

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Programa de Doctorado

AUTOMÀTICA, ROBÒTICA Y VISIÒN

TESIS DOCTORAL

**TÉCNICAS DE CONTROL PARA LA MEJORA DE LA
ESTABILIDAD EN REDES ELÉCTRICAS DC CON
CONVERTIDORES OPERANDO A POTENCIA
CONSTANTE**

JOSÉ AROCAS-PÉREZ

Director: Dr. Robert Griñó

Diciembre 2021

José Arocas-Pérez: *Técnicas de Control Para la Mejora de la Estabilidad en Redes Eléctricas DC con Convertidores Operando a Potencia Constante*, Tesis Doctoral, © Diciembre 2021

Me dejaste un desafío todavía inalcanzable para mí, vestirse con la
mejor sonrisa ante las desilusiones de la vida, espero conseguirlo algún
día,

Dedicado a la amada memoria de mi madre.

1944 – 2021

RESUMEN

Algunos dispositivos eléctricos de las redes de corriente continua (DC), bajo determinadas características de funcionamiento, se comportan como cargas de potencia constante (CPLs). Este comportamiento, se define por presentar resistencia incremental negativa, comprometiendo la estabilidad de las redes de suministro. La evolución actual de las redes eléctricas, favorece la proliferación y aumento de este comportamiento inestable.

En esta investigación, se presenta un método de análisis de estabilidad que permite comprobar una condición suficiente para la estabilidad local de circuitos de DC lineales e invariantes en el tiempo con CPLs, para todos los posibles equilibrios del sistema que surgen al variar la potencia consumida por las CPLs. Además, este método se expresa en forma de desigualdades matriciales lineales que pueden ser verificadas mediante programación convexa.

También se propone la conexión de un dispositivo estabilizador en paralelo, dado un puerto de conexión accesible en la red eléctrica, que mediante una ley de control adecuada, permita asegurar la estabilidad local de redes de DC lineales e invariantes en el tiempo con CPLs. Las técnicas utilizadas en la obtención de la ley de control han sido control H_∞ , control autosintonizado y control no lineal.

Además, se demuestra que la solución propuesta cumple los objetivos establecidos a priori, basados en el peor caso respecto a la estabilidad del sistema, mediante resultados numéricos en simulación y resultados experimentales obtenidos en una planta prototipo diseñada y construida en el marco de este trabajo de investigación.

ABSTRACT

Some electrical devices in direct current (DC) networks, under certain operating characteristics, behave as constant power loads (CPLs). This behavior is defined by presenting negative incremental resistance, compromising the stability of the supply networks. The current evolution of electrical networks favors the proliferation and increase of this unstable behavior.

In this research, a stability analysis method is presented that allows verifying a sufficient condition for the local stability of linear and time-invariant DC circuits with CPLs, for all possible equilibria of the system that arise when varying the power consumed by the CPLs. Furthermore, this method is expressed by linear matrix inequalities that can be verified by convex programming.

It is also proposed to connect a stabilizing device in parallel, given an accessible connection port in the electrical network, which through an adequate control law, allows ensuring the local stability of linear and time-invariant DC networks with CPLs. The techniques used to obtain the control law have been H_∞ control, self-tuning control, and non-linear control.

In addition, it is shown that the proposed solution meets the objectives established a priori, based on the worst-case regarding the system stability, through numerical results in simulation and experimental results obtained in a prototype plant designed and built within the framework of this research.

PUBLICACIONES

- Arocas-Pérez José, Griñó Robert (2016). «Sobre la Estabilidad Local de Redes Eléctricas CC Alimentando Cargas Dinámicas de Potencia Constante». En: *Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación-Libro de resúmenes*. Elx, págs. 1-5.
- Arocas-Pérez José, Griñó Robert (2017). «A local stability condition for dc grids with constant power loads». En: *IFAC-PapersOnLine*. 50.1, págs. 7-12.
- Machado Juan E., Arocas-Pérez José, Wei He, Ortega Romeo, Griñó Robert (2018). «Active damping of a dc network with a constant power load: An Adaptive Passivity-based Control Approach». En: *Congreso Nacional de Control Automático (CNCA)*. San Luis Potosi, Mexico, pp.237-242.
- Machado Juan E., Ortega Romeo, Astolfi Alessandro, Arocas-Pérez José, Griñó Robert, Pyrkin Anton, Bobtsov Alexey (2019). «Active damping of a DC network with a constant power load: An adaptive observer-based design». En: *2019 18th European Control Conference (ECC)*. págs. 411-416.
- Machado Juan E., Ortega Romeo, Astolfi Alessandro, Arocas-Pérez José, Pyrkin Anton, Bobtsov Alexey, Griñó Robert (2021). «An Adaptive Observer-Based Controller Design for Active Damping of a DC Network With a Constant Power Load». En: *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. vol 29, no. 6, pp. 2312-2324.

*La vida es como montar en bicicleta,
para mantener el equilibrio tienes que avanzar.*

— Albert Einstein

AGRADECIMIENTOS

Cualquier tesis doctoral pone a prueba las capacidades y recursos del investigador, sobre todo, el tiempo disponible, la perseverancia, la autoconciencia, la estabilidad emocional y en algunos casos la resiliencia. Especialmente si se realiza a una edad donde tus capacidades intelectuales no son óptimas y tienes otras dificultades añadidas derivadas de las responsabilidades de la vida adulta. Es por esto, que quiero resaltar que sin la colaboración y apoyo desinteresado de otras personas no me hubiera sido posible superar esta empresa.

En primer lugar, quiero expresar mi profundo y sincero agradecimiento a mi director el Dr. Robert Griñó, por sus valiosas orientaciones, enseñanzas, estimada disposición, pero sobre todo por su paciencia y comprensión.

Mi gratitud por brindarme sus instalaciones y ofrecerme el apoyo administrativo y académico del Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales (IOC) y a todo el equipo humano que hay detrás. En especial a mis compañeros de laboratorio, sin los cuales, esta investigación no hubiera sido posible, a Rafael Cardoner, Enric Miró y Víctor Repecho por la incalculable ayuda prestada en la programación, diseño y construcción de la planta experimental, así como por acogerme, apoyarme y brindarme su amistad. A Leopold Palomo por su soporte con los problemas informáticos y por las animadas conversaciones durante las sobremesas.

Mi reconocimiento al grupo *Control Avançat de Sistemes d'Energia* (ACES), cuyos miembros me ayudaron de una manera desinteresada, en especial a Arnau Dòria y Domingo Biel por su camaradería y Josep María Olm por su inestimable ayuda con las dudas matemáticas.

Gracias por la colaboración recibida durante mi estancia de investigación en *École Supérieure d'Électricité* (*Supélec*), donde compartí muchas horas de cálculos sobre la pizarra con Juan Eduardo Machado, bajo la tutela de Romeo Ortega y las impagables clases recibidas por el Profesor Hassan K. Khalil.

Este trabajo a sido financiado en parte por el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad del Gobierno de España a través de los proyectos: DPI2013-41224-P y DPI2017-85404-P. Y por la Generalitat de Catalunya a través de los proyectos 2014 SGR 267 y 2017 SGR 872

Aunque no soy muy buen conversador, agradezco la oportunidad de haber conocido a todos mis compañeros de doctorado en el IOC, Mersha, Marcos, Josep, Isiah, Nestor, Ali, Muhayy Ud Din, Diab, Abiud. En especial doy gracias por el cariño, ánimos y amistad recibida a Andrés Montaña y Annamária.

A mi entorno más cercano, que ha sufrido mi ausencia y mis momentos difíciles, agradezco todo el apoyo y comprensión. A mi padre y a mi madre, a la que dedico este trabajo, gracias por hacer de mí lo que soy. Al causante de que dejara la vida laboral y retomara los estudios, mi hijo Hugo, solo puedo decirle que comencé este desafío para poder dedicarle más tiempo.

Y finalmente a mi amada Lina, gracias por creer en mí dándome el coraje para seguir adelante y traer luz a mi vida cuando tanto lo necesitaba, sin tu amor nunca hubiera terminado esta aventura.

ÍNDICE GENERAL

Resumen	v
Abstract	vii
Publicaciones	ix
Agradecimientos	xi
Índice de figuras	xvii
Índice de tablas	xxiv
Acrónimos	xxvii
I INTRODUCCIÓN	1
1 INTRODUCCIÓN	3
1.1 Introducción a las CPL	3
1.2 Proliferación de las CPL	5
1.3 Impedancia incremental negativa	7
1.4 Modelos de CPL	12
1.5 Tipología de las redes de estudio	14
2 ESTADO ACTUAL DEL PROBLEMA	15
2.1 Métodos de análisis de estabilidad para sistemas DC	15
2.1.1 Métodos de análisis de pequeña señal para sistemas DC	15
2.1.2 Métodos de análisis de gran señal para sistemas DC	17
2.2 Métodos de estabilización en sistemas eléctricos con cargas de potencia constante	19
2.2.1 Modificación de la impedancia de salida $Z_o(s)$ aguas arriba del bus de continua	19
2.2.2 Modificación de la impedancia de entrada $Z_i(s)$ de la CPL	20
2.2.3 Adición de una impedancia $Z_a(s)$ en paralelo al bus de continua	20
3 OBJETIVO Y ALCANCE	23
3.1 Objetivos	23
3.2 Alcance de la tesis	23
II MÉTODO DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD	25
4 MÉTODO DE ANÁLISIS	27
4.1 Sistemas Reales Positivos y sistemas Imaginario Negativos	27
4.2 Interconexión mediante realimentación positiva de sistemas Imaginario Negativos	32

4.3	Descripción del problema	33	
4.4	Método de evaluación de la estabilidad	37	
4.4.1	Evaluando si K es NI	37	
4.4.2	Evaluando si $Z(s)$ es SNI	37	
4.4.3	Condición suficiente para la estabilidad local	38	
4.5	Ejemplos de aplicación del método de estabilidad	39	
4.5.1	Ejemplo de aplicación del método en un sistema monopuerto	39	
4.5.2	Ejemplo de aplicación del método en un sistema multipuerto	44	
III TÉCNICAS DE CONTROL DE ESTABILIDAD		49	
5	ESTABILIZACIÓN DE REDES DE DC CON CARGAS DE POTENCIA CONSTANTE	53	
5.1	Modelo propuesto de las redes de estudio y análisis de características	53	
5.1.1	Equilibrios del sistema	54	
5.1.2	Análisis de estabilidad del problema propuesto	54	
5.1.3	Objetivos de control y metodología	57	
5.2	Conexión del dispositivo Shunt Damper con la red de DC	60	
5.2.1	Equilibrios de la red con el dispositivo <i>shunt damper</i> conectado	61	
5.3	Estabilización mediante técnicas lineales	62	
5.3.1	Control de corriente y voltaje del convertidor Boost	63	
5.3.1.1	Controlador de corriente por histéresis	64	
5.3.1.2	Controlador de voltaje	73	
5.3.1.3	Simulaciones numéricas control de corriente y voltaje del convertidor Boost	76	
5.3.2	Estabilización mediante control monopuerto H_∞	78	
5.3.2.1	Obtención de la Planta monopuerto para el controlador de estabilización H_∞	79	
5.3.2.2	Diseño del controlador monopuerto de estabilización mediante Mixed-sensitivity H_∞	82	
5.3.2.3	Simulaciones numéricas para el control de estabilización monopuerto H_∞	85	
5.3.2.4	Simulación 1: estabilidad local control monopuerto H_∞	86	
5.3.2.5	Simulación 2: estabilidad global control monopuerto H_∞	87	
5.3.3	Control multipuerto crossover H_∞	90	
5.3.3.1	Obtención de la planta para el diseño de control multipuerto H_∞	92	
5.3.3.2	Diseño del controlador multipuerto H_∞	94	

5.3.3.3	Simulaciones controlador multipuerto H_∞	99
5.3.3.4	Simulación 1: estabilidad local control multipuerto H_∞	100
5.3.3.5	Simulación 2: estabilidad global control multipuerto H_∞	101
5.4	Estabilización mediante control autosintonizado	104
5.4.1	Análisis del modelo	105
5.4.2	Controlador de emplazamiento de polos	106
5.4.3	Diseño del identificador del modelo	107
5.4.3.1	Simulaciones controlador autosintonizado	110
5.4.3.2	Simulación 1: estabilidad local controlador autosintonizado	111
5.4.3.3	Simulación 2: estabilidad global controlador autosintonizado	112
5.5	Estabilización mediante control No Lineal	116
5.5.1	Diseño del controlador de linealización de entrada-salida de información completa	116
5.5.2	Estabilización mediante realimentación de salida con desconocimiento de la potencia consumida por la CPL	120
5.5.3	Simulaciones numéricas control no lineal	121
5.5.3.1	Simulación 1: controlador adaptativo	121
5.5.3.2	Simulación 2: comportamiento del observador-estimador diseñado	122
IV	DISEÑO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES	129
6	DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE LA PLANTA EXPERIMENTAL	131
6.1	Planta experimental	131
6.2	Carga de potencia constante	131
6.3	Dispositivo estabilizador tipo shunt	135
6.3.1	Convertidor de tipo boost	135
6.3.2	Criterios de diseño	135
6.3.3	Selección de parámetros	137
6.3.4	Diseño del Inductor	137
6.3.5	Selección de r_3 y C_2	139
6.3.6	Hardware de acondicionamiento y control	139
7	RESULTADOS EXPERIMENTALES	143
7.1	Resultados experimentales control de corriente y voltaje del convertidor Boost	143
7.2	Caracterización de la planta experimental	145
7.3	Resultados experimentales controlador <i>mixed-sensitivity</i> H_∞ (H_∞)	148
7.4	Resultados experimentales control no lineal	150
8	CONCLUSIONES Y VÍAS FUTURAS	155

8.1	Conclusiones	155
8.1.1	Conclusiones del análisis de estabilidad	155
8.1.2	Conclusiones basadas en los métodos y técnicas de control	156
8.1.3	Conclusiones basadas en los resultados experimentales	157
8.2	Vías futuras de investigación	157
V	APÉNDICES	159
A	DEMOSTRACIONES DE LA SECCIÓN 5.5	161
A.1	Demostración de la Proposición 5.5.1	161
A.2	Demostración de la Proposición 5.5.2	161
A.3	Demostración de la Proposición 5.5.3	162
A.4	Demostración de la Proposición 5.5.4	165
	BIBLIOGRAFÍA	167

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Curvas características par-velocidad en aplicaciones típicas de control de velocidad en motores eléctricos. 4	
Figura 2	Comportamiento en estado estacionario, de carga a potencia constante de los convertidores electrónicos de potencia, cuando su tensión de salida se mantiene constante. 5	
Figura 3	Convenio de signos utilizado. 7	
Figura 4	Caracterización de una resistencia lineal en el plano i-v. 8	
Figura 5	Resistencia estática y dinámica de una resistencia no-lineal en el plano i-v. 9	
Figura 6	Clasificación de los dispositivos electrónicos mediante el signo de $R_{DC} < 0$. 10	
Figura 7	Curvas características v-i de algunos dispositivos con resistencia incremental negativa, pasivos a) y b) y activos c) y d). 11	
Figura 8	Comportamiento de la CPL. 13	
Figura 9	Diagrama de Nyquist de algunas funciones de transferencia PRs $\forall \omega \in \mathbb{R}$ en la Fig. (a) y algunas funciones de transferencia NIs $\forall \omega \in (0, \infty)$ en la Fig. (b). 32	
Figura 10	Interconexión mediante realimentación positiva. 33	
Figura 11	Circuito LTI RLC con fuentes incluidas y m CPLs (caso m-puerto). 34	
Figura 12	Equivalente de Thévenin del circuito Σ in Fig. 11. 34	
Figura 13	Diagrama de bloques de la interconexión del sistema en torno al equilibrio. 36	
Figura 14	Circuito monopuerto RLC conectado con una CPL. 39	
Figura 15	Trazado de Nyquist de $L(s)$ para diferentes valores de condensador: a) (turquesa) $P_0 = 3000 \text{ W}$, $v_0 = 16.58 \text{ V}$, $C = 3 \text{ mF}$, b) (naranja) $P_0, v_0, C_i = 3.5 \text{ mF}$, c) (violeta) $P_0, v_0, C_q = 4.66 \text{ mF}$ y d) (cyan) $P_{\text{lim}} = 3512.2 \text{ W}$, $v_{\text{lim}} = 12 \text{ V}$, C_q . 42	
Figura 16	Evaluación de la estabilidad, inestabilidad y propiedad NI de la red monopuerto de la Fig. 14, para diferentes valores de capacidad y potencia. 43	
Figura 17	Circuito lineal de dos puertos con CPLs. 44	

- Figura 18 Regiones de estabilidad, inestabilidad y propiedad NI para un punto de equilibrio determinado respecto a los valores de condensador en los puertos. 46
- Figura 19 Lugares característicos *Characteristic loci* de $Z(s)K$ $\forall \omega > 0$ ($C_{q1} = 89$ mF, $C_{q2} = 88$ mF, $P_1 = 2860$ W, $P_2 = 533.6$ W, $v_1 = 13.12$ V, $v_2 = 9.88$ V). 47
- Figura 20 Lugares característicos *Characteristic loci* de $Z(s)K$ $\forall \omega > 0$ ($C_{q1} = 37$ mF, $C_{q2} = 12$ mF, $P_1 = 2860$ W, $P_2 = 533.6$ W, $v_1 = 13.12$ V, $v_2 = 9.88$ V). 47
- Figura 21 Red de DC alimentando a una CPL algebraica. 54
- Figura 23 Clasificación de las técnicas activas en función de la ubicación del lazo de control modificado. 59
- Figura 24 Conexión a la red DC de una fuente de corriente ideal en paralelo. 59
- Figura 25 La red eléctrica de la Fig. 21 se aumenta añadiendo un convertidor en paralelo con la CPL. 60
- Figura 26 Esquema de la fuente de corriente controlada implementada con un convertidor de tipo Boost bidireccional. 65
- Figura 27 Esquema del controlador de corriente del convertidor boost propuesto. 65
- Figura 28 Configuración del sistema de seguimiento mediante relé utilizado para la obtención del LPRS (*Relay Servo System*). 67
- Figura 29 Controlador de corriente del convertidor boost propuesto en forma de *Relay Servo System*. 69
- Figura 30 LPRS en el intervalo $\omega \in [1.2566e5, 1e8]$ rad/s, para diferentes puntos de funcionamiento en función de V_i . Tomando los valores $V_i = 12, 16, 20, 24$ V, se obtienen respectivamente $J_1(\omega)$, $J_2(\omega)$, $J_3(\omega)$, $J_4(\omega)$. 70
- Figura 31 Obtención de la T_f para el diseño del controlador de voltaje del boost. 74
- Figura 32 Respuesta ante entrada escalón unitario del sistema (45) en lazo cerrado con el controlador (47), para diferentes puntos de equilibrio determinados por la potencia consumida por la CPL. 75
- Figura 33 Resultado de la simulación para el control de voltaje del convertidor Boost. 76
- Figura 34 Comportamiento del convertidor controlado como fuente de corriente, para un pulso de corriente negativa. 77

Figura 35	Comportamiento del convertidor controlado como fuente de corriente, para un pulso de corriente positiva. 78
Figura 36	Esquema simplificado del dispositivo <i>shunt damper</i> , para el diseño del controlador de estabilización. 79
Figura 37	Esquema simplificado de la planta utilizada en el diseño del controlador de estabilidad. 80
Figura 38	Diagrama de Bode de $G_{\text{stb}}(z)$ para los valores de potencia contenidos en P_{vec} . 81
Figura 39	Configuración de control generalizada. 83
Figura 40	Configuración de control generalizada para el problema de optimización <i>mixed-sensitivity</i> S/T. 83
Figura 41	Diagrama de Bode de los pesos utilizados en el diseño H_{∞} . 85
Figura 42	Diagrama de Bode para la función de sensibilidad S y de sensibilidad complementaria T , para la familia de plantas, comparándolas con los pesos ponderados respecto al valor mínimo obtenido para γ . 85
Figura 43	Simulaciones para la respuesta ante perturbación de potencia, desde $P = 250$ W hasta $P = 454$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad local. 88
Figura 44	Simulaciones para la respuesta ante perturbación de potencia, desde $P = 10$ W hasta $P = 454$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad global. 89
Figura 45	Resultado de la simulación, para x_4 , ante escalón de potencia desde $P = 10$ W, hasta $P = 454$ W. 90
Figura 46	Resultado de la simulación ante entrada escalón, desde $P = 10$ W, hasta $P = 454$ W, para la potencia de la red $P_{\text{net}} := x_1 x_2$, la potencia de la CPL, P y la potencia del <i>shunt damper</i> , P_L . 91
Figura 47	Planta con filtro crossover $N(z)$. 92
Figura 48	Esquema de la planta multipuerto $M(z)$, utilizada para el diseño del controlador crossover H_{∞} . 93
Figura 49	Bode magnitud para la familia de plantas en lazo abierto $M(z)$. 95
Figura 50	Respuesta deseada (inversa de los pesos), utilizada para el diseño del controlador MIMO H_{∞} . 96

- Figura 51 Distintos elementos de la función de sensibilidad $S(z)$ y la de sensibilidad complementaria $T(z)$, para la planta $M(z)$ en lazo cerrado con el controlador $K(z)$, en comparación con los pesos deseados ponderados por el valor de γ obtenido. 98
- Figura 52 Simulación numérica para la respuesta ante perturbación de potencia, desde $P = 250$ W, hasta $P = 453$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad local. 100
- Figura 53 Simulación numérica para la respuesta ante perturbación de potencia, desde $P = 10$ W, hasta $P = 453$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad global. 102
- Figura 54 Resultado de la simulación para x_4 , desde $P = 10$ W, hasta $P = 453$ W, donde se muestra una escala de tiempos adecuada con el objetivo de evaluar el control de x_4 . 103
- Figura 55 Resultado de la simulación, para una perturbación global, desde $P = 10$ W, hasta $P = 453$ W, donde se muestra el balance de potencia del *shunt damper* $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$ y el de la red eléctrica P_{net} , en comparación con la potencia consumida por la CPL, P (W). 103
- Figura 56 Diagrama de bloques del control autosintonizado propuesto. 105
- Figura 57 Comportamiento en lazo cerrado para el sistema de control autosintonizado, ante un escalón de potencia desde $P = 250$ W, hasta $P = 450$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad local. 113
- Figura 58 Comportamiento en lazo cerrado del identificador RLS de olvido direccional adaptativo propuesto, ante un escalón de potencia desde $P = 250$ W, hasta $P = 450$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad local. 114
- Figura 59 Comportamiento en lazo cerrado para el sistema de control autosintonizado, ante un escalón de potencia desde $P = 10$ W, hasta $P = 450$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad global. 115
- Figura 60 Comportamiento en lazo cerrado del identificador RLS de olvido direccional adaptativo propuesto, ante un escalón de potencia desde $P = 10$ W, hasta $P = 450$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad global. 117

Figura 61	Diagrama de bloques que representa la conexión en cascada de los sistemas (77) y (78). 119
Figura 62	Resultado de la simulación 1, para el vector de estados x (trazos sólidos), comparándolo con sus respectivos valores de referencia \bar{x} (trazos discontinuos). 123
Figura 63	Zoom alrededor del segundo transitorio de la Fig. 62. 124
Figura 64	Resultado de la simulación 1 para; la señal de control u , la corriente estimada \hat{x}_1 , la potencia estimada en la carga \hat{P} y la potencia consumida por el <i>shunt damper</i> \mathcal{P}_L (trazos sólidos), comparado con sus respectivos valores de referencia (trazos discontinuos). 125
Figura 65	Zoom alrededor del segundo transitorio de la Fig. 64. 126
Figura 66	Resultado de la simulación 2, valor observado de \hat{x}_1 comparado con el valor real x_1 , valor estimado de \hat{P} comparado con el valor real P , primera y segunda gráfica respectivamente. En las dos últimas gráficas, se muestra el error de observación \tilde{x}_1 y el error de estimación \tilde{P} , respectivamente. 127
Figura 67	Banco de pruebas experimental. En la imagen no se muestra la fuente de DC. 132
Figura 68	Circuito de los dos módulos que componen la CPL diseñada. 133
Figura 69	Resultado de la simulación con LTspice del circuito de la Fig. 68. 133
Figura 70	Resultado de la identificación experimental de la CPL diseñada. Voltage en la carga (rojo) 5 V/div y corriente consumida (amarillo) 5 A/div. 134
Figura 71	Esquema del convertidor boost. 135
Figura 72	Evolución temporal de i_L . 136
Figura 73	Diagrama de Bloques de Simulink para la interrupción principal del controlador de corriente por histéresis. 140
Figura 74	Diagrama de Bloques de Simulink para el algoritmo de control de corriente por histéresis. 141
Figura 75	Operación del convertidor boost como fuente de corriente controlada: x_4 (cyan, 20 V/div), x_2 (violeta, 20 V/div), x_{3stb} (rosa, 1 V/div), x_3 (rojo, 10 A/div). 144

- Figura 76 Operación del convertidor boost como fuente de corriente controlada, ante una consigna negativa: x_4 (cyan, 20 V/div), x_2 (violeta, 20 V/div), x_{3stb} (rosa, 1 V/div), x_3 (rojo, 10 A/div). 145
- Figura 77 Operación del convertidor boost como fuente de corriente controlada, ante una consigna positiva: x_4 (cyan, 20 V/div), x_2 (violeta, 20 V/div), x_{3stb} (rosa, 385 mV/div), x_3 (rojo, 10 A/div). 146
- Figura 78 Respuesta escalón desde $P = 250\text{ W}$ hasta $P = 328\text{ W}$ del circuito inicial sin el *shunt damper* controlado. El trazo rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 10 ms/div. 147
- Figura 79 Respuesta escalón desde $P = 250\text{ W}$ hasta $P = 330\text{ W}$ del circuito inicial sin el *shunt damper* controlado. El trazo rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 2 ms/div. 148
- Figura 80 Respuesta escalón desde $P = 10\text{ W}$ hasta $P = 300\text{ W}$ del circuito inicial sin el *shunt damper* controlado. El trazo rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 1 ms/div. 149
- Figura 81 Resultado experimental para comprobar la estabilidad local del sistema de estudio en lazo cerrado con el dispositivo *shunt damper*, para el controlador diseñado mediante técnicas lineales H_∞ . 150
- Figura 82 Resultado experimental para comprobar la estabilidad global del sistema de estudio en lazo cerrado con el dispositivo *shunt damper*, para el controlador diseñado mediante técnicas lineales H_∞ . 151
- Figura 83 Respuesta escalón desde $P = 250\text{ W}$ hasta $P = 380\text{ W}$ con el *shunt damper* controlado. El trazo rojo (arriba) corresponde con el voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 20 ms/div. 152
- Figura 84 Respuesta escalón de la red con el *shunt damper* desde $P = 10\text{ W}$ hasta $P = 300\text{ W}$. El trazo rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 2 ms/div. 153

Figura 85 Eficiencia energética del *shunt damper*. La red con el *shunt damper* controlado, se somete a un escalón de potencia de la CPL desde $P = 10\text{ W}$ hasta $P = 300\text{ W}$. El trazado rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div), el trazado violeta (medio) a la corriente del boost x_3 (10 A/div) y el trazo azul (debajo) corresponde a la potencia instantánea del convertidor (50 W/div). La escala de tiempos es 1 ms/div. 153

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2	Clasificación de los dispositivos electrónicos mediante el signo de la resistencia estática y dinámica. 12
Tabla 3	Parámetros de la red monopuerto RLC. 41
Tabla 4	Parámetros para el circuito de la Fig. 17. 44
Tabla 5	Solución periódica obtenida para diferentes puntos de funcionamiento a frecuencia fija $\Omega = 2\pi f_{sw}$. 71
Tabla 6	Parámetros para el circuito de la Fig. 25. 121
Tabla 7	Parámetros de la planta experimental, correspondientes a la Fig. 67. 131
Tabla 8	Medidas reales para la inductancia y resistencia, para diferentes frecuencias, del inductor construido L. 138

ACRÓNIMOS

AC	Alternating Current. 3-5, 14, 53, 104, 121, 157, 158
ADC	Analogue to Digital Converter. 78, 140
AREs	Algebraic Riccati Equations. 82
BMI	Bilinear Matrix Inequalities. 82, 97
CCDNR	Current Controlled Differential Negative Resistance. 10, 11
CPL	Constant Power Load. v, xiii, xvii-xxi, xxiii, 1, 3-7, 12-14, 24, 25, 27, 33-41, 44, 49, 53, 56, 58-60, 62-64, 70, 73, 75, 80, 86, 87, 90, 91, 100, 103, 110, 111, 120, 122, 129, 131-134, 139, 146, 147, 151-153, 155-158
CPU	Central Processing Unit. 133, 139, 140
CRHP	closed right half plane. 31
DC	Direct Current. v, xviii, xxi, 1, 5, 8, 10, 14, 24, 25, 27, 33, 34, 39, 41, 49, 53, 54, 58, 59, 87, 101, 104, 110, 112, 120, 121, 129, 131, 132, 134, 155, 156, 158
DCmg	DC-Microgrids. 6, 14, 53, 104, 131
DF	Describing Function. 66, 67
DG	Distributed Generation Units. 14
EPC	Electronic Power Converters. 1, 4-6, 13, 15, 59, 104
ESS	Energy Storage Systems. 14
FBSOA	Forward-Bias Safe Operating Area. 132
H_∞	norma H infinito. xv, xix, xxii, 24, 49, 82, 83, 85, 87, 89, 90, 93, 94, 96, 97, 102, 105, 129, 143, 148-151, 156-158

HV	High Voltage. 4
HVAC	Heating Ventilation Air Conditioning. 6
HVDC	High Voltage Direct Current. 14
I&I	<i>Immersion & Invariance method.</i> 24, 49, 120, 143, 156
IOC	Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials. xi
LMI	Linear Matrix Inequalities. 25, 27, 28, 33, 38, 45, 82, 156
LPRS	Locus of a Perturbed Relay System. 66–71, 74
LTI	Linear Time Invariant. 15, 23, 25, 27, 28, 33, 34, 36, 37, 39, 68, 155, 156
MCU	microcontroller unit. 133, 139
MIMO	Multiple Input, Multiple Output. xix, 24, 25, 27, 39, 49, 91, 94, 96, 158
MLG	Minor Loop Gain. 15–17
MPPT	maximum power point tracker. 104
MV	Medium Voltage. 4
NI	Negative Imaginary. xvii, xviii, 17, 25, 27, 29–33, 37–46, 53, 56, 57
NIC	Negative Impedance Converter. 11
ODEs	ordinary differential equations. 99
OLTC	On-Load Tap Changer. 4
ORHP	open right half plane. 31
PCC	Point of Common Coupling. 3, 15, 17, 19–21, 49, 54, 59, 63, 78, 104, 121
PR	Positive Real. xvii, 25, 27–32, 36
PRBS	pseudorandom binary sequence. 105, 108, 110
PWM	Pulse With Modulation. 106, 140

RLS	Recursive Least Square. xx, 24, 104, 105, 107, 108, 114, 116, 117, 156
ROA	<i>Region of attraction</i> . 146, 148, 151
SCR	Short Circuit Ratio. 7
SGT	small gain theorem. 82
SIMO	Single Input, Multiple Output. 91
SISO	Single Input, Single Output. 24, 25, 27, 30, 31, 39, 41, 43, 49, 94
SNI	Strictly Negative Imaginary. 27, 31–33, 37, 38, 40, 41, 45
SOS	sum of squares. 18
SPR	Strictly Positive Real. 27, 30, 31, 36
Tf	Transfer Function. xviii, 25, 27, 29–31, 36–38, 41, 46, 69, 74, 79, 80, 105, 106, 111
VCDNR	Voltage Controlled Differential Negative Resistance. 10, 11

Parte I

INTRODUCCIÓN

En el primer capítulo, se definen las cargas eléctricas, y se evalúan las características que determinan el comportamiento de estas como CPLs. Así también, se proponen ejemplos de dispositivos, que dependiendo de determinadas características de funcionamiento, dependientes del tiempo y/o la frecuencia, pueden comportarse como CPLs. Algunos ejemplos típicos son el control de velocidad en motores y los convertidores electrónicos de potencia (EPCs) con regulación de salida a voltaje constante.

Se analiza también, la evolución de las redes actuales y los motivos de la proliferación y aumento de las CPLs. Además, se define la impedancia incremental negativa y se clasifica el comportamiento de los dispositivos electrónicos basándose en el signo de la impedancia estática y la impedancia incremental. Y, por último, se propone el modelo utilizado que representa el comportamiento de la CPL y se acota el problema de estudio de la tesis a redes de DC.

En el segundo capítulo, se expone el estado actual de los métodos de análisis existentes para evaluar la estabilidad de las redes eléctricas de DC. También, se analizan y clasifican, los principales métodos de estabilización propuestos en la literatura, para los sistemas eléctricos DC con CPLs.

En el tercer y último capítulo de esta parte introductoria, se establecen los objetivos de la tesis, así como su alcance.

INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN A LAS CPL

En las redes eléctricas, las cargas individuales que consumen la energía son de muy diversa índole; motores eléctricos síncronos, motores eléctricos asíncronos, accionadores, bombas, ventiladores, calefactores, iluminación, electro-imanés, aire acondicionado, etc. También se define «carga» a la carga neta de una parte de la red, ya sea a la carga que soporta una subestación, así como a la carga equivalente conectada a un puerto de conexión o bus de distribución, llamado punto de acoplamiento común (PCC)¹. Los modelos de carga son importantes para realizar estudios de análisis de redes; estabilidad transitoria, estabilidad de tensión, flujos de potencia, límites de corto-circuito, etc. Se utilizan modelos estáticos y dinámicos. Los modelos estáticos más usuales son el modelo exponencial y el modelo polinomial, un caso particular de este último es el modelo ZIP, que es una combinación de carga a impedancia constante (Z), carga a corriente constante (I) y carga a potencia constante (P) en diferentes proporciones, cuando se desea un modelo dinámico, se utiliza una combinación del modelo ZIP en paralelo con un motor de inducción. Otros modelos dinámicos son los modelos genéricos, el modelo genérico aditivo y el modelo genérico multiplicativo, para una información detallada consultar Press y col., 2013, 11.2.2 Load Modeling. Una revisión minuciosa de modelos de carga utilizados en estudios para sistemas de potencia, se puede consultar en Arif y col., 2018 y en las referencias que contiene.

Las CPLs no existen como tal, no obstante, algunos dispositivos físicos conectados a un sistema eléctrico, pueden mantener constante la potencia consumida en un instante determinado, o bien, tener un valor constante en promedio de la potencia consumida, durante un intervalo de tiempo. Por lo tanto, el comportamiento como CPL es dependiente del tiempo, además, en circuitos de AC también puede depender de la

¹ En algunas publicaciones utilizan esta designación para referirse al punto de conexión entre la red de suministro eléctrico corriente alterna (AC) y otras redes menores, aquí nos referimos al bus de conexión común.

frecuencia, comportándose como CPL en una parte del ciclo y en otra no.

En las transformaciones de energía, para mejorar la eficiencia, muchas veces se regula el sistema para aprovechar la energía de forma constante, por ejemplo, en los sistemas de calefacción se desea mantener la temperatura constante mediante un termostato, independientemente de las variaciones de tensión, obteniendo potencia calorífica constante. Así mismo, en los motores eléctricos se desea obtener energía mecánica a potencia constante, un ejemplo típico de comportamiento como CPL, se evidencia en los motores eléctricos alimentados por EPCs que consiguen aumentar la frecuencia de giro por encima de la frecuencia nominal, en Figura 1, se representan las curvas características en aplicaciones típicas de control de motores, donde se distingue una región de funcionamiento (*Constant Power Region*) comportándose como CPL.

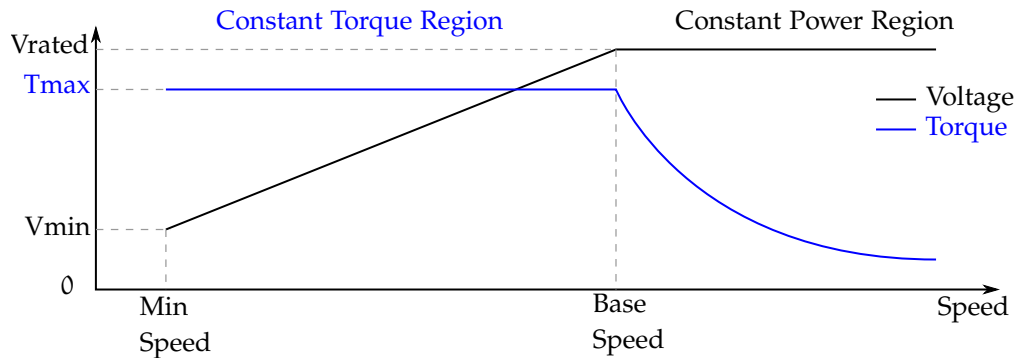


Figura 1: Curvas características par-velocidad en aplicaciones típicas de control de velocidad en motores eléctricos.

Otro ejemplo usual ocurre cuando un EPC que alimenta una carga convencional (o un subconjunto de la red), mantiene la tensión fija en la carga mediante control por realimentación, y su respuesta dinámica es cuantitativamente más rápida que la señal que lo alimenta. De forma simplificada, podemos decir que cuando un EPC está estrictamente controlado para mantener una tensión fija en su salida, se comporta como CPL. En la Fig. 2, visto desde el puerto 1, el circuito se comporta como una CPL.

No obstante, el comportamiento CPL es anterior al desarrollo de los EPCs, un ejemplo abundante, lo podemos encontrar en cualquier cambiador de tomas bajo carga (OLTC) de la red de suministro AC, ya que estos regulan la tensión entre las subestaciones y el sistema de suministro aguas arriba, para mayor información consultar Van Cutsem y Vournas, 1996. Básicamente es un transformador de alta tensión (HV) a media tensión (MV), con varias tomas en el primario que puede cambiar el número de espiras mediante un interruptor mecánico, aunque los OLTC actuales están controlados mediante EPCs.

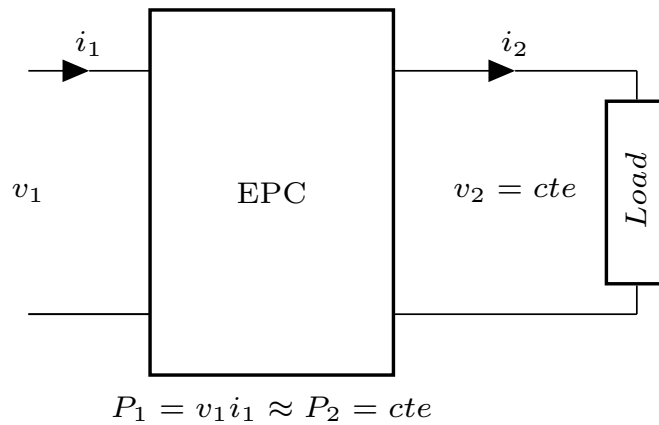


Figura 2: Comportamiento en estado estacionario, de carga a potencia constante de los convertidores electrónicos de potencia, cuando su tensión de salida se mantiene constante.

El interés por este tipo de comportamiento no es nuevo, en Kent y col., 1969 se utiliza el término *constant MVA loads* para referirse al término genérico (válido para AC y DC) de potencia aparente constante (*Mega Volt Amp*). El comportamiento de las cargas a potencia constante, se viene utilizando para modelar el comportamiento de las cargas eléctricas en estudios de estabilidad de sistemas de producción y distribución eléctricas desde antaño, ya que, desde el punto de vista de la estabilidad, es el caso más crítico debido a su efecto en amplificar las oscilaciones de tensión. Por ejemplo, una caída de tensión provoca un incremento de corriente en la carga, aumentando todavía más la caída de tensión.

1.2 PROLIFERACIÓN DE LAS CPL

Los dispositivos semiconductores de potencia, han sufrido una rápida evolución en las últimas décadas, utilizando nuevos materiales, aumentando la frecuencia de conmutación máxima y la potencia nominal, disminuyendo los costos de producción y el tamaño de integración. Esto provoca que su ámbito de aplicación se expanda de forma creciente, su flexibilidad de uso en numerosas aplicaciones, facilidad de ampliación de la potencia, así como su modularidad, ha propiciado que aumente su presencia tanto en el ámbito doméstico como industrial. Es un hecho que en la mayoría de aplicaciones donde se transforma, utiliza o almacena energía eléctrica de forma eficiente, se utilizan EPCs, consecuentemente, también aumentan los casos dónde se comportan como CPL.

El desafío del cambio climático está favoreciendo el desarrollo de nuevos paradigmas en la distribución y utilización de la energía hacia una mayor integración eléctrica, favoreciendo el desarrollo y utilización de los EPCs y sus sistemas de control, como elementos intermediarios en

los procesos de transformación de la energía. A continuación se exponen algunos ejemplos.

- **Ámbito doméstico y residencial.** La eficiencia energética en el ámbito doméstico y residencial, no sólo industrial, ha propiciado la sustitución de las cargas convencionales (Lámparas incandescentes, balastos magnéticos) por cargas electrónicas (lámparas fluorescentes compactas (CFL), balastos electrónicos, iluminación LED). Así como, en el ámbito de la calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC), se mejora su eficiencia, mediante el control de velocidad de los motores eléctricos que accionan las bombas, compresores y ventiladores mediante EPCs, adaptando la velocidad de giro a los requerimientos energéticos.
- **Transporte más eléctrico.** La transformación del sistema de transporte de personas y mercancías está favoreciendo la evolución de los vehículos terrestres (ver Emadi y col., 2006), marítimos (ver Doerry, 2009 y Ouroua, Domaschk y Beno, 2005), aéreos (ver Rose-ro y col., 2007) y aeroespaciales (ver Kankam y Elbuluk, 2001), hacia una mayor integración eléctrica, sustituyendo los circuitos neumáticos e hidráulicos por eléctricos y cuya tendencia en un futuro cercano es sustituir el principal elemento propulsor por motores eléctricos. Según Brombach y col., 2011 en un avión convencional de pasajeros el 47 % de las cargas actúan como CPL.
- **Centros de procesamiento de datos.** Otro sector que demanda una tensión de alimentación constante mediante utilización de EPCs para su suministro eléctrico, son los centros de procesamiento de datos y los sistemas que proporcionan energía a las tecnologías de la información y telecomunicaciones, cada vez más numerosos, por la imparable demanda de espacio de almacenamiento para alimentar el paradigma del *Big Data*.
- **DC-Microgrids (DCmg) y smart grids.** La integración de las energías renovables en la producción de energía, a propiciado que aumente la utilización de DCmgs, como una forma de generación distribuida, bien sean redes aisladas o conectadas a otra red, favoreciendo la creación del paradigma de las redes inteligentes o *Smart Grid*, p. ej. Ipakchi y Albuyeh, 2009.

La mejora en las prestaciones de los dispositivos semiconductores, la integración de las energías renovables en la generación distribuida, una mayor penetración eléctrica en los sistemas de transporte, la mejora de la eficiencia energética en el ámbito doméstico y residencial, todos estos factores favorecen el aumento de la proporción de CPL en las redes eléctricas, frente a otros tipos de carga. Las cargas de impedancia constante

y las cargas de corriente constante, tienen un efecto de amortiguación positiva o nula respectivamente, reduciendo las oscilaciones de voltaje, sin embargo, el comportamiento como CPL representa para el sistema una amortiguación negativa, amplificando las oscilaciones, reduciendo los márgenes de estabilidad, y en algunos casos, puede llegar a colapsar la red. En grandes redes, con gran capacidad de generación, no llegan a producir efectos indeseados, pero en redes débiles o pequeñas², estas cargas suponen un problema de estabilidad. El objetivo principal de esta tesis, es encontrar métodos y técnicas que permitan analizar la estabilidad de los sistemas eléctricos con CPLs, para aplicar medidas correctivas en los sistemas actuales y medidas de diseño en los futuros sistemas.

1.3 IMPEDANCIA INCREMENTAL NEGATIVA

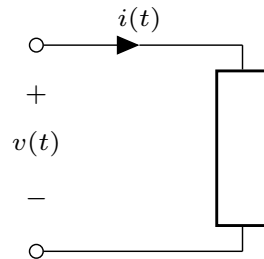


Figura 3: Convenio de signos utilizado.

Según la ley de Ohm, en una resistencia lineal, cuando una corriente de electrones $i(t)$ fluye a través sus terminales, aparece una diferencia de potencial $v(t)$, tal que, la relación entre la tensión y la corriente instantáneas es constante e invariante en el tiempo, igual a la razón $R = \frac{v(t)}{i(t)}$, para cualquier par ordenado $\{i(t), v(t)\}$, es decir, la resistencia eléctrica de un material, se define como la oposición al paso de la corriente, que provoca una diferencia de potencial entre sus terminales directamente proporcional a la corriente que lo atraviesa, su unidad es el *Ohm* (Ω) y su signo viene determinado por el convenio de signos basado en pasividad (*Passive sign Convention*), ver Figura 3. Recíprocamente, se define la conductancia eléctrica $G = \frac{i(t)}{v(t)}$, cuya unidad es el *Siemens* (S), como la inversa de la resistencia $G = R^{-1}$. Esta definición implica que la curva característica corriente-tensión (i - v) es una recta que pasa por el origen, cuya pendiente coincide con el valor de R , ver Fig. Figura 4. De forma dual, en la curva v - i la pendiente es G .

En algunos dispositivos reales, cómo los conductores metálicos, o las resistencias que se utilizan en los circuitos eléctricos, considerar que su

² Estrictamente hablando se define la debilidad de una red eléctrica mediante su relación de cortocircuito (SCR), en Gavrilovic, 1991, si $SCR < 3$ se considera que no es fuerte (*no-strong*).

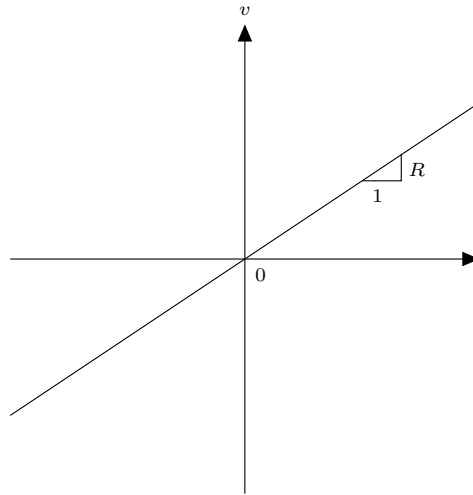


Figura 4: Caracterización de una resistencia lineal en el plano i - v .

resistencia es lineal, es una práctica razonable, despreciando las pequeñas desviaciones debidas a la temperatura. Pero, para la mayoría de dispositivos electrónicos de dos terminales, su característica i - v es una curva que no cumple la definición anterior, por lo que necesitamos definir la resistencia eléctrica de una forma más amplia. En primer lugar vamos a distinguir entre resistencia estática y dinámica.

Definición 1.3.1. La resistencia estática o resistencia en un determinado punto de operación DC, se define como la relación

$$R_{DC} = \left. \frac{v(t)}{i(t)} \right|_{i=\bar{i}, v=\bar{v}}$$

, dada para un par ordenado $\{\bar{i}, \bar{v}\}$, la Figura 5 muestra que R_{DC} coincide con la pendiente de la recta que pasa por el punto $P(\bar{i}, \bar{v})$ y el origen.

En una resistencia lineal, la definición clásica de resistencia R (ley de *Ohm*), coincide con la R_{DC} , en el caso de una resistencia no-lineal, la resistencia R_{DC} depende del punto de operación seleccionado³.

Definición 1.3.2. Se define la resistencia dinámica, incremental o diferencial, como la razón de cambio de la tensión con respecto a la corriente, evaluada en un punto determinado $P(\bar{i}, \bar{v})$ de la curva que representa la correspondencia entre i - v , tal que,

$$r_{dif} = \left. \frac{dv}{di} \right|_{i=\bar{i}, v=\bar{v}}$$

³ En lo sucesivo, se considera que la resistencia es una propiedad invariante en el tiempo. Obsérvese que en el caso variante, existiría una curva en el plano i - v , para cada instante $t = t_i$, con $i = 1, 2, \dots, n$. Además, en los argumentos de las correspondencias, aparecería la variable t , por ejemplo $R_{DC} = R(v, i, t) = \frac{v(t)}{i(t)}$.

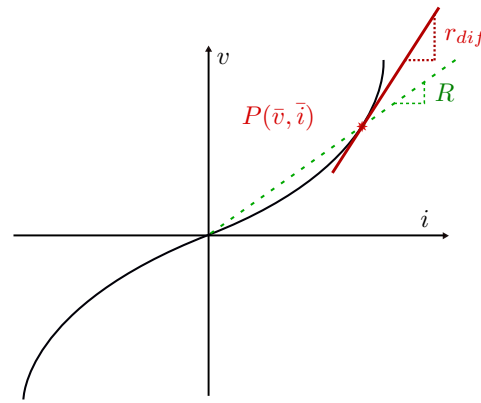


Figura 5: Resistencia estática y dinámica de una resistencia no-lineal en el plano i - v .

La r_{dif} corresponde con la pendiente de la recta tangente a la curva i - v que pasa por el punto $P(\bar{i}, \bar{v})$, ver Figura 5. Recíprocamente, se define la conductancia diferencial $g_{dif} = \frac{1}{r_{dif}}$.

Es importante señalar que en una resistencia ideal, la potencia siempre es positiva $P = V^2 R^{-1} = R I^2 > 0$. Es decir, que una resistencia es un elemento disipativo por definición (pasivo) y no puede producir potencia, sólo disiparla. Un valor de resistencia $R_{DC} < 0$ (cuadrantes II y IV del plano i - v , ver Figura 6) implica que en estado estacionario, se comporta como una fuente eléctrica, generando energía (dispositivo activo), por lo tanto, una «resistencia negativa» como tal, no existe. Para que exista una resistencia negativa, se debe cumplir el principio de conservación de la energía, por lo tanto para inyectar energía en un circuito, la resistencia negativa debe extraer esta energía de alguna fuente externa, por ejemplo, las baterías convierten la energía química en eléctrica, por este motivo, en algunos textos las fuentes eléctricas son consideradas como resistencias negativas, p. ej. Chua, Desoer y Kuh, 1987. En general cuando se habla de resistencia negativa, se refiere a la resistencia diferencial negativa. No obstante, de forma generalizada, podemos considerar el signo de R_{DC} para clasificar cualquier dispositivo como activo (fuente) o pasivo (carga), dependiendo de su punto de funcionamiento, tal y como muestra la Figura 6.

Con respecto a la r_{dif} , teniendo en cuenta su signo, se puede analizar el comportamiento de cualquier dispositivo, ante variaciones de pequeña señal entorno al punto de funcionamiento (oscilaciones, perturbaciones, señales alternas). Una resistencia diferencial positiva $r_{dif} > 0$, en un cierto conjunto de pares ordenados $\{v, i\}$ ⁴, implica que la tensión es una función creciente de la corriente y viceversa. Es decir, si la tensión (corriente) aumenta, la corriente (tensión) aumenta, disipando la energía

⁴ Se hace hincapié en un conjunto de pares ordenados, ya que en general la relación o correspondencia entre la tensión y el voltaje, no es una correspondencia unívoca, puede ser una función multivaluada de la corriente o del voltaje, ver Figura 7.

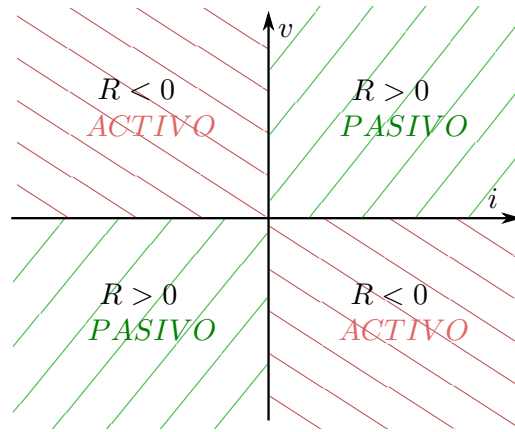


Figura 6: Clasificación de los dispositivos electrónicos mediante el signo de $R_{DC} < 0$.

de las oscilaciones, contribuyendo a estabilizar el punto de equilibrio (amortiguamiento positivo en pequeña señal). Por lo contrario, en un cierto conjunto de pares ordenados $\{v, i\}$, donde $r_{dif} < 0$, implica que la tensión es una función decreciente de la corriente y viceversa, si la tensión (corriente) aumenta, la corriente (tensión) disminuye. Por lo tanto, ante pequeñas oscilaciones, el dispositivo actúa amplificando estas oscilaciones, aumentando la inestabilidad en el sistema (amortiguamiento negativo en pequeña señal).

La resistencia diferencial negativa $r_{dif} < 0$ es una propiedad de ciertos dispositivos semiconductores y de algunos dispositivos electrónicos como las lámparas de descarga de gas. Se pueden clasificar en dos categorías principales, según sean controlados por tensión (curva en forma de "N" ver Figura 7) o por corriente (curva en forma de "S"). En la resistencia incremental negativa controlada por tensión (VCDNR), para un valor de corriente dado, pueden existir múltiples valores de tensión, sin embargo, la tensión es una correspondencia unívoca de la corriente. La resistencia incremental negativa controlada por corriente (CCDNR), para un valor de tensión determinado, pueden existir múltiples valores de corriente, contrariamente, la corriente es una correspondencia unívoca de la tensión.

Podemos establecer una segunda clasificación, según sean dispositivos activos o pasivos. Algunos dispositivos presentan resistencia diferencial negativa de forma natural, en cierto rango de funcionamiento, por lo que necesitan una cierta corriente de polarización en DC (Bias), para presentar esta característica, a estos dispositivos los consideramos pasivos y pueden ser de tipo VCDNR como el diodo túnel, diodo lambda, diodo Gunn o el Dynatrón o de tipo CCDNR como el diodo impatt, el tiristor, el rectificador controlado de silicio, el arco eléctrico, lámparas de descarga de gas, lámparas fluorescentes o las luces de neón. Otros dispositivos considerados activos, presentan $r_{dif} < 0$, son circuitos creados expresa-

mente para obtener este comportamiento y necesitan la energía de una fuente externa. Los más habituales están formados por amplificadores a transistores o amplificadores operacionales que funcionan con realimentación positiva, como el convertidor de impedancia negativa (NIC), también en los osciladores de realimentación, filtros activos o el Gyrator. Estas resistencias diferenciales negativas activas, también pueden ser de tipo VCDNR Figura 7c o CCDNR Figura 7d, según sean controladas por tensión o corriente, respectivamente.

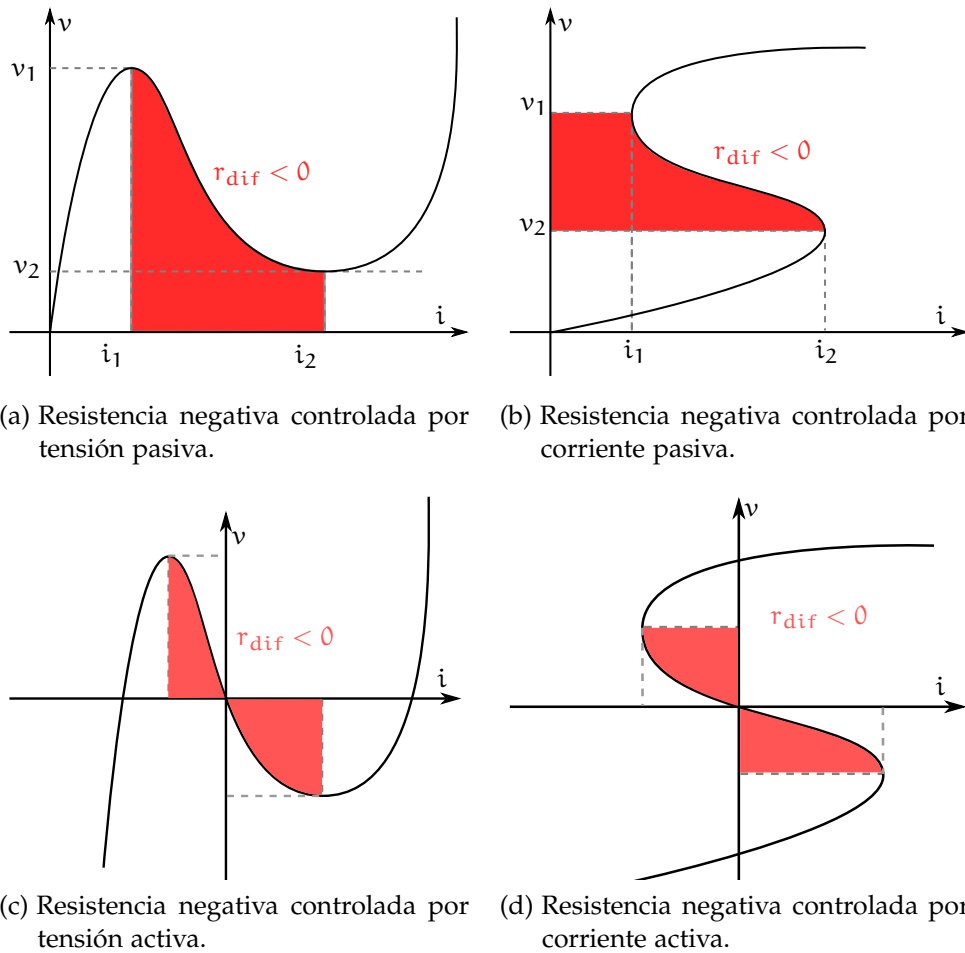


Figura 7: Curvas características v - i de algunos dispositivos con resistencia incremental negativa, pasivos a) y b) y activos c) y d).

De forma generalizada, podemos clasificar el comportamiento de cualquier dispositivo de dos terminales, según sea el signo de la resistencia estática y dinámica, tal y como se refleja en la tabla 2. Hay que puntualizar, que un mismo dispositivo, puede pasar de un tipo de comportamiento a otro, según sea su punto de funcionamiento en la curva v - i , por ejemplo, la VCDNR activa de la 7c, en los cuadrantes I y III, se comporta como una resistencia pura, en los cuadrantes II y IV, tiene un comportamiento como fuente de potencia (parte no sombreada) y

como resistencia diferencial negativa activa (sombreado rojo). Los comportamientos que excitan los modos oscilatorios, son los que presentan $r_{dif} < 0$, tanto si $R_{DC} < 0$ (actuando como fuentes), como si $R_{DC} > 0$ (actuando como cargas), en lo que respecta al objetivo de investigación de esta tesis, el comportamiento como CPL, se centra en la resistencia incremental negativa pasiva. No obstante, es interesante comentar, que algunos trabajos sobre estabilidad de redes eléctricas con fenómenos de resistencia (o conductancia) incremental negativa, se centran en los fenómenos de inestabilidad que provocan elementos que funcionan como fuentes, por ejemplo Wen y col., 2014, Harnefors y col., 2016 y Ray y col., 2019.

Tabla 2: Clasificación de los dispositivos electrónicos mediante el signo de la resistencia estática y dinámica.

	$r_{dif} > 0$	$r_{dif} < 0$
$R_{DC} > 0$	PURE	PASSIVE
	RESISTOR PASSIVE	NEGATIVE r_{dif} (BY BYAS)
$R_{DC} < 0$	PURE	ACTIVE
	SOURCE ACTIVE	NEGATIVE r_{dif} (BY EXTERNAL SOURCE)

1.4 MODELOS DE CPL

El comportamiento de las cargas de potencia constante, sin tener en cuenta las posibles singularidades, se puede aproximar idealmente como

$$P(t) = v(t)i(t), \quad (1)$$

de forma gráfica si mantenemos la potencia constante en un valor nominal $P(t) = P_e$, se obtiene una hipérbola, Figura 8. Realizando un análisis en pequeña señal, cuando $\Delta \rightarrow 0$ tenemos que $Z_{\Delta} \approx r_{dif}$. La impedancia incremental de entrada que presenta la CPL, está definida por la relación $Z_{\Delta} = \frac{\Delta v}{\Delta i}$, esta relación, no es constante y depende del punto de operación en el que se encuentre la carga en un instante dado, de forma que ante cualquier perturbación este valor cambia, obsérvese la diferencia entre el punto A y el punto B. Cabe destacar que, el valor incremental es negativo $Z_{\Delta} < 0$ (pendiente negativa), esto provoca que las CPLs se comporten como un elemento desestabilizador, al reducir la disipación del sistema global. Esto es lo contrario que ocurre con cargas convencionales, cuya impedancia incremental es siempre positiva $Z_{\Delta} = \frac{\Delta v}{\Delta i} > 0$

(pendiente positiva). Como ejemplo de carga convencional, en la Figura 8, se representa en naranja la curva de una resistencia lineal R . Un

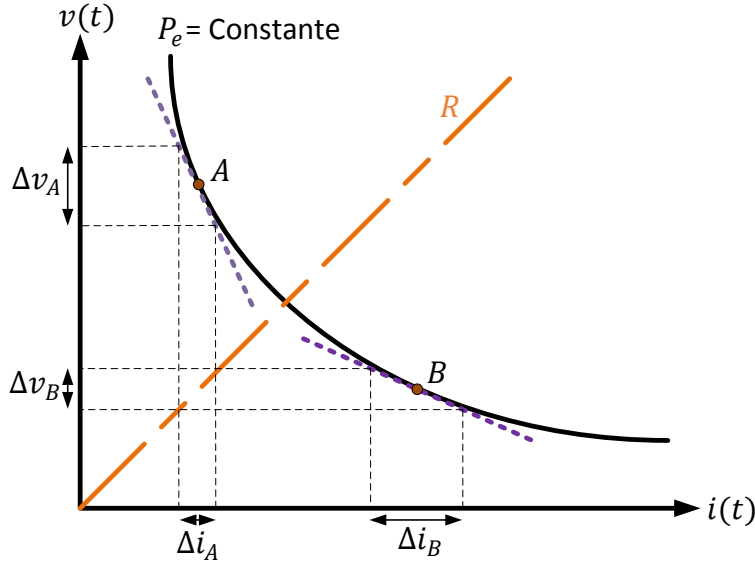


Figura 8: Comportamiento de la CPL.

