



Problemes

Problemes de física

Curs 2022-23

Ferran Laguarda Bertran, Núria Lupón Bas, Josep Pladellorens Mallofré

Assignatura: Física

Titulació: Grau en Òptica i Optometria

Curs: 1r Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Català

01/07/2022

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa

PROBLEMES DE FÍSICA
Curs 2022-23

F. Laguarda
N. Lupón
J. Pladellorens

Juliol 2022

ÍNDEX

Lliçó		Pàgina
1	NOCIONS BÀSIQUES DE MECÀNICA: EL LENGUATGE DE LA FÍSICA	
	• Enunciats	1
	• Solucions	3
2	PROPIETATS ELÀSTIQUES DELS MATERIALS	
	• Enunciats	5
	• Solucions	5
3	ESTÀTICA DE FLUIDS	
	• Enunciats	6
	• Solucions	7
4	DINÀMICA DELS FLUIDS IDEALS	
	• Enunciats	8
	• Solucions	13
5	DINÀMICA DELS FLUID VISCOSOS	
	• Enunciats	15
	• Solucions	19
7	OSCIL·LACIONS	
	• Enunciats	21
	• Solucions	23
8	DESCRIPCIÓ DEL MOVIMENT ONDULATORI EN UNA DIMENSIÓ	
	• Enunciats	25
	• Solucions	30
9	SUPERPOSICIÓ D'ONES EN UNA DIMENSIÓ	
	• Enunciats	37
	• Solucions	41
10	MOVIMENT ONDULATORI EN DUES I TRES DIMENSIONS	
	• Enunciats	44
	• Solucions	45
11	INTRODUCCIÓ MATEMÀTICA	
	• Enunciats	46
	• Solucions	47
12	EL CAMP ELECTROSTÀTIC	
	• Enunciats	48
	• Solucions	52
13	CONDUCTORS I DIELÈCTRICS	
	• Enunciats	55
	• Solucions	58
14	CORRENT CONTINU	
	• Enunciats	61
	• Solucions	62
	BIBLIOGRAFIA	64

LLIÇÓ 1: NOCIONS BÀSIQUES DE MECÀNICA: EL LENGUATGE DE LA FÍSICA.

PROBLEMES.

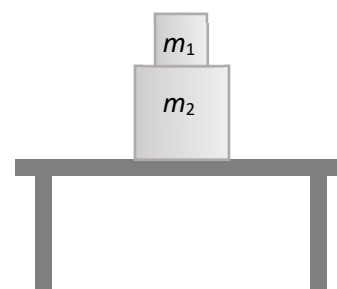
1. Un objecte de massa m_1 es mou sota l'acció d'una única força F_0 amb una acceleració $a = 3 \text{ m/s}^2$. Un segon objecte de massa m_2 , experimenta una acceleració $a' = 9 \text{ m/s}^2$ sota l'acció de la mateixa força F_0 . Quina relació (m_1/m_2) hi ha entre les masses dels dos objectes?
2. Un camió es mou en línia recta amb velocitat constant. La seva massa és $m = 12 \cdot 10^3 \text{ Kg}$ i la força de fregament que actua sobre ell és $F_r = 96 \cdot 10^3 \text{ N}$.
 - a) Feu un esquema indicant totes les forces que actuen sobre el camió.
 - b) Quin és el valor d'aquestes forces?
3. Per arrossegar un tronc de massa $m = 75 \text{ Kg}$ amb velocitat constant, un tractor l'estira horitzontalment amb una força $F = 250 \text{ N}$.
 - a) Quines forces actuen sobre el tronc. Dibuixeu-les en un diagrama.
 - b) Determineu el valor de la força de fregament que actua sobre el tronc
 - c) Quina força normal exerceix el terra sobre el tronc?
 - d) Si es vol que el tronc adquireixi una acceleració $a = 2 \text{ m/s}^2$, quina hauria de ser la nova força F' exercida pel tractor?

4. Es tenen dos blocs de masses $m_1 = 2 \text{ Kg}$ i $m_2 = 1 \text{ Kg}$ al damunt d'una taula. S'aplica una força constant $F = 3 \text{ N}$ sobre el bloc 1. Suposant que ni hi hagi fregament,



- a) Quina acceleració experimenten els blocs?
 - b) Calcular la força que exerceix el bloc 1 sobre el 2.
 - c) Especificar totes les forces que actuen sobre el bloc 2 i sobre el bloc 1.
 - d) Si s'inverteix la posició dels blocs, quina serà la força que exercirà el bloc 2 sobre el bloc 1? Com s'explica que sigui diferent a la obtinguda a l'apartat b)?
5. Un ascensor de massa $M = 540 \text{ Kg}$ puja a un físic de massa $m = 60 \text{ Kg}$ amb velocitat constant.
 - a) Determinar les forces que exerceixen el cable i el passatger sobre l'ascensor.
 - b) Com el físic va a corre-cuita prem un botó especial i l'ascensor comença a pujar amb una acceleració $a = 0,5 \text{ m/s}^2$. Determinar les forces que exerceixen el cable i el passatger sobre l'ascensor.
 - c) Ara resulta que l'ascensor és molt vell i es trenca el cable. Determinar quines forces exerceixen el cable i el físic sobre l'ascensor.
 6. Supposeu que sou en un ascensor. Descriviu dues situacions en que el vostre pes aparent (força amb la que us recolzeu sobre el terra) sigui més gran que el vostre pes real.

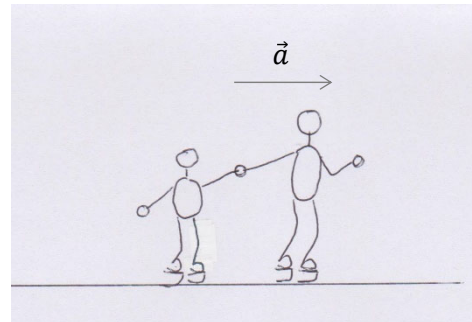
7. Els blocs de masses m_1 i m_2 de la figura es troben l'un sobre l'altre damunt d'una taula. Especifiqueu la categoria (contacte o acció a distància) de les forces següents.



- a) La força F_{12} que exerceix m_1 sobre m_2 .
- b) La força F_{21} que exerceix m_2 sobre m_1 .
- c) La força F_{2T} que exerceix m_2 sobre la taula.
- d) La força F_{T2} que exerceix la taula sobre m_2 .
- e) La força que exerceix la Terra sobre m_2 . Quin nom rep aquesta força?
- f) Quines d'aquestes forces constitueixen un parell de forces de la tercera llei de Newton?

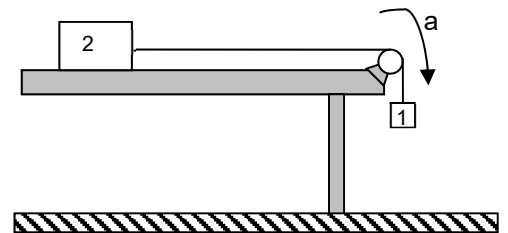
- g) Indicar totes les forces que actuen sobre m_1 , les que actuen sobre m_2 i les que actuen sobre la taula.
8. Per què creus que en la columna vertebral de l'espècie humana, les vèrtebres augmenten de mida contínuament de dalt a baix?

9. Un home de massa $m_1 = 80$ Kg patina sobre gel i empeny un nen de massa $m_2 = 40$ Kg que també porta patins, amb una força $F_{12} = 100$ N. Tots dos es mouen a l'hora sobre el gel, sense fregament i amb acceleració constant.



- a) Quines són totes les forces que actuen sobre el nen? Dibuixeu-les en un esquema. Amb quina acceleració es mou?
- b) Amb quina acceleració es mou l'home? Quina és la força que exerceix el nen sobre l'home?
- c) Calcular la força total que desenvolupa l'home per desplaçar-se amb el nen.
- d) Quines són les forces (mòdul direcció i sentit) que actuen sobre l'home? Dibuixeu-les en un esquema.
10. A la Lluna, l'acceleració deguda a la gravetat és $g_L = g/6$, on $g = 9,8$ m/s² és l'acceleració de la gravetat a la Terra. Un astronauta, el pes del qual a la Terra és de 600 N, es desplaça a la superfície lunar.
- a) Quina és la seva massa?
- b) Quin seria el seu pes a la Lluna?

11. En l'experiment esquematitzat a la figura, el conjunt format pels cossos 1 i 2 es mou sota l'acció del pes 1. Les masses dels cossos 1 i 2 són, respectivament, $m_1 = 15$ g i $m_2 = 450$ g, i la massa de la corda que els uneix és molt petita ($m \cong 0$). El cos 2 es desplaça sobre la taula sense fregament.

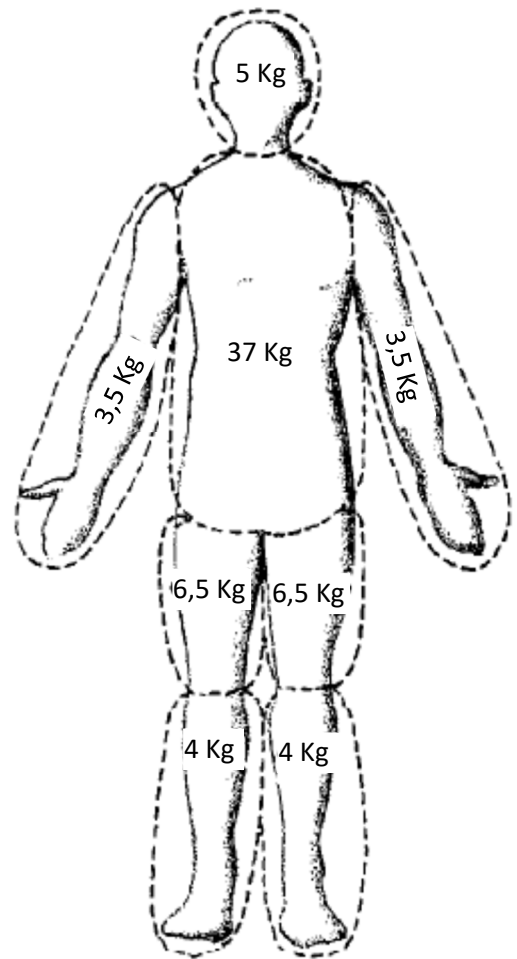


- a) Dibuixar les forces que actuen sobre el cos 1 i les que actuen sobre el cos 2.
- b) Quina és l'acceleració del sistema?
- c) Quina és la tensió de la corda que uneix els dos cossos?
- d) Si sobre el cos 2 existís una força de fregament amb la taula $F_{r2} = 0,1$ N, quina seria l'acceleració a' del sistema? I la tensió, T' , de la corda?
12. Els dos blocs de la figura estan units per una corda i es mouen amb acceleració $a = 0,5$ m/s² degut a l'acció de la força F . Els blocs són idèntics, la massa de cada un d'ells és $m = 1,2$ Kg i la força de fregament entre cada un d'ells i la taula és $F_r = 0,4$ N. Negligit la massa de la corda,



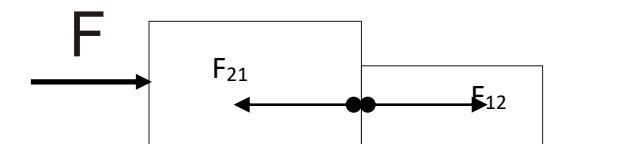
- a) determinar el valor de la força F ;
- b) determinar el valor de la tensió de la corda.

13. A la figura es representa un home de massa $m = 70$ Kg, dret, amb els pesos de les diferents parts del cos indicats.
- La força que sosté el cap i el coll és exercida, principalment, per la setena vèrtebra cervical. Quin és el valor d'aquesta força? Representeu-la sobre el dibuix.
 - La força que sosté cada un dels braços és exercida pels músculs i lligaments que envolten l'articulació de l'espatlla. Quin és el seu valor? Representeu-la sobre el dibuix.
 - Quina és la força total que sosté el tronc en les dues articulacions del maluc (cada una d'aquestes articulacions exerceix al voltant de la meitat de la força).
 - Quina és la força conjunta exercida per les dues articulacions dels genolls?
 - Si l'home es recolza sobre un únic peu,
 - Quina força exerceix l'articulació del genoll de la cama en contacte amb el terra?
 - Quina força exerceix l'articulació de l'altre genoll?



SOLUCIONS.

- $m = 3m'$
- Suposant que el moviment és horitzontal i cap a la dreta, les forces que actuen són: F_m (força del motor), horitzontal, dreta; F_r , horitzontal, esquerra; pes, vertical, avall i força normal, vertical, amunt.
 - Els mòduls o valors de les forces són: $F_m = F_r = 96 \cdot 10^3$ N; $mg = N = 12 \cdot 10^4$ N.
- Suposant que el moviment és horitzontal i cap a la dreta, les forces que actuen són: F (força tractor), horitzontal, dreta; F_r , horitzontal, esquerra; pes, vertical, avall i força normal, vertical, amunt.
 - $F_r = F = 250$ N; $mg = N = 750$ N
 - $F' = 400$ N
- 1 m/s^2
 - $F_{12} = 1$ N
 - F i F_{21} sobre m_1 ; F_{12} sobre m_2 .
 - $F'_{12} = 2$ N
- $T_{\text{cable}} = 6000$ N; $F_{p-a} = 600$ N.
 - $T_{\text{cable}} = 6300$ N; $F_{p-a} = 630$ N.
 - $T_{\text{cable}} = 0$ N; $F_{p-a} = 0$ N.
- Quan arrenca, per tirar cap amunt. Quan arriba a baix i frena.
- contacte
 - contacte



- c) contacte
 - d) contacte
 - e) acció a distància
 - f) $(F_{12}$ i F_{21}); $(F_{2T}$ i $F_{T2})$.
8. Perquè el pes que ha de suportar la columna augmenta de dalt a baix.
- 9.
- a) Les forces que actuen sobre el nen són: F_{12} que fa l'home sobre ell, horitzontal, dreta; pes, vertical, avall i força normal, vertical, amunt.
 $a = 2,5 \text{ m/s}^2$.
 - b) L'home i el nen es mouen alhora, amb la mateixa acceleració.
 - c) $F_{21} = -F_{12} = -100 \text{ N}$.
 - d) F_m (força que exerceix l'home per desplaçar-se sobre el gel juntament amb el nen), horitzontal, dreta; F_{21} força que fa el nen sobre l'home, horitzontal, esquerra; pes, vertical, avall i força normal, vertical, amunt.
- 10.
- a) La massa és la mateixa a la Terra i a la Lluna.
 - b) $Pes_L = m \cdot g_L = 100 \text{ N}$
- 11.
- a) Cos 1: pes, vertical, avall; tensió de la corda, vertical, amunt. Cos 2: tensió de la corda, horitzontal, dreta; pes, vertical, avall i força normal, vertical, amunt.
 - b) $a = 0,32 \text{ m/s}^2$
 - c) $a = 0,107 \text{ m/s}^2$
- 12.
- a) $F = 2 \text{ N}$
 - b) $T = 1 \text{ N}$
- 13.
- a) $F_{cervicals} = 50 \text{ N}$
 - b) $F_{espatlla} = 35 \text{ N}$
 - c) $F_{maluc} = 490 \text{ N}$
 - d) $F_{genolls} = 620 \text{ N}$
 - e) $F_{genoll-terra} = 660 \text{ N}$
 - f) $F_{genoll-altre} = 40 \text{ N}$

Lliçó 2: PROPIETATS ELÀSTIQUES DELS MATERIALS

1. En un experiment per mesurar el mòdul de Young es penja una massa de 454 Kg d'un cable d'acer de 2,4 m de longitud i 15 mm^2 de secció. S'observa un allargament del cable de 3 mm respecte a la seva longitud sense càrrega. Calcular el mòdul de Young per l'acer de la barra.
2. Una bola de 50 Kg es penja a l'extrem d'un cable d'acer de 5 m de longitud i 2 mm de radi. Quin és l'allargament del cable? (El mòdul de Young de l'acer és $2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$).
3. El punt de trencament del coure és de $3 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$.
 - (a) Quin és la càrrega màxima que podem penjar d'un cable de coure de 0,42 mm de diàmetre?
 - (b) Si es penja d'aquest mateix cable la meitat d'aquesta càrrega, quin serà, en tant per cent, l'allargament relatiu del cable? (El mòdul de Young del coure és de $11 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$)
4. L'àrea de la secció transversal mínima del fèmur d'un home adult és $S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. El mòdul de Young para la compressió d'un os és $E = 0,9 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, i l'esforç màxim de compressió és $\sigma_c = 17 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$.
 - (a) Per quina força de compressió es produeix la fractura? (el fèmur és l'os més gran de la cama)
 - (b) Suposant que la relació esforç deformació roman lineal, trobar el valor de la deformació a la qual es produiria la fractura.
5. Un pal de fusta dura d'alçada $h = 3 \text{ m}$, sosté una càrrega de 1000 N. La secció transversal del pal és rectangular, de 10 cm x 15 cm. El mòdul de Young de la fusta és $E = 10^{10} \text{ N/m}^2$.
 - (a) Trobar l'esforç de compressió sobre el pal i la deformació que experimenta.
 - (b) Quin és el canvi de longitud?

SOLUCIONS

1. $2,4 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
2. $\Delta L = 0,975 \text{ mm}$
3. a) $F_{m\acute{a}x} = 41,56 \text{ N}$
b) 0.14%
4. (a) $F = 1,02 \cdot 10^5 \text{ N}$;
(b) $\varepsilon = 0,019$
5. (a) $\sigma = 6,66 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$; $\varepsilon = 6,66 \cdot 10^{-7}$
(b) $\Delta \ell = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

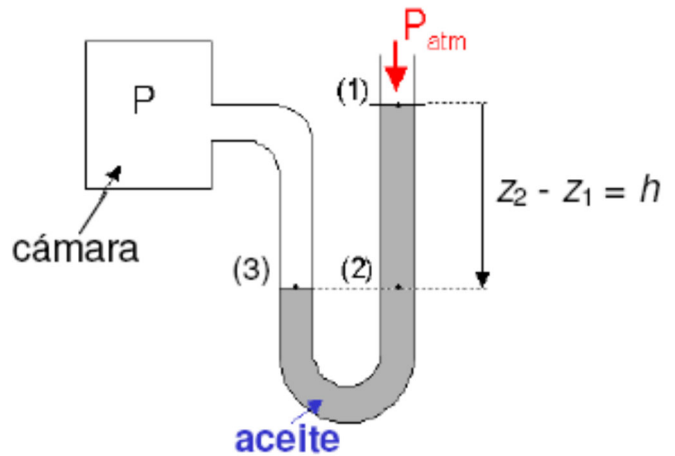
Lliçó3: ESTÀTICA DE FLUIDS.

- Un tub en forma de "U" conté mercuri. Si a una de les seves branques hi aboquem 13,6 cm d'aigua, fins a quina alçada s'eleva el mercuri a l'altra branca, a partir del nivell inicial?
($\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$; $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$)

- El manòmetre de tub obert de la figura conté un oli de densitat $\rho = 900 \text{ Kg/m}^3$ i s'utilitza per mesurar la pressió, P , dins d'una càmera.

- Determinar el valor d'aquesta pressió si la diferència d'altura entre els dos braços del manòmetre és $h = 5 \text{ cm}$.
- Quin és el valor de la pressió manomètrica en la càmera?
- Quina seria la diferència d'altura entre els dos braços del manòmetre si es canviés l'oli per mercuri? Seria fàcilment apreciable?

NOTA: $\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$; $P_{atm} = 1 \text{ atm}$.

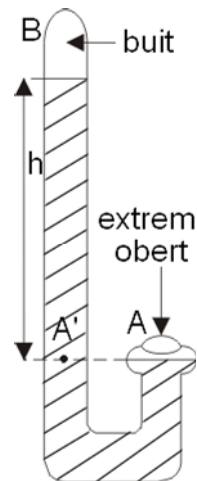


- Quan una dona amb talons alts dóna un pas, momentàniament descarrega tot el seu pes sobre el taló d'una de les seves sabates. Si el taló és cilíndric, amb un radi de 0,4 cm, i la massa de la dona és de 56 kg, quin és la pressió exercida sobre el terra en aquest moment?
- Es té una bossa de plasma sanguini que flueix a través d'un tub fins a la vena del pacient, en un punt on la pressió manomètrica de la sang és de 12 mm de Hg. La densitat del plasma a 37°C és $\rho = 1,03 \text{ g/cm}^3$. Quin és l'altura mínima a la que s'haurà de trobar la bossa per tal que la pressió del plasma quan entra a la vena sigui almenys de 12 mm de Hg?

- Disposem d'un tub com el representat a la figura, que està ple de mercuri. L'extrem A és obert i en l'espai entre l'extrem B -que està tancat- i el nivell de mercuri existeix el buit.

Si la diferència d'altures de les columnes de mercuri de les dues branques del tub és de $h = 758 \text{ mm}$, determinar la pressió atmosfèrica existent expressant-la en Pa, torr y atmosferes.

($\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$; $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$)

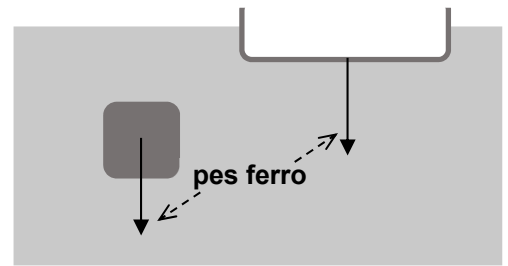


- Una barreja de xilè (densitat $0,87 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$) i de brombencè (densitat $1,5 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$), s'utilitza per determinar la densitat de la sang. Experimentalment es troba que les gotes de sang queden en suspensió quan les proporcions volumètriques del xilè i del brombencè són del 72 % i del 28 % respectivament.

- Determinar la densitat de la sang analitzada.
- Si en lloc de brombencè utilitzéssim aigua, seria possible arribar a mantenir en suspensió les gotes de sang?

7. Un bloc de ferro massís s'enfonsa en l'aigua, però la mateixa quantitat de ferro en forma de cubeta flota.
 (a) Per què passa això?

La figura mostra una cubeta construïda amb 1 Kg de ferro que flota en aigua. Les dimensions de la cubeta són (15 cm x 15 cm x 7,5 cm).



- (b) Quin volum d'aigua desplaça la cubeta? Quina fracció de volum de la cubeta aqueda submergida?
 (c) Quant pes podem afegir dins de la cubeta sense que s'enfonsi?

$$(\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3)$$

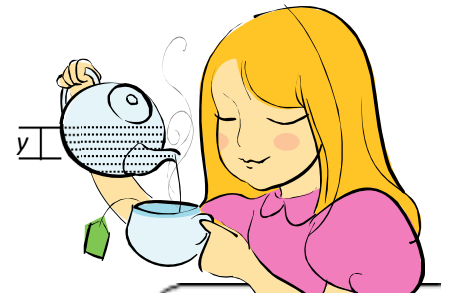
8. Determinar la fracció del volum total d'un iceberg que queda fora de l'aigua. ($\rho_{\text{gel}} = 0,92 \text{ g/cm}^3$). ($\rho_{\text{aigua de mar}} = 1,03 \text{ g/cm}^3$).
9. Els cossos submergits en aigua "ens pesen menys quan els sostenim. A que creus que és degut?
 Si una corona d'or pesa 8 N en aire, quin serà el seu pes aparent quan se submergeix en aigua? ($\rho_{\text{or}} = 19,3 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{aigua}} = 1 \text{ g/cm}^3$)

SOLUCIONS.

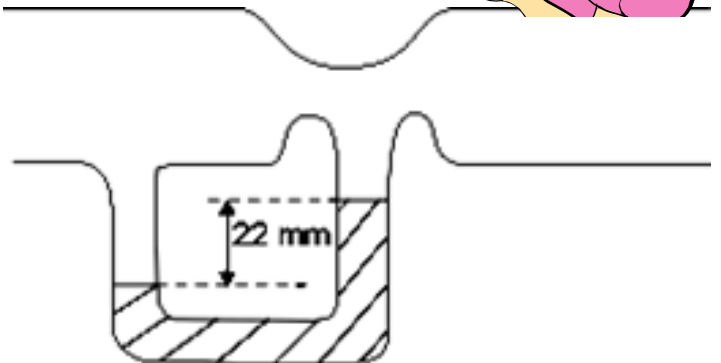
1. $\Delta h = 0,5 \text{ cm}$
2. a) $P = 101750 \text{ Pa}$
 b) $P_{\text{man}} = 450 \text{ Pa}$
 c) $h = 0,33 \text{ cm}$. No
3. $P = 1,1 \cdot 10^7 \text{ Pa}$
4. $h_{\text{min}} = 15,8 \text{ cm}$
5. $P = 1,010 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 758 \text{ torr}$
6. (a) $\rho = 1,0464 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$;
 (b) No
7. a) El volum del ferro massís és més petit que el de la cubeta i, per tant, l'empenta de l'aigua sobre ell també ho serà.
 b) $V_{\text{des}} = 10^{-3} \text{ m}^3$; $V_{\text{sub}}/V_{\text{cubeta}} = 0,5926$ (59,26%)
 c) s'hi pot afegir una massa de 0,6875 Kg.
8. 10,68 %
9. $P_{\text{aigua}} = 7,59 \text{ N}$

Lliçó 4: DINÀMICA DELS FLUIDS IDEALS.

