
Òptica i Optometria

7/14

## Física Tema 6

### 3. Increment de la superfície lliure.

- Exemples:



- En tots els casos **augmenta la superfície lliure**, el que vol dir que algunes partícules (àtoms o molècules) que inicialment estaven a l'interior del líquid han "pujat" cap a la superfície.
- En el procés d'incrementar la superfície són rellevants tant les forces d'adhesió (el líquid està unit al suport que permet l'augment de superfície) com les forces de cohesió contra les que ha de "competir" la força externa.

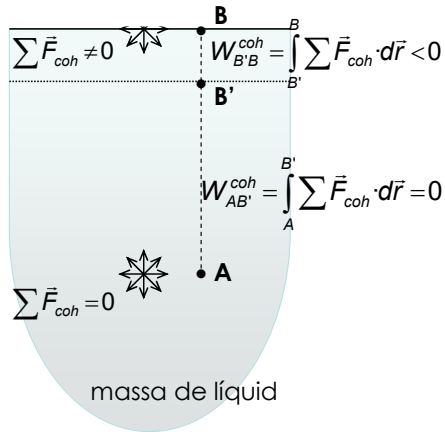
Òptica i Optometria

8/14

## Física Tema 6

### 4. Energia superficial. Tensió superficial.

#### a) Energia superficial.



Es defineix l'**energia superficial** com el treball negatiu fet per les forces de cohesió sobre una partícula de líquid en el procés hipotètic de fer-la pujar des de l'interior (punt A) cap a la superfície (punt B).

$$U_B^{\text{sup}} \equiv U_B^{\text{sup}} - U_A^{\text{sup}} = -W_{AB}^{\text{coh}} = -\int_A^B \vec{F}_{\text{coh}} \cdot d\vec{r} > 0$$

Óptica i Optometria

9/14

## Física Tema 6

### 4. Energia superficial. Tensió superficial.

- A cada partícula de la superfície li correspon una energia superficial  $U_B^{\text{sup}}$
- Per una superfície líquida donada, l'energia superficial total és

$$U_{\text{total}}^{\text{sup}} = N_{\text{superfície}} U_B^{\text{sup}}$$

on  $N_{\text{superfície}}$  és el número de partícules en la superfície.

- Un increment de superfície va associat a un increment de  $N_{\text{superfície}}$  que, al seu torn, implica un increment de l'energia superficial total  $\Leftrightarrow$  cal aportar energia externa al líquid per tal d'augmentar l'extensió de la seva superfície lliure.
- El quocient entre l'energia aportada i el increment de superfície resultant és una constant, que s'anomena **tensió superficial**:  $\sigma$

$$\frac{\Delta U_{\text{total}}^{\text{sup}}}{\Delta S} = \sigma \quad [\sigma(T)]$$

Óptica i Optometria

10/14

## Física Tema 6

### 4. Energia superficial. Tensió superficial.

#### b) Descripció del concepte de tensió superficial utilitzant el llenguatge de les forces.

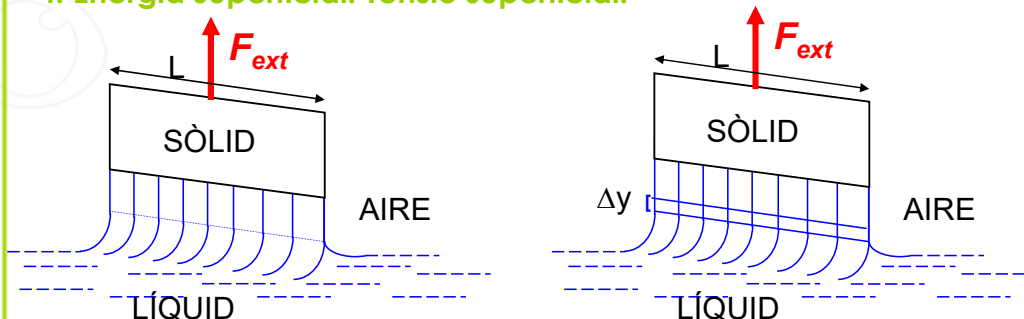
- Mecànicament, el que cal per augmentar una superfície lliure és "separar" les partícules de la superfície ("trençar-la") per fer lloc a les partícules que, procedents de l'interior, passen a situar-se en la superfície del líquid.