EPC que actúa como CPL, cuando tiene una dinámica muy rápida, se comporta como una CPL ideal, instantánea o de ancho de banda infinito, representada por la ecuación (1). Si linealizamos esta ecuación para la corriente, en torno a un punto de operación dado (P_e, v_e) , podemos estudiar este comportamiento en pequeña señal,

$$\Delta i(t) = -\frac{P_e}{v_e^2} \Delta v(t) + \frac{1}{v_e} \Delta P(t),$$

siendo i_e , v_e , P_e , los valores en el equilibrio de la corriente, tensión y potencia, respectivamente y los incrementos $\Delta i = i - i_e$ y $\Delta v = v - v_e$.

Considerando la potencia constante, se puede despreciar el segundo término, y ordenando la expresión según la ley de Ohm,

$$\Delta v(t) = -\frac{v_e^2}{P_e} \Delta i(t).$$

Por lo tanto las cargas de potencia constante ideales, se comportan como una impedancia incremental negativa $Z_\Delta = -\frac{v_e^2}{P_e}$.

Para ampliar el estudio de estabilidad, se deben considerar otros modelos matemáticos de CPL, en Arocas-Pérez y Griñó, 2016 se propone un modelo, considerando que el ancho de banda de la CPL es finito, con respuesta dinámica aproximándose más a la respuesta de los convertidores

reales, añadiendo una dinámica de primer orden con ganancia estática unitaria, de la forma,

$$i(t) = \frac{P_e}{u(t)},$$
$$\tau \dot{u}(t) + u(t) = v(t).$$

Alternativamente, se pueden construir otros modelos lineales de orden superior, o bien, otros modelos no lineales. Por ejemplo, en Leonard, 2016 se representa el comportamiento no lineal de una CPL conectada a un sistema eléctrico DC mediante series de Volterra.

1.5 TIPOLOGÍA DE LAS REDES DE ESTUDIO

La creación de un sistema de energía sostenible para el futuro ante el reto del cambio climático, ha suscitado un reciente interés en la generación y distribución de energía mediante redes de DC, fomentando el auge las llamadas DCmg. La facilidad de integración entre las diferentes unidades de generación distribuida (DG), los sistemas de almacenamiento de energía (ESS) y las cargas electrónicas, a través de las líneas de potencia, evitando las pérdidas por conversión AC-DC, convierte a las DCmg en una solución natural, además, se evitan los problemas derivados de distribuir la energía mediante AC, tales como el control de la potencia reactiva, la eliminación de los armónicos y la sincronización en frecuencia y fase. Otras ventajas de la distribución mediante DC sobre AC es que facilita la interconexión entre redes a largas distancias (cables sumergidos, off-shore wind farms), o entre redes asíncronas o que operan a diferente frecuencia, a través de la distribución en corriente continua de alta tensión (HVDC). Las DCmg también se usan en barcos, aeronaves, trenes y estaciones de carga de vehículos eléctricos. Debido a este resurgimiento de redes DC y con motivo de delimitar el campo de investigación de la presente disertación, de forma que sea razonablemente realizable, el problema bajo estudio de esta tesis se limitará a estudiar los fenómenos provocados por las CPLs en redes eléctricas DC.

ESTADO ACTUAL DEL PROBLEMA

Los sistemas eléctricos actuales cuentan con una gran integración de EPCs, motores y otros dispositivos que presentan un comportamiento no lineal y en el caso de los EPCs añaden discontinuidad en las señales, también cuentan con sistemas de control distribuidos, con varias jerarquías de control, que conmutan entre diversos modos de funcionamiento, haciendo que sean variantes en el tiempo. Todas estas características dificultan el análisis de estabilidad en gran señal de estos sistemas, siendo escasos los estudios de este tipo en la literatura. No obstante, se pueden hacer aproximaciones, bajo ciertas asunciones, como sistemas dinámicos continuos lineal e invariante en el tiempo (LTI), conservando las principales características de comportamiento de estos sistemas. Es por esto que la mayoría de análisis de estabilidad, se basan en métodos de pequeña señal, bien sean, gráficos o numéricos, en el dominio del tiempo o de la frecuencia, continuos o discretos.

2.1 MÉTODOS DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD PARA SISTEMAS DC

2.1.1 *Métodos de análisis de pequeña señal para sistemas DC*

La mayoría de criterios de estabilidad para sistemas DC, están basados en la relación de impedancias que existe en el PCC, cada criterio define una región prohibida del plano polar, para el llamado *minor loop gain* (MLG), que no es más que la relación de impedancias que existe a un lado y otro del punto de conexión $T_{MLG} = \frac{Z_v}{Z_i}$. Siendo la impedancia del numerador, la impedancia interna del subsistema que contiene las fuentes o sumideros de voltaje, y la impedancia del denominador, la del subsistema que contiene las fuentes o sumideros de corriente, p. ej. Sun, 2011 y Xia y Ayyanar, 2015. Como condiciones previas, se asume que ambos subsistemas son estables por separado. Otros criterios basados en impedancia, se aplican directamente sobre la impedancia equivalente del PCC $Z_{BUS} = Z_v || Z_i$, sin tener en cuenta el flujo de entrada-salida Riccobono y Santi, 2012.

Los criterios basados en impedancia, son lineales por naturaleza y son utilizados para sistemas no lineales solo en el análisis local. Todos

estos criterios proporcionan condiciones de estabilidad suficientes, pero no necesarias, que varían desde el criterio más conservador, cuya región prohibida es la parte exterior del círculo unitario centrado en el origen, hasta el menos conservador, que establece como región prohibida, la parte interior del círculo centrado en el punto $-1 + j0$ del plano polar, cuyo radio es el pico máximo permitido de la función de sensibilidad $S = (I + L)^{-1}$, donde L es la función de transferencia de lazo abierto del sistema.

La base principal de los criterios basados en impedancia es establecer condiciones para asegurar que el sistema cumple el criterio de Nyquist, Middlebrook estableció las bases de estos criterios en Middlebrook, 1976, todos los criterios siguientes han tratado de reducir el área prohibida, reduciendo el conservadurismo en las condiciones de estabilidad. Middlebrook define la región prohibida, como la situada fuera del círculo centrado en el origen cuyo radio es igual a la inversa del margen de ganancia.

Otro criterio que además de tener en cuenta el margen de ganancia (GM), impone una segunda condición, derivada del margen de fase, es el *Gain Margen Phase Margin Criterion* (GMPM) Choi, 1995, de forma que la región prohibida queda definida con las siguientes condiciones;

$$|T_{MLG}| \leq \frac{1}{GM},$$

$$|\angle Z_v - \angle Z_i| \leq 180^\circ - PM.$$

En Feng, Liu y Lee, 2002 se propone el *Opposing Argument Criterion*, cuya región queda definida como, la región a la izquierda de una línea vertical que intercepta el eje real en $\frac{-1}{GM}$.

$$\text{Re}\{T_{MLG}\} \leq -\frac{1}{GM}.$$

Este criterio es más general, en el sentido que permite aplicarse a k -cargas distribuidas, conectadas a una misma fuente, de forma que los MLGs individuales deben cumplir;

$$\text{Re}\{T_{MLG,k}\} \leq -\frac{1}{GM} \frac{P_{i,k}}{P_v}.$$

La relación entre la potencia del subsistema que contiene la fuente de voltaje P_v y la potencia individual del subsistema que actúa de carga $P_{i,k}$, es la que determina la región prohibida de cada MLG.

Otro criterio propuesto *Energy Source Analysis Consortium* (ESAC) en Sudhoff y col., 2000 establece los límites de la región prohibida uniendo segmentos, dos segmentos de línea que comienzan en el infinito negativo, paralelas al eje real, y terminan en la intersección del círculo unitario

con el margen de fase, estos dos segmentos, se conectan por dos segmentos de línea que empiezan en el círculo unitario y convergen en el punto $s = -\frac{1}{GM}$.

Reduciendo aún más la región prohibida, se encuentra el *Maximum Peak Criteria*, que define esta región como un círculo centrado en el punto $-1 + j0$ del plano polar y de radio proporcional al máximo pico posible de la función de sensibilidad Skogestad y Postlethwaite, 2005, que se puede calcular con el margen de ganancia o bien, con el margen de fase,

$$|S_{\max}| = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{PM}{2}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{GM}}$$

Otro criterio derivado del ESAC es el *Root exponential Stability Criterion* (RESC), aparecido en Sudhoff y Crider, 2011, los límites de la región prohibida, se definen a partir de una función continuamente diferenciable, a diferencia de ESAC, que los define una función continua a trozos.

Diferente a los anteriores, ya que propone otra definición del MLG, es el *Three-Step Impedance Criterion* (T-SIC) Wang, Yao y Rao, 2003, concebido para sistemas cuyo subsistema fuente, no es estable.

Todos los criterios anteriores están basados en alguna región prohibida del plano polar y cada uno es una evolución de los anteriores, a continuación se citan otros tipos diferentes de criterios para pequeña señal.

La pasividad es una propiedad de los sistemas, que se puede aplicar en análisis de gran señal, no obstante, el *Passivity-Based Stability Criterion* (PBSC) en Riccobono y Santi, 2012, es un criterio basado en pasividad, pero aplicado a la impedancia del PCC y por lo tanto de pequeña señal. Asegurar la pasividad de un sistema es equivalente a decir que el diagrama de Nyquist de su función de transferencia en bucle abierto $L(j\omega)$ se encuentra situada por completo en el semiplano derecho del plano polar (RHP), por lo que este criterio es extremadamente conservador.

Otro criterio similar, pero menos conservador que este, es el basado en la propiedad NI de los sistemas, propuesta en Arocas-Pérez y Griñó, 2016, cuya principal restricción para que no se viole el criterio de Nyquist, se basa en que el diagrama polar nunca cruce el eje real, impidiendo que se rodee el punto crítico.

2.1.2 Métodos de análisis de gran señal para sistemas DC

Al contrario que en el análisis de pequeña señal, válido solo en un pequeño intervalo alrededor del punto de equilibrio, se requiere un método de análisis no lineal, para estimar la región de atracción del punto de operación, esto es necesario para evaluar la estabilidad del sistema ante grandes perturbaciones, o incluso, en la puesta en marcha del mismo,

donde se parte de unas condiciones iniciales muy distantes del punto de operación deseado.

La mayoría de criterios de gran señal, están basados en la teoría de estabilidad de Lyapunov Khalil y Grizzle, 1996, o bien, relacionados con esta de algún modo, seguidamente se enumeran algunos de estos métodos no lineales. En Marx y col., 2009 y Karafyllis y Jiang, 2011 se utiliza el segundo método de Lyapunov o directo. En Belkhaty, Cooley y Witulski, 1995 otro tipo de funciones de Lyapunov, llamadas *Mixed potential functions*, aparecen en el método de análisis de gran señal basado en la descripción circuital de Brayton-Moser Brayton, R. K. ; Moser, 1964. Otro enfoque distinto aparecido en Loop y col., 2010 y Sullivan y col., 2007 se basa en algoritmos genéticos, que optimizan el tamaño del dominio de atracción realizando la búsqueda de una función de Lyapunov que no necesariamente debe ser cuadrática, método llamado *Block-diagonalized quadratic Lyapunov function* (BDQLF). Cuando el problema es no convexo, los algoritmos genéticos son capaces de resolver problemas de optimización Loop y col., 2010 incluso cuando la dimensión del espacio de estados es grande.

En Bosich y col., 2014 se combina la teoría de Lyapunov con la teoría de bifurcaciones y métodos de continuidad Kuznetsov, 1998 para establecer la región de atracción y la existencia de equilibrios.

Recientemente, se han desarrollado técnicas de descomposición en suma total de cuadrados (SOS), que permiten emplear métodos numéricos, para probar la positividad de funciones polinómicas multivariables, resolviendo problemas de programación semidefinida (SDP) Boyd y col., 1994, Chesi, 2011, estas técnicas, se utilizan en numerosas aplicaciones de control, por ejemplo, en la síntesis de controladores Prajna, Papachristodoulou y Wu, 2004, Prajna, Parrilo y Rantzer, 2004, en el análisis de estabilidad y estimación de la región de atracción Hancock y Papachristodoulou, 2011, Hancock y Papachristodoulou, 2013, Herrera, Zhang y Wang, 2015, así como en la construcción de funciones de Lyapunov Papachristodoulou y Prajna, 2002. Otra técnica con similar descomposición utiliza *Integral Quadratic Constraints* (IQC) para establecer las restricciones del sistema Megretski y Rantzer, 1997, Materassi, 2015.

En Marx y col., 2012 se propone un algoritmo para estimar el dominio de atracción de un sistema DC no lineal, realizando un modelo borroso, con la teoría de Takagi-Sugeno, y aplicando el método de Lyapunov a las matrices de estado resultantes, mediante programación semidefinida (LMI). Sin embargo, el método más preciso, para estimar la verdadera región de atracción del equilibrio es el llamado *Trajectory reversing method*, que consiste en calcular las trayectorias en el plano de fase de un sistema dinámico autónomo descrito por $\dot{x} = g(x)$, resolviendo las ecuaciones diferenciales del sistema en sentido inverso definido por $\dot{x} = -g(x)$, el punto inicial se escoge cercano al punto de operación, y si existe un

dominio de atracción, la trayectoria converge en un ciclo límite, considerado el borde del dominio de atracción. Al ser un método esencialmente gráfico, no proporciona la ecuación compacta del dominio de atracción y es difícil de implementar en sistemas de tercer orden o mayor.

2.2 MÉTODOS DE ESTABILIZACIÓN EN SISTEMAS ELÉCTRICOS CON CARGAS DE POTENCIA CONSTANTE

Para solucionar el problema de estabilidad expuesto, algunos métodos, se basan en técnicas de estabilización activa. Utilizando algún criterio de estabilidad en el dominio de la frecuencia (criterios de impedancia, básicamente basados en el criterio de Nyquist), ó en el dominio del tiempo (criterios en el espacio de estados, básicamente basados en el criterio de Hurwitz), modifican los parámetros principales del sistema, para que se cumpla un determinado criterio elegido a priori. En WU y LU, 2014 se propone una clasificación de estos métodos, según un criterio topológico, es decir, si modifican el amortiguamiento del sistema situado aguas arriba del PCC, aguas abajo, o bien añaden un circuito electrónico auxiliar en el PCC, modificando el amortiguamiento de este circuito auxiliar.

2.2.1 *Modificación de la impedancia de salida $Z_o(s)$ aguas arriba del bus de continua*

Si los dispositivos de potencia situados aguas arriba del PCC, son convertidores electrónicos de potencia, se puede modificar la impedancia de salida del dispositivo, cambiando el ancho de banda del bucle de control. Existen dos modos principales de operación, en *continuous conduction mode* (CCM) y en *discontinuous conduction mode* (DCM), si el convertidor trabaja en DCM siempre se puede cambiar la impedancia de salida Grigore y col., 1998, Rahimi y Emadi, 2010. En el caso CCM cuando el convertidor funciona en bucle abierto, se puede añadir un lazo extra de estabilización y si el convertidor funciona en bucle cerrado, el método pasa por aumentar el ancho de banda del lazo.

- **Aumentando el ancho de banda del bucle cerrado del convertidor aguas arriba.** La impedancia de salida de los convertidores DC/DC se puede reducir aumentando el ancho de banda del bucle cerrado de control interno, para que sea más grande que el valor de resonancia del filtro interno del convertidor Du y col., 2013. Por el contrario, normalmente en convertidores AC/DC este método no es realizable, aunque existen otros métodos denominados *AC/DC fast controllers* Lamar y col., 2008, Prodić y col., 2003, Rezaei, 2014, Spiazzi, Mattavelli y Rossetto, 1997, Wall, 1997, cuya principal característica es que el ancho de banda del controlador en bucle

cerrado, es mayor que la frecuencia de resonancia del filtro LC interno del convertidor, con el propósito de reducir la impedancia de salida del convertidor.

- **Añadiendo un bucle de estabilización extra.** Dentro de este apartado, se distinguen entre los métodos aplicados para DC/DC y para AC/DC.
 - **Convertidores DC/DC.** Entre los métodos de control utilizados, podemos destacar el método lineal *Active damping*, que consiste en crear un bucle de control, de forma que se construye una resistencia virtual en serie con la inductancia del convertidor DC/DC Rahimi y Emadi, 2009. Otros métodos no lineales que añaden un bucle extra son; *Nonlinear feedback loop* Rahimi, Williamson y Emadi, 2010, control por modos deslizantes Zhao, Qiao y Ha, 2014, control basado en pasividad Zeng, Zhang y Qiao, 2014 y *Boundary control method* Onwuchekwa y Kwasinski, 2010.
 - **Convertidores AC/DC.** Como método lineal, en Radwan y Mohamed, 2012 se comparan tres tipos de bucles de estabilización. Como ejemplo no lineal en Zhang y col., 2013a se utiliza el control por modos deslizantes.

2.2.2 Modificación de la impedancia de entrada $Z_i(s)$ de la CPL

En esta topología es indiferente que la carga sea DC o AC, ya que en sistemas DC siempre hay un filtro LC antes de la carga y en sistemas AC, los rectificadores electrónicos de potencia son equivalentes a un filtro LC. Podemos distinguir entre estos métodos, dos grandes grupos; métodos lineales y métodos no lineales.

- **Métodos lineales.** En estos métodos se inyecta una potencia de estabilización en la CPL para modificar su impedancia de entrada. Pueden simular una resistencia virtual Lee y Sul, 2014, Liu, Forsyth y Cross, 2007, Liutanakul y col., 2010, Mohamed, Radwan y Lee, 2012, o bien, un condensador virtual Magne y col., 2012, Mohamed, Radwan y Lee, 2012.
- **Métodos no lineales.** Entre los métodos no lineales destacan el utilizado en Sudhoff y col., 1998 donde se utiliza *Field oriented Control*, en un motor de inducción para estabilizar el PCC y en Liu y Forsyth, 2005 se utiliza control basado en pasividad.

2.2.3 Adición de una impedancia $Z_a(s)$ en paralelo al bus de continua

En este ámbito se distinguen dos posibles caminos:

- **Métodos Pasivos.** Consisten en conectar en paralelo con el filtro de entrada uno o varios componentes pasivos, para compensar la impedancia incremental negativa de la carga Cespedes, Xing y Sun, 2011, Liu y col., 2015.
- **Métodos activos.** Este método consiste en añadir un convertidor DC/DC conectado al PCC, que trabaja como un buffer de potencia, desacoplando la interacción entre el filtro LC y la CPL. Puede trabajar imitando un Condensador Zhang y col., 2013c o utilizando el método de emplazamiento de polos Inoue y col., 2012.

OBJETIVO Y ALCANCE

3.1 OBJETIVOS

El objetivo principal del presente plan de investigación es estudiar la estabilidad de redes eléctricas DC, LTIs, conectadas con convertidores electrónicos operando a potencia constante, a fin de extender el rango de comportamiento estable a todos los posibles puntos de equilibrio del sistema global.

Este objetivo puede subdividirse en los siguientes sub-objetivos:

- Estudio teórico de la estabilidad local del sistema propuesto.
- Obtener los métodos y criterios de estabilidad de forma teórica y diseñar una técnica que posibilite la aplicación de estos métodos a los sistemas reales.
- Diseñar y construir un dispositivo activo de estabilización *shunt* (paralelo), que mediante una ley de control adecuada, compense los fenómenos de inestabilidad. Para obtener esta ley de control, se utilizarán diferentes técnicas, comprobando que esta propuesta es adecuada.
- Construir una planta representativa de las redes bajo estudio y experimentar con lo diseñado.

3.2 ALCANCE DE LA TESIS

El trabajo de investigación se ciñe a los siguientes ámbitos de trabajo:

- Obtención de criterios y procedimientos para el análisis de estabilidad de redes eléctricas DC conectadas a cargas de potencia constante.
- Diseño, construcción y experimentación con un dispositivo activo tipo *shunt* para la compensación de la inestabilidad causada en la red por el efecto de las cargas de potencia constante. Este dispositivo se ha diseñado para redes de tensión continua.

- Técnicas de control trabajadas en el ámbito de estabilización de redes DC con CPLs. En concreto; control de histéresis, control lineal PI, control basado en *mixed-sensibility* H_∞ para sistemas de una entrada y una salida (SISO) y para sistemas MIMO, control auto-sintonizado basado en un identificador RLS y un controlador algebraico de emplazamiento de polos y por último, control no lineal adaptativo de información completa con un observador-estimador basado en *Immersion & Invariance method* (I&I).

Parte II

MÉTODO DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

En este bloque de la tesis, se presenta un nuevo método de análisis de la estabilidad local, adecuado para las redes que representan el problema bajo estudio, basado en el análisis de estabilidad en el dominio de la frecuencia y en las propiedades NI de sistemas conectados mediante realimentación positiva. Para ello, se revisan los conceptos previos a la exposición del método, como las propiedades NI y PR de las Tf racionales y propias de sistemas LTI.

Finalmente, se presenta una condición suficiente para la estabilidad local de circuitos de DC, LTI con CPLs para todos los posibles equilibrios del sistema (que dependen de la potencia consumida por las cargas), expresada mediante desigualdades matriciales lineales (LMIs) fácilmente verificadas mediante programación convexa. Se muestra esta condición como un método de pasos sucesivos que se deben cumplir. También se incluyen dos ejemplos: uno SISO (monopuerto) y otro MIMO (multipuerto).

MÉTODO DE ANÁLISIS

En este capítulo se presenta un nuevo método que permite comprobar una condición suficiente para la estabilidad local de circuitos de DC LTI con CPLs, para todos los posibles equilibrios del sistema que surgen al variar la potencia consumida por las CPLs.

Así como, el llamado *Passivity Theorem* asegura una condición suficiente para la estabilidad interna, de la interconexión mediante realimentación negativa de dos sistemas dinámicos, basándose en ciertas propiedades de los sistemas interconectados (*positive real properties*), la técnica utilizada se basa en el análisis de estabilidad en el dominio de la frecuencia y en la caracterización de ciertas propiedades de los sistemas (*negative imaginary properties*) conectados mediante realimentación positiva. La condición suficiente obtenida por este método se expresa mediante LMIs que pueden ser verificadas por medio de programación convexa.

Se muestra la aplicación del método con dos ejemplos: un sistema SISO consistente en un circuito RLC con una CPL y un sistema MIMO consistente en un circuito lineal de DC con dos CPLs. También se ha considerado en ambos casos, cuando las cargas de potencia constante i) son ideales, y ii) considerando que tienen una dinámica de primer orden.

4.1 SISTEMAS REALES POSITIVOS Y SISTEMAS IMAGINARIO NEGATIVOS

En esta sección se presentan algunas definiciones necesarias previas a la exposición del método de análisis de estabilidad. Estas definiciones permiten analizar en el dominio de la frecuencia ciertas propiedades de las Tfs racionales y propias de sistemas LTIs. Definiciones que caracterizan las Tf como; PR, estrictamente real positiva (SPR), NI y estrictamente imaginario negativa (SNI). También, se define el Lema Imaginario Negativo, que es la herramienta principal utilizada para establecer las condiciones de estabilidad del problema bajo estudio, así como, una versión modificada del lema basada en LMIs.

La caracterización PR constituye una propiedad importante de las Tfs relacionadas con los sistemas pasivos LTI y su estabilidad, bajo ciertas

asunciones técnicas, estos sistemas son *Lyapunov* estables. Para evaluar la estabilidad de los sistemas no lineales y sus interconexiones, a menudo se utilizan las propiedades de los sistemas pasivos y sistemas disipativos, sin embargo, el concepto de PR, solo se aplica en el análisis de estabilidad de los sistemas LTI, un sistema LTI con función de transferencia PR, es pasivo y además es disipativo con función de almacenamiento cuadrática. Para una revisión de las relaciones entre pasividad, disipatividad, PR y sus clases, consultar Kottenstette y col., 2014.

Corolario 4.1.1 (Brogliato y col., 2007). *Un sistema representado por la función de transferencia $h(s)$ es pasivo, si y solo si, la función de transferencia $h(s)$ es real positiva.*

El concepto de sistema PR apareció como consecuencia de aplicar la teoría de sistemas pasivos en el análisis de las redes eléctricas (Anderson y Vongpanitlerd, 1973). En los fundamentos de la teoría PR, generalmente se establecen tres pasos sucesivos. En un primer paso, se establece una definición generalizada de la propiedad PR, se dice que una matriz de funciones complejas, no necesariamente racionales, es PR, si es analítica en el semiplano derecho complejo y satisface en este dominio, cierta desigualdad.

Definición 4.1.1. La matriz de funciones de transferencia $H(s) \in \mathbb{C}^{m \times m}$ es real positiva si:

$H(s)$ no tiene polos con $\text{Re}(s) > 0$.

$H(s)$ es real para cualquier s real positivo

$H(s) + H^*(s) \geq 0 \forall \text{Re}(s) > 0$

En un segundo paso, particularizando para el caso de las funciones racionales, se define la propiedad PR mediante restricciones del valor de la función exclusivamente en el eje imaginario, utilizando el teorema del módulo máximo, ver Def. 4.1.2. Finalmente, se establece la conexión entre las condiciones en el dominio de la frecuencia (eje imaginario) y en el dominio del tiempo de una representación mínima en espacio de estados, este último paso, se suele limitar a las representaciones de funciones de transferencia racionales y propias, puesto que los sistemas reales representados, cumplen la propiedad de causalidad. Este último paso da lugar, a una de las caracterizaciones de los sistemas PR más importantes en la teoría de control moderno, es el *Positive Real Lemma*, también llamado *Kalman-Yakubovich-Popov Lemma* (Anderson y Vongpanitlerd, 1973), mediante el cual, a partir de una representación mínima en el espacio de estados del sistema, podemos evaluar la propiedad PR, comprobando la factibilidad de una desigualdad expresada en forma de LMI.

Lema 4.1.1 (Anderson y Vongpanitlerd, 1973).

Sea $H(s) \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $s \in \mathbb{C}$, con $H(\infty) < \infty$. Sea A, B, C, D una realización

mínima de $H(s)$ Donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, y $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Entonces $H(s)$ es real positiva si y sólo si existen las matrices $P = P^T > 0$, $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $L \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $W \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tal que:

$$\begin{aligned} PA + A^T P &= -LL^T, \\ PB - C^T &= -LW, \\ D + D^T &= W^T W. \end{aligned}$$

Una de las restricciones de las Tfs racionales PR, es que su grado relativo debe estar entre menos uno y uno, esto se cumple siempre que los vectores de entrada y salida, estén formados por pares ordenados de variables conjugadas o duales (el producto interno de la entrada y salida es igual a la potencia), muchos modelos de sistemas, no cumplen esta relación de entrada-salida y dan lugar a Tfs, con grado relativo mayor a uno, por ejemplo, en modelos con sensores de posición y actuadores de fuerza, esto motivo el desarrollo de la teoría NI por parte de Lanzon y Petersen, 2008.

Los cimientos de la teoría de sistemas NI y su relación con los sistemas PR, se basan en la teoría de los llamados *systems with counterclockwise input-output dynamics* que se introdujo en Angeli, 2006 en el estudio de las interconexiones con realimentación positiva de sistemas tanto lineales como no-lineales. Basándose en estos resultados, los principales artífices de la teoría NI, publican su primera aportación en Lanzon y Petersen, 2007, donde todavía no definen el término NI, sino que hablan de una modificada condición de estabilidad PR, más tarde y utilizando expresamente el término NI (Lanzon y Petersen, 2008; Petersen y Lanzon, 2010), se caracterizan las matrices de Tfs NIs y se establece el *Negative Imaginary Lemma*, para representaciones de sistemas que no contienen polos en el eje imaginario. Esta restricción fue relajada en Xiong, Petersen y Lanzon, 2010, permitiendo un polo simple en el eje imaginario excepto en el origen. Posteriormente en Mabrok y col., 2011, se relajan las restricciones aún más, permitiendo un polo simple en el origen y finalmente, en Mabrok y col., 2014; Mabrok y col., 2015 se extiende la teoría permitiendo un doble polo en el origen.

La caracterización de sistemas NI se ha ido generalizando en los últimos años considerablemente, incluyendo los sistemas sin pérdidas (*lossless*). En Rao y Rapisarda, 2012; Xiong, Petersen y Lanzon, 2012 se establece la definición de sistemas sin pérdidas propios NI sin polos en el origen ni en infinito, en Liu y Xiong, 2016 se extiende la definición de sistemas sin pérdidas NI para el caso impropio, permitiendo polos en cero y en infinito, más recientemente, en Liu y Chen, 2019 se presenta el *generalized lossless negative imaginary lemma*. Otra especialización importante de la teoría NI, se aplica a sistemas descriptores (*algebraico-diferenciales*)

Mabrok y col., 2011, Benner y Voigt, 2013, Xiong, Lanzon y Petersen, 2015.

La inclusión de sistemas cuyas Tfs contienen polos en el infinito, permite la aplicación de la teoría a sistemas improprios, incluso a los sistemas no necesariamente racionales, en Ferrante, Lanzon y Ntogramatzidis, 2016; Ferrante y Ntogramatzidis, 2013 se presenta una definición general de funciones NI que no sean necesariamente racionales y propias, restringida a Tf simétricas. No obstante, esta restricción es relajada en Liu y Xiong, 2016, extendiendo las definiciones a Tf no simétricas. Aunque en esta exposición, se muestra que la teoría de sistemas NI es extensa, las aplicaciones realizadas en este documento se limitan al ámbito de las Tf racionales y propias, cuyo conjunto, nos permite representar el problema bajo estudio.

Las siguientes definiciones caracterizan las propiedades PR y SPR respectivamente.

Definición 4.1.2 (Anderson y Vongpanitlerd, 1973). Una matriz cuadrada $G(s)$ de funciones de transferencia racionales y propias es *positiva real* si:

1. $G(s)$ no tiene ningún polo con $\text{Re}(s) > 0$.
2. $\forall \omega \in \mathbb{R}$ tal que $s = j\omega$ no sea un polo de $G(s)$,

$$G(j\omega) + G^*(j\omega) \geq 0.$$

3. Si $s = j\omega_0$ con $\omega_0 \in \mathbb{R}$ es un polo de $G(s)$, entonces es un polo simple y su matriz residuo asociada $K_0 = \lim_{s \rightarrow j\omega_0} (s - j\omega_0)G(s)$ es semidefinida positiva y Hermítica (i. e. $K_0 = K_0^* \geq 0$).

Definición 4.1.3 (Ioannou y Gang Tao, 1987). Sea $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ una matriz cuadrada de funciones de transferencia racionales y propias, donde (A, B, C, D) son las matrices de una realización mínima en el espacio de estados, supóngase que $G(s)$ es no singular. Entonces $G(s)$ es *estrictamente positiva real* si:

1. $G(s)$ no tiene ningún polo con $\text{Re}(s) \geq 0$.
2. $\forall \omega \in \mathbb{R}$,

$$G(j\omega) + G^*(j\omega) > 0.$$

3. O bien, $\lim_{\omega \rightarrow \infty} [G(j\omega) + G^*(j\omega)] = D + D^T > 0$ ó si $D + D^T \geq 0$ entonces $\lim_{\omega \rightarrow \infty} [G(j\omega) + G^*(j\omega)] > 0$.

Si nos limitamos al caso SISO, podemos determinar de forma gráfica, el alcance de estas definiciones. La propiedad PR (respectivamente SPR), es equivalente a la condición de fase $\angle G(j\omega) \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ($\angle G(j\omega) \in$

$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$). De forma generalizada, el diagrama polar de una función PR (SPR) está confinado en el semiplano derecho cerrado (CRHP) (semiplano derecho abierto (ORHP)). En la Fig. 9a, se muestran algunos ejemplos de Tf PR ($PR_2(s)$, $PR_3(s)$) y SPR ($PR_1(s)$).

Las siguientes definiciones caracterizan las propiedades NI y SNI respectivamente.

Definición 4.1.4 (Petersen, 2011). Una matriz cuadrada de funciones de transferencia racionales y propias $R(s)$ es *imaginario negativa* si:

1. $R(s)$ no tiene ningún polo en el origen ni con $\text{Re}(s) > 0$.
2. $\forall \omega \in (0, \infty)$ tal que $s = j\omega$ no sea un polo de $R(s)$,

$$j[R(j\omega) - R^*(j\omega)] \geq 0.$$

3. Si $s = j\omega_0$ con $\omega_0 \in (0, \infty)$ es un polo de $R(s)$, entonces es un polo simple y su matriz residuo $K_0 = \lim_{s \rightarrow j\omega_0} (s - j\omega_0)jR(s)$ es semidefinida positiva y Hermítica.

Definición 4.1.5 (Petersen, 2011). Una matriz cuadrada de funciones de transferencia racionales y propias $R(s)$ es *estrictamente imaginario negativa* si:

1. $R(s)$ no tiene ningún polo con $\text{Re}(s) \geq 0$.
2. $\forall \omega \in (0, \infty)$,

$$j[R(j\omega) - R^*(j\omega)] > 0.$$

De forma similar a la positividad real, para el caso SISO, podemos determinar de forma gráfica, la negatividad imaginaria. La propiedad NI (respectivamente SNI), es equivalente a la condición de fase $\angle R(j\omega) \in [-\pi, 0] \forall \omega \geq 0$ ($\angle R(j\omega) \in (-\pi, 0) \forall \omega \in (0, \infty)$). De forma generalizada, el diagrama polar de una función NI (SNI) está confinado en el semiplano inferior del diagrama polar $\forall \omega \geq 0$ ($\forall \omega \in (0, \infty)$). Nótese que en la definición de SPR el diagrama polar, no podía tocar el eje imaginario, pero, en la definición de SNI el diagrama polar no puede tocar el eje real, excepto en cero y en infinito, en la Fig. 9b, $NI_1(s)$ y $NI_2(s)$ son SNI, pero $NI_3(s)$ es NI.

La propiedad PR exige que las Tf tengan grado relativo $|rdeg| \leq 1$, sin embargo, la definición de sistemas NI supone que el grado relativo de las Tf NI, es $0 \leq rdeg \leq 2$. Otra característica consiste en que las Tf PR, deben de ser de fase mínima, pero esta condición no es necesaria para las Tf NI.

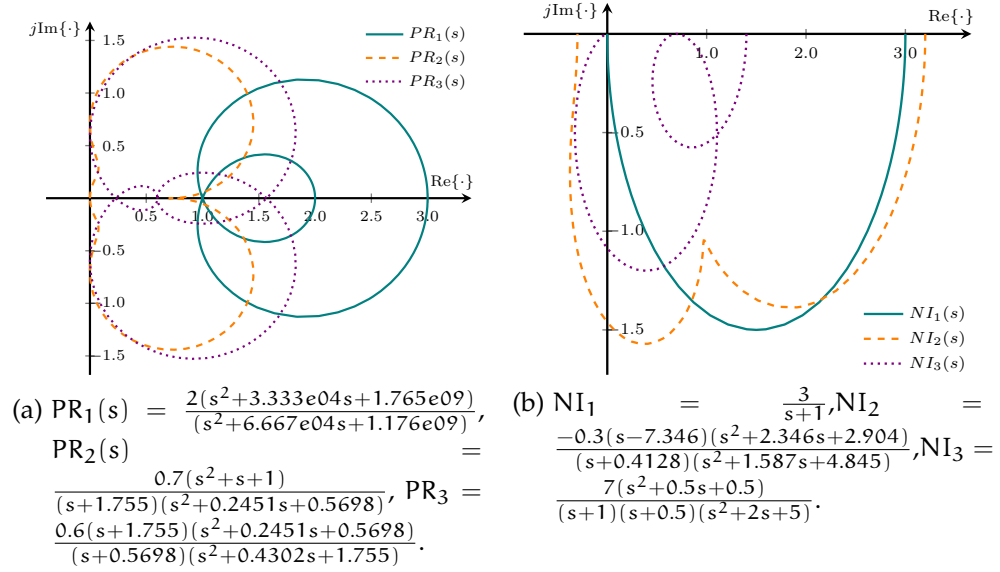


Figura 9: Diagrama de Nyquist de algunas funciones de transferencia PRs $\forall \omega \in \mathbb{R}$ en la Fig. (a) y algunas funciones de transferencia NIs $\forall \omega \in (0, \infty)$ en la Fig. (b).

4.2 INTERCONEXIÓN MEDIANTE REALIMENTACIÓN POSITIVA DE SISTEMAS IMAGINARIO NEGATIVOS

A continuación, se expone el marco teórico principal que nos permite asegurar la estabilidad local de la interconexión de dos sistemas mediante realimentación positiva. Para conseguir esto, es necesario establecer una equivalencia entre las condiciones en el dominio de la frecuencia de una representación entrada-salida de los sistemas NI, SNI (definiciones 4.1.4 y 4.1.5), y las condiciones en el dominio del tiempo que describen las matrices de la representación en el espacio de estados de estos sistemas.

Lema 4.2.1 (Petersen y Lanzon, 2010).

Sea la siguiente representación mínima en espacio de estados de un sistema

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2)$$

$$y = Cx + Du, \quad (3)$$

Donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, y $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$. El sistema (2), (3) es NI si, y solo si

1. A no tiene autovalores en el eje imaginario,
2. $D = D^\top$, y
3. existe una matriz $Y = Y^\top > 0$, $Y \in \mathbb{R}^{n \times n}$, de forma que

$$AY + YA^\top \leq 0, \quad y \quad B + AY C^\top = 0.$$

Corolario 4.2.1 (Petersen y Lanzon, 2010). *Si la representación mínima de un sistema en espacio de estados (2), (3), que satisface las condiciones (1), (2), y (3) del Lema 4.2.1, adicionalmente cumple*

- 4) *La matriz de funciones de transferencia $M(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ cumple que $M(s) - M(-s)^T$ no tiene ceros de transmisión en el eje imaginario excepto posiblemente en $s = 0$,*

entonces el sistema es estrictamente imaginario negativo (SNI).

Finalmente, el siguiente Teorema garantiza la estabilidad de la interconexión mediante realimentación positiva de la Fig. 10.

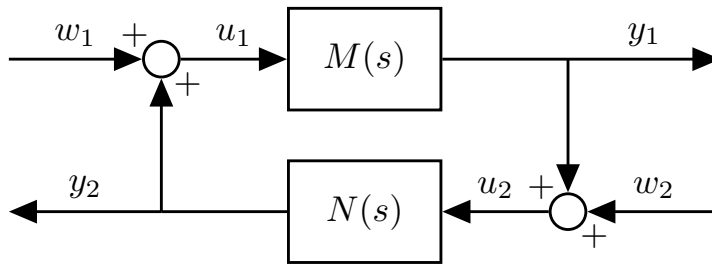


Figura 10: Interconexión mediante realimentación positiva.

Teorema 4.2.1 (Song y col., 2011). *Dado que $M(s)$ es NI y $N(s)$ es SNI, y supóngase que $M(\infty)N(\infty) = 0$ y además $N(\infty) \geq 0$. Entonces, la interconexión de estos dos sistemas mediante realimentación positiva representada en la Fig. 10 es internamente estable si, y solo si, el máximo autovalor de la matriz $M(0)N(0)$, denotado por $\bar{\lambda}(M(0)N(0))$, satisface*

$$\bar{\lambda}(M(0)N(0)) < 1. \quad (4)$$

La propiedad NI de un sistema LTI, se puede determinar, a partir de una descripción en espacio de estados del mismo, utilizando el lema 4.2.1. Por otra parte, el Corolario 4.2.1, nos permite evaluar si además, el sistema es SNI. Hay que destacar que la condición principal para evaluar el lema 4.2.1 está descrita mediante una LMI, por lo tanto se trata de un problema de optimización convexa. Por último, mediante el Teorema 4.2.1, podemos asegurar la estabilidad local del sistema.

4.3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En la Fig. 11 se representa el sistema multipuerto de estudio Σ , que consiste en un circuito lineal con fuentes de corriente y voltaje de DC, en cuyos puertos se conectan m CPLs. Tal y como se ha visto anteriormente, estas cargas exhiben impedancia incremental negativa. El objetivo es encontrar una condición suficiente, fácilmente verificable, que determine si el sistema en lazo cerrado es localmente estable para todos los posibles

valores de potencia consumida por las CPLs, para los cuales existen equilibrios del sistema. Para llegar a este resultado, a continuación, se define el sistema, caracterizando sus principales propiedades y posteriormente se determina la representación lineal del mismo.

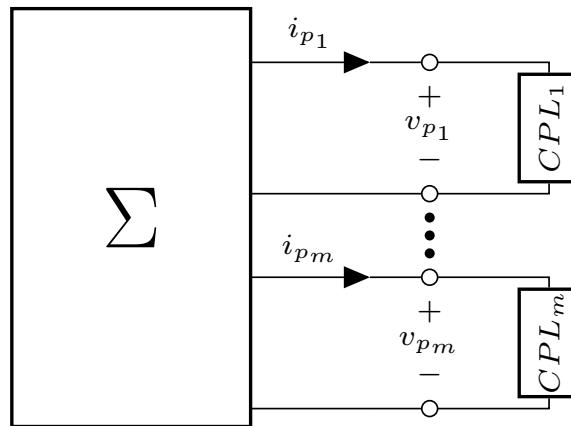


Figura 11: Circuito LTI RLC con fuentes incluidas y m CPLs (caso m -puerto).

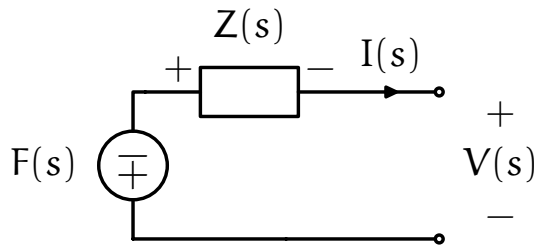


Figura 12: Equivalente de Thévenin del circuito Σ in Fig. 11.

En las redes de estudio de la Fig. 11, Σ es una red de DC LTI que consiste en conexiones arbitrarias de resistencias (R), autoinductancias (L), condensadores (C), fuentes de corriente (I_s), fuentes de voltaje (E_s) y acoplamientos magnéticos LTI¹. Asíumase que existe una representación mínima bien definida en el espacio de estados de Σ , formulada en función de las d -corrientes en las inductancias y q -tensiones en los condensadores, tal que,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bi + f, \\ v &= Cx + Di, \\ v_{p_i} i_{p_i} &= P_i > 0, \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \tag{5}$$

Donde $i = [i_{p_1}, i_{p_2}, \dots, i_{p_m}]$ es el vector de entradas, $v = [v_{p_1}, v_{p_2}, \dots, v_{p_m}]$ es el vector de salidas, f es un vector de tensiones de DC o/y fuentes de

¹ Para facilitar la comprensión del texto, se omite la variable representando el tiempo $t \in \mathbb{R}$, salvo necesidad.

corriente constante, P_i son las potencias constantes absorbidas por las CPLs en cada puerto, y $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$ son matrices constantes con $n = d + q$.

Observación 4.3.1. En (5) se asume que las entradas son corrientes y las salidas tensiones. Véase que para el caso recíproco, voltajes como entradas y corrientes como salidas, también es válida esta definición. Algunos sistemas, solo se pueden representar mediante una selección de entrada-salida determinada, pues otras pueden ser no causales. No obstante, si la representación de entrada-salida es real positiva, su representación inversa también lo es, por ejemplo, si la representación en forma de matriz de impedancias es real positiva, su representación en forma de matriz de admitancias, también lo será.

La representación de entrada-salida de Σ en el dominio de Laplace es

$$V(s) = G(s) I(s) + F(s), \quad (6)$$

donde s es la variable de Laplace, $V(s) = \mathcal{L}\{v(t)\}$, $I(s) = \mathcal{L}\{i(t)\}$. $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ y $F(s) = C(sI - A)^{-1}f$ son matrices racionales de coeficientes reales.

El equivalente de Thévenin del circuito Σ , ver Fig. 12, es

$$V(s) = -Z(s) I(s) + F(s). \quad (7)$$

Dado un conjunto determinado de potencias constantes $P_e := \text{col}\{P_{e_1}, P_{e_2}, \dots, P_{e_m}\}$, para los cuales existen equilibrios² del sistema (5), se obtienen un conjunto de voltajes de puerto $v_e := \text{col}\{v_{e_1}, v_{e_2}, \dots, v_{e_m}\}$ y un conjunto de corrientes de puerto $i_e := \text{col}\{i_{e_1}, i_{e_2}, \dots, i_{e_m}\}$. Entonces, podemos linealizar en torno a este equilibrio la tercera ecuación en (5) resultando

$$\Delta i = -K\Delta v + \gamma\Delta P. \quad (8)$$

donde $\Delta i := i - i_e$, $\Delta v := v - v_e$ y $\Delta P := P - P_e$ son los vectores incrementales de las variables de puerto, $K := \text{diag}\{\frac{P_{e_1}}{v_{e_1}^2}, \frac{P_{e_2}}{v_{e_2}^2}, \dots, \frac{P_{e_m}}{v_{e_m}^2}\}$ es una matriz diagonal constante de ganancias, y $\gamma := \text{diag}\{\frac{1}{v_{e_1}}, \frac{1}{v_{e_2}}, \dots, \frac{1}{v_{e_m}}\}$ es la ganancia incremental de perturbaciones de potencia. Evidentemente, en la ecuación (8), $-K$ representa la impedancia incremental negativa de las CPLs. Aplicando la transformada de Laplace a (8) y sustituyendo en (6) de forma incremental, se obtiene el sistema lineal en lazo cerrado, ver Fig. 13, que describe la dinámica alrededor del punto de equilibrio,

$$\Delta V(s) = Z(s)(K\Delta V(s) - \gamma\Delta P) + F(s). \quad (9)$$

Comparando (6) con (7) podemos identificar con claridad a $G(s)$ como la impedancia equivalente multipuerto cambiada de signo $G(s) = -Z(s)$, y el vector de fuentes equivalentes como $F(s)$. Obsérvese que esto es coherente con el siguiente teorema,

² Hay que tener en cuenta que los equilibrios no dependen de la elección de la variable de salida, pero sí de la entrada, (5).

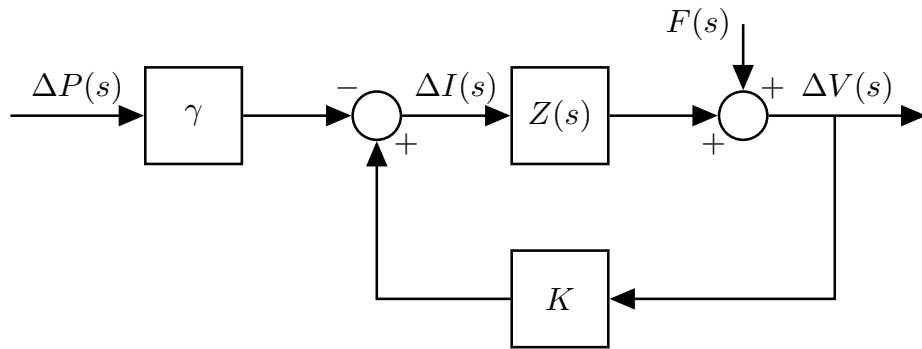


Figura 13: Diagrama de bloques de la interconexión del sistema en torno al equilibrio.

Teorema 4.3.1 (Anderson y Vongpanitlerd, 1973, Theorem 2.7.1). *Sea N un m -puerto que es LTI y pasivo, pero no necesariamente de parámetros concentrados o finitos. Supóngase que N tiene una representación de matriz de inmitancias o parámetros híbridos $B(s)$, entonces $B(\cdot)$ es real positiva.*

Según este teorema cualquier matriz de inmitancia o de parámetros híbridos de una representación multipuerto, necesariamente es positiva real. Esto indica que el cambio de signo es debido a la aportación de la impedancia incremental negativa de las CPLs, esta particularidad hace que sea inviable la aplicación del llamado *passivity theorem* que asegura la estabilidad interna de la conexión mediante realimentación negativa de un sistema que sea PR con otro sistema que sea SPR, ya que la Tf resultante que representa el sistema $G(s)$ nunca va a ser PR, sin embargo, si representamos la ecuación (9) como la interconexión en realimentación positiva de dos sistemas $Z(s)$ y K , de la Fig. 13 podemos aplicar el Teorema 4.2.1.

Aquí se han seleccionado las corrientes para el vector de entradas y las tensiones para el vector de salidas, para aplicar Thévenin y analizar el sistema de forma sencilla, no obstante, y sin pérdida de generalidad, seleccionando adecuadamente el vector de entradas y salidas, como vectores híbridos de corriente-tensión, la matriz de funciones de transferencia obtenida cumplirá la propiedad PR, ya que será una combinación de impedancias $Z(s)$, admitancias $Y(s)$ y Tf de parámetros híbridos $H(s)$.

Otra propiedad importante de las redes de estudio es la reciprocidad, una red multipuerto compuesta exclusivamente por elementos recíprocos; resistencias, inductancias, condensadores y transformadores multipuerto es recíproca, y las matrices asociadas con la red de impedancia $Z(s)$, admitancia $Y(s)$, o scattering $S(s)$, son simétricas, ver Anderson y Vongpanitlerd, 1973, Theorem 2.8.1.

4.4 MÉTODO DE EVALUACIÓN DE LA ESTABILIDAD

En esta sección se presenta un método, basado en ciertas propiedades en el dominio de la frecuencia del circuito Σ , para obtener una condición suficiente de la estabilidad local del sistema completo, cuando se conectan CPLs.

El diagrama de bloques para la ecuación (9), ver Fig. 13, muestra la interconexión mediante realimentación positiva de Z y K . Entonces, usando el Teorema 4.2.1, podemos garantizar la estabilidad del sistema alrededor del equilibrio evaluando el Lema 4.2.1 para establecer que K es NI, y utilizando el Corolario 4.2.1 para comprobar que $Z(s)$ es SNI. De forma que la estabilidad del sistema depende de las características NI de Z y de K .

4.4.1 Evaluando si K es NI

Partiendo de la definición 4.1.4, la condición 1) se cumple debido a que K es constante y la condición 2)

$$j[K(j\omega) - K^*(j\omega)] = j[K - K^*] = 0, \quad \forall \omega.$$

también se cumple. por lo tanto, K es NI.

Observación 4.4.1. Cuando la CPL es de primer orden, K es SNI y por lo tanto, se pueden relajar las condiciones de $Z(s)$ exigiendo solo que sea NI, de esta forma, el método sirve para más tipos de redes.

4.4.2 Evaluando si $Z(s)$ es SNI

$Z(s)$ es la matriz de impedancias que representa una red LTI, compuesta de elementos pasivos, incluyendo resistivos, por lo que $Z(s)$ no tiene polos con $\text{Re}(s) \geq 0$. En consecuencia, se satisface la condición 1) del Lema 4.2.1. Depende de las características de la red que se cumpla la condición 2) del Lema 4.2.1 ($D = D^\top$), no obstante, asumiendo que $Z(s)$ es una matriz de Tfs estrictamente propia ($Z(\infty) = D = 0$), esta condición es satisfecha. Además, las asunciones

$$Z(\infty)K(\infty) = 0 \quad \text{y} \quad Z(\infty) \geq 0 \quad (10)$$

en el Teorema 4.2.1 también se cumplen.

Observación 4.4.2. Considerando un comportamiento dinámico más realista de las CPLs, por ejemplo, una dinámica de primer orden (CPLs con ancho de banda finito), en la ecuación (8) la matriz diagonal de ganancias se puede sustituir por

$$K'(s) := \text{diag}\left\{\frac{P_{e_1}}{v_{e_1}^2} \frac{1}{\tau_1 s + 1}, \frac{P_{e_2}}{v_{e_2}^2} \frac{1}{\tau_2 s + 1}, \dots, \frac{P_{e_m}}{v_{e_m}^2} \frac{1}{\tau_m s + 1}\right\} \quad (11)$$

donde $\tau_i > 0$ y por lo tanto $K'(s)$ es exponencialmente estable. Por lo que $K'(\infty) = 0$ y podemos extender el método para circuitos cuya matriz de impedancia $Z(s)$ sea bipropia³. En este caso, solo es necesario evaluar⁴ $D = D^T > 0$, pues $K'(s)$ es NI.

Por otra parte, para verificar que $Z(s)$ es SNI previamente es necesario comprobar que es NI verificando la condición 3) del Lema 4.2.1. Como esta condición es una LMI, comprobar su factibilidad es un problema de programación convexa que puede ser calculado de forma eficiente. Esto permite incluso hacer un barrido de los valores de determinados parámetros del circuito Σ para encontrar un conjunto de parámetros que aseguren la factibilidad de la condición expresada en forma de LMI.

Finalmente, el último paso para comprobar la propiedad SNI de $Z(s)$ es la condición 4) del Corolario 4.2.1. Calcular los ceros de transmisión numéricamente es una tarea sencilla y la condición 4) del Corolario 4.2.1 siempre se satisface excepto en los límites de la región de posibles soluciones de la LMI que expresa la condición 3) del Lema 4.2.1. De cualquier manera, si la condición 4) no se cumple, siempre se puede forzar añadiendo un pequeño $\delta > 0$ en la desigualdad LMI,

$$AY + YA^T \leq \delta I,$$

del Lema 4.2.1.

4.4.3 Condición suficiente para la estabilidad local

Si todas las anteriores condiciones se satisfacen, se puede aplicar el teorema 4.2.1 para asegurar la estabilidad del sistema en lazo cerrado, verificando si la desigualdad de la ecuación (4) se cumple. Es necesario señalar que esta desigualdad tan solo depende de la dc-gain, que es función de la potencia y los voltajes de puerto en el equilibrio, además de los elementos resistivos del circuito Σ .

Resumiendo, si $Z(s)$ es una matriz de Tfs estrictamente propia con elementos resistivos y las CPLs son ideales, entonces el método consiste en tres pasos:

1. Comprobar la factibilidad de la condición LMI en el Lema 4.2.1. En este paso, es posible cambiar algunos parámetros de $Z(s)$ para forzar la factibilidad de la condición.
2. Comprobar si $Z(s) - Z(-s)^T$ no tiene ceros de transmisión en el eje imaginario, excepto en $s = 0$.
3. Comprobar si la condición de la ecuación (4) del Teorema 4.2.1 se cumple.

³ $Z(\infty) \neq 0$.

⁴ Asumiendo que el circuito Σ es recíproco implica que $D = D^T$ pues $Z(s)$ es simétrica.

Si todas las comprobaciones se cumplen, entonces, el sistema en lazo cerrado es estable de forma local.

4.5 EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ESTABILIDAD

A continuación, se demuestra la aplicación del método propuesto en la sección 4.4 con dos ejemplos. El primer ejemplo consiste en un circuito RLC conectado a una CPL que sirve para demostrar la aplicación del método en un sistema SISO. En la segunda aplicación, se demuestra el método de análisis de estabilidad sobre un sistema MIMO, para ello se elige un circuito de DC LTI con dos puertos en donde se conectan dos CPLs.

4.5.1 Ejemplo de aplicación del método en un sistema monopuerto

En este ejemplo, el método se aplica a el circuito RLC monopuerto de la Fig. 14. Una realización mínima en el espacio de estados del circuito se define por las matrices

$$A = \begin{bmatrix} -r_1 L_1^{-1} & -L_1^{-1} \\ C_1^{-1} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -C_1^{-1} \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1], D = [0]. \quad (12)$$

En consecuencia a la sección 4.3, donde se determinó que la Impedancia del circuito es la función de transferencia cambiada de signo $Z(s) = -[C(sI - A)^{-1}B + D]$, se obtiene la expresión para la impedancia del circuito⁵

$$Z(s) = \frac{L_1 s + r_1}{C_1 L_1 s^2 + C_1 r_1 s + 1}.$$

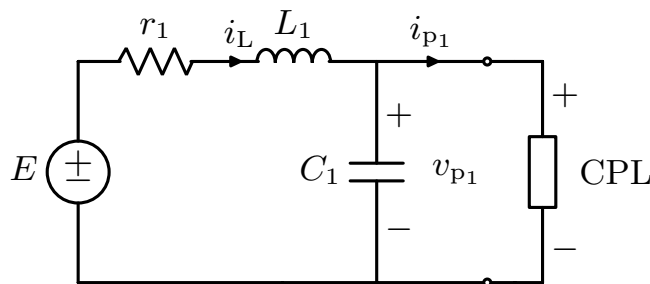


Figura 14: Circuito monopuerto RLC conectado con una CPL.

Resolviendo analíticamente la condición 3) del Lema 4.2.1, usando el criterio de Sylvester para los menores principales, ver por ejemplo

⁵ Para comprobar la condición suficiente para que $Z(s)$ cumpla la propiedad NI mediante el Lema 4.2.1, hay que aplicar el cambio de signo en (12).

(Horn y Johnson, 1990[Corollary 7.1.5 and Theorem 7.2.5]), se obtiene la condición necesaria para que $Z(s)$ sea NI

$$r_1 \geq \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}. \quad (13)$$

Para determinar si además, $Z(s)$ es SNI es necesario un paso más, debemos evaluar la condición 4) del Corolario 4.2.1, obteniendo

$$Z(s) - Z(-s)^\top = \frac{2s(C_1 L_1^2 s^2 + L_1 - C_1 r_1^2)}{C_1^2 L_1^2 s^4 - C_1^2 r_1^2 s^2 + 2C_1 L_1 s^2 + 1}.$$

Los ceros de transmisión son $s = 0$ y

$$s = \pm \frac{\sqrt{C_1 r_1^2 - L_1}}{\sqrt{C_1 L_1}}.$$

Sin embargo, si la expresión (13) se cumple, los dos últimos ceros de transmisión son siempre reales o nulos. En consecuencia, $Z(s)$ es SNI si y solo si, la desigualdad estricta, o la igualdad en la expresión (13) se cumplen.

Aplicando el Teorema 4.2.1, se obtiene la máxima ganancia permitida K_{st} , para tener un sistema estable en lazo cerrado, como

$$\bar{\lambda}(Z(0)K_{st}) < 1 \Rightarrow K_{st} < \frac{1}{Z(0)}. \quad (14)$$

Tal y como se comentó en un anterior trabajo (Arocas-Pérez y Griño, 2016), este resultado está estrechamente relacionado con la existencia de equilibrios del sistema. Substituyendo en la ecuación de Thévenin (7) la expresión para la CPL (5) se obtiene la siguiente ecuación cuadrática para los equilibrios,

$$v_e^2 - F(0)v_e + Z(0)P_e = 0. \quad (15)$$

Resolviendo para que el discriminante $\Delta := F(0)^2 - 4Z(0)P_e$ de la ecuación (15) tenga soluciones reales, la potencia límite para que existan equilibrios es $P_{eq} := \frac{F(0)^2}{4Z(0)}$ y para este valor, el voltaje de puerto es $v_{eq} := \frac{F(0)}{2}$. Consecuentemente, el valor de ganancia máximo para el cual existen equilibrios del sistema es,

$$K_{eq} = \frac{P_{eq}}{v_{eq}^2} = \frac{1}{Z(0)}. \quad (16)$$

Comparando el resultado en (14) y en (16), se observa, que para el sistema en lazo cerrado, el límite de la ganancia máxima permitida para que el sistema sea estable y el límite de la ganancia máxima permitida

para que existan equilibrios del sistema, coinciden excepto en el punto frontera $K = \frac{1}{Z(0)}$, donde el sistema deja de ser asintóticamente estable⁶. Además, la Tf de lazo abierto $L(s) = KZ(s)$, véase la Fig. 13, en el límite de existencia de los equilibrios K_{eq} , toma el valor

$$L(0)_{eq} = \frac{1}{Z(0)} Z(0) = 1 \quad (17)$$

Considerando que el punto crítico del trazado de Nyquist, para interconexión mediante realimentación positiva es $L(j\omega) = 1 + j0$, pues el polinomio característico es $1 - L(s) = 0$, el Teorema 4.2.1 y la ecuación (17) son equivalentes. Por lo tanto, para una red eléctrica Σ monopuerto, conectada a una CPL, el límite de existencia de los equilibrios y el límite de estabilidad del sistema ocurre cuando el trazado polar de $L(s)$ evaluado en $\omega = 0$ (de forma equivalente, el autovalor del sistema en lazo abierto para $\omega = 0$) comienza en 1.