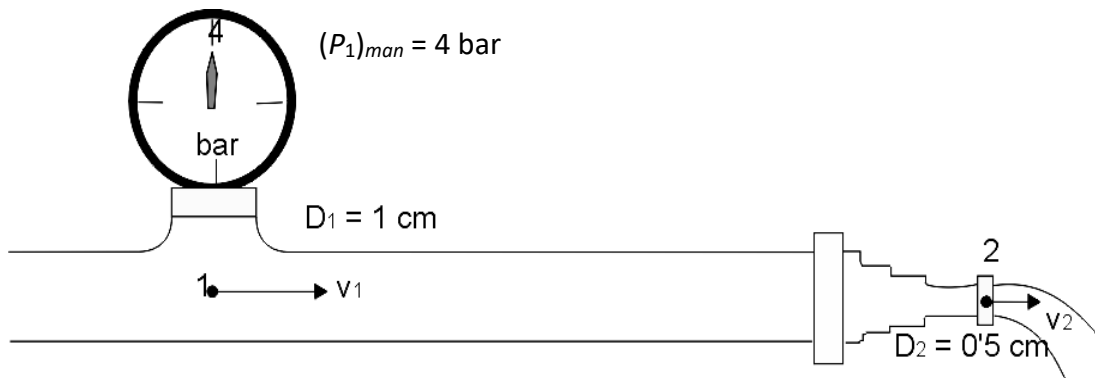
1. Per una artèria aorta de radi $r = 1$ cm hi circula sang amb una velocitat $v = 30$ cm/s. Calcular el cabal de sang que circula per l'aorta.
2. Per una artèria de radi $r_1 = 0,30$ cm hi circula sang amb velocitat $v_1 = 10$ cm/s. L'artèria es fa estreta a causa d'un engruiximent de les parets (arteriosclerosi) i passa a tenir un radi $r_2 = 0,20$ cm.
 - a) Quin cabal de sang circula per l'artèria?
 - b) Quina és la velocitat de la sang en la part estreta, v_2 ?
3. Quan s'obre una aixeta s'observa que per omplir un recipient de 2 litres es triga 1,5 s. Si la secció transversal del broc és $S = 0,8$ cm²,
 - a) calcular el cabal d'aigua que surt per l'aixeta.
 - b) Calcular la velocitat a la que surt l'aigua per l'aixeta.
4. Mentre s'està servint te en una tassa, la superfície lliure del líquid queda a una altura $y = 5$ cm respecte el broc de sortida. Si la secció del broc és $S = 0,75$ cm², determinar:
 - a) la velocitat a la que el te brolla pel broc i el cabal corresponent;
 - b) el temps que es triga en servir 100 ml de te.



5. Un tub de Venturi té un diàmetre principal $D_1 = 4$ cm i un coll de diàmetre $D_2 = 2$ cm. L'acoblament a una canalització per mesurar el cabal de l'aigua que hi passa. La diferència d'alçada del mercuri entre les dues columnes del manòmetre és de 22 mm.
 - a) Calcular la velocitat de l'aigua en el tub principal.
 - b) Determinar el cabal de l'aigua.($\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3$ Kg/m³ ; $\rho_{H_2O} = 10^3$ Kg/m³)



6. En una canonada d'aigua de diàmetre $D_1 = 1$ cm. tenim una pressió manomètrica constant $(P_1)_{man} = 4$ bar. A l'extrem d'aquesta canonada instal·lem un brocal de diàmetre de sortida $D_2 = 0,5$ cm per on surt l'aigua a una velocitat v_2 (veure la figura). Es demana:

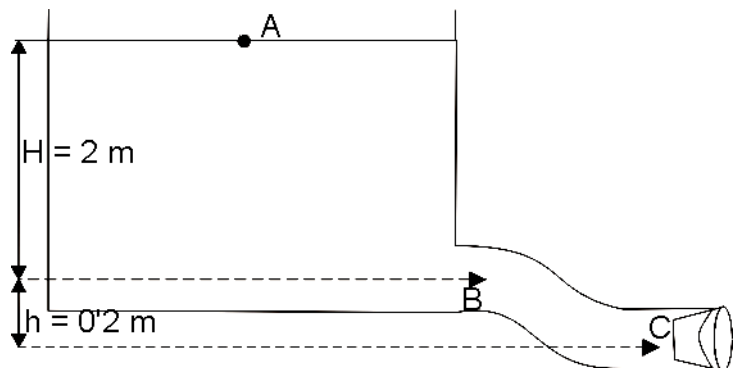


- Quin serà el valor de les velocitats v_1 i v_2 ? Quin cabal d'aigua obtindrem en el brocal? Expressar-ho en litres/hora. Trobar una expressió que relacioni directament la pressió manomètrica amb el cabal.
 - Si canviem el brocal per un altre de diàmetre de sortida més petit $D_2 = 0,25 \text{ cm}$, quin serà el valor de les velocitats v_1 i v_2 ? Quin cabal d'aigua obtindrem?
 - On serà major l'energia cinètica de les molècules d'aigua, en el punt 1 o en el punt 2? Com s'explica físicament?
7. El dipòsit de la figura conté aigua ($\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$) fins una altura $H = 2 \text{ m}$, té una secció $S_A = 1 \text{ m}^2$ i està destapat ($P_{atm} = 1 \text{ atm}$). De la part inferior del dipòsit surt un tub de secció constant $S = 9 \text{ cm}^2$ amb un desnivell $h = 0,2 \text{ m}$ (veure figura). Si a la sortida del tub hi ha un tap que impedeix la sortida de l'aigua, es demana:

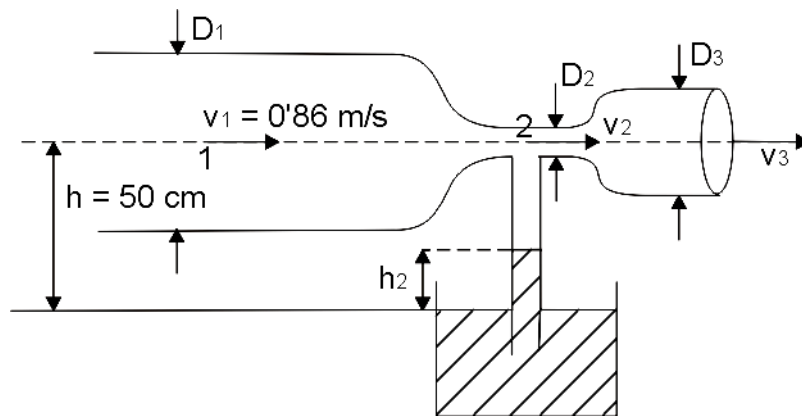
- Determinar les pressions en els punts A, B i C.

Ara destapem el tub permetent la sortida lliure de l'aigua.

- Determinar les noves pressions en els punts A, B i C.
- Quina és la velocitat v_C de l'aigua que surt del dipòsit? I el cabal?

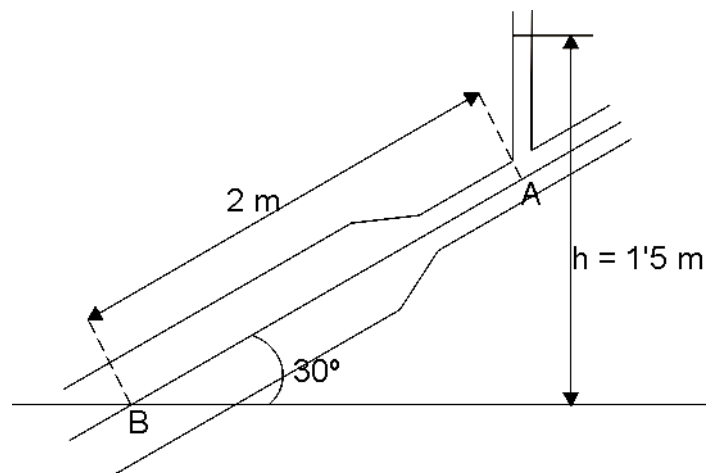


8. Pel tub horitzontal representat a la figura hi circula aigua ($\rho_1 = 1000 \text{ Kg/m}^3$) i està connectat a través d'un tub vertical a un recipient que conté mercuri ($\rho_2 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$). La distància entre el nivell del mercuri en el recipient i l'eix del tub es $h = 50 \text{ cm}$. El tub horitzontal és cilíndric i consta de tres zones de diàmetres $D_1 = 5 \text{ cm}$, $D_2 = 1,5 \text{ cm}$ i $D_3 = 3 \text{ cm}$. La velocitat en el punt (1) és $v_1 = 0,86 \text{ m/s}$ i l'alçada del mercuri en el tub vertical és h_2 .
- Calcular la velocitat v_2 i la velocitat v_3 amb que l'aigua surt per l'extrem del tub.
 - Calcular la pressió en el punt 2. ($P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$).
 - Calcular l'altura h_2 .



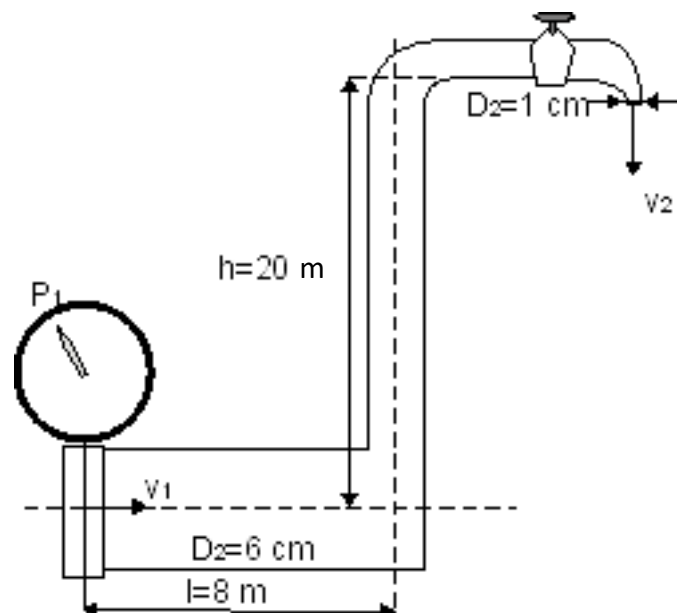
9. Per una canonada que forma un angle de 30° amb la horitzontal hi circula aigua ($\rho = 1 \text{ g/cm}^3$) en sentit ascendent. En un punt B la velocitat de l'aigua és $v_B = 2 \text{ m/s}$ i la secció de la canonada és $s_B = 20 \text{ cm}^2$. La canonada s'estreny i la secció en un punt A, situat a 2 m de B, és $s_A = 10 \text{ cm}^2$. A l'alçada del punt A hi connectem un tub vertical obert per l'altre extrem (veure figura). Si l'alçada del nivell de l'aigua en aquest tub respecte al punt B és 1.5 m (veure la figura), determinar:

- La pressió en el punt A. ($P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$).
- La velocitat en el punt A i el cabal d'aigua que circula per la canonada.
- La pressió que assenyalarà un manòmetre situat en el punt B.



10. L'aigua d'un edifici es subministra a través d'una canonada principal de diàmetre $D_1 = 6 \text{ cm}$. S'observa que una aixeta del cinquè pis, de diàmetre $D_2 = 1 \text{ cm}$, localitzada a 8 m de distància respecte a l'inici de la canonada principal i a 20 m d'alçada per sobre de la mateixa, omple un recipient de 25 l en 20 s.

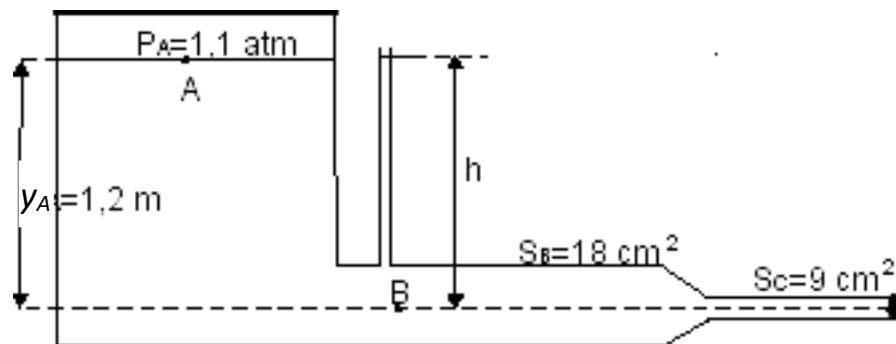
- Quin cabal d'aigua surt per l'aixeta? A quina velocitat v_2 surt l'aigua de l'aixeta? (No considereu efectes viscosos).
- Quina és la velocitat v_1 en la canonada principal? I la pressió manomètrica (sobrepessió respecte a la pressió atmosfèrica) en el punt 1?
- Si en època de sequera la companyia d'aigües decideix reduir la pressió



manomètrica de la canonada principal a 2,2 atm, quin cabal d'aigua sortirà llavors per l'aixeta?

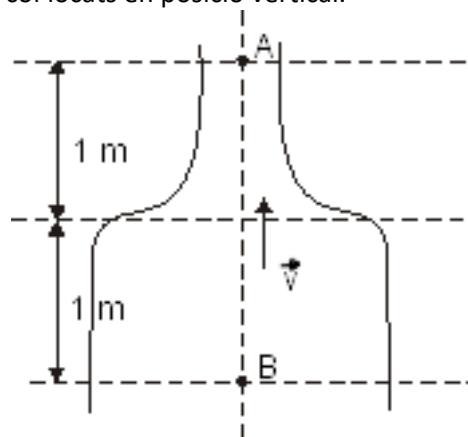
NOTA: ($\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$)

11. L'aigua del dipòsit tapat de la figura té la sortida pel tub B-C amb seccions $S_B = 18 \text{ cm}^2$ i $S_C = 9 \text{ cm}^2$. La pressió a la cambra d'aire que hi ha entre la superfície de l'aigua i la tapa del dipòsit és de 1,1 atm. El nivell d'aigua en el dipòsit es troba a una altura $y_A = 1,2 \text{ m}$ i el diàmetre és suficientment gran com per suposar que $v_A = 0$. Sobre el punt B s'ha connectat un tub vertical en el que l'aigua arriba a una altura h . Sense tenir en compte els efectes viscosos, calcular:
- la velocitat v_C a la que surt l'aigua pel punt C i el cabal d'aigua que circula;
 - la velocitat de l'aigua en el punt B, v_B , i la pressió en aquest mateix punt, P_B ;
 - l'altura h a la que arriba l'aigua en el tub vertical.
 - Com variarà el cabal d'aigua que surt per C si augmentem la pressió en la cambra d'aire del dipòsit?



NOTA: ($P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$, $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$)

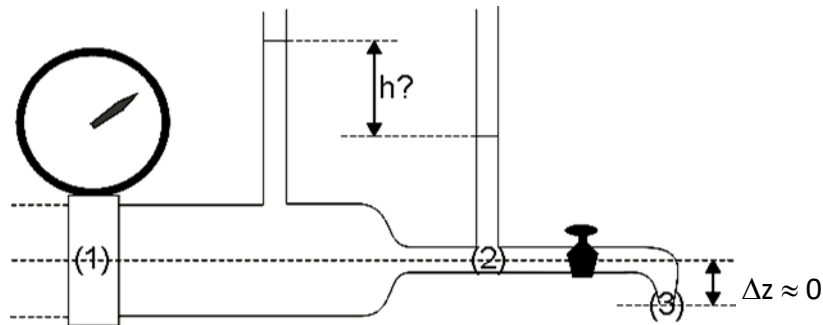
12. Un corrent d'aigua circula en sentit ascendent per un tub de diàmetre igual a 40 cm que es prolonga en un altra tub de diàmetre igual a 10 cm, col·locats en posició vertical.
- En quin dels punts A i B situats respectivament 1 m per sobre i per sota de la unió dels dos tubs és més gran la pressió? Justificar la resposta.
 - Si la diferència de pressió entre els dos punts mencionats és de 27200 Pa, calcular la velocitat de l'aigua a cada un dels punts A i B. Determinar el cabal d'aigua que circula pels tubs.



NOTA: $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$

13. L'aixeta de la figura té un diàmetre de sortida $D_3 = 1 \text{ cm}$ i l'aigua que surt per ella arriba per una canonada principal de diàmetre $D_1 = 5 \text{ cm}$ en la part ampla i $D_2 = 2 \text{ cm}$ en la part estreta. El cabal d'aigua que circula és $C = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

a) Calcular v_1 , v_2 i v_3 .



- b) Calcular P_1 i P_2 suposant que la sortida de l'aixeta es troba pràcticament a la mateixa altura que l'eix de la canonada. Quina pressió marcaria el manòmetre de la figura?
- c) Quina serà la diferència d'altura entre els nivells d'aigua en els tubs verticals connectats a les parts ampla i estreta de la canonada principal? NOTA: $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$; $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$

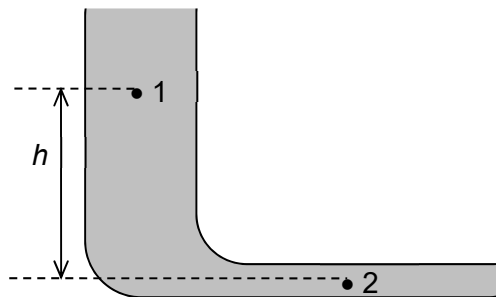
14. La canonada cilíndrica en forma de colze de la figura conté aigua. Es comprova que quan l'aigua no circula (està en repòs) la diferència de pressió entre els punts 1 i 2 és de $2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. En canvi, si l'aigua circula de manera que la velocitat en el punt 1 és descendent i amb valor $v_1 = 1 \text{ m/s}$, llavors les dues pressions són iguals $P_1 = P_2$.

(a) En condicions de repòs,

- quina de les dues pressions és més gran, P_1 o P_2 ? Justificar la resposta explicant el principi físic en el que es basa.
- Calcular l'altura, h , que separa els punts 1 i 2.

(b) Si l'aigua circula en les condicions descrites i suposant que el flux és ideal,

- Calcular la velocitat, v_2 , de l'aigua en el tram estret i horitzontal de la canonada.
- Quina de les dues velocitats (v_1 o v_2) esperaves que fos més gran? Explica la llei o principi físic en el que et bases.
- Calcular el quocient entre les seccions de la canonada en les parts ampla i estreta, S_1/S_2 .



NOTA: $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$

SOLUCIONS.

1. $C = 9,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$
2.
 - a) $C = 2,827 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$
 - b) $v_2 = 0,225 \text{ m/s}$
3.
 - a) $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
 - b) $v = 16,6 \text{ m/s}$
4. a) $v = 1 \text{ m/s}$; $C = 75 \text{ cm}^3/\text{s}$.
b) $t = 1,33 \text{ s}$.
5. a) $v = 0,6 \text{ m/s}$
b) $C = 7,56 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$
6. a) $v_1 = 7,3 \text{ m/s}$; $v_2 = 29,2 \text{ m/s}$; $C = 2064,8 \text{ l/h}$
b) $v_1 = 1,77 \text{ m/s}$; $v_2 = 28,3 \text{ m/s}$; $C = 500,8 \text{ l/h}$
c) En el punto 2
7. a) $P_A = P_{\text{atm}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $P_B = 121300 \text{ Pa}$; $P_C = 123300 \text{ Pa}$
b) $P_A = P_C = P_{\text{atm}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $P_B = 99300 \text{ Pa}$
c) $C = 5,97 \text{ l/s}$
8. a) $v_2 = 9,55 \text{ m/s}$; $v_3 = 2,39 \text{ m/s}$
b) $P_2 = 57254,8 \text{ Pa}$
c) $h_2 = 0,299 \text{ m}$
9. a) $P_A = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
b) $v_A = 4 \text{ m/s}$; $C = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
c) $(P_B)_{\text{manòmetre}} = 21000 \text{ Pa}$
10. a) $C = 1,25 \text{ l/s}$; $v_2 = 15,92 \text{ m/s}$
b) $v_1 = 0,442 \text{ m/s}$; $(P_1)_{\text{man}} = 3,27 \text{ at}$
c) $C = 0,5 \text{ l/s}$
11. a) $C = 5,95 \text{ l/s}$
b) $h = 1,67 \text{ m}$

c) $P_A \uparrow \Rightarrow C \uparrow$

12. a) $P_B > P_A$

b) $v_A = 3,76 \text{ m/s}$; $v_B = 0,24 \text{ m/s}$; $C = 29,5 \text{ l/s}$

13. a) $v_1 = 0,509 \text{ m/s}$; $v_2 = 3,18 \text{ m/s}$; $v_3 = 12,73 \text{ m/s}$

b) $P_1 = 180896,9 \text{ Pa}$; $P_2 = 175970,25 \text{ Pa}$; $(P_1)_{\text{man}} = 80896,9 \text{ Pa}$

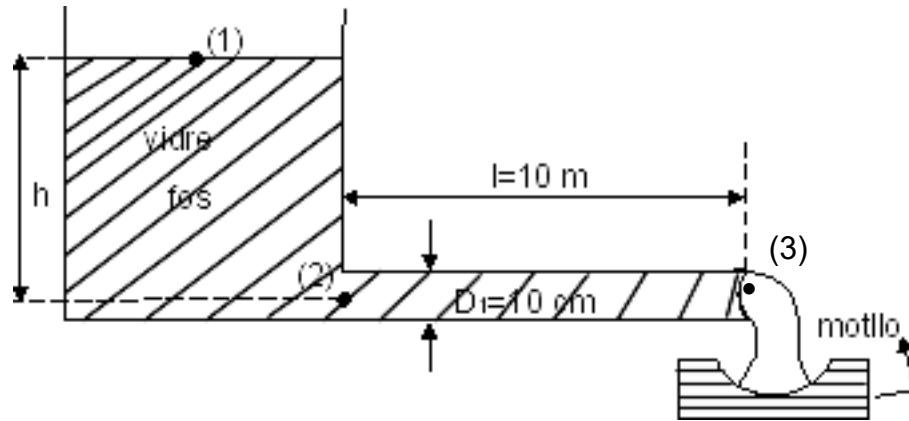
c) $h = 0,49 \text{ m}$

14. a) $P_2 > P_1$; $h = 2 \text{ m}$.

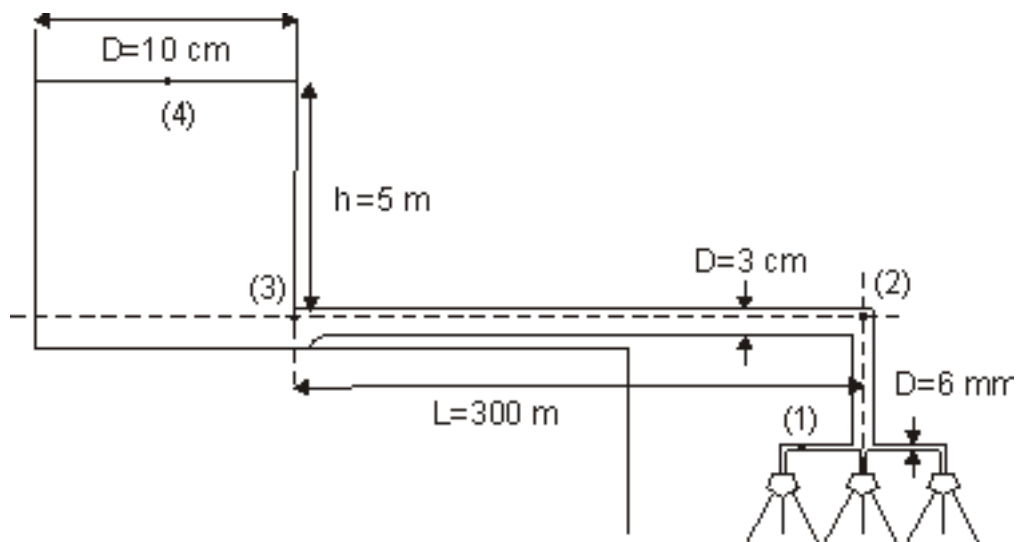
b) $v_2 = 6,4 \text{ m/s}$; $v_2 > v_1$; $S_1/S_2 = v_2/v_1 = 6,4$.

Lliçó 5: DINÀMICA DELS FLUIDS VISCOSOS.