Òptica i Optometria

11/14

## Física Tema 6

### 4. Energia superficial. Tensió superficial.



- $F_{ext}$  ha de "trençar" els enllaços entre les partícules a banda i banda de la línia per deixar lloc a que una "nova filera" de partícules passi a la superfície augmentant-ne així la mida.

$$\Delta S = 2L\Delta y$$

Dues cares

$$W^{ext} = F_{ext} \cdot \Delta y = \Delta U_{tot}^{sup}$$

Conservació de l'energia

$$\sigma = \frac{\Delta U_{tot}^{sup}}{\Delta S} = \frac{F_{ext}}{2L}$$

Força per unitat de longitud al llarg de la qual es trenca la superfície.

Òptica i Optometria

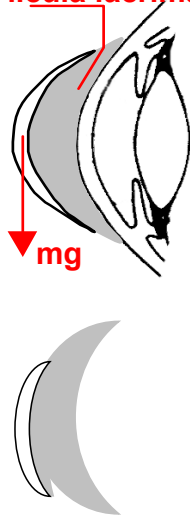
12/14



## Física Tema 6

### 5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte.

Pel·lícula lacrimal



- Si la LC llisqués cap avall, augmentaria necessàriament la superfície lliure de la llàgrima.
- Això només seria possible si  $(mg)_{LC}$  fos suficientment gran com per "trencar-la", permetent el pas de partícules interiors cap a la superfície.
- És possible? **NO**

Òptica i Optometria

13 / 14

## Física Tema 6

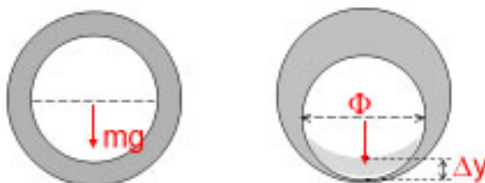
### 5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte.

- $\sigma_{\text{llàgrima}} = 4 - 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$
- $\Phi \approx 0,01 \text{ m}$  → mida aproximada de la línia per on s'hauria de "trencar" la llàgrima si la LC llisqués cap avall

Força,  $F$ , necessària per trencar la llàgrima:

$$F = \Phi \cdot \sigma_{\text{lla}} = 4 - 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$F_{\text{ext}} = mg = 2 - 3 \cdot 10^{-4} \text{ N} < F$$



Aquesta situació **NO** es pot donar

Òptica i Optometria

14 / 14

- P1) Pon un ejemplo de superficie sólida + líquido para los que el ángulo de contacto sea  $\theta < \pi/2$  y otro con  $\theta > \pi/2$ .
- P2) En la interacción (lente de contacto) - (lágrima), ¿cuál debe ser el ángulo de contacto:  $\theta < \pi/2$  o bien  $\theta > \pi/2$ ? ¿Por qué?
- P3) En el proceso de aumentar una superficie mediante una fuerza externa, ¿cuál es la principal diferencia entre una superficie sólida elástica (por ejemplo un trozo de tela de punto) y la superficie libre de un líquido?
- P4) A pesar de su peso (que es una fuerza dirigida hacia abajo) las lentes de contacto se mantienen unidas a la córnea sin deslizarse hacia abajo. Esto es posible gracias a la acción de la película lagrimal que se encuentra entre las dos superficies. En el hipotético proceso de deslizamiento hacia abajo de una lente de contacto colocada sobre la córnea, ¿qué parámetro de la lágrima cambiaría? ¿Por qué motivo es imposible que se produzca este cambio?

**(b) Determinación de la tensión superficial con el método de Wilhemy.**

En el laboratorio se medirá la tensión superficial del agua, extrayendo un anillo circular de dimensiones conocidas desde dentro de una masa de agua (ver Figura). Se trata del mismo experimento explicado en la diapositiva 12 del apartado anterior utilizando un anillo en vez de una lámina metálica. La fuerza  $F$  mínima necesaria para la extracción se mide con un dinamómetro de torsión y su valor nos permite calcular la tensión superficial del agua con la fórmula:

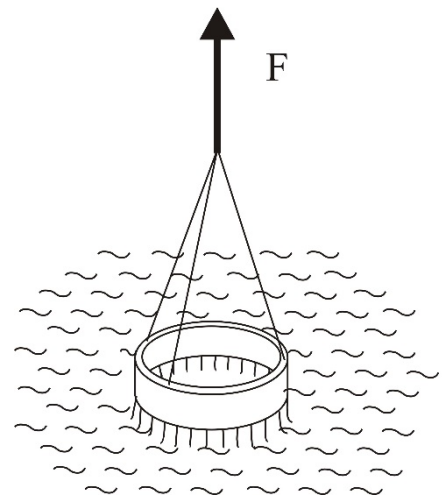
$$\sigma = \frac{F_{ext}}{2L}$$

En este caso la longitud  $L$  es la del anillo circular:

$$L = 2\pi r$$

donde,

$$2r = 19,65 \text{ mm}$$



- P5) ¿Cuál es el valor de la fuerza  $F$  necesaria para romper la lámina líquida que se produce al extraer el anillo del agua? (Se medirá con el dinamómetro de torsión).
- P6) Calcular la tensión superficial  $\sigma$  del agua, de acuerdo con las indicaciones descritas anteriormente, comparar el valor obtenido con el que figura en las tablas de la última página. Comentar las posibles discrepancias.
- P7) ¿Sería posible medir la tensión superficial del mercurio haciendo el experimento propuesto con un anillo de vidrio? ¿Por qué?



# TABLAS ÚTILES

## PROPIEDADES DE ALGUNAS SUSTANCIAS USUALES (T ≈ 2°C )

Sustancia	Densidad	Módulo de Young	Tensión superficial	Coef. de viscosidad	Resistividad
	(Kg/m <sup>3</sup> )	(N/m <sup>2</sup> )	(N/m)	(Pa·s)	(Ω·m.)
Alumini	2700	7,2 a 7,5·10 <sup>10</sup>	-	-	2,8·10 <sup>-8</sup>
Zenc	7100	-	-	-	5,9·10 <sup>-8</sup>
Coure	8900	10,5 a 13,2·10 <sup>10</sup>	-	-	1,7·10 <sup>-8</sup>
Estany	7300	-	-	-	13,0·10 <sup>-8</sup>
Ferro dol.	7600	-	-	-	9,8·10 <sup>-8</sup>
Acer	7600	-	-	-	-
Níquel	8900	-	-	-	6,9·10 <sup>-8</sup>
Or	19300	-	-	-	3,8·10 <sup>-8</sup>
Plata	10500	7,1 a 7,4·10 <sup>10</sup>	-	-	1,6·10 <sup>-8</sup>
Plom	11300	1,6·10 <sup>10</sup>	-	-	20,6·10 <sup>-8</sup>
Llauté	8400 - 8700	8 a 10,5·10 <sup>10</sup>	-	-	8,0·10 <sup>-8</sup>
Constantan	8900	-	-	-	49,0·10 <sup>-8</sup>
Invar	8000	-	-	-	81,0·10 <sup>-8</sup>
Manganina	8500	-	-	-	44,0·10 <sup>-8</sup>
Vidre ord.	2400 - 2800	5 a 8·10 <sup>10</sup>	-	-	-
Ebonita	1150	-	-	-	-
Parafina	870 - 910	-	-	-	-
Mercuri	13600	-	0,48	1,6·10 <sup>-3</sup>	95,8·10 <sup>-8</sup>
Agua	1000	-	0,0722	0,9·10 <sup>-3</sup>	-
Alcohol ord.	800	-	0,0223	1,2·10 <sup>-3</sup>	-
Èter	700	-	0,017	0,23·10 <sup>-3</sup>	-
Benzina	800	-	0,0289	0,65·10 <sup>-3</sup>	-
Glicerina	1300	-	0,0634	1490·10 <sup>-3</sup>	-
Oli	900	-	0,032	84·10 <sup>-3</sup>	-
Nichrome	-	-	-	-	100·10 <sup>-8</sup>

## PROPIEDADES DEL AGUA

<b>Temperatura (°C)</b>	<b>Densidad (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Tensión superficial (N/m)</b>	<b>Coefficiente de viscosidad (Pa·s)</b>
0	999,87	0,07564	0,00179
5	999,99	0,07492	0,00152
10	999,73	0,07422	0,00131
15	999,14	0,07349	0,00114
20	998,25	0,07275	0,00101
25	997,1	0,07197	0,00089
30	995,67	0,07118	0,0008
40	992,2	0,06956	0,00067
50	988,1	0,06791	0,00055
60	983,2	0,06618	0,00047
70	977,8	0,06442	0,00041
80	971,8	0,06261	0,00036
90	965,3	0,06075	0,00032
100	958,4	0,05885	0,00028