En realidad este resultado tiene una explicación sencilla para sistemas SISO. Consideremos que $M(s)$ y $N(s)$ del Teorema 4.2.1 en el caso SISO. Como $N(s)$ es SNI, se cumple que $\angle N(j\omega) \in (-\pi, 0)$, $\forall \omega > 0$. Además, como $M(s)$ es NI, se cumple $\angle M(j\omega) \in [-\pi, 0]$, $\forall \omega \geq 0$ tal que $M(j\omega) \neq 0$. Por lo que, $L(s) = M(s)N(s)$ cumple que $\angle L(j\omega) \in (-2\pi, 0)$, $\forall \omega > 0$ tal que $L(j\omega) \neq 0$. Así pues, el trazado de Nyquist de $L(j\omega)$ solo puede intersectar el eje real positivo en $\omega = 0$, pues a frecuencia infinito $M(\infty)N(\infty) = 0$. Esto supone que la única posibilidad de que el sistema sea inestable es $N(0)M(0) > 1$, es decir, el límite de estabilidad está relacionado con los equilibrios mediante la ganancia en DC. Dicho de otra forma, según el criterio de Nyquist, la interconexión mediante realimentación positiva de este tipo de sistemas, solo puede rodear el punto crítico para $\omega = 0$ (equilibrio).

Tabla 3: Parámetros de la red monopuerto RLC.

E (V)	r_1 (Ω)	L_1 (H)	C_1 (F)
24	0.041	7.83e-6	3e-3

Utilizando los parámetros de la Tabla 3 y resolviendo el equilibrio para un valor de potencia inicial $P_0 = 3000$ W se obtiene $v_0 = 16.58$ V y como demuestra el trazado de Nyquist en la Fig. 15 el sistema en lazo cerrado es estable. Sin embargo, $L(s) = KZ(s)$ no es NI. Aumentando progresivamente la potencia de la CPL, en algún valor de potencia, el diagrama polar rodeará el punto crítico $1 + j0$ y según el criterio de Nyquist el sistema en lazo cerrado será inestable.

⁶ Según el criterio de estabilidad de Nyquist, el trazado nunca debe intersectar el punto crítico.

Añadiendo un condensador en paralelo C' en el puerto, se puede aumentar la capacidad hasta un valor mínimo $C_q = C_1 + C'$ de forma que $L(s)$ sea NI. Así, la potencia se puede aumentar hasta el límite de existencia de los equilibrios, manteniendo la estabilidad de lazo cerrado. Obsérvese, que en el caso límite, $L(0) = 1$, como muestra la curva para $P_{lim} = 3512.2W, v_{lim} = 12V, C_q = 4.66mF$ de la Fig. 15.

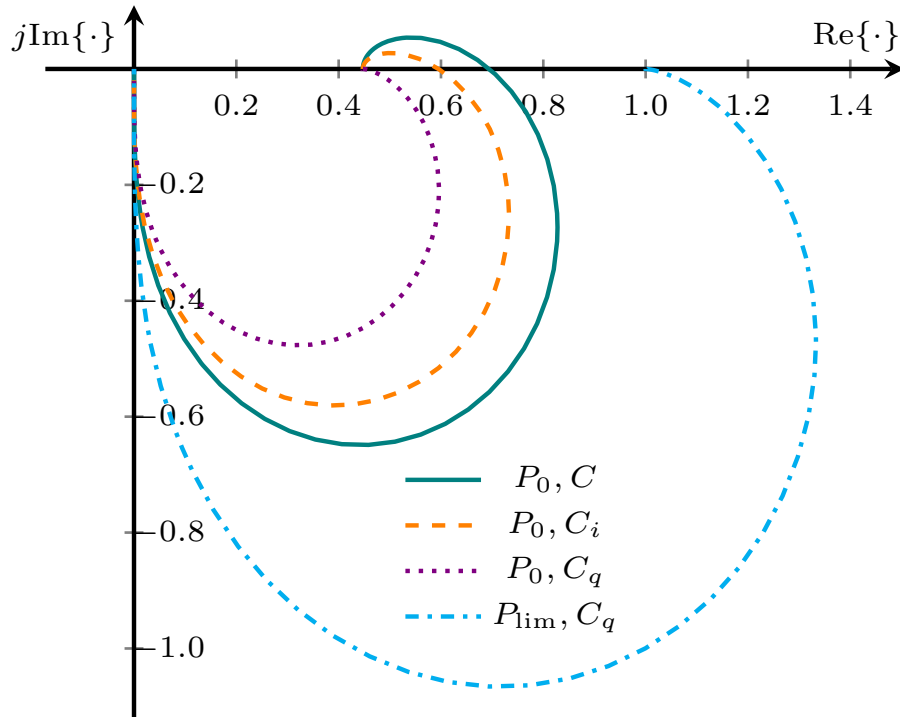


Figura 15: Trazado de Nyquist de $L(s)$ para diferentes valores de condensador: a) (turquesa) $P_0 = 3000W, v_0 = 16.58V, C = 3mF$, b) (naranja) $P_0, v_0, C_i = 3.5mF$, c) (violeta) $P_0, v_0, C_q = 4.66mF$ y d) (cyan) $P_{lim} = 3512.2W, v_{lim} = 12V, C_q$.

Resolviendo el problema de factibilidad⁷ de la condición 3) del Lema 4.2.1, se obtiene el valor mínimo de condensador $C_q = 4.658mF$ necesario para que $L(s)$ cumpla la propiedad NI. Si comparamos este valor con el resultado analítico de la ecuación (13), correspondiente a un valor $C_q = 4.6579mF$, podemos afirmar que los valores obtenidos mediante ambos métodos se corresponden, a excepción de pequeños errores numéricos.

La Fig. 16 muestra las regiones de estabilidad e inestabilidad en lazo cerrado, así cómo, la región donde se cumple la propiedad NI, para un barrido de los valores de capacidad y potencia de carga del circuito. En la figura se distingue claramente que la propiedad NI no depende de la carga, pues solo depende de la relación de los parámetros del circuito

⁷ Los problemas de factibilidad se han resuelto utilizando el paquete de software CVX (Grant y Boyd, 2015).

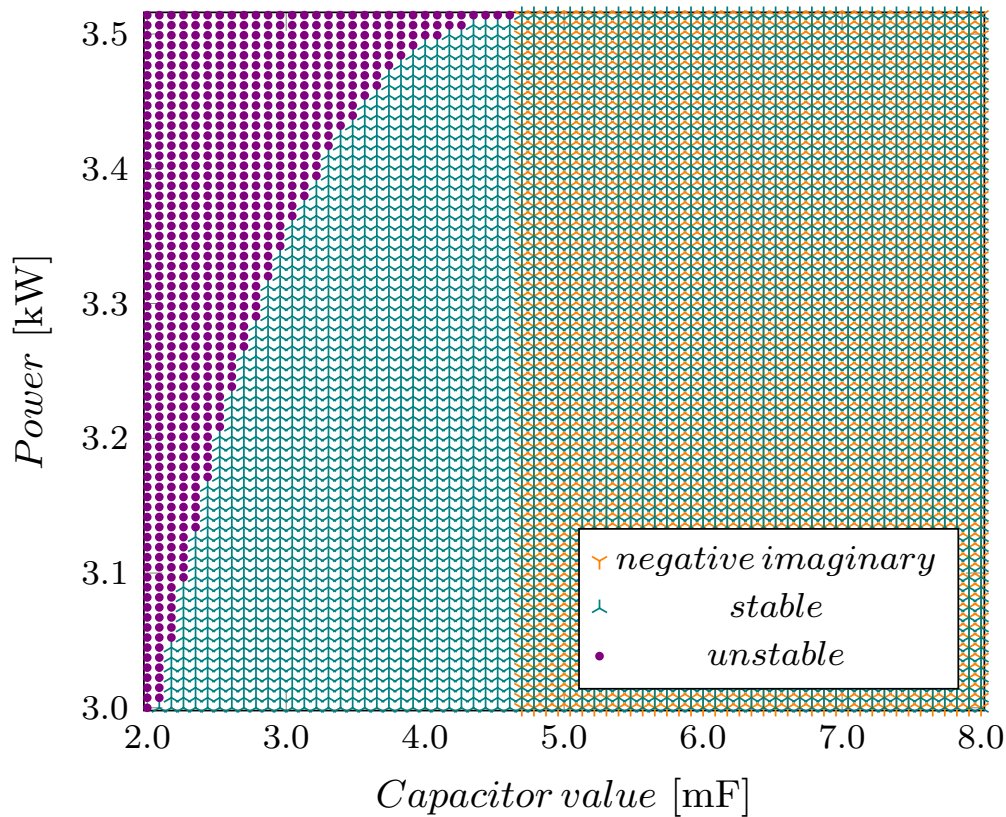


Figura 16: Evaluación de la estabilidad, inestabilidad y propiedad NI de la red monopuerto de la Fig. 14, para diferentes valores de capacidad y potencia.

(condition (13)). Otro hecho importante que se deduce de la gráfica es que para valores de potencia por debajo del límite de existencia del equilibrio $P < P_{eq}$, el valor del condensador en el puerto se puede disminuir por debajo de C_q , manteniendo la estabilidad del sistema. Por lo tanto, el criterio de estabilidad basado en la propiedad NI, es una condición suficiente pero no necesaria. No obstante, para el caso SISO, en el límite de existencia de los equilibrios, es una condición necesaria y suficiente.

4.5.2 Ejemplo de aplicación del método en un sistema multipuerto

Como ejemplo de sistema multipuerto, se propone el circuito de dos puertos ($m = 2$) de la Fig. 17. Las matrices del sistema en espacio de estados son

$$A = \begin{bmatrix} -r_1 L_1^{-1} & 0 & -L_1^{-1} & 0 \\ 0 & -r_2 L_2^{-1} & L_2^{-1} & -L_2^{-1} \\ C_1^{-1} & -C_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & C_2^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -C_1^{-1} & 0 \\ 0 & -C_2^{-1} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Con los valores para el circuito de los parámetros de la Tabla 4, $Z(s)$ no cumple la propiedad NI. Como sabemos que esta propiedad no depende de las potencias consumidas por las cargas (las cuales fijan el punto de operación), se conectan condensadores adicionales en los puertos (C'_1, C'_2). Si $C_{q1} = C_1 + C'_1$, $C_{q2} = C_2 + C'_2$ son los valores mínimos de los condensadores que fuerzan a $Z(s)$ a cumplir la propiedad NI, entonces, se garantiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado para todos los valores posibles de potencias para los cuales existan equilibrios.

Tabla 4: Parámetros para el circuito de la Fig. 17.

$r_1 = 0.04 \Omega$	$L_1 = 78.0 \mu\text{H}$	$C_1 = 2.0 \text{ mF}$	$E = 24.0 \text{ V}$
$r_2 = 0.06 \Omega$	$L_2 = 98.0 \mu\text{H}$	$C_2 = 1.0 \text{ mF}$	

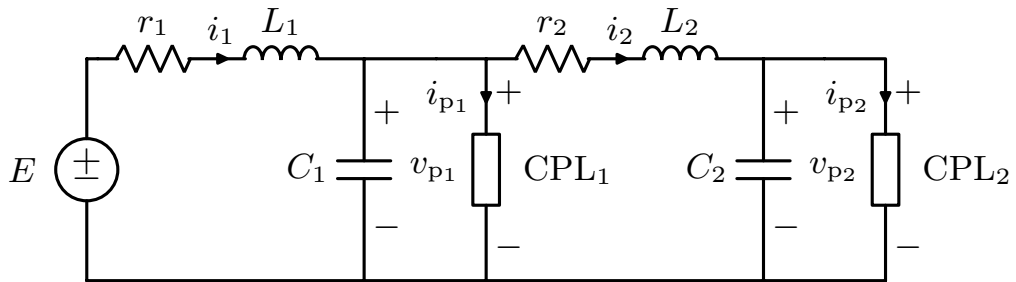


Figura 17: Circuito lineal de dos puertos con CPLs.

Siguiendo los pasos del método propuesto en la sección 4.4, el procedimiento es el siguiente:

1. La Factibilidad de la condición 3) del Lema 4.2.1 se comprueba numéricamente para una rejilla de valores de (C_{q1}, C_{q2}) . Entre

las distintas posibilidades que permiten a $Z(s)$ ser NI, se escoge un par que cumplan nuestros requerimientos de diseño ($C_{q_1} = 89$ mF, $C_{q_2} = 88$ mF).

2. Aplicando el Corolario 4.2.1, se comprueba que $Z(s) - Z(-s)^\top$ no tiene ceros de transmisión, excepto en $s = 0$. Por lo tanto el circuito es SNI.
3. El último paso consiste en encontrar las condiciones, entre los límites de existencia de los equilibrios, que satisfacen la desigualdad (4) para los parámetros de ganancia dependientes de la potencia de las cargas. Sin embargo, encontrar las soluciones del conjunto de ecuaciones cuadráticas del sistema en el equilibrio, no es una tarea trivial. En la proposición 3 de Barabanov y col., 2016 se presenta una condición necesaria y suficiente para el caso $m = 2$, formulada en términos de una LMI, para la existencia de los equilibrios del sistema. Utilizando este resultado se obtiene un contorno límite para la existencia de equilibrios en función de las potencias P_1, P_2 . Se elige el punto de equilibrio ($P_1 = 2860$ W, $P_2 = 533.6$ W), situado en una vecindad del contorno para demostrar el método. Los correspondientes voltajes de puerto son $v_1 = 13.12$ V, $v_2 = 9.88$ V. Con todos estos datos, los valores propios para $\omega = 0$ son

$$\lambda_1(Z(0)K) = 0.2199, \quad \lambda_2(Z(0)K) = 0.9913.$$

De forma que la desigualdad (4) se cumple. Por lo tanto, como K es NI y $Z(s)$ es SNI, la estabilidad del sistema en lazo cerrado está asegurada.

En la Fig. 18 se muestra, las regiones de estabilidad e inestabilidad en lazo cerrado, así como la región donde $Z(s)$ cumple la propiedad NI, para un conjunto de pares ordenados de valores (C_1, C_2) , en el punto de equilibrio determinado por ($P_1 = 2860$ W, $P_2 = 533.6$ W, $v_1 = 13.12$ V, $v_2 = 9.88$ V). El enfoque NI, claramente, da una condición suficiente para la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

Una forma alternativa de corroborar estos resultados, consiste en hacer una comprobación gráfica. En la Fig. 19, se muestran los lugares característicos (*Characteristic loci*) para $KZ(j\omega)$. Se observa que ambas funciones características⁸ (λ_1, λ_2) satisfacen el criterio de estabilidad de Nyquist (observar que para realimentación positiva, el punto crítico es el $s = 1 + j0$). Adicionalmente, se constata que ambas funciones son SNI.

De esta comprobación gráfica, se derivan dos hechos importantes para el caso $m > 1$:

1. La propiedad NI es *suficiente*, pero no *necesaria* para la estabilidad del sistema en lazo cerrado. La aplicación de la LMI en el Lema

⁸ Tal y como se definen en McFarlane y Postlethwaite, 1977.

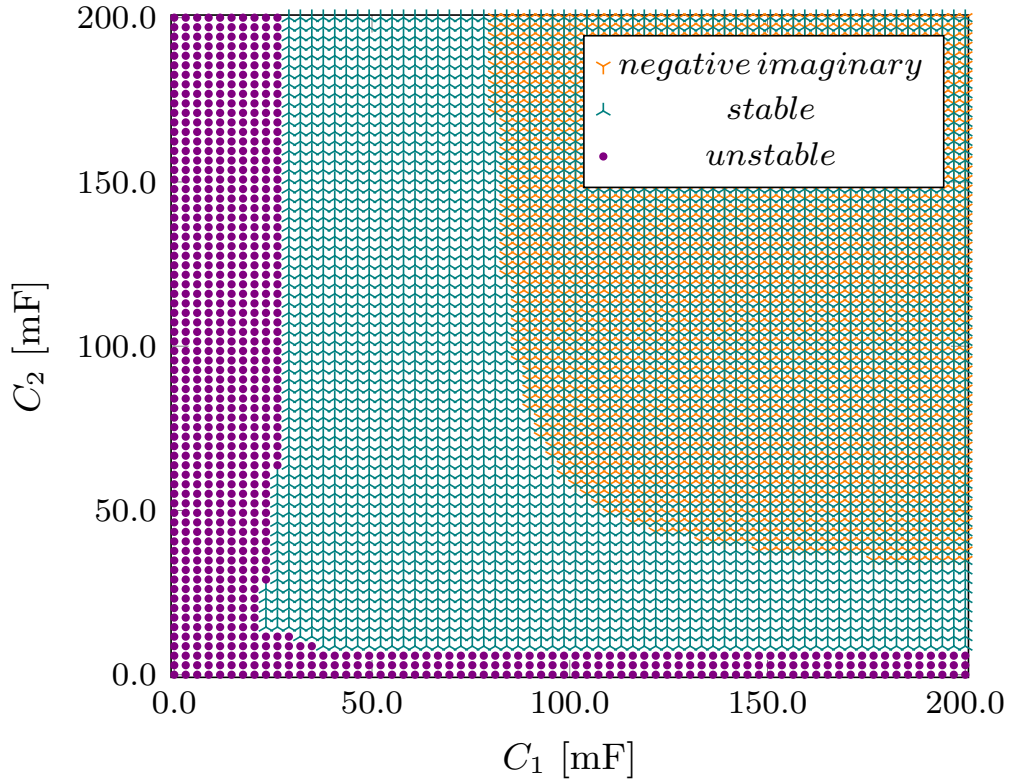


Figura 18: Regiones de estabilidad, inestabilidad y propiedad NI para un punto de equilibrio determinado respecto a los valores de condensador en los puertos.

4.2.1 a una matriz de Tfs fuerza a todas sus funciones características a cumplir la propiedad NI. Por ejemplo, en la Fig. 19, se puede confirmar que para estabilidad en lazo cerrado no es necesario tener una NI λ_1 , es suficiente que λ_2 sea NI, tal y como se muestra en la Fig. 20 para valores más bajos de capacidad. Este último caso, resulta en un sistema estable en lazo cerrado aunque no todas sus funciones características cumplan la propiedad NI.

2. El límite de existencia de los equilibrios se alcanza cuando el valor absoluto de la máxima función característica NI $\bar{\lambda}_{NI}$ en $\omega = 0$ para el sistema en lazo abierto $L = KZ(s)$, es igual a 1. Es decir,, $|\bar{\lambda}_{NI}(L(0))| = 1$.

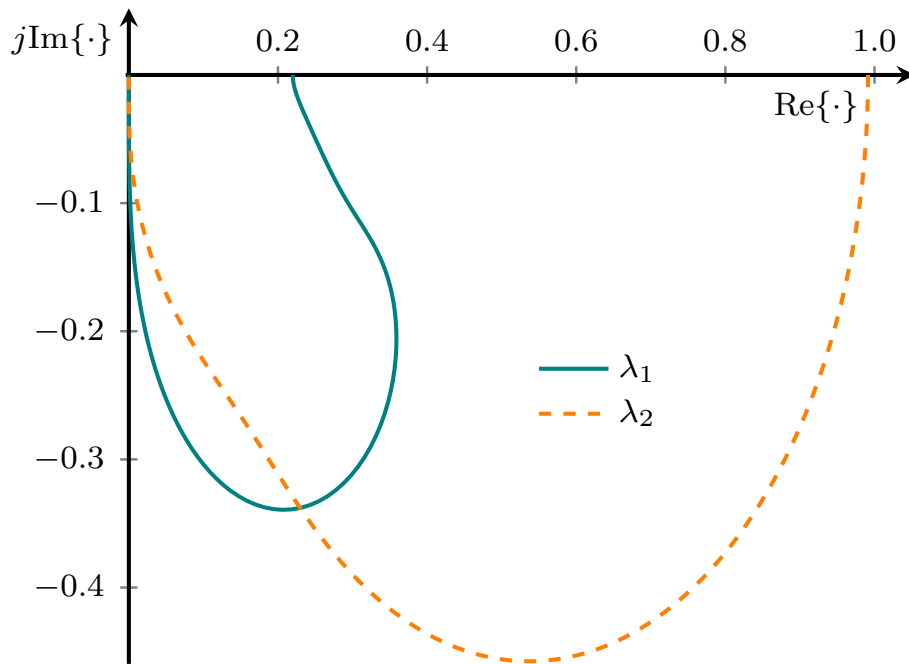


Figura 19: Lugares característicos *Characteristic loci* de $Z(s)K \forall \omega > 0$ ($C_{q_1} = 89$ mF, $C_{q_2} = 88$ mF, $P_1 = 2860$ W, $P_2 = 533.6$ W, $v_1 = 13.12$ V, $v_2 = 9.88$ V).

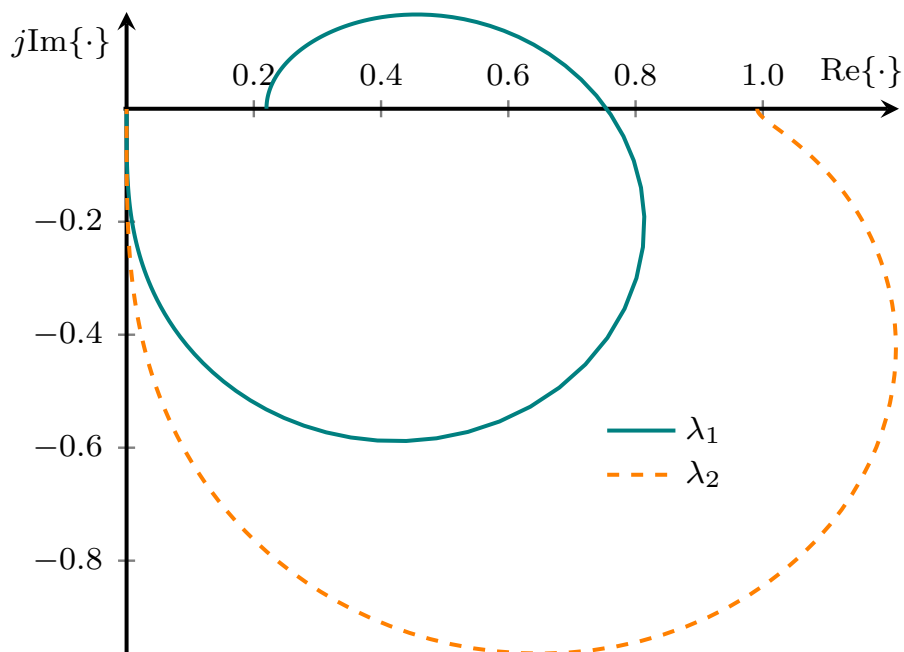


Figura 20: Lugares característicos *Characteristic loci* de $Z(s)K \forall \omega > 0$ ($C_{q_1} = 37$ mF, $C_{q_2} = 12$ mF, $P_1 = 2860$ W, $P_2 = 533.6$ W, $v_1 = 13.12$ V, $v_2 = 9.88$ V).

Parte III

TÉCNICAS DE CONTROL DE ESTABILIDAD

Con intención de aplicar técnicas de control adecuadas para asegurar la estabilidad en redes DC con CPLs, se define el modelo propuesto para las redes de estudio, esto nos permite probar diferentes teorías de control para su posterior aplicación en los sistemas reales.

Una vez establecido el modelo representativo de las redes de estudio, se procede a comprobar las condiciones de existencia del equilibrio del sistema, así como las características que definen la estabilidad de estas redes cuando varía a la potencia consumida por la CPL, según sea la amortiguación disponible de la red. De este modo, podemos establecer los casos más desfavorables con respecto a la estabilidad del sistema. En base a estos casos más desfavorables, se establecen los objetivos, para evaluar las técnicas de control propuestas.

Para alcanzar estos objetivos, se propone añadir en paralelo en el PCC un dispositivo estabilizador, llamado *shunt damper*, que mediante el diseño de una ley de control, nos permita cumplir los objetivos definidos anteriormente.

A continuación, se presentan soluciones al problema, explorando diferentes técnicas de estabilización y control para redes de DC con CPLs, tanto lineales como no lineales, con el objetivo de demostrar el desempeño de la solución propuesta (conexión en paralelo del dispositivo *shunt damper*). Utilizando las técnicas lineales de control y bajo el marco teórico del control H_{∞} , se diseñan dos controladores; el primero se basa en un diseño jerárquico SISO, en el segundo se diseña un controlador MIMO mediante el uso de un filtro divisor de frecuencia. También se diseña una tercera ley de control mediante el marco teórico del control autosintonizado. Respecto a las técnicas no lineales, se presenta un controlador de linealización de entrada-salida de información completa, que mediante un observador-estimador basado en I&I, se implementa de forma adaptativa.

Por último, para cada uno de estos controladores, se comprueba su desempeño mediante simulación numérica. Para ello, se efectúan los experimentos pertinentes, principalmente para comprobar numéricamente la estabilidad de forma local y de forma global. También se comprueba que se satisfacen los objetivos propuestos, tales como; recuperación del estado estacionario tras una perturbación, eficiencia energética de la solución, estimación de algunas señales y verificación que el rango de existencia de los equilibrios estables es ampliado notablemente.

ESTABILIZACIÓN DE REDES DE DC CON CARGAS DE POTENCIA CONSTANTE

5.1 MODELO PROPUESTO DE LAS REDES DE ESTUDIO Y ANÁLISIS DE CARACTERÍSTICAS

Con el objetivo de resolver los problemas relacionados con el control y la estabilidad de los sistemas de potencia, usualmente sistemas complejos como redes de DC, AC o híbridas, son representadas con un modelo simplificado. Redes con configuración de malla, se simplifican por el método de reducción de Kron, como en Cucuzzella y col., 2017, Dorfler, Simpson-Porco y Bullo, 2018, Zhao y Dörfler, 2015. Para consultar una valiosa revisión de las conexiones de la teoría algebraica de grafos y el análisis de circuitos eléctricos, consultar Dörfler y Bullo, 2013.

Normalmente todas las fuentes de energía y todas las cargas se conectan en paralelo a través de un bus común de DC, las redes con topología de un solo bus común y las redes con topología multibus, se simplifican mediante el equivalente de Thévenin, por ejemplo en Sanchez y Molinas, 2015, Rygg y Molinas, 2017, Zima y col., 2005, Lu y col., 2015, Tahim y col., 2015. En definitiva, cualquier red eléctrica, aunque compleja, puede ser representada con mayor o menor detalle por un modelo simplificado.

Con el objetivo de diseñar técnicas de estabilización y control, se propone el siguiente modelo representativo de las redes de estudio, la red mono-puerto RLC de DC de la Fig. 21 que representa un modelo simplificado de un sistema electrónico de potencia DC, o, también, una DCmg. Este modelo, ha sido utilizado en la Sección 4.5, como ejemplo demostrativo del método de análisis de estabilidad bajo el marco teórico NI. También ha sido utilizado por otros autores para estudiar los problemas de estabilidad asociados con las CPL, por ejemplo en Zhang y col., 2013b, Mosskull, 2015 y Wu y Lu, 2015.

El circuito se compone de una fuente de voltaje de DC E , que alimenta a una CPL a través de una línea de transmisión representada por una inducción $L_1 > 0$ con pérdidas $r_1 > 0$, $C_1 > 0$ representa la capacidad del

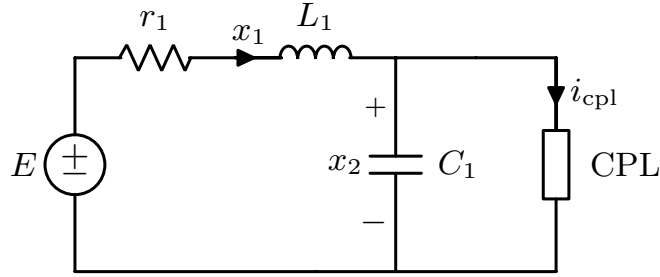


Figura 21: Red de DC alimentando a una CPL algebraica.

bus de distribución en el PCC, las ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento de la red son

$$\begin{aligned} L_1 \dot{x}_1 &= -r_1 x_1 - x_2 + E, \\ C_1 \dot{x}_2 &= x_1 - \frac{P}{x_2}, \end{aligned} \quad (19)$$

donde x_1 simboliza la corriente a través de L_1 y $x_2 > 0$ el voltaje en bornes de C_1 .

5.1.1 Equilibrios del sistema

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior (19) para el equilibrio $\dot{x} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2]^T = 0$, se obtienen las siguientes soluciones,

$$\bar{x}_1 = \frac{E \pm \sqrt{\Delta}}{2r_1}, \quad \bar{x}_2 = \frac{E \mp \sqrt{\Delta}}{2}. \quad (20)$$

Donde $\Delta := E^2 - 4\bar{P}r_1$, imponiendo la condición $\Delta \geq 0$ para la existencia de equilibrios reales $\bar{x} = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2\} \in \mathbb{R}$, se obtiene la siguiente condición, que impone un valor límite para la potencia transmitida a la carga por la red eléctrica

$$\bar{P} \leq \frac{E^2}{4r_1} \quad (21)$$

5.1.2 Análisis de estabilidad del problema propuesto

Proposición 5.1.1. *El sistema (19) es asintóticamente estable, sii, se cumple alguna de las siguientes condiciones,*

a) Si $r_1 \geq \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ y además se cumple la siguiente desigualdad,

$$\bar{P} < P_{eq} := \frac{E^2}{4r_1} \quad (22)$$

b) Si $r_1 < \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ y además se cumple la siguiente desigualdad,

$$\bar{P} < P_{\text{stb}} := \frac{E^2 C_1 L_1 r_1}{(C_1 r_1^2 + L_1)^2} \quad (23)$$

Demostración. Linealizando las ecuaciones (19) en torno al equilibrio definido por \bar{x}_2, \bar{P} , se obtiene la siguiente matriz de transición de estados,

$$A = \begin{bmatrix} -r_1 L_1^{-1} & -L_1^{-1} \\ C_1^{-1} & \frac{\bar{P}}{C_1 \bar{x}_2^2} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Para estabilidad asintótica, se debe cumplir que sendos valores propios de (24) sean estrictamente negativos, es decir $\det(A) > 0$ y $\text{tr}(A) < 0$. De la condición del determinante, se obtiene,

$$\bar{P} < P_{\text{det}} := \frac{\bar{x}_2^2}{r_1}$$

De la condición de la traza se obtiene,

$$\bar{P} < P_{\text{tr}} := \frac{r_1 C_1 \bar{x}_2^2}{r_1}$$

Se cumplirán ambas condiciones de forma simultánea, en dos casos,

a) Si $r_1 \geq \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ y además $\bar{P} < P_{\text{det}}$.

b) Si $r_1 < \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ y además $\bar{P} < P_{\text{tr}}$.

Substituyendo \bar{x}_2 de cualquiera de los posibles equilibrios (20) en P_{det} y en P_{tr} , se obtiene, $P_{\text{det}} = \frac{E^2}{4r_1}$ y $P_{\text{tr}} = \frac{E^2 C_1 L_1 r_1}{(C_1 r_1^2 + L_1)^2}$. Esto concluye la prueba. \square

Observación 5.1.1. Observar que en el caso a) de la proposición 5.1.1, el límite de estabilidad P_{eq} coincide con el límite de existencia de los equilibrios (21), excepto en $\bar{P} = \frac{E^2}{4r_1}$, donde no podemos decir nada sobre la estabilidad del sistema sin analizar los términos de orden superior de la aproximación lineal, ya que, al menos un valor propio es cero (ó ambos).

Observación 5.1.2 (Equilibrio de interés). Aunque el límite de estabilidad discutido aquí es válido para cualquier solución de $\dot{x} = 0$, por motivos de eficiencia energética, para disminuir las pérdidas en la transmisión de la energía, se selecciona el equilibrio de mayor voltaje y menor corriente. En lo sucesivo *equilibrio de interés*.

Observación 5.1.3 (Caso desfavorable). En las simulaciones numéricas y los ensayos experimentales, se ha empleado un conjunto de valores para los parámetros que definen la red, desfavorable para la estabilidad, caso b) de la Proposición 5.1.1.

Observación 5.1.4 (Caso $P \leq 0$). El caso de las fuentes de potencia constante $P \leq 0$ también es importante para mejorar el amortiguamiento o para evitar el colapso del sistema ante sobretensiones causados por ejemplo, por perturbaciones en las fuentes de voltaje, no obstante, si P es negativo, ambas condiciones de estabilidad se cumplen, independientemente de la relación entre parámetros disipativos y acumulativos, por lo tanto este caso, no supone ningún efecto desestabilizador para el sistema. En aras de resolver los problemas de estabilidad de la red, en lo sucesivo, nos limitamos al caso $P > 0$, ya que es el más desfavorable.

El resultado de la Proposición 5.1.1 indica que la potencia máxima que podemos extraer del sistema (consumida por la CPL), depende de los valores que tengan los parámetros de la red, exactamente en la relación entre elementos disipativos r_1 y acumulativos $\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$, de forma equivalente, en el amortiguamiento efectivo del sistema. De acuerdo con la representación del lugar de las raíces, se obtiene una explicación sencilla de como influye esta relación en la estabilidad del sistema, como se muestra en la Fig. 22, esta relación impone como son los valores propios cuando cruzan el eje imaginario: si $r_1 < \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ los valores propios cruzan el eje imaginario en forma de raíces complejas conjugadas 22a, si $r_1 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ en el eje imaginario tenemos un doble polo real 22b, en cambio si $r_1 > \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ ambas son distintas y reales cuando alguna de ellas alcanza el eje imaginario¹ 22c. Observar que esto coincide con el análisis de estabilidad de la sección 4, en particular, el escenario a), coincide con las condiciones donde la impedancia equivalente de la red eléctrica cumple la propiedad NI (13).

Analizando los diferentes escenarios, en el tercer caso 22c, la relación $r_1 > \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$, implica que $P_{stb} > P_{eq}$, por lo tanto el sistema será estable para todos los posibles valores de potencia, para los que existe el equilibrio, por lo tanto, este escenario no presenta ningún comportamiento inestable. El segundo caso $r_1 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ es un caso frontera de la estabilidad del sistema, donde $P_{stb} = P_{eq}$, en este punto exacto los valores propios son polos conjugados situados en el eje imaginario $\lambda_i = \pm j\omega_0$. Sin embargo, el caso donde $r_1 < \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$, se cumple que $P_{stb} < P_{eq}$ y el sistema no es estable para todo el rango posible de equilibrios. Este caso sugiere utilizar técnicas de amortiguación pasivas, tal como se hizo en

¹ Particularmente cuando $r_1 \geq 2\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$, el lugar de las raíces yace en el eje real.

la sección 4.5.1 para demostrar el enfoque NI, modificando la relación entre los elementos disipativos y los elementos acumulativos, añadiendo un condensador en paralelo en el puerto de conexión, forzando a que se cumpla la relación $r_1 > \sqrt{\frac{L_1}{C_1+C'}}$, asegurando de este modo, la estabilidad del sistema para todos los posibles puntos de equilibrio. Sin embargo, este método presenta algunas desventajas, tal y como se indica en Carmeli y col., 2012[Section III.A].

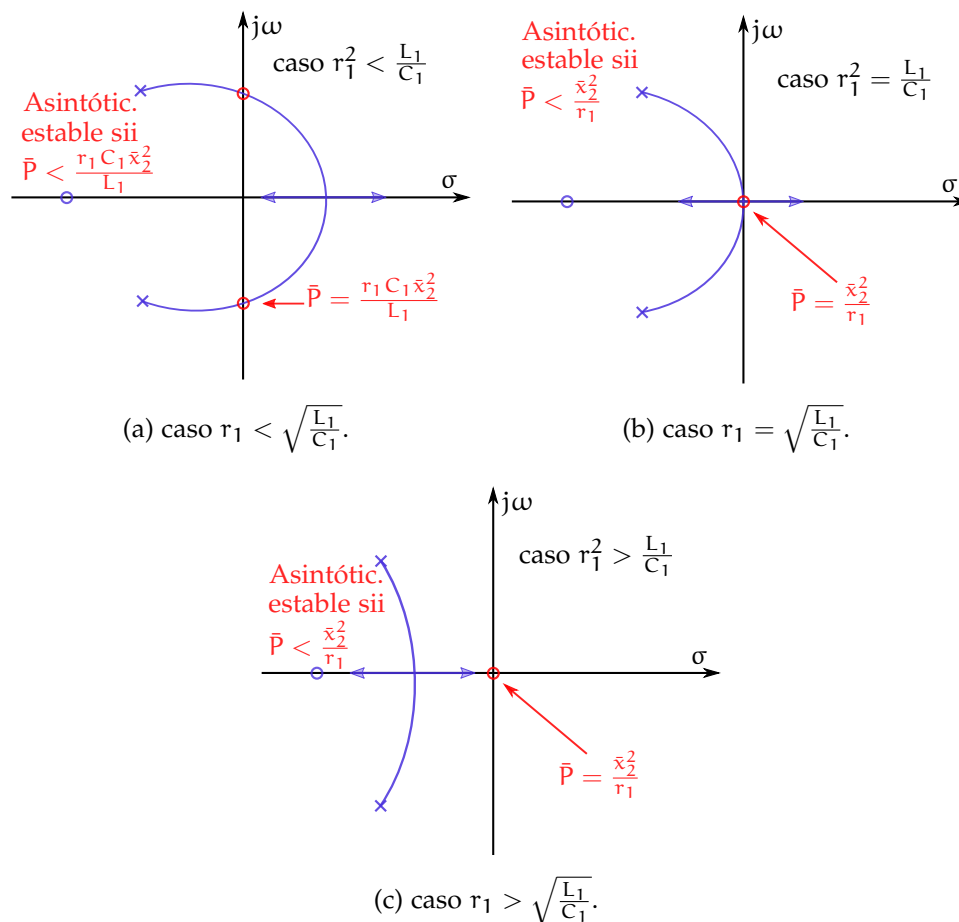


Figura 22: Condiciones de estabilidad para diferentes escenarios del lugar de las raíces.

5.1.3 Objetivos de control y metodología

Basándonos en el análisis anterior, donde se han caracterizado las particularidades del problema bajo estudio, así como, los escenarios que suponen un mayor reto para la estabilidad del sistema, a continuación se definen los objetivos de control que se desean alcanzar.

- Asegurar la estabilidad del sistema ante perturbaciones de potencia $P > 0$, para todo el rango posible de existencia de equilibrios,

para los casos más desfavorables, tales como las redes con poco amortiguamiento disponible, donde la relación de parámetros de la red, no permite extraer toda la potencia disponible de forma estable.

- Cumplir el objetivo anterior sin disipar la energía de forma ineficaz.
- Asegurar que el sistema alcanza un equilibrio estable en estado estacionario donde el voltaje de la red sea estable
- Alcanzar todos estos objetivos sin conocer *a priori* el valor de las perturbaciones de potencia causadas por la CPL.

Para alcanzar estos objetivos, se debe seleccionar una metodología de control adecuada al problema. Entre las técnicas disponibles de estabilización de redes eléctricas de DC con CPLs, encontramos dos grandes grupos principales, técnicas de amortiguación pasivas y activas. Las pasivas están basadas en la modificación de los componentes físicos de lazo abierto, mientras que las activas implican la modificación de los lazos de control existentes, o añadidos *ad hoc*, una buena revisión se puede consultar en Singh, Gautam y Fulwani, 2017. Las técnicas pasivas están muy limitadas a la ubicación disponible y suelen aportar amortiguación por exceso, con la consiguiente ineficacia energética, por ejemplo, bancos de condensadores. Sin embargo las técnicas activas son mucho más versátiles de implementar, tanto en recursos, como en opciones disponibles.

Debido a la usual topología de las redes, las técnicas activas, suelen clasificarse según el lugar donde se modifican o aplican los lazos de control y estabilización. Como muestra la Fig. 23, podemos encontrar tres posiciones básicas: en el lado de las fuentes, en el lado de las cargas, o en un punto intermedio. El primer tipo consiste en modificar los lazos de control existentes (Control a)) que regulan la tensión de la fuente y/o fuentes de la red eléctrica. El segundo caso se basa en modificar los lazos de control existentes en el lado de las cargas (Control b)). Sin embargo, no siempre tenemos acceso y/o la información necesaria para modificar estos lazos, no obstante, siempre podemos añadir un circuito adicional en paralelo que nos permita modificar el comportamiento global del sistema (control c)).

En el presente trabajo se opta por añadir el lazo de control en un punto intermedio, ya que ofrece una mayor versatilidad. Tal como se muestra en la Fig. 24, el enfoque consiste en añadir, en paralelo a un puerto accesible p_1 , una fuente controlada de corriente $x_3(u(.))$, de forma que mediante de una ley de control adecuada $u(.)$, nos permita inyectar o extraer amortiguamiento en el sistema, cumpliendo los objetivos de control anteriormente expuestos.

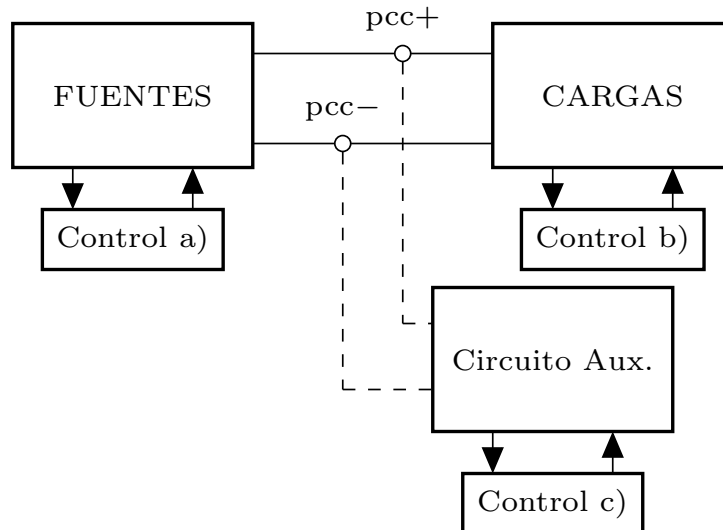


Figura 23: Clasificación de las técnicas activas en función de la ubicación del lazo de control modificado.

Este punto intermedio o puerto, usualmente PCC o DC-Link, suele ser accesible. Su versatilidad se basa en que su aplicación no depende de los dispositivos de la red, que habitualmente no son del mismo fabricante o modelo, o bien, no se dispone de la información necesaria para modificar los lazos de control existentes. Basta con tener un puerto accesible para ampliar el modelo con un EPC, en el que podemos implementar el lazo de control necesario para estabilizar y controlar la red. Finalmente,

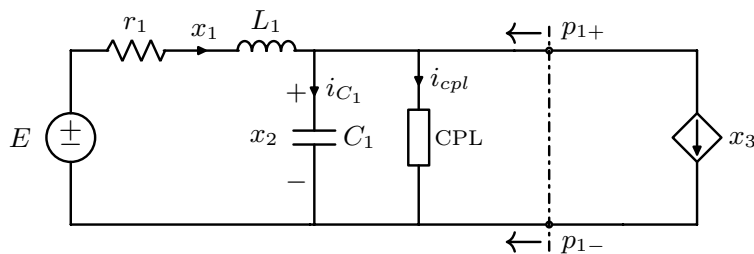


Figura 24: Conexión a la red DC de una fuente de corriente ideal en paralelo.

con la finalidad de alcanzar los objetivos propuestos, se propone la conexión en el PCC de un dispositivo *shunt damper* que sea capaz de inyectar o extraer amortiguamiento a la red (bidireccional), asegurando la estabilidad del sistema, mediante una ley de control adecuada y que además, sea energéticamente eficiente, especialmente en estado estacionario. Hay que resaltar, que utilizando este enfoque, solo se dispone de acceso y medida a las variables disponibles en el PCC. Se propondrán diferentes estrategias de control, para demostrar el desempeño de la solución propuesta, explorando diferentes técnicas de estabilización y control para redes de DC con CPLs.

5.2 CONEXIÓN DEL DISPOSITIVO SHUNT DAMPER CON LA RED DE DC

El objetivo a alcanzar, es conectar un convertidor electrónico de potencia de tipo boost, en un puerto accesible de las redes de estudio, entre las fuentes y las cargas, y diseñar una ley de control que establezca el sistema ante perturbaciones de potencia. En esta sección se detalla la configuración física del dispositivo estabilizador, que debido a su conexión en paralelo a un puerto accesible, lo denominaremos *shunt damper*. La parte controlada del dispositivo se compone de dos interruptores electrónicos de potencia complementarios (bidireccionalidad), representados en la Fig. 25 por u y $(1 - u)$, la variable de control $u \in (0, 1)$, representa el complemento a uno del ciclo de trabajo² D , tal que $u = 1 - D$. Los elementos acumulativos y disipativos de energía que incluye el dispositivo son; un condensador $C_2 > 0$, una inductancia $L_2 > 0$ cuyas pérdidas se representan por $r_2 > 0$ y por último una resistencia $r_3 > 0$. Las ecua-

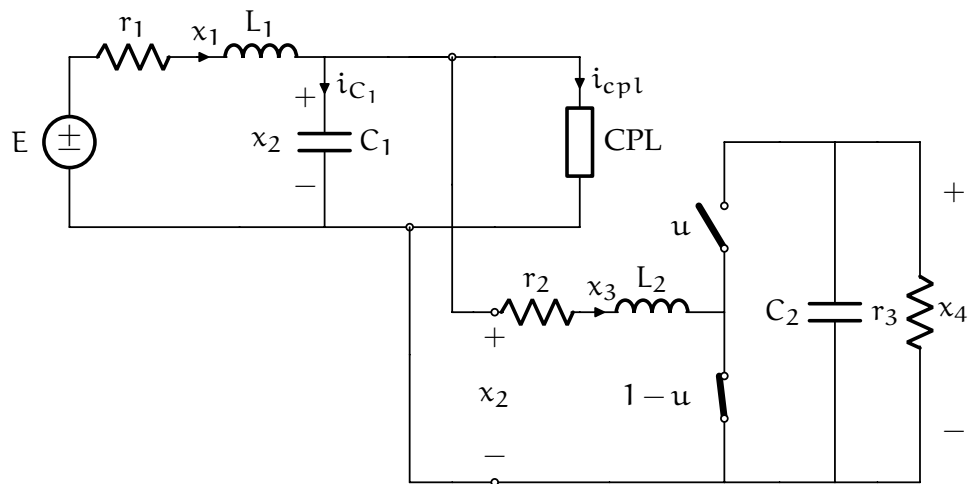


Figura 25: La red eléctrica de la Fig. 21 se aumenta añadiendo un convertidor en paralelo con la CPL.

² En el modelado de los convertidores electrónicos de potencia es habitual tener un diodo sustituyendo al interruptor superior u , por lo que se definen las ecuaciones en función del ciclo de trabajo D del interruptor inferior $1 - u$. Aquí se han definido en función del ciclo de trabajo del interruptor superior u , de esta forma, las ecuaciones se simplifican notablemente.

ciones dinámicas que representan el comportamiento en promedio del sistema de la Fig. 25 son,

$$\begin{aligned}
 L_1 \dot{x}_1 &= -r_1 x_1 - x_2 + E, \\
 C_1 \dot{x}_2 &= x_1 - \frac{P}{x_2} - x_3, \\
 L_2 \dot{x}_3 &= -r_2 x_3 + x_2 - x_4 u, \\
 C_2 \dot{x}_4 &= -\frac{1}{r_3} x_4 + x_3 u,
 \end{aligned} \tag{25}$$

Veamos a continuación, como cambian las características del modelo propuesto de las redes de estudio (19) cuando se conecta el dispositivo *shunt damper*.

5.2.1 Equilibrios de la red con el dispositivo *shunt damper* conectado

Resolviendo $\dot{\mathbf{x}} = 0$, para $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ en las ecuaciones dinámicas (25) y despejando la solución en función de la variable de control u , se obtienen las siguientes ecuaciones para el equilibrio de interés;

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_1 &= \frac{1}{2r_1 \ell_1} \left[E(\ell_2 + 2r_1) - \sqrt{\ell_2} \sqrt{\Delta} \right], \\
 \bar{x}_2 &= \frac{1}{2\ell_1} \left[\sqrt{\ell_2} \sqrt{\Delta} + E\ell_2 \right], \\
 \bar{x}_3 &= \frac{1}{2\ell_1} \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{\ell_2}} + E \right), \\
 \bar{x}_4 &= \frac{r_3 \bar{u}}{2\ell_1} \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{\ell_2}} + E \right),
 \end{aligned} \tag{26}$$

donde

$$\ell_1 := r_3 \bar{u}^2 + r_1 + r_2, \quad \ell_2 := r_3 \bar{u}^2 + r_2,$$

y el discriminante de las ecuaciones es $\Delta := E^2 \ell_2 - 4\bar{P} r_1 \ell_1$, por lo tanto, existen soluciones reales $(\bar{x}, \bar{u}) \in \mathbb{R}$ sii,

$$\bar{P} \leq P^\exists := \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{E^2}{4r_1}, \tag{27}$$

esta condición de existencia de equilibrio, es más restrictiva que la condición (21), dada para la existencia de equilibrios del sistema de la Fig. 21 sin el *shunt damper*, ya que $\frac{\ell_2}{\ell_1} < 1$. Evidentemente esto es una consecuencia de la ley de la conservación de la energía, debido a la disipación de la energía en los elementos resistivos del *shunt damper* r_2, r_3 .

Observación 5.2.1. EL valor de P^\exists representa el límite superior de la condición $\bar{P} \leq P^\exists$. Es importante señalar, que mediante la selección de \bar{u} ,

no podemos relajar estos límites, en todo caso, tan solo los podemos restringir aún más.

Si calculamos los límites de $\frac{\ell_2}{\ell_1}$ en el rango de actuación $\bar{u} \in [0, 1]$,

$$\lim_{\bar{u} \rightarrow 1} \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{r_3+r_2}{r_3+r_2+r_1} \text{ y } \lim_{\bar{u} \rightarrow 0} \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{r_2}{r_2+r_1},$$

se concluye que nunca podemos aumentar esta relación más allá de la unidad $\frac{\ell_2}{\ell_1} < 1$. Observando su influencia en P^\exists , el caso menos restrictivo, sería cuando $\frac{\ell_2}{\ell_1} \simeq 1$. Se puede llegar a la siguiente conclusión, el límite superior de la potencia consumida por la CPL, que se puede extraer del sistema, viene determinado por la relación entre los parámetros disipativos en mayor medida, y en menor medida, por la selección de \bar{u} .

Según los objetivos planteados, se asume que el valor de r_1 viene impuesto por la red a estabilizar, pero los parámetros r_2 y r_3 se pueden dimensionar según las necesidades de diseño. Por ejemplo, si $r_3 \gg r_1 + r_2$, el límite $\lim_{\bar{u} \rightarrow 1} \frac{\ell_2}{\ell_1} \approx 1$, por lo tanto el límite superior de $P^\exists \approx \frac{E^2}{4r_1}$, solo disminuirá para valores de \bar{u} tales que $\bar{u} \rightarrow 0$. Sin embargo, en este supuesto, si además, se cumple que $r_2 \gg r_1$, entonces $\lim_{\bar{u} \rightarrow 0} \frac{\ell_2}{\ell_1} \approx 1$.

Proposición 5.2.1. *Otra consideración importante en el diseño es la potencia consumida por el shunt damper en estado estacionario, es decir,*

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_L(P) &:= r_2 \bar{x}_3^2 + \frac{1}{r_3} \bar{x}_4^2, \\ &= \frac{1}{4\ell_1^2} \underbrace{(r_2 + r_3 \bar{u}^2)}_{\ell_2} \left(\frac{\sqrt{\Delta(P)}}{\sqrt{\ell_2}} + E \right)^2 \end{aligned}$$

alcanza un máximo en $P = 0$ sii $\Delta(P) > 0$.

Demostración. Si derivamos la expresión de la potencia consumida por el shunt damper con respecto a la potencia consumida por la CPL, se tiene que

$$\frac{d\mathcal{P}_L(P)}{dP} = -\frac{r_1 \sqrt{\ell_2}}{\ell_1 \sqrt{\Delta(P)}} \left(\frac{\sqrt{\Delta(P)}}{\sqrt{\ell_2}} + E \right),$$

la cual es estrictamente negativa sii $\Delta(P) > 0$, esto implica que $\mathcal{P}_L(P)$ disminuye de forma monótona en su dominio $[0, \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{E^2}{4r_1}]$, lo cual prueba que en $P = 0$ alcanza un máximo. \square

5.3 ESTABILIZACIÓN MEDIANTE TÉCNICAS LINEALES

Tal como se describe en la sección 5.1.3, el objetivo principal consiste en estabilizar el sistema independientemente de la perturbación desconocida, provocada por la CPL. Véase que cuando varía la potencia consumida por la carga, el sistema cambia su punto de funcionamiento, es decir,

la planta linealizada consiste en una familia de plantas, con una planta para cada posible magnitud de potencia consumida por la carga. Una forma de estabilizar el sistema para toda la familia de plantas, consiste en controlar la corriente x_3 de forma que se anule la dinámica de la tensión en el PCC, es decir, $\dot{x}_2 = 0$, manteniendo constante x_2 , sin importar que valor tome, de forma que el sistema irá migrando de un punto de equilibrio a otro de forma estable, anulando las oscilaciones que provoca la CPL. Para conseguir esto, el *shunt damper* debe de comportarse como una fuente ideal de corriente controlada, inyectando o consumiendo amortiguamiento para mantener el sistema en estado estacionario.

Observación 5.3.1. Nótese que este tipo de estrategia implica medir o estimar la derivada de una señal, esto introduce un retardo en la planta, además de amplificar el ruido de medida de forma notable. No obstante, añadiendo un condensador C_d en paralelo con el PCC, con un valor suficientemente pequeño como para despreciar su influencia sobre el sistema, se puede medir la corriente que lo atraviesa, obteniendo la derivada del voltaje en el PCC, ya que, $\dot{x}_2 = \frac{i_{C_d}}{C_d}$.

Este enfoque de control, se divide en dos etapas, o jerarquías de control. En una jerarquía superior, se debe diseñar una ley de control que obtenga la referencia de corriente x_3 , necesaria para estabilizar el sistema ante perturbaciones de potencia P , o control de estabilización propiamente dicho. Se introducirá esta referencia a otro controlador situado en una jerarquía inferior, necesario para que el convertidor boost se comporte como una fuente de corriente ideal, capaz de introducir en el PCC, con suficiente precisión, la consigna de x_3 deseada, para ello es necesario diseñar el control de corriente y voltaje del convertidor Boost, de forma que este controlador permanezca oculto a la capa superior encargada de estabilizar el sistema, es decir, que la dinámica del control de corriente y voltaje del convertidor sea despreciable para el controlador de estabilización.

5.3.1 Control de corriente y voltaje del convertidor Boost

En este apartado, se desarrolla el diseño de control de corriente y tensión del convertidor boost, de forma que este se comporte como una fuente de corriente controlada. El objetivo es que pueda entregar con suficiente rapidez y precisión la corriente de referencia obtenida en el controlador de estabilización situado en un nivel jerárquico superior.

En el diseño de control del convertidor, debemos solucionar principalmente dos objetivos. El primero consiste en el ancho de banda del control de corriente, ya que debe ser suficientemente mayor que el ancho de banda de los controladores situados jerárquicamente por encima de este. El segundo objetivo estriba en mantener x_4 entre unos límites razonables de funcionamiento. El límite inferior de este voltaje es $x_4 > x_2$,

esto asegura que el convertidor siempre se comporta como elevador, el límite superior viene determinado por la tensión que es capaz de soportar el condensador C_2 . Además de estos límites, debemos asegurarnos un valor mínimo del voltaje en la salida del boost x_4 , para mantener un mínimo de energía almacenada en C_2 , de modo que el convertidor pueda inyectar esta energía al sistema ante un transitorio. Por ejemplo, cuando la potencia consumida por la CPL, pasa de un valor alto a uno menor (escalón negativo), el convertidor debe inyectar corriente a la red, para estabilizar el sistema, si no tiene suficiente carga almacenada en el condensador, esto no es posible.

La principal dificultad en el diseño del control del convertidor consiste en que tenemos solo una señal de control u , para controlar dos variables del convertidor x_3 y x_4 . Aunque existen soluciones en la literatura, por ejemplo, en Alzawaideh y Boiko, 2018, se propone un controlador basado en la teoría de modos deslizantes, éstos se enfocan en la regulación del voltaje de salida del boost, pero no solucionan el problema de seguimiento de la corriente. Es decir, la referencia de corriente depende de la tensión deseada. Para conseguir el seguimiento de la corriente de referencia de forma independiente al control de voltaje, debemos desacoplar el control de estas variables. La teoría de perturbaciones singulares, ver Kokotovic, O'Malley y Sannuti, 1976 para una descripción general, nos permite separar las escalas de tiempo, atendiendo a que la constante de tiempo de la corriente es mucho menor que la constante de tiempo del voltaje. Consecuentemente, el problema de control puede resolverse utilizando dos lazos de control en cascada: un lazo de corriente interno y un lazo de corriente externo.

Por lo tanto, se propone el esquema de control en cascada de la figura 26, donde el controlador de voltaje se representa por C_{x_4} y el de corriente por C_{x_3} . De esta forma, el convertidor boost con sus lazos de control en cascada, se comportará como una fuente de corriente controlada, es decir, con el diseño adecuado de controladores, externamente $x_3 = x_{3_{stb}}$. A continuación se analiza por separado el diseño de ambos controladores.

5.3.1.1 Controlador de corriente por histéresis

Para conseguir que el convertidor boost se comporte como una fuente de corriente controlada, el principal objetivo estriba en que el seguimiento de la corriente sea prácticamente instantáneo en relación con el control de estabilización, por lo tanto el ancho de banda del control de corriente, debe de ser mayor que el del control de estabilización. Con un controlador lineal de tipo PID, es difícil conseguir un controlador lo suficientemente rápido, por lo que se ha elegido un controlador de histéresis por sus conocidas propiedades de robustez y rapidez de respuesta.

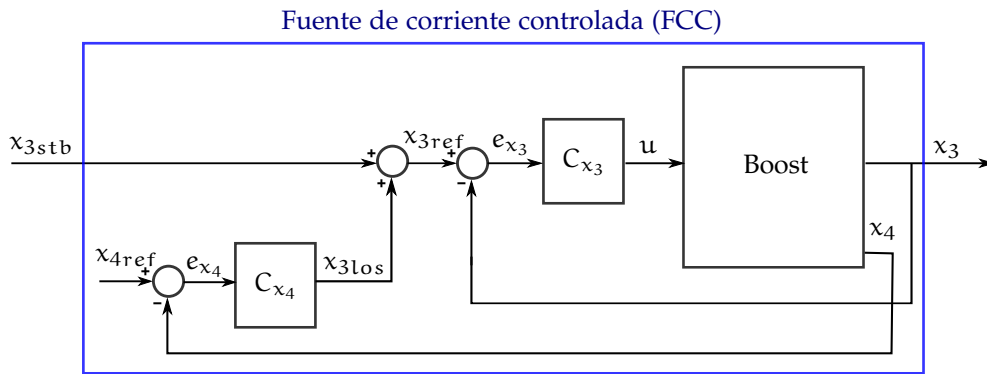


Figura 26: Esquema de la fuente de corriente controlada implementada con un convertidor de tipo Boost bidireccional.

Las ecuaciones dinámicas que representan la respuesta del convertidor boost, anteriormente expuestas en (25) son

$$\begin{aligned} L_2 \dot{x}_3 &= -r_2 x_3 - x_4 u + V_i, \\ C_2 \dot{x}_4 &= -\frac{x_4}{r_3} + x_3 u, \end{aligned} \quad (28)$$

Donde V_i , x_3 y x_4 representan el voltaje de entrada al convertidor, la corriente que lo atraviesa y el voltaje de salida respectivamente.

Cómo puede observarse, existe una relación bilineal entre la variable de control u y las variables a controlar x_3 , x_4 , esto indica un acoplamiento entre la acción de control de ambas variables, lo que dificulta el control independiente de la corriente y el voltaje.

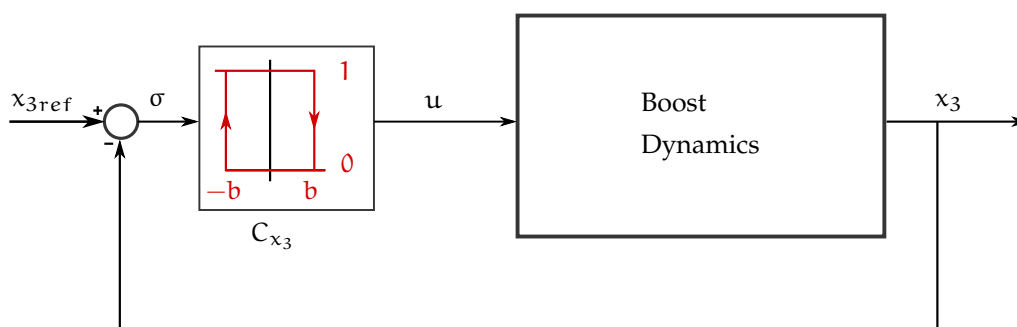


Figura 27: Esquema del controlador de corriente del convertidor boost propuesto.