1. En una fabrica de components òptics tenim un forn de vidre fos a una temperatura de $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ amb un conducte d'evacuació de secció circular que s'utilitza per emplenar motlles a ritme de 25 g de vidre fos per segon. Sabent que el coeficient de viscositat del vidre a la temperatura esmentada és de 10^4 Po , la seva densitat $2,5\text{ g/cm}^3$ i que la longitud del conducte és de $\ell = 10\text{ m}$ i el seu diàmetre és $D_2 = 10\text{ cm}$, es demana:

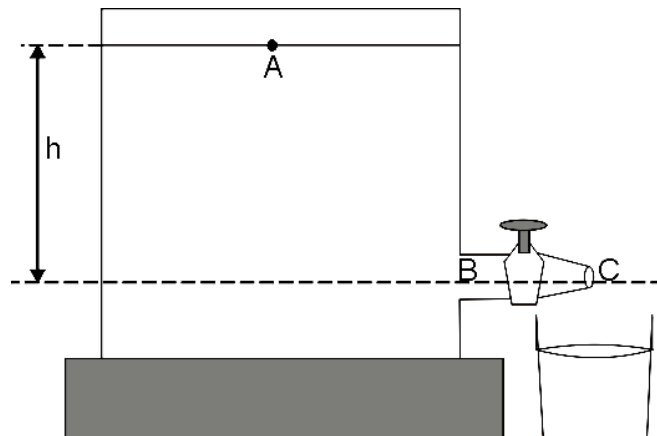


- Quin volum de vidre fos cau al motlle cada segon? Determinar el cabal de vidre fos que circula pel conducte de evacuació del forn expressat en m^3/s , i les velocitats mitjanes v_{m2} i v_{m3} .
 - Determinar la pressió del vidre al principi del conducte d'evacuació (punt 2). ($P_{\text{atm}} = 10^5\text{ Pa}$).
 - Si la pressió a la part superior del forn (punt 1) es igual a la pressió atmosfèrica (forn obert), calcular l'altura h del vidre necessària per obtenir el cabal descrit (suposar que el diàmetre del forn és molt gran, i per tant, el flux vertical del vidre es pot considerar **ideal** i $v_1 \approx 0$).
 - Explicar com variaria el cabal de vidre en els casos següents: si augmentem el diàmetre D_2 del conducte; si disminuïm la seva longitud ℓ ; si augmentem la temperatura del vidre fos; si augmentem la pressió del punt (1) (forn pressuritzat). Variaria la pressió del punt (2) en algun dels casos anteriors? Raonar les respostes.
2. Una instal·lació contra incendis consta d'un dipòsit obert, una canonada principal i tres punts de dutxa, tal com reflecteix l'esquema adjunt. Sabent que el cabal d'aigua subministrat per cada una de les dutxes és de $0,5\text{ l/min}$, es pregunta:
- Determinar la velocitat de l'aigua a la canonada d'alimentació d'una dutxa (punt 1). Calcular el cabal d'aigua en la canonada principal (punt 3).
- Suposant que és un flux ideal,
- determinar la velocitat de descens de l'aigua en el dipòsit, v_4 , i la velocitat en el tub principal, $v_3 = v_2$;
 - calcular la pressió que indicaria un manòmetre (sobrepessió respecte a l'atmosfèrica) situat a la sortida del dipòsit (P_3)_{man}.
 - Sabent que el coeficient de viscositat de l'aigua a la temperatura ambient és $\eta = 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$, determinar la diferència de pressió entre el punt 3 i el punt 2 de la canonada principal. Veient el resultat, creus que ha estat una bona aproximació suposar que es tractava d'un flux ideal?
- NOTA: ($P_{\text{atm}} = 10^5\text{ Pa}$; $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3\text{ Kg/m}^3$)



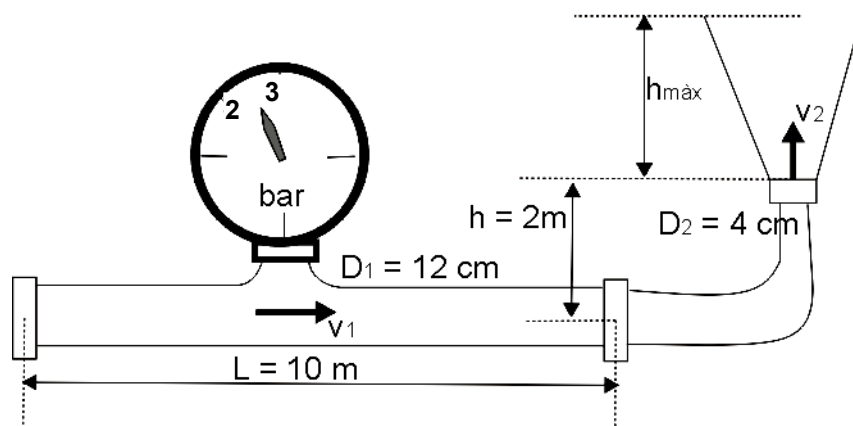
3. A la figura es representa un dipòsit d'aigua destil·lada on la pressió sobre la superfície lliure (punt A) és l'atmosfèrica $P_{atm} = 10^5$ Pa. El diàmetre del tub de sortida del dipòsit és $D_B = 2$ cm, el de sortida de l'aixeta és $D_C = 1$ cm i tots dos són molt més petits que el diàmetre del dipòsit, D_A . Si quan s'obre l'aixeta s'observa que per omplir un recipient de 1 l es triguen 2,5 s, determinar:
- El cabal i les velocitats en A, B i C.
 - Les pressions en els punts A, B i C. ($\rho_{H_2O} = 1000$ Kg/m³)

Si ara connectem a l'aixeta una mànega horitzontal de longitud $l = 10$ m i el mateix diàmetre que l'aixeta, D_C , s'observa que per omplir un recipient de 1 l a la sortida de la mànega es triga 7,5 s.



- Per què creus que el temps és més gran ara que abans? Determinar el nou cabal i la nova pressió en C. ($\eta_{H_2O} = 10^{-3}$ Pa·s)
4. L'artèria aorta d'un home té un diàmetre de 2 cm. Sabent que el cabal de sang que bombeja el cor és de l'ordre de 5 litres/min:
- Calcular la velocitat mitja de la sang a l'aorta.
 - Sabent que els tubs capil·lars tenen un diàmetre mig de $8 \mu\text{m}$ i que la velocitat mitja de la sang quan passa per ells és de 0,4 mm/s, estimar el nombre total de capil·lars que són alimentats per l'aorta.
5. Coneixent les dades del problema anterior i sabent que el coeficient de viscositat de la sang a 37 °C és de 4 cP (cP = centipoise):
- Determinar la pèrdua de pressió per unitat de longitud a l'aorta.
 - Realitzar un diagrama de la velocitat de la sang a l'interior de l'aorta en funció de la distància a les parets. Comparar-ho amb el valor de la velocitat mitja obtinguda en el problema anterior.

6. Un sortidor està alimentat per una canonada de 10 m de longitud i diàmetre $D = 12$ cm per la que passa aigua a 20°C i una pressió $P = 3,5$ bar. A l'extrem de la canonada s'ha instal·lat un brocal en forma de colze amb un forat de sortida de diàmetre $D = 4$ cm situat a una alçada de 2 m respecte a la canonada, (veure la figura). Es demana:
- (a) Suposant que el flux de l'aigua es pot considerar ideal, determinar les velocitats v_1 de l'aigua



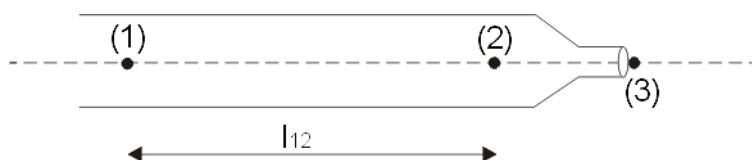
a la canonada i v_2 a la sortida del brocal. Determinar també, el cabal d'aigua del sortidor.

- (b) Determinar l'alçada màxima $h_{\text{màx}}$ a la que arribarà l'aigua que surt pel sortidor. Què podríem fer per augmentar aquesta alçada?
- (c) Determinar la pèrdua de pressió deguda a la viscositat experimentada pel flux de l'aigua a la canonada. A la vista del resultat, consideres encertat haver suposat que el flux de l'aigua era ideal?

NOTA: $P_{\text{atm}} = 10^5$ Pa; $\rho_{\text{aigua}} = 10^3$ Kg/m³; $\eta_{\text{aigua a } 20^\circ\text{C}} = 1\text{cP}$.

7. Quina sobrepressió és necessària per injectar aigua amb una agulla hipodèrmica de 2 cm de longitud i 0,3 mm de diàmetre a un ritme de 1 cm³/s? ($\eta_{\text{aigua a } 20^\circ\text{C}} = 1$ cP).
8. Per un tub de diàmetre $D = 2$ cm i longitud $L = 30$ m circula aigua a temperatura ambient. La diferència de pressió entre l'entrada i la sortida del tub és de 1 atm.
- (a) Determinar el cabal i la velocitat mitja de l'aigua que circula pel tub.
- (b) Si degut a una deposició de calç el diàmetre interior del tub es redueix de D a $(0,8 \cdot D)$ en tota la seva longitud, mantenint la diferència de pressió entre l'entrada i la sortida, quin serà el nou cabal d'aigua?
- (c) Si augmentem la temperatura de l'aigua que circula pel tub, Variarà el cabal? Per què?.
- NOTA: La viscositat de l'aigua a temperatura ambient és $\eta = 1$ cP.

9. Per un tub horitzontal (veure figura) hi circula petroli que acaba sortint a l'exterior amb un cabal de 50 m³/min. El diàmetre del tub en els punts 1 i 2 és de 1 m i en el punt 3 és de 0,8 m. Considerant el fluid ideal:

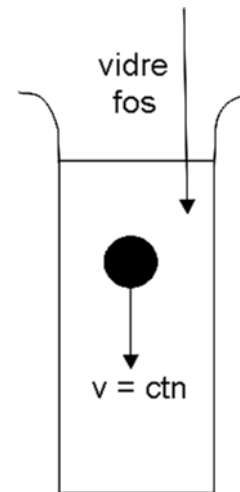


- (a) Determinar les velocitats en els punts 1, 2 i 3.
- (b) Determinar les pressions en els punts 1, 2 i 3.

- (c) Considerant el petroli com un fluid real (viscós), calcular la diferència de pressions entre els punts 1 i 2, sabent que el coeficient de viscositat val $0,8 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ i la distància entre els punts 1 i 2 és de 10 Km .

NOTA: $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$; $\rho_{\text{petroli}} = 920 \text{ Kg/m}^3$.

10. Un experiment per determinar el coeficient de viscositat del vidre fos consisteix en deixar caure una esfera massissa d'acer en un recipient que conté el vidre. S'observa que poc després d'haver penetrat en ell, la velocitat de la bola d'acer en la seva trajectòria vertical descendent és constant i molt petita (el règim de flux pot ser considerat laminar).



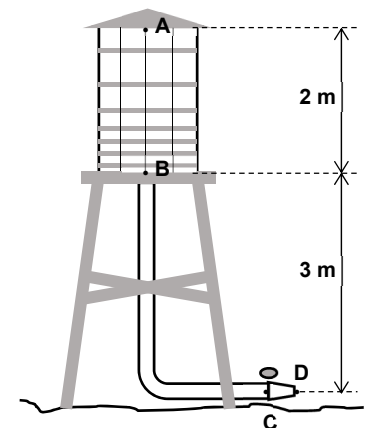
- (a) Determinar totes les forces que actuen sobre la bola d'acer, especificant qui fa cada una d'elles. Com expliques que la velocitat de la bola d'acer arribi a ser constant?
 (b) Obtenir l'expressió de la velocitat constant de caiguda de la bola en funció del seu radi, la seva densitat i la densitat i el coeficient de viscositat del vidre fos.

Si tenim un recipient ple de vidre fos a 1000°C i deixem caure en el seu interior una bola d'acer de 6 cm de diàmetre, observem que la seva velocitat constant de caiguda és 1 cm/s . Calcular el coeficient de viscositat del vidre a 1000°C , sabent que la densitat de l'acer és de $7,6 \text{ g/cm}^3$ i la del vidre $2,5 \text{ g/cm}^3$.

A la vista del resultat obtingut, et sembla que el vidre fos a 1000°C és molt viscós?

11. Una estudiant d'òptica amb inquietuds investigadores realitza el següent experiment: deixa caure simultàniament una formiga, un ratolí i al seu promès des d'una alçada de 120 m . Observa que el noi, que és més llest, arriba el primer al terra i allà es queda immòbil. Al cap d'un moment arriba el ratolí i resulta lleugerament commocionat. Més tard arriba la formiga que després de tocar el terra segueix manifestant un comportament normal. L'estudiant, que era molt inquieta, repeteix l'experiment (tenia dos promesos) dins d'un gran tub en el que hi ha el buit. En aquesta ocasió observa que els tres arriben simultàniament a terra i allí queden immòbils. Raonar els resultats de les experiències.

12. A la figura s'hi representa un dipòsit elevat, fet de fusta i reforçat amb anelles metàl·liques que l'envolten, el qual proporciona aigua per regar una granja. La base del dipòsit es troba a 3 m de terra i la seva altura és de 2 m (veure figura). L'aigua surt del dipòsit pel tub BC, de diàmetre $D_C = 4 \text{ cm}$, connectat a una aixeta, el broc de la qual té un diàmetre $D_D = 2 \text{ cm}$. El dipòsit no està tancat hermèticament i el seu diàmetre és molt més gran que els dels tubs D_C i D_D .



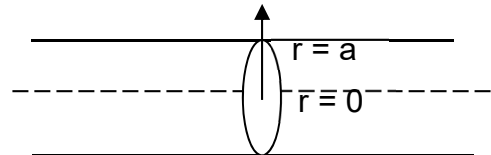
- (a) Quan l'aixeta és tancada,
 i. determinar les pressions en els punts A (superfície lliure de l'aigua del dipòsit), B (a la base del dipòsit) i C (just abans de la clau de pas de l'aixeta).
 ii. Per què creus que les anelles metàl·liques estan més juntes entre sí en la zona propera a la base (punt B)? En quina llei física es basa el teu raonament?
- (b) Quan l'aixeta és oberta i suposant que l'aigua es comporta com un fluid ideal,
 i. determinar la velocitat a la que surt l'aigua pel broc D, v_D , les velocitats v_A i v_C , i el cabal, C.
 ii. Determinar les pressions en els punts A, C i D.
 iii. Per què creus que el dipòsit s'ha construït elevat respecte el terra?

- (c) Es connecta a l'aixeta de sortida una mànega horitzontal de longitud $L = 100$ m i el mateix diàmetre que el broc (D_D). En aquestes condicions l'aigua es comporta com un fluid real, i el cabal que circula és $C' = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.
- Aquest nou cabal, és major o menor que el calculat en l'apartat (b)? A què creus que és degut?
 - Determinar la nova pressió en el punt D.

NOTA: $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$; $\rho_{\text{aigua}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$; $\eta_{\text{aigua}} = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

SOLUCIONS.

- $C = 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$; $v_{m2} = v_{m3} = 1,27 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$
 - $P_2 = 140\,743,66 \text{ Pa}$
 - $h = 1,6 \text{ m}$
 - $\phi \uparrow \Rightarrow C \uparrow$; $\ell \uparrow \Rightarrow C \uparrow$; $P_1 \uparrow \Rightarrow P_2 \uparrow \Rightarrow C \uparrow$; $T \uparrow \Rightarrow \eta \downarrow \Rightarrow C \uparrow$
- $C_1 = 8,333 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$; $v_1 = 0,29 \text{ m/s}$; $C_3 = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$
 - $v_4 = 3,18 \cdot 10^{-7} \text{ m/s} \approx 0$; $v_3 = v_2 = 0,035 \text{ m/s}$.
 - $(P_3)_{\text{manòmetre}} = 49999,4 \text{ Pa}$
 - $P_3 - P_2 = 377,25 \text{ Pa}$.
- $C = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$; $v_A \approx 0$; $v_B = 1,27 \text{ m/s}$; $v_C = 5,09 \text{ m/s}$
 - $P_A = P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$; $P_C = P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$; $P_B = 112147,6 \text{ Pa}$
 - $C' = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$; $P_C = 105418,9 \text{ Pa}$
- $v = 0,265 \text{ m/s}$
 - $h = 4,1 \cdot 10^9 \text{ capil·lars}$
- $\Delta P / \ell = 84,88 \text{ Pa/m}$
 - Perfil parabòlic de velocitats;
 $v_{(r=a)} = 0$; $v_{(r=0)} = 0,53 \text{ m/s}$
- $v_1 = 2,4 \text{ m/s}$; $v_2 = 21,6 \text{ m/s}$; $C = 27 \text{ l/s}$
 - $h = 23,3 \text{ m}$; $P_2 \downarrow$, $P_1 \uparrow$ y $T \uparrow$
 - $\Delta P = 53 \text{ Pa} \ll 2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- $\Delta P = 1,006 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ at}$
- $C = 13 \text{ l/s}$; $v = 41,38 \text{ m/s}$
 - $C = 5,32 \text{ l/s}$
 - $T \uparrow \Rightarrow C \uparrow$
- $v_1 = v_2 = 1,06 \text{ m/s}$; $v_3 = 1,65 \text{ m/s}$
 - $P_1 = P_2 = 100735,49 \text{ Pa}$; $P_3 = 10^5 \text{ Pa}$
 - $P_1 - P_2 = 271624,43 \text{ Pa}$
- Pes (terra), empenya (fluid), força de resistència (fluid);
 F_r es proporcional a $v \Rightarrow$ velocitat límit
 - $\eta = 999,6 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Molt viscos.



11. a) Els cossos arriben a terra amb velocitat límit degut a la resistència de l'aire. La velocitat límit és proporcional a les dimensions del cos $\Rightarrow (v_1)_{\text{nòvio}} > (v_1)_{\text{ratolí}} > (v_1)_{\text{formiga}}$

b) No hi ha força de resistència \Rightarrow els tres cossos cauen amb acceleració = g, constant.

12)

a)

i) $P_A = P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$; $P_B = 120\,000 \text{ Pa}$; $P_C = 150\,000 \text{ Pa}$.

ii) La pressió és més gran a la part baixa del dipòsit ($P_B - P_A = \rho g(z_B - z_A)$).

b)

i) $v_A \approx 0$; $v_D = 10 \text{ m/s}$; $v_C = 2,5 \text{ m/s}$. $C = 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

ii) $P_A = P_D = P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$; $P_C = 146\,875 \text{ Pa}$.

iii) Per tenir més pressió en el punt C o, el que és equivalent, obtenir més cabal a la sortida del tub.

c)

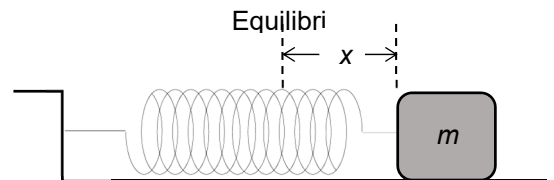
i) Forces viscoses contràries al moviment.

ii) $P'_D = 138197,2 \text{ Pa}$.

Lliçó 7: OSCIL·LACIONS.

- Una boia ancorada prop d'una platja puja i baixa amb les ones. L'oscil·lació vertical de la boia en funció del temps ve determinada per l'equació $y(t) = 1,2 \cdot \cos(0,5t + \pi/6)$, on y s'expressa en metres i t en segons.
 - Determineu l'amplitud, la freqüència angular, la fase inicial, la freqüència i el període del moviment.
 - Quina és la posició vertical de la boia en l'instant de temps $t = 1$ s?
 - Amb les constants determinades a l'apartat a), escriure les equacions de la velocitat i l'acceleració com a funcions del temps.
 - Calcular els valors inicials ($t = 0$) de la posició, la velocitat i l'acceleració de la boia.
- Un objecte oscil·la amb una freqüència angular $\omega = 8$ rad/s. En l'instant $t = 0$ l'objecte es troba en $x = 4$ cm, amb una velocitat inicial $v_0 = -25$ cm/s.
 - Determinar l'amplitud i la fase inicial per aquest moviment.
 - Escriu l'equació de la posició x en funció del temps.
 - En quin instant de temps es troba l'objecte en la posició $x = -A$?

- Un objecte de massa $m = 2$ Kg es subjecta a una molla, tal com mostra la figura. La constant elàstica de la molla és $k = 196$ N/m. Es manté l'objecte a una distància $x = 5$ cm de la posició d'equilibri i el deixem anar en l'instant $t = 0$.



- Determineu la freqüència angular, la freqüència i el període de l'oscil·lació.
 - Quina és l'amplitud del moviment? I la fase inicial?
 - Escriu l'equació de la posició x en funció del temps.
 - Representeu gràficament la posició x en funció del temps.
- L'equació genèrica per descriure un moviment és $x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \delta)$. Determinar el valor de la fase inicial, δ , en els següents casos:
 - la posició inicial (instant $t = 0$) és $x_0 = 0$;
 - la posició inicial és $x_0 = A$;
 - la posició inicial és $x_0 = -A$;
 - la posició inicial és $x_0 = A/2$.
 - La posició d'una partícula amb moviment harmònic simple ve determinada per l'equació $x(t) = 0,07 \cdot \cos(6\pi t)$, on x s'expressa en metres i t en segons.
 - Determinar la freqüència, el període, l'amplitud del moviment i la fase inicial.
 - Quina és la posició del cos en l'instant $t = 0,2$ s?
 - Quin és el primer instant de temps (després de l'instant inicial $t = 0$) en que la partícula està en la posició d'equilibri? En quin sentit es mou en aquest instant?
 - Un objecte oscil·la unit a una molla i la seva equació de moviment és $x(t) = 0,1 \cdot \cos(10t)$, on x s'expressa en metres i t en segons.
 - Determinar l'amplitud del moviment, el període, la freqüència, la freqüència angular i la fase inicial.
 - Quina és la velocitat màxima de l'objecte?

- c) En quin moment (després de l'instant inicial $t = 0$) s'assoleix per primera vegada aquesta velocitat màxima?
- d) Quina és l'acceleració màxima de l'objecte?
- e) En quin moment (després de l'instant inicial $t = 0$) s'assoleix per primera vegada aquesta acceleració màxima?
7. Un objecte de massa $m = 2,4$ Kg està unit a una molla horitzontal de constant elàstica $k = 4500$ N/m. La molla s'estira 10 cm des de l'equilibri i es deixa anar. Determinar:
- a) l'amplitud del moviment, la freqüència, el període i la fase inicial. Escriure l'equació de moviment;
- b) la velocitat màxima i l'acceleració màxima.
- c) En quin instant de temps assoleix l'objecte la posició d'equilibri per primera vegada? Quina és l'acceleració en aquest moment?
8. Un objecte de massa $m = 3$ Kg subjectat a una molla horitzontal, oscil·la amb una amplitud $A = 10$ cm i una freqüència $f = 2,4$ Hz.
- a) Quina és la constant elàstica de la molla? I el període del moviment?
- b) Quina és la velocitat màxima de l'objecte? En quina posició es troba l'objecte quan assoleix aquesta velocitat màxima?
- c) Quina és l'acceleració màxima de l'objecte? En quina posició es troba l'objecte quan assoleix aquesta acceleració màxima?
9. Quan una persona de massa $m = 85$ Kg puja a un cotxe de massa $M = 2400$ Kg, les ballestes de suspensió descendeixen 2,35 cm.
- a) Quin valor de la constant elàstica li correspondria a cada una de les 4 ballestes?
- b) Suposant que no hi ha amortiment, amb quina freqüència oscil·larien el cotxe i el passatger damunt de les ballestes?
10. El període corresponent a l'oscil·lació d'una massa, $m = 0,75$ Kg, unida a una molla és $T = 1,5$ s. L'amplitud de l'oscil·lació és $A = 10$ cm.
- a) Calcular la constant elàstica de la molla.
- b) Si la posició de la massa a l'instant inicial és $x = +10$ cm, quina és l'equació de moviment, $x(t)$, de la massa?
- c) Calcular la velocitat i l'acceleració de la massa quan la seva posició és $x = +6$ cm.
11. Un cos està oscil·lant harmònicament amb un període de 0,5 s i amb una amplitud de 20 cm. Calcular:
- a) Els valors màxims de la velocitat i de l'acceleració.
- b) L'acceleració i la velocitat quan el cos es troba a 10 cm. del punt d'equilibri.
- c) El temps que tarda el cos a desplaçar-se des d'el punt d'equilibri a un punt separat 15 cm. d'ell.
- d) Escriure l'equació de la trajectòria del cos sabent que a l'instant inicial es troba a 10 cm. del punt d'equilibri.

SOLUCIONS.

1.

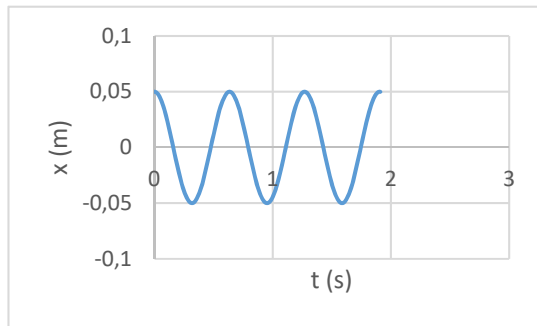
- a) $A = 1,2 \text{ m}$; $w = 0,5 \text{ rad}$; $\delta = \pi/6 \text{ rad}$; $f = 0,079 \text{ Hz}$; $T = 12,56 \text{ s}$.
- b) $y = 0,6 \text{ m}$
- c) $v = -0,6 \cdot \sin(0,5t + \pi/6)$; $a = -0,3 \cdot \cos(0,5t + \pi/6)$
- d) $y = 1,039 \text{ m}$; $v = -0,6 \text{ m/s}$; $a = -0,26 \text{ m/s}^2$.

2.