Para el seguimiento de la referencia de la corriente, se propone el siguiente control de histéresis, mostrado en la Fig. 27. La señal u es una función no lineal monótona y asimétrica, definida como,

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma \leq -b \text{ ó } \sigma < b, \quad u(t - \epsilon) = 1, \\ 0 & \text{si } \sigma \geq b \text{ ó } \sigma > -b, \quad u(t - \epsilon) = 0. \end{cases} \quad (29)$$

donde $\sigma = x_{3_{ref}} - x_3$ representa el error de seguimiento, $2b$ es la banda de histéresis y $u(t - \epsilon)$ es el valor de la señal de control un instante anterior al valor actual.

Observación 5.3.2. En un controlador de histéresis, la frecuencia de conmutación de la señal u , depende del valor de la banda de histéresis $2b$, además, el valor de la corriente tiende a $x_3 = \langle x_{3_{ref}} \rangle \pm b$, donde el operador $\langle \cdot \rangle$ representa el valor promedio y b el rizado de la corriente. En este tipo de aplicaciones se desea minimizar el rizado, pero esto obliga a aumentar la frecuencia de conmutación desmesuradamente, con el consiguiente gasto energético y desgaste de los interruptores electrónicos de potencia. Hay que seleccionar el valor de b de forma que tengamos un rizado y una frecuencia razonable.

Para realizar el análisis del controlador de histéresis, se ha utilizado el método de análisis en el dominio de la frecuencia para sistemas discontinuos Lugar geométrico de un servo-sistema relé perturbado (LPRS), expuesto en Boiko, 2009. El LPRS se basa en la aproximación lineal de la función de histéresis simétrica correspondiente al funcionamiento típico de un relé,

$$u_b = \begin{cases} +c & \text{si } \sigma \geq b \text{ ó } \sigma > -b, \quad u_b(t - \epsilon) = c, \\ -c & \text{si } \sigma \leq -b \text{ ó } \sigma < b, \quad u_b(t - \epsilon) = -c, \end{cases} \quad (30)$$

conectado mediante realimentación negativa con un sistema lineal, definido como,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u_b, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{c}\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (31)$$

al que se le aplica una entrada externa f como muestra la Fig. 28.

Se obtiene una aproximación lineal al comportamiento del relé, mediante el llamado *describing function method*, que consiste en el truncamiento de la serie de Fourier al primer armónico, asumiendo que la parte lineal del lazo $W_1(s)$, contiene un filtro paso-bajos filtrando los armónicos de orden superior, es decir, se asume una señal sinusoidal σ en la entrada del relé.

Una vez obtenida la función descriptiva (DF) del relé con histéresis simétrica, se puede encontrar la solución periódica del lazo cerrado a partir de la ecuación del balance armónico,

$$W_1(j\Omega) = -\frac{1}{N(a)}, \quad (32)$$

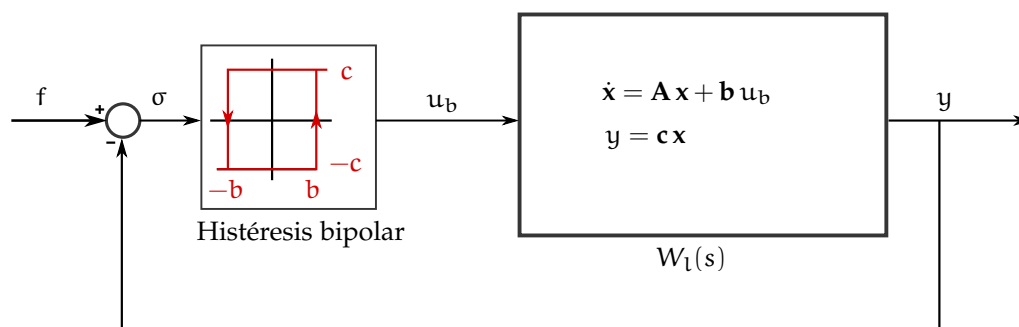


Figura 28: Configuración del sistema de seguimiento mediante relé utilizado para la obtención del LPRS (*Relay Servo System*).

donde Ω es la frecuencia para la cual existe solución periódica y $N(a)$ corresponde a la DF del relé, que solo depende de a , definida como la amplitud de la señal senoidal σ . Véase que la ecuación 32 corresponde a que el trazado de Nyquist de la aproximación lineal de la función de lazo abierto $L(j\Omega) = W_l(j\Omega)N(a)$, pase por el punto -1 , es decir, el sistema presenta una oscilación críticamente amortiguada.

Obteniendo analíticamente la expresión para la DF del relé,

$$N(a) = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} - j \frac{4cb}{\pi a^2}, \quad (33)$$

substituyendo en (32), se obtiene una expresión que relaciona la parte lineal del lazo con los parámetros del relé, en una solución periódica Ω ,

$$W_l(j\Omega) = -\frac{1}{2k_{n(\text{DF})}} + j \frac{\pi}{4c} y_{(\text{DF})}(0), \quad (34)$$

donde la ganancia equivalente del relé es $k_{n(\text{DF})} = \frac{2c}{\pi a} \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{b}{a})^2}}$ e $y_{(\text{DF})}(t = 0)$ representa el valor de la banda de histéresis cuando σ pasa de $-c$ a $+c$.

La solución periódica del sistema (31) se puede obtener encontrando un punto fijo de primer retorno en una sección de Poincaré, desarrollando este concepto y aplicando algunos mapeos, se obtiene una expresión para el llamado LPRS a partir del espacio de estados de (31). Esta expresión para un sistema sin integrador y con un retardo simple desarrollada en Boiko, 2009 es,

$$J(\omega) = -\frac{1}{2} \mathbf{C} \left[\mathbf{A}^{-1} + \frac{2\pi}{\omega} \left(\mathbf{I} - e^{\frac{2\pi}{\omega} \mathbf{A}} \right)^{-1} e^{\left(\frac{\pi}{\omega} - \tau\right) \mathbf{A}} \right] \mathbf{B} + j \frac{\pi}{4} \mathbf{C} \left(\mathbf{I} + e^{\frac{2\pi}{\omega} \mathbf{A}} \right)^{-1} \left(\mathbf{I} + e^{\frac{\pi}{\omega} \mathbf{A}} - 2e^{\left(\frac{\pi}{\omega} - \tau\right) \mathbf{A}} \right) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}, \quad (35)$$

donde $\omega \in [0, \infty)$.

Igualando la parte real de (34) con (35) se obtiene una expresión para determinar la ganancia equivalente del relé,

$$k_n = -\frac{1}{2 \operatorname{Re}(J(\Omega))}, \quad (36)$$

De igual modo igualando la parte imaginaria de (34) con (35) obtenemos,

$$\operatorname{Im}(J(\Omega)) = -\frac{\pi b}{4c}, \quad (37)$$

La función (35) representa la respuesta de la parte lineal del lazo, conforme varía la frecuencia ω , a una señal de entrada de pulsos desiguales $u(t)$, cuando la referencia es nula (respuesta autónoma) $f = 0$. También se denomina LPRS a su trazado en el plano complejo. La parte real solo depende de la ganancia equivalente del relé y la parte imaginaria depende de la frecuencia de las oscilaciones periódicas.

Suponiendo que se ha calculado la función $J(\omega)$, el método LPRS se puede resumir en tres pasos.

1. En un primer paso, se obtiene el LPRS en un rango de frecuencias $\omega \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$, conveniente a las especificaciones de control.
2. En un segundo paso, de la ecuación (37) que además es una condición necesaria para la existencia de movimientos periódicos en el sistema, se obtiene la solución deseada según sea el problema. De tal forma que podemos obtener la frecuencia de conmutación Ω a partir de un valor b deseado, o bien, obtener el valor del rizado b , fijando la frecuencia objetivo.
3. En un tercer paso, se obtiene la ganancia equivalente del relé mediante la ecuación (36)

Finalmente, se substituye la función no lineal $N(a)$ por k_n , obteniendo de esta forma, el modelo linealizado del servo sistema de relé promediado durante un periodo $T = \frac{2\pi}{\Omega}$. Consecuentemente, podemos analizar el sistema aplicando métodos convencionales de la teoría de sistemas lineales.

Para aplicar el método LPRS, debemos reformular el sistema de control propuesto de la Fig. 27, para expresarlo como un sistema LTI conectado mediante realimentación negativa con un relé, cuya histéresis sea una función simétrica de amplitud $c = 1$ definida como en (30). La conversión de la señal de control (29) en (30) se consigue mediante traslación y escalado, de tal forma que el sistema de la Fig. 27 es equivalente al de la Fig. 29. Substituyendo $u = \frac{1}{2}(1 - u_b)$ en (28) se obtienen las si-

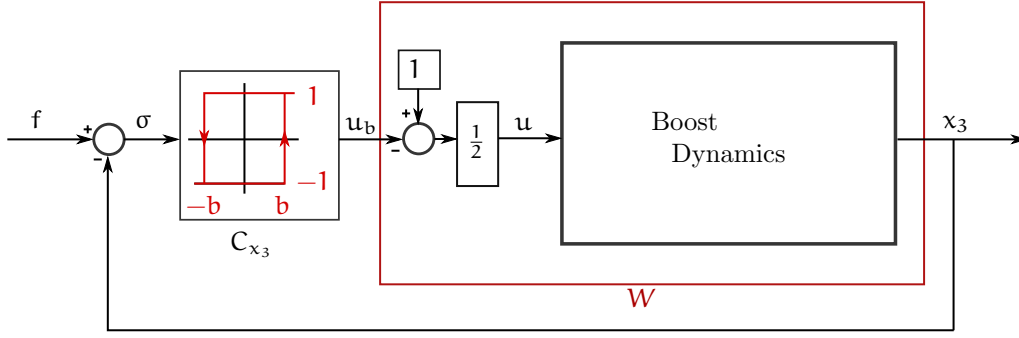


Figura 29: Controlador de corriente del convertidor boost propuesto en forma de *Relay Servo System*.

güentes ecuaciones dinámicas que representan el comportamiento del convertidor.

$$\begin{aligned} L_2 \dot{x}_3 &= -r_2 x_3 - \frac{x_4}{2} + x_4 \frac{u_b}{2} + V_i, \\ C_2 \dot{x}_4 &= \frac{x_3}{2} - \frac{x_4}{r_3} - x_3 \frac{u_b}{2}, \end{aligned} \quad (38)$$

Como último paso para la aplicación del método LPRS, debemos obtener una representación lineal del sistema conectado mediante realimentación negativa de x_3 , cuya entrada es u_b . Se define el espacio de estados del sistema (38) como el conjunto

$$\mathcal{X} := \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_4 > V_i > 0 \right\}.$$

Un par ordenado $(\bar{x}, \bar{u}_b) \in \mathcal{X} \times (-1, 1)$ es un equilibrio de (38) sii pertenece al conjunto definido por

$$\mathcal{E} := \{ (\bar{x}, \bar{u}_b) \in \mathcal{X} \times \mathbb{R} : \dot{\mathbf{x}} = 0 \}.$$

Sea la siguiente representación mínima en espacio de estados del sistema (38) linealizado en torno a un punto $(\bar{x}, \bar{u}_b) \in \mathcal{E}$,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u_b, \\ x_3 &= \mathbf{c}\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (39)$$

donde,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{r_2}{L_2} & -\frac{\bar{u}_b - 1}{2L_2} \\ \frac{1 - \bar{u}_b}{2C_2} & -\frac{1}{C_2 r_3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{x}_4}{2L_2} \\ -\frac{\bar{x}_3}{2C_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Por lo tanto, $W_l(s) = \mathbf{c}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b}$ es la Tf de la parte lineal de W , representada en la Fig. 28.

$$W_l(s) = \frac{2\bar{x}_4(C_2 r_3 s + 1) + r_3 \bar{x}_3(1 - \bar{u}_b)}{4(L_2 s + r_2)(C_2 r_3 s + 1) + r_3(1 - \bar{u}_b)^2} \quad (41)$$

A continuación se aplica el método LPRS, teniendo en cuenta las especificaciones de diseño del convertidor boost. El valor del voltaje de salida se fija en $\bar{x}_4 = 60$ V. Se deben tener en cuenta los posibles puntos de funcionamiento del sistema, dado que el valor de V_i varía con la Potencia de la CPL, para ello, se toma un conjunto representativo de valores $V_i = [12, 16, 20, 24]$ V, que surgen al barrer la potencia desde $P = P^{\exists}$, hasta $P = 0$ respectivamente. Por lo tanto $\bar{x}_3(\bar{x}_4, V_i)$, $\bar{u}_b(\bar{x}_4, V_i)$ se obtienen del conjunto \mathcal{E} para valores constantes \bar{x}_4, V_i . Hay que tener en cuenta el retardo de cómputo del comparador de histéresis, ya que este se implementa digitalmente, este retardo equivale al tiempo de muestreo, $\tau = 1\mu$ s.

Substituyendo (40) en (35) y teniendo en cuenta lo anterior, se obtienen cuatro curvas $J_n(\omega)$, con $n = 1, \dots, 4$, una para cada punto de funcionamiento que resulta al seleccionar un valor del vector V_i . Teniendo en cuenta que la frecuencia de conmutación deseada para la señal de puerta del convertidor es $f_{sw} = 40$ kHz, para mostrar el trazado del LPRS en la Fig. 30, se selecciona el intervalo $\omega \in [1.2566e5, 1e8]$ rad/s que contiene la solución deseada.

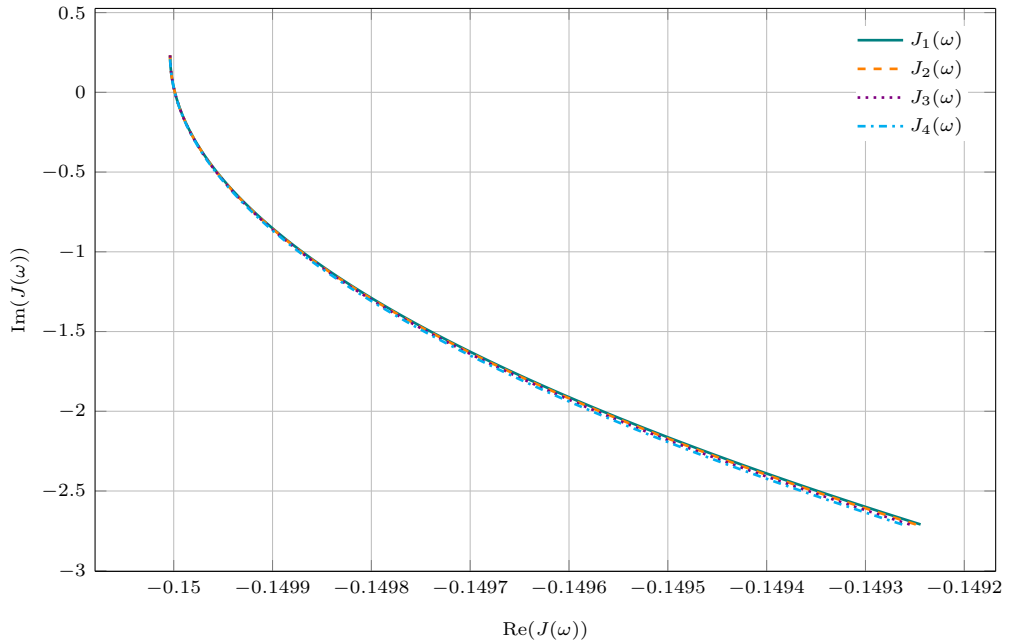


Figura 30: LPRS en el intervalo $\omega \in [1.2566e5, 1e8]$ rad/s, para diferentes puntos de funcionamiento en función de V_i . Tomando los valores $V_i = 12, 16, 20, 24$ V, se obtienen respectivamente $J_1(\omega)$, $J_2(\omega)$, $J_3(\omega)$, $J_4(\omega)$.

Dada la frecuencia de conmutación deseada $\Omega = 2\pi f_{sw}$, de la ecuación (37) se obtiene el valor de b . Así mismo, de forma directa, de la ecuación (36) obtenemos la ganancia equivalente del relé. En la tabla 5 se muestran los resultados para la familia de plantas representativas.

Tabla 5: Solución periódica obtenida para diferentes puntos de funcionamiento a frecuencia fija $\Omega = 2\pi f_{sw}$.

$J_1(\Omega) = -0.149814 - j1.237076$	$b = 1.57509$	$k_n = 3.33748$
$J_2(\Omega) = -0.149815 - j1.237082$	$b = 1.57510$	$k_n = 3.33745$
$J_3(\Omega) = -0.149817 - j1.237089$	$b = 1.57511$	$k_n = 3.33741$
$J_4(\Omega) = -0.149818 - j1.237098$	$b = 1.57512$	$k_n = 3.33737$

De los valores de la tabla 5 y de las curvas de la Fig. 30, se observa que la variación de los parámetros b , y k_n para los posibles puntos de funcionamiento, alrededor de la frecuencia de interés, es despreciable. Sin embargo, si la frecuencia de interés fuese suficientemente baja, de la Fig. 30 se deduce que a frecuencias bajas, hay más diferencia entre las curvas y dado que b es inversamente proporcional a Ω , se debería escoger el valor de b para el peor de los casos, $J_1(\Omega)$, con el fin de limitar la frecuencia de conmutación. En la implementación real, debido a la precisión limitada de las medidas, establecer una diferencia en el valor de b de unos miliamperios no es realista, por lo tanto, se truncan los valores de la solución adoptada a tres dígitos significativos. Se toma $b = 1.575$ A y $k_n = 3.337$.

Una vez obtenida la ganancia equivalente podemos analizar la estabilidad de lazo cerrado mediante técnicas lineales. Sustituyendo la función de histéresis simétrica por $u_b = k_n \sigma$, en (39) donde $\sigma = -x_3$, se obtiene la matriz de transición de estados del sistema en lazo cerrado $A_{cl} := A - \mathbf{b}k_n \mathbf{c}$. Analizando el signo de sus valores propios podemos determinar a estabilidad del sistema para la aproximación lineal obtenida mediante el método LPRS.

Proposición 5.3.1. *Dado el conjunto de equilibrios (26), el sistema dinámico (38) donde u_b es igual a la parte derecha de la ecuación (30), conectado mediante realimentación negativa como muestra la Fig. 29, es asintóticamente estable si y solo si,*

$$k_n > \max\{k_{tra}, k_{det}\} \quad (42)$$

donde

$$k_{tra} := -\frac{2r_2}{\bar{x}_4} - \frac{2L_2}{C_2 r_3 \bar{x}_4}, \quad k_{det} := \frac{4r_2 + (\bar{u}_b - 1)^2 r_3}{(\bar{u}_b - 1)r_3 \bar{x}_3 - 2\bar{x}_4}$$

y k_n es la ganancia equivalente del relé obtenida en (36).

Demostración. Estabilidad asintótica es equivalente a que todos los autovalores de $A_{cl} := A - \mathbf{b}k_n \mathbf{c}$ tengan parte real negativa. Como $A_{cl} \in \mathbb{R}^2$, se debe cumplir $\text{tr}(A_{cl}) < 0$ y además, $\det(A_{cl}) > 0$. De la condición de la traza se obtiene,

$$k_n > k_{tra}.$$

De la condición del determinante se obtiene,

$$\gamma k_n < 4r_2 + (\bar{u}_b - 1)^2 r_3$$

donde $\gamma := (\bar{u}_b - 1)r_3\bar{x}_3 - 2\bar{x}_4$. Dependiendo del signo de γ se obtienen dos posibles soluciones,

- a) Si $\bar{x}_3 > x_{3\text{bound}} := \frac{2\bar{x}_4}{(\bar{u}_b - 1)r_3}$, entonces $\gamma < 0$, para que $\det(A_{cl}) > 0$ se debe cumplir, $k_n > k_{det}$.
- b) Si $\bar{x}_3 < x_{3\text{bound}}$, entonces $\gamma > 0$, para que $\det(A_{cl}) > 0$ se debe cumplir, $k_n < k_{det}$.

Obsérvese que en el conjunto de equilibrios (26), $\bar{x}_3 > 0$, como en el intervalo $\bar{u}_b \in]1, -1[$, $x_{3\text{bound}} < 0$, para este conjunto de equilibrios, sea cual sea el valor que tome \bar{x}_3 , siempre estaremos en el caso a), por lo tanto, los valores propios de A_{cl} serán todos negativos, si y solo si, $k_n > \max\{k_{tra}, k_{det}\}$. \square

Observación 5.3.3 (Suficiencia). La determinación entre el caso a) y el caso b) depende en mayor medida del valor de $\bar{x}_{3\text{bound}}$, sus valores extremos están determinados por $\bar{u}_b \in [-1, 1]$,

$$\lim_{\bar{u}_b \rightarrow 1^-} x_{3\text{bound}} = -\infty, \quad \lim_{\bar{u}_b \rightarrow -1^+} x_{3\text{bound}} = -\frac{\bar{x}_4}{r_3}$$

Por lo tanto $\bar{x}_{3\text{bound}} \in]-\infty, -\frac{\bar{x}_4}{r_3}[$.

Considerando que $\bar{x}_4 > 0$ es un valor constante fijado por diseño, k_{det} dependerá de \bar{x}_3 y de \bar{u}_b , a continuación se analizan las cotas superiores e inferiores de k_{det} en función de \bar{x}_3 y \bar{u}_b . En función de \bar{u}_b se obtiene,

$$\lim_{\bar{u}_b \rightarrow 1^-} k_{det} = \alpha := -\frac{2r_2}{\bar{x}_4}, \quad \lim_{\bar{u}_b \rightarrow -1^+} k_{det} = \beta := -\frac{2(r_2 + r_3)}{\bar{x}_4 + r_3\bar{x}_3}.$$

Resultando que $\alpha < 0$ es un valor constante, sin embargo, β es un valor variable que depende de los parámetros r_2, r_3 y del valor que tome \bar{x}_3 . El $\lim_{\bar{x}_3 \rightarrow \pm\infty} \beta = 0$, pero cuando $\bar{x}_3 \rightarrow \bar{x}_{3\text{bound}}$, β presenta una asíntota vertical impar,

$$\lim_{\bar{x}_3 \rightarrow \bar{x}_{3\text{bound}}^-} \beta = +\infty, \quad \lim_{\bar{x}_3 \rightarrow \bar{x}_{3\text{bound}}^+} \beta = -\infty$$

Por lo tanto, para el caso a) $\bar{x}_3 > \bar{x}_{3\text{bound}}$, $\beta \in]-\infty, 0[$ está acotado superiormente, es decir, en el intervalo $\bar{x}_3 \in]\bar{x}_{3\text{bound}}, +\infty[$ existe el elemento supremo de k_{det} , dado por $\sup(k_{det}) = 0$ pues $\alpha < 0$. Por lo tanto, es suficiente que $k_n > 0$ para que $\det(A_{cl}) > 0$. Por ende, también se cumple $k_n > k_{tra} < 0$, entonces $k_n > 0$ es una condición suficiente para la estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado.

De forma análoga para el caso b) $\bar{x}_3 \in [-\infty, \bar{x}_{3_{\text{bound}}}[, \beta \in]0, +\infty[, \beta$ está acotado inferiormente y dado que $\alpha < \beta$, existe el elemento ínfimo de k_{det} , dado por $\text{ínf}(k_{\text{det}}) = \alpha$. Por lo tanto si $\bar{x}_3 \in [-\infty, \bar{x}_{3_{\text{bound}}}[, \beta$ es suficiente que $k_n < \alpha$ para que $\det(A_{\text{cl}}) > 0$. Sin embargo, para asegurar la estabilidad asintótica, se debe cumplir simultáneamente $k_{\text{tra}} < k_n < \alpha$.

Del análisis anterior 5.3.3, se deriva que para nuestra planta experimental, es suficiente que $k_n > 0$ para asegurar estabilidad asintótica, sin embargo, esta cota, se puede relajar. En la condición necesaria y suficiente (42), k_{tra} es un valor constante dependiente de los parámetros del convertidor y del valor prefijado para \bar{x}_4 , sin embargo, k_{det} depende en mayor medida del par (\bar{x}_3, \bar{u}_b) , cuyos valores vienen determinados por la potencia consumida por la CPL. Para el caso de la planta experimental, \bar{x}_3 está acotado superiormente por el valor de la corriente del boost en el límite de existencia de los equilibrios, ya que, cuando aumenta la potencia consumida por la CPL, el valor de \bar{x}_2 disminuye y la corriente del boost \bar{x}_3 aumenta para mantener el voltaje de salida fijo \bar{x}_4 , por lo tanto, k_{det} presenta un máximo en los valores de \bar{w}, \bar{x}_3 , para el límite de existencia del equilibrio. En el límite de existencia del equilibrio, el discriminante de (26) se anula, $\Delta = 0$, resolviendo para \bar{u} , se obtienen dos soluciones. La siguiente expresión corresponde a la solución de interés,

$$\bar{u}^{\exists} = \frac{Er_3 + \sqrt{(E^2r_3 - 16(r_1 + r_2)\bar{x}_4^2)r_3}}{4r_3\bar{x}_4} \quad (43)$$

Para los parámetros de la planta experimental, ver tabla 7 y seleccionando $\bar{x}_4 = 60 \text{ V}$, se obtiene $\bar{u}^{\exists} = 0.1983$. Substituyendo este valor en (27), la potencia límite es $P^{\exists} = 454.97 \text{ W}$. Substituyendo los valores anteriores en (26), se obtiene $\bar{x}_3^{\exists} = 0.3025$ y teniendo en cuenta que $\bar{u}_b = 1 - 2\bar{u}$, $k_{\text{tra}} = -1,7e^{-4}$ y $k_{\text{det}}(\bar{u}_b^{\exists}, \bar{x}_3^{\exists}) = -0.6561$. Por lo tanto es suficiente que $k_n > -1,7e^{-4}$ para asegurar la estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado, ya que todos los valores de k_{det} en el intervalo $\bar{x}_3 \in [0, \bar{x}_3^{\exists}[$ son menores que k_{tra} .

Concluyendo, el convertidor boost de la planta experimental, cuyos valores muestra la tabla 7, representado por (28) con entrada de control (29), conectado mediante realimentación negativa como muestra la Fig. 27, con $b = 1,575$ cuya ganancia equivalente es $k_n = 3,337$, es asintóticamente estable para todo el conjunto posible de equilibrios.

5.3.1.2 Controlador de voltaje

Tal como se comenta en la sección 5.3.1, mediante la teoría de perturbaciones singulares, podemos separar las escalas de tiempo entre la corriente y voltaje del convertidor, obteniendo una nueva dinámica de orden reducido que representa la parte lenta, es decir, la dinámica de x_4 .

Sin embargo, la aplicación del método LPRS nos proporciona una aproximación lineal k_n de la función de histéresis, para la dinámica lenta, esto nos permite aplicar métodos de análisis lineal para diseñar el controlador de voltaje, con la dinámica de orden completo. La Fig. 31 muestra el procedimiento realizado para obtener una aproximación lineal de la dinámica del voltaje $Z(s)$.

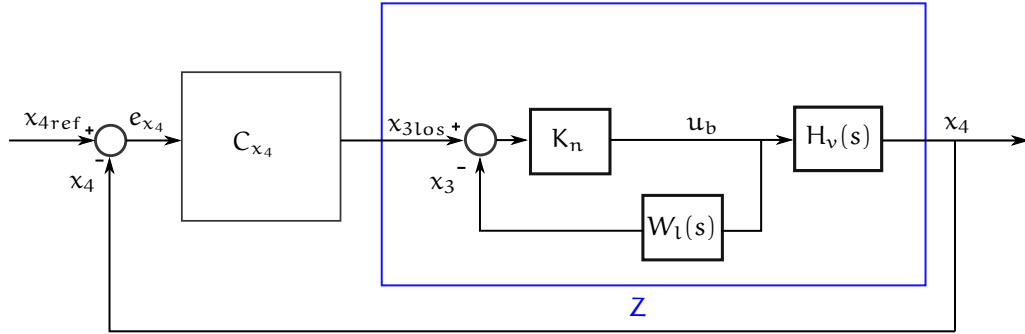


Figura 31: Obtención de la Tf para el diseño del controlador de voltaje del boost.

Partiendo del diagrama de bloques de la Fig. 26, se puede llegar al diagrama de la Fig. 31, substituyendo la función de histéresis por la ganancia equivalente obtenida mediante el método LPRS, para obtener una aproximación lineal de la dinámica del convertidor. Siguiendo un procedimiento análogo a la obtención de $W_1(s)$ en (41), cuya entrada es u_b y salida x_3 , de las ecuaciones (38) se obtiene la función de transferencia $H_v(s)$, con entrada u_b y salida x_4 ,

$$H_v(s) = \frac{-2r_3\bar{x}_3(L_2s + r_2) + r_3\bar{x}_4(1 - \bar{u}_b)}{4(L_2s + r_2)(C_2r_3s + 1) + r_3(1 - \bar{u}_b)^2} \quad (44)$$

Dadas las aproximaciones lineales $H_v(s)$, $W_1(s)$ y k_n , aplicando álgebra de bloques, se llega a la expresión lineal que representa la dinámica del voltaje con el lazo interno de control de corriente,

$$Z(s) = \frac{k_n(-2r_3\bar{x}_3(L_2s + r_2) + r_3\bar{x}_4(1 - \bar{u}_b))}{4(L_2s + r_2)(C_2r_3s + 1) + r_3(1 - \bar{u}_b)^2 + k_n(2\bar{x}_4(C_2r_3s + 1) + r_3\bar{x}_3(1 - \bar{u}_b))} \quad (45)$$

Hay que destacar que se considera la señal $x_{3_{stb}} = 0$, puesto que para la dinámica lenta, esta señal representa una perturbación transitoria. Además, en el equilibrio la corriente de estabilización $x_{3_{stb}}$ será nula, véase la Fig. 26, la única corriente que circulará por el convertidor, será debida a las pérdidas por conmutación y disipación, es decir, C_{x_4} tratará de compensar estas pérdidas mediante $x_{3_{los}}$. Por lo tanto, el principal objetivo del controlador C_{x_4} consiste en mantener x_4 dentro de unos

límites razonables, es decir, fijarlo a un valor de diseño constante x_{4ref} . El tiempo de establecimiento no es crítico, es más, para que el control de voltaje no interfiera con el de corriente, será necesario limitar su ancho de banda. Para ello se selecciona un tiempo de establecimiento en torno a 1 segundo.

Resolviendo (26) para un conjunto representativo de valores de la potencia consumida por la CPL, dados por,

$$P_{vec} = [0, 150, 276, 300, 375, 400, 420, 440, 450, 454] \text{ W}, \quad (46)$$

junto con los valores de la planta experimental mostrados en la tabla 7, se obtiene una familia de plantas de (45) que se utiliza para el diseño del controlador de voltaje. El control diseñado consistente en un PI discreto, en configuración paralela, con ganancia proporcional $k_p = 0.0154$, ganancia integral $k_i = 0.0777$ y tiempo de muestreo $T_s = 25 \mu\text{s}$, tal que,

$$C_{x_4}(z) = \frac{0.01541z - 0.0154}{z - 1} \quad (47)$$

En la Fig. 32 se muestra el desempeño del controlador en lazo cerrado, para la familia de plantas representativas. El tiempo de establecimiento a 98% varía entre $t_s = 0.789$ s para la planta definida por $P = 0$ W y $t_s = 1.29$ s cuando $P = 454$ W.

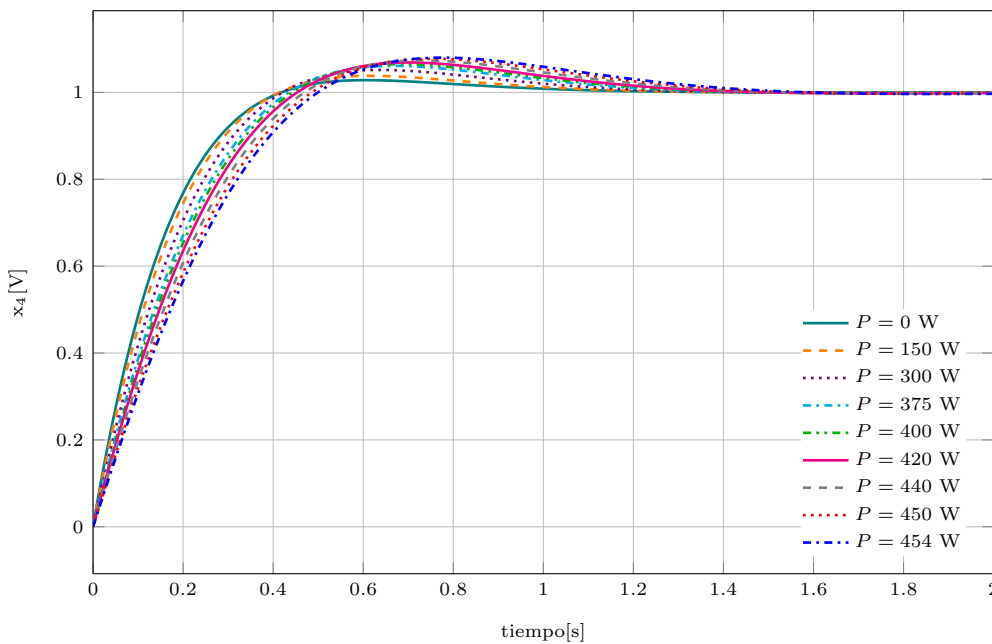


Figura 32: Respuesta ante entrada escalón unitario del sistema (45) en lazo cerrado con el controlador (47), para diferentes puntos de equilibrio determinados por la potencia consumida por la CPL.

5.3.1.3 Simulaciones numéricas control de corriente y voltaje del convertidor Boost

Una vez diseñado el control de corriente y voltaje del convertidor boost para que se comporte como una fuente de corriente, se realiza la simulación numérica para comprobar que se cumplen los objetivos propuestos. El esquema de la simulación, corresponde a la Fig. 26, donde Cx_3 se substituye por la ecuación (29) con $b = 1.575$, Cx_4 es el control de voltaje diseñado en (47), el bloque que representa la dinámica del convertidor corresponde a las ecuaciones (25) implementadas en Simulink® mediante el software SimPowerSystems™ donde la señal de control u es binaria y ataca a dos interruptores electrónicos de potencia que se implementan mediante bloques mosfet para ejecutar la simulación lo más realista posible, los parámetros se toman de la tabla 7. Debemos verificar que x_3 realiza un seguimiento preciso de x_{3stb} , y simultáneamente, pero en una escala de tiempo más lenta, x_4 se mantiene suficientemente cerca de su valor de referencia x_{4ref} . Para ello se simula el siguiente experimento. En primer lugar, se diseña una secuencia de puesta en marcha y una vez alcanzado el equilibrio para $P = 0$ W, se introduce las consignas de seguimiento en x_{3stb} . Para poner a prueba el seguimiento efectivo de la referencia de corriente por parte del convertidor controlado, se utilizan dos perturbaciones en forma de pulso, uno de corriente positiva y el otro con corriente negativa. La primera en $t = 1$ s, donde se introduce un escalón de $x_{3stb} = -10$ A, mantenido³ durante 1 ms, la segunda perturbación en $t = 2$ s, consiste en un escalón $x_{3stb} = 10$ A, mantenido también durante 1 ms.

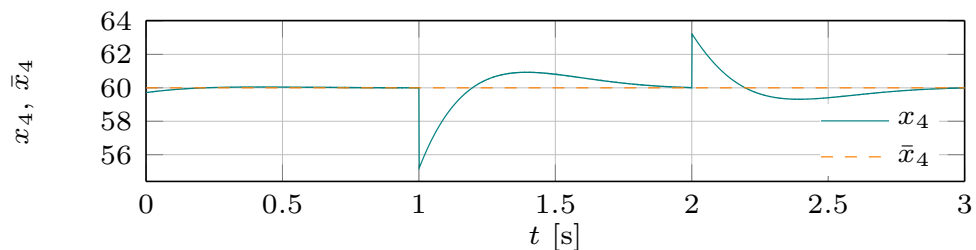


Figura 33: Resultado de la simulación para el control de voltaje del convertidor Boost.

Los resultados se muestran en las siguientes figuras, en la Fig. 33, se presenta el comportamiento del voltaje x_4 respecto al valor deseado $x_{4ref} = 60$ V. En esta escala de tiempo, si comparamos la repuesta de x_4 con la respuesta obtenida en la simulación de la planta linealizada

³ Como el convertidor boost no está conectado a ninguna fuente de energía externa, la corriente que puede entregar de forma continua está limitada, Sin embargo, durante un pequeño instante de tiempo, puede inyectar corriente, sin que x_4 sobrepase los límites de funcionamiento.

$Z(s)$ de la Fig. 32 para $P = 0$ W, se comprueba que x_4 sigue con bastante exactitud el comportamiento deseado.

Sin embargo, para analizar en detalle el control de histéresis para x_3 debemos realizar alguna gráfica con una escala de tiempo mucho menor. Con este propósito, se traza la Fig. 34 y la Fig. 35 que muestran en detalle los resultados en torno a $t = 1$ s y $t = 2$ s, respectivamente. Ambas figuras contienen tres gráficas, en la primera se presenta el comportamiento de la señal de control u , comparándolo con su valor en el equilibrio cuando $P = 0$ W. la segunda gráfica refleja el valor de la corriente x_3 , respecto a su valor de referencia y por último, la tercera gráfica proyecta el valor del voltaje x_4 respecto a su valor de referencia.

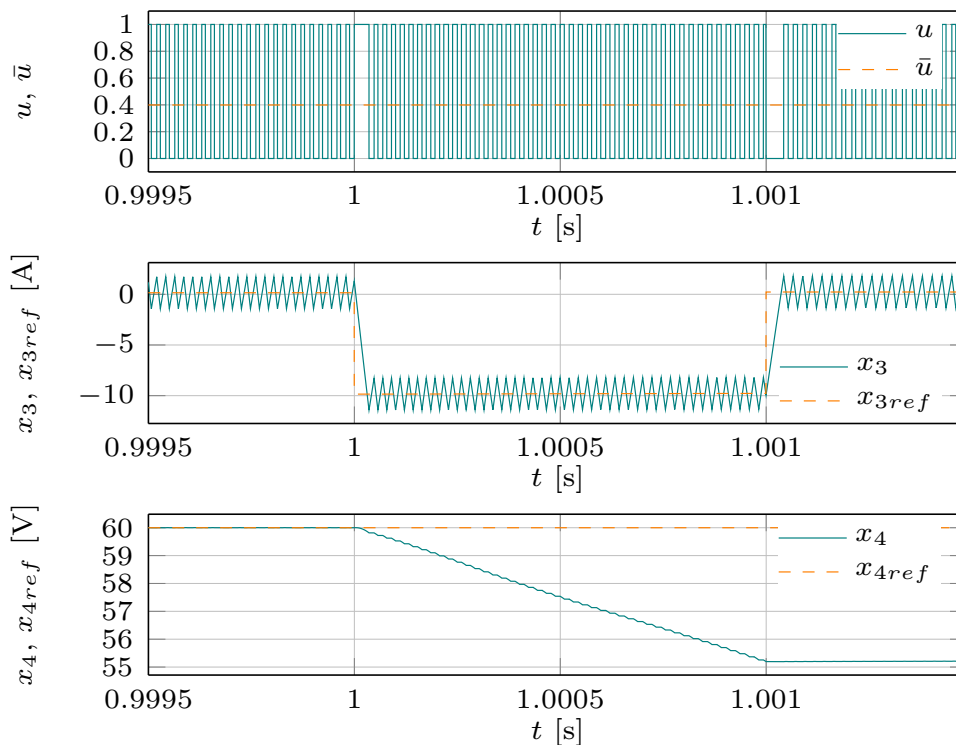


Figura 34: Comportamiento del convertidor controlado como fuente de corriente, para un pulso de corriente negativa.

Observando ambas figuras, se concluye que el seguimiento de la corriente con el controlador de histéresis es casi instantáneo, ya que, cuando el pulso de corriente es negativo, Fig. 34, se alcanza la señal de referencia al 98% con un tiempo de establecimiento de tan solo $t_s = 23,4\mu\text{s}$, mientras que cuando es positivo, Fig. 35, es $t_s = 41\mu\text{s}$. Destacar que la señal de control entra en saturación, solamente durante estos instantes, no obstante, este fenómeno forma parte del funcionamiento de este tipo de controladores todo o nada. Respecto a la señal x_4 , podemos decir que se cumplen las especificaciones de diseño, ya que el control de voltaje no interfiere con el de corriente, pues el ancho de banda de C_{x_4} está limitado con este propósito.

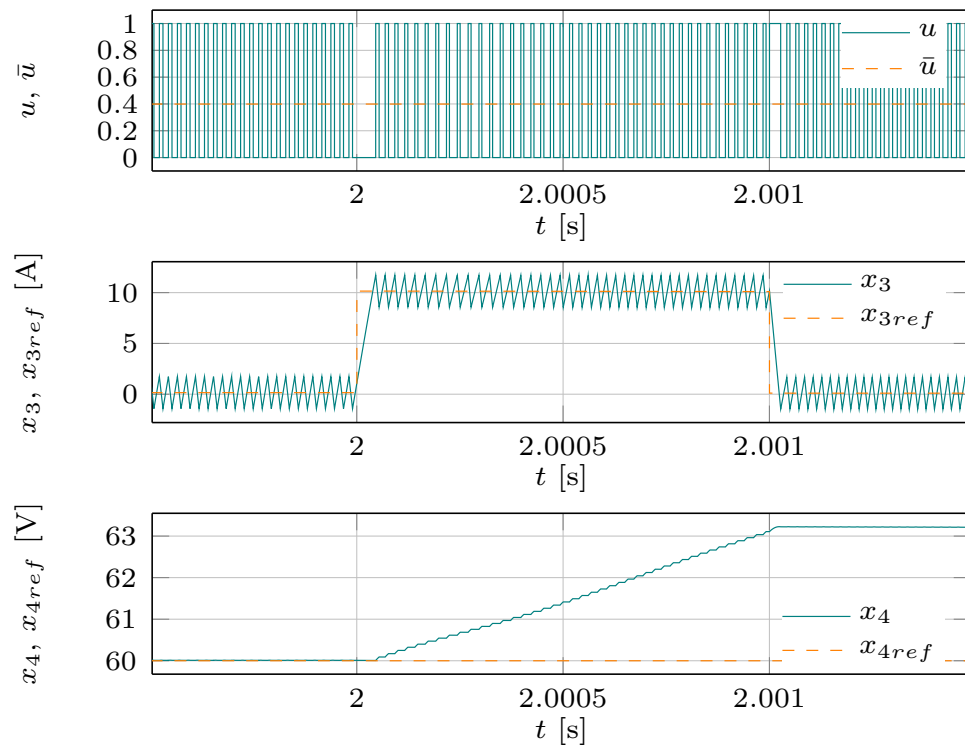


Figura 35: Comportamiento del convertidor controlado como fuente de corriente, para un pulso de corriente positiva.

5.3.2 Estabilización mediante control monopuerto H_∞

En las secciones anteriores, se describe el diseño de control realizado para que el convertidor Boost se comporte como una fuente de corriente controlada, tal que la corriente obtenida x_3 , realice el seguimiento de la señal necesaria para estabilizar el sistema x_{3stb} , ver Fig. 26. Ahora bien, necesitamos obtener la señal adecuada x_{3stb} , mediante una ley de control situada en un nivel jerárquico superior. Tal como se planteó anteriormente, diseñando un controlador que consiga que $\dot{x}_2 = 0$, mantendremos el sistema en estado estable ante posibles perturbaciones. En la Fig. 36 se muestra un esquema simplificado del sistema de control propuesto, donde la parte en azul FCC, corresponde con la fuente de corriente controlada de la Fig. 26, diseñada en la sección 5.3.1 y el bloque denominado *shunt damper* corresponde al conjunto formado por la fuente de corriente controlada junto con el controlador de estabilidad C_{stb} en bucle cerrado.

Según el esquema de control propuesto de la Fig. 36, x_2 se mide directamente del PCC⁴, esta señal debe ser acondicionada y digitalizada por un Conversor de Analógico a Digital (ADC), para ser procesada por el algoritmo de control de forma discreta. Para aproximar el valor de la derivada de x_2 , aplicaremos la diferenciación en forma discreta, por lo que

⁴ véase lo dicho en la Observación 5.3.1.

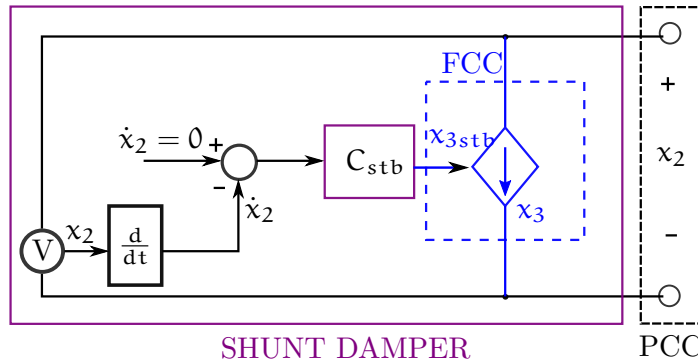


Figura 36: Esquema simplificado del dispositivo *shunt damper*, para el diseño del controlador de estabilización.

tendremos que tener en cuenta que además del retardo de cómputo debido al cálculo de la acción de control, tendremos otro retardo añadido debido a la diferenciación de la señal.

5.3.2.1 Obtención de la Planta monopuerto para el controlador de estabilización H_∞

Asumiendo que el controlador de corriente y voltaje del convertidor realiza su función adecuadamente, podemos despreciar la dinámica del convertidor y considerar que la entrada de control es $x_3 = x_{3stb}$. También, se asume que en la implementación real, la señal que se mide y discretiza es x_2 , estimando su derivada, mediante diferenciación discreta. Consecuentemente, consideraremos que la Tf en el dominio continuo, corresponde a la Tf de entrada x_3 y salida x_2 , de forma que las ecuaciones (25), se pueden simplificar como,

$$\begin{aligned} L_1 \dot{x}_1 &= -r_1 x_1 - x_2 + E, \\ C_1 \dot{x}_2 &= x_1 - \frac{P}{x_2} - x_3, \end{aligned} \quad (48)$$

Linealizando alrededor del punto de equilibrio se obtiene la siguiente función de transferencia de entrada x_3 y salida x_2 ,

$$G_{x_2}(s) := -\frac{(L_1 s + r_1)}{1 + (L_1 s + r_1)(C_1 s - \frac{P}{x_2^2})} \quad (49)$$

Sin embargo, para realizar el diseño del controlador en forma discreta, debemos de tener en cuenta el retardo de cómputo del controlador y la obtención de la derivada de x_2 mediante el método de diferenciación *Backward Euler*. De forma que la planta que 've' el controlador, se compone de la discretización de $G_{x_2}(s)$, mediante un retenedor de orden cero, con el periodo de muestreo $T_s = 25 \mu s$, conectada en serie con; un

retardo de cómputo en la entrada⁵ $\frac{1}{z}$ y la Tf de la derivada discreta en su salida, ver Fig. 37. Además, se ha normalizado la relación entrada-salida, mediante el factor de escalado $D_{scl} = C_1$. Es decir, aunque nuestro objetivo de control respecto a la estabilidad sea $\dot{x}_2 = 0$, en realidad, controlaremos esta variable indirectamente, haciendo que el valor estimado de la corriente que atraviesa C_1 , sea nula⁶. Finalmente, la planta utilizada para el diseño del controlador de estabilización se calcula como,

$$G_{stb}(z) := D_{scl} \frac{z-1}{T_s z} G_{x_2}(z) \frac{1}{z}. \quad (50)$$

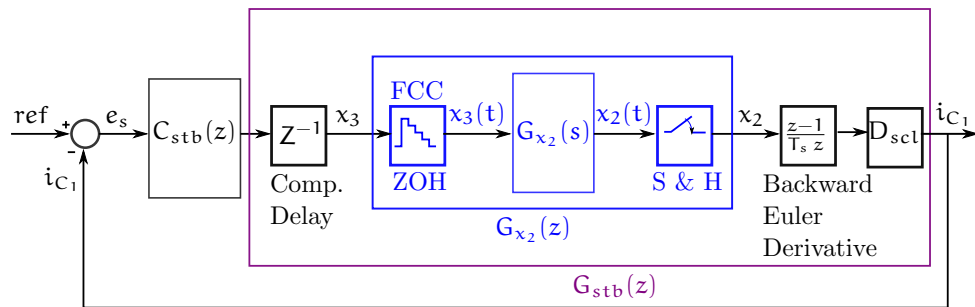


Figura 37: Esquema simplificado de la planta utilizada en el diseño del controlador de estabilización.

Para cada valor de potencia consumida por la CPL, se obtiene una planta diferente, ya que el punto de equilibrio cambia. Seleccionando un vector de $P \in [0, P^{\exists}]$, se obtiene un conjunto adecuado de plantas representativas, de forma que si el controlador consigue estabilizar esta familia de plantas, aseguramos que el sistema será estable en todo el rango posible de valores de P para los cuales existe un equilibrio real. Resolviendo (26) para cada valor del vector (46), con los valores de la Tabla 7 y substituyendo en (49), se obtiene una familia de plantas representativas de $G_{x_2}(s)$. Discretizando este conjunto de plantas y substituyendo en $G_{stb}(z)$ se obtiene la familia de plantas utilizada en el diseño del controlador de estabilización, la Fig. 38 muestra el diagrama de Bode de la familia de plantas obtenidas.

- 5 Se podría pensar que existe otro retardo adicional de cómputo en el controlador de corriente y voltaje (FCC), sin embargo, ambos controladores se van a implementar en el mismo algoritmo de control, por lo que se ejecutarán en el mismo periodo de muestreo.
- 6 Aunque el objetivo de control sea $\dot{x}_2 = 0$, se controla esta variable de forma indirecta con i_{C_1} , ya que, $i_{C_1} = C_1 \dot{x}_2$.

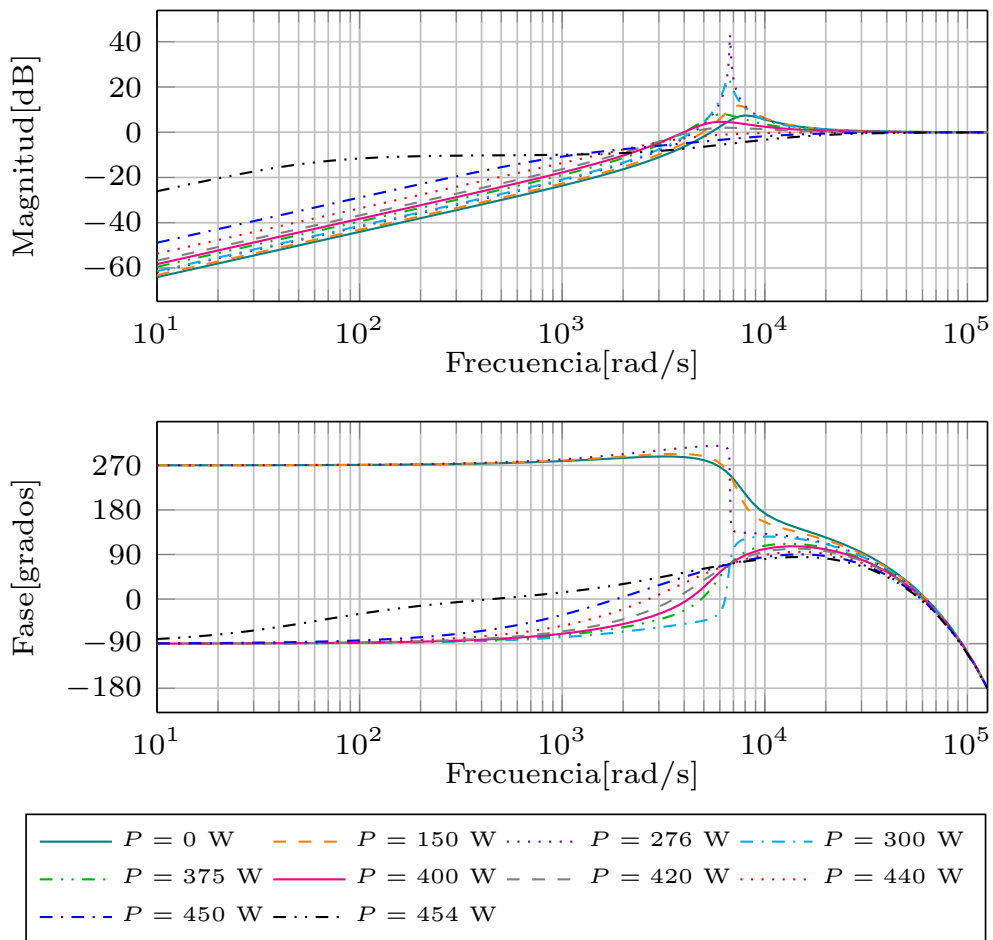


Figura 38: Diagrama de Bode de $G_{stb}(z)$ para los valores de potencia contenidos en P_{vec} .

5.3.2.2 *Diseño del controlador monopuerto de estabilización mediante Mixed-sensitivity H_∞*

Una vez definida nuestra planta, existen infinidad de teorías de control que nos permiten abordar el diseño de $C_{stb}(z)$, sin embargo, aquí se elige la teoría de control lineal H_∞ . El problema de optimización H_∞ a demostrado ser efectivo en el diseño de controladores robustos. Este método, formalmente propuesto en Zames, 1981, está basado en el teorema de pequeña señal (SGT), presentado inicialmente en Zames, 1966a,b. La primera solución propuesta para resolver este problema de optimización, expuesta en Doyle y col., 1988, se basa en resolver simultáneamente dos ecuaciones algebraicas de Riccati (AREs), más tarde, en Gahinet y Apkarian, 1994, se resuelve el problema, reduciéndolo a una LMI. Todas estas soluciones devuelven un controlador de orden completo, sin embargo, finalmente, planteando el problema en forma de desigualdades matriciales bilineales (BMI), se obtiene un método de resolución, que permite encontrar un controlador óptimo de orden reducido y estructura predefinida, este método, propuesto en Apkarian y Noll, 2006, está implementado en la función `hinfstruct` de MatLab y se ha utilizado en esta sección, para el diseño del controlador de estabilización.

En su forma estándar el problema de optimización consiste en encontrar todos los controladores estabilizadores \mathbf{K} que minimicen

$$\|\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})(j\omega)), \quad (51)$$

donde $\bar{\sigma}$ es el máximo valor singular de la matriz de funciones de transferencia $\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ y esta matriz es una transformación fraccional lineal inferior definida como,

$$\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) = \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21},$$

que representa la interconexión de la Fig. 39, entre la matriz de funciones de transferencia \mathbf{P} (planta generalizada) con el controlador de estabilización \mathbf{K} , esta interconexión se puede formular como,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \mathbf{P}(s) \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}(s) & \mathbf{P}_{12}(s) \\ \mathbf{P}_{21}(s) & \mathbf{P}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}(s) \mathbf{v},$$

donde, \mathbf{w} , \mathbf{u} , \mathbf{z} , \mathbf{v} representan respectivamente; el vector de entradas exógenas (perturbaciones, referencias y ruido), vector de entradas manipulables, vector de señales de error y vector de las señales medidas.

En la forma de aplicar la teoría de control H_∞ , existen varios métodos; *Signal-based H_∞ control*, *H_∞ loop-shaping design*, *H_∞ optimal control* y *Mixed-sensitivity H_∞ control*, entre otros, ver Skogestad y Postlethwaite,

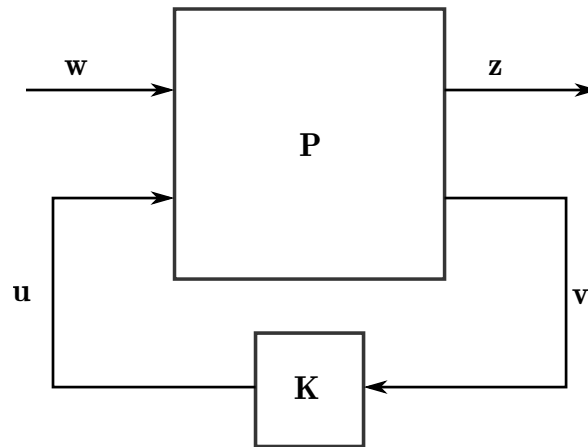


Figura 39: Configuración de control generalizada.

2005. El método seleccionado para el diseño del controlador de estabilidad, está basado en el enfoque *Mixed-sensitivity* H_∞ control. En este método se pretende modelar la respuesta en frecuencia de la función de sensibilidad, definida como $\mathbf{S} = (\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K})^{-1}$, así como, de una o más funciones, tal como $\mathbf{K}\mathbf{S}$ o la función de sensibilidad complementaria $\mathbf{T} = \mathbf{I} - \mathbf{S}$. Exactamente, en este apartado, se propone encontrar un controlador estabilizador que minimice

$$\gamma := \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \mathbf{S} \\ \mathbf{W}_T \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (52)$$

El problema de minimización de (52), también llamado *S/T* (*S over T*),

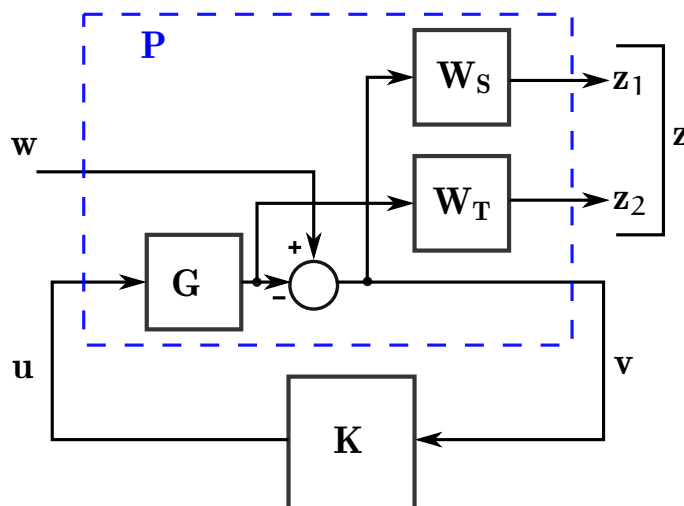


Figura 40: Configuración de control generalizada para el problema de optimización *mixed-sensitivity* *S/T*.

se puede plantear en términos de la configuración de control generali-

zada de la Fig. 39, tal como se muestra en la Fig. 40, de forma que los elementos de la planta generalizada P son,

$$P_{11} = \begin{bmatrix} W_S \\ 0 \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} W_S G \\ W_T G \end{bmatrix}, P_{21} = I, P_{22} = -G, \quad (53)$$

donde $G = G_{stb}(z)$.

La parte más compleja en este tipo de diseño de controladores, es seleccionar los pesos conforme a las características deseadas. En el diseño de especificaciones de S , importantes respecto al seguimiento de referencia y rechazo de perturbaciones, se ha tenido en cuenta el diagrama de Bode en lazo abierto para la familia de plantas a estabilizar, mostrado en la Fig. 38, de donde se infiere que la resonancia en torno a 6.8 rad/s provoca inestabilidad en el sistema, debemos aumentar el rechazo de perturbaciones en torno a esta frecuencia. Al mismo tiempo, se debe limitar el seguimiento de la referencia a bajas frecuencias, provocando que el controlador solo actúe durante los transitorios, de forma que, cerca del estado estacionario, permita a la planta alcanzar el equilibrio natural.

Otra consideración importante es el rechazo del ruido a alta frecuencia, consecuencia del límite impuesto por el teorema del muestreo, por lo que debemos limitar la acción de control cerca de la frecuencia $\omega_n = \frac{\pi}{T_s}$. En la Fig. 41, se muestran las especificaciones de diseño propuestas para S y T , o dicho de otro modo, la inversa de los pesos diseñados, en el supuesto de que exista un K que estabilice el sistema en lazo cerrado para $\gamma = 1$.

En cuanto a las características en el dominio de la frecuencia de T , importantes respecto a la robustez y atenuación del ruido, así como, respecto a perturbaciones multiplicativas de salida, es importante, atenuar el ruido en bajas y altas frecuencias (fuera de la banda de resonancia). Además, dentro de la banda de resonancia, para tener un buen seguimiento de la referencia, impondremos el límite $\|T\|_{\infty} \leq 6$ dB.

Los pesos correspondientes a nuestras especificaciones de diseño son,

$$W_S := \frac{0.6533z^2 - 0.8518z + 0.2184}{z^2 - 1.794z + 0.8162}, W_T := \frac{0.9587z^2 - 0.856z - 0.09769}{z^2 - 0.2109z - 0.7891}$$

Respecto a las restricciones de estructura y grado del controlador K , se ha seleccionado una función de transferencia cuyo polinomio denominador y numerador sean de primer orden⁷. Resolviendo el problema de minimización de γ con `hinfstruct`, se obtiene el siguiente controlador que estabiliza internamente P , para $\gamma < 2,6435$,

$$C_{stb}(z) := \frac{-0.82z + 0.2153}{z - 0.8705} \quad (54)$$

⁷ También se ha resuelto el problema de minimización de γ para un controlador con numerador y denominador de grado ≥ 2 , sin obtener una notable diferencia.

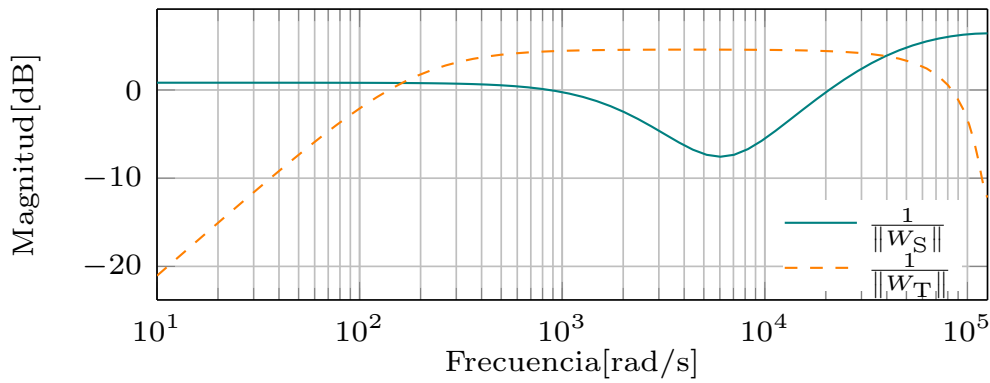


Figura 41: Diagrama de Bode de los pesos utilizados en el diseño H_∞ .

Los resultados obtenidos para la familia de plantas objetivo (50), en lazo cerrado con el controlador (54), se muestran en la Fig. 42, donde se comparan en el dominio de la frecuencia, las funciones S y T resultantes, con los límites impuestos en el diseño (inversa de los pesos), ponderados con el valor mínimo obtenido para γ . Aunque no se consigue minimizar γ por debajo de la unidad, se consiguen los objetivos de diseño, pues el controlador estabiliza toda la familia de plantas $G_{stb}(z)$, limitando el seguimiento de la referencia en bajas y altas frecuencias, reduciendo además, la resonancia no deseada.

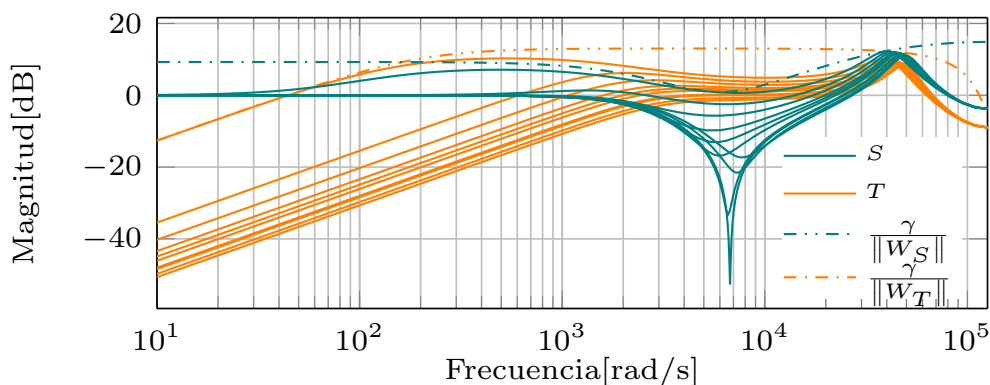


Figura 42: Diagrama de Bode para la función de sensibilidad S y de sensibilidad complementaria T , para la familia de plantas, comparándolas con los pesos ponderados respecto al valor mínimo obtenido para γ .

5.3.2.3 Simulaciones numéricas para el control de estabilización monopuerto H_∞

A continuación, se presentan las simulaciones numéricas realizadas, para comprobar el desempeño del control de estabilización diseñado en la sección 5.3.2.2, mediante el método *Mixed-sensitivity* H_∞ . En el diseño anterior se ha utilizado la planta (50), la cual, no tiene en cuenta la

dinámica del convertidor boost, sin embargo, para tener en cuenta toda la complejidad del sistema, en las simulaciones que se presentan a continuación, se ha utilizado el modelo de la sección 5.3.1.3, al que se le ha añadido el controlador (54), tal como se muestra en la Fig. 36. Es decir, todos los valores de los parámetros y la configuración es idéntica, tan sólo se implementa de forma discreta la obtención de la derivada de x_2 y se cierra el lazo mediante realimentación negativa con $C_{stb}(z) D_{scl}$ ⁸. Para comprobar la estabilidad del sistema, se realizan dos simulaciones, una para verificar la estabilidad de forma local y otra de forma global. También se muestra en otra escala de tiempo mayor, el desempeño de x_4 y en una cuarta gráfica se muestra el consumo de potencia del *shunt damper*, comparándolo con la potencia consumida en la CPL.

Observación 5.3.4 (P_{stb}). Tanto para las simulaciones realizadas en la Tesis, como para los experimentos realizados en la planta experimental, los valores utilizados, mostrados en la tabla 7, representan un caso desfavorable respecto a la estabilidad del sistema (19), véase el caso *b*) de la proposición 5.1.1. Es decir, el sistema en lazo abierto, será estable *sii* $\bar{P} < P_{stb} = 280.38 \text{ W}$.

Observación 5.3.5 (Equilibrio de interés). En los equilibrios analizados en (26), se han parametrizado las expresiones de las variables en función de \bar{u} y \bar{P} , pues en la sección 5.5, se propone un diseño de controlador en el que se supone conocida $P \geq 0$ y se fija $\bar{u} \in (0, 1)$ a un valor de diseño. Sin embargo, en la estrategia de control propuesta en esta sección, se fija el valor constante $\bar{x}_4 > 0$, y las demás variables alcanzan el equilibrio de interés (mayor voltaje, menor corriente).

Observación 5.3.6 (P^\exists). Substituyendo $u = u^\exists$, obtenido en (43), en la expresión (27), se obtiene el valor límite de \bar{P} , para el que existen equilibrios del sistema, tal que $\bar{P} \leq P^\exists = 454.969 \text{ W}$. por lo tanto, podemos afirmar que el sistema en lazo abierto (25), es inestable en el rango de valores $P_{stb} < \bar{P} \leq P^\exists$. El objetivo principal de control, es extender la estabilidad del sistema en lazo cerrado, en este intervalo de potencias, de forma que podamos aumentar la potencia consumida por la CPL, de forma estable.

5.3.2.4 Simulación 1: estabilidad local control monopuerto H_∞

Para comprometer la estabilidad de forma local, bastará con introducir una perturbación de potencia, desde un valor de $\bar{P} < P_{stb}$, pero cercano a la inestabilidad, hasta alcanzar un valor $\bar{P} > P_{stb}$, para el cual, el sistema en lazo abierto, tenga un comportamiento inestable. De esta forma podemos comprobar si el sistema en lazo cerrado con el controlador

⁸ Obsérvese que en (23) se normaliza la relación entrada-salida mediante D_{scl} . Cómo este factor no está en la planta real, debemos introducirlo en la entrada del controlador (señal de error).

de estabilización, es capaz de mostrar un comportamiento estable para valores $P_{\text{stb}} < \bar{P} \leq P^{\exists}$.

En la Fig. 43 se muestra el resultado de la primera simulación, en primer lugar, se realiza una secuencia de arranque adecuada, para que el sistema en lazo cerrado, alcance el equilibrio correspondiente a $\bar{P} = 250$ W, posteriormente, en $t = 4$ s, se introduce un escalón de potencia muy cercano al límite de existencia de los equilibrios $P = 454$ W. En la figura, se muestran cuatro gráficas, de arriba a abajo tenemos; la curva de la corriente proporcionada por la red de DC, x_1 , junto a la corriente consumida por la CPL, i_{cpl} . La segunda gráfica muestra la evolución temporal de x_2 , comparándola con su valor en el equilibrio de interés \bar{x}_2 . La tercera gráfica muestra la corriente x_3 proporcionada por el controlador del convertidor boost, diseñado en la sección 5.3.1, comparada con la referencia $x_{3\text{ref}}$ que proporciona el controlador de estabilización H_{∞} . Por último, en la cuarta gráfica se muestra la tensión x_4 y la referencia $x_{4\text{ref}}$.

El resultado más importante demostrado en la simulación, es que el controlador de estabilización diseñado, consigue extender el rango de estabilidad del sistema, prácticamente en todo el rango de existencia de los equilibrios, pues el sistema en lazo cerrado es estable, incluso para valores muy cercanos a P^{\exists} ⁹. Observando la curva de x_2 , podemos constatar que tras el transitorio, el sistema vuelve al equilibrio de interés de forma estable. Comparando las curvas de x_1 , i_{cpl} y x_3 , se concluye que el control de estabilidad, amortigua la perturbación creada por la corriente de la CPL, contrarrestando las oscilaciones, de tal manera que la corriente de la red x_1 muestra el comportamiento de un sistema de primer orden sobreamortiguado, sin oscilaciones. Así mismo, de la tercera gráfica, se comprueba el rápido seguimiento de la corriente x_3 , respecto a su referencia. Respecto al control de voltaje de x_4 , se observa que en la escala de tiempo del transitorio de corriente, apenas interfiere con el control de corriente, en la siguiente simulación se mostrará el desempeño del control de x_4 en una escala de tiempo mayor.

5.3.2.5 Simulación 2: estabilidad global control monopuerto H_{∞}

Para esta prueba, buscamos someter el sistema a un escalón de potencia que abarque casi por completo, todo el rango de valores de P , para los cuales existen equilibrios. por lo tanto, se inicia el sistema de forma que alcance las condiciones del equilibrio para $\bar{P} = 10$ W y en $t = 8$ s se introduce un escalón de potencia $\bar{P} = 454$ W. El modelo de simulación y los valores de los parámetros son idénticos a la simulación anterior.

⁹ Téngase en cuenta que el control histerético de corriente, se basa en la oscilación permanente de x_3 , lo que impide que el sistema sea estable para valores cercanos a $\bar{P} = P^{\exists}$.

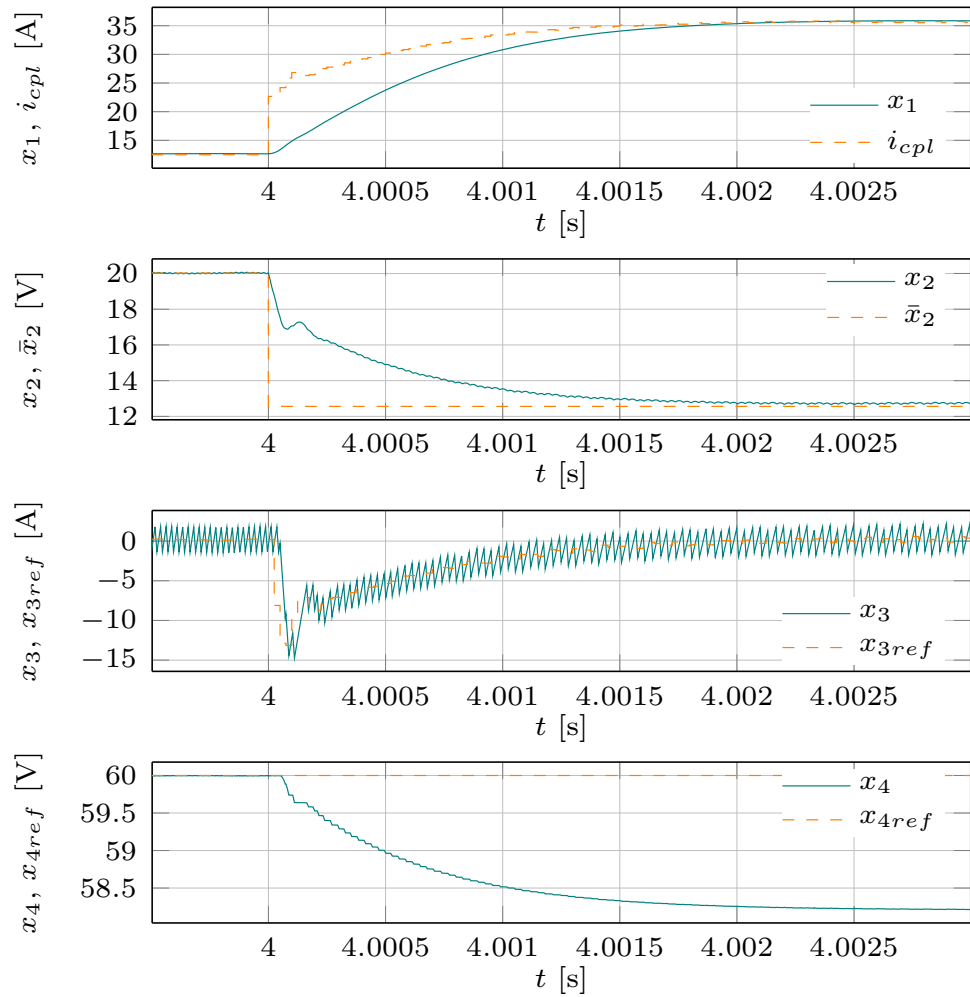


Figura 43: Simulaciones para la respuesta ante perturbación de potencia, desde $P = 250$ W hasta $P = 454$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad local.

La Fig. 44 muestra el resultado de la simulación. Las señales y escala de tiempo es la misma que para la simulación anterior. El resultado principal de la simulación es que el controlador de estabilización diseñado, consigue estabilizar de forma global el sistema, pues incluso para condiciones iniciales muy alejadas del equilibrio definido para $\bar{P} = 454$ W, el comportamiento es estable. El resultado es muy parecido a la simulación realizada para comprobar la estabilidad de forma local, con la diferencia que la excursión de las señales es mayor. Podemos concluir afirmando que el controlador diseñado mediante el método *mixed-sensitivity* H_∞ , consigue extender la estabilidad a casi todo el rango de existencia de los equilibrios, de forma local y de forma global, y decimos casi, por los motivos argumentados en ⁹.

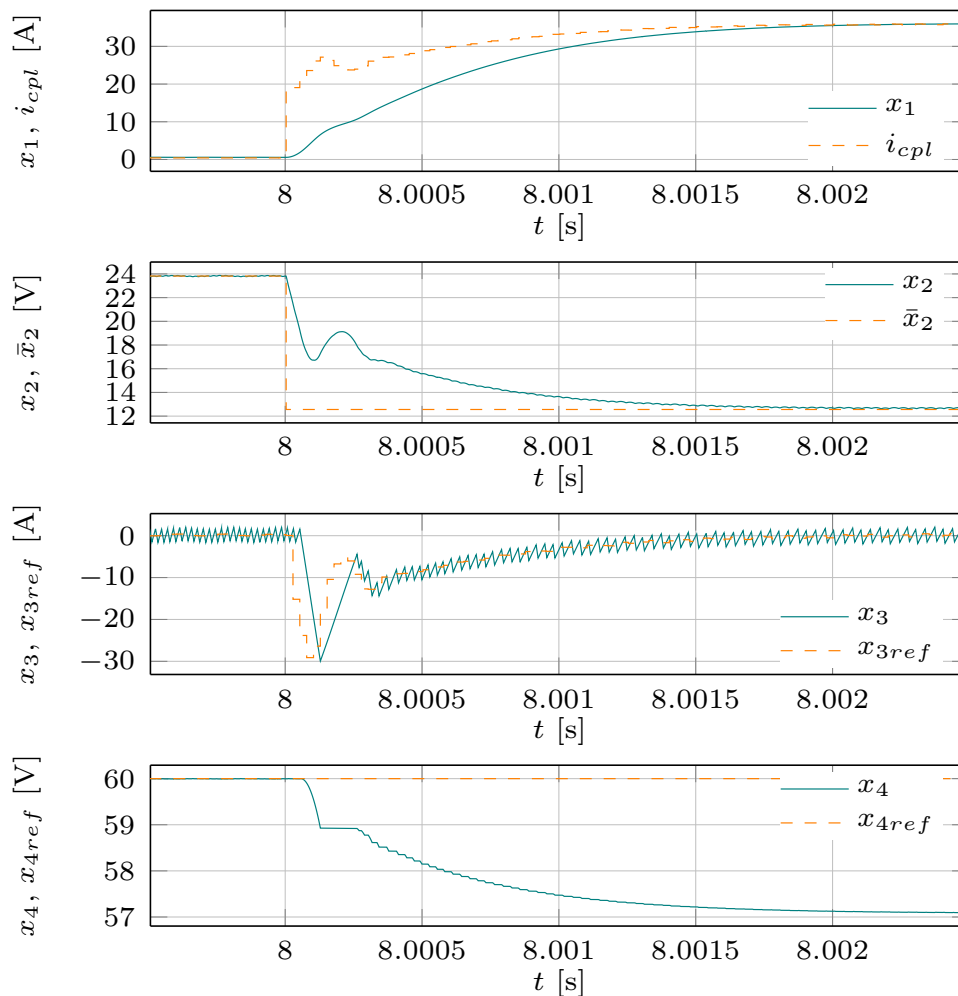


Figura 44: Simulaciones para la respuesta ante perturbación de potencia, desde $P = 10$ W hasta $P = 454$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad global.

En esta simulación, se añade la Fig. 45, que muestra la evolución temporal de x_4 , respecto a su referencia x_{4ref} , en una escala de tiempo mayor,

de forma que podamos evaluar el desempeño del control de voltaje del convertidor boost. Durante el transitorio de corriente, escala de tiempo de microsegundos, el control de voltaje, no interviene de forma notable, pero una vez la corriente está establecida, el control de x_4 , restablece la tensión al valor de referencia x_{4ref} , de forma gradual. Comparando el comportamiento de x_4 , con la respuesta obtenida en la Fig. 33, se observan algunas diferencias, aunque el tiempo de establecimiento es similar. Esto es debido a la interferencia del controlador de estabilización, mucho más rápido que el control de voltaje. Esto no es crítico en las especificaciones de control, al contrario, es un comportamiento deseado, pues la prioridad es estabilizar el sistema y de forma secundaria, mantener el voltaje del boost en unos rangos aceptables de funcionamiento.

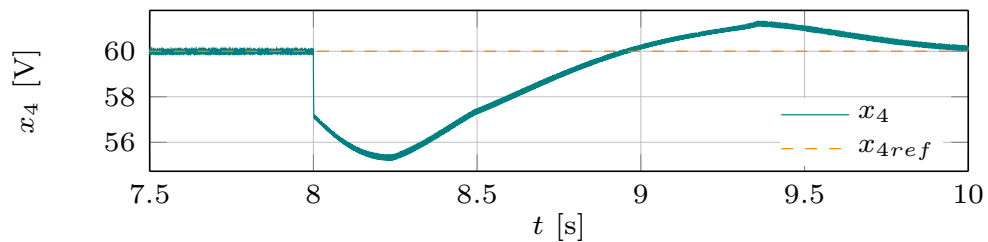


Figura 45: Resultado de la simulación, para x_4 , ante escalón de potencia desde $P = 10$ W, hasta $P = 454$ W.

Otro de los objetivos importantes es que la función estabilizadora del *shunt damper*, se realice de forma eficientemente energética, es decir, que no se consiga la estabilidad a cambio de disipar potencia. Para evaluar esto, de la misma simulación, se ha realizado la Fig. 46, donde se muestra la evolución temporal de la potencia consumida por la CPL, la potencia del *shunt damper* y la potencia de la red, definida como $P_{net} = x_1 x_2$. Las potencias con signo positivo, se deben a las cargas y con signo negativo a las fuentes. Véase como el *shunt damper*, durante el transitorio, se comporta como una fuente, inyectando potencia en el sistema y compensando la oscilación introducida por el consumo de potencia de la CPL sobre el sistema, de forma que la red 'vea' una respuesta amortiguada, entregando potencia de forma gradual, sin oscilaciones. Si bien, la potencia del *shunt damper* durante el transitorio es comparable al de la carga, vuelve rápidamente a un consumo prácticamente nulo, ver la proposición 5.2.1.

5.3.3 Control multipuerto crossover H_∞

En esta sección se expone otro diseño de control lineal, también basado en la teoría de control H_∞ , pero con un enfoque diferente al de la sección 5.3.1, donde, para solucionar el problema de controlar dos variables mediante una sola señal de control, se proponen dos lazos de control en

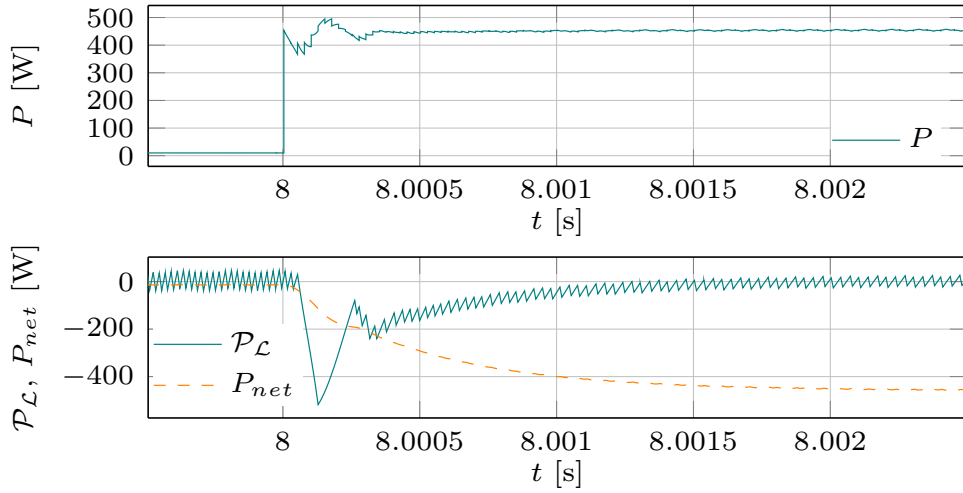


Figura 46: Resultado de la simulación ante entrada escalón, desde $P = 10$ W, hasta $P = 454$ W, para la potencia de la red $P_{net} := x_1 x_2$, la potencia de la CPL, P y la potencia del *shunt damper*, \mathcal{P}_L .

cascada, ver Fig. 26. Aquí, se propone un nuevo diseño, mostrado en la Fig. 47, donde se duplica la señal de control mediante un filtro de cruce (*crossover*). El problema de controlar dos señales con una sola señal de control, se soluciona mediante un circuito $\mathbf{F}(z) \in \mathbb{C}^{1 \times 2}$ que divide el espectro de la señal de control en dos señales, una entrada para controlar la banda de bajas frecuencias u_s y otra entrada para controlar la banda de altas frecuencias u_f , de esta forma creamos dos entradas de control. La figura explica este dispositivo, donde $\text{HP}(z)$ es un filtro discreto pasa altos de primer orden con frecuencia de corte $f_{co} = \frac{1}{\tau_{co}} = 100$ rad/s, $\text{LP}(z)$ es un filtro pasa bajos complemento a uno del anterior.

La planta $\mathbf{H}(z) \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$ es un vector de funciones de transferencia escalares de una entrada y múltiples salidas (SIMO), con una entrada u y salida $\mathbf{y} = [x_2, x_4]^T$, compuesta por la función de transferencia $H_f(z) = \frac{x_2}{u}$, que representa la respuesta del voltaje de puerto respecto a la señal de control ante un escalón unitario y la función de transferencia $H_s(z) = \frac{x_4}{u}$, que representa la respuesta de la tensión de salida del boost respecto a la señal de control. Consecuentemente, la planta con el filtro *crossover*, correspondiente a la planta MIMO, $\mathbf{N}(z) \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ se obtiene de la siguiente forma,

$$\mathbf{N}(z) = \mathbf{H}(z) \mathbf{F}(z) := \begin{bmatrix} H_f(z) \\ H_s(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{HP}(z) & \text{LP}(z) \end{bmatrix} \quad (55)$$

Observación 5.3.7. Los filtros discretos $\text{HP}(z)$ y $\text{LP}(z)$, se obtienen mediante el método bilineal, sustituyendo $s = \frac{2}{1-s} \frac{z-1}{z+1}$ en los filtros en el dominio continuo $\text{HP}(s) = \frac{s}{\tau_{co}s+1}$ y $\text{LP}(s) = \frac{1}{\tau_{co}s+1}$ respectivamente. Con otros métodos de discretización no se obtienen filtros que se complementan

aritméticamente a uno. En otras palabras, el método bilineal nos asegura que se cumple la propiedad $LP(z) + HP(z) = I$.

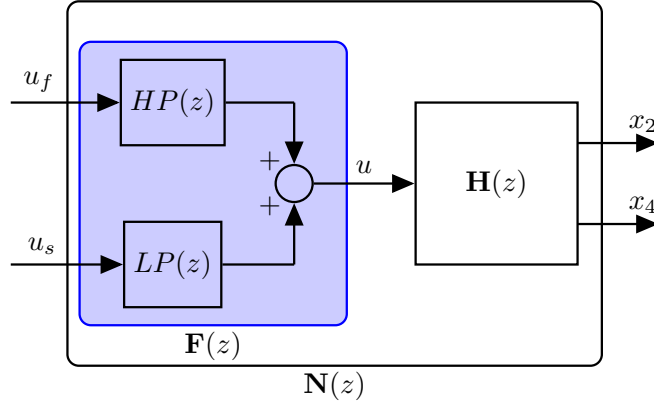


Figura 47: Planta con filtro crossover $N(z)$.

5.3.3.1 Obtención de la planta para el diseño de control multipuerto H_∞

En primer lugar, obtendremos la representación en el dominio continuo $\mathbf{H}(s)$, tal que,

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = \mathbf{H}(s) \begin{bmatrix} u \end{bmatrix}$$

Linealizando las ecuaciones dinámicas (25) en torno al equilibrio definido por $\mathcal{E} := \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{u}, \bar{P}\}$, se obtiene la siguiente representación en espacio de estados del sistema,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u. \end{aligned}$$

Donde,

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & \frac{\bar{P}}{C_1(\bar{x}_2)^2} & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{r_2}{L_2} & -\frac{\bar{u}}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{\bar{u}}{C_2} & -\frac{1}{C_2 r_3} \end{bmatrix}, \quad (56)$$

$$\mathbf{B} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\bar{x}_4}{L_2} \\ \frac{\bar{x}_3}{C_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

A partir de la representación interna en el espacio de estados del sistema, dado en (56), se obtiene la representación externa de entrada salida, en el dominio continuo, tal que $\mathbf{H}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}$, resultando,

$$\mathbf{H}(s) := \begin{bmatrix} H_f(s) \\ H_s(s) \end{bmatrix}. \quad (57)$$

Donde,

$$H_f(s) = \frac{(L_1s+r_1)((C_2r_3s+1)\bar{x}_4+r_3\bar{u}\bar{x}_3)}{((C_2r_3s+1)(L_2s+r_2)+r_3\bar{u}^2)(L_1s+r_1)(C_1s-\frac{P}{\bar{x}_2})+(C_2r_3s+1)(L_1s+L_2s+r_1+r_2)+r_3\bar{u}^2},$$

$$H_s(s) = \frac{r_3((L_1s+r_1)((L_2s+r_2)\bar{x}_3-\bar{u}\bar{x}_4)(C_1s-\frac{P}{\bar{x}_2})+(L_1s+L_2s+r_1+r_2)\bar{x}_3-\bar{u}\bar{x}_4)}{((C_2r_3s+1)(L_2s+r_2)+r_3\bar{u}^2)(L_1s+r_1)(C_1s-\frac{P}{\bar{x}_2})+(C_2r_3s+1)(L_1s+L_2s+r_1+r_2)+r_3\bar{u}^2}.$$

El procedimiento para obtener la familia de plantas discretas $\mathbf{M}(z)$, utilizadas para el diseño de control H_∞ , es el siguiente;

Substituyendo cada uno de los valores representativos de (46), $\bar{P}_i = P_{vec}(i), i = 1, 2, \dots, 10$, los valores de la tabla 7 y $\bar{x}_4 = 60$ V, en (25), se resuelven las soluciones del equilibrio $\dot{x} = 0$. Para cada uno de los valores de (46), se obtienen cuatro soluciones para las incógnitas $\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{u}\}$, dos reales y dos complejas, de las soluciones reales se escoge la de mayor voltaje \bar{x}_2 y menor corriente \bar{x}_1 (equilibrio de interés). Substituyendo en (57) el conjunto de valores soluciones de interés, se obtiene una familia de plantas representativas de $\mathbf{H}(s)$. Transformando $\mathbf{H}(s)$ del dominio continuo al discreto para un periodo de muestreo T_s , se obtiene $\mathbf{H}(z)$. Substituyendo $\mathbf{H}(z)$ en (55), obtenemos una familia representativa para $\mathbf{N}(z)$.

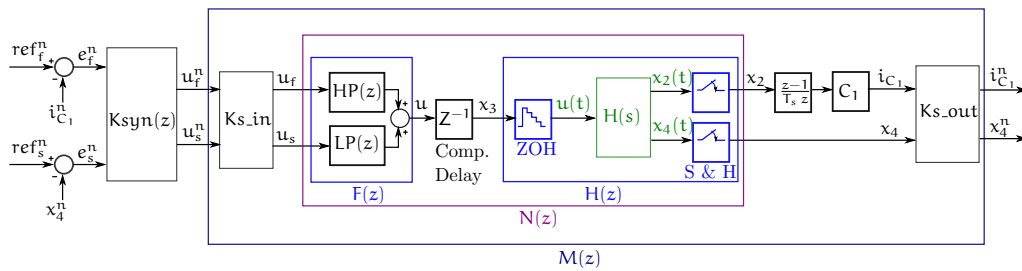


Figura 48: Esquema de la planta multipuerto $M(z)$, utilizada para el diseño del controlador crossover H_∞ .

Finalmente, para obtener la planta discreta utilizada en el diseño del controlador $\mathbf{M}(z)$, debemos tener en cuenta el escalado, acondicionado y el retardo de cómputo implícito del controlador, de forma que,

$$\mathbf{M}(z) := \mathbf{Ks_out} \times \mathbf{v2c}(z) \times \mathbf{N}(z) \times \mathbf{Ks_in} \times \mathbf{cd2}(z), \quad (58)$$

donde,

$$\mathbf{Ks_out} := \begin{bmatrix} \frac{1}{40} & 0 \\ 0 & \frac{1}{60} \end{bmatrix}, \mathbf{v2c}(z) := \begin{bmatrix} C_1 \frac{z-1}{T_s z} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{Ks_in} := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{cd2}(z) := \begin{bmatrix} \frac{1}{z} & 0 \\ 0 & \frac{1}{z} \end{bmatrix}.$$

En la Fig. 48, se muestra un diagrama de bloques que representa todas las consideraciones tenidas en cuenta en la implementación final del controlador, necesarias para definir $\mathbf{M}(z)$.

En primer lugar, la salida de $\mathbf{N}(z)$ es $\mathbf{y} = [x_2, x_4]^T$, pero según los objetivos de control, se desean controlar las variables $[\dot{x}_2, x_4]^T$. En la implementación real, se aproxima la derivada de x_2 mediante el método de diferenciación discreta *Backward Euler derivative*, a partir de la medida, acondicionamiento y muestreo digital de la señal x_2 con un periodo T_s , del mismo modo que se planteó en la sección 5.3.2. Para contemplar la diferenciación discreta, y su retardo, se introduce la matriz $\mathbf{v2c}(z)$ (*voltage to current*), que mediante el escalado C_1 , transforma el voltaje x_2 en la aproximación discreta de la corriente que circula por C_1 , de esta forma se ajustan en magnitud las relaciones de entrada-salida de ambos canales, ver nota al pie 6.

También debemos de escalar las entradas y salidas, de forma que los errores sean de la misma magnitud, esto es más importante en diseño de controladores MIMO, ya que en caso contrario, no podemos hacer un buen uso de la función de sensibilidad \mathbf{S} . Para escalar las salidas, se utiliza $\mathbf{Ks_out}$, que divide i_{C1} entre su valor máximo 40 A y x_4 entre su valor nominal 60 V, de forma que la salida de $\mathbf{M}(z)$, dada por $\mathbf{y} = [i_{C1}^n, x_4^n] \leq |1|$, está normalizada a la unidad. Con respecto a las entradas, dado que $u \in (0, 1)$, ya se cumple la normalización de estas, por lo tanto, el escalado de la entrada $\mathbf{Ks_in}$ corresponde a la matriz unitaria.

Otra consideración importante es el retardo de cómputo implícito en la señal de control (*Computing Delay*). En la Fig. 48, el retardo de cómputo, se muestra entre $F(z)$ y $H(z)$, obsérvese que en la obtención de $\mathbf{N}(z)$, ecuación (55), no se ha tenido en cuenta, por esto, se añade mediante la matriz $\mathbf{cd2}(z)$.

En la Fig. 49, se muestra la respuesta en frecuencia para la magnitud, de $\mathbf{M}(z)$, para la familia de plantas representativa, definida por P_{vec} .

5.3.3.2 Diseño del controlador multipuerto H_∞

El diseño del controlador MIMO H_∞ , designado como $\mathbf{K}(z)$, se realiza según el método *mixed-sensitivity* H_∞ , explicado en detalle en la sección 5.3.2.2, utilizando el enfoque S/T, de forma similar al diseño de control SISO H_∞ realizado en la citada sección, pero teniendo en cuenta esta vez que nuestro problema de control se ha reconducido a un diseño

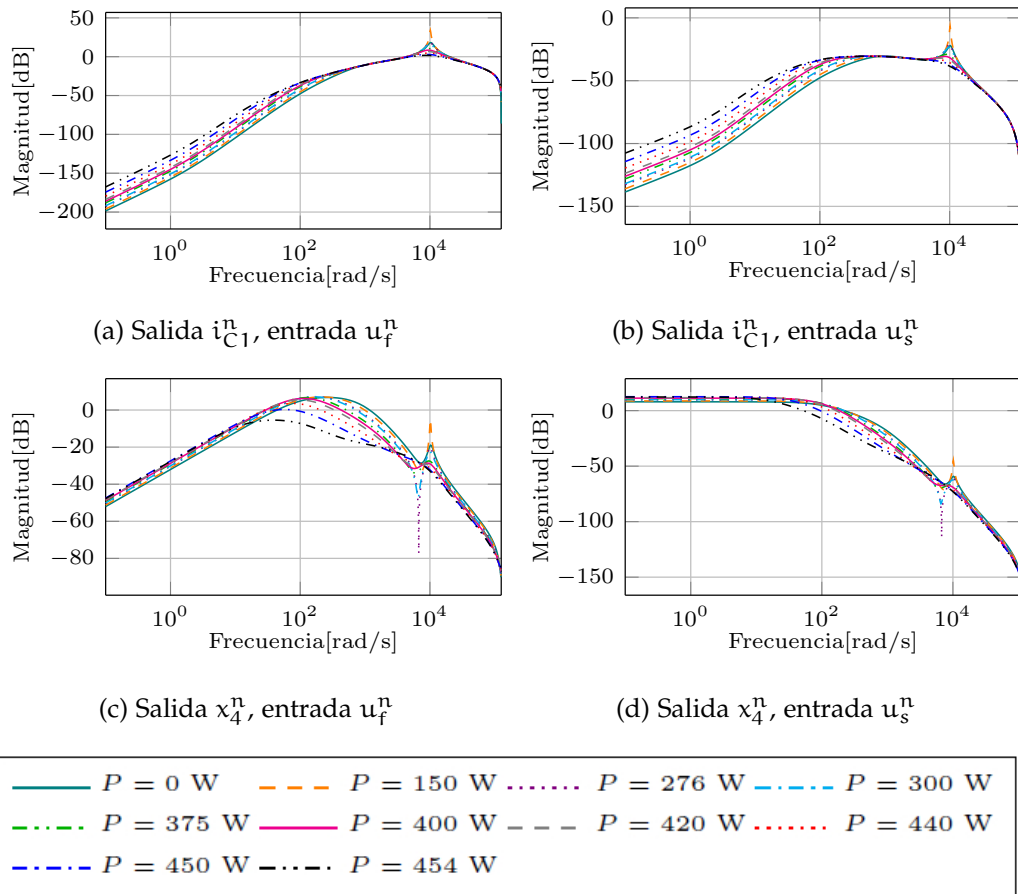


Figura 49: Bode magnitud para la familia de plantas en lazo abierto $M(z)$.

MIMO, mediante la adición de un filtro digital *crossover*. En esta ocasión, la planta generalizada \mathbf{P} , se construye según la ecuación (53), donde $\mathbf{G} = \mathbf{M}(z)$ es una función MIMO y los pesos diseñados que contienen las especificaciones de control, son matrices diagonales de dimensión 2×2 , definidas como,

$$\mathbf{W}_S := \begin{bmatrix} W_{S11} & 0 \\ 0 & W_{S22} \end{bmatrix}, \mathbf{W}_T := \begin{bmatrix} W_{T11} & 0 \\ 0 & W_{T22} \end{bmatrix},$$

donde,

$$W_{S11} := \frac{0.6596z^2 - 0.7327z + 0.0822}{z^2 - 1.45z + 0.4676}, W_{S22} := \frac{0.5006z^2 - 0.2521z - 0.2482}{z^2 - 0.5046z - 0.4954},$$

$$W_{T11} := \frac{1.023z^3 - 0.542z^2 - 0.2602z - 0.2168}{z^3 + 0.7049z^2 - 0.9893z - 0.7156}, W_{T22} := \frac{877.5z - 876.8}{z + 0.2616}.$$

La Fig. 50 muestra la respuesta en frecuencia de la magnitud, para la

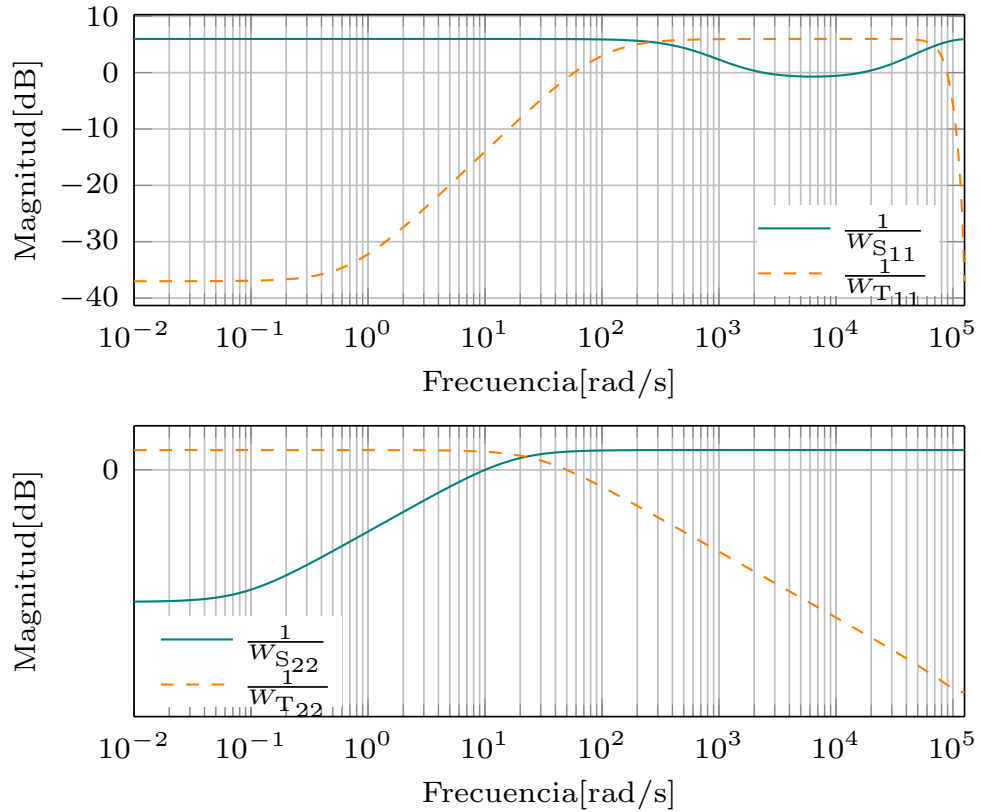


Figura 50: Respuesta deseada (inversa de los pesos), utilizada para el diseño del controlador MIMO H_∞ .

inversa de los elementos diagonales propuestos en $\mathbf{W}_S, \mathbf{W}_T$, que corresponde a las especificaciones deseadas para \mathbf{S} y \mathbf{T} respectivamente.

A continuación, se describen las especificaciones más importantes que se han tenido en cuenta en el diseño de \mathbf{W}_S . La estabilidad del sistema

en lazo abierto está comprometida principalmente por la resonancia alrededor de 10^4 rad/s que se puede apreciar en las Fig. 49. Para rechazar esta perturbación, se propone para la entrada de control u_f , responsable de la banda a altas frecuencias, la respuesta en frecuencia mostrada en la Fig. 50 para $\frac{1}{W_{S11}}$, de forma que se minimice la resonancia descrita. En cuanto al seguimiento de la referencia de x_4 , regulada por la entrada u_s , responsable de la banda a bajas frecuencias, debemos limitar el error de seguimiento en estado estacionario (bajas frecuencias), para que sea del orden del 10% del valor nominal ($0.1 \times x_{4_{nom}}$) que corresponde a -20 dB, tal como se aprecia en la Fig. 50 para la respuesta en frecuencia de $\frac{1}{W_{S22}}$ en la banda de bajas frecuencias. Respecto a la máxima magnitud de pico, tanto para $\frac{1}{W_{S11}}$, como para $\frac{1}{W_{S22}}$, se ha limitado a 6 dB.

Respecto a las especificaciones para $\bar{T}(z)$, ver Fig. 50, significativas para la atenuación del ruido y robustez del sistema, especialmente ante perturbaciones multiplicativas de salida, debemos tener en cuenta lo siguiente. Atendiendo a la respuesta en frecuencia de $\frac{1}{W_{T11}}$, para la señal de control u_f , debemos atenuar el ruido fuera de la banda de resonancia (bajas y altas frecuencias), de forma similar, se propone la respuesta de $\frac{1}{W_{T22}}$, respecto a la señal de control u_s , de forma que sea atenuada la respuesta al ruido en altas frecuencias, es decir, frecuencias mayores a f_{co} , la frecuencia de corte del filtro *crossover* $F(z)$. Para asegurar robustez dentro de la banda de control de W_{T11} , así como dentro de la banda de control de W_{T22} , se ha limitado el máximo pico a $\|T\|_{\infty} \leq 6$ dB.

Una de las ventajas de resolver el problema de minimización de la norma H_{∞} (51) mediante BMIs, estriba en encontrar un controlador óptimo de orden y estructura fijadas de antemano. En este caso se ha fijado el orden máximo de los numeradores y denominadores de los elementos de $K(z)$ a 3. Una especial consideración se ha tenido en cuenta, respecto a la estructura de $K_{22}(z)$, para que el error en estado estacionario correspondiente al seguimiento de la referencia de x_4 sea nulo. Para ello, se ha limitado la estructura de $K_{22}(z)$ a un controlador de tipo PI paralelo, ya que el subsistema $M_{22}(z)$ es de tipo cero.

Resolviendo el problema de programación consistente en encontrar un controlador $K(z)$ que minimice (52) mediante la función `hinfstruct` del software de MathWorks®, se obtiene el siguiente controlador que estabiliza internamente la planta generalizada P , para $\gamma < 8,8906$,

$$\mathbf{K}(z) := \begin{bmatrix} K_{11}(z) & K_{12}(z) \\ K_{21}(z) & K_{22}(z) \end{bmatrix}, \quad (59)$$

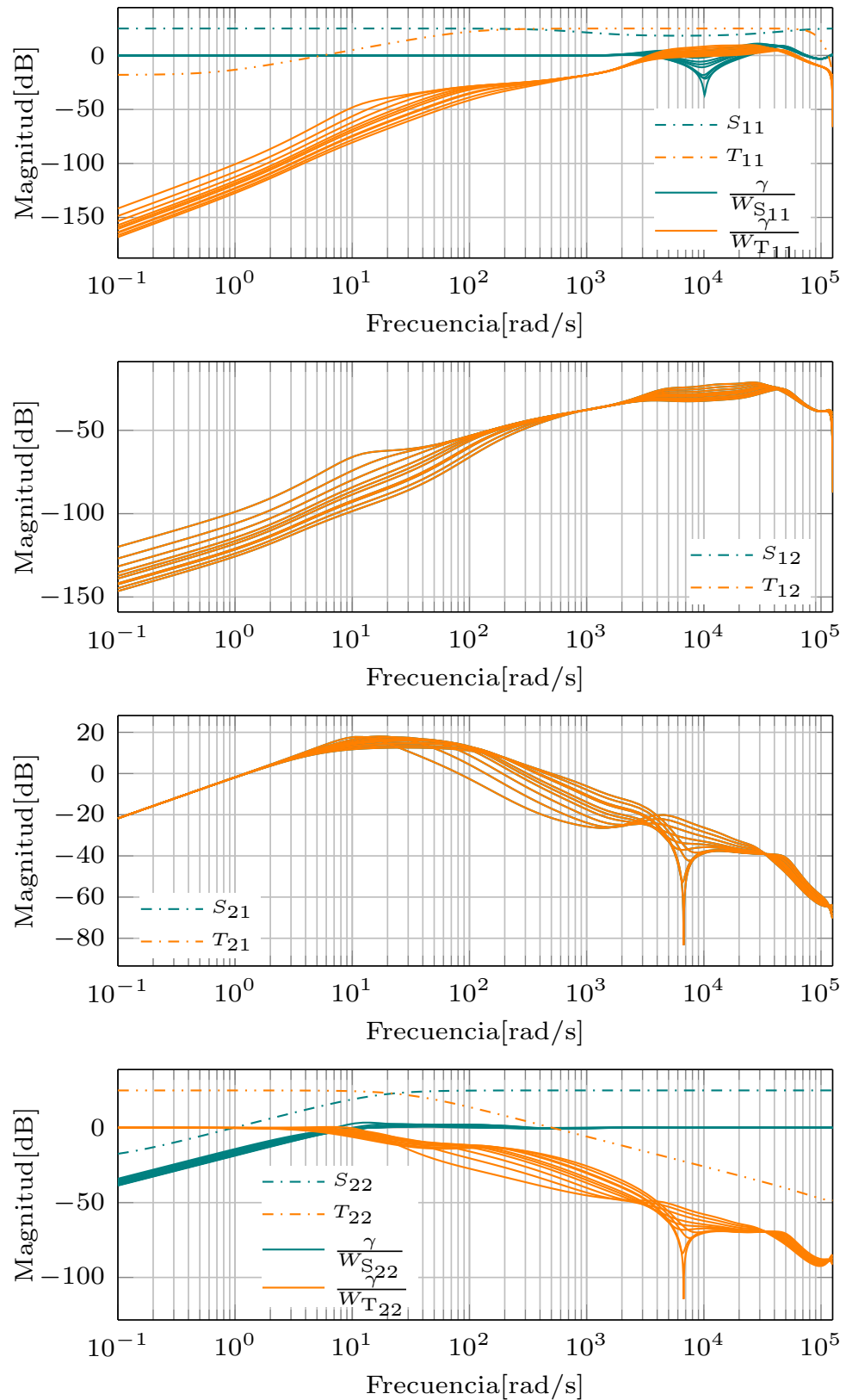


Figura 51: Distintos elementos de la función de sensibilidad $S(z)$ y la de sensibilidad complementaria $T(z)$, para la planta $M(z)$ en lazo cerrado con el controlador $K(z)$, en comparación con los pesos deseados ponderados por el valor de γ obtenido.

donde,

$$\begin{aligned} K_{11}(z) &:= \frac{3.1357(z - 1.006)(z^2 - 1.112z + 0.438)}{(z + 0.4855)(z - 0.6795)(z - 0.9048)}, \\ K_{12}(z) &:= \frac{-0.11048(z - 1.027)(z - 0.6817)(z - 0.4649)}{(z + 0.8101)(z - 0.6872)(z - 0.9888)}, \\ K_{21}(z) &:= \frac{35.437(z - 2.303)(z - 1.096)(z - 0.9944)}{(z - 0.9404)(z^2 - 1.08z + 0.3316)}, \\ K_{22}(z) &:= \frac{0.0063885(z - 1.008)}{(z - 1)}. \end{aligned}$$

Los resultados obtenidos para la familia de plantas objetivo (58), en lazo cerrado con el controlador (59), se muestran en la Fig. 51, donde se comparan en el dominio de la frecuencia, las funciones \mathbf{S} y \mathbf{T} resultantes, con los límites impuestos en el diseño (inversa de los pesos), ponderados con el valor mínimo obtenido para γ . Aunque no se consigue minimizar γ por debajo de la unidad, se consiguen los objetivos de diseño, pues el controlador estabiliza toda la familia de plantas $M(z)$, reduciendo la resonancia no deseada, además de regular x_4 .

5.3.3.3 Simulaciones controlador multipuerto H_∞

Para comprobar el desempeño del controlador $\mathbf{K}(z)$, diseñado en la sección anterior, debemos realizar simulaciones numéricas, con un modelo adecuado que represente con suficiente precisión el comportamiento del sistema real. Mediante álgebra de bloques en Simulink®, se implementan en tiempo continuo las ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs) (25) que representan el comportamiento de nuestro sistema real. También se implementa en tiempo discreto, con periodo de muestreo $T_s = 25 \mu s$, la parte correspondiente al controlador $\mathbf{K}(z)$ con el filtro digital $F(z)$, con sus correspondientes escalados y acondicionamientos de las señales involucradas en el control, tal como muestra la Fig. 48. Por lo tanto, se cierra el lazo de control de $\mathbf{H}(s)$, con la parte discreta del modelo corresponde a $F(z) \times \mathbf{Ks_in} \times \mathbf{K}(z) \times \mathbf{Ks_out} \times v2c(z)$.

Con el objetivo de comprometer la estabilidad del sistema, se seleccionan los valores de los parámetros de la Tabla 7 que representan el peor caso, ver observación 5.3.5. Se realizan dos tipos de simulaciones, una para comprometer la estabilidad de forma local y otra de forma global. Para ello debemos tener en cuenta el límite de estabilidad $P_{stb} = 280,38 \text{ W}$ y el límite de existencia de los equilibrios del sistema $P^\exists = 454,969 \text{ W}$, establecidos a priori en las observaciones 5.3.4 y 5.3.6, respectivamente.

Para evaluar el comportamiento del controlador diseñado, en estos resultados numéricos, se muestra el comportamiento de las variables controladas i_{C_1}, x_4 . También se muestra el comportamiento de las señales de la red x_1, x_2 , con el objetivo de comprobar que en estado estacionario, el sistema vuelve al equilibrio de interés.

Se añade otra gráfica, en una escala de tiempo acorde con la dinámica de x_4 , para evaluar el comportamiento de esta variable bajo control y asegurarnos que el error en estado estacionario es nulo. Otra de las metas de los objetivos de control expuestos en la sección 5.1.3, consiste en extender el rango de estabilidad, de forma energéticamente eficiente, para ello se muestra otra figura, el consumo de potencia del *shunt damper*, comparándolo con la potencia consumida en la CPL y la potencia entregada por la red P_{net} .

5.3.3.4 Simulación 1: estabilidad local control multipuerto H_∞

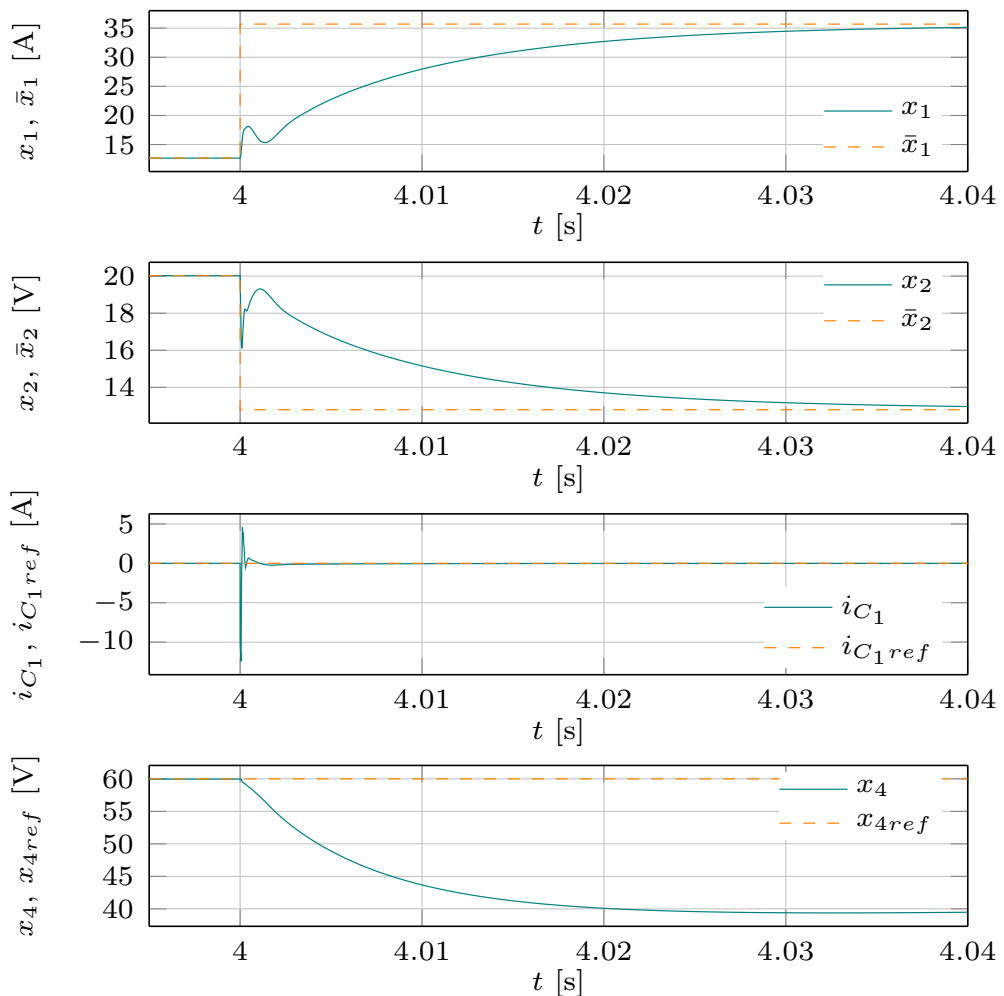


Figura 52: Simulación numérica para la respuesta ante perturbación de potencia, desde $P = 250$ W, hasta $P = 453$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad local.

En la Fig. 52 se muestra el resultado de la simulación numérica destinada a evaluar la estabilidad local, para lo cual, se introduce una perturbación escalón de potencia de la CPL, desde un valor de $\bar{P} = 250$ W \approx

P_{stb} , pero $\bar{P} < P_{\text{stb}}$ y llegando hasta un valor $P_{\text{stb}} < \bar{P} \leq P^{\exists}$, donde el sistema en lazo cerrado tenga un comportamiento estable, de forma que evaluaremos hasta que valor máximo de \bar{P} se extiende el rango de estabilidad local con el controlador en lazo cerrado, para compararlo con el valor alcanzado en lazo abierto.

En la Fig. 52 se muestra el resultado de la primera simulación, en primer lugar, se realiza una secuencia de arranque adecuada, para que el sistema en lazo cerrado, alcance el equilibrio correspondiente a $\bar{P} = 250$ W, posteriormente, en $t = 4$ s, se introduce un escalón de potencia muy cercano al límite de existencia de los equilibrios $\bar{P} = 453$ W. En la figura, se muestran cuatro gráficas, de arriba a abajo tenemos; la curva de la corriente proporcionada por la red de DC, x_1 , junto al valor correspondiente en el equilibrio de interés \bar{x}_1 , La segunda gráfica muestra la evolución temporal de x_2 , comparándola con su valor en el equilibrio de interés \bar{x}_2 , la tercera gráfica muestra la corriente i_{C_1} , comparada con la referencia que proporciona el controlador $i_{C_1\text{ref}}$ y en la cuarta gráfica se muestra la tensión x_4 y la referencia $x_{4\text{ref}}$.

El resultado más importante demostrado en la simulación, es que el controlador de estabilización diseñado, consigue extender el rango de estabilidad del sistema, prácticamente en todo el rango de existencia de los equilibrios, pues el sistema en lazo cerrado es estable, incluso para valores muy cercanos a P^{\exists} . Observando las curvas de x_1, x_2 , podemos constatar que tras el transitorio, el sistema vuelve al equilibrio de interés de forma estable. De la tercera gráfica, se comprueba el rápido seguimiento de la corriente i_{C_1} , respecto a su referencia, llegando al estado estacionario en aproximadamente $1\mu\text{s}$. Respecto al control de voltaje de x_4 , con una dinámica mucho más lenta, se observa que apenas interfiere con el control de corriente, en la siguiente simulación se mostrará el desempeño del control de x_4 en una escala de tiempo mayor.

5.3.3.5 Simulación 2: estabilidad global control multipuerto H_{∞}

Para esta prueba, buscamos someter el sistema a un escalón de potencia que abarque casi por completo, todo el rango de valores de P , para los cuales existen equilibrios. por lo tanto, se inicia el sistema de forma que alcance las condiciones del equilibrio para $\bar{P} = 10$ W y en $t = 8$ s se introduce un escalón de potencia $\bar{P} = 454$ W. El modelo de simulación y los valores de los parámetros son idénticos a la simulación anterior.

La Fig. 53 muestra el resultado de la simulación. Las señales y escala de tiempo es la misma que para la simulación anterior. El resultado principal de la simulación es que el controlador diseñado, consigue estabilizar de forma global el sistema, pues incluso para condiciones iniciales muy alejadas del equilibrio definido para $\bar{P} = 453$ W, el comportamiento es estable. El resultado es muy parecido a la simulación realizada para comprobar la estabilidad de forma local, con la diferencia que la

excursión de las señales es mayor. Podemos concluir afirmando que el controlador diseñado mediante el método *mixed-sensitivity* H_∞ , consigue extender la estabilidad a casi todo el rango de existencia de los equilibrios, de forma local y de forma global, y decimos casi, pues se consigue que el 99,78 % del rango de existencia sea estable.

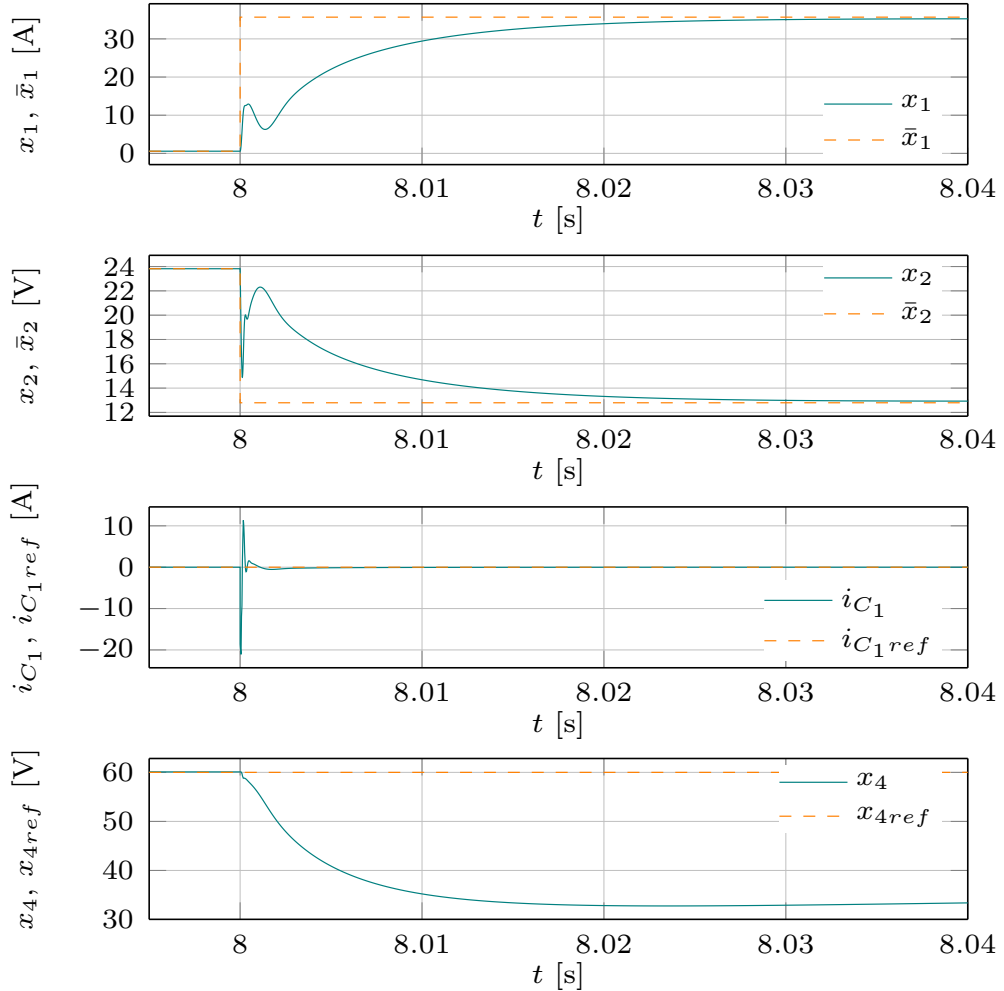


Figura 53: Simulación numérica para la respuesta ante perturbación de potencia, desde $P = 10$ W, hasta $P = 453$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad global.