- a) $\delta = 0,66 \text{ rad}$; $A = 0,0507 \text{ m}$.
- b) $x = 0,0507 \cdot \cos(8t + 0,66)$
- c) $t = 0,31 \text{ s}$.

3.

- a) $w = 9,9 \text{ rad/s}$; $T = 0,63 \text{ s}$; $f = 1,57 \text{ Hz}$.
- b) $A = 0,05 \text{ m}$; $\delta = 0$.
- c) $x = 0,05 \cdot \cos(9,9 \cdot t)$
- d)



4.

- a) $\delta = 1,57 \text{ rad}$;
- b) $\delta = 0$;
- c) $\delta = \pi \text{ rad}$;
- d) $\delta = 1,047 \text{ rad} = \pi/3 \text{ rad}$.

5.

- a) $f = 3 \text{ Hz}$; $T = 0,33 \text{ s}$; $A = 0,07 \text{ m}$; $\delta = 0$.
- b) $x = -0,0566 \text{ m}$
- c) $t = 0,0833 \text{ s}$

6.

- a) $A = 0,1 \text{ m}$; $w = 10 \text{ rad/s}$; $\delta = 0$; $T = 0,628 \text{ s}$; $f = 1,59 \text{ Hz}$.
- b) $|v_{\max}| = 1 \text{ m/s}$; $t = 0,47 \text{ s}$.
- c) $|a_{\max}| = 10 \text{ m/s}^2$
- d) $t = 0,314 \text{ s}$.

7.

- a) $A = 0,1 \text{ m}$; $T = 0,145 \text{ s}$; $f = 6,89 \text{ Hz}$; $\delta = 0$.
- b) $|v_{\max}| = 4,33 \text{ m/s}$; $|a_{\max}| = 187,7 \text{ m/s}^2$
- c) $T = 0,036 \text{ s}$; $a = 0$.

8.

- a) $T = 0,416 \text{ s}$; $k = 682,19 \text{ N/m}$
- b) $|v_{\max}| = 1,508 \text{ m/s}$; $x = 0$
- c) $|a_{\max}| = 22,74 \text{ m/s}^2$; en $x = A$ i en $x = -A$

9.

- a) $k = 264\,361,7 \text{ N/m}$
- b) $f = 3,28 \text{ Hz}$

10.

- a) $k = 13,16 \text{ N/m}$
- b) $\omega = 4,19 \text{ rad/s} = 4\pi/3 \text{ rad/s}; \delta = 0; \quad x(t) = 0,1 \cdot \cos\left(\frac{4}{3}\pi t\right)$
- c) $v = \pm 0,33 \text{ m/s}; a = - 1,053 \text{ m/s}^2$

11.

- a) $|v_{\max}| = 2,51 \text{ m/s}; |a_{\max}| = 31,58 \text{ m/s}^2$
- b) $v = \pm 2,18 \text{ m/s}; a = - 15,79 \text{ m/s}^2$
- c) $\Delta t = 0,067 \text{ s}$
- d) $x = 0,2 \cdot \cos(4\pi t + \pi/3)$

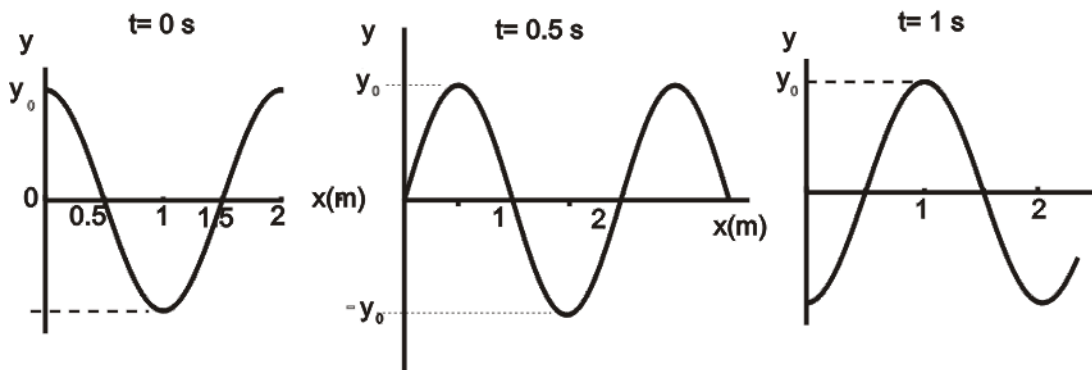
Lliçó 8: MOVIMENT ONDULATORI EN UNA DIMENSIÓ (1D)

1. El diàmetre d'una corda és $D = 0,23 \text{ mm}$ y la densitat del material amb el que està feta és $\rho = 7,9 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$. Determinar la densitat lineal de la corda.
2. El desplaçament transversal de les partícules d'una corda per on es propaga una ona harmònica és $y = 0,3 \cdot \sin(4\pi x - \pi t)$, on x i y s'expressen en metres i t en segons.
 - a) L'ona es desplaça en el sentit creixent de l'eix x (d'esquerra a dreta) o en el sentit decreixent (de dreta a esquerra)?
 - b) Quin és el valor de y quan $x = 13 \text{ m}$ i $t = 38 \text{ s}$?
3. Una ona harmònica que es propaga de dreta a esquerra (sentit $-x$) per una corda, té les propietats següents: amplitud $0,4 \text{ m}$; període $0,8 \text{ segons}$; velocitat de propagació 12 m/s . Escriure la funció d'ona.
4. Mitjançant un oscil·lador unit a un dels seus extrems, es genera una ona harmònica en una corda. La freqüència de l'oscil·lador és f i la tensió a la que està sotmesa la corda és *Tensió* = 58 N . Si es duplica la freqüència de l'oscil·lador ($f' = 2f$), a quin valor s'haurà d'ajustar la tensió per tal que la nova ona tingui la mateixa longitud d'ona que la primera?
5. El desplaçament transversal de les partícules d'una corda per on es propaga una ona harmònica és $y = y_0 \cdot \sin(\pi x - 6\pi t + 2)$, on x i y s'expressen en metres i t en segons.
 - a) En l'instant $t = 0$, sobre quins punts de la corda es troben les dues primeres crestes (màxims d'ondulació)?
 - b) En el punt $x = 0,3 \text{ m}$, quin és el primer instant de temps en que el desplaçament transversal és màxim ($y = y_0$)?
6. El so es propaga a 340 m/s en l'aire i a 1500 m/s en l'aigua. Es produeix un so sota l'aigua d'una piscina amb freqüència $f = 256 \text{ Hz}$, que s'escolta des de fora estant.
 - a) Quin és el valor de la freqüència escoltada des de fora?
 - b) I el de la longitud d'ona?
7. Les balenes es comuniquen mitjançant l'emissió de sons que es transmeten per l'aigua. Una balena emet un so de freqüència $f = 50 \text{ Hz}$.
 - a) Quant temps triga el so en recórrer una distància $\Delta x = 1,2 \text{ Km}$?
 - b) Quina longitud d'ona li correspon a aquest so en l'aigua?
 - c) Si la balena és prop de la superfície, una part de l'energia sonora es transmet cap a l'aire. Quines serien la freqüència i la longitud d'ona d'aquest so en l'aire?

NOTA: velocitat de propagació del so en l'aigua $v_{\text{aigua}} = 1500 \text{ m/s}$; en l'aire $v_{\text{aire}} = 340 \text{ m/s}$.

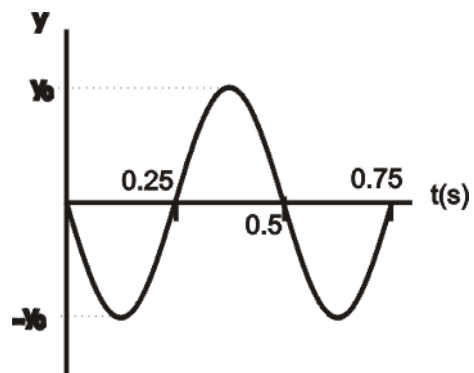
8. Quan es polsa la corda d'una guitarra es genera en ella una ona transversal. En el cas d'una guitarra elèctrica, la longitud de cada corda és $\ell = 0,629 \text{ m}$ i la tensió a la que estan sotmeses és *Tensió* = 226 N . La massa de la corda corresponent al "mi" agut és $m_a = 0,208 \text{ g}$ i la corresponent al "mi" més greu és $m_g = 3,32 \text{ g}$. Calcular la velocitat de propagació de la pertorbació generada en cada una de les dues cordes.

9. Una corda penja verticalment del sostre. La velocitat de propagació de les ones que es propaguessin en ella, seria la mateixa en tots els trams de la corda?
10. La densitat lineal de la corda "la" d'un violí és $\mu = 7,8 \cdot 10^{-4}$ Kg/m. Una ona que es desplaça sobre la corda té una freqüència de 440 Hz i una longitud d'ona de 65 cm. Quina és la tensió de la corda?
11. Una ona harmònica transversal de longitud d'ona igual a 2 cm es propaga d'esquerra a dreta a una velocitat de $v = 1$ cm/s i té una amplitud $y_0 = 1$ cm. Calcular el període de l'ona. Determinar la funció que descriu aquesta ona. Representar gràficament els perfils de l'ona en els instants $t = 0, T/4, T/2, 3T/4$ i T , on T és el període. Representar gràficament també l'oscil·lació en el temps del punt emissor ($x = 0$) i dels punts que es troben respectivament a 0,5, 1, 1,5, i 2 cm de l'emissor.
12. Tenim una ona harmònica que es propaga cap a la dreta per una corda. L'evolució temporal de l'ona en el punt $x = 0$ ve donada per l'expressió:
- $$y(0, t) = y_0 \sin(-100 \pi t) \quad (t \text{ en segons})$$
- i l'expressió que descriu la forma de la corda en l'instant $t = 0$ és
- $$y(x, 0) = y_0 \sin(4 \pi x) \quad (x \text{ en metres})$$
- a) Determinar el període, la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de propagació de la pertorbació. Escriure la funció d'ona $y(x, t)$.
- b) Representar gràficament l'evolució temporal de la pertorbació en els punts $x = 0,125$ m i $x = 0,250$ m.
- c) Representar gràficament la forma de l'ona en els instants $t = 0,005$ s i $t = 0,010$ s.
13. A la figura s'ha representat l'estructura espacial d'una pertorbació que es propaga en el sentit positiu de l'eix de les X, en tres instants successius.
- a) Determinar la longitud d'ona, la velocitat, la freqüència i el període de la pertorbació. Escriure la seva funció d'ona.
- b) Representar la forma de la pertorbació en funció del temps en el punt $x = 0$ m.



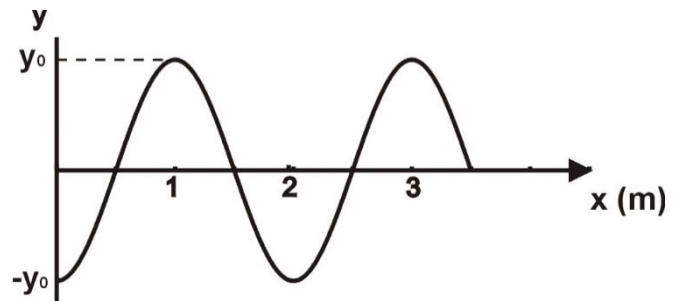
14. A la figura es representa l'evolució temporal d'una pertorbació harmònica en el punt $x = 0$. Si aquesta pertorbació es desplaça cap a la dreta amb una velocitat de 2 m/s, es pregunta:

- Determinar el període, la freqüència i la longitud d'ona de la pertorbació. Escriure la seva funció d'ona.
- Representar l'evolució temporal de la pertorbació en els punts $x = 0,5$ m i $x = 1$ m.
- Representar la forma de la pertorbació a l'instant $t = 0$ s i en $t = 0,75$ s.



15. A la figura adjunta s'ha representat l'estructura espacial d'una pertorbació harmònica en el temps $t = 0$ s. Si aquesta pertorbació es desplaça cap a la dreta amb una velocitat de 0,5 m/s es demana:

- Representar l'estructura espacial de la pertorbació en els instants de temps $t = 1$ s i $t = 4$ s.
- Determinar la longitud d'ona, la freqüència, el període i la fase inicial de la pertorbació. Escriure la seva funció d'ona.
- Representar la forma de la pertorbació en funció del temps en els punts $x = 0$ m i $x = 15$ m.



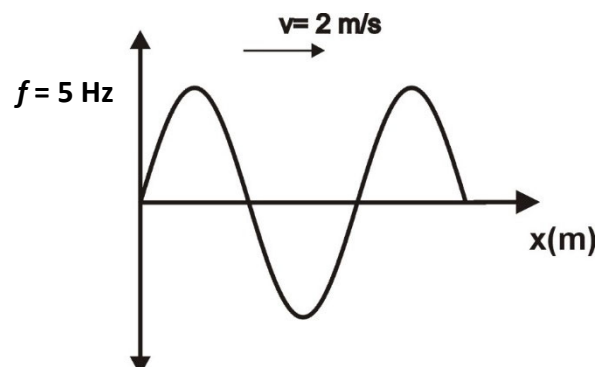
16. La funció d'ona corresponent a una ona harmònica en una corda és:

$$y(x, t) = 0,001 \sin(62,8x + 314t)$$

on x i y es mesuren en metres i t en segons.

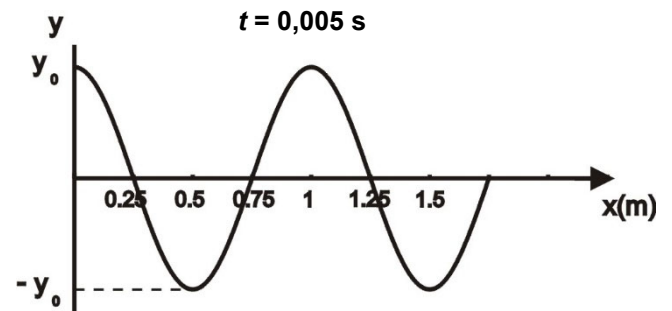
- En quin sentit es propaga l'ona? Quina serà la seva velocitat?
- Trobar la longitud d'ona, la freqüència i el període.
- Quin és el desplaçament màxim d'un punt qualsevol de la corda?
- Representar gràficament la forma de l'ona per $t = 0$ i la dependència temporal de la pertorbació en el punt $x = 0$.

17. En un extrem d'una corda perfectament elàstica apliquem un moviment harmònic en la direcció transversal de freqüència $f = 5$ Hz que genera una ona harmònica que es propaga per la corda cap a la dreta amb una velocitat $v = 2$ m/s i una amplitud de 3 cm. Suposant que la corda és infinitament llarga, es pregunta:



- a) Determinar la longitud d'ona, el període i la freqüència angular de la pertorbació. Escriure la seva funció d'ona (suposem que a $t = 0$ s la pertorbació en $x = 0$ m és nul·la).
- b) Representar la forma de la pertorbació en funció del temps en $x = 0$ m i en $x = 0,6$ m.
- c) Representar l'estructura espacial de la pertorbació per $t = 0$ s.
- d) Si modifiquem el valor de la freqüència del moviment harmònic aplicat a l'extrem de la corda, variarà la velocitat amb la que es propaga l'ona harmònica? Per què?. Determinar la tensió a la que està sotmesa la corda, sabent que la seva densitat lineal de massa és de $0,2$ kg/m.

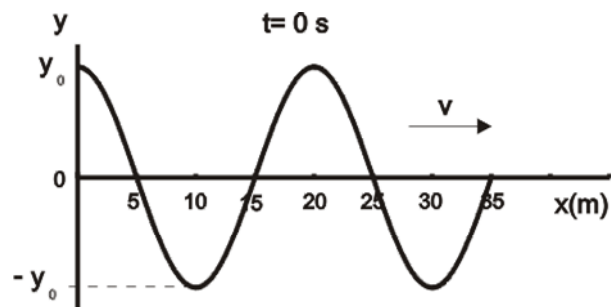
18. En un extrem d'una corda de densitat lineal de massa $\mu = 5$ g/m i sotmesa a una tensió de 50 N, provoquem, mitjançant un oscil·lador, una pertorbació harmònica transversal. La pertorbació es propaga per la corda de manera que a l'instant de temps $t = 0,005$ s la seva forma es la representada a la figura. Es demana:



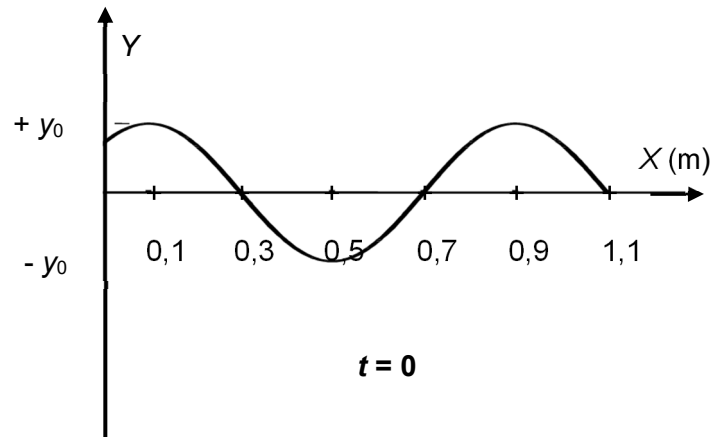
- a) Determinar la velocitat de propagació de la pertorbació per la corda. Determinar la longitud d'ona, la freqüència, el període i la fase inicial de la pertorbació. Escriure la seva funció d'ona, suposant que la pertorbació es propaga en el sentit positiu de l'eix X.
- b) Representar gràficament la forma de la corda a l'instant de temps $0,0025$ s. Sobre quins punts de la corda es troben els màxims d'ondulació (crestes) en aquest instant de temps?
- c) Representar el valor de la pertorbació en el punt $x = 1,5$ m en funció del temps. Canviarà la freqüència de la pertorbació si variem la freqüència d'oscil·lació de l'oscil·lador? I si canviem la tensió de la corda?

19. Per una corda de densitat lineal de massa $\mu = 0,5$ Kg/m es propaga una pertorbació harmònica transversal en el sentit positiu de l'eix X. Sabent que la corda està sotmesa a una tensió $T = 800$ N i que a l'instant $t = 0$ s la pertorbació en tots els seus punts és la representada a la figura, es demana:

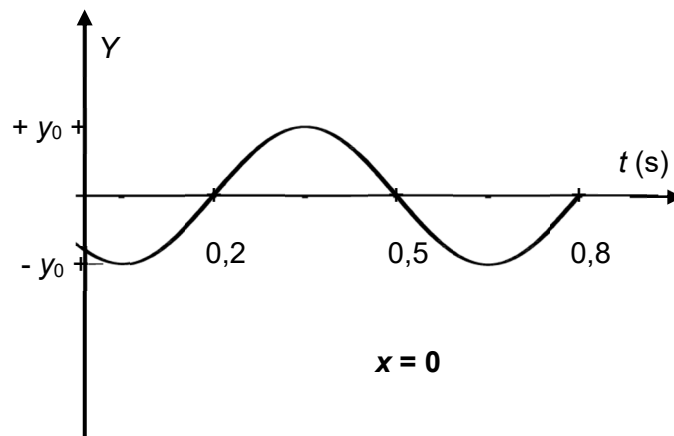
- a) Determinar la velocitat de propagació de la pertorbació. Representar gràficament la pertorbació de la corda a l'instant $t = 0,25$ s.
- b) Determinar la longitud d'ona λ , la freqüència f , el període T i la constant de fase inicial δ de la pertorbació. Escriure la seva funció d'ona.
- c) Representar la pertorbació en funció del temps en els punts $x = 0$ m i $x = 10$ m. Determinar dos punts de la corda que tinguin la mateixa fase que el situat en $x = 5$ m. Raonar la resposta.



20. A la figura es representa l'estructura espacial d'una ona harmònica que es propaga per una corda d'esquerra a dreta (sentit positiu de l'eix X) en l'instant $t = 0$ s. Si la freqüència d'oscil·lació és $f = 2,5$ Hz, determinar la longitud d'ona, el període, la fase inicial i la velocitat de propagació de l'ona. Escriure la seva funció d'ona.

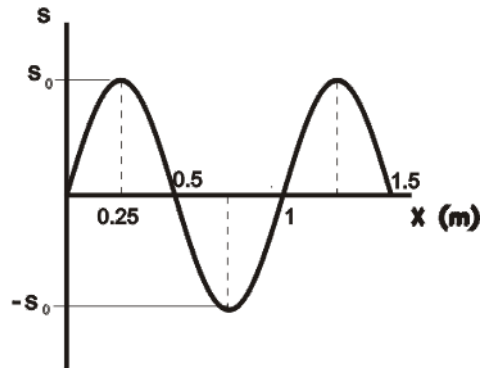


21. A la figura es representa l'evolució temporal d'una ona harmònica que es propaga per una corda en el punt $x = 0$. La perturbació es propaga d'esquerra a dreta amb una velocitat $v = 0,5$ m/s. Determinar la longitud d'ona, el període, la freqüència i la fase inicial de l'ona. Escriure la seva funció d'ona.



22. Un home assegut en una barca de 15 m de longitud observa que una ona tarda 5 s en recórrer la longitud de la barca, i que un suro flotant en l'aigua efectua 5 oscil·lacions completes en 4s. Calcula la velocitat de propagació de les ones i la seva longitud d'ona.

23. Un altaveu emet una ona harmònica acústica que es propaga en el sentit positiu de l'eix X. A la figura adjunta s'ha representat el desplaçament longitudinal s de les molècules en funció de la posició en un instant de temps determinat que prendrem com $t = 0$ s. Es demana:



- En quins punts de l'espai tindrem en el temps $t = 0$ s una acumulació de molècules?
- Determinar la longitud d'ona, la freqüència i el període de l'ona acústica (la velocitat del so en l'aire és 340 m/s).
- Representar gràficament el desplaçament que experimenta una molècula situada en la posició $x = 0,25$ m en funció del temps. Com serà el moviment d'aquesta molècula?

SOLUCIONS.

1) $\mu = 3,28 \cdot 10^{-4} \text{ Kg/m}^3$.

2)

- Sentit creixent
- $\gamma = 0$

3) $y(x, t) = y_0 \sin\left(\frac{5\pi}{24} x + \frac{5\pi}{2} t\right)$

4) $Tensió_2 = 232 \text{ N}$.

5)

- $x = 1,86 \text{ m}; x = 3,86 \text{ m}$.
- $T = 0,0726 \text{ s}$.

6)

- $f = 256 \text{ Hz}$ (la freqüència depèn de la font, no del medi)
- $\lambda = 1,328 \text{ m}$

7)

- $\Delta t = 0,8 \text{ s}$
- $\lambda_{\text{aigua}} = 30 \text{ m}$
- $\lambda_{\text{aire}} = 6,8 \text{ m}$

8) $v_a = 896,88 \text{ m/s}; v_g = 206,9 \text{ m/s}$.

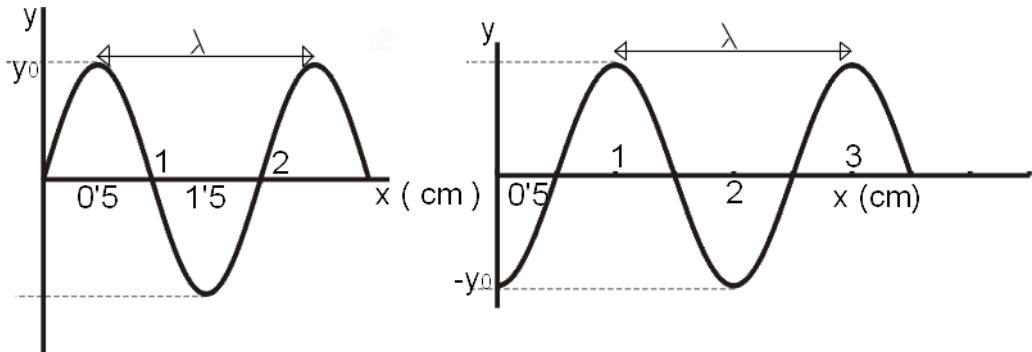
9) la velocitat de propagació disminueix a mesura que ens allunyem del sostre.

10) $Tensió = 63,8 \text{ N}$.