En esta simulación, se añade la Fig. 54, que muestra la evolución temporal de x_4 , respecto a su referencia x_{4ref} , en una escala de tiempo mayor, de forma que podamos evaluar el desempeño del control de voltaje del convertidor boost. Durante el transitorio de corriente, escala de tiempo de 1 ms, el control de voltaje, no interviene de forma notable, pero una vez la corriente está establecida, el control de x_4 , restablece la tensión al valor de referencia x_{4ref} , de forma gradual, en aproximadamente 1 s. Como $K_{22}(z)$ contiene un integrador, en estado estacionario el error de control es nulo. El objetivo principal de control se cumple, pues rápi-

damente se estabiliza el sistema y de forma secundaria, se mantiene el voltaje del boost en unos rangos aceptables de funcionamiento.

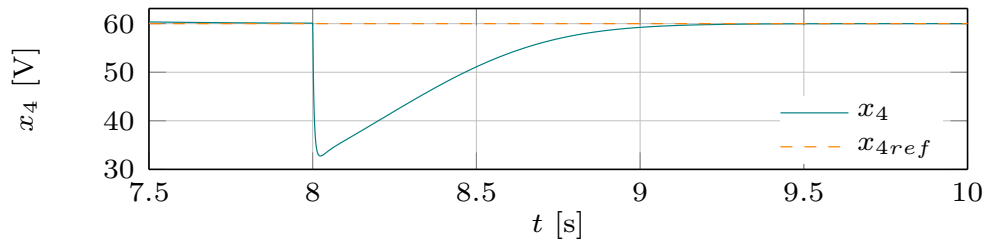


Figura 54: Resultado de la simulación para x_4 , desde $P = 10$ W, hasta $P = 453$ W, donde se muestra una escala de tiempos adecuada con el objetivo de evaluar el control de x_4 .

Otro de los objetivos importantes es que la función estabilizadora del *shunt damper*, se realice de forma eficientemente energética, es decir, que no se consiga la estabilidad a cambio de disipar potencia. Para evaluar esto, de la misma simulación se ha realizado la Fig. 55, donde se muestra la evolución temporal de la potencia consumida por la CPL, la potencia del *shunt damper* y la potencia de la red, definida como $P_{net} = x_1 x_2$. La potencia con signo positivo corresponde al comportamiento de carga y con signo negativo como fuente. Véase como el *shunt damper* se comporta como una fuente, inyectando potencia en el sistema y compensando el transitorio introducido por el consumo de potencia de la CPL sobre la red. En estado estacionario, la potencia del *shunt damper* vuelve rápidamente a un consumo prácticamente nulo, ver la proposición 5.2.1.

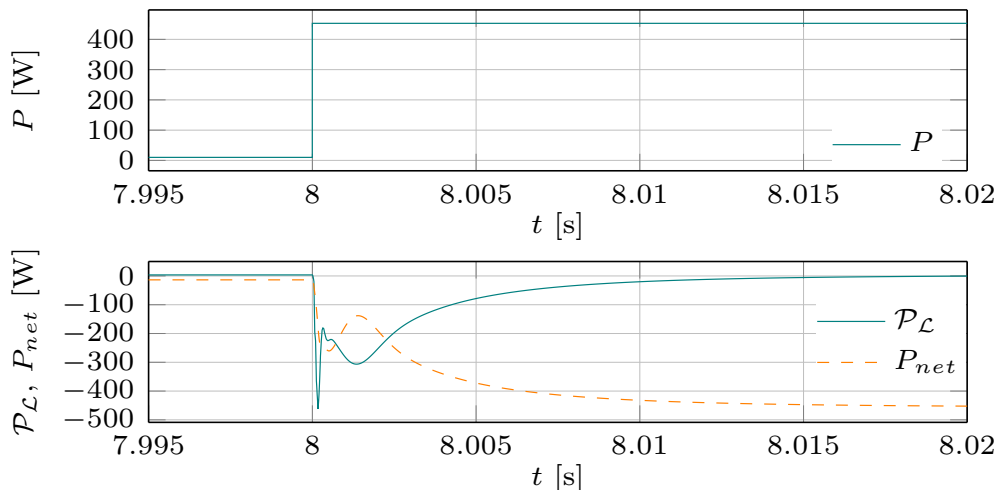


Figura 55: Resultado de la simulación, para una perturbación global, desde $P = 10$ W, hasta $P = 453$ W, donde se muestra el balance de potencia del *shunt damper* $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$ y el de la red eléctrica P_{net} , en comparación con la potencia consumida por la CPL, P (W).

5.4 ESTABILIZACIÓN MEDIANTE CONTROL AUTOSINTONIZADO

El control de las DCmgs ha evolucionado de forma compleja, conteniendo varias jerarquías de control coordinadas de forma centralizada, descentralizada o distribuida, para obtener más información acerca de las estrategias sobre control y estabilización de DCmg, consultar review Dragicevic y col., 2016. Esta complejidad provoca que los EPCs exhiban comportamientos dinámicos dependientes del punto de operación. Dependiendo del modo de control impuesto por el control coordinado, los EPCs pueden cambiar de un comportamiento como fuente de corriente, a fuente de voltaje, o seguidor de punto de máxima potencia (MPPT), esto hace inadecuados los modelos basados en estructura fija. También, surgen otro tipo de dinámicas no modeladas, cuando se usa el control resonante o otros controladores no lineales.

En una situación real, las DCmg están formadas con EPCs de diferentes fabricantes, donde los valores de los parámetros no están disponibles, y/o los lazos de control son desconocidos. Otros errores de modelado provienen de cambios estructurales, como conexión y desconexión de cargas, conexión entre otras DCmg o cambios de conexión entre la red DC y la red de suministro AC. Para diseñar controladores apropiados y garantizar la estabilidad de las DCmgs, necesitamos modelos que tengan en cuenta estos cambios dinámicos y estructurales, podemos encontrar algunas propuestas en Frances y col., 2018, como las técnicas de modelado en caja negra, tales como, modelos basados en parámetros lineales variables, modelado en parámetros híbridos inversos (*G-Parameters modeling*), modelos *Wiener-Hammerstein* y modelos Politópicos.

En definitiva, bajo el marco del modelado en caja negra, se asume que se desconocen los parámetros y estructura de la red existente más allá del PCC. Sin embargo, podemos aproximar esta impedancia aparente como un sistema de segundo orden, con al menos un retardo puro. Aunque el sistema sea complejo y contenga más frecuencias de resonancia, una de estas frecuencias domina el comportamiento dinámico del sistema y las otras son despreciables. Nuestro principal objetivo es estabilizar el sistema, independientemente del punto de operación donde se mueve el sistema como consecuencia de; perturbaciones de carga desconocidas, incertidumbres paramétricas y/o dinámicas no deseadas, provenientes de los controladores existentes en la red.

En esta sección, se obtiene un controlador, bajo el marco teórico del control autosintonizado, donde la planta a estabilizar se aproxima mediante un modelo de caja negra de segundo orden, con un identificador basado en algoritmo de RLS, que nos devuelve los parámetros del modelo. Utilizando este modelo aproximado, se estabiliza la planta con un controlador de emplazamiento de polos algebraico.

La Fig. 56 muestra el diagrama de bloques del controlador propuesto, la planta objetivo de control consiste en el bloque *Black-Box*, la principal resonancia de este sistema, se identifica recursivamente, con un algoritmo RLS implementado en el bloque llamado *RLS Identifier*, para que la identificación sea realizada con éxito, se necesita inyectar una señal (ruido), de unas determinadas características, esto se representa con el bloque PRBS que consiste en una secuencia binaria pseudoaleatoria (PRBS). La ley de control se obtiene mediante el bloque *pole placement Controller*, donde se implementa el controlador algebraico. Este controlador obtiene la señal de control u , a partir del error de la salida e , los parámetros del modelo identificado θ y el comportamiento deseado en lazo cerrado, representado por el polinomio denominador en lazo cerrado D . En los siguientes apartados, se describen en detalle cada uno de estos elementos.

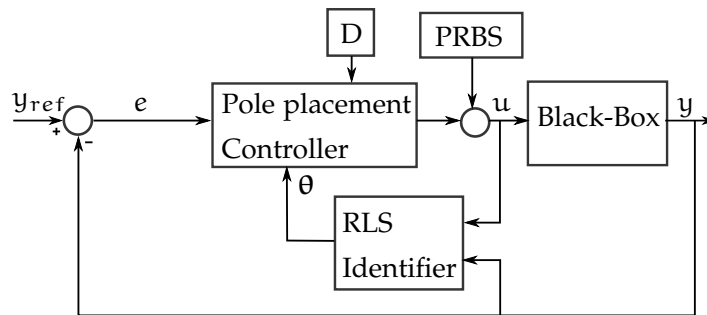


Figura 56: Diagrama de bloques del control autosintonizado propuesto.

5.4.1 Análisis del modelo

En la anterior sección 5.3.2, se utiliza un planteamiento de diseño de control en cascada, donde existen diferentes niveles jerárquicos de control. En el nivel superior, se ha presentado un controlador de estabilización, diseñado mediante el marco teórico H_∞ , asumiendo que en un nivel inferior, el control del convertidor de potencia de la sección 5.3.1, consigue $x_3 = x_{3stb}$, ver Fig. 26.

En el control diseñado a continuación, se asume la misma hipótesis, no obstante, en este enfoque, se diseña el control de estabilización C_{stb} , de la Fig. 36, mediante el método de autosintonizado. Por lo tanto, podemos simplificar la planta que representa la inestabilidad del sistema, como la Tf $G_{stb}(z)$ de la ecuación (50), además, la respuesta en frecuencia de esta planta para los distintos puntos de funcionamiento, impuestos por el vector (46), esta representada en la Fig. 38.

Observación 5.4.1. Tengase en cuenta que en la planta experimental, el sistema a estabilizar se compone de la familia de plantas representadas

por (50), en serie con la dinámica del *shunt damper*. En la realidad, tendremos la resonancia principal de $G_{\text{stb}}(z)$, otras resonancias derivadas de las ecuaciones del convertidor (28), junto con las añadidas del control histerético de corriente y el control del voltaje x_4 .

Utilizando un método apropiado de discretización, y seleccionando un periodo de muestreo h , adecuado a la resonancia principal del sistema, podemos formular $G_{\text{stb}}(s)$ en el dominio de la variable compleja \mathcal{Z} , de la siguiente forma,

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}.$$

Observación 5.4.2. Dado que el controlador se debe implementar en un microprocesador, debemos añadir a la representación del sistema $G(z^{-1})$ un retardo d , de al menos un periodo de muestreo, fruto del cálculo de la ley de control y el refresco de Modulación por ancho de pulsos (PWM). Por lo tanto, la Tf pulso que representa nuestro sistema es,

$$H(z^{-1}) = G(z^{-1})z^{-d}, d = 1. \quad (60)$$

Obtenida la representación del sistema en tiempo discreto, en la sección siguiente, se obtiene la estrategia de control, bajo el marco del control autosintonizado, para alcanzar los objetivos propuestos.

5.4.2 Controlador de emplazamiento de polos

Representando (60) mediante un modelo autorregresivo con entrada exógena (ARMAX), se obtiene,

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + e(t), \quad (61)$$

donde $e(t)$ representa ruido blanco gaussiano con media nula y varianza σ^2 , $u(t)$ e $y(t)$ corresponden a la entrada y salida del modelo. Queremos emplazar los polos del sistema en lazo cerrado en unas posiciones previamente especificadas que correspondan al comportamiento estable deseado, mientras que ignoraremos los ceros del sistema. Definimos una ley de control generalizada,

$$Eu(t) = F(r(t) - y(t)), \quad (62)$$

donde F , E , son polinomios en z^{-1} , respectivamente el numerador y denominador de nuestro controlador C_{stb} y $r(t)$ es el valor de referencia. En lo sucesivo, se omite el argumento z^{-1} salvo que sea necesario. Resolviendo (62) para la variable $u(t)$ y substituyendo en (61), se obtiene el siguiente comportamiento en lazo cerrado,

$$(EA + z^{-d}BF)y(t) = z^{-d}BFr(t) + Ee(t). \quad (63)$$

De (63) surge una nueva identidad polinómica, donde D contiene los polos deseados en lazo cerrado,

$$D = EA + z^{-d}BF \quad (64)$$

5.4.3 Diseño del identificador del modelo

El modelo representativo de la planta (61), se puede reformular como una ecuación lineal en diferencias en forma vectorial,

$$y_k = \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\theta}_k + e_k, \quad (65)$$

where,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}_k^T &= [y_{k-1}, y_{k-2}, u_{k-1}, u_{k-2}, u_{k-3}], \\ \boldsymbol{\theta}_k &= [-a_1, -a_2, b_0, b_1, b_2], \end{aligned}$$

el subíndice k representa $k = \frac{t}{h}$, los elementos del vector $\boldsymbol{\theta}_k$, corresponden a los parámetros libres del polinomio numerador B y denominador A , ordenados en un vector. El vector de entradas y salidas $\boldsymbol{\varphi}$, se define como vector de regresión.

Con la finalidad de obtener la ley de control (62), debemos de estimar explícitamente los coeficientes de los polinomios A, B . Dos enfoques principales para la estimación de parámetros son los estimadores de Bayes y las técnicas de ajuste, en el primero se minimiza una función objetivo definida en el dominio de los parámetros, en el segundo la función objetivo se define en el dominio de las medidas, ver Ridder y col., 2017 para más detalles. En la última categoría, se encuentran el filtro de Kalman, mínimos cuadrados y los métodos de proyección ortogonal. En nuestro enfoque hemos utilizado un algoritmo RLS, a través del cual e invocando el llamado *certainty-equivalent principle*, ver Simon, 1956, la eq. (65) se convierte en,

$$y_k = \boldsymbol{\varphi}_k^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_k + \hat{e}_k,$$

haciendo posible el controlador autosintonizado o adaptativo, donde $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ es el vector de parámetros estimados obtenido del algoritmo de regresión RLS. y \hat{e}_k es el error estimado a priori, definido más adelante en (66).

Basado en Cao y Schwartz, 2000, se presenta un algoritmo RLS de olvido direccional adaptativo. En los algoritmos clásicos con factor de olvido exponencial, el olvido se aplica uniformemente a todos los elementos de la matriz de covarianza \mathbf{P} , la idea básica del olvido direccional es que los datos antiguos se olvidan solo cuando hay nueva información disponible. Es decir, los datos antiguos se descartan en las direcciones donde ingresa la nueva información. Esto se logra mediante la descomposición

de la matriz de información \mathbf{R}_{k-1} a lo largo de la dirección de excitación $\boldsymbol{\varphi}_k$. El algoritmo básico de olvido direccional en forma recursiva es,

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_k &= \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} + \mathbf{P}_k \boldsymbol{\varphi}_k g(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k), \\ \hat{\boldsymbol{e}}_k &= \mathbf{y}_k - \boldsymbol{\varphi}_k^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}, \\ \mathbf{P}_k &= \bar{\mathbf{P}}_{k-1} - \frac{\bar{\mathbf{P}}_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k \boldsymbol{\varphi}_k^T \bar{\mathbf{P}}_{k-1}}{1 + \boldsymbol{\varphi}_k^T \bar{\mathbf{P}}_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k}, \\ \bar{\mathbf{P}}_{k-1} &= \mathbf{P}_{k-1} + \frac{1 - \lambda_k}{\lambda_k} \frac{\boldsymbol{\varphi}_k \boldsymbol{\varphi}_k^T}{\boldsymbol{\varphi}_k^T \mathbf{P}_{k-1}^{-1} \boldsymbol{\varphi}_k}, \|\boldsymbol{\varphi}_k\|^2 > \epsilon, \\ \bar{\mathbf{P}}_{k-1} &= \mathbf{P}_{k-1}, \|\boldsymbol{\varphi}_k\|^2 \leq \epsilon,\end{aligned}\tag{66}$$

donde $\mathbf{P} > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n = \deg\{D\}$, $0 < \lambda \leq 1$ es el factor de olvido y $\epsilon > 0$ es un límite que sirve como condición para apagar la actualización de los parámetros en caso de baja excitación en la planta, es decir, apagar y encender el algoritmo. La convergencia exponencial de los algoritmos RLS se basa en el supuesto de excitación persistente, una forma adecuada de cuantificarla es, a través del valor de la norma del vector de regresión.

Observación 5.4.3 (PRBS dithering). En estimación recursiva se asume que la señal de entrada $u(t)$ está suficientemente excitada, de forma que se obtiene un único conjunto de parámetros estimados. Este requisito se cumple si $u(t)$ está constantemente excitada (*persistently exciting assumption*), es decir, si su espectro contiene un número suficientemente grande de armónicos. O dicho de otra forma, si la señal de entrada excita todos los modos del sistema. Para conseguir esto, a la señal de entrada se le añade una señal PRBS, como muestra la Fig. 56. Esta señal debe contener una frecuencia de reloj acorde con el ancho de banda del sistema y una longitud adecuada. Ver Ljung, 1999.

Nótese que en la tercera ecuación del algoritmo recursivo propuesto (66), aparece la inversa de la matriz de covarianza, con la finalidad de obtener la matriz de información \mathbf{R} , evitando el cálculo de la matriz inversa $\mathbf{P}_{k-1}^{-1} = \mathbf{R}_{k-1}$, ejecutaremos de forma paralela el algoritmo equivalente de actualización de la información para \mathbf{R}_k ,

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_k &= [\mathbf{I} - \mathbf{M}_k] \mathbf{R}_{k-1} + \boldsymbol{\varphi}_k \boldsymbol{\varphi}_k^T, \\ \mathbf{M}_k &= (1 - \lambda_k) \frac{\mathbf{R}_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k \boldsymbol{\varphi}_k^T}{\boldsymbol{\varphi}_k^T \mathbf{R}_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k}, \|\boldsymbol{\varphi}_k\|^2 > \epsilon, \\ \mathbf{M}_k &= 0, \|\boldsymbol{\varphi}_k\|^2 \leq \epsilon.\end{aligned}\tag{67}$$

En Cao y Schwartz, 2000 el factor de olvido permanece constante, con el propósito de mejorar la convergencia rápida y estimaciones estables robustas en una amplia gama de condiciones operativas, se propone que el factor de olvido λ_k debe ser adaptativo, el enfoque lógico es hacer

que el factor de olvido λ varíe en función del error y la cantidad de información almacenada en la matriz de covarianza, por lo tanto, se propone la siguiente ley de adaptación,

$$\begin{aligned}\lambda_k &= \frac{1}{2} \left(n_k + \sqrt{n_k^2 + 4 \xi_k} \right), \\ n_k &= 1 - \xi_k - \rho \hat{e}^2, \\ \xi_k &= \boldsymbol{\varphi}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k,\end{aligned}\tag{68}$$

donde n_k es una función de las sumas ponderadas de cuadrados del error a priori \hat{e} , el factor ξ_k da una medida del contenido de la información, el parámetro de ajuste ρ actúa como una ganancia de adaptación. Para obtener más detalles sobre la derivación de λ_k , consulte Ydstie, 1982. Un enfoque de este tipo se sugirió por primera vez en Fortescue, 1977.

La matriz de Sylvester pierde rango cuando hay factores comunes presentes entre los polinomios A y B. Durante el transitorio de adaptación del control de autoajuste, es imposible garantizar que los parámetros estimados sean tales que no existan factores comunes, incluso si el punto de convergencia final es único. Por lo tanto, la capacidad de seguimiento del algoritmo frente a cambios abruptos en el valor de los parámetros es insuficiente y presenta un gran error en las estimaciones $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k = \boldsymbol{\theta}_k - \hat{\boldsymbol{\theta}}_k$, entonces, el controlador calcula una señal de control errónea, causando que el sistema en lazo cerrado se vuelva inestable.

Para mantener la estabilidad, debemos acotar de alguna manera la actualización de las estimaciones, primera ecuación de (66), por lo tanto, $g(\hat{e}_k)$ debe ser una función limitante, p. ej. la función logística generalizada. En este trabajo, se opta por la función habitual de saturación simétrica, definida como $\text{sat}\{x, \delta\}$ ¹⁰.

Observación 5.4.4. Para una mejor convergencia de los parámetros, las variables medidas del sistema deben normalizarse, mejorando la precisión numérica y minimizando el número de condición de la matriz de covarianza, haciendo el algoritmo menos sensible a errores numéricos. El regresor $\boldsymbol{\varphi}_k$ y la salida medida y_k se normalizaron como en Sripada y Fisher, 1987,

$$\boldsymbol{\varphi}_k^N = \frac{\boldsymbol{\varphi}_k}{N(k)}, y_k^N = \frac{y_k}{N(k)}\tag{69}$$

donde $N(k) = \max\{1, \|\boldsymbol{\varphi}_k\|\}$. Tenga en cuenta que, para una mejor lectura de las ecuaciones del algoritmo (66), se ha omitido el superíndice N.

¹⁰ $\text{sat}\{x, \delta\} = \max\{\min\{x, \delta\}, -\delta\}, \delta > 0$.

5.4.3.1 Simulaciones controlador autosintonizado

Con la finalidad de evaluar el comportamiento alcanzado con el controlador desarrollado en la presente sección, bajo el enfoque de control autosintonizado, representado en la Fig. 56, se desarrollan los siguientes experimentos en simulación numérica. Se utiliza el entorno de programación MatLab®-Simulink®, donde la planta objeto de control, corresponde a las ecuaciones dinámicas en promediado que representan la red de DC con una CPL (48), estas ecuaciones, se resuelven numéricamente mediante integración en tiempo continuo.

La parte del controlador se implementa de forma discreta. El controlador autosintonizado consiste en el identificador de la sección 5.4.3, conectado en serie con el controlador de emplazamiento de polos de la sección 5.4.2. De aquí se obtiene la corriente necesaria para estabilizar el sistema x_{3stb} . En un experimento real, esta señal se utiliza de referencia para la fuente de corriente controlada de la Fig. 26, aquí, se asume que la fuente de corriente controlada realiza su función adecuadamente y se desprecia su dinámica, de modo que, la señal obtenida del controlador se introduce directamente en (48), es decir, se considera $x_3 = x_{3stb}$.

Para la implementación del identificador, necesitamos guardarnos en memoria algunas entradas y salidas anteriores, de forma que $\varphi_k^T = [y_{k-1}, y_{k-2}, u_{k-1}, u_{k-2}, u_{k-3}]$, este vector se normaliza mediante (69) y se introduce en el identificador formado por las ecuaciones (66), (67) y (68), donde $\epsilon = 1$. Para la banda de limitación del error, según nota al pie 10, se selecciona $\delta = 0.1$. La ganancia de adaptación de (68) es $\rho = 1e4$.

El controlador de emplazamiento de polos se implementa de la siguiente forma. Dado el polinomio en z de los polos de lazo cerrado que imponemos por diseño, cuyos coeficientes de mayor a menor potencia son $D = [1, -2.764, 2.547, -0.783, 0, 0]$ y los polinomios A, B del vector de parámetros identificado $\theta_k = [-a_1, -a_2, b_0, b_1, b_2]$, se obtienen los coeficientes de los polinomios E, F resolviendo (64). Este controlador algebraico se resuelve mediante un sistema de ecuaciones homogéneas determinado, que surge del resultante de la matriz de Sylvester, siguiendo los procedimientos descritos en Chen, 2006. Finalmente, utilizamos (62) para obtener la ley de control $u = x_{3stb}$.

Según la Observación 5.4.3, se introduce una señal PRBS periódica, según los siguientes valores de diseño, número de orden $n = 11$, periodo $L = 2^n - 1 = 2047$ muestras. Se escoge un tiempo mínimo entre cambios, de forma que el ancho de banda no viole el teorema de muestreo de Nyquist-Shannon, $\Delta t = 2 * h$, para un periodo de muestreo $h = 25 \mu s$, el rango de la señal se establece en $[-1, 1] \times 1e^{-1}$. Hay que puntualizar que la amplitud de la señal PRBS, debe ser lo suficientemente grande para excitar adecuadamente el sistema, pero si es demasiado grande, induce oscilaciones e inestabilidad, ya que se introduce como una perturbación

de entrada, por lo que se debe sintonizar este valor, de forma experimental.

Como condiciones iniciales; se introduce la matriz de covarianza $P_0 = 1e^3 \times I_5$, el vector de parámetros inicial

$$\theta_0 = [1.8768, -0.9118, -0.9940, 1.9001, -0.9061],$$

que corresponde a la Tf (50) para $\bar{P} = 0$ y los valores de la Tabla 7. Como al inicio el identificador no posee todavía información del sistema, se selecciona un factor de olvido inicial, suficientemente agresivo $\lambda_0 = 0.95$. Se diseña una secuencia inicial de arranque del sistema, de forma que el identificador tenga tiempo de ofrecer unos parámetros suficientemente cercanos al sistema lineal y después, se inicia el controlador de emplazamiento de polos, con $P = 0$.

Una vez alcanzado el estado estacionario, se introducen dos escalones de potencia de la CPL, seleccionados para comprobar la estabilidad del sistema en el peor caso, según se discute en la Observación 5.3.4, el primer escalón en $t = 3$ s compromete la estabilidad de forma local y el segundo en $t = 5$ s, de forma global. Estos experimentos están diseñados para comprobar que se cumple el objetivo principal, comentado según la Observación 5.3.6.

Para evaluar el comportamiento del controlador diseñado, en estos resultados numéricos, se muestra el comportamiento de las señales de la red x_1, x_2 , con el objetivo de comprobar que en estado estacionario, el sistema vuelve al equilibrio de interés. También se muestra el comportamiento de las variables de entrada y salida, del sistema de control x_3, i_{C_1} , respectivamente.

Para cada una de las simulaciones, se añade otra gráfica, que compara el valor de los parámetros identificados a_1, a_2, b_0, b_1, b_2 , con los parámetros obtenidos de la aproximación lineal (50), para cada uno de los valores de $\bar{P}(t)$, es decir, los parámetros de la planta linealizada en cada instante. De esta forma podemos evaluar el desempeño del estimador ante cambios bruscos de P .

5.4.3.2 Simulación 1: estabilidad local controlador autosintonizado

En la Fig. 57 se muestra el resultado de la simulación numérica destinada a evaluar la estabilidad local, para lo cual, se introduce una perturbación escalón de potencia de la CPL, desde un valor de $P = 250 \text{ W} \approx P_{\text{stb}}$, pero $P < P_{\text{stb}}$ y llegando hasta un valor $P_{\text{stb}} < P \leq P^{\exists}$, donde el sistema en lazo cerrado tenga un comportamiento estable, de forma que evaluaremos hasta que valor máximo de P se extiende el rango de estabilidad local con el controlador en lazo cerrado, para compararlo con el valor alcanzado en lazo abierto.

En la Fig. 57 se muestra el resultado de la primera simulación, en primer lugar, se realiza una secuencia de arranque adecuada, para que el

sistema en lazo cerrado, alcance el equilibrio correspondiente a $\bar{P} = 250$ W, posteriormente, en $t = 3$ s, se introduce un escalón de potencia muy cercano al límite de existencia de los equilibrios $P = 450$ W. En la figura, se muestran cuatro gráficas, de arriba a abajo tenemos;

la curva de la corriente proporcionada por la red de DC, x_1 , junto al valor correspondiente en el equilibrio de interés \bar{x}_1 , La segunda gráfica muestra la evolución temporal de x_2 , comparándola con su valor en el equilibrio de interés \bar{x}_2 , la tercera gráfica muestra la corriente calculada por el controlador, necesaria para estabilizar el sistema x_3 , comparada con la referencia deseada en el equilibrio $x_{3ref} = 0$, esta referencia es nula, pues no se han incluido en la simulación, las ecuaciones del boost (48). En la cuarta gráfica se muestra la variable controlada i_{C1} y la referencia $i_{C1ref} = 0$.

El resultado más importante demostrado en la simulación, es que el controlador autosintonizado diseñado, consigue extender el rango de estabilidad del sistema (19), prácticamente en todo el rango de existencia de los equilibrios, pues el sistema en lazo cerrado es estable, incluso para valores muy cercanos a P^{\exists} . Observando las curvas de x_1, x_2 , podemos constatar que tras el transitorio, el sistema vuelve al equilibrio de interés de forma estable. De la tercera gráfica, se comprueba el rápido seguimiento de la corriente x_3 , respecto a su referencia, llegando al estado estacionario en aproximadamente 1.5ms. Respecto a la variable controlada, el tiempo de alcance del estado estacionario, es menor, alrededor de 2.5 μ s.

Respecto al comportamiento local del identificador mostrado en la Fig. 58, podemos constatar que los parámetros alcanzan la convergencia satisfactoriamente con los valores esperados. De forma global, podemos estimar un tiempo de convergencia de 10 ms aproximadamente. También se aprecia que durante el transitorio inicial, aproximadamente 2 ms, el identificador, carece de convergencia, además presenta una sobreoscilación en los parámetros identificados entre un 20 % y hasta un 30 %. Esta sobreoscilación, es mínima, gracias a la saturación introducida en el error a priori, según la nota al p e 10. Se han realizado experimentos, sin esta función de saturación y el sistema es inestable, pues durante el transitorio, los parámetros presentan sobreoscilaciones que superan en 3000 % el valor nominal.

5.4.3.3 Simulación 2: estabilidad global controlador autosintonizado

Para esta prueba, buscamos someter el sistema a un escalón de potencia que abarque casi por completo, todo el rango de valores de P , para los cuales existen equilibrios. por lo tanto, se inicia el sistema de forma que alcance las condiciones del equilibrio para $\bar{P} = 10$ W y en $t = 5$ s se introduce un escalón de potencia $\bar{P} = 450$ W. El modelo de simulación y los valores de los parámetros son idénticos a la simulación anterior.

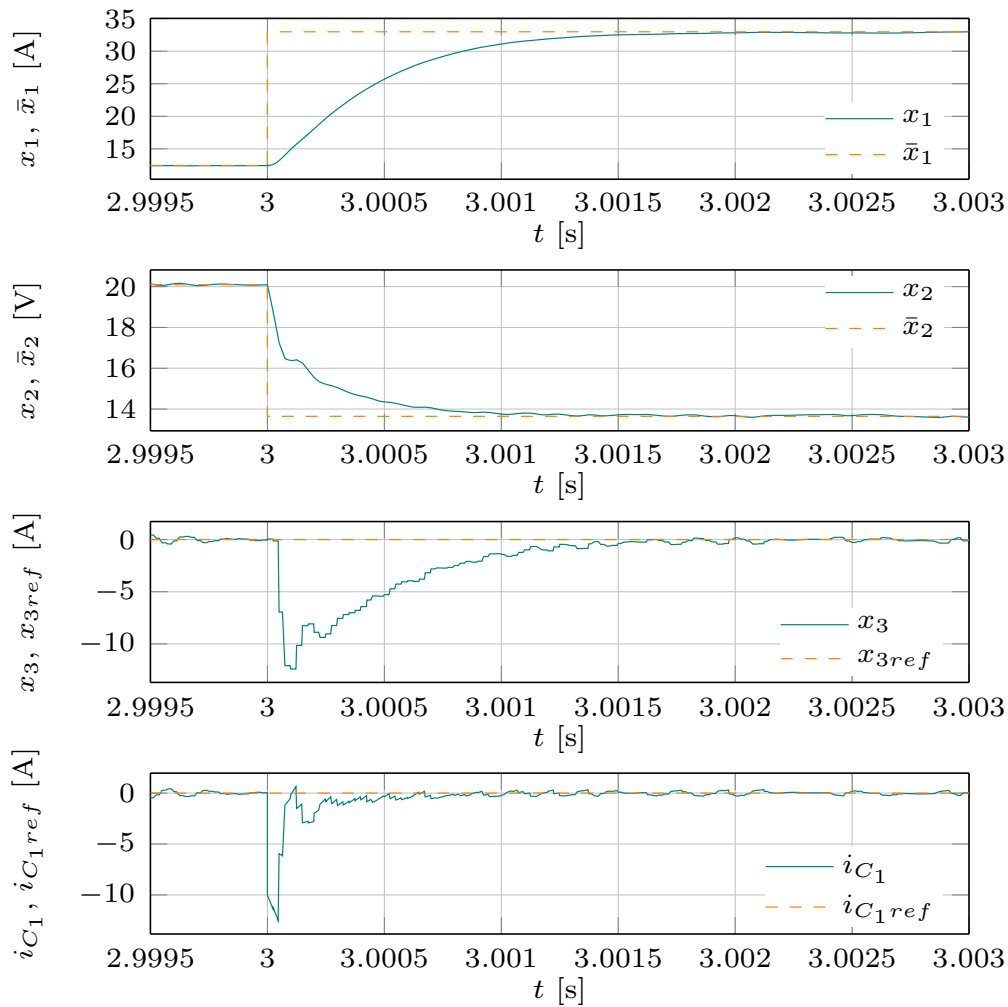


Figura 57: Comportamiento en lazo cerrado para el sistema de control auto-sintonizado, ante un escalón de potencia desde $P = 250$ W, hasta $P = 450$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad local.

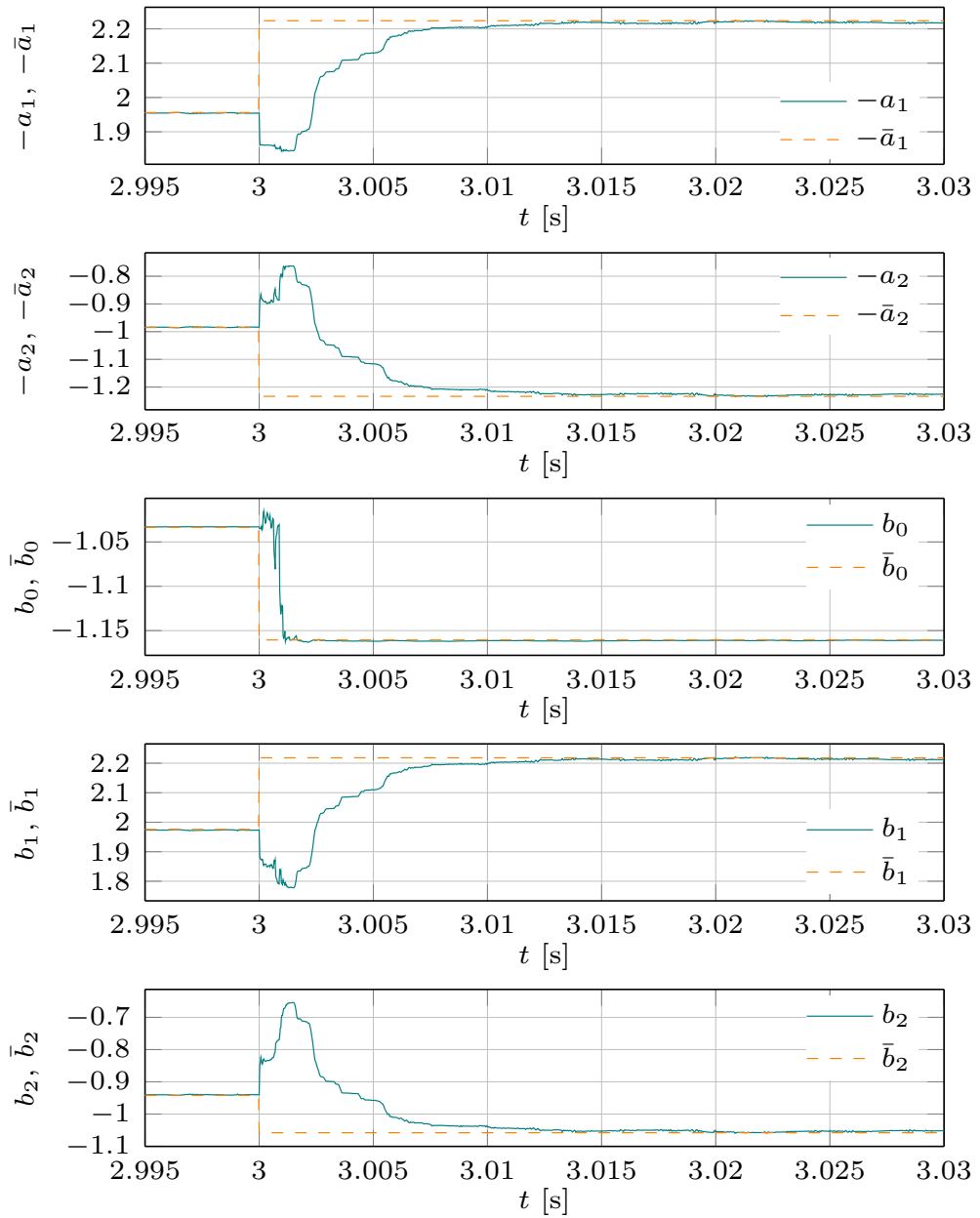


Figura 58: Comportamiento en lazo cerrado del identificador RLS de olvido direccional adaptativo propuesto, ante un escalón de potencia desde $P = 250$ W, hasta $P = 450$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad local.

La Fig. 60 muestra el resultado de la simulación. Las señales y escala de tiempo es la misma que para la simulación anterior. El resultado principal de este experimento, es que el controlador diseñado consigue estabilizar de forma global el sistema, pues incluso para condiciones iniciales muy alejadas del equilibrio definido para $P = 450$ W, el comportamiento es estable. El resultado es muy parecido a la simulación realizada para comprobar la estabilidad de forma local, con la diferencia que la excursión de las señales es mayor. Podemos concluir afirmando que el controlador diseñado mediante el método de control autosintonizado, consigue extender la estabilidad a casi todo el rango de existencia de los equilibrios, de forma local y de forma global, y decimos casi, pues se consigue que el 99,12% del rango de existencia sea estable.

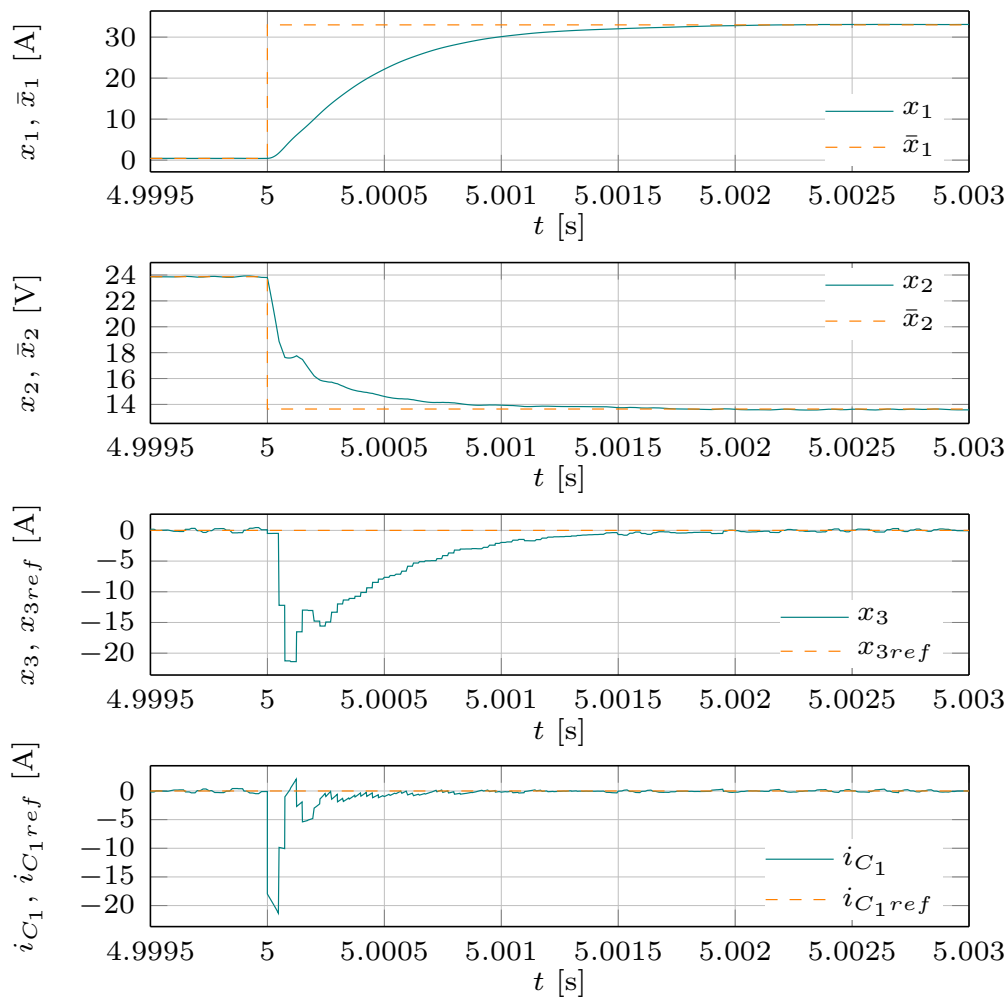


Figura 59: Comportamiento en lazo cerrado para el sistema de control autosintonizado, ante un escalón de potencia desde $P = 10$ W, hasta $P = 450$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad global.

Respecto al comportamiento global del identificador mostrado en la Fig. 60, se aprecia que durante los primeros 2 ms, el identificador no

consigue una convergencia efectiva de los parámetros. Además, estos presentan una sobreoscilación de hasta el 500 %, incluso con la limitación del error. Es decir, el cálculo de la acción de control, se ha llevado a cabo, con un vector de parámetros erróneo. Casualmente, el sistema es estable, pero no podemos asegurar que suceda lo mismo, si añadimos la dinámica de la fuente de corriente diseñada en la sección 5.3.1. Es conocido que los algoritmos de identificación RLS no son adecuados para parámetros que cambian bruscamente, no es conveniente su utilización para controlar variables con dinámica tan rápida (corrientes), quizás para regular un voltaje, pueden identificar satisfactoriamente los parámetros.

5.5 ESTABILIZACIÓN MEDIANTE CONTROL NO LINEAL

Para el cumplimiento de los objetivos propuestos en la sección 5.1.3, basado en la teoría de control de sistemas no lineales, se propone un control de estabilización del circuito de la Fig. 25.

En una primera etapa, asumiendo que se dispone de la medida del vector de estados y que el parámetro constante P es conocido, se propone un controlador de linealización de entrada-salida de información completa Isidori, 2013 que estabiliza de forma exponencial el equilibrio de interés. En una segunda etapa, esta ley de control se amplía con un observador para x_1 y un estimador en línea para la perturbación de potencia P , resultando en un diseño de control salida-estado adaptativo.

5.5.1 Diseño del controlador de linealización de entrada-salida de información completa

Siguiendo los pasos establecidos en Machado y col., 2018, se define el espacio de estados del sistema (25) como el conjunto

$$\mathcal{X} := \left\{ x \in \mathbb{R}^4 : x_2 > 0, x_4 > 0 \right\}. \quad (70)$$

Para futuras referencias se reformula el sistema (25) en forma estándar afín para las entradas, $\dot{x} = f(x) + g(x)u$, definiendo

$$f(x) := \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{L_1}x_1 - \frac{x_2}{L_1} + \frac{E}{L_1} \\ \frac{x_1}{C_1} - \frac{P}{C_1 x_2} - \frac{x_3}{C_1} \\ -\frac{r_2}{L_2}x_3 + \frac{x_2}{L_2} \\ -\frac{1}{r_3} \frac{x_4}{C_2} \end{bmatrix}, \quad g(x) := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{x_4}{L_2} \\ \frac{x_3}{C_2} \end{bmatrix}, \quad (71)$$

donde las i -filas se denotan como f_i ó g_i , respectivamente. Un par ordenado $(\bar{x}, \bar{u}) \in \mathcal{X} \times (0, 1)$ es un equilibrio de (25) *si* pertenece al conjunto definido por

$$\mathcal{E} := \{(\bar{x}, \bar{u}) \in \mathcal{X} \times \mathbb{R} : f(\bar{x}) + g(\bar{x})\bar{u} = 0\}, \quad (72)$$

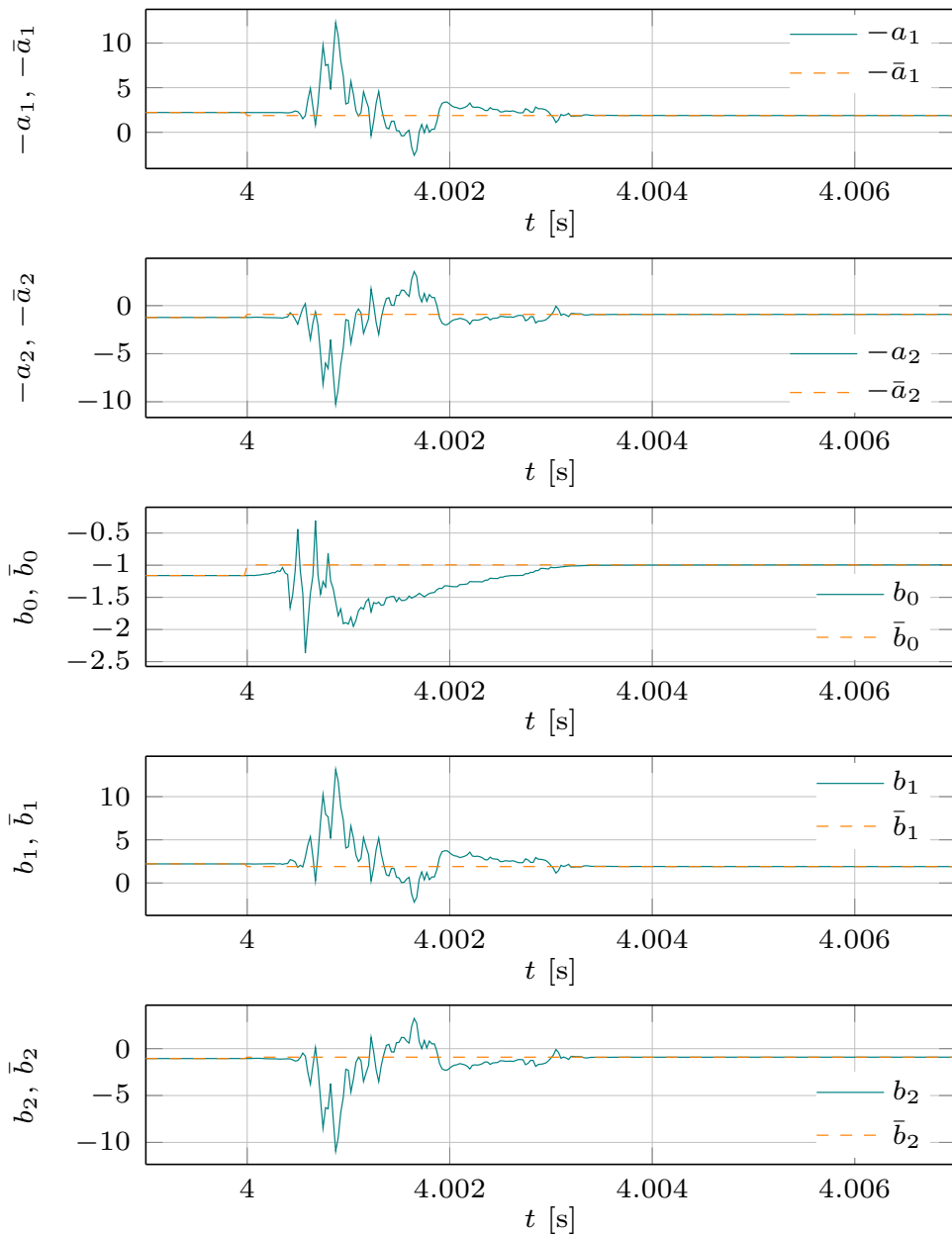


Figura 60: Comportamiento en lazo cerrado del identificador RLS de olvido direccional adaptativo propuesto, ante un escalón de potencia desde $P = 10$ W, hasta $P = 450$ W, con el objetivo de evaluar la estabilidad global.

donde f y g se definen en (71).

En una primera fase de diseño, en Machado y col., 2018, se asume que x_2 es constante a trozos, por lo que los equilibrios $(\bar{x}, \bar{u}) \in \mathcal{E}$ se parametrizan en función de \bar{x}_2 y no en términos de \bar{u} , tal y como se hizo en (26)

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{E - \bar{x}_2}{r_1}, \\ \bar{x}_3 &= -\frac{Pr_1 - E\bar{x}_2 + \bar{x}_2^2}{r_1\bar{x}_2}, \\ \bar{x}_4 &= \frac{1}{r_1\bar{x}_2} \sqrt{r_3\kappa_1(\bar{x}_2, P)\kappa_2(\bar{x}_2, P)},\end{aligned}\tag{73}$$

donde

$$\kappa_1(\bar{x}_2, P) := -[Pr_1 + \bar{x}_2(-E + \bar{x}_2)],\tag{74}$$

$$\kappa_2(\bar{x}_2, P) := Pr_1r_2 + \bar{x}_2[-Er_2 + (r_1 + r_2)\bar{x}_2].\tag{75}$$

En adelante se propone una ley de control de realimentación de estados estática, que asegura la estabilidad asintótica del equilibrio de interés (26). se asume que $P \geq 0$ es conocida y se fija $\bar{u} \in (0, 1)$ de forma que se cumpla (27).

Siguiendo la metodología presentada en Cisneros, Mancilla-David y Ortega, 2013, Section IV, se propone el siguiente cambio de variable

$$w = x_4u,\tag{76}$$

que permite reformular el sistema (25), como la conexión en cascada de dos sistemas mostrada en la Fig. 61, donde

$$\Sigma_{13} : \begin{cases} L_1\dot{x}_1 &= -r_1x_1 - x_2 + E \\ C_1\dot{x}_2 &= x_1 - \frac{P}{x_2} - x_3 \\ L_2\dot{x}_3 &= -r_2x_3 + x_2 - w, \end{cases}\tag{77}$$

y

$$\Sigma_4 : C_2\dot{x}_4 = -\left(\frac{1}{r_3}\right)x_4 + \frac{1}{x_4}x_3w.\tag{78}$$

En la siguiente proposición se propone una ley de control que asegura la regulación del voltaje y la estabilidad exponencial de un punto de equilibrio de Σ_{13} .

Proposición 5.5.1. *Fíjese constante el voltaje deseado $\bar{x}_2 > 0$. Considérese el sistema (77) en lazo cerrado con la siguiente ley estática de realimentación de estados*

$$\begin{aligned}w(x_1, x_2, x_3, P) &= -L_2C_1 [\beta(x_2 - \bar{x}_2) + \alpha f_2(x_1, x_2, x_3)] \\ &+ x_2 - r_2x_3 - L_2 \left[f_1(x_1, x_2) + \frac{P}{x_2} f_2(x_1, x_2, x_3) \right],\end{aligned}\tag{79}$$

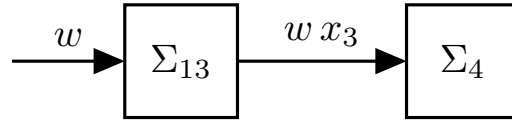


Figura 61: Diagrama de bloques que representa la conexión en cascada de los sistemas (77) y (78).

donde $\alpha > 0$ y $\beta > 0$ son parámetros de diseño, y las relaciones f_i se definen en (71).

Entonces el error de voltaje de salida

$$y := x_2 - \bar{x}_2. \quad (80)$$

verifica

$$\ddot{y} + \alpha \dot{y} + \beta y = 0, \quad (81)$$

asegurando $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$ (exp.) Además, el punto de equilibrio $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ definido en (73) es exponencialmente estable.

Demostración. Véase el Apéndice A.1. □

La siguiente proposición establece la estabilidad del sistema completo.

Proposición 5.5.2. *Fíjese constante el voltaje deseado $\bar{x}_2 > 0$. Considérese el sistema formado por (77), (78) en lazo cerrado con la realimentación de estados estática (79). Asíumase que las condiciones iniciales del sistema están suficientemente próximas al equilibrio \bar{x} definido en (73). Entonces, $x_4(t) > 0$, para todo $t \geq 0$ y $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x}$ (exp.).*

Demostración. Véase el Apéndice A.2. □

Siguiendo la aplicación directa de las Proposiciones 5.5.1 y 5.5.2, a continuación, se presenta el controlador de linealización de entrada-salida de información completa para la dinámica (25) del sistema completo

Corolario 5.5.1. *Considérese el sistema (25) en lazo cerrado con la ley de control estática por realimentación de estados*

$$u = \frac{1}{x_4} w(x_1, x_2, x_3, P), \quad (82)$$

donde w se define en (79). Entonces, $\bar{x} \in \mathcal{E}$ es un punto de equilibrio exponencialmente estable de forma local, del sistema en lazo cerrado

5.5.2 Estabilización mediante realimentación de salida con desconocimiento de la potencia consumida por la CPL

A continuación se propone una versión adaptativa por realimentación de salida del controlador (82) añadiendo un observador para x_1 y un estimador *on-line* para P , asumiendo que x_1 no se puede medir y la potencia consumida por la CPL es desconocida.

Proposición 5.5.3. *Considérese el problema bajo estudio inicial (19) donde se asume que $x_2 > 0$ y pertenece al intervalo $[x_2^{\min}, x_2^{\max}]$. Se define el siguiente observador adaptativo*

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= \frac{E}{L_1} - \frac{x_2}{L_1} - \frac{r_1}{L_1} \hat{x}_1 + k_1 \hat{P} - k_1 x_2 \hat{x}_1 + k_1 x_2 x_3, \\ \dot{q}_2 &= -k_2 \hat{P} + k_2 x_2 \hat{x}_1 - k_2 x_2 x_3, \\ \hat{x}_1 &= q_1 + \frac{1}{2} k_1 C_1 x_2^2, \\ \hat{P} &= q_2 - \frac{1}{2} k_2 C_1 x_2^2, \end{aligned} \quad (83)$$

donde k_1 y k_2 son tales que

$$\begin{aligned} 0 < k_1 < 8 \frac{k_2 (x_2^{\min} + x_2^{\max})}{(x_2^{\max} - x_2^{\min})^2}, \\ 0 < k_2. \end{aligned} \quad (84)$$

Entonces

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{x}_1(t) - x_1(t)| &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{P}(t) &= P, \end{aligned} \quad (85)$$

de forma exponencial.

Demostración. Véase el Apéndice A.3. □

Observación 5.5.1. El diseño del observador adaptativo de la ecuación (83) sigue la metodología del I&I. La teoría de esta técnica, los resultados matemáticos que lo definen, así como, las aplicaciones prácticas al control adaptativo en sistemas eléctricos, incluyendo los convertidores DC-DC de tipo *boost* y *Ćuk*, se presentan en Ch. 1.3.5, Ch. 5 y Ch. 8 de Astolfi, Karagiannis y Ortega, 2007, respectivamente.

A continuación se establece la estabilidad del sistema (25) con la versión adaptativa de la ley de control (82)

Proposición 5.5.4. *Sea k_1 y k_2 tal que (84) se cumple. Fíjese \bar{u} y calcúlese \bar{x} a partir de (26). Defínase la siguiente ley de control adaptativa mediante realimentación de salida*

$$u = \frac{1}{x_4} w(\hat{x}_1, x_2, x_3, \hat{P}), \quad (86)$$

donde w es definida en (79), y \hat{x}_1, \hat{P} son generadas por el observador adaptativo (27). Entonces, $(x, \hat{x}_1, \hat{P}) = (\bar{x}, \bar{x}_1, P)$ es un punto de equilibrio del sistema completo asintóticamente estable.

Demostración. En apéndice A.4. □

Observación 5.5.2. Una extensión fundamental con respecto a la investigación realizada en Machado y col., 2018 es el uso de una ley de control adaptativa basada en un observador, esto posibilita la implementación real en el problema a resolver, ya que solo se requiere la medida de x_2 y x_3 que son accesibles a través del PCC.

Observación 5.5.3. Para el cálculo de la ley de control adaptativa en 5.5.4, se requiere conocer a priori \bar{x}_2 , y esta a su vez depende de P , que se asume desconocida, ver (26). En los resultados experimentales presentados en la Sección 7.4, el valor de \bar{x}_2 se calcula, de forma discreta en el tiempo, a partir de la estimación de P dada por \hat{P} . Esto es una práctica habitual en control jerárquico y supervisor en microredes de AC y DC, por ejemplo, Guerrero y col., 2011.

5.5.3 Simulaciones numéricas control no lineal

En esta sección se presentan dos simulaciones para ilustrar las prestaciones del controlador propuesto. Para las simulaciones del sistema (25), se seleccionan los valores de la Tabla 6, los cuales, representan un caso desfavorable respecto a la estabilidad del sistema de estudio, caso *b*) comentado en la Proposición 5.1.1. Los parámetros de diseño seleccionados, para el control adaptativo de realimentación de salida (79), (83), (86), se seleccionan tal que

$$\alpha = 3 \times 10^4, \quad \beta = \frac{\alpha^2}{4}, \quad k_1 = 10, \quad k_2 = 10^4. \quad (87)$$

En las simulaciones se utiliza una función de saturación para limitar la señal de control en el intervalo $u \in (0, 1)$.

Tabla 6: Parámetros para el circuito de la Fig. 25.

$r_1 = 0.3 \Omega$	$L_1 = 85.0 \mu\text{H}$	$C_1 = 200 \mu\text{F}$	$E = 24.0 \text{ V}$
$r_2 = 5 \text{ m}\Omega$	$L_2 = 100 \mu\text{H}$	$C_2 = 1.0 \text{ mF}$	$r_3 = 1 \text{ k}\Omega$

5.5.3.1 Simulación 1: controlador adaptativo

Se fija $\bar{u} = 0.5$ y se calcula el punto de equilibrio a estabilizar \bar{x} mediante (26) para $P = 0^{11}$. Se toman las condiciones iniciales para este punto de

¹¹ Fijando $\bar{u} = 0.5$, de la Proposición 5.2.1, se obtiene que $\max\{\mathcal{P}_L\} = 2.29 \text{ W}$, cuando $P = 0$. El valor máximo de potencia para la cual existen equilibrios del sistema se

equilibrio. En $t = 3$ s, se introduce una perturbación de potencia consumida por la CPL en forma de escalón, desde $P = 0$ W hasta $P = 479$ W, esto cambia el punto de equilibrio a estabilizar. Adicionalmente, en $t = 6$ s, se reduce la potencia en la CPL hasta 0 W, volviendo al equilibrio inicial. Resaltar que $P = 479$ W verifica la condición necesaria y suficiente para la existencia de equilibrios (véase la ecuación (27)). Además, se encuentra muy por encima del límite de estabilidad del circuito en lazo abierto, dado en la Proposición 5.1.1, para el caso que nos ocupa, caso *b*), substituyendo los valores de la tabla 6 en (23),

$$P_{\text{stb}} = 276.9 \text{ W.}$$

Por lo tanto, sin el controlador, el equilibrio para $P = 479$ W es inestable.

En la Fig. 62 se muestra la evolución temporal para cada componente del vector de estados \mathbf{x} comparada con sus valores en el equilibrio $\bar{\mathbf{x}}$, se detalla esta simulación con la Fig. 63 que muestra un zoom del segundo transitorio en $t = 6$ s. Se elige este transitorio porque compromete en mayor medida la estabilidad, se puede comprobar en la Fig. 64 que el esfuerzo de control es mayor, saturando en ambos límites superior e inferior. Así como, es mayor la potencia disipada en el dispositivo \mathcal{P}_L necesaria para estabilizar el sistema, aún así, el sistema permanece estable.

Se comprueba claramente en estas gráficas que el controlador consigue una rápida convergencia a los valores del nuevo equilibrio. Respecto a la variable de control u , en las Figs. 64 y 65 se distingue que la señal se mantiene dentro de los límites admisibles, salvo en los transitorios, donde entra en juego la función de saturación. La Fig. 64 también muestra los valores estimados de \hat{x}_1 y \hat{P} respecto a los valores reales x_1 y P , respectivamente. También se aprecia una rápida convergencia. Además, en la Fig. 65 correspondiente al detalle del segundo transitorio, se muestra como, tanto el error del observador de estado $\tilde{x}_1 := \hat{x}_1 - x_1$, como el error de estimación $\tilde{P} := \hat{P} - P$, convergen a cero en pocos microsegundos, también se muestra que la potencia del *shunt damper* se mantiene bajo mínimos, excepto en un pequeño instante de tiempo, donde efectúa su función estabilizadora.

5.5.3.2 Simulación 2: comportamiento del observador-estimador diseñado

Esta simulación complementa los resultados numéricos, mostrando en detalle las prestaciones del observador-estimador adaptativo diseñado en 5.5.3. La simulación comienza en condiciones iniciales, definidas por $\mathbf{x}(0) = \bar{\mathbf{x}}|_{P=10}$, después, en $t = 1$ s, se introduce un incremento de potencia desde $P = 10$ W hasta $P = 300$ W. En la Fig. 66, se muestra el excelente

obtiene de la desigualdad (27), aproximadamente 479.82 W. Estos valores representan, respectivamente, el 0.47% y 99.96% de la potencia máxima para la cual la red, sin el *shunt damper*, admite un equilibrio, ver expresión (21).

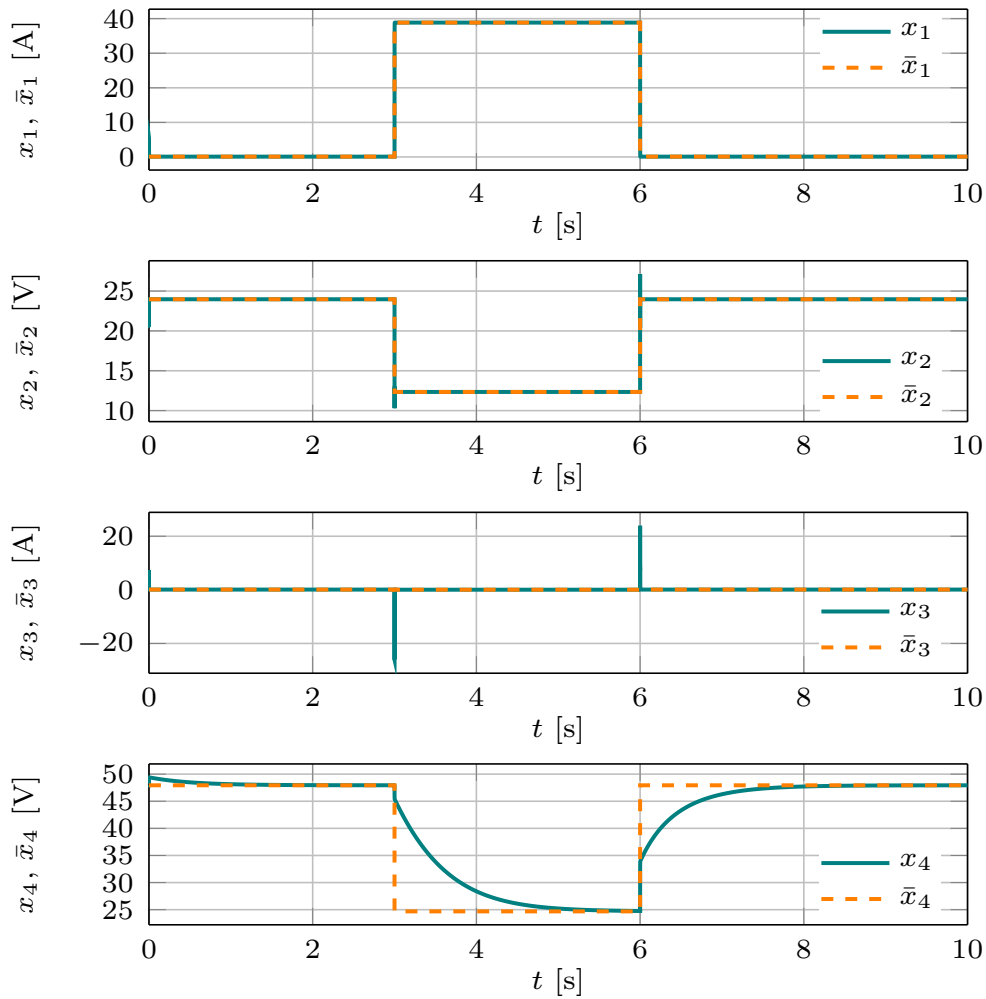


Figura 62: Resultado de la simulación 1, para el vector de estados x (trazos sólidos), comparándolo con sus respectivos valores de referencia \bar{x} (trazos discontinuos).

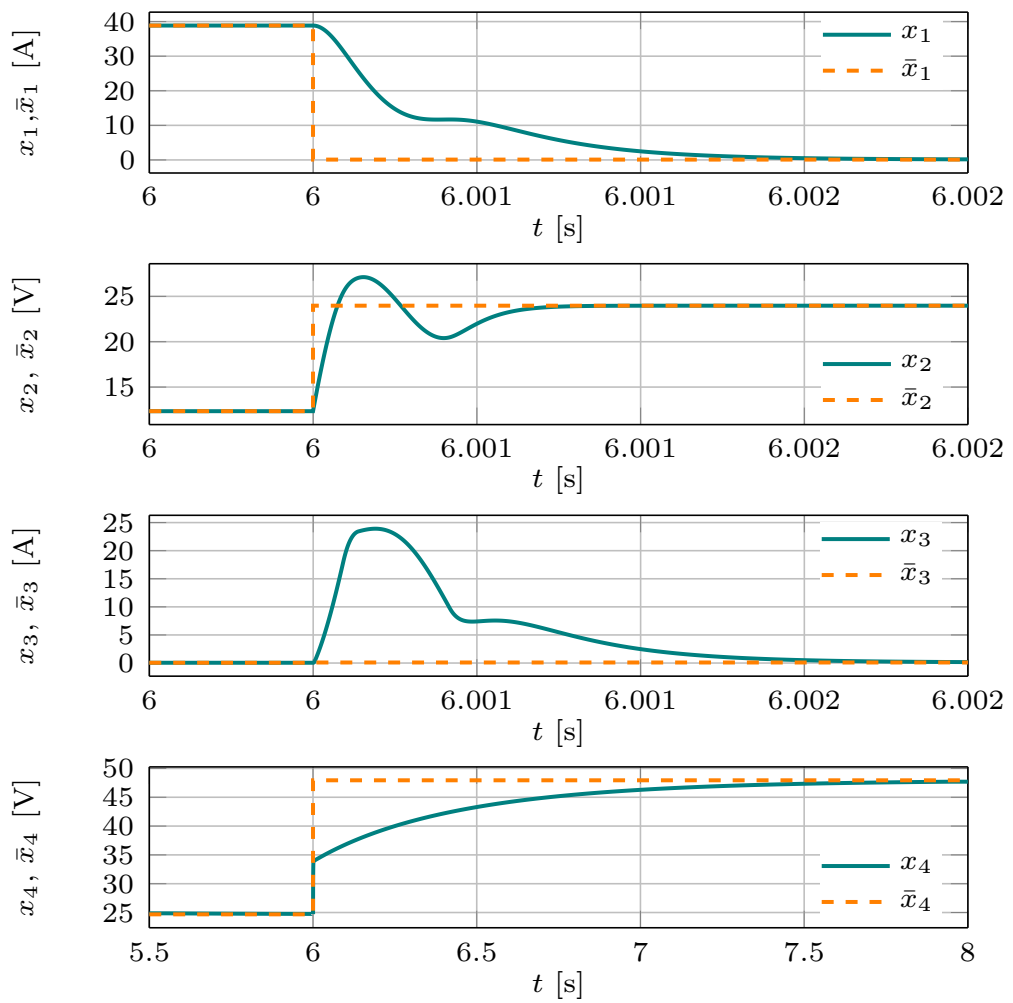


Figura 63: Zoom alrededor del segundo transitorio de la Fig. 62.

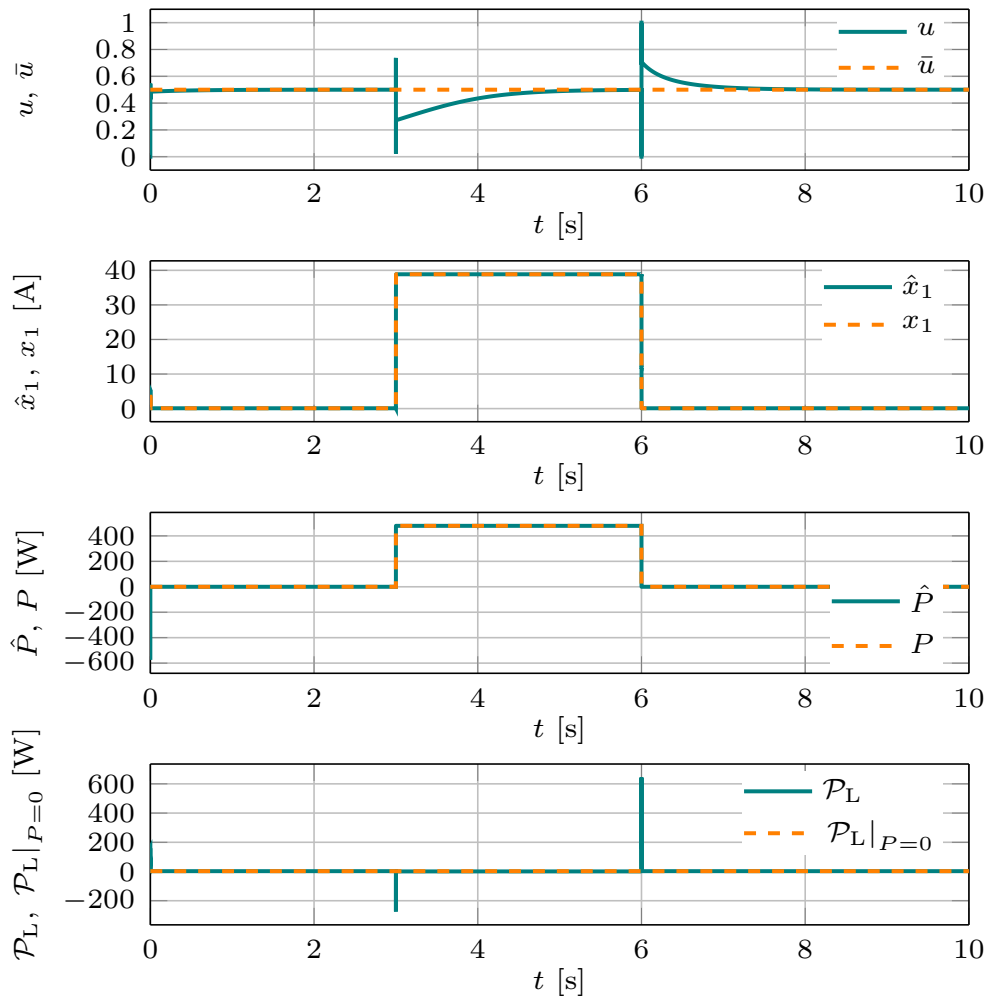


Figura 64: Resultado de la simulación 1 para; la señal de control u , la corriente estimada \hat{x}_1 , la potencia estimada en la carga \hat{P} y la potencia consumida por el *shunt damper* \mathcal{P}_L (trazos sólidos), comparado con sus respectivos valores de referencia (trazos discontinuos).

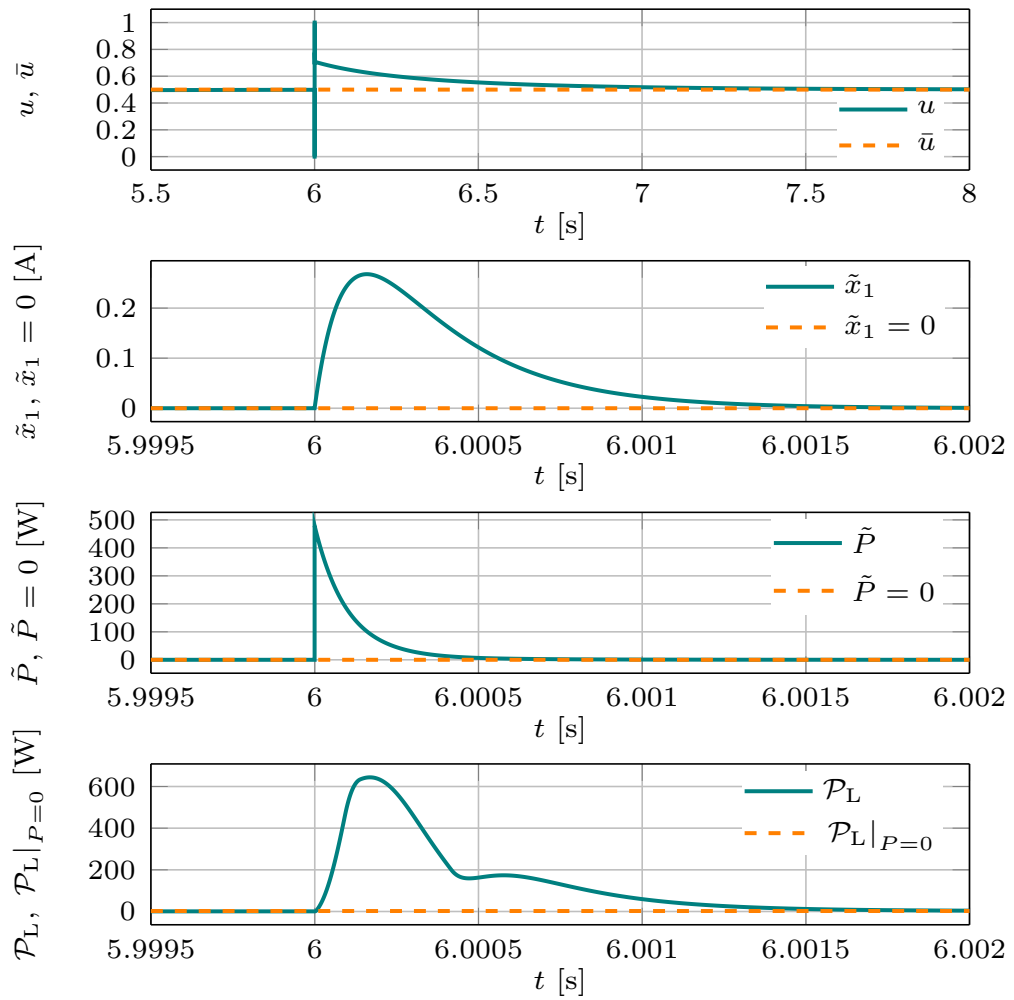


Figura 65: Zoom alrededor del segundo transitorio de la Fig. 64.

desempeño del observador de estado (primera gráfica) y el seguimiento de referencia ligeramente más lento del estimador de potencia (segunda gráfica). En aras de cuantificar las prestaciones del diseño, también se muestra el error de observación \tilde{x}_1 y el error de estimación \tilde{P} . El error de observación \tilde{x}_1 es despreciable si lo comparamos con su valor nominal $\tilde{x}_1|_{P=300} = 19.32$ A. Si bien, el error \tilde{P} es significativo respecto a su valor nominal en algún instante, podemos observar que converge a cero rápidamente.

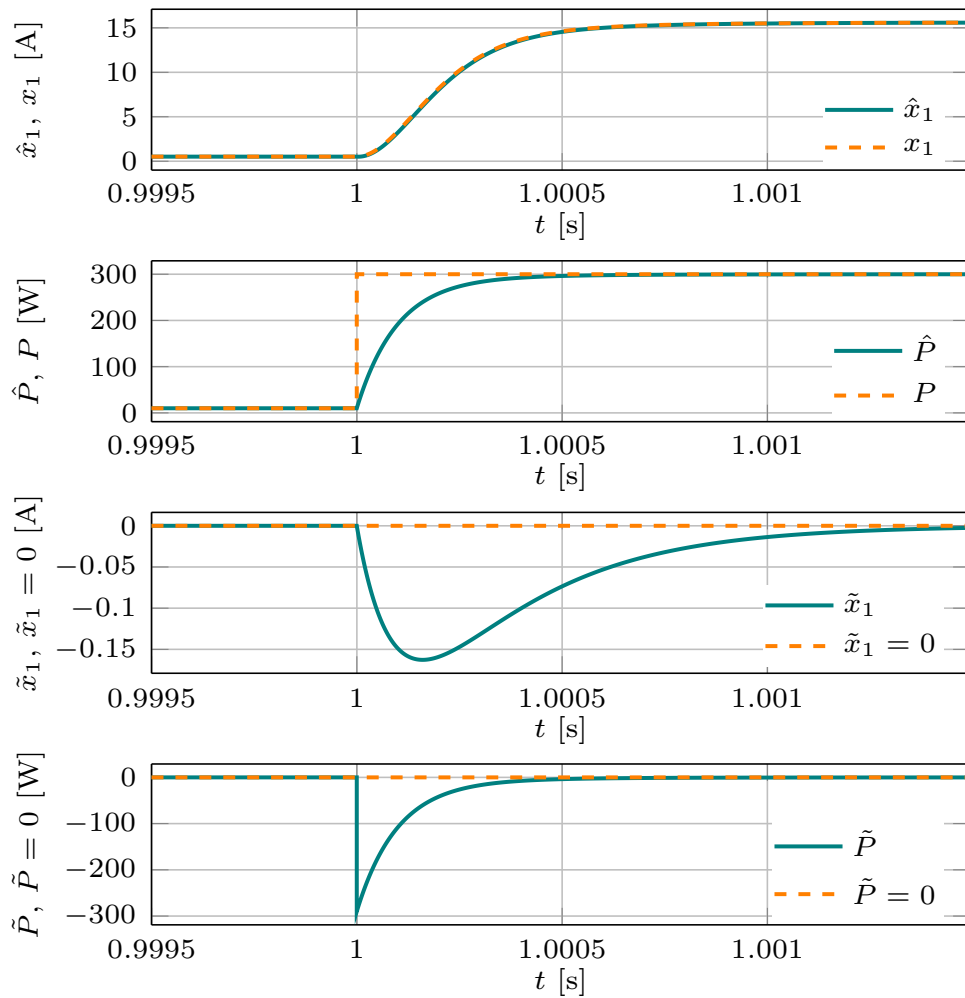


Figura 66: Resultado de la simulación 2, valor observado de \hat{x}_1 comparado con el valor real x_1 , valor estimado de \hat{P} comparado con el valor real P , primera y segunda gráfica respectivamente. En las dos últimas gráficas, se muestra el error de observación \tilde{x}_1 y el error de estimación \tilde{P} , respectivamente.

Parte IV

DISEÑO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

En el siguiente bloque, se especifican los criterios de diseño y configuración de todo el conjunto necesario para realizar los resultados experimentales, compuesto principalmente por; una red de DC a pequeña escala, una CPL y el dispositivo estabilizador diseñado.

En segundo lugar, se muestran los resultados experimentales, realizados con la finalidad de comprobar el cumplimiento de objetivos de la tesis. Para ello, inicialmente se caracteriza el comportamiento de la planta experimental sin el *shunt damper*, estableciendo el valor máximo de potencia consumida por la CPL que es capaz de soportar la red de DC de forma estable. Estos resultados, se comparan con la misma red conectada en lazo cerrado con el dispositivo estabilizador *shunt damper*, controlado bajo diferentes leyes de control diseñadas en la parte III. Concretamente, para el controlador lineal *mixed-sensitivity* H_∞ y para el controlador no lineal de información completa adaptativo.

Por último, se presentan las conclusiones y las futuras vías de investigación.

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE LA PLANTA EXPERIMENTAL

6.1 PLANTA EXPERIMENTAL

Con el objetivo de comprobar la realización práctica de las técnicas de control y estabilidad desarrolladas en esta tesis, se ha diseñado y construido una planta experimental de acuerdo al esquema mostrado en la Fig. 25. La planta experimental propuesta emula una red eléctrica de DC a pequeña escala (DCmg) que alimenta a una CPL. Para asegurar la estabilidad, a este sistema eléctrico, se conecta en paralelo el dispositivo estabilizador *shunt damper* propuesto, mediante el cual, se aplicarán las técnicas de estabilización y control desarrolladas en el Capítulo 5.

La red eléctrica de DC a pequeña escala está compuesta por; una fuente de voltaje controlada Delta Elektronika SM-52-AR-60 y los elementos pasivos del circuito RLC (r_1 , L_1 y C_1) correspondientes a la Tabla. 7. Esta red eléctrica alimenta una CPL diseñada y construida *ad hoc* cuyas características se detallan en la Sección 6.2. El diseño y características del *shunt damper* se detallan en la Sección 6.3. En la Fig. 67 se muestra una imagen de la planta experimental.

Tabla 7: Parámetros de la planta experimental, correspondientes a la Fig. 67.

$r_1 = 0.314 \Omega$	$L_1 = 85.0 \mu\text{H}$	$C_1 = 200 \mu\text{F}$	$E = 24.0 \text{ V}$
$r_2 = 23 \text{ m}\Omega$	$L_2 = 100 \mu\text{H}$	$C_2 = 1.0 \text{ mF}$	$r_3 = 1 \text{ k}\Omega$

6.2 CARGA DE POTENCIA CONSTANTE

Obtener un dispositivo que aproxime el comportamiento algebraico de la CPL no es una cuestión trivial. En un principio se realizaron pruebas con algunas cargas programables de laboratorio, funcionando en modo de potencia constante, pero el ancho de banda de su respuesta, no era lo suficientemente amplio para aproximar el comportamiento inestable de las CPL. Por consiguiente, se ha diseñado y construido un dispositivo cuyo comportamiento como carga a potencia constante, tiene un ancho

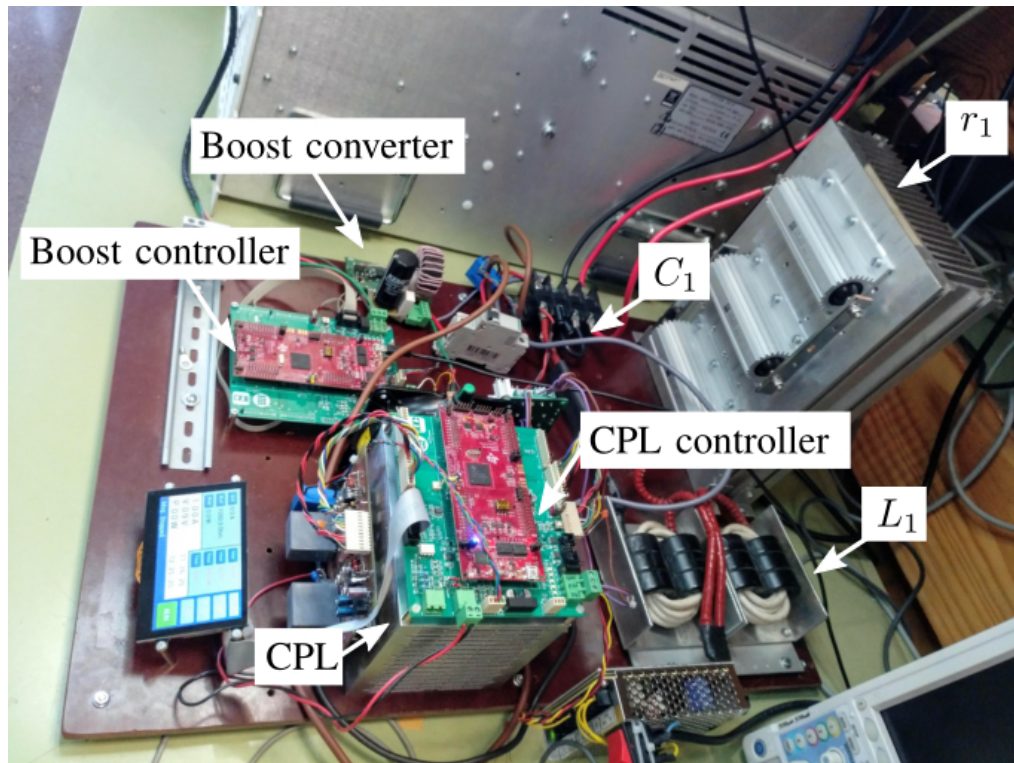


Figura 67: Banco de pruebas experimental. En la imagen no se muestra la fuente de DC.

de banda finito, pero, suficientemente más amplio que la dinámica esperada del sistema completo.

En la Fig. 68, se muestra el circuito de dos módulos básicos de la carga de potencia. La CPL consiste en cuatro módulos en paralelo, cada módulo se compone de un Mosfet de potencia alimentado por un amplificador operacional. El Mosfet está especialmente diseñado para operar en modo lineal, con la región de Área de Operación Segura (FBSOA) extendida. Este Mosfet es excitado por un amplificador operacional capaz de alimentar grandes cargas capacitivas con un tiempo de establecimiento mínimo. Esta combinación confiere a la CPL una respuesta rápida sin apenas sobreoscilación. En las simulaciones previas a la implementación de la carga, realizadas con el software *LTspice*, se obtiene un tiempo de establecimiento de apenas $t_e(2\%) = 0.9 \mu\text{s}$ con un sobreimpulso del 1%. Ver la Fig. 69 correspondiente, donde en $t = 1 \mu\text{s}$ se introduce un cambio en la señal de entrada (referencia de corriente consumida por la carga), en forma de escalón desde 2.6 V hasta 3.5 V. En el circuito, R9 y V1, representan la resistencia y la tensión equivalente de Thevenin de una fuente de voltaje ideal.

En la implementación de la CPL, según el circuito de la Fig. 68, se ha diseñado una tarjeta de control, llamada *CPL controller*, como se aprecia en la Fig. 67. Esta tarjeta, contiene los correspondientes circuitos de sen-

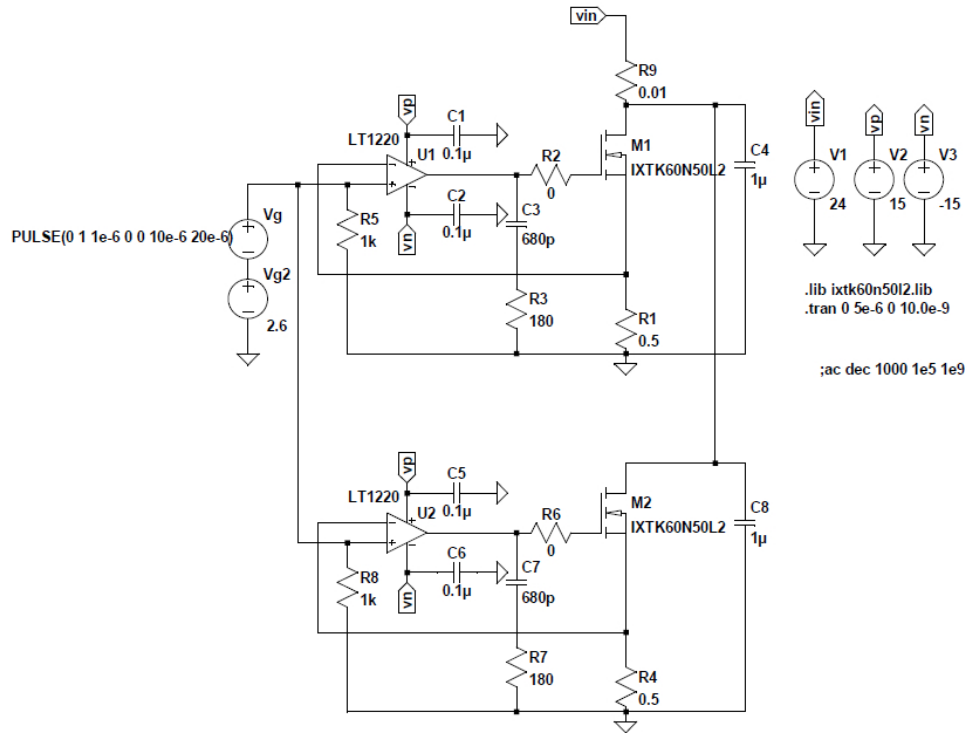


Figura 68: Circuito de los dos módulos que componen la CPL diseñada.

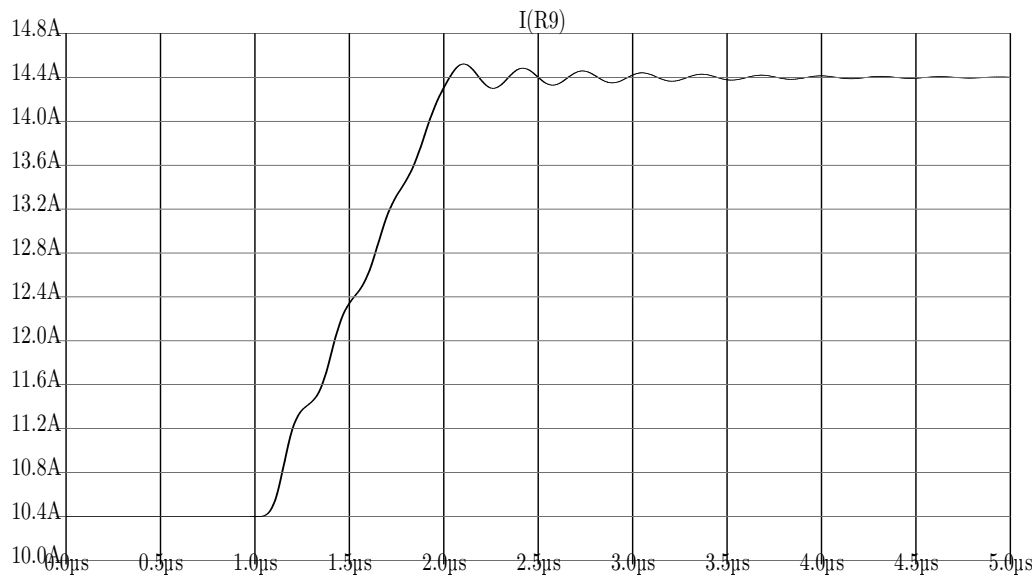


Figura 69: Resultado de la simulación con LTspice del circuito de la Fig. 68.

sado y acondicionamiento de las señales. En esta tarjeta, se incluye una bahía de conexión donde se conecta el kit de desarrollo LAUNCHXL-F28379D que contiene un microcontrolador (MCU) TMS320F28379D con dos unidad central de procesamiento (CPU) de 200MHz. El proceso de

trabajo para el desarrollo del sistema digital de control, es el mismo que se expone más adelante, en la sección 6.3.6 para la programación y depuración del código de control. En la Fig. 67 se puede apreciar la pantalla táctil que se ha incluido para manejar la CPL desarrollada para las pruebas experimentales.

Se han incluido las debidas protecciones para mantener la temperatura, voltaje y corriente, dentro de los límites máximos de operación de los mosfets, mediante un circuito de puertas lógicas, con una potencia máxima en estado estacionario de $P_{\max} = 900 \text{ W}$, y un límite de corriente de $I_{\max} = 40 \text{ A}$. En la Fig. 70, se muestra el resultado correspondiente a la caracterización del comportamiento dinámico de la CPL. Este experimento consiste en introducir un cambio de potencia en forma de escalón, desde $P = 250 \text{ W}$ hasta $P = 328 \text{ W}$ (zona estable), con la carga conectada directamente a la fuente de DC Delta. Como se puede comprobar en la Fig. 70, la respuesta es sub-amortiguada, con un tiempo de establecimiento aproximado de $t_s = 75 \mu\text{s}$. Estos resultados experimentales difieren de la simulación notablemente, esto es debido al comportamiento no-ideal de la fuente Delta, en particular a su impedancia de salida controlada.

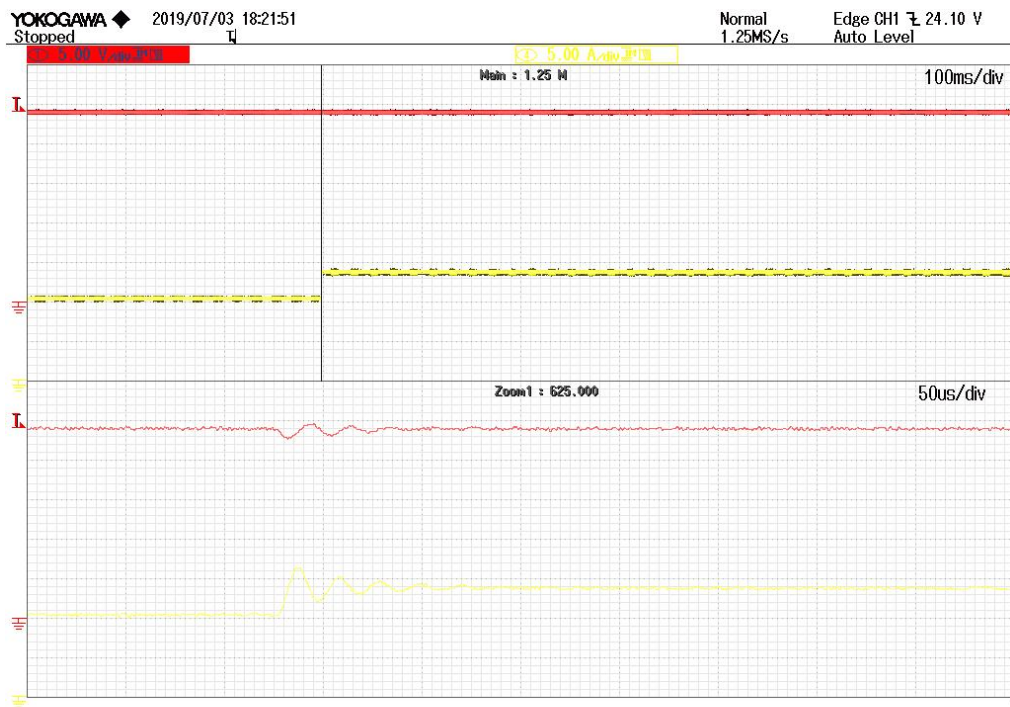


Figura 70: Resultado de la identificación experimental de la CPL diseñada. Voltaje en la carga (rojo) 5 V/div y corriente consumida (amarillo) 5 A/div.

6.3 DISPOSITIVO ESTABILIZADOR TIPO SHUNT

6.3.1 Convertidor de tipo boost

En la Fig. 71 se muestra el esquema electrónico del convertidor boost. Donde x_3 representa la corriente del inductor L_2 , cuyas pérdidas están representadas por la resistencia r_2 . El voltaje de entrada y el de salida, están representados por x_2 y x_4 respectivamente. El condensador C_2 se encarga de filtrar los transitorios de conmutación y r_3 representa la carga. El proceso de conmutación se realiza mediante los mosfets $sw1$ y $sw2$, que se activan mediante lógica directa a través de las puertas $G1$ y $G2$, respectivamente. Las ecuaciones dinámicas que definen el compor-

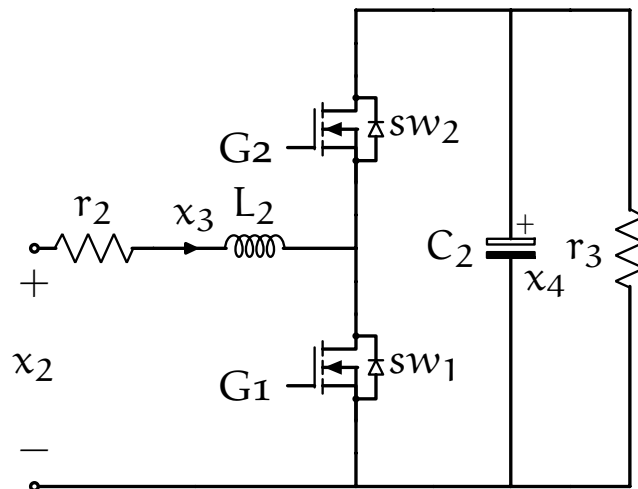


Figura 71: Esquema del convertidor boost.

tamiento del convertidor de potencia de la Fig. 71, se definen en (28), donde $u = (1 - D) \in [0, 1]$ es el complemento a uno del ciclo de trabajo o *duty cycle* D , definido como la fracción de tiempo que permanece el mosfet $sw1$ conduciendo corriente, durante un periodo de conmutación T_s . Es decir, la fracción de tiempo, relativa a un periodo, en que la puerta (*gate*) $G1$, permanece en estado activo (*high*).

6.3.2 Criterios de diseño

El proceso de diseño del convertidor consiste en, seleccionar y dimensionar adecuadamente los elementos que lo componen de acuerdo a unos criterios. Los criterios habituales son el rizado en el inductor Δi_L , el rizado en el condensador Δv_C y la eficiencia energética del convertidor η .

Para obtener las expresiones de los rizados de tensión y corriente, se hace una aproximación lineal, partiendo de las ecuaciones dinámicas

que definen el comportamiento del convertidor, asumiendo que en el equilibrio, la corriente a través de L_2 es $x_3 = \bar{x}_3 + \Delta i_L$ y el voltaje en el condensador C_2 , es $x_4 = \bar{x}_4 + \Delta v_C$. Es decir, el rizado se considera lineal.

Para el rizado de corriente, tomamos la primera ecuación de (28), definida por la *Kirchhoffs Current Law* (KCL), substituyendo el diferencial de tiempo para el intervalo $dt = D T_s$, definido cuando $u = 0$ y la variación de corriente (rizado pico a pico) correspondiente $di_L = 2 \Delta i_L$, ver gráfica 72, se obtiene la siguiente expresión para el rizado de corriente,

$$\Delta i_L = \frac{\bar{x}_2 - r_2 \bar{x}_3}{2 L_2} D T_s. \quad (88)$$

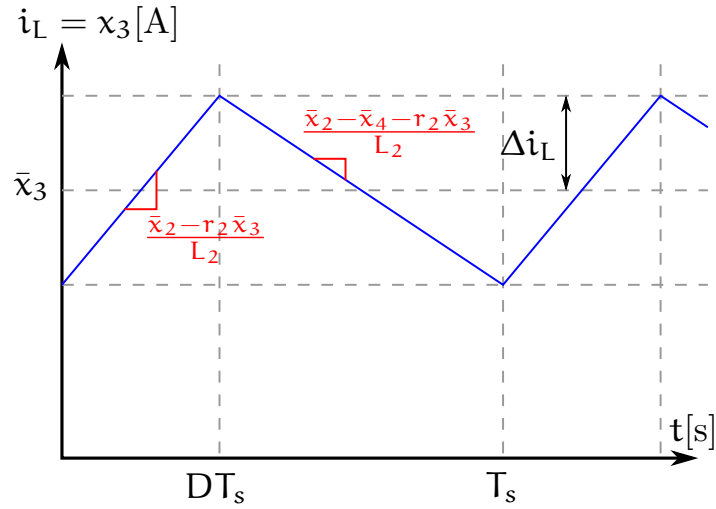


Figura 72: Evolución temporal de i_L .

De forma similar substituyendo $dt = D T_s$ y $dv_C = 2 \Delta v_C$ en la segunda ecuación de (28), se obtiene la expresión para el rizado de voltaje en el condensador,

$$\Delta v_C = -\frac{\bar{x}_4}{2 r_3 C_2} D T_s. \quad (89)$$

La eficiencia del convertidor viene definida por,

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{r_2}{\bar{u}^2 r_3}} \quad (90)$$

Demostración. La eficiencia energética de un sistema se define como $\eta := \frac{P_{out}}{P_{in}}$, en el caso del convertidor boost,

$$\eta = \frac{\bar{u} \bar{x}_3 \bar{x}_4}{\bar{x}_2 \bar{x}_3} = \frac{\bar{u} \bar{x}_4}{\bar{x}_2} \quad (91)$$

Substituyendo la expresión para \bar{x}_4 obtenida de los equilibrios del sistema (28) en (91), se obtiene (90). Esto concluye la prueba. \square

Observación 6.3.1. Para mayor detalle de los anteriores parámetros, consultar Erickson y Maksimovic, 2004, pag. 22-27.

Observación 6.3.2. Según la ecuación (90), la máxima eficiencia se obtiene cuando $\lim_{\frac{r_2}{\bar{u}^2 r_3} \rightarrow 0}$. Por lo tanto, para una mayor eficiencia, $\bar{u} \rightarrow 1$ y $r_2 \ll r_3$.

Otros criterios a tener en cuenta pueden estar basados en la energía acumulada en el condensador $E_C = \frac{1}{2}Cv^2$, o bien, en el inductor $E_L = \frac{1}{2}Li^2$. También existen criterios cuyo objetivo es seleccionar la respuesta transitoria entrada-salida, respecto a la corriente en el inductor x_3 y respecto a la tensión del condensador x_4 . La primera viene determinada por la relación $-\frac{r_2}{2L_2}$, correspondiente a la parte real de los polos del boost que aporta la ecuación dinámica para la corriente. La aportación en la parte real de los polos respecto a la ecuación del voltaje es $-\frac{1}{2C_2r_3}$. También se puede estudiar los parámetros, para que la amortiguación del convertidor sea grande, es decir, que la parte imaginaria de los polos, sea muy pequeña con relación a la parte real. Estas expresiones se obtienen de los autovalores de la matriz de estados del sistema (28),

$$p_{1,2} = -\frac{r_2}{2L_2} - \frac{1}{2C_2r_3} \pm \frac{\sqrt{C_2^2r_2^2r_3^2 - 4C_2L_2r_3^2\bar{u}^2 - 2C_2L_2r_2r_3 + L_2^2}}{2C_2L_2r_3}. \quad (92)$$

6.3.3 Selección de parámetros

Para el objetivo de estabilización, es indiferente la regulación del voltaje de salida \bar{x}_4 a un valor fijo determinado, como sería en una aplicación usual de un convertidor boost. En este diseño, se tiene en cuenta los siguientes criterios;

- a) el ciclo de trabajo se selecciona de forma que ambos mosfets tengan el mismo desgaste, por lo tanto, seleccionaremos un valor cercano a $\bar{u} = 0.5$,
- b) para este valor de \bar{u} , la tensión de salida siempre es el doble de la de entrada, de forma que C_2 siempre tiene almacenada una cantidad de energía mínima para estabilizar el sistema.

Se selecciona una frecuencia de muestreo $f_s = 40$ kHz, el periodo de muestreo correspondiente es $T_s = 25$ μ s.

6.3.4 Diseño del Inductor

Dados $D = 0.5$, $T_s = 25$ μ s y la corriente máxima que puede circular por el inductor $\bar{x}_3 = 40$ A, ya que es la corriente máxima de la red

a estabilizar en el límite de existencia de los equilibrios. Además, se admite un rizado máximo, pico a pico, de corriente de 3 A, entonces $\Delta i_L = 1.5$ A. Substituyendo los valores anteriores en (88) y despejando para L, se obtiene un valor de inducción $L = 100 \mu\text{F}$.

Para la construcción de la inducción se selecciona como núcleo un toroide de nanocrystal con un área efectiva de $\Delta_e = 209 \text{ mm}^2$. Para medir el factor de inductancia Δ_L se realizan diez espiras y se mide la inductancia correspondiente, cuyo resultado es $\Delta_L(N = 10) = 28 \mu\text{H}$. Para obtener el número de espiras que necesitamos, se despeja N de la siguiente expresión,

$$L = \Delta_L N^2$$

Redondeando se obtiene $N = 19$ espiras. De esta forma el flujo magnético máximo que puede soportar sin saturación es,

$$B_{\max} = \frac{L I}{N \Delta_e} = 1.0073 \text{ T}$$

Se debe comprobar en las características del núcleo, que el resultado anterior, no exceda el valor límite del flujo que hace entrar en saturación al núcleo, en este caso $B_{\text{sat}} = 1.5$ T. Si esto no se cumple, hay que diseñar el inductor con otro núcleo.

En la tabla 8, se muestra la comprobación experimental del diseño realizado.

Tabla 8: Medidas reales para la inductancia y resistencia, para diferentes frecuencias, del inductor construido L.

Frecuencia (Hz)	Inductancia (μH)	Resistencia ($\text{m}\Omega$)
50	102	23
100	102 ± 3	23 ± 3
1000	101	28
10000	99	139

Observación 6.3.3. Hay que mencionar, que en el núcleo de nanocrystal, se realizó un *airgap* para evitar la saturación de este a altas corrientes transitorias. Desgraciadamente, no se dispone de las hojas de características del núcleo, por lo que la compensación del valor final del inductor, se realizó mediante prueba y error, quitando algunas vueltas. Para el diseño de núcleos toroidales con *airgap*, disponiendo de las hojas de características, según McLyman, 2011, se deberían haber utilizado las siguientes fórmulas.

$$B_{\max} = \frac{0.4 \pi N (I_{\text{dc}} + \frac{\Delta I}{2}) 10^{-4}}{l_g + \frac{MPL}{\mu_m}},$$

$$L = \frac{0.4 \pi N^2 A_c 10^{-8}}{l_g + \frac{MPL}{\mu_m}}$$

Donde A_c (cm²) es la sección efectiva del núcleo o *cross section*, l_g (cm) es la anchura del *gap*, MPL (cm) *Magnetic Path Length*, μ_m ($\frac{\text{gauss}}{\text{oersteds}}$) permeabilidad magnética del material del núcleo, I_{dc} (A) corriente máxima del inductor en estado estacionario y ΔI (A) representa el rizado de corriente.

Por lo tanto $r_2 = 23 \text{ m}\Omega$ y $L_2 = 100 \text{ }\mu\text{F}$, son determinados por el diseño del inductor.

6.3.5 Selección de r_3 y C_2

Una vez diseñado el inductor, con el valor resultante de r_2 e imponiendo una eficiencia energética $\eta = 0.999$, podemos calcular el valor de r_3 con la ecuación (90), obteniendo como resultado $r_3 = 1 \text{ k}\Omega$.

Del criterio de rizado para el voltaje de salida, ecuación (89), el rizado máximo ocurre cuando $\bar{x}_4 = 24 \text{ V}$, imponiendo un rizado máximo de $\Delta v_C = 300 \text{ }\mu\text{V}$, se obtiene un valor de condensador $C_2 = 1 \text{ mF}$.

Observación 6.3.4. En realidad el rizado en tensión nos es indiferente, ya que no estamos alimentando ninguna carga con regulación de voltaje, por lo tanto, se debería obtener el valor de C_2 , teniendo en cuenta otros objetivos, tales como; la energía disponible en un transitorio en el peor caso de inestabilidad, la amortiguación de los autovalores del boost o la constante de tiempo del boost respecto a la tensión de carga y descarga del condensador, por ejemplo.

6.3.6 Hardware de acondicionamiento y control

En la implementación del dispositivo *shunt damper*, según el circuito de la Fig. 71, se ha diseñado una tarjeta de control, en la Fig. 67 está etiquetada como *Boost controller*. Esta tarjeta contiene los correspondientes circuitos de sensado y acondicionamiento de las señales. Al igual que en la implementación de la CPL, esta tarjeta, incluye una bahía de conexión donde se conecta el kit de desarrollo LAUNCHXL-F28379D que incluye un MCU TMS320F28379D con doble CPU de 200MHz, que incluye los correspondientes ADCs y DACs necesarios para la adquisición y control de las señales, generación de señal PWM y una diversidad de periféricos diseñados para aplicaciones de control. El algoritmo de control digital, se ha desarrollado mediante el software de MathWorks® que incluye herramientas de generación automática de código para el lenguaje de programación de los microprocesadores de Texas Instruments, así como bloques de programación específicos de Simulink. Para la compilación y

depuración del código, se ha utilizado el entorno de desarrollo integrado Code Composer Studio versión 8.0.0.

Como ejemplo de la programación en Simulink®, se muestran en las Fig. 73 y 74, la configuración de bloques del controlador desarrollado en la sección 5.3.1 para el control del convertidor como fuente de corriente controlada. Este controlador ha sido el más complejo de implementar, ya que el controlador de voltaje C_{x_4} se programa en una CPU, llamada CPU₁, y el controlador de corriente C_{x_3} en otra CPU distinta, CPU₂. De tal forma que el algoritmo de control de voltaje, junto con la adquisición de x_4 se programan con un periodo de muestreo y cómputo de $T_s = 25\mu$ s. Sin embargo, el control de corriente por histéresis y la adquisición de x_3 , se ejecutan con un periodo de cómputo $T_s = 1\mu$ s. Estas unidades que trabajan a diferente periodo, deben de comunicarse mediante mensajes depositados en una memoria RAM, compartida por ambas CPUs.

Para sincronizar el ciclo de trabajo de cada CPU, se utiliza una interrupción al final de la adquisición ADC que ejecuta el algoritmo de control situado dentro de un bloque *function*, de forma que el algoritmo se ejecuta una vez terminada la adquisición de nuevos datos. El comienzo de la adquisición, es disparada a su vez por el módulo del PWM que se encuentra dentro del bloque *function*, de forma que se ejecuta el algoritmo en cada periodo estipulado por la interrupción, ver Fig. 73. En la

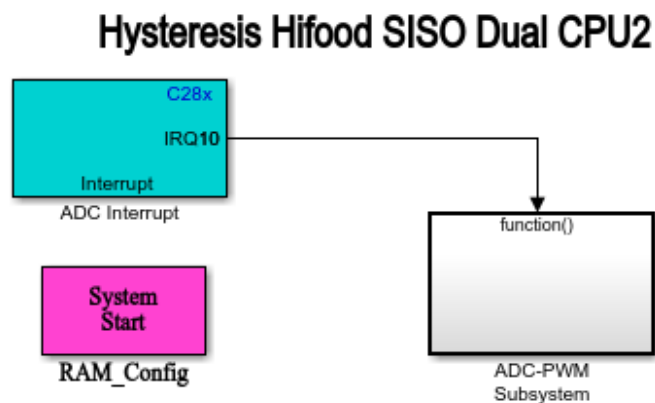


Figura 73: Diagrama de Bloques de Simulink para la interrupción principal del controlador de corriente por histéresis.

Fig. 74 se muestra como ejemplo ilustrativo, los bloques incluidos dentro de *ADC-PWM Subsystem* de la Fig. 73, que componen el algoritmo de control basado en histéresis, donde se aprecian en color, el bloque ADC correspondiente a la adquisición de x_3 y el bloque de código correspondiente al PWM que sincroniza la ejecución del algoritmo. También se muestra la comunicación entre CPUs mediante bloques *Memory Copy*.

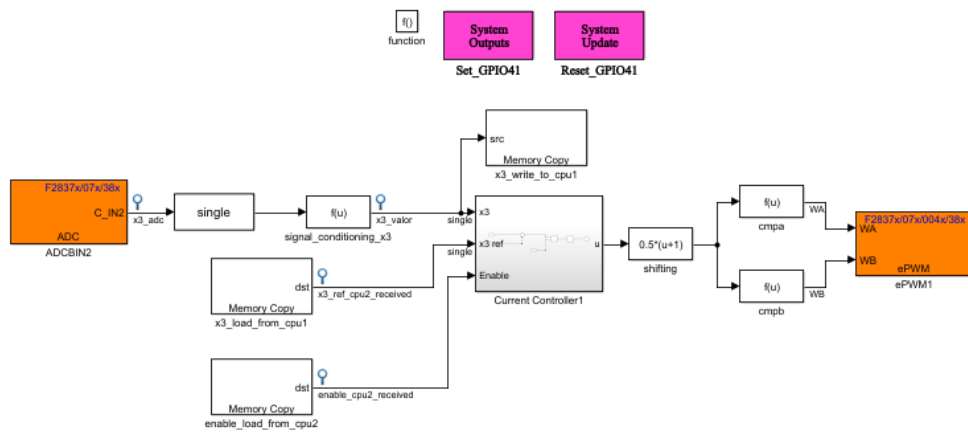


Figura 74: Diagrama de Bloques de Simulink para el algoritmo de control de corriente por histéresis.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para verificar los resultados obtenidos de forma numérica y certificar la mejora de la estabilidad mediante las técnicas y métodos desarrollados durante la investigación, se presentan los siguientes resultados experimentales. En primer lugar, se comprueba el controlador de voltaje y corriente diseñado para el boost de forma que este se comporte como una fuente de corriente controlada, confirmando que cumple los objetivos de control propuestos. Seguidamente, debemos caracterizar el comportamiento de la planta en lazo abierto respecto a la estabilidad, para poder comparar los resultados obtenidos en lazo cerrado.

Para comprobar la idoneidad de la estabilización de forma activa mediante el dispositivo propuesto *shunt damper*, se presentan los resultados experimentales alcanzados mediante el controlador monopuerto *mixed-sensitivity* H_∞ y también los experimentos realizados para comprobar el desempeño del controlador no lineal adaptativo de linealización de entrada salida con observador-estimador basado en I&I.

7.1 RESULTADOS EXPERIMENTALES CONTROL DE CORRIENTE Y VOLTAJE DEL CONVERTIDOR BOOST

Se exponen en esta sección los resultados experimentales correspondientes al control diseñado en 5.3.1 para el convertidor de la planta experimental, de forma que este se comporte como una fuente de corriente controlada bidireccional. Para comprobar que el desempeño del controlador cumple con los objetivos de control, se realiza una prueba similar a la realizada en las simulaciones numéricas de la sección 5.3.1.3, siguiendo el esquema de la Fig. 26.

Tras una secuencia de puesta en marcha y una vez alcanzado el equilibrio para $P = 0$ W, se introducen dos consignas con diferente signo en x_{3stb} , que se van alternando cada $t = 80$ ms. Una consigna consiste en introducir un escalón de $x_{3stb} = 10$ A, mantenido durante 1 s, la otra perturbación consiste en un escalón $x_{3stb} = -10$ A, mantenido también durante 1 s.

Para mostrar los resultados, se realizan tres capturas de las señales de interés con el osciloscopio, la Fig. 75 ilustra una visión general del

experimento, la Fig. 76 señala la evolución de las señales de interés para un pulso negativo de la corriente y la Fig. 77 captura el comportamiento del sistema para un incremento positivo de la corriente. Las tres gráficas presentan la siguiente configuración de señales: De arriba a abajo, el voltaje de salida del convertidor x_4 (cyan), el voltaje de entrada x_2 (violeta), la corriente de referencia x_{3stb} (rosa), la corriente de seguimiento del boost x_3 (rojo). Para captar la señal de referencia x_{3stb} con el osciloscopio, se extrae esta señal a través de uno de los DAC del microprocesador, de forma que 1 V corresponde a una consigna de 10 A.

En la Fig. 75, con una base de tiempos de 20ms/div, se puede comprobar que el desempeño del controlador de voltaje cumple los objetivos de control comentados en la sección 5.3.1, manteniendo la señal x_4 en el valor de referencia tras una perturbación. No obstante, esta base de tiempos es muy pequeña para comparar el comportamiento experimental de x_4 con las simulaciones numéricas de la Fig. 33, pero podemos afirmar que el tiempo de establecimiento y la sobreoscilación son bastante menores que en las simulaciones, probablemente debido a la dinámica de la fuente de voltaje utilizada en la planta experimental, puesto que no es una fuente ideal, de forma estricta.

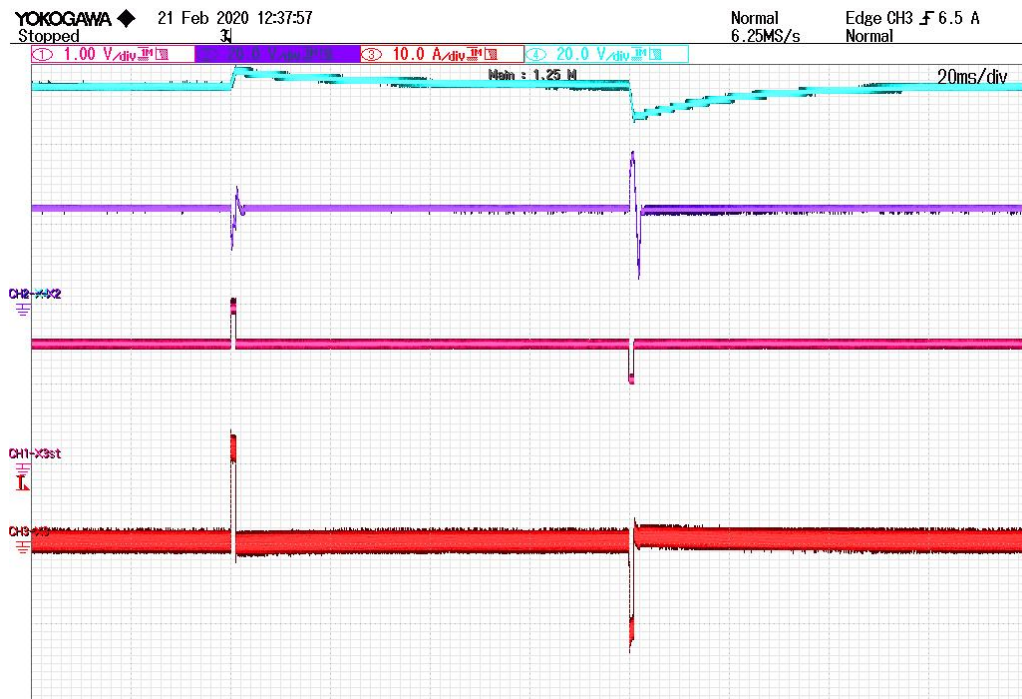


Figura 75: Operación del convertidor boost como fuente de corriente controlada: x_4 (cyan, 20 V/div), x_2 (violeta, 20 V/div), x_{3stb} (rosa, 1 V/div), x_3 (rojo, 10 A/div).

Para comprobar el correcto funcionamiento del controlador de corriente, se realizan otras dos capturas con diferente base de tiempos. La Fig.

76, muestra el resultado de aplicar la consigna de corriente negativa, con una base de tiempos de 200 ms/div y la Fig. 77, muestra el resultado para la consigna positiva, con base de tiempos de 200 μ s/div. Como puede observarse, además de realizar un seguimiento excelente, tanto en la excursión negativa como en la positiva, podemos decir que el seguimiento la corriente es casi instantáneo en comparación a la dinámica de las otras señales. De la Fig. 77, el tiempo de establecimiento aproximado para x_3 , cuando el escalón es de subida es $t_s = 45 \mu$ s y cuando es de bajada $t_s = 25 \mu$ s, esto corresponde con bastante exactitud a las simulaciones numéricas, véase el parecido comparando la Fig. 77 con la Fig. 35.

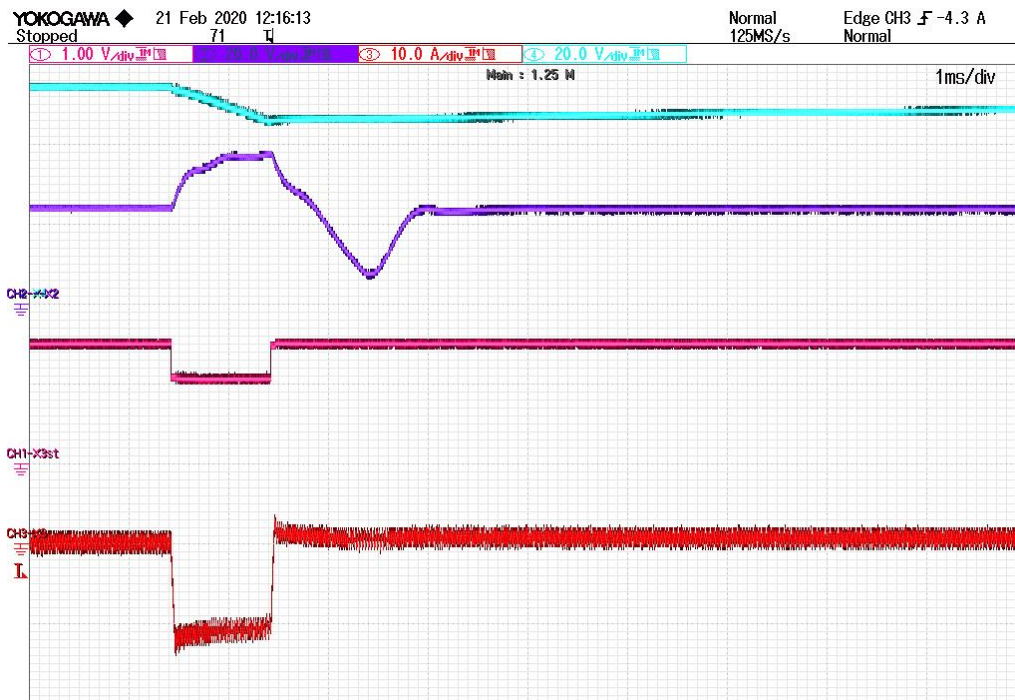


Figura 76: Operación del convertidor boost como fuente de corriente controlada, ante una consigna negativa: x_4 (cyan, 20 V/div), x_2 (violeta, 20 V/div), x_{3stb} (rosa, 1 V/div), x_3 (rojo, 10 A/div).

Aunque x_3 sigue con exactitud a la señal de referencia x_{3ref} , la cual no se muestra en la gráfica, en la Fig. 76, podemos observar que x_3 no es exactamente un impulso de -10 A de 1 ms de duración, es decir, no presenta con exactitud forma de onda cuadrada, esto es debido a la influencia del control de voltaje, ya que $x_{3ref} = x_{3stb} + x_{3los}$, ver Fig. 26.

7.2 CARACTERIZACIÓN DE LA PLANTA EXPERIMENTAL

Con el objetivo de comprobar de forma experimental el desempeño de los distintos sistemas de control de estabilización diseñados, se han de

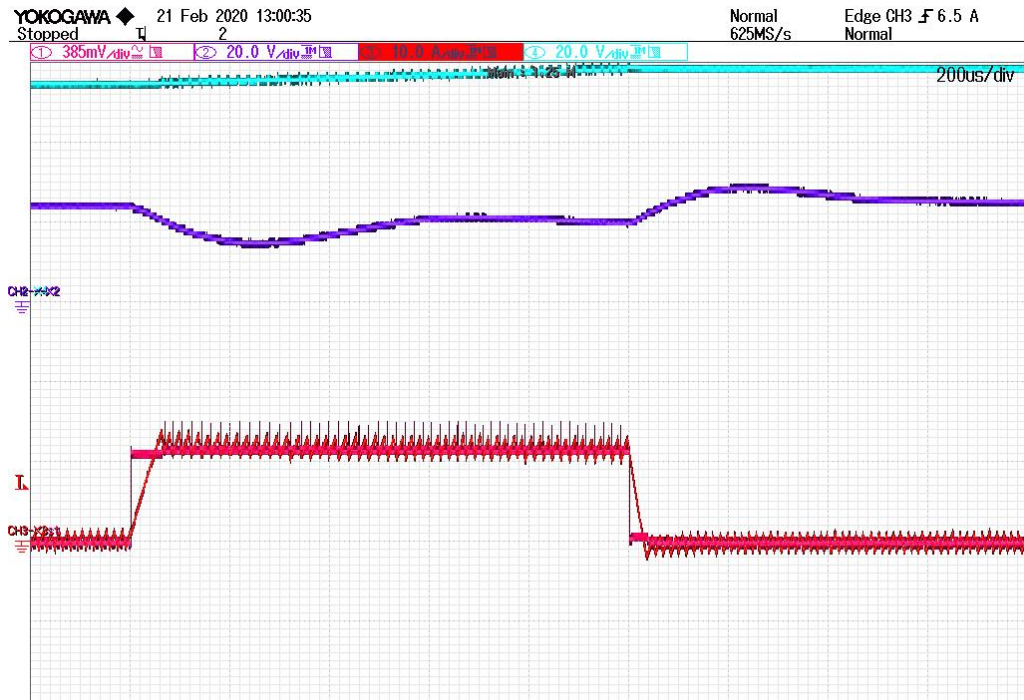


Figura 77: Operación del convertidor boost como fuente de corriente controlada, ante una consigna positiva: x_4 (cyan, 20 V/div), x_2 (violeta, 20 V/div), x_{3stb} (rosa, 385 mV/div), x_3 (rojo, 10 A/div).

realizar dos conjuntos de experimentos; el propósito del primero consiste en caracterizar la región estable de la planta experimental sin el *shunt damper*, para comparar los resultados con el segundo conjunto de experimentos, con el *shunt damper*, donde se determina la mejora conseguida por el sistema con el dispositivo controlado, respecto a la región de estabilidad. Las características y peculiaridades de la planta experimental se detallan en la Sección 6.1.