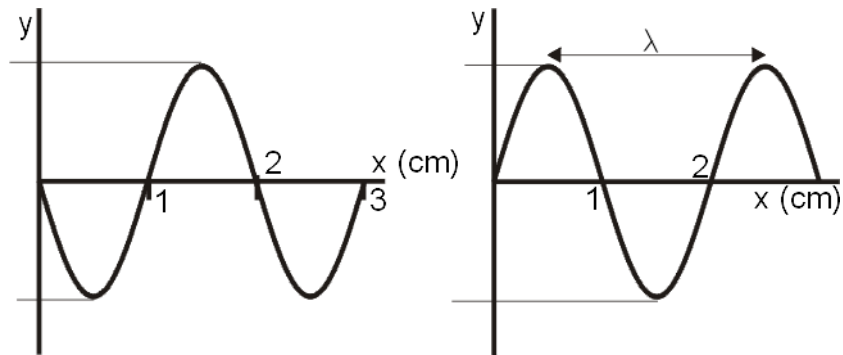
11)

- $T = 2 \text{ s}$
- $k = \pi \text{ cm}^{-1}; y = y_0 \cdot \sin(kx - \omega t) = 1 \sin(\pi \cdot (x - t)); \omega = \pi \text{ rad/s}$

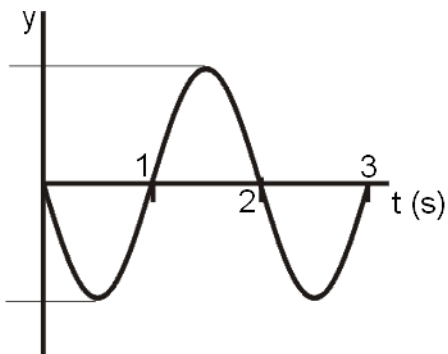
c) $t = 0; y = y_0 \cdot \sin \pi x$ $t = T/4 = 0,5 \text{ s}; y = y_0 \cdot \sin (\pi x - \pi/2)$



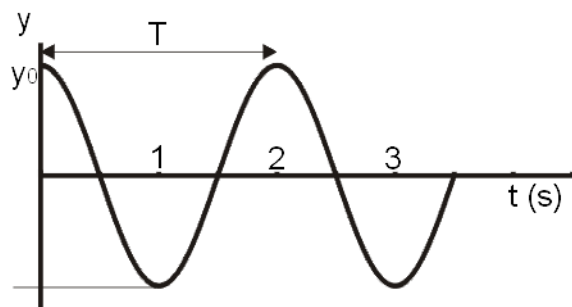
$t = T/2 = 1 \text{ s}; y = y_0 \cdot \sin (\pi x - \pi)$ $t = T = 2 \text{ s}; y = y_0 \cdot \sin (\pi x - 2\pi)$



d) $x = 0; y = y_0 \cdot \sin (0 - \pi t)$



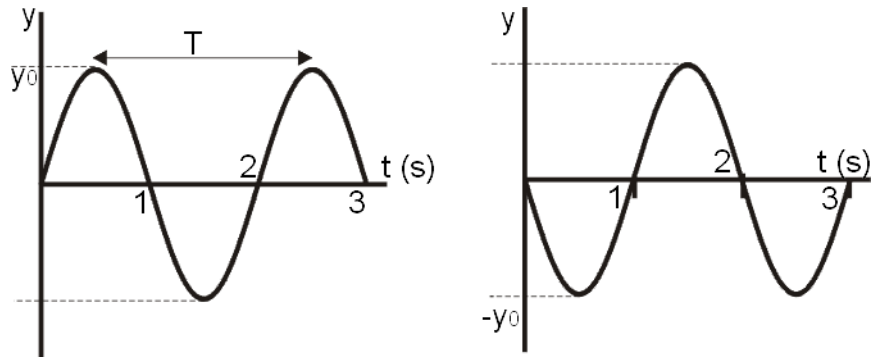
$x = 0,5; y = y_0 \cdot \sin (\pi/2 - \pi t)$



$x = 1; y = y_0 \cdot \sin (\pi - \pi t)$

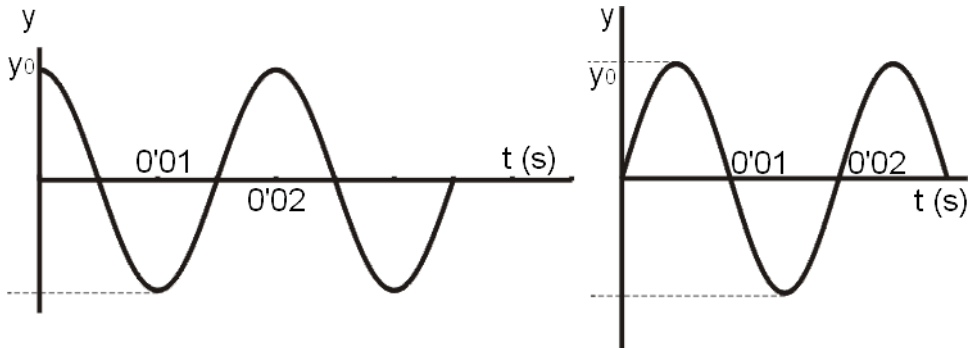
$x = 2; y = y_0 \cdot \sin (2\pi - \pi t)$

Evolució temporal igual que la del punt emissor d'acord amb la definició de λ .

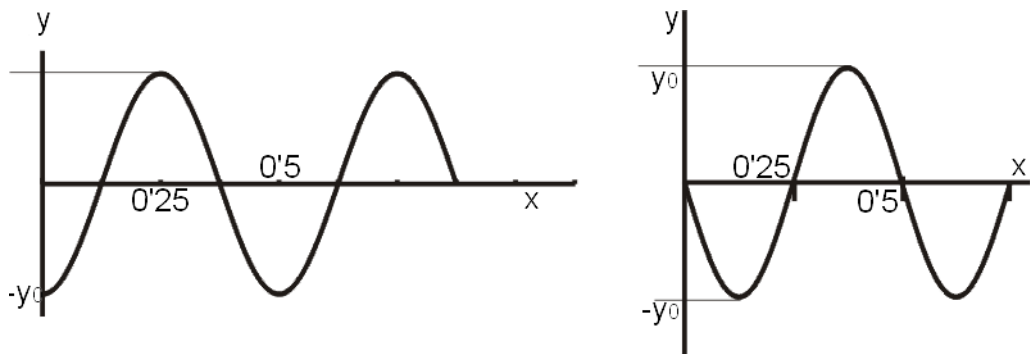


12)

- a) $\omega = 100\pi$; $f = 50$ Hz; $T = 0,02$ s; $k = 4\pi$; $\lambda = 0,5$ m; $v = 25$ m/s; $y = y_0 \cdot \sin(4\pi x - 100\pi t)$
 b) $x = 0,125$; $y = y_0 \cdot \sin(\pi/2 - 100\pi t)$ $x = 0,250$; $y = y_0 \cdot \sin(\pi - 100\pi t)$

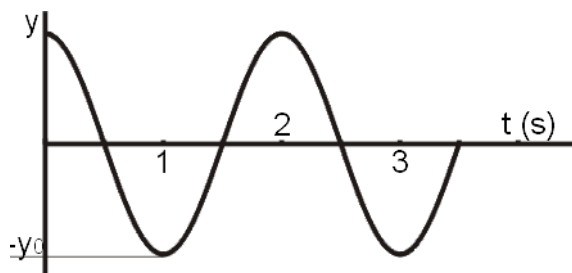


- c) $t = 0,005$ s; $y = y_0 \cdot \sin(4\pi x - \pi/2)$ $t = 0,01$ s; $y = y_0 \cdot \sin(4\pi x - \pi)$



13)

- a) $\lambda = 2$ m; $v = 1$ m/s; $T = 2$ s; $y = y_0 \cdot \sin(\pi x - \pi t + \delta)$; $k = \pi$ m⁻¹; $\delta = \pi/2$ rad; $\omega = \pi$ rad/s.
 b) $x = 0 \rightarrow y = y_0 \cdot \sin(-\pi t + \pi/2)$;

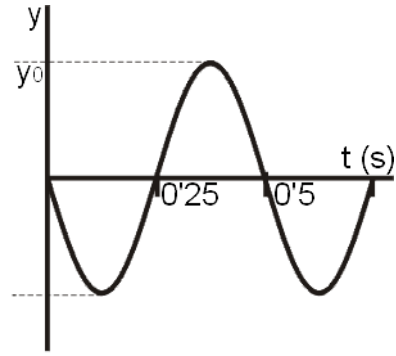
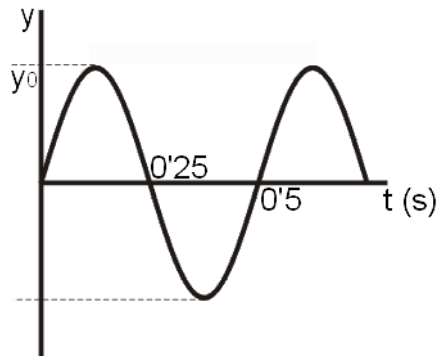


14)

a) $T = 0,5 \text{ s}; f = 2 \text{ Hz}; \lambda = 1 \text{ m}; y = y_0 \cdot \sin(2\pi x - 4\pi t)$

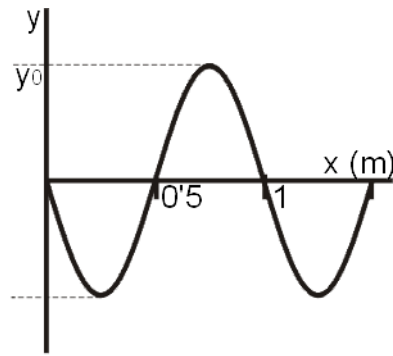
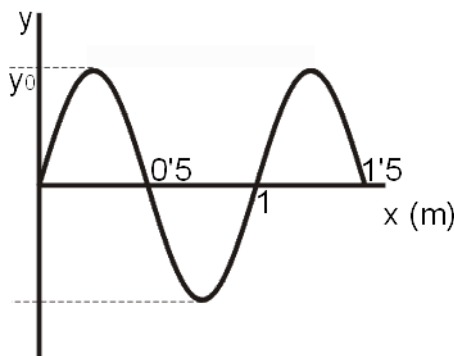
b) $x = 0,5 \text{ m}$

$x = 1 \text{ m}$



c) $t = 0 \text{ s}$

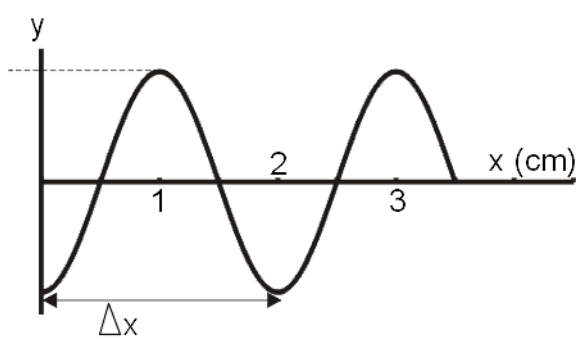
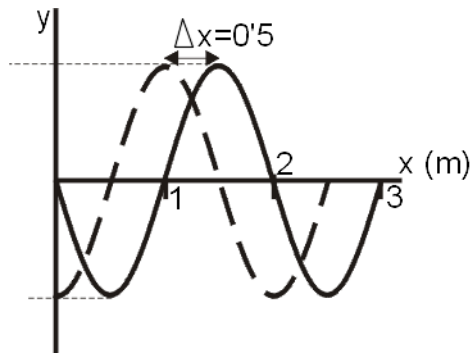
$t = 0,75 \text{ s}$



15)

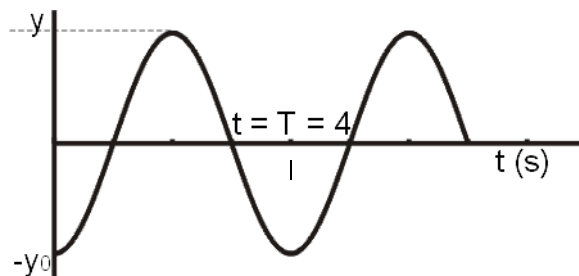
a) $t = 1 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = v \cdot t = 0,5 \text{ m}$

$t = 4 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = 2 \text{ m}$

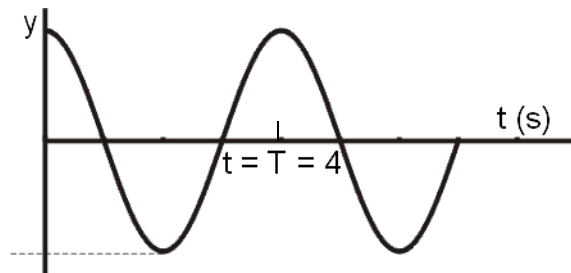


b) $\lambda = 2 \text{ m} \Rightarrow k = \pi \text{ m}^{-1}; f = 0,25 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = \pi / 2 \text{ s}^{-1}; T = 4 \text{ s}; \delta = -\pi / 2 \text{ rad}; y = y_0 \cdot \sin(\pi x - t\pi/2 - \pi/2)$

c) $x = 0 \Rightarrow y = y_0 \cdot \sin(-t\pi/2 - \pi/2)$



$$x = 15 \text{ m} \Rightarrow y = y_0 \cdot \sin (15\pi - t\pi/2 - \pi/2)$$



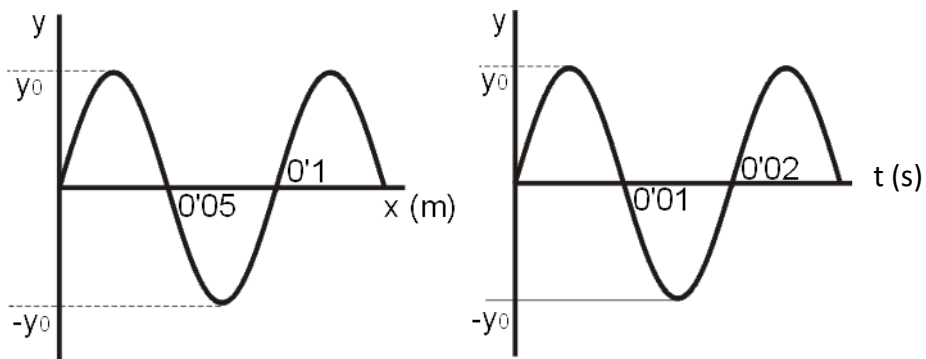
16)

a) Es propaga en el sentit negatiu de l'eix de les X. $v = 5 \text{ m/s}$

b) $\lambda = 0,1 \text{ m}; \quad f = 50 \text{ Hz}; \quad T = 0,02 \text{ s}$

c) $0,001 \text{ m}$

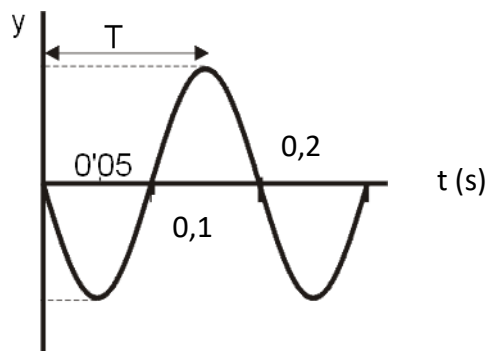
d) $t = 0$ $x = 0$



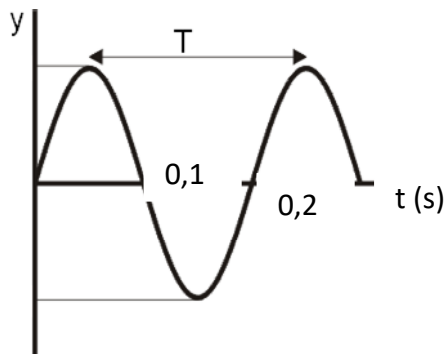
17)

a) $\lambda = 0,4 \text{ m}; \quad k = 5\pi; \quad T = 0,2 \text{ s}; \quad \omega = 10\pi; \quad y = y_0 \cdot \sin (5\pi x - 10\pi t)$

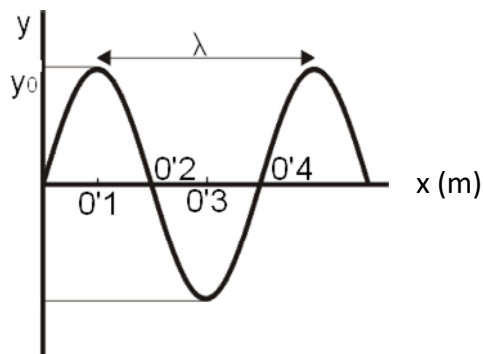
b) $x = 0; \quad y = y_0 \cdot \sin (- 10\pi t)$



$x = 0,6 \text{ m}; \quad y = y_0 \cdot \sin (3\pi - 10\pi t)$



$t = 0; \quad y = y_0 \cdot \sin 5 \cdot \pi \cdot x$

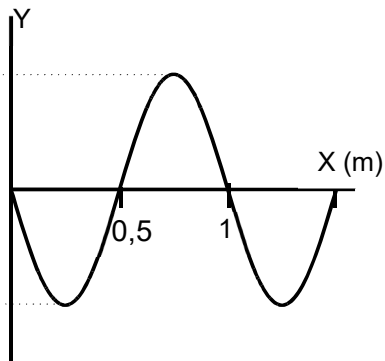


c) No; Tensió = 0,8 N

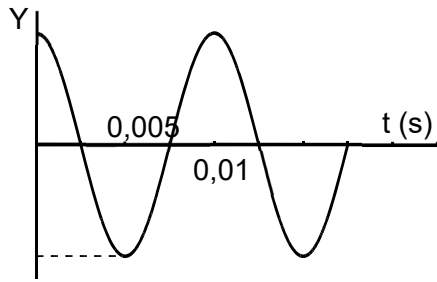
18)

a) $v = 100 \text{ m/s}; \lambda = 1 \text{ m}; f = 100 \text{ Hz}; T = 0,01 \text{ s}; \delta = +3\pi/2 \text{ rad}; y = y_0 \sin (2\pi x - 200\pi t + 3\pi/2)$

b)



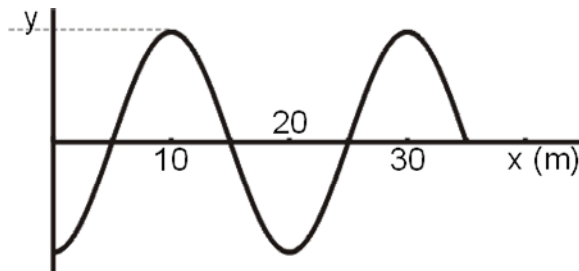
c)



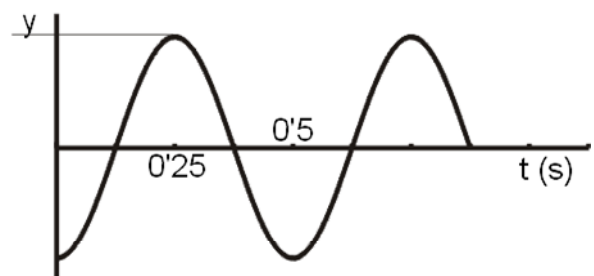
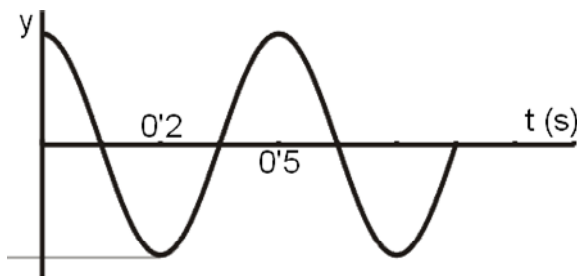
La freqüència f varia amb la freqüència del vibrador però no amb la tensió de la corda.

19)

a) $v = 40 \text{ m/s}$



b) $\lambda = 20 \text{ m}; T = 0,5 \text{ s}; f = 2 \text{ Hz}; \delta = \pi / 2; y = y_0 \cdot \sin (0,1\pi x - 4\pi t + \pi/2)$
 c) $x = 0$ $x = 10 \text{ m}$



Tots els punts separats de $x = 5 \text{ m}$ una distància múltiple de la longitud d'ona tindran, per definició, la seva mateixa fase. Per tant, $x = 25 \text{ m}$ i $x = 45 \text{ m}$ serien dues respostes possibles.

20) $\lambda = 0,8 \text{ m}; T = 0,4 \text{ s}; \delta = +\pi/4 \text{ rad}; v = 100 \text{ m/s}; y = y_0 \cdot \sin (2,5\pi x - 5\pi t + \pi/4)$

21) $\lambda = 0,3 \text{ m}; T = 0,6 \text{ s}; f = 5/3 = 1,67 \text{ Hz}; \delta = +5\pi/3 \text{ rad}; y = y_0 \sin ((20\pi/3)x - (10\pi/3)t + 5\pi/3)$

22) $v = 3 \text{ m/s}; \lambda = 2,4 \text{ m}$

23)

a) $t = 0 \text{ s} \Rightarrow x = 0,5; 1,5; 2,5 \text{ etc.}$

b) $\lambda = 1 \text{ m}; f = 340 \text{ Hz}; T = 1/340 \text{ s}; s = s_0 \cdot \sin (2\pi x - 680\pi t)$

c) $x = 0,25 \Rightarrow s = s_0 \cdot \sin (\pi/2 - 680\pi t)$ La molècula té un moviment harmònic simple.

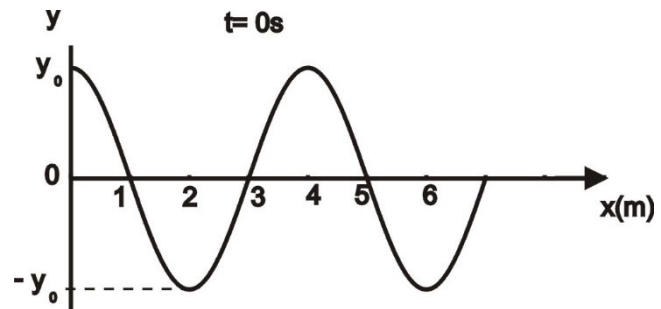
Lliçó 9: SUPERPOSICIÓ D'ONES EN UNA DIMENSIÓ.

- Dos altaveus idèntics oscil·len en fase mitjançant un oscil·lador comú d'àudio, emetent senyals ones harmòniques d'amplitud s_0 . En un punt situat a $x_1 = 5$ m d'un altaveu i a $x_2 = 5,17$ m de l'altre es situa un receptor. Si la freqüència del so que emeten els altaveus és $f = 1020$ Hz,
 - Quina longitud d'ona correspon a aquest so?
 - Escriure la funció d'ona de so corresponent a cada un dels altaveus, s_1 i s_2 .
 - Quina seria l'amplitud de l'ona resultant de la interferència de les dues ones en el punt on es troba el receptor?

NOTA: velocitat de propagació del so en l'aire $v_{aire} = 340$ m/s.

- A la figura es representa l'estructura espacial d'una perturbació que es propaga en el sentit positiu de l'eix X a l' instant $t = 0$ s. L'evolució temporal de l'ona en el punt $x = 0$ ve donada per l'expressió:

$$y(0, t) = y_0 \sin(-50\pi t + \pi/2)$$



- Determinar el període, la freqüència, la longitud d'ona, la velocitat de propagació i la fase inicial δ de l'ona. Escriure la funció d'ona $y(x, t)$.
- Representar gràficament l'estructura espacial de la perturbació a l' instant $t = 0,01$ s i l'evolució temporal de la perturbació en el punt $x = 3$ m.
- Quin seria el resultat de superposar l'ona estudiada amb un altra ona descrita per la següent funció?

$$y(x, t) = y_0 \sin((\pi/2)x - 50\pi t + 3\pi/2)$$

- L'equació d'una ona estacionària en una corda és:

$$y(x, t) = A \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$$

on $A = 0,04$ m, $k = 4\pi$ m⁻¹, $\omega = 800\pi$ rad/s. Es pregunta:

- Quina és la distància entre els nodes?
 - Quina és la longitud d'ona de les ones que es superposen per produir aquesta ona estacionària?
 - Quina és la freqüència de la vibració?
 - A quina velocitat es propaguen en la corda aquestes ones viatgeres?
 - Quines són les amplituds A' (si les suposem idèntiques), de les dues ones viatjeres que formen l'ona estacionària?
- Una corda de 3 m de longitud fixa en ambdós extrems vibra en el tercer harmònic. El desplaçament màxim d'un punt qualsevol de la corda és de 4 mm. La velocitat de les ones transversals en aquesta corda és de 50 m/s.
 - Quines són la longitud d'ona i la freqüència d'aquesta ona?
 - Escriure la funció d'ona corresponent.

5. En un dels extrems d'una corda apliquem un moviment harmònic en la direcció transversal, que genera una ona harmònica que es propaga per la corda cap a la dreta amb una velocitat $v = 60 \text{ m/s}$. L'evolució temporal de la pertorbació en $x = 0$ és la que es representa a la figura 1.

- Determinar el període, la freqüència, la longitud d'ona i la fase inicial de l'ona. Escriure la seva funció d'ona.
- Representar l'evolució temporal de la pertorbació en el punt $x = 0,3 \text{ m}$. Representar la forma de la corda quan $t = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

Amb aquesta mateixa corda, de densitat lineal $\mu = 2,5 \text{ g/m}$, reproduïm l'experiment de la figura 2, on l'oscil·lador té una freqüència de 100 Hz .

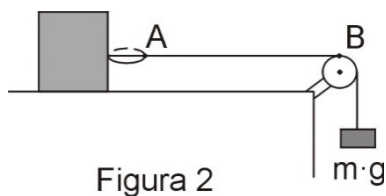


Figura 2

- Quina massa haurem de penjar per obtenir la velocitat de propagació $v = 60 \text{ m/s}$ que teníem? Si la distància AB és de $L = 1,2 \text{ m}$, es formarà una ona estacionària? Per què? En cas afirmatiu dibuixar la forma de la corda.