Como la caracterización de la planta experimental sin el *shunt damper* conectado es el mismo set para todos los algoritmos de control implementados, en este apartado, se realiza el primer conjunto de experimentos común a todos los controladores implementados. El objetivo de estos experimentos es doble: (1) analizar cual es la máxima potencia que puede demandar la CPL antes de que el sistema se vuelva inestable y (2) mostrar una región de atracción (ROA) reducida respecto al sistema con el *shunt damper* controlado.

El experimento de la Fig. 78 muestra la respuesta de la red eléctrica en la frontera de la estabilidad. Claramente, se observa que la respuesta de la red sin el *shunt damper* a un cambio de potencia desde $P = 250$ W hasta $P = 328$ W, presenta una respuesta muy oscilatoria, pero estable. Es decir, las condiciones iniciales para $P = 250$ W, se encuentran dentro de la ROA del equilibrio estable definido para $P = 328$ W. Esta prueba

también revela una discrepancia entre los resultados experimentales y los teóricos, véase la Proposición 23, donde se establece que para los valores de la tabla 7, el sistema sin el *shunt damper* es inestable para potencias mayores a $P_{st} = 280.38 \text{ W}$. Esta diferencia es debida a que la CPL de la planta experimental tiene un ancho de banda finito, es decir, no tiene una respuesta instantánea como una CPL algebraica. Además, hay que tener en cuenta la dinámica de la fuente de voltaje controlada, ya que el control interno de esta fuente añade amortiguamiento al sistema, es decir, tampoco se comporta como una fuente ideal teórica.

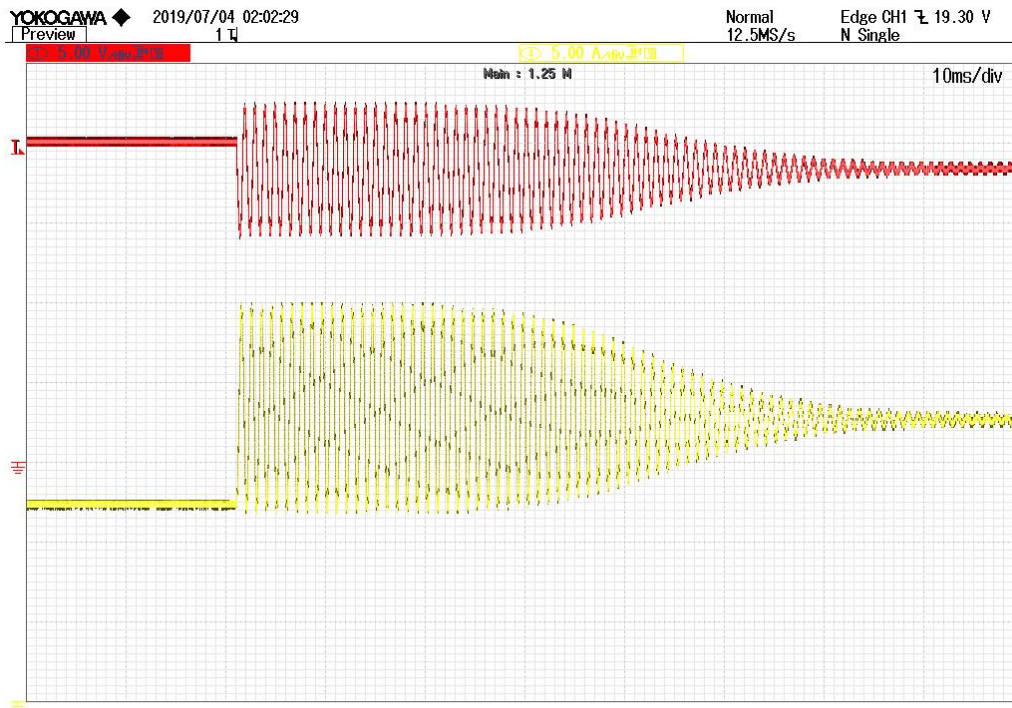


Figura 78: Respuesta escalón desde $P = 250 \text{ W}$ hasta $P = 328 \text{ W}$ del circuito inicial sin el *shunt damper* controlado. El trazo rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 10 ms/div .

En contraposición al experimento anterior, en el experimento de la Fig. 79, partiendo de las mismas condiciones iniciales $P = 250 \text{ W}$, se aumenta ligeramente el incremento de potencia, introduciendo un escalón de potencia $P = 330 \text{ W}$, donde el sistema presenta un comportamiento inestable¹. Claramente, el equilibrio en $P = 330 \text{ W}$ es inestable. Como resultado de los dos experimentos anteriores, podemos concluir que el

¹ Dadas las protecciones de seguridad implementadas en la CPL, cuando el sistema empieza a ser inestable, la CPL se detiene $P = 0$, bien sea porque la corriente se sale del rango de operación $[0, 40] \text{ [A]}$, o bien, porque el voltaje a través de los terminales de entrada de la CPL, cae por debajo del límite de seguridad, situado a un valor considerablemente por debajo del correspondiente a la máxima potencia ($\approx 12 \text{ V}$).

límite superior para la potencia dentro del rango de equilibrios estables, sin el *shunt damper*, se encuentra entre el intervalo [328, 330] W.

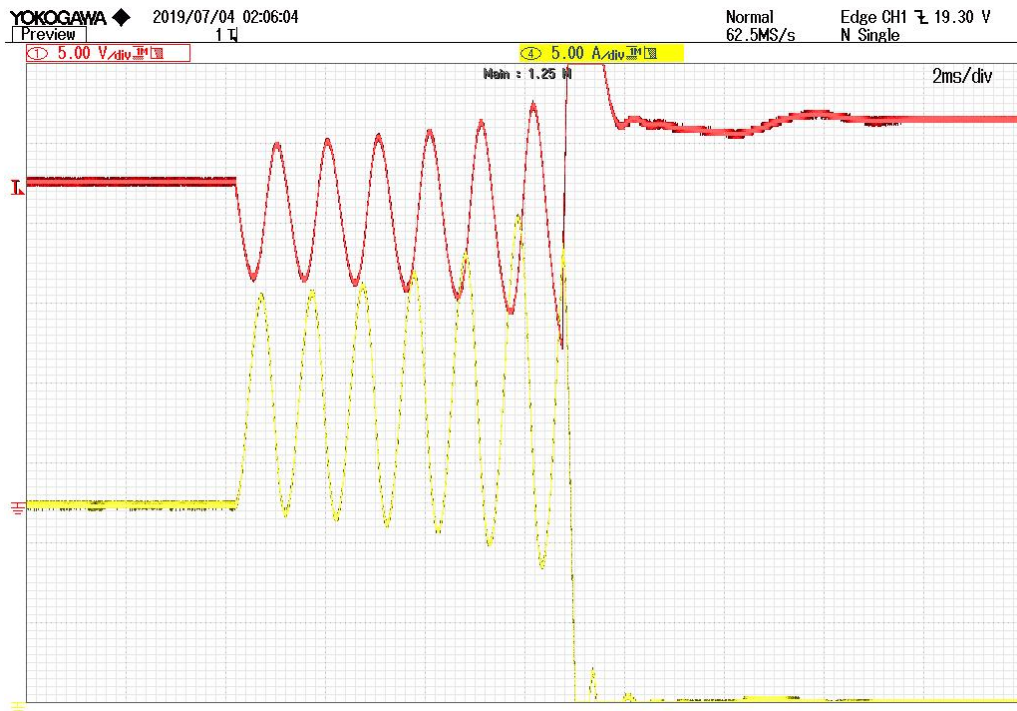


Figura 79: Respuesta escalón desde $P = 250$ W hasta $P = 330$ W del circuito inicial sin el *shunt damper* controlado. El trazo rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 2 ms/div.

Los experimentos anteriores sirven para establecer la estabilidad en un entorno cercano al equilibrio (estabilidad local), sin embargo, se necesita un tercer experimento que caracterice la estabilidad cuando las condiciones iniciales están fuera de la ROA (estabilidad en gran señal). En la Fig. 80, se puede observar el comportamiento inestable de la red a un escalón de potencia desde $P = 10$ W hasta $P = 300$ W. Nótese, que aunque la potencia de la carga se encuentre por debajo del límite de estabilidad determinado experimentalmente, un cambio de potencia lo suficientemente grande, también puede desestabilizar el sistema. Claramente, en este escenario, el primer equilibrio se encuentra fuera de la ROA del segundo.

7.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES CONTROLADOR *mixed-sensitivity* H_∞

Para comprobar el funcionamiento del *shunt damper* con el sistema de control diseñado en la sección 5.3.2, sobre la planta experimental detalla-

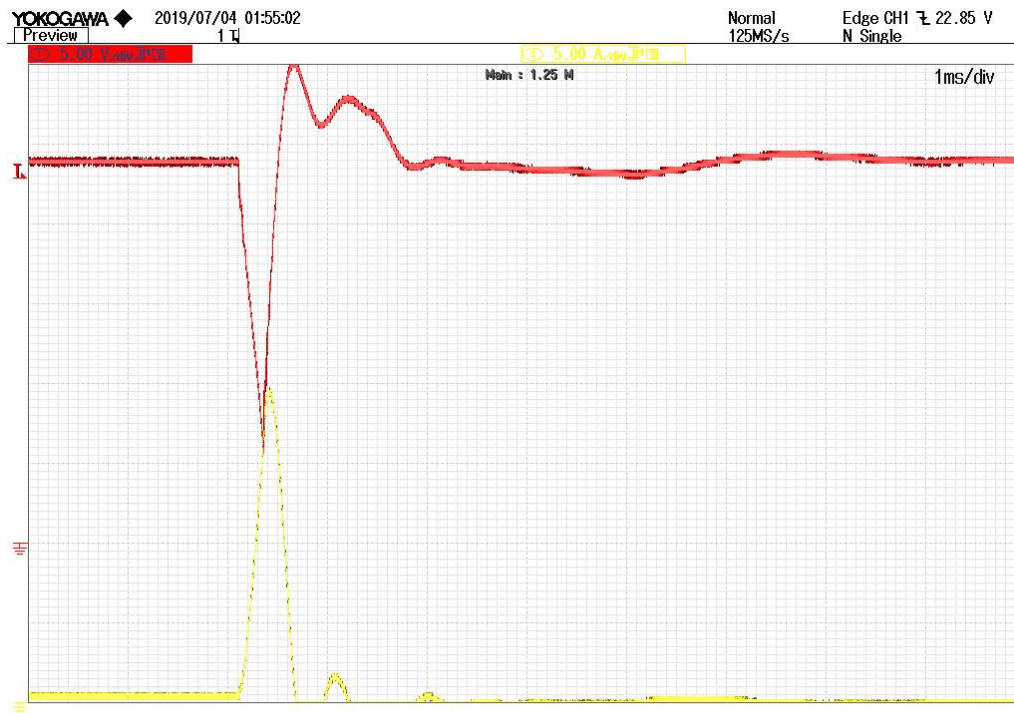


Figura 80: Respuesta escalón desde $P = 10$ W hasta $P = 300$ W del circuito inicial sin el *shunt damper* controlado. El trazo rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 1 ms/div.

da en el capítulo 6, se realizan dos experimentos similares a los llevados a cabo en las simulaciones numéricas de la 5.3.2.3. En esta ocasión el valor de consigna del voltaje x_4 , se establece en $x_{4ref} = 70$ V.

El primer experimento consiste en; alcanzadas las condiciones iniciales del equilibrio correspondiente a $\bar{P} = 250$ W, se introduce una perturbación de potencia $\bar{P} = 431$ W. En la Fig. 81, se muestra una captura de las señales de interés, tomada con el osciloscopio. Se muestran las señales del voltaje de entrada x_2 (violeta), voltaje de salida x_4 (cyan), corriente x_3 (rojo) y la corriente consumida por la carga i_{cpl} (rosa). Para disponer de un mayor detalle, se muestran las señales en escala de tiempo de 20ms/div y debajo se muestra un *zoom* a escala de tiempo de 1ms/div. Claramente, el sistema permanece estable, por lo que podemos afirmar que respecto al sistema en lazo abierto sin el *shunt damper*, ver Fig. 79, se ha extendido notablemente la estabilidad local del equilibrio perteneciente a $\bar{P} = 250$, ya que sin el *shunt damper*, el límite de potencia estaba en $P \leq 328$ W y con el *shunt damper* conectado se extiende hasta $P \leq 431$ W. En el segundo experimento, cuyo resultado se muestra en la Fig. 82, comprobamos la estabilidad de forma global, la captura del osciloscopio y configuración de las señales mostradas es la misma que en el anterior experimento, esta vez, partimos de las condiciones iniciales

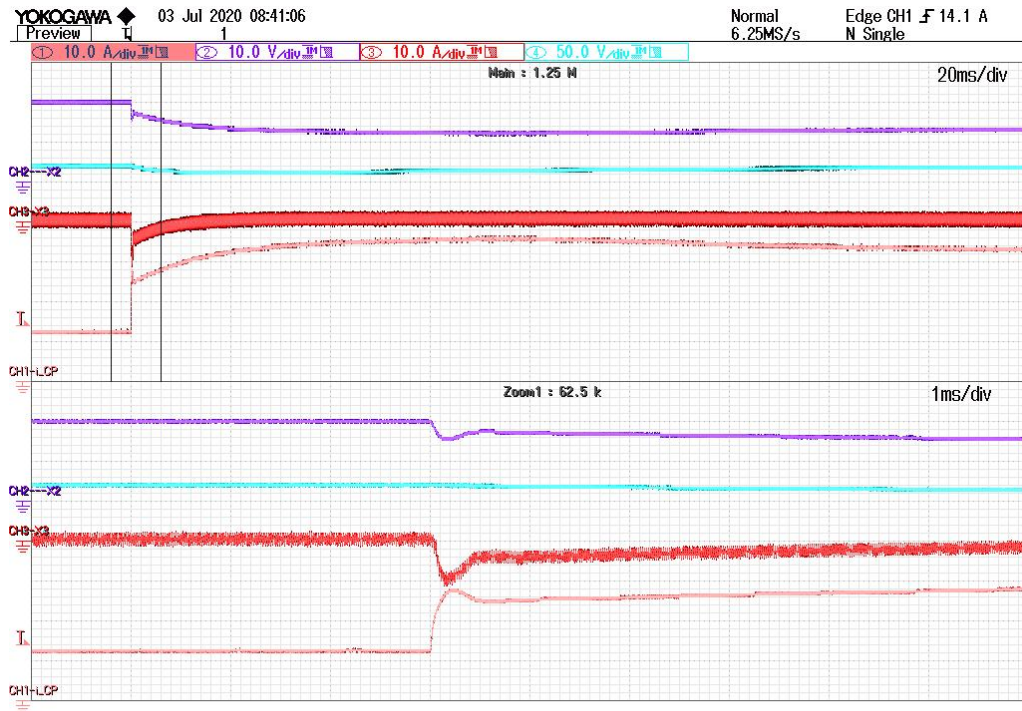


Figura 81: Resultado experimental para comprobar la estabilidad local del sistema de estudio en lazo cerrado con el dispositivo *shunt damper*, para el controlador diseñado mediante técnicas lineales H_∞ .

pertenecientes al equilibrio definido por $\bar{P} = 10 \text{ W}$, e introducimos una perturbación de potencia $\bar{P} = 428 \text{ W}$. La respuesta del sistema es estable, podemos afirmar que el sistema con el *shunt damper* gobernado mediante el sistema de control diseñado en la sección 5.3.2, extiende notablemente el rango de estabilidad de los equilibrios, con respecto al sistema sin el *shunt damper*, tanto de forma local, como de forma global. El sistema controlado es estable para $P \leq 438 \text{ W}$, lo que supone aproximadamente un 94 % del límite de existencia de los equilibrios, $P \leq 454,96$.

7.4 RESULTADOS EXPERIMENTALES CONTROL NO LINEAL

Para la implementación del algoritmo de control, se ha discretizado en el tiempo la ley de control adaptativa (86) utilizando la transformación bilineal $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$ (*trapezoidal integration*)², para un periodo de muestreo $T = 25e-6 \text{ s}$ y se ha programado en un microcontrolador TI TMS320F28379D utilizando las herramientas de generación automática de código de Simulink®.

² Los bucles algebraicos que surgen en las ecuaciones como consecuencia de la discretización en el tiempo, han sido resueltos analíticamente antes de la generación automática de código.

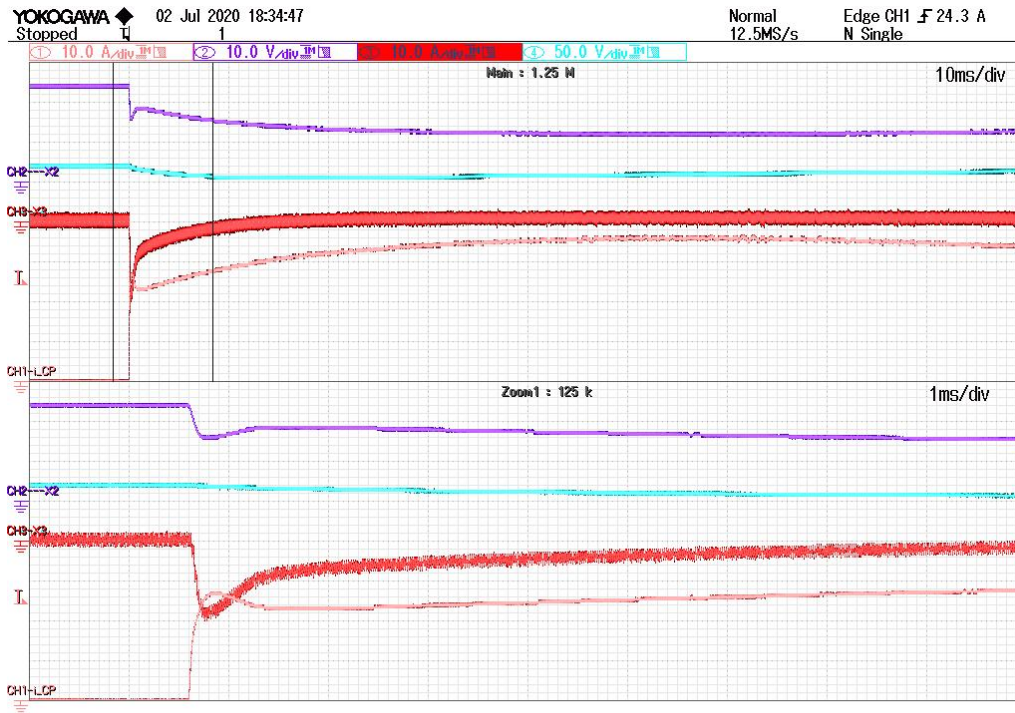


Figura 82: Resultado experimental para comprobar la estabilidad global del sistema de estudio en lazo cerrado con el dispositivo *shunt damper*, para el controlador diseñado mediante técnicas lineales H_{∞} .

El primer experimento con el *shunt damper* controlado, consiste en introducir un escalón de potencia desde $P = 250$ W hasta $P = 380$ W, se observa en la Fig. 83 una respuesta estable. Este comportamiento respalda los resultados teóricos y de simulación acerca de la habilidad del sistema de operar de forma estable con el esquema de control propuesto, para valores de P más allá de los límites superiores obtenidos para la red sin el *shunt damper*, tanto de forma teórica como experimental, los cuales son aproximadamente 280,38 W y 330 W, respectivamente.

En la Fig. 84 se captura la respuesta del sistema a un escalón de potencia desde $P = 10$ W hasta $P = 300$ W, demostrando un comportamiento estable. Comparando este resultado con el de la Fig. 80, se concluye que la ROA del sistema con el *shunt damper* controlado se ha incrementado con éxito, respecto a su comportamiento sin el *shunt damper*.

En otro experimento se analiza la eficiencia energética de la solución adoptada, en la Fig. 85 se muestra el consumo de potencia medido en el *shunt damper* durante su operación, ante un cambio de potencia de la CPL desde $P = 10$ W hasta $P = 300$ W. Es evidente un consumo de potencia mínimo por parte del *shunt damper*, excepto en los transitorios, esto corresponde con las simulaciones numéricas de la Sección 5.5.3. Antes del cambio de potencia de la CPL, cuando el sistema está en estado estacionario, las pérdidas en el dispositivo son despreciables (aproxima-

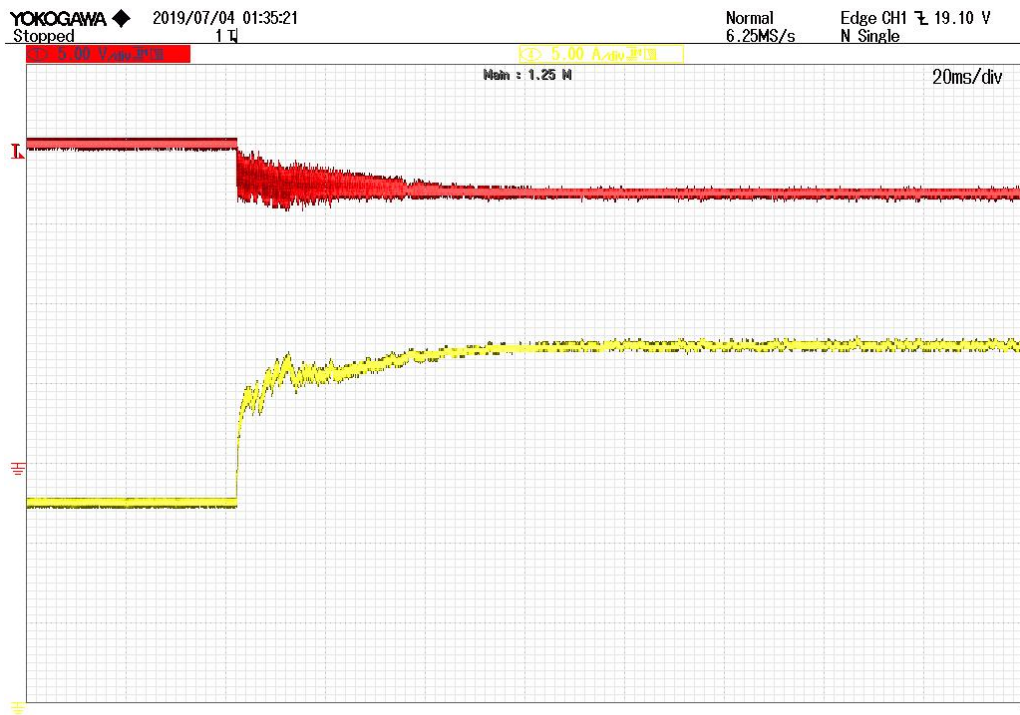


Figura 83: Respuesta escalón desde $P = 250$ W hasta $P = 380$ W con el *shunt damper* controlado. El trazo rojo (arriba) corresponde con el voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 20 ms/div.

damente 4 W), estas pérdidas se deben a los componentes pasivos del convertidor y las pérdidas por conmutación en los mosfets. Durante los primeros 2 ms del transitorio, el promedio de la potencia consumida es negativo, el dispositivo inyecta potencia al sistema para estabilizarlo. Después del transitorio, el sistema alcanza otro equilibrio estable y el promedio de las pérdidas de potencia en el dispositivo convergen a un mínimo³. Finalmente, realizando sucesivos experimentos con diferentes escalones de potencia en la CPL, se ha determinado que el límite de potencia para la operación estable de la red con el *shunt damper* controlado, se encuentra en el rango de valores de potencia [410, 420] W. Este valor representa aproximadamente el 90 % del rango teórico de potencias para los cuales existen equilibrios del sistema $P < 458.02$ W, dado por (27), para $\bar{u} = 0.5$.⁴ Claramente, el límite de la estabilidad obtenido experimentalmente con el *shunt damper* controlado, es drásticamente superior al límite obtenido sin el *shunt damper*.

³ En la Proposición 5.2.1, se demuestra que la potencia consumida por el *shunt damper* disminuye de forma monótona, cuando la potencia de la CPL aumenta. Además, alcanza un mínimo cuando $P = 0$.

⁴ Sin tener en cuenta las pérdidas necesarias para el funcionamiento del convertidor boost.

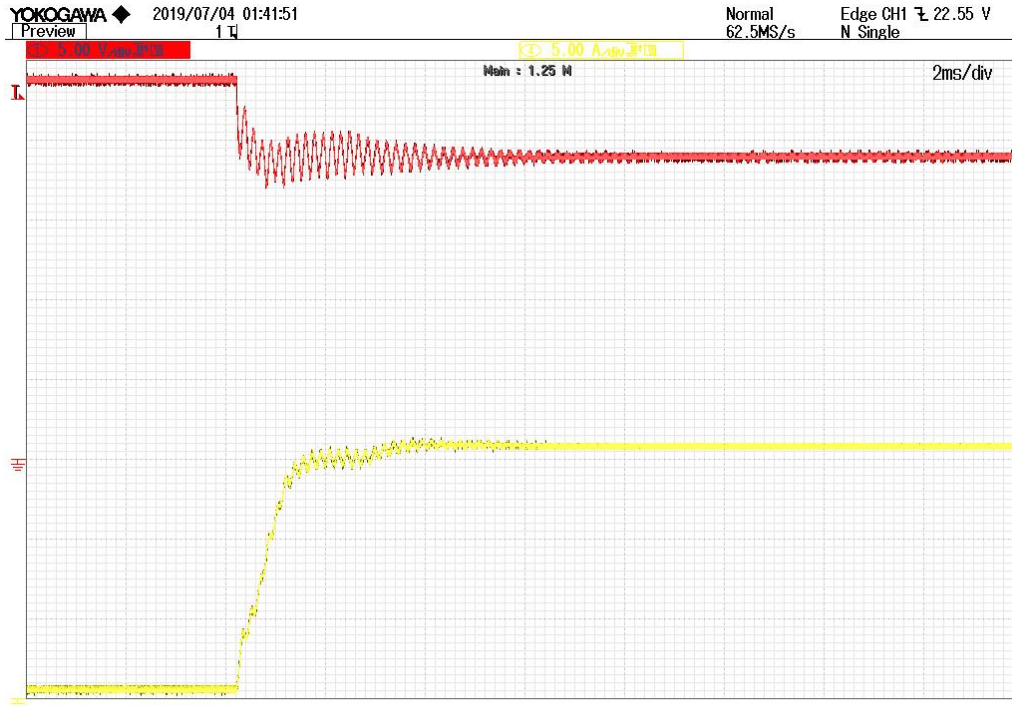


Figura 84: Respuesta escalón de la red con el *shunt damper* desde $P = 10$ W hasta $P = 300$ W. El trazo rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div) y el trazo amarillo (debajo) a la corriente x_1 (5 A/div). La escala de tiempos es 2 ms/div.

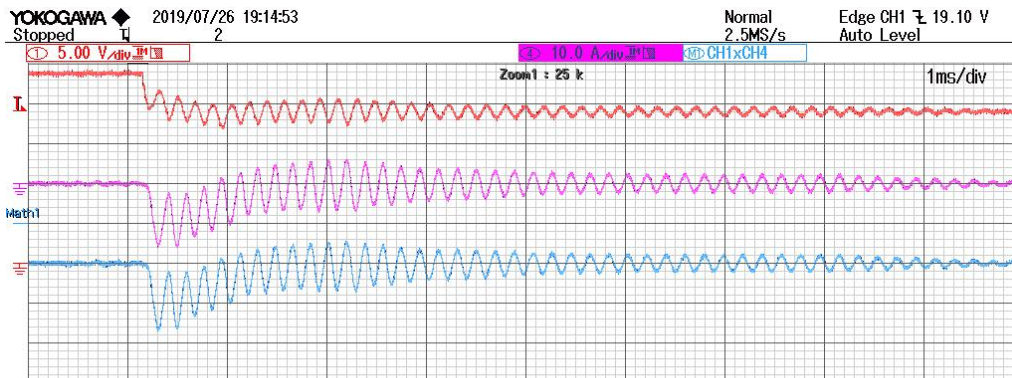


Figura 85: Eficiencia energética del *shunt damper*. La red con el *shunt damper* controlado, se somete a un escalón de potencia de la CPL desde $P = 10$ W hasta $P = 300$ W. El trazado rojo (arriba) corresponde al voltaje x_2 (5 V/div), el trazado violeta (medio) a la corriente del boost x_3 (10 A/div) y el trazo azul (debajo) corresponde a la potencia instantánea del convertidor (50 W/div). La escala de tiempos es 1 ms/div.

CONCLUSIONES Y VÍAS FUTURAS

8.1 CONCLUSIONES

El objetivo principal que se determinó en este trabajo de investigación, era estudiar la estabilidad de redes eléctricas DC, lineales e invariantes en el tiempo, conectadas con convertidores electrónicos operando a potencia constante, a fin de extender el rango de comportamiento estable a todos los posibles puntos de equilibrio del sistema global. A tal efecto, se ha tratado de encontrar métodos y técnicas que permitan analizar la estabilidad de los sistemas eléctricos con CPLs, para aplicar medidas correctivas en los sistemas actuales y medidas de diseño en los futuros sistemas. También, se establecieron unos objetivos específicos más concretos, para acotar y definir el problema bajo estudio y desarrollar soluciones de forma metódica. Como resultado de todo ello, se focalizó la investigación en tres grandes bloques:

- **ANÁLISIS DE ESTABILIDAD.** Diseñar un método que permita el análisis teórico de la estabilidad local de circuitos DC LTI con CPLs monopuerto y multipuerto. Con el fin de extender el comportamiento estable a todos los equilibrios posibles.
- **MÉTODOS Y TÉCNICAS DE CONTROL.** Estudiar diferentes métodos y técnicas de control, tanto lineales como no lineales, para aplicarlos al problema de inestabilidad de las redes eléctricas DC con CPLs, mediante la conexión de un dispositivo estabilizador, conectado en paralelo a un puerto disponible.
- **RESULTADOS EXPERIMENTALES.** Diseñar y construir una planta a pequeña escala que permita obtener resultados experimentales que avalen la solución desarrollada durante la investigación.

8.1.1 Conclusiones del análisis de estabilidad

Respecto al bloque referente al análisis de estabilidad, se desarrolló evaluación del fenómeno de inestabilidad que caracteriza el comportamiento de las cargas eléctricas como CPLs. Se analizó la relación de este

comportamiento con la impedancia incremental negativa. Así mismo, se efectuó análisis de la evolución actual de las redes bajo estudio y su relación con el comportamiento de las CPLs. También, se ha expuesto el estado actual de los métodos de análisis de estabilidad de las redes de DC que alimentan CPLs y de las soluciones existentes en la literatura para estabilizar redes DC alimentando CPLs.

Finalmente y como resultado de los desarrollos anteriores, se ha presentado un nuevo método de análisis de la estabilidad local, aplicable a las redes de DC, que permite evaluar una condición suficiente para la estabilidad local de circuitos de DC, LTI con CPLs para todos los posibles equilibrios del sistema. Esta condición se expresa mediante LMIs y se puede evaluar mediante herramientas básicas de optimización convexa. Para demostrar la utilidad del método propuesto, se han presentado dos ejemplos de aplicación del método de análisis: a una red DC monopuerto alimentando una CPL y a una red DC multipuerto que alimenta dos CPLs.

8.1.2 Conclusiones basadas en los métodos y técnicas de control

Respecto al bloque referente a los métodos y técnicas de control, en primer lugar, se ha definido y acotado un modelo representativo de las redes bajo estudio, analizando las condiciones del sistema que definen el caso más desfavorable, respecto a la estabilidad del mismo. Con base a las condiciones más desfavorables, se han establecido los objetivos de control, que son, extender el rango de equilibrios del sistema a todos los posibles equilibrios que surgen al variar la potencia de la CPL. Además, conseguir esto desconociendo algunas señales, hacerlo de forma energéticamente eficiente y asegurar que el sistema retorna a un equilibrio estable después de una perturbación de potencia.

Para lograr estos objetivos, se ha propuesto, diseñado y construido, un dispositivo estabilizador *shunt damper* que mediante su conexión en paralelo en un puerto accesible de la red, permita inyectar o extraer amortiguación al sistema, de forma que mediante una ley de control adecuada, se cumplan los objetivos de control establecidos.

Para la obtención de la ley de control estabilizadora y con la finalidad de probar diferentes técnicas de control que certifiquen el funcionamiento de la solución anterior propuesta (*shunt damper*), se han diseñado cuatro tipos de controlador de estabilización: diseño jerárquico monopuerto H_∞ , controlador divisor de frecuencias multipuerto basado en la teoría H_∞ , controlador autosintonizado de emplazamiento de polos con un identificador RLS de olvido direccional adaptativo, controlador no lineal adaptativo de linealización de entrada-salida de información completa mediante un observador-estimador basado en I&I.

Como actividad secundaria derivada del carácter jerárquico de la aplicación de las leyes de control H_∞ monopuerto y control autosintonizado, se ha diseñado un controlador histerético de corriente y un controlador PI de voltaje para el *shunt damper* de forma que este se comporte como una fuente de corriente controlada y realice el seguimiento adecuado de la referencia dada por las anteriores leyes de control.

Para cada uno de los controladores diseñados, se han realizado experimentos numéricos en simulación, comprobando el cumplimiento de los objetivos de control. Especialmente, se ha comprobado la mejora respecto a la estabilidad cuando sometemos al sistema a unas condiciones iniciales cercanas al punto de equilibrio (estabilidad local) y cuando son lejanas (estabilidad global).

8.1.3 Conclusiones basadas en los resultados experimentales

Con el propósito de obtener resultados experimentales, se ha diseñado y construido una planta experimental, a pequeña escala, que representa las redes del problema bajo estudio. Durante este proceso, además del *shunt damper*, se ha desarrollado una CPL con las características necesarias de rapidez de respuesta, que permitan comprobar el cumplimiento de los objetivos propuestos, para los casos más desfavorables respecto a la estabilidad. En un principio, se probó una fuente controlada comercial de laboratorio, pero sus características dinámicas, no comprometían suficientemente la estabilidad de la red experimental.

Con la planta experimental, se realizan los experimentos necesarios para comprobar el cumplimiento de los objetivos. En especial, se comprueba que se amplía notablemente el rango de equilibrios estables, respecto al sistema original (sin *shunt damper*), que surgen al variar la potencia de la carga. Y este, sin lugar a dudas, es un resultado de carácter práctico muy importante.

8.2 VÍAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

En este trabajo de investigación se han alcanzado en mayor medida los objetivos propuestos, no obstante, en el balance final siempre quedan más preguntas que respuestas. En cualquier aplicación práctica, nunca se resuelven todos los problemas, pero emergen posibles fuentes donde encontrar las respuestas. Por este motivo, a continuación expongo las principales líneas futuras de investigación que durante el proceso de estudio me he cuestionado.

- Extender el método de análisis de estabilidad presentado a redes AC con CPLs. Se puede obtener un modelo de la red AC en ejes síncronos $dq0$ y el modelo de CPL correspondiente, obteniendo una

formulación lineal en el espacio de estados, de tal forma que podemos aplicar el método de análisis de estabilidad presentado en la sección 4.4. No obstante, este método no se puede aplicar a sistemas monofásicos ni a sistemas trifásicos desbalanceados, ya que las variables en el eje 0 del sistema de coordenadas $dq0$, no se anulan y cambian periódicamente con el tiempo, no correspondiendo a un problema de estabilidad del equilibrio.

- Diseñar y construir un dispositivo *shunt damper* para una red eléctrica AC con CPLs, de forma que se pueda extender el comportamiento estable a todos los equilibrios posibles del sistema.
- Análisis de estabilidad en gran señal de las redes bajo estudio, mediante programas de optimización para tratar problemas del tipo *Sum of Squares* (SOS). Concretamente, se trataría de buscar funciones de Lyapunov de grado alto para probar la estabilidad de las redes alimentando CPLs.
- Extender las técnicas de estabilización y los experimentos presentados al problema MIMO. Esto es, redes DC multipuerto con varias CPLs conectadas.
- Comprobar con un modelo más complejo de la red DC el desempeño de la solución. Por ejemplo, un modelo con varias frecuencias de resonancia. Esto avalaría que la simplificación del modelo realizada en la investigación es válida y también certificaría el desempeño de la solución *shunt damper*.
- Realizar pruebas experimentales para las técnicas de control desarrolladas en simulación numérica, sin resultados experimentales, en concreto, el controlador autosintonizado mediante emplazamiento de polos e identificador de olvido direccional adaptativo, y con el controlador multipuerto *crossover* H_∞ .

Parte V

APÉNDICES

DEMOSTRACIONES DE LA SECCIÓN 5.5

A.1 DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 5.5.1

De (77) y (80) tenemos

$$\dot{y} = \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1} \left(x_1 - \frac{P}{x_2} - x_3 \right) =: \mathcal{F}_2(x_1, x_2, x_3),$$

y

$$\ddot{y} = \nabla \mathcal{F}_2^\top \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1}(-r_1 x_1 - x_2 + E) \\ \frac{1}{C_1}(x_1 - \frac{P}{x_2} - x_3) \\ \frac{1}{L_2}(-r_2 x_3 + x_2 - w) \end{bmatrix}. \quad (93)$$

Si se sustituye $w(x_1, x_2, x_3)$ de la ecuación (79) en la ecuación (93) se obtiene (81), que claramente es un sistema asintóticamente estable.

Para demostrar que el equilibrio $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ es estable asintóticamente, se analiza la dinámica cero de Σ_{13} cuya salida y , que es la salida de Σ_{13} esta restringida al conjunto

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &:= \{(x_1, x_2, x_3) : y = 0 \wedge \dot{y} = 0\} \\ &= \{x_1, x_2, x_3\} : x_2 = \bar{x}_2 \wedge x_3 = x_1 - \frac{P}{\bar{x}_2}. \end{aligned}$$

Restringiendo la dinámica de x_1 a \mathcal{Z} tenemos

$$\begin{aligned} L_1 \dot{x}_1 &= -r_1 x_1 - \bar{x}_2 + E, \\ &= -r_1(x_1 - \bar{x}_1). \end{aligned}$$

Por consiguiente, $x_1 \rightarrow \bar{x}_1$. Ahora, en \mathcal{Z} , se tiene que $x_3 = x_1 - \frac{P}{\bar{x}_2}$, por lo tanto $x_3 \rightarrow \bar{x}_1 - \frac{P}{\bar{x}_2} = \bar{x}_3$.

A.2 DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 5.5.2

Con el cambio de coordenadas $z = \frac{1}{2}C_2 x_4^2$, el sistema Σ^4 es equivalente a

$$\dot{z} = -\frac{2}{r_3 C_2} z + w x_3. \quad (94)$$

De la proposición 5.5.1 se tiene que $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ es un punto de equilibrio exponencialmente estable de Σ_{13} en lazo cerrado con (79). Entonces, el término wx_3 permanece acotado y converge, de forma exponencial, al valor $\bar{u}\bar{x}_3\bar{x}_4$. El límite anterior se obtiene de la expresión en estado estacionario

$$-r_2\bar{x}_3 - \bar{u}\bar{x}_4 + \bar{x}_2 = 0.$$

Se deriva de forma elemental de (94) que

$$z \rightarrow \frac{r_3 C_2}{2} (wx_3) \rightarrow \frac{r_3 C_2}{2} (\bar{u}\bar{x}_4\bar{x}_3),$$

con una tasa exponencial. Utilizando la expresión en estado estacionario

$$\bar{u}\bar{x}_3 - \frac{1}{r_3}\bar{x}_4 = 0,$$

se concluye que cualquier solución x_4 de Σ^4 es positiva para todo instante y converge de forma exponencial a $\bar{x}_4 > 0$ siempre que comience suficientemente cerca de \bar{x}_4 .

A.3 DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 5.5.3

Las derivadas de los errores $\tilde{x}_1 := \hat{x}_1 - x_1$ y $\tilde{P} := \hat{P} - P$ vienen dadas por

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= -\frac{r_1}{L_1}\tilde{x}_1 - k_1x_2\tilde{x}_1 + k_1\tilde{P}, \\ \dot{\tilde{P}} &= -k_2\tilde{P} + k_2x_2\tilde{x}_1, \end{aligned} \tag{95}$$

Que pueden ser escritas de forma equivalente como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{P} \end{bmatrix} = -A \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{P} \end{bmatrix}, \tag{96}$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} \frac{r_1}{L_1} + k_1x_2 & -k_1 \\ -k_2x_2 & k_2 \end{bmatrix}. \tag{97}$$

A continuación, se demuestra que el origen del sistema no-autónomo (96) es estable exponencialmente. Considérese la función candidata de Lyapunov

$$V := \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{P} \end{bmatrix}^\top S \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{P} \end{bmatrix},$$

donde

$$S := \begin{bmatrix} 1 & \frac{k_1}{k_2} \\ \frac{k_1}{k_2} & s_{2,2} \end{bmatrix},$$

y $s_{2,2}$ es una constante positiva a determinar. Calculando la derivada respecto al tiempo de V a lo largo de las trayectorias del sistema (95) se obtiene

$$\dot{V} = - \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{p} \end{bmatrix}^\top \mathcal{M} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{p} \end{bmatrix},$$

donde

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2}(SA + A^\top S) = \begin{bmatrix} \frac{r_1}{L_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{k_1 \left(\frac{r_1}{L_1} + k_1 x_2 \right)}{k_2} - k_2 x_2 s_{2,2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{k_1 \left(\frac{r_1}{L_1} + k_1 x_2 \right)}{k_2} - k_2 x_2 s_{2,2} \right) & -\frac{k_1^2}{k_2} + k_2 s_{2,2} \end{bmatrix}.$$

Claramente, V es una función de Lyapunov estricta para (96), si y sólo si, $\exists \bar{s}_{2,2}$, constante, tal que $\mathcal{M}|_{s_{2,2}=\bar{s}_{2,2}} > 0$ y $S > 0$, ó de forma equivalente,

$$\det(\mathcal{M})|_{s_{2,2}=\bar{s}_{2,2}} > 0, \quad \forall x_2 \in [x_2^{\min}, x_2^{\max}], \quad (98a)$$

$$\bar{s}_{2,2} > \frac{k_1^2}{k_2}, \quad (98b)$$

se cumplen simultáneamente. Para probar la existencia de tal $\bar{s}_{2,2}$, se destaca que $\det(\mathcal{M})$ puede ser expresado como una función cuadrática de $s_{2,2}$, como sigue:

$$\det(\mathcal{M}) = a s_{2,2}^2 + b s_{2,2} + c,$$

donde

$$\begin{aligned} a &= -\frac{1}{4} k_2^2 x_2^2, \\ b &= \frac{2k_2 r_1 + k_1 x_2 (r_1 + k_1 L_1 x_2)}{2L_1}, \\ c &= -\frac{k_1^2 (4k_2 L_1 r_1 + (r_1 + k_1 L_1 x_2)^2)}{4k_2^2 L_1^2}. \end{aligned}$$

Debido a las asunciones,

$$b^2 - 4ac = \frac{k_2 r_1^2 (k_2 + k_1 x_2)}{L_1^2} > 0,$$

entonces

$$\det(\mathcal{M}) = 0 \Leftrightarrow s_{2,2} \in \{\omega_1, \omega_2\},$$

donde

$$\omega_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\omega_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

que satisface $\omega_1 < \omega_2$. Si podemos encontrar soluciones $\bar{s}_{2,2}$, constantes, tal que

$$\min \left\{ \omega_1, \frac{k_1^2}{k_2^2} \right\} < \bar{s}_{2,2} < \omega_2, \quad \forall x_2 \in [x_2^{\min}, x_2^{\max}], \quad (99)$$

entonces V sería una función de Lyapunov de la dinámica del error (96). En realidad, nótese que $\frac{k_1^2}{k_2^2} < \bar{s}_{2,2}$ implica que V sea definida positiva con respecto a $\tilde{x}_1 = \tilde{P} = 0$. Es más, $\omega_1 < \bar{s}_{2,2} < \omega_2, \forall x_2 \in [x_2^{\min}, x_2^{\max}]$, implica que $\det(\mathcal{M}|_{s_{2,2}=\bar{s}_{2,2}}) > 0$ para todo $x_2 \in [x_2^{\min}, x_2^{\max}]$, haciendo a V decreciente de forma monótona a lo largo de las soluciones del sistema (96).

Ahora, se puede demostrar que ambas ω_1 y ω_2 , son funciones de x_2 monotónicamente decrecientes, entonces

$$\omega_1 \leq \omega_1|_{x_2=x_2^{\min}}, \quad \forall x_2 \in [x_2^{\min}, x_2^{\max}], \quad (100)$$

y

$$\omega_2|_{x_2=x_2^{\max}} \leq \omega_2, \quad \forall x_2 \in [x_2^{\min}, x_2^{\max}]. \quad (101)$$

Además, la siguiente desigualdad se puede verificar mediante manipulaciones algebraicas directas:

$$\frac{k_1^2}{k_2^2} < \omega_1, \quad \forall x_2 \in [x_2^{\min}, x_2^{\max}]. \quad (102)$$

Mediante (100), (101) y (102), es posible afirmar que

$$\omega_1|_{x_2=x_2^{\min}} < \omega_2|_{x_2=x_2^{\max}}, \quad (103)$$

entonces existe $\bar{s}_{2,2}$, constante, tal que se cumple (99). Mediante cálculos directos, se puede verificar que una condición suficiente para que se cumpla (103) viene dada por (84). Esto concluye la prueba.¹

¹ Las pruebas de las desigualdades (100), (101), (102) y las de la implicación [(84) \Rightarrow (103)] se omiten para facilitar la lectura.

A.4 DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 5.5.4

Recuérdese de la prueba de la proposición 5.5.3 que la dinámica del error del observador viene representada por (95). Por otra parte, puede demostrarse mediante cálculos y manipulaciones algebraicas extensas pero eficientes que (25) en lazo cerrado con (86) tiene la forma

$$\dot{x} = \left[f(x) + g(x) \frac{w(x_1, x_2, x_3, P)}{x_4} \right] + g(x) \epsilon(x, \tilde{x}_1, \tilde{P}), \quad (104)$$

Donde el mapeo ϵ es tal que $\epsilon(x, 0, 0) = 0$ para todo x .

De la proposición 5.5.1 se obtiene que $\epsilon \equiv 0$ para todo t , entonces \bar{x} es un equilibrio asintóticamente estable de (104). Además, la Proposición 5.5.3 establece que el origen de la dinámica del error del observador es exponencialmente estable. Consecuentemente, invocando Sepulchre, Jankovic y Kokotovic, 2012, Proposition 4.1, se concluye que $(x, \tilde{x}_1, \tilde{P}) = (\bar{x}, 0, 0)$ es un punto de equilibrio asintóticamente estable del sistema completo.

BIBLIOGRAFÍA

- Alzawaideh, Ayman e Igor Boiko (2018). «LPRS analysis of sliding mode control of a boost converter». En: *Proceedings of IEEE International Workshop on Variable Structure Systems 2018-July.4*, págs. 461-463 (vid. pág. 64).
- Anderson, Brian D.O. y Sumeth Vongpanitlerd (1973). *Network Analysis and Synthesis: A Modern Systems Theory Approach*. Ed. por Robert W. Newcomb. New Jersey: Prentice Hall, Inc (vid. págs. 28, 30, 36).
- Angeli, David (2006). «Systems with counterclockwise input-output dynamics». En: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 51.7, págs. 1130-1143 (vid. pág. 29).
- Apkarian, Pierre y Dominikus Noll (2006). «Nonsmooth H_∞ synthesis». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 51.1, págs. 71-86 (vid. pág. 82).
- Arif, Anmar, Zhaoyu Wang, Jianhui Wang, Barry Mather, Hugo Bashualdo y Dongbo Zhao (2018). «Load modeling - A review». En: *IEEE Transactions on Smart Grid* 9.6, págs. 5986-5999 (vid. pág. 3).
- Arocas-Pérez, José y Robert Griñó (2016). «Sobre la Estabilidad Local de Redes Eléctricas CC Alimentando Cargas Dinámicas de Potencia Constante». En: *Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación*. Elx, págs. 1-5 (vid. págs. 13, 17, 40).
- Astolfi, Alessandro, Dimitrios Karagiannis y Romeo Ortega (2007). *Nonlinear and adaptive control with applications*. Springer Science & Business Media (vid. pág. 120).
- Barabanov, Nikita, Romeo Ortega, Robert Griñó y Boris Polyak (2016). «On Existence and Stability of Equilibria of Linear Time-Invariant Systems With Constant Power Loads». En: 63.1, págs. 114-121 (vid. pág. 45).
- Belkhat, M., R. Cooley y A. Witulski (1995). «Large signal stability criteria for distributed systems with constant power loads». En: *Proc. of the Power Electronics Specialist Conference (PESC'95)* 2, págs. 1333-1338 (vid. pág. 18).
- Benner, Peter y Matthias Voigt (2013). «Spectral characterization and enforcement of negative imaginarity for descriptor systems». En: *Linear Algebra and its Applications* 439.4, págs. 1104-1129 (vid. pág. 30).
- Boiko, Igor (2009). *Discontinuous control systems: Frequency-domain analysis and design*. Vol. 53. 9. Boston, MA: Birkhäuser Boston, págs. 1-212. arXiv: arXiv:1011.1669v3 (vid. págs. 66, 67).
- Bosich, Daniele, Giovanni Giadrossi, Samuele Grill y Enrico Tironi (2014). «More Electric c Vehicles DC Power Systems : a Large Signal Stabi-

- lity Analysis in presence of CPLs fed by a Floating Supply Voltage». En: *Electric Vehicle Conference (IEVC), 2014 IEEE International Conference*, págs. 1-6 (vid. pág. 18).
- Boyd, S., L. El Ghaoui, E. Feron y V. Balakrishnan (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Vol. 15, pág. 203 (vid. pág. 18).
- Brayton, R. K. ; Moser, J. K. (1964). *A theory of nonlinear systems-I*. Inf. téc. 1 (vid. pág. 18).
- Brogliato, Bernard, Rogelio Lozano, Bernhard Maschke y Olav Egeland (2007). *Dissipative Systems Analysis and Control*, pág. 589 (vid. pág. 28).
- Brombach, J., T. Schröter, A. Lücken y D. Schulz (2011). «Optimized cabin power supply with a / 270 v DC grid on a modern aircraft». En: *2011 7th International Conference-Workshop Compatibility and Power Electronics, CPE 2011 - Conference Proceedings*, págs. 425-428 (vid. pág. 6).
- Cao, L y H Schwartz (2000). «A directional forgetting factor based on decomposition of information matrix.» En: *Automatica* 36, págs. 1725-1731 (vid. págs. 107, 108).
- Carmeli, Maria Stefania, Denis Forlani, Samuele Grillo, Roberto Pinetti, Enrico Ragaini y Enrico Tironi (2012). «A stabilization method for DC networks with constant-power loads». En: *2012 IEEE International Energy Conference and Exhibition, ENERGYCON 2012*, págs. 617-622 (vid. pág. 57).
- Cespedes, Mauricio, Lei Xing y Jian Sun (jul. de 2011). «Constant-Power Load System Stabilization by Passive Damping». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 26.7, págs. 1832-1836 (vid. pág. 21).
- Chen, C.T. (2006). *Analog and Digital Control System Design: Transfer-Function, State-Space, and Algebraic Methods*. OUP USA (vid. pág. 110).
- Chesi, Graziano (2011). *Domain of Attraction Analysis and Control via SOS Programming*, pág. 278 (vid. pág. 18).
- Choi, Byungcho (1995). «A Method of Defining the Load Impedance Specification for A Stable Distributed Power System». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 10.3, págs. 280-285 (vid. pág. 16).
- Chua, Leon O., C. A. Desoer y E. S. Kuh (1987). *Linear and Nonlinear Circuits*. McGraw-Hill (vid. pág. 9).
- Cisneros, R., F. Mancilla-David y R. Ortega (dic. de 2013). «Passivity-Based Control of a Grid-Connected Small-Scale Windmill With Limited Control Authority». En: *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics* 1.4, págs. 247-259 (vid. pág. 118).
- Cucuzzella, Michele, Sebastian Trip, Claudio De Persis, Antonella Ferrara y Arjan van der Schaft (2017). «A Robust Consensus Algorithm for Current Sharing and Voltage Regulation in DC Microgrids». En: *arXiv preprint arXiv:1708.04608* (vid. pág. 53).

- Doerry, Norbert H. (2009). «Next Generation Integrated Power Systems (NGIPS) for the Future Fleet». En: *Proc. IEEE Electric Ship Technologies Symposium* March, págs. 1-27 (vid. pág. 6).
- Dörfler, F y F Bullo (2013). «Kron Reduction of Graphs With Applications to Electrical Networks». En: *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* 60.1, págs. 150-163 (vid. pág. 53).
- Dorfler, Florian, John W. Simpson-Porco y Francesco Bullo (2018). «Electrical Networks and Algebraic Graph Theory: Models, Properties, and Applications». En: *Proceedings of the IEEE* 106.5, págs. 977-1005 (vid. pág. 53).
- Doyle, John, Keith Glover, Pramod Khargonekar y Bruce Francis (1988). «State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems.» En: *Proceedings of the American Control Conference* 88 pt 1-3, págs. 1691-1696 (vid. pág. 82).
- Dragicevic, Tomislav, Xiaonan Lu, Juan C. Vasquez y Josep M. Guerrero (2016). «DC Microgrids - Part I: A Review of Control Strategies and Stabilization Techniques». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 31.7, págs. 4876-4891 (vid. pág. 104).
- Du, Weijing, Junming Zhang, Yang Zhang y Zhaoming Qian (2013). «Stability criterion for cascaded system with constant power load». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 28.4, págs. 1843-1851 (vid. pág. 19).
- Emadi, Ali, Alireza Khaligh, Claudio H. Rivetta y Geoffrey A. Williamson (2006). «Constant power loads and negative impedance instability in automotive systems: Definition, modeling, stability, and control of power electronic converters and motor drives». En: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 55.4, págs. 1112-1125 (vid. pág. 6).
- Erickson, Robert W y Dragan Maksimovic (2004). *Fundamentals of Power Electronics*. Second. Kluwer Academic Publishers New (vid. pág. 137).
- Feng, Xiaogang, Jinjun Liu y Fred C. Lee (2002). «Impedance specifications for stable DC distributed power systems». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 17.2, págs. 157-162 (vid. pág. 16).
- Ferrante, Augusto, Alexander Lanzon y Lorenzo Ntogramatzidis (2016). «Foundations of not necessarily rational negative imaginary systems theory: Relations between classes of negative imaginary and positive real systems». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 61.10, págs. 3052-3057 (vid. pág. 30).
- Ferrante, Augusto y Lorenzo Ntogramatzidis (2013). «Some new results in the theory of negative imaginary systems with symmetric transfer matrix function». En: *Automatica* 2010 (vid. pág. 30).
- Fortescue, T. R. (1977). *Work on Åström's self-tuning regulator*. London (vid. pág. 109).
- Frances, Airan, Rafael Asensi, Oscar Garcia, Roberto Prieto y Javier Uceda (2018). «Modeling electronic power converters in smart dc mi-

- crogrids - An overview». En: *IEEE Transactions on Smart Grid* 9.6, págs. 6274-6287 (vid. pág. 104).
- Gahinet, Pascal y Pierre Apkarian (1994). «A linear matrix inequality approach to H_∞ control». En: *International Journal of Robust and Non-linear Control* 4.4, págs. 421-448 (vid. pág. 82).
- Gavrilovic, A. (1991). «AC/DC system strength as indicated by short circuit ratios». En: *IEE Conference Publication* 345, págs. 27-32 (vid. pág. 7).
- Grant, Michael C. y Stephen P. Boyd (2015). *The CVX Users' Guide, Release v2.1* (vid. pág. 42).
- Grigore, Vlad, Jari Hatonen, Jorma Kyyra y Teuvo Suntio (1998). «Dynamics of a buck converter with a constant power load». En: *PESC 98 Record. 29th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference (Cat. No.98CH36196)* 1, págs. 72-78 (vid. pág. 19).
- Guerrero, Josep M, Juan C Vasquez, José Matas, Luis García De Vicuña y Miguel Castilla (2011). «Hierarchical control of droop-controlled AC and DC microgrids—A general approach toward standardization». En: *IEEE Transactions on industrial electronics* 58.1, págs. 158-172 (vid. pág. 121).
- Hancock, Edward J. y Antonis Papachristodoulou (2011). «Generalised absolute stability and sum of squares». En: *American Control Conference* 49 (vid. pág. 18).
- Hancock, Edward J. y Antonis Papachristodoulou (2013). «Generalised absolute stability and sum of squares». En: *Automatica* 49.4, págs. 960-967 (vid. pág. 18).
- Harnefors, Lennart, Xiongfei Wang, Alejandro G Yepes y Frede Blaabjerg (2016). «Passivity-Based Stability Assessment of Grid-Connected VSCs—An Overview». En: *Ieee Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics* 4.1, págs. 116-125 (vid. pág. 12).
- Herrera, Luis, Wei Zhang y Jin Wang (2015). «Stability analysis and controller design of DC microgrids with constant power loads». En: *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2015 IEEE*, págs. 691-696 (vid. pág. 18).
- Horn, Roger A y Charles R Johnson (1990). *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, págs. xiii+561 (vid. pág. 40).
- Inoue, Kaoru, Toshiji Kato, Makoto Inoue, Youhei Moriyama y Kenta Nishii (2012). «An oscillation suppression method of a DC power supply system with a constant power load and a LC filter». En: *2012 IEEE 13th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics, COMPEL 2012* (vid. pág. 21).
- Ioannou, P. y Gang Tao (1987). «Frequency domain conditions for strictly positive real functions». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 32.1, págs. 53-54 (vid. pág. 30).

- Ipakchi, Ali y Farrokh Albuyeh (2009). «Grid of the future». En: *IEEE Power and Energy Magazine* 7.2, págs. 52-62. arXiv: arXiv:1011.1669v3 (vid. pág. 6).
- Isidori, Alberto (2013). *Nonlinear control systems*. Springer Science & Business Media (vid. pág. 116).
- Kankam, M. David y Malik E. Elbuluk (2001). «A Survey of Power Electronics Applications in Aerospace Technologies». En: November (vid. pág. 6).
- Karafyllis, Iasson y Zhong-Ping Jiang (2011). *Stability and stabilization of nonlinear systems* (vid. pág. 18).
- Kent, Maurice H., Wayne R. Schmus, Francis A. McCrackin y Luther M. Wheeler (1969). «Dynamic Modeling of Loads in Stability Studies». En: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* PAS-88.5, págs. 756-763 (vid. pág. 5).
- Khalil, Hassan K y J W Grizzle (1996). *Nonlinear systems*. Vol. 3. Prentice hall New Jersey (vid. pág. 18).
- Kokotovic, P. V., R. E. O'Malley y P. Sannuti (1976). «Singular perturbations and order reduction in control theory - An overview». En: *Automatica* 12.2, págs. 123-132 (vid. pág. 64).
- Kottenstette, Nicholas, Michael J. McCourt, Meng Xia, Vijay Gupta y Panos J. Antsaklis (2014). «Relationships Among Passivity, Positive Realness, and Dissipativity with an Application to Passivity Based Pairing». En: *Technical Report of the ISIS Group at the University of Notre Dame* (vid. pág. 28).
- Kuznetsov, Yuri A. (1998). *Elements of Applied Bifurcation Theory*, pág. 591 (vid. pág. 18).
- Lamar, Diego G, Student Member, Arturo Fernández, Manuel Arias, Miguel Rodríguez, Javier Sebastián y Marta Maria Hernando (2008). «A Unity Power Factor Correction Preregulator With Fast Dynamic Response Based on a Low-Cost Microcontroller». En: 23.2, págs. 635-642 (vid. pág. 19).
- Lanzon, A e I R Petersen (2007). «A modified positive-real type stability condition». En: *Proceedings of the 2007 European Control Conference*, págs. 3912-3918 (vid. pág. 29).
- Lanzon