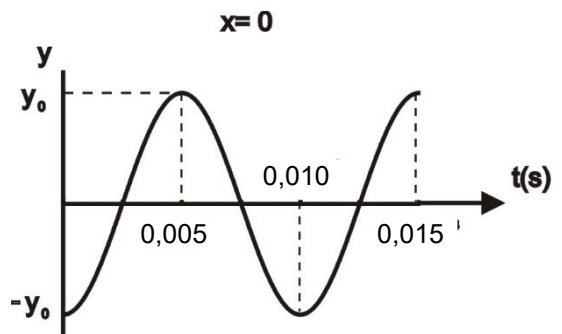
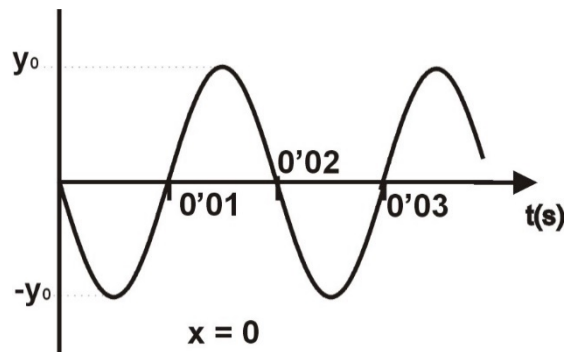


Figura 1

6. Una ona harmònica es propaga en un medi unidimensional amb velocitat $v = 5 \text{ m/s}$. L'evolució temporal de la pertorbació en el punt $x = 0$ és la que es representa a la figura:

- Determinar el període, la freqüència, la longitud d'ona i la fase inicial de l'ona. Escriure la funció d'ona.
- Representar l'evolució temporal de la pertorbació en $x = 0,05 \text{ m}$. Quina serà la forma de la corda a l'instant $t = 0,005 \text{ s}$?
- Escriure la funció d'ona corresponent a una ona que interfereix destructivament amb la descrita. Com seria l'evolució temporal d'aquesta segona ona en $x = 0$?



7. Un altaveu emet una ona sonora harmònica que es propaga en l'aire d'esquerra a dreta, la funció d'ona corresponent a l'oscil·lació longitudinal de les molècules és, a l'instant $t = 0$:

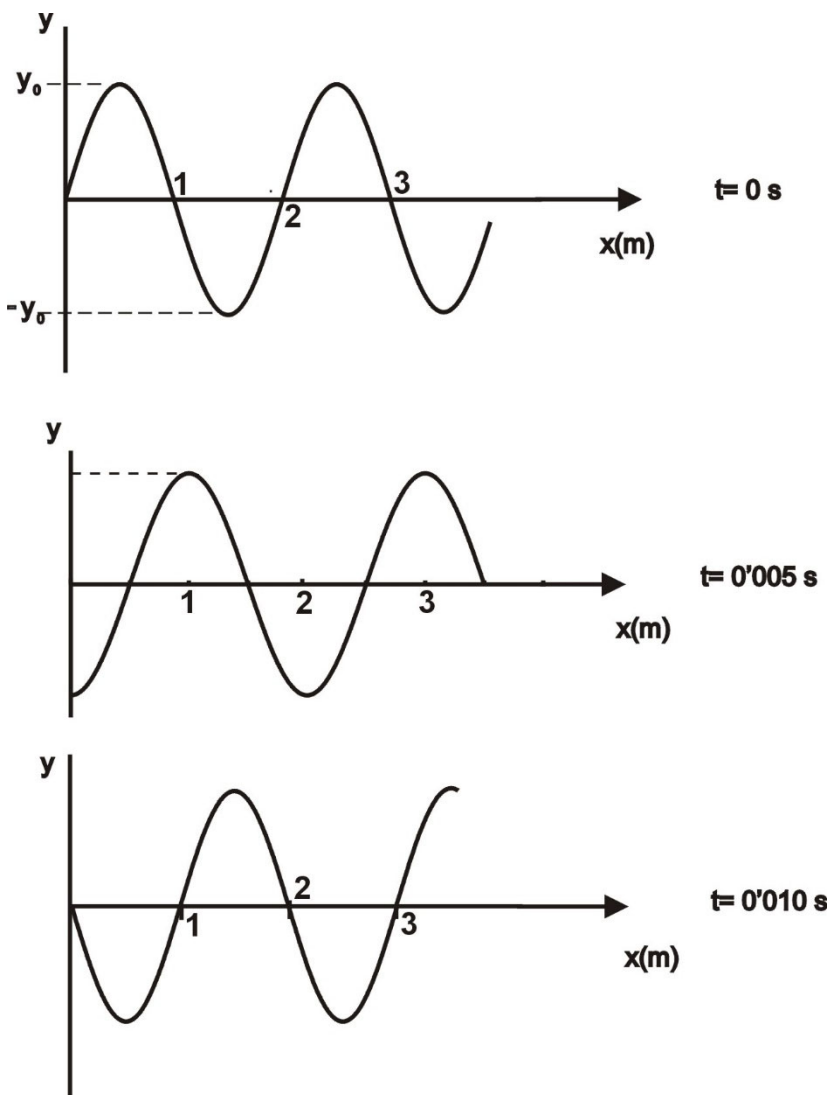
$$s(x, 0) = s_0 \cdot \sin(4\pi x)$$

on x s'expressa en metres.

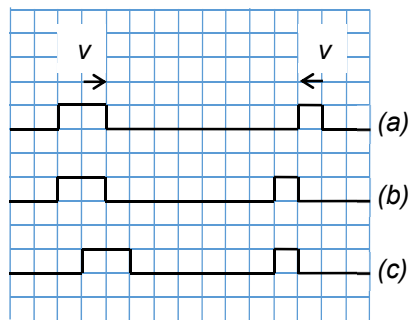
- Determinar la longitud d'ona, el període, la freqüència i la fase inicial de l'ona sonora. Escriure la funció d'ona $s(x, t)$. (velocitat del so = 340 m/s).
- Representar gràficament el desplaçament longitudinal de les molècules als instants $t = 0$ i $t = 1/1360 \text{ s}$.
- Representar gràficament l'evolució temporal de l'oscil·lació longitudinal d'una molècula d'aire situada a $x = 0$.
- Al costat de l'altaveu mencionat en tenim un altre que emet, en fase, a la mateixa freqüència. La superposició de les ones emeses pel primer i el segon altaveu dóna una interferència destructiva. Què vol dir això? Com ha de ser la funció d'ona $s'(x, t)$ corresponent al segon altaveu? Com es pot aconseguir experimentalment aquesta situació?

8. Una ona harmònica transversal es propaga en un medi unidimensional i la seva estructura espacial en tres instants de temps successius és la que es representa a la figura.

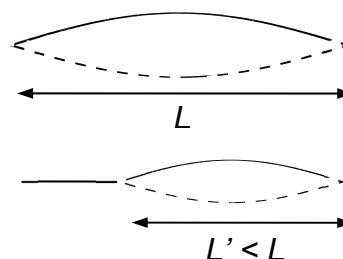
- Determinar la longitud d'ona, la velocitat de propagació, el període i la fase inicial de l'ona. Escriure la funció d'ona.
- Representar la forma que tindria la corda a l'instant $t = 0,015$ s. Representar l'evolució temporal de la pertorbació en $x = 0,5$ m.
- Escriure la funció d'ona corresponent a una ona que superposada amb la descrita donés interferència destructiva. Justificar la resposta (tant àmpliament com creguis convenient).



9. A la figura s'hi representen dos polsos rectangulars que es propaguen en sentits oposats per tres cordes iguals, (a), (b) i (c), en l'instant t_0 . Si la quadrícula del fons és de $(1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm})$ i la velocitat de propagació de les ones és $v = 2 \text{ cm/s}$, dibuixar la forma de cada una de les cordes en l'instant $t = t_0 + 2 \text{ s}$.



10. En una corda fixada pels dos extrems, sotmesa a una tensió constant, s'hi genera una ona estacionària que oscil·la amb la freqüència fonamental f . Si es tractés d'una corda de guitarra podríem reduir la seva longitud efectiva prement-la contra el mànec del instrument (veure figura) i la seva freqüència fonamental passaria a ser f' . Sabent que una de les freqüències val $329,6 \text{ Hz}$ i l'altre 440 Hz ,



- indicar quin dels dos valors correspon a f i quin a f' . Justificar la resposta.
 - Calcular la relació entre L i L' .
11. Els altaveus de la figura emeten en fase i estan separats una distància d . L'ona emesa pels altaveus consta d'una sola freqüència $f = 680 \text{ Hz}$.
- Indiqueu dos valors possibles de d pels quals les ones sonores 1 i 2 interfereixin constructivament en el punt on es troba el receptor.
 - Indiqueu dos valors possibles de d pels quals les ones sonores 1 i 2 interfereixin destructivament en el punt on es troba el receptor.

NOTA: la velocitat de propagació del so és $v = 340 \text{ m/s}$.



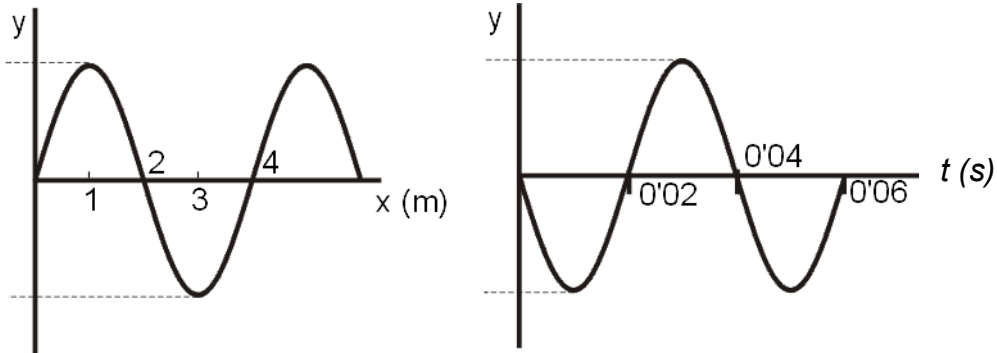
SOLUCIONS.

1.

- a) $\lambda = 0,33 \text{ m}$
- b) $s_1 = s_0 \sin(6\pi x_1 - 2040t)$; $s_2 = s_0 \sin(6\pi x_2 - 2040t) = s_0 \sin(6\pi x_1 - 2040t + \pi)$.
- c) $A_R = 0$

2.

- a) $T = 0,04 \text{ s}$; $f = 25 \text{ Hz}$; $\lambda = 4 \text{ m}$; $v = 100 \text{ m/s}$; $\delta = \pi/2$; $y = y_0 \cdot \sin(x\pi/2 - 50\pi t + \pi/2)$
- b) $t = 0,01 \text{ s}$ $x = 3 \text{ m}$

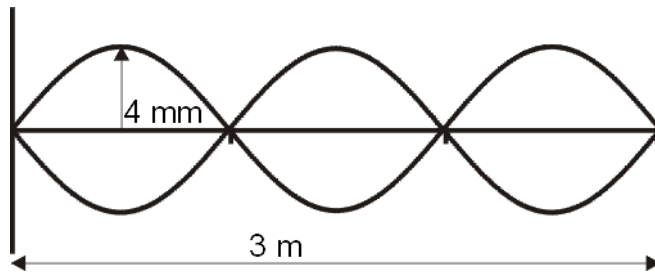


- c) Les dues ones tenen la mateixa amplitud, freqüència i longitud d'ona i les seves fases difereixen en $\varphi = \pi$. Per tant el resultat de la superposició serà una interferència destructiva $y_R = 0$.

3.

- a) $\Delta x = 0,25 \text{ m}$
- b) $\lambda = 0,5 \text{ m}$
- c) $f = 400 \text{ s}^{-1}$
- d) $v = 200 \text{ m/s}$
- e) $A' = 0,02 \text{ m}$

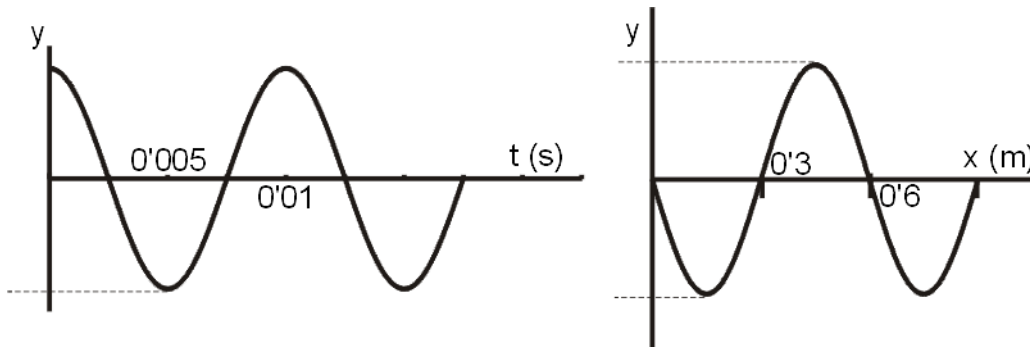
4.



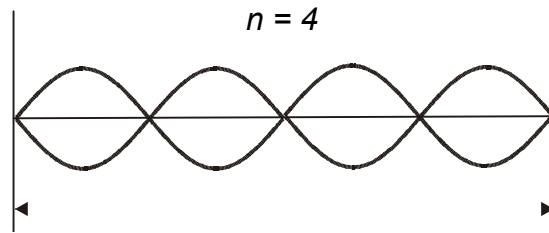
- a) $\lambda = 2 \text{ m}$; $f = 25 \text{ Hz}$
- b) $y = (4 \text{ mm}) \cdot \sin(\pi x) \cdot \cos(50\pi t)$

5.

- a) $T = 0,01 \text{ s}$; $\lambda = 0,6 \text{ m}$; $f = 100 \text{ Hz}$; $y = y_0 \cdot \sin(10x\pi/3 - 200\pi t - \pi/2)$
- b) $x = 0,3 \text{ m}$ $t = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

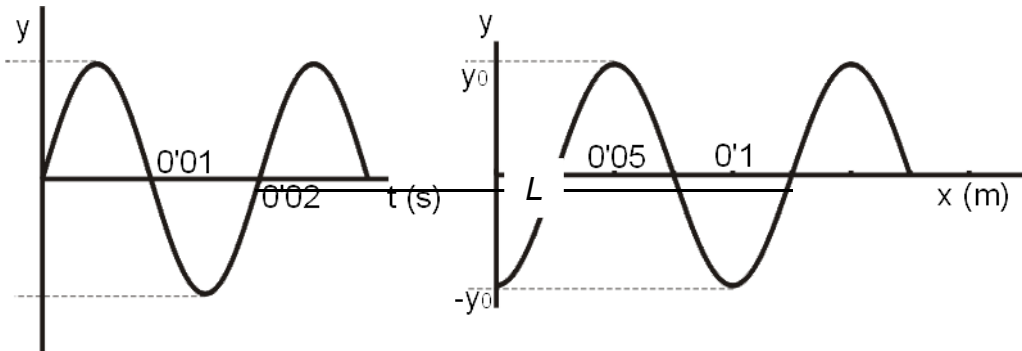


c) $m = 900 \text{ g}$. Si, es forma una ona estacionària.

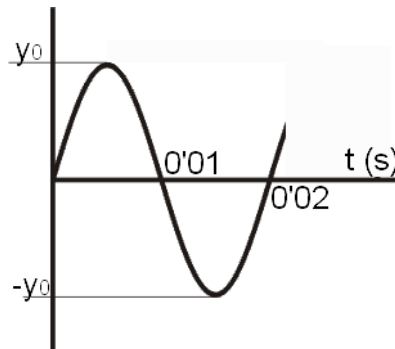


6.

- a) $T = 0,02 \text{ s}$; $\lambda = 0,1 \text{ m}$; $f = 50 \text{ Hz}$; $\delta = 0$, $y = y_0 \cdot \sin(20\pi x - 100\pi t)$
 b) $x = 0,05 \text{ m}$, $t = 0,005 \text{ s}$



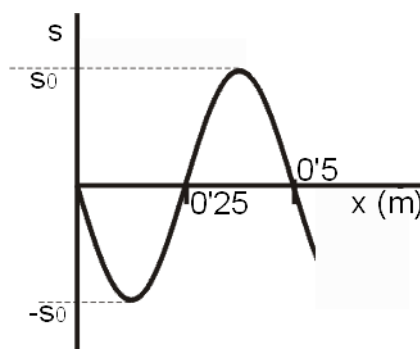
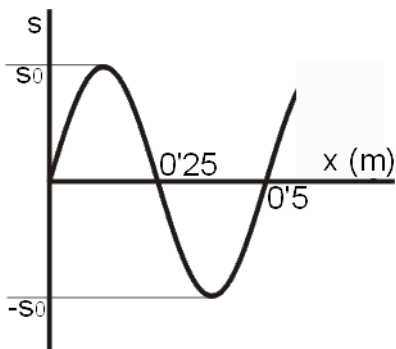
- c) $y' = y_0 \cdot \sin(20\pi x - 100\pi t + \pi)$, $x = 0$



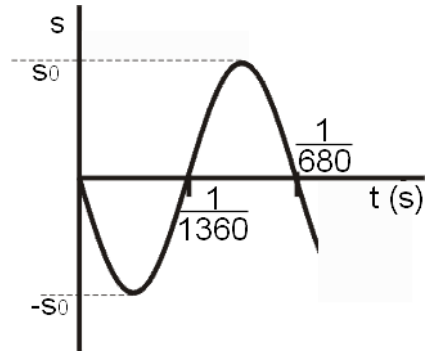
7.

- a) $\lambda = 0,5 \text{ m}$; $T = \frac{1}{680} \text{ s}$; $f = 680 \text{ Hz}$; $\delta = 0$; $s(x, t) = s_0 \cdot \sin(4\pi x - 1360\pi t)$

- b) $t = 0$, $t = \frac{1}{1360} \text{ s}$



c) $x = 0$



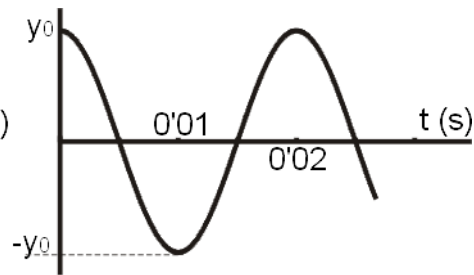
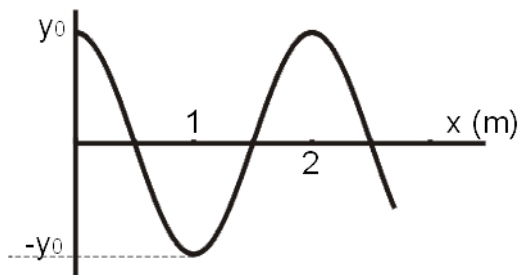
d) $s(x, t) + s'(x, t) = 0 \quad \forall x, \forall t; s'(x, t) = s_0 \cdot \sin(4\pi x - 1360\pi t + \pi)$. Desplaçant el segon altaveu $(\lambda/2)$ m respecte el primer.

8.

a) $\lambda = 2$ m; $f = 50$ Hz; $v = 100$ m/s; $\delta = 0$; $T = 0,02$ s; $y = y_0 \cdot \sin(\pi x - 100\pi t)$

b) $t = 0,015$ s $x = 0,5$ m

c) $y'(x, t) = y_0 \cdot \sin(\pi x - 100\pi t + \pi); \varphi = \pi \Rightarrow y(x, t) + y'(x, t) = 0 \quad \forall x, \forall t.$



9.

10.

a) Si $L' < L$ llavors $f' > f$. $f' = 440$ Hz i $f = 329,6$ Hz.

b) $L'/L = 0.75$

11.

a) $d = 0$; $d = 0,5$ m.

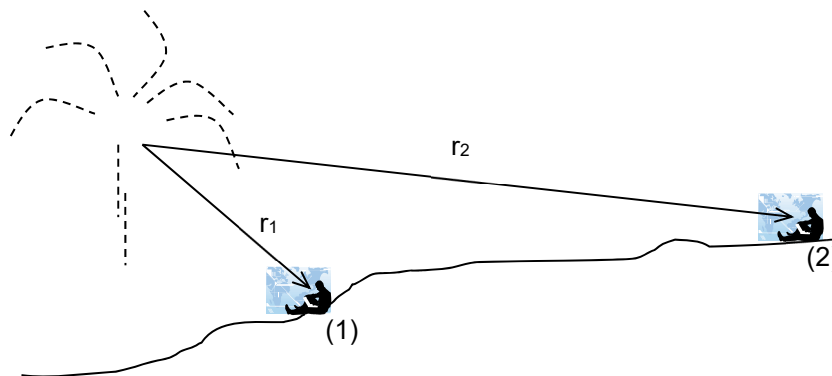
b) $d = 0,25$ m; $d = 0,75$ m.

Lliçó 10: ONES EN DUES I TRES DIMENSIONS.

1. La llum que viatja per l'aire incideix sobre la superfície d'un vidre inclinat 45° respecte la direcció incident. Llavors:
 - a) L'angle que formen els raigs incident i reflectit és menor, igual o major que 90° ?
 - b) L'angle que formen els raigs incident i refractat es troba entre 0° i 90° , o bé entre 90° i 180° ?
2. Les ones sonores que viatgen per l'aire incideixen sobre la porta d'una aula d'amplada $d = 1$ m.
 - a) Per quines longituds d'ona es produiria difracció en aquestes circumstàncies?
 - b) Si el so que entra a través de la porta fos perfectament audible per tots els estudiants dins de l'aula, seria indicatiu de que hi ha difracció o de que no n'hi ha?
 - c) Quina de les freqüències $\nu_1 = 900$ Hz, $\nu_2 = 300$ Hz o $\nu_3 = 100$ Hz hauria de tenir el so per ser **difícilment audible** per tots els estudiants de l'aula?NOTA: velocitat de propagació del so en l'aire $v_{aire} = 340$ m/s.

3. L'orella d'un adult té una superfície transversal $S = 21$ cm². En una conversa normal, la potència (energia per unitat de temps) que arriba a les orelles d'un oient és de l'ordre de $P = 67,2 \cdot 10^{-10}$ W. Suposant que el so incideix perpendicularment, calcular la intensitat de so sobre la orella.
4. La intensitat del so emès per una sirena en un punt situat a una distància $r = 3,8$ m és $I = 3,6 \cdot 10^{-2}$ W/m². Suposant que el so emès per la sirena es propaga uniformement en totes direccions, calcular la potència total emesa.
5. Durant un espectacle de focs artificials, un coet que explota a una gran alçada és observat per dues persones, tal com mostra la figura. Suposar que el so produït per l'espetic del coet es propaga uniformement en totes direccions i que és possible ignorar les reflexions sobre el terra. En el moment de l'espetic, les distàncies entre el coet i els observadors són, respectivament, $r_1 = 160$ m i $r_2 = 640$ m.
 - (a) Si la intensitat de so que arriba a l'espectador (2) és $I_2 = 0,1$ W/m², calcular I_1 .
 - (b) Calcular els temps que triga el so en arribar des del coet fins a cada un dels dos espectadors.

NOTA: $v_{so} = 340$ m/s.



SOLUCIONS.

1.

- a) $\alpha_{I-RFL} = 90^\circ$
- b) $90^\circ < \alpha_{I-RFR} < 180^\circ$

2.

- a) $\lambda < 1 \text{ m}$
- b) Seria indicatiu de que hi ha difracció.
- c) $\nu = 900 \text{ Hz}$ seria perfectament audible.

3. $I = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$.

4. $P = 6,53 \text{ W}$.

5.

- a) $I = 1,6 \text{ W/m}^2$.
- b) $t_1 = 0,47 \text{ s}$; $t_2 = 1,9 \text{ s}$.

Lliçó 11: INTRODUCCIÓ MATEMÀTICA.

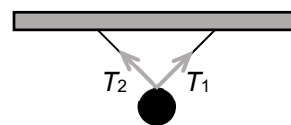
1. Donats els vectors $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ i $\vec{v} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$,
 - a) representar-los gràficament en un sistema de coordenades cartesianes XY.
 - b) Determinar els seus mòduls $|\vec{u}|$ i $|\vec{v}|$.
 - c) Determinar les components x i y del vector suma.
 - d) Representar gràficament el vector suma i comproveu que es compleix la regla del paral·lelogram.
 - e) Determinar el mòdul del vector suma.
 - f) Quin angle forma el vector suma amb l'horitzontal?
2. Donats els vectors $\vec{u} = 3\vec{i} - 6\vec{j}$ i $\vec{v} = -2\vec{i} - 2\vec{j}$,
 - a) representar-los gràficament en un sistema de coordenades cartesianes XY.
 - b) Determinar els seus mòduls $|\vec{u}|$ i $|\vec{v}|$.
 - c) Determinar les components x i y del vector suma.
 - d) Representar gràficament el vector suma i comproveu que es compleix la regla del paral·lelogram.
 - e) Determinar el mòdul del vector suma.
 - f) Quin angle forma el vector suma amb l'horitzontal?

3. Un vector de mòdul $|\vec{v}| = 7$ forma un angle $\alpha = 30^\circ$ amb l'eix X.
 - a) Representar el vector en uns eixos de coordenades cartesianes XY.
 - b) Determinar les components del vector v_x i v_y .

Un segon vector \vec{u} és $\vec{u} = 2\vec{v}$

- c) Quines són les components d'aquest segon vector u_x i u_y ?
 - d) Representar \vec{u} en els eixos de coordenades XY utilitzats en l'apartat a)
 - e) Quin és el vector resultant de sumar $(\vec{u} + \vec{v})$? Quines són les seves components? I el seu mòdul?
4. Es tenen tres vectors $\vec{u}_1 = 3\vec{i}$, $\vec{u}_2 = 3\vec{j}$ i $\vec{u}_3 = -5\vec{i}$.
 - a) Representar-los en un sistema de coordenades cartesianes.
 - b) Determinar el vector suma i representar-lo gràficament.
 - c) Quin angle forma amb la horitzontal (eix X)?

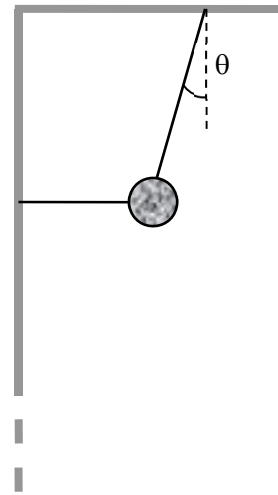
5. El cos de la figura es manté en equilibri sostingut per dues cordes simètriques respecte la vertical, que formen un angle de 90° . Les tensions de les cordes tenen, per tant, el mateix mòdul $T_1 = T_2 = 8$ N.
 - a) Representar les dues tensions en un sistema de coordenades cartesianes.
 - b) Quines són les seves components?



- c) Determinar el vector suma (mòdul, direcció i sentit) $(\vec{T}_1 + \vec{T}_2)$.
 d) Quin és el pes del cos que sostenen?

6. Un cos esfèric de massa $m = 15 \text{ Kg}$ es troba en equilibri unit mitjançant sengles cables al sostre i a una paret lateral, tal com indica la figura. La tensió del cable que l'uneix a la paret lateral és $T_2 = 78 \text{ N}$.

- a) Indicar sobre el dibuix totes les forces que actuen sobre el cos.
 b) Determinar el valor de l'angle θ .
 c) Determinar el valor de la tensió del cable que uneix el cos al sostre.



SOLUCIONS.

1.

- a)
 b) $|\vec{u}| = 5, |\vec{v}| = 5,38$
 c) $u_x + v_x = -2; u_y + v_y = 6$
 d)
 e) $|\vec{u} + \vec{v}| = 6,32$
 f) $\alpha = 108,44^\circ$

2.

- a)
 b) $|\vec{u}| = 6,7, |\vec{v}| = 2,8$
 c) $u_x + v_x = 1; u_y + v_y = -8$
 d)
 e) $|\vec{u} + \vec{v}| = 8,06$
 f) $\alpha = -82,87^\circ$

3.

- a)
 b) $v_x = 6,06; v_y = 3,5$
 c) $u_x = 12,12; u_y = 7$
 d) $\vec{u} + \vec{v} = 3\vec{v}; v_x + u_x = 18,18; v_y + u_y = 10,5; |3\vec{v}| = 21$

4.

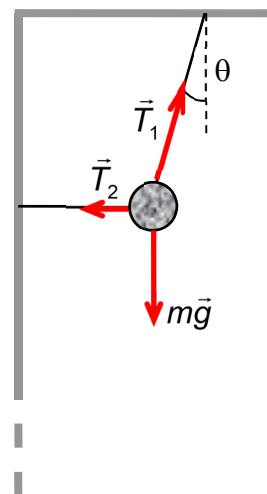
- a)
 b) $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 = -2\vec{i} + 3\vec{j}$
 c) $\alpha = 123,69^\circ$

5.

- a)
 b) $T_{1x} = 5,65; T_{1y} = 5,65; T_{2x} = -5,65; T_{1y} = 5,65$
 c) $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 11,3\vec{j}$ (vertical i cap amunt)
 d) $m\vec{g} = -11,3\vec{j}$ (vertical i cap avall)

6.

- a)
 b) $\theta = 27,47^\circ$
 c) $T_1 = 169,07 \text{ N}$

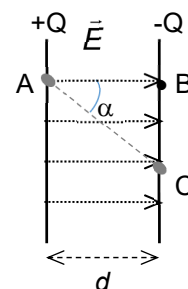


Lliçó 12: EL CAMP ELECTROSTÀTIC.

NOTA: en la major part de problemes d'aquesta llista cal utilitzar la constant K de Coulomb. El seu valor en unitats del sistema internacional és $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$, i es considerarà sempre com a conegut.

- Un llamp recorre una distància $d = 500 \text{ m}$ des d'un núvol fins al cim d'una muntanya. Quina és la diferència de potencial entre el núvol i el pic? (suposar que el camp elèctric és uniforme i que l'aire es fa conductor quan el camp arriba a $8 \cdot 10^5 \text{ V/m}$)
- Tres càrregues puntuals, q_0 , q_1 i q_2 , es troben en repòs sobre un pla. $q_1 = +25 \text{ nC}$ i està situada a l'origen de coordenades, $q_2 = -15 \text{ nC}$ i està situada en $x = 2 \text{ m}$, i $q_0 = +20 \text{ nC}$ i està situada en el punt $x = 2 \text{ m}$ i $y = 2 \text{ m}$.
 - Representeu gràficament la posició de les tres càrregues.
 - Determineu les forces F_{10} i F_{20} (mòdul direcció i sentit) que fan, respectivament, les càrregues q_1 i q_2 sobre q_0 .
 - Determineu la força elèctrica neta sobre q_0 .
- Dues càrregues puntuals tenen una càrrega total igual a $200 \mu\text{C}$ i la distància entre elles és $r = 0,6 \text{ m}$.
 - Si les càrregues fossin iguals amb valor $q_1 = q_2 = 100 \mu\text{C}$, quina força de repulsió experimentaria cada càrrega?
 - Si es repel·lissin amb una força de 120 N , quin seria el valor de cada càrrega?

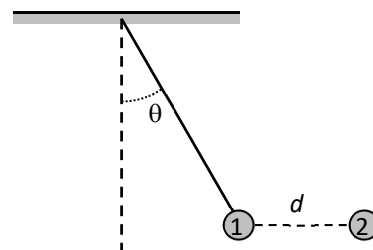
- Les dues plaques conductores de la figura tenen densitats de càrrega iguals, però de signe oposat. La separació entre elles és $d = 10 \text{ cm}$ i la diferència de potencial entre els punts A i B indicats a la figura és $|V_{AB}| = 500 \text{ V}$.
 - Quina placa té un potencial més elevat, la positiva o la negativa?
 - Quin és el camp elèctric entre les plaques?
 - Quines són les diferències de potencial V_{AC} i V_{BC} ($\alpha = 30^\circ$)?
 - Alliberem un electró des del repòs en la placa negativa, quina força elèctrica experimenta (mòdul, direcció i sentit)?



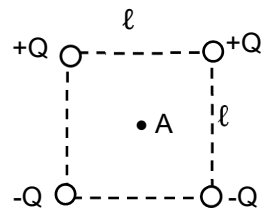
NOTA: $q_{\text{electró}} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

- Dues càrregues puntuals positives, $q_1 = 2 \mu\text{C}$ i $q_2 = 4 \mu\text{C}$ estan separades una distància $L = 1 \text{ m}$.
 - On caldrà col·locar una tercera càrrega puntual positiva, q_3 , per tal que la força elèctrica sobre ella sigui nul·la?
 - Si es substitueix q_1 per $q'_1 = -2 \mu\text{C}$, on s'hauria de col·locar q_3 per tal que la força elèctrica sobre ella fos nul·la?
- Una càrrega puntual $q_1 = 5 \mu\text{C}$ està situada sobre l'eix X en $x = 0$, una segona càrrega puntual q_2 està situada en $x = 4 \text{ cm}$, i una tercera càrrega $q_3 = 2 \mu\text{C}$ en $x = 8 \text{ cm}$. Si la força elèctrica que actua sobre q_3 és $\vec{F}_3 = - (19,7 \text{ N})\vec{i}$, quin és el valor de q_2 ?
- Una càrrega $q = 2 \text{ nC}$ es troba en l'origen de coordenades i està sotmesa a l'acció d'una força elèctrica $\vec{F}_{\text{elec}} = (8 \cdot 10^{-4} \text{ N})\vec{j}$. Quin és el camp elèctric en aquest punt?
- El camp elèctric a la superfície de la Terra és, aproximadament, $E_T = 150 \text{ N/C}$ i va dirigit cap avall. Quina càrrega hauria de tenir una pilota de tennis de taula de massa $m = 2,7 \text{ g}$ per que el camp elèctric compensés el seu pes en punts propers a la superfície de la Terra?

9. Dues càrregues puntuals q i q' estan separades una distància a . En un punt situat a $a/3$ de q , sobre la recta que uneix les dues càrregues, el potencial s'anul·la.
- Els signes de les dues càrregues, seran iguals o oposats?
 - Quina de les dues càrregues tindrà major valor absolut?
 - Determinar la relació q/q' .
10. Calcular la força que un nombre d'electrons igual al d'Avogadro exerceixen sobre una carrega igual situada a una distància de 12.700 Km (el nombre d'Avogadro d'electrons són els que té 1 g d'hidrogen. La separació és el diàmetre de la terra). ($N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ at/mol). ($e = 1,06 \cdot 10^{-19}$ C)
11. Tres carregues puntuals positives estan situades sobre l'eix X; $q_1 = + 25$ nC a $x = 0$, $q_2 = + 10$ nC a $x = 2$ m i $q_3 = +20$ nC a $x = 3$ m.
- Calcular la força resultant sobre q_3 (mòdul, direcció i sentit).
 - Quina seria la força resultant si q_2 fos de signe contrari?
 - Quin és el valor del camp elèctric a $x = 3$ m (punt on es troba q_3) en aquest segon cas?
12. El nucli d'un àtom d'heli conté dos protons separats una distància aproximada $r = 3 \cdot 10^{-15}$ m. Determinar la magnitud de la força electrostàtica entre els protons ($q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $K = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C²).
13. Es tenen quatre càrregues el valor absolut de les quals és el mateix, $|q| = 2 \cdot 10^{-6}$ C. Dues de les càrregues són positives i les altres dues són negatives. Les càrregues es troben fixades en els vèrtex d'un quadrat, de tal manera que la força neta sobre qualsevol de les càrregues és paral·lela a la diagonal del quadrat i dirigida cap al centre.
- Dibuixar la distribució de càrregues.
 - Calcular la força neta sobre cadascuna de les càrregues si el costat del quadrat amida $\ell = 20$ cm.
14. Una petita bola de plàstic de massa $m = 0,08$ Kg i càrrega $q_1 = +0,6 \cdot 10^{-6}$ C està suspesa d'un cable prim de massa insignificant. Una altra càrrega $|q_2| = 0,9 \cdot 10^{-6}$ C, està fixada a una distància $d = 0,15$ m a la dreta de la primera, fet pel qual el cable forma un angle θ amb la vertical (veure figura). Determinar:
- el signe de la càrrega q_2 i l'angle θ ;
 - la tensió del cable.

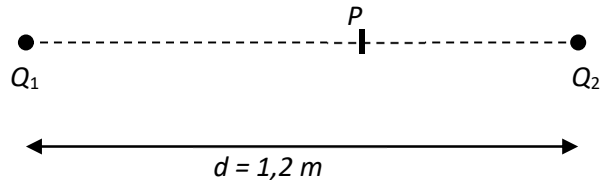


17. Es tenen quatre càrregues elèctriques situades en els vèrtex d'un quadrat de costat ℓ . Les càrregues són iguals en valor absolut i el seu signe està indicat a la figura. El punt A es troba en el centre.



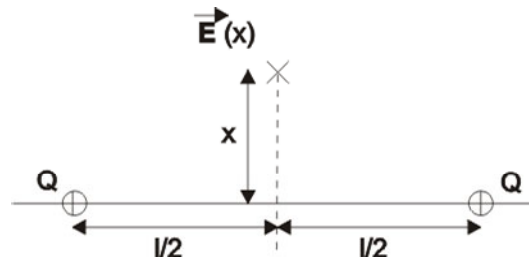
- Dibuixa el vector camp elèctric que crearia en el punt A cada una de les càrregues. Quin és el camp total al punt A?
- Calcular el potencial total en A.

18. La distància entre les càrregues Q_1 i Q_2 és $d = 1,2$ m. La càrrega 1 és positiva i el seu valor és $Q_1 = +6 \cdot 10^{-6}$ C. El valor absolut de la càrrega 2 és $|Q_2| = 1,5 \cdot 10^{-6}$ C. En el punt P, situat sobre la recta que uneix les dues càrregues (veure figura), el camp elèctric és nul.



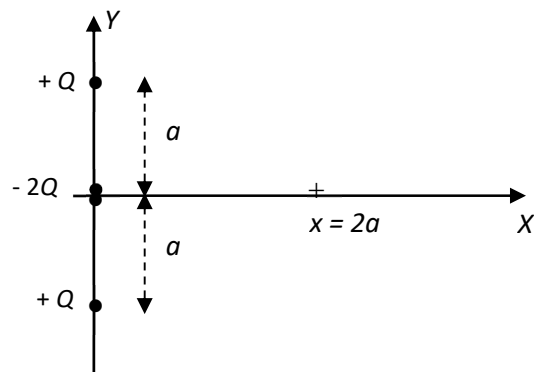
- Quin és el signe de la càrrega Q_2 ? Raonar la resposta.
- A quina distància es troba el punt P de Q_1 i Q_2 , respectivament? Quina força elèctrica experimentaria una càrrega $q = -10^{-9}$ C situada en aquest punt?
- Calcular el valor del potencial elèctric en P.

19. Calcular a partir de la Llei de Coulomb, el camp elèctric i el potencial, creats per les dues càrregues de la figura en els punts de la mediatriu de la línia que les uneix.



20. Calcular a partir de la Llei de Coulomb, el camp elèctric i el potencial, en els punts de l'eix d'un anell de càrrega Q distribuïda uniformement.

21. Quatre càrregues elèctriques puntuals amb el mateix valor absolut, Q , es troben alineades sobre l'eix Y, tal com indica la figura. Dues de les càrregues són negatives i coincideixen pràcticament sobre l'origen de coordenades, de manera que la càrrega efectiva sobre aquest punt és $(-2Q)$. Les altres dues càrregues són positives i es troben sobre l'eix Y, en $y = a$ i $y = -a$. En el cas que $Q = 6 \cdot 10^{-6}$ C, i $a = 20$ cm,

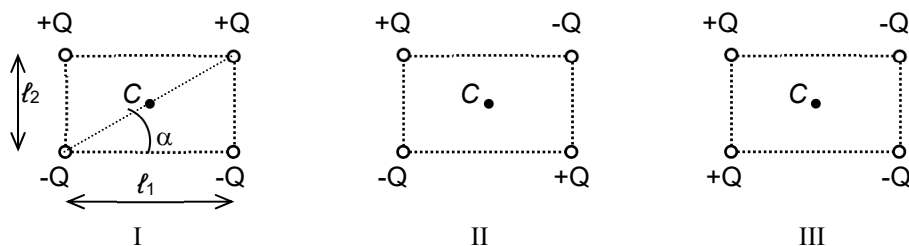


- Determinar el camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) en el punt $x = 2a$.
- Quina força elèctrica experimentaria una càrrega elèctrica $q = 10^{-9}$ C situada en aquest punt?
- Determinar el potencial elèctric en aquest punt. NOTA: el valor de la constant de Coulomb és $k = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C².

22. La figura mostra tres conjunts de quatre càrregues elèctriques fixades, respectivament en els vèrtexs de tres rectangles iguals, de base ℓ_1 i altura ℓ_2 . Totes les càrregues tenen el mateix valor absolut i només canvia el seu signe, que està indicat. Considerar el camp elèctric net en el centre C de cada un dels rectangles.

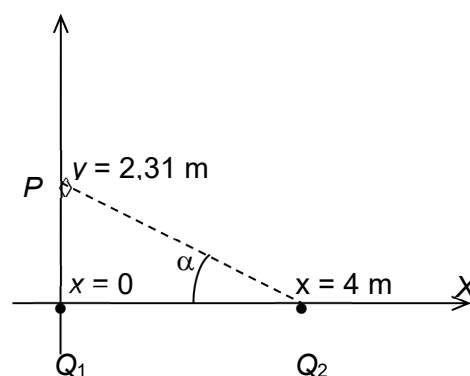
- Indicar la direcció i sentit del camp en C en cada un dels tres casos.

- (b) Determinar els mòduls dels camps en C en funció de ℓ_1 , ℓ_2 i l'angle α que formen la diagonal del rectangle i la seva base. Classificar les magnituds del mòduls de més gran a més petit. Justificar la resposta.
- (c) També en cada rectangle, determinar el potencial elèctric net en C .



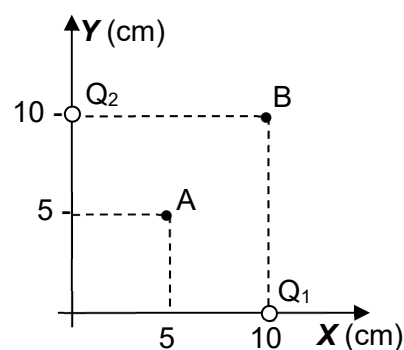
23. Dues càrregues puntuals $Q_1 = -10^{-9}$ C i $Q_2 = +2 \cdot 10^{-9}$ C es troben alineades sobre l'eix X situades, respectivament en $x = 0$ i $x = 4$ m. Amb l'objectiu final de determinar el camp i el potencial elèctrics que creen aquestes dues càrregues en un punt P situat sobre l'eix Y en el punt $y = 2,31$ m (veure figura),

- determinar el camp elèctric, \vec{E}_1 (mòdul, direcció i sentit), que crea la càrrega Q_1 en el punt P . Quines són les components cartesianes d'aquest vector? Representar-les sobre el dibuix.
- Calcular la distància de Q_2 al punt P i l'angle α senyalat a la figura. Determinar el camp elèctric, \vec{E}_2 (mòdul, direcció i sentit), que crea la càrrega Q_2 en el punt P . Quines són les components cartesianes d'aquest vector? Representar-les sobre el dibuix.
- Determinar el camp total (mòdul, direcció i sentit) que crea en el punt P el conjunt format per les dues càrregues.
- Pel que fa al potencial,
 - determinar el potencial elèctric, V_1 , que crea la càrrega Q_1 en el punt P .
 - determinar el potencial elèctric, V_2 que crea la càrrega Q_2 en el punt P .
 - determinar el potencial total que crea en el punt P el conjunt format per les dues càrregues.



24. Dues càrregues puntuals Q_1 i Q_2 es troben sobre els eixos X i Y , respectivament, tal com indica la figura. La primera càrrega es troba en el punt $x = 10$ cm i el seu valor és $Q_1 = +4 \cdot 10^{-9}$ C. La segona càrrega, Q_2 es troba en el punt $y = 10$ cm.

- Si el camp elèctric en el punt A , de coordenades (5 cm, 5 cm), és $\vec{E}_A = 0$,
 - Quin ha de ser el signe de la càrrega Q_2 ? Per què?
 - Determinar justificadament el valor de Q_2 .
- Determinar el mòdul direcció i sentit del vector camp elèctric en el punt B .
- Pel que fa al potencial
 - És zero en algun dels dos punts A o B ? Per què?
 - Determinar el potencial elèctric en els punts A i B .



SOLUCIONS.

1. $\Delta V = 4 \cdot 10^8 \text{ V}$.

2.

a)

b) $F_{10} = 5,625 \cdot 10^{-7} \text{ N}$, orientada a 45° ; $\vec{F}_{20} = -6,75 \cdot 10^{-7} \vec{j}$ (N)

c) $F_0 = 4,848 \cdot 10^{-7} \text{ N}$, orientada a $-34,88^\circ$

3.

a) $F_{12} = F_{21} = 250 \text{ N}$

b) $q_1 = 28 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $q_2 = 172 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

4.

a) La positiva

b) $E = 5000 \text{ N/C}$

c) $V_{AC} = 500 \text{ V}$; $V_{BC} = 0$

d) $\vec{F}_{el} = -8 \cdot 10^{-16} \vec{i}$

5.

a) Entre les dues càrregues, a una distància $r_1 = 0,414 \text{ m}$ de q_1 .

b) Separada $2,4 \text{ m}$ de q_1 i $3,4 \text{ m}$ de q_2 .

6. $q_2 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.

7. $\vec{E} = 4 \cdot 10^5 \vec{j}$

8. $q = -1,8 \cdot 10^4 \text{ C}$

9.

a) Signes oposats

b) q'

c) $q/q' = 0,5$

10. $F = 2,27 \cdot 10^5 \text{ N}$

11.

a)

$$\vec{F}_3 = \begin{cases} 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ N} \\ \text{Horitzontal (// x)} \\ \text{Dreta (x creixent)} \end{cases}$$

b)

$$\vec{F}_3 = \begin{cases} 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ N} \\ \text{Horitzontal (// x)} \\ \text{Esquerra (x decreixent)} \end{cases}$$

c)

$$\vec{E}_3 = \begin{cases} 65 \text{ N/C} \\ \text{Horitzontal (// x)} \\ \text{Esquerra (x decreixent)} \end{cases}$$

12. $F = 25,6 \text{ N}$ (Entre els protons del nucli d'heli existeix també una força atractiva deguda a la interacció nuclear forta, que supera la interacció electrostàtica).

13.

a) A l'extrem de cada una de les diagonals les càrregues són del mateix signe.

b) $F = 0,82 \text{ N}$, paral·lela a la diagonal i cap al centre del quadrat.

14.

a) $\theta = 15,1^\circ$

b) $T = 0,828 \text{ N}$.

15.

a)

$$\vec{E} = \begin{cases} 2 \cdot 10^5 \text{ N/C} \\ \text{Paral·lela a l'eix Y} \\ \text{Sentit positiu} \end{cases}$$

b)

$$\vec{F} = \begin{cases} 8 \cdot 10^{-4} \text{ N} \\ \text{Paral·lel a l'eix Y} \\ \text{Sentit negatiu} \end{cases}$$

16.

a) $F_{\text{res}} = 4,84 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ i forma un angle $\alpha = -35,1^\circ$ amb l'horitzontal

b) $\vec{F}'_{\text{res}} = -\vec{F}_{\text{res}}$ (el mateix mòdul i sentit contrari $\Rightarrow \alpha = 144,9^\circ$)

c) $E = 24,2 \text{ N/C}$ i té la mateixa direcció i sentit que la força; $V = -12,049 \text{ V}$

17.

a)

$$\vec{E}_A = \begin{cases} 4\sqrt{2} \text{ k} \cdot \frac{q}{l^2} \\ \text{Vertical} \\ \text{Avall} \end{cases}$$

b) $V_A = 0$

c)

$$\vec{E}_B = \begin{cases} 2,07 \text{ k} \cdot \frac{q}{l^2} \\ \text{Vertical} \\ \text{Amunt} \end{cases}$$

$$V_B = 1,56 \text{ k} \cdot \frac{q}{l}$$

18.

a) Q_2 és positiva.

b) $r_1 = 0,8 \text{ m}$; $r_2 = 0,4 \text{ m}$; $F = 0$.

c) $V_P = 101.250 \text{ V}$.

19.

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{2 \cdot k \cdot Q \cdot x}{\left(\frac{l^2}{4} + x^2\right)^{3/2}} \\ \text{direcció vertical} \\ \text{sentit amunt} \end{array} \right.$$

b)

$$V = \frac{2 \cdot k \cdot Q}{\left(\frac{l^2}{4} + x^2\right)^{1/2}}$$

20.

$$\text{a) } \vec{E}: \left\{ \begin{array}{l} E = \frac{k \cdot Q \cdot x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \\ \text{direcció paral·lela a l'eix} \\ \text{sentit allunyant-se de l'anell} \end{array} \right.$$

$$V = \frac{k \cdot Q}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

b)

21.

- a) $E = 192.009,32 \text{ N/C}$; horitzontal, esquerra.
 b) $F = 1,92 \cdot 10^{-4} \text{ N}$.
 c) $V = -28.504,6 \text{ V}$.

22.

- a) I: vertical i avall; II: $E = 0$; III: horitzontal i cap a la dreta.

b) $|\vec{E}_{CI}| = \frac{16K|Q| \cdot \sin \alpha}{(\ell_1^2 + \ell_2^2)^{1/2}}$; $|\vec{E}_{CII}| = 0$; $|\vec{E}_{CIII}| = \frac{16K|Q| \cdot \cos \alpha}{(\ell_1^2 + \ell_2^2)^{1/2}}$.

De més gran a més petit: (III), (I), (II).

- c) $V_C = 0$ en tots els casos.

23.

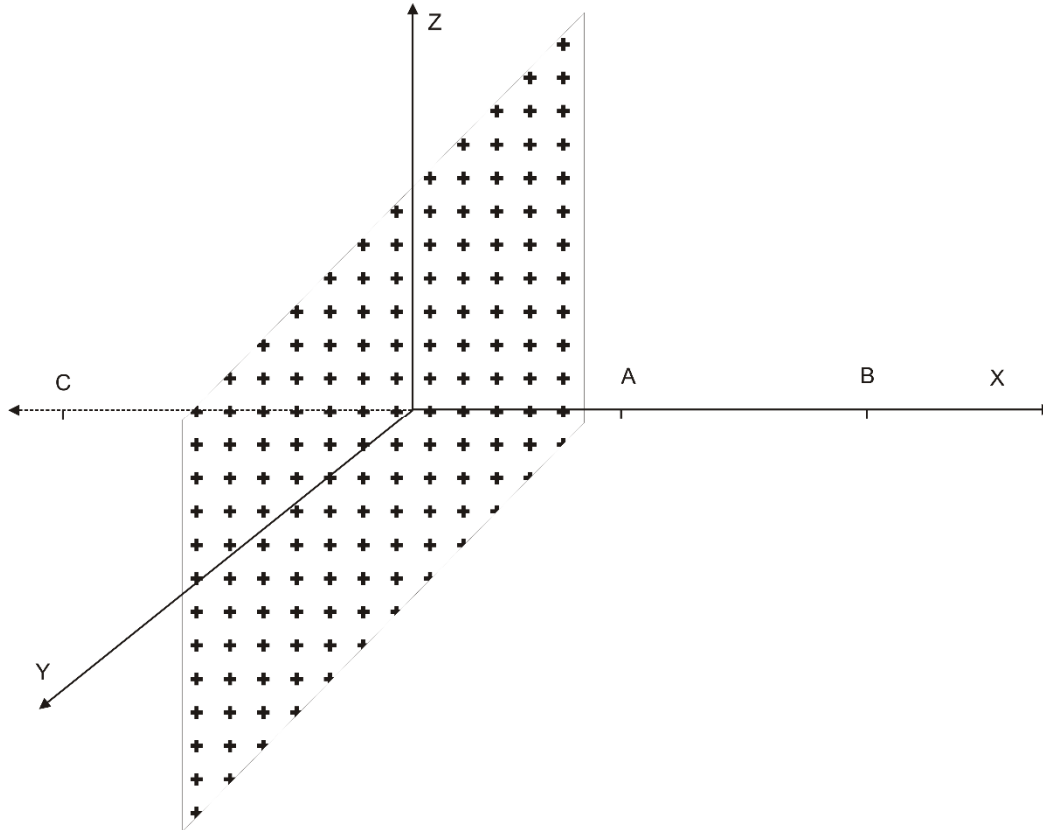
- a) $\vec{E}_1 = -1,7\vec{j}$ (N/C) (sentit atractiu: vertical i cap avall); $E_{1x} = 0$; $E_{1y} = -1,7 \text{ N/C}$
 b) $r_2 = 4,62 \text{ m}$; $\alpha = 30^\circ$; $E_2 = 0,84 \text{ N/C}$, orientat a 150° respecte la horitzontal; $\vec{E}_2 = -0,727\vec{i} + 0,42\vec{j}$
 c) $\vec{E}_p = -0,727\vec{i} - 1,28\vec{j}$; Mòdul: $E_p = 1,47 \text{ N/C}$; orientació a 240° respecte la horitzontal.
 d) $V_1 = -3,89 \text{ V}$; $V_2 = +3,89 \text{ V}$; $V_p = 0$

24.

- a)
- Q_2 ha de ser positiva per tal de repel·lir la q_0 de prova.
 - Donat que $r_{1A} = r_{2A}$, $Q_2 = Q_1$ necessàriament.
- b) $\vec{E}_B = 3600\vec{i} + 3600\vec{j}$; Mòdul: $E_B = 5091,17 \text{ N/C}$; orientació a 45° respecte la horitzontal.
 c) Com que les dues càrregues són positives, els potencials en A i en B també ho seran. $V_A = 1018,23 \text{ V}$; $V_B = 720 \text{ V}$

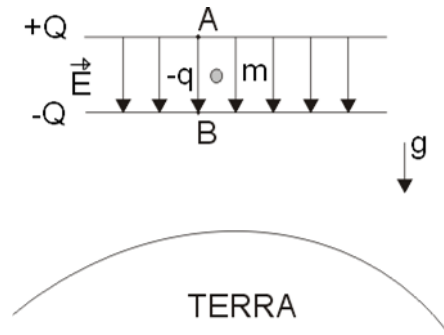
Lliçó 13: CONDUCTORS I DIELÈCTRICS.

1. Una placa molt gran, que es pot considerar pràcticament infinita, té una càrrega elèctrica positiva distribuïda uniformement, tal com indica la figura. El camp generat per la placa és uniforme, amb mòdul $E = 56\,500\text{ N/C}$.



- (a) Quina és la direcció i el sentit de les línies de camp a una i altra banda de la placa?
- (b) Determinar la diferència de potencial entre dos punts A i B que es troben respectivament en $x = 2\text{ cm}$ i $x = 4\text{ cm}$.
- (c) Determinar la diferència de potencial entre dos punts C i A que es troben respectivament en $x = -4\text{ cm}$ i $x = 2\text{ cm}$.
- (d) Si s'omple tot l'espai amb un gas dielèctric de constant $\epsilon_r = 3$, com canviaran les diferències de potencial calculades anteriorment?
2. Les dues làmines carregades planes i paral·leles de la figura, separades una distància $d = 10\text{ mm}$, es troben en el camp gravitatori de la superfície de la terra ($g = 10\text{ m/s}^2$). Degut a la seva càrrega, entre les dues làmines existeix un camp elèctric uniforme, vertical i cap avall de mòdul $E = 10^5\text{ N/C}$.
- (a) Calcular la diferència de potencial entre els punts A i B marcats a la figura.

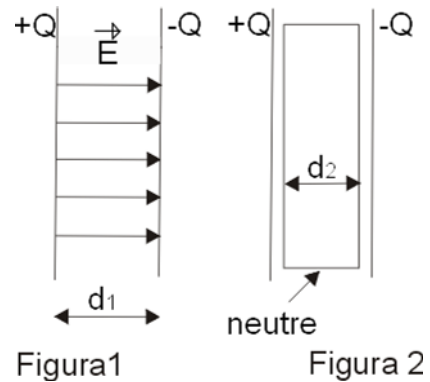
- (b) Situem un cos de massa $m = 1 \text{ mg}$ i carrega $-q$ entre les dues làmines carregades i observem que queda en equilibri ($v = 0$). Representar totes les forces que actuen sobre el cos. Qui les produeix? Calcular el valor de la carrega $-q$.
- (c) Què li passaria al cos si omplim l'espai comprès entre les làmines amb un gas dielèctric de constant dielèctrica $\epsilon_r > 1$? Raonar la resposta.



3. Les dues làmines carregades planes i paral·leles de la figura estan separades una distancia $d_1 = 4 \text{ mm}$. Degut a la seva carrega existeix un camp elèctric entre elles horitzontal i cap a la dreta de mòdul uniforme $E = 25000 \text{ N/C}$ (veure figura 1).

- (a) Calcular la diferencia de potencial entre les làmines.

Ara introduïm entre les làmines una placa metàl·lica de gruix $d_2 = 2 \text{ mm}$, de manera que la posició de la placa està centrada respecte a les làmines (veure la figura 2). Un cop s'hagi arribat a la situació d'equilibri electrostàtic, es demana:

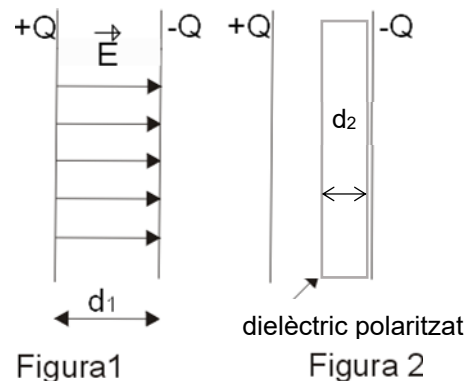


- (b) Dibuixar las línies de camp elèctric en tots els punts de l'espai. Justificar la resposta.
- (c) Calcular la diferencia de potencial entre les làmines en aquesta nova situació.

4. Les dues làmines carregades planes i paral·leles de la figura estan separades una distancia $d_1 = 4 \text{ mm}$. Degut a la seva carrega existeix un camp elèctric entre elles horitzontal i cap a la dreta de mòdul uniforme $E = 5000 \text{ N/C}$ (veure figura 1).

- (a) Calcular la diferencia de potencial entre les làmines.

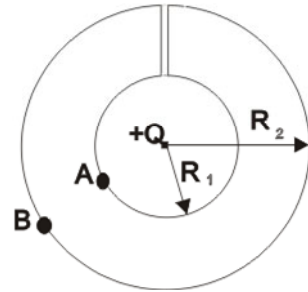
Ara introduïm entre les làmines una placa dielèctrica de gruix $d_2 = 2 \text{ mm}$ i constant $\epsilon_r = 8$, en contacte amb la làmina negativa, tal com indica la figura 2. Un cop s'hagi polaritzat el dielèctric, es demana:



- (b) Dibuixar las línies de camp elèctric en tots els punts de l'espai. Justificar la resposta.
- (c) Determinar el mòdul del camp elèctric a tots els punts de l'espai.
- (d) Calcular la diferencia de potencial entre les làmines en aquesta nova situació.

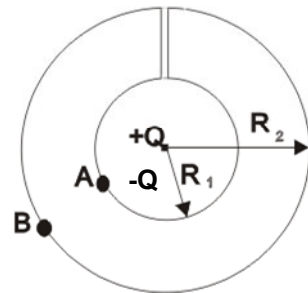
5. Introduïm una carrega + Q en una esfera conductora amb una cavitat interior, a través d'un orifici de mida molt petita (no significativa), tal i com s'indica a la figura. A l'esfera conductora, que es elèctricament neutra, es produeix una redistribució de carregues i s'arriba a una situació d'equilibri electrostàtic.

- (a) Quin és el valor del camp elèctric en els punts de l'esfera conductora ($R_1 < r < R_2$)? Com es redistribuirà la carrega? Raonar les respostes.
- (b) Determinar el valor del camp elèctric en els punts $r < R_1$ i $r > R_2$. Representar gràficament el valor del camp elèctric a tots els punts de l'espai, en funció de r (distància al centre de l'esfera).
- (c) Quina és la diferència de potencial entre els punts A i B de la figura?

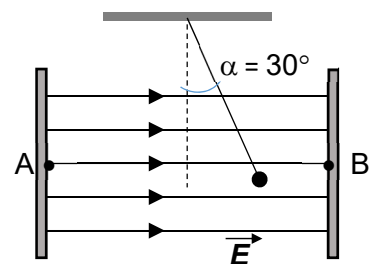


6. Introduïm una carrega - Q en una esfera dielèctrica amb una cavitat interior, a través d'un orifici de mida molt petita (no significativa), tal i com s'indica a la figura. L'esfera dielèctrica es polaritza i la constant dielèctrica és $\epsilon_r = 8,5$.

- (a) Quin és el valor del camp elèctric en els punts de l'esfera conductora ($R_1 < r < R_2$)? Quins són la direcció i el sentit del camp? Raonar les respostes.
- (b) Determinar el valor del camp elèctric en els punts $r < R_1$ i $r > R_2$. Representar gràficament el valor del camp elèctric a tots els punts de l'espai, en funció de r (distància al centre de l'esfera).
- (c) Quina és la diferència de potencial entre els punts A i B de la figura? Quin dels dos potencials és més gran?



7. Una bola petita de plàstic de massa $m = 6,5 \cdot 10^{-3}$ Kg està suspesa d'un fil aïllant entre les dues plaques planes i paral·leles de la figura, separades una distància $d = 20$ cm. Les plaques estan carregades amb càrrega del mateix valor absolut i signes contraris de manera que generen un camp elèctric entre elles dirigit d'esquerra a dreta. La bola de plàstic també té càrrega elèctrica amb valor absolut $|q| = 0,15 \cdot 10^{-6}$ C, i es troba en equilibri quan el fil forma un angle $\alpha = 30^\circ$ amb la vertical.



- (a) Les càrregues.
- Quins són els signes de les càrregues de cada una de les plaques? Per què?
 - Quin és el signe de la càrrega de la bola? Per què?
- (b) Forces, camp elèctric i potencial
- Quines forces actuen sobre la bola? Representar-les gràficament.
 - Determinar el valor de la tensió del fil.

- Determinar la força elèctrica que experimenta la bola i el valor del camp elèctric entre les plaques.
 - Determinar la diferència de potencial entre els punts *A* i *B* assenyalats a la figura.
- (c) Si s'introdueix un gas dielèctric entre les dues plaques,
- Canviarà el valor de les forces que actuen sobre la bola? Per què?
 - Canviarà l'angle que forma el fil amb la vertical? Per què?

SOLUCIONS.

1.

- a) Direcció paral·lela a l'eix *X*; sentit cap a la dreta, al cantó dret de la placa (*X* positives) i cap a l'esquerra en el cantó esquerre de la placa (*X* negatives). En ambdós casos les línies de camp s'allunyen de la placa.
- b) $V_A - V_B = 1130 \text{ V}$
- c) $V_C - V_A = -1130 \text{ V}$
- d) $(V_A - V_B)_{\text{diel}} = 376,66 \text{ V}$; $(V_C - V_A)_{\text{diel}} = -376,66 \text{ V}$

2.

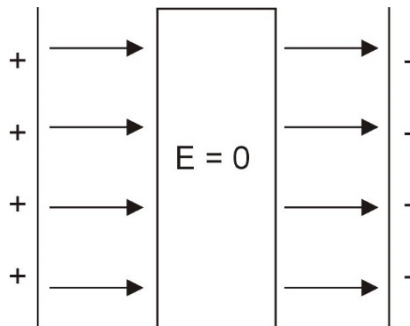
- a) $V_{AB} = 1000 \text{ V}$
- b) \vec{F}_{el} , vertical cap amunt. L'exerceixen les làmines carregades.

$m \cdot \vec{g}$, vertical avall. És el pes i l'exerceix la Terra.

$$Q = 10^{-10} \text{ C}$$

3.

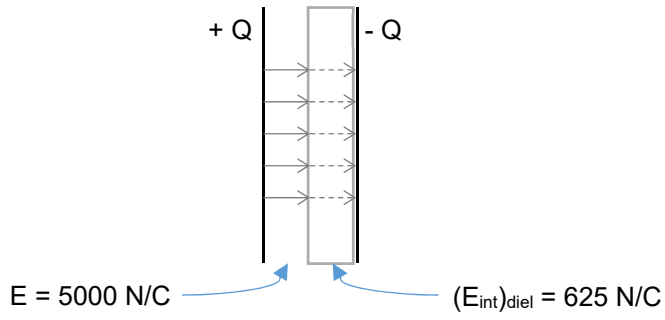
- a) $V = 100 \text{ V}$
- b)



- c) $V = 50 \text{ V}$

4.

- a) $V_+ - V_- = 20 \text{ V}$

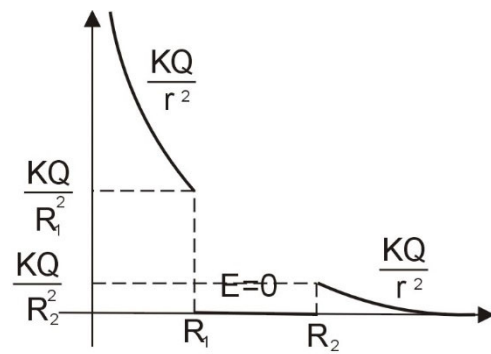
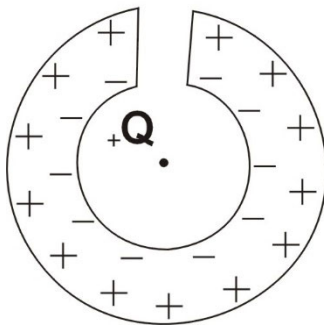


b)

c) $V_+ - V_- = 11,25 \text{ V}$

5. (a). $R_1 < r < R_2$; $E = 0$

(b).

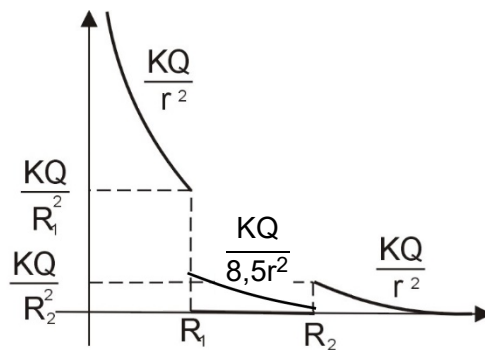


(c). $V_A - V_B = 0$

6.

a) $E_{\text{int}} = KQ/(8,5r^2)$; direcció radial; sentit cap el centre.

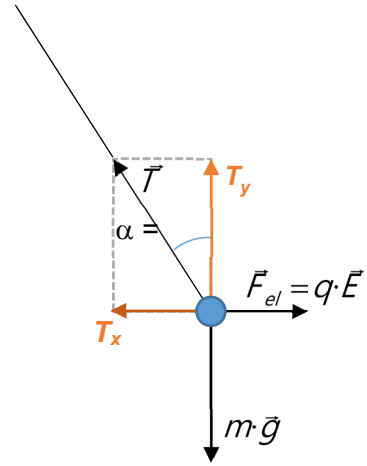
b)



c) $V_A - V_B < 0$

7.

- a) La placa que conté el punt A és positiva i l'altra negativa, perquè el camp té el mateix sentit que la força que experimentaria una q de prova positiva. La bola té càrrega positiva perquè experimenta una força paral·lela al camp i del mateix sentit.
- b) $T = 0,075 \text{ N}$; $F_{elec} = 0,0375 \text{ N}$; $E = 2,5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $V_A - V_B = 5 \cdot 10^4 \text{ V}$
- c) Si s'introdueix un gas dielèctric, el valor del camp entre les dues plaques disminuirà i, per tant, la força elèctrica que experimentarà la bola també. Al seu torn, l'angle desviat respecte la vertical també es farà més petit amb la conseqüent disminució de la tensió.
- $F'_{el} < F_{el}$
 $\alpha' < \alpha$
 $T' < T$



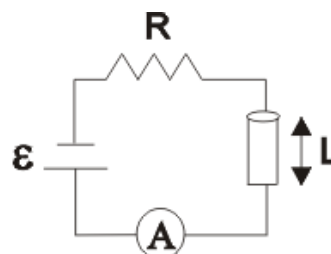
Lliçó 14: CORRENT CONTINU.

- Un tros de carbó té una longitud de 3 cm, i una secció recta quadrada de 0,5 cm de costat. Mitjançant una font d'alimentació s'aplica una diferència de potencial de 10 mV entre els seus extrems.
 - Quina és la seva resistència ($\rho_{\text{carbó}} = 3,5 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$)?
 - Quina intensitat de corrent circula per la resistència?
- Es connecta una resistència variable a un generador de força electromotriu $\varepsilon = \text{ctn.}$ Quan el valor de la resistència variable és R_1 , llavors el corrent que circula per ella és $I_1 = 0,6 \text{ A}$. Si el valor de la resistència variable s'augmenta fins $(R_1 + 10 \Omega)$ llavors la intensitat és $I_2 = 0,2 \text{ A}$. Calcular ε i R_1 .
- Si una línia connectada a 120 V està limitada a $I_{\text{MAX}} = 15 \text{ A}$, mitjançant un fusible de seguretat, servirà per a fer funcionar un assecador de cabell de potència $P = 1200 \text{ W}$?
- La potència en W que es marca en una bombeta no és una propietat inherent a ella si no que depèn del voltatge al que es connecta.
 - Quina és la propietat "elèctrica" inherent a una bombeta?
 - Quina és la intensitat de corrent que circula per una bombeta de 60 W connectada a un circuit de 120 V?
 - Quin valor té la resistència d'aquesta bombeta?
- Certa bombeta de resistència $R = 96 \Omega$ té gravat "150 W". S'ha de connectar a un circuit de 120 V o a un de 220 V?
- Una planxa elèctrica es connecta a una font de força electromotriu $\varepsilon = 110 \text{ V}$, i per ella circula una intensitat $I = 9 \text{ A}$.
 - Quanta energia calorífica, en Joules, dissipa la planxa en un minut?
 - Quants Coulombs de càrrega passen per ella en un minut?
- Una bombeta nocturna de 4 W es connecta en un circuit de 120 V i funciona en forma contínua durant un any. Calcular:
 - la intensitat de corrent que circula per ella;
 - la resistència del seu filament;
 - l'energia consumida en un any;
 - el cost del seu funcionament durant un any, amb una tarifa de 15 €/KWh.
- El circuit elèctric representat a la figura està constituït per un generador de corrent continu de força electromotriu $\varepsilon = 10 \text{ V}$ i resistència interna nul·la, una resistència R , un fil conductor de longitud L i un amperímetre connectat en sèrie. Si mesurem la intensitat de corrent (expressada en A) a través del circuit per diferents valors de la longitud L del fil conductor (expressada en m), obtenim:

L (m)	0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1
I (A)	1	0,5	0,33	0,25	0,16	0,125	0,09

Es pregunta:

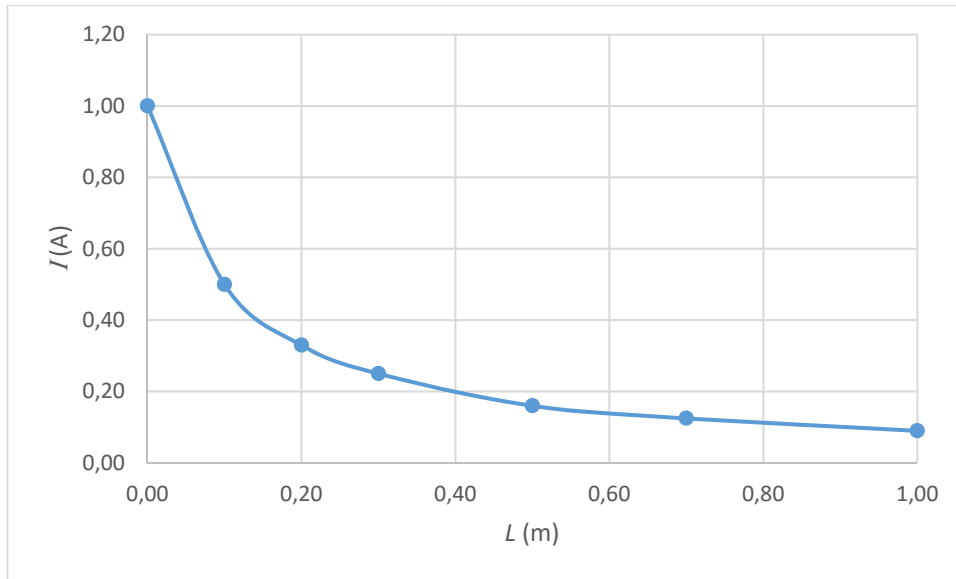
- Representar gràficament la intensitat I en funció de L i interpretar qualitativament la forma de la corba obtinguda.
- Determinar el valor de la resistència R del circuit. Determinar les caigudes de potencial a la resistència R i al fil quan $L = 0$, $L = 0,1$ i $L = 0,3$. Calcular en aquests tres casos el valor de la resistència del fil.
- Sabent que el diàmetre del fil és de $0,112$ mm, determinar la resistivitat del material del que està constituït. Sabries dir de quin material es tracta.



SOLUCIONS.

- $0,042 \Omega$
 - $0,238 \text{ A}$
- $R_1 = 5 \Omega$; $\varepsilon = 3 \text{ V}$
- Si.
- La R .
 - $I = 0,5 \text{ A}$.
 - $R = 240 \Omega$.
- A 120 V .
- $E_{\text{CAL}} = 59,4 \text{ KJ}$.
 - $\Delta Q = 540 \text{ C}$.
- $I = 0,033 \text{ A}$;
 - $R = 3.600 \Omega$;
 - $E = 1,26 \cdot 10^8 \text{ J} = 35,04 \text{ KW}\cdot\text{h}$;
 - $\text{Cost}_{\text{ANUAL}} = 525,6 \text{ €}$.

8. (a). $I = \frac{\varepsilon}{R + R_{fil}}$; $R_{fil} = \frac{\rho \cdot L}{S}$; $L \uparrow \Rightarrow R_{fil} \uparrow \Rightarrow I \downarrow$



(b). $R = 10 \Omega$

$L = 0$	$V_{fil} = 0$	$V_R = 10 \text{ V}$	$R_{fil} = 0$
$L = 0,1$	$V_{fil} = 5 \text{ V}$	$V_R = 5 \text{ V}$	$R_{fil} = 10 \Omega$
$L = 0,3$	$V_{fil} = 7,5 \text{ V}$	$V_R = 2,5 \text{ V}$	$R_{fil} = 30 \Omega$

(c). $\rho = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$

nicrome

BIBLIOGRAFIA utilitzada per confeccionar la llista de problemes.

- Tipler P.A.; Mosca, G.. FÍSICA. 6a.. Barcelona: Reverté, 2010.
- Alan H. Cromer. FISICA PARA LAS CIENCIAS DE LA VIDA. 2a. ed. Barcelona: Reverté, 1981.
- Hewit, P.G. FISICA CONCEPTUAL. 10a. ed. Mèxic: Pearson Education, 2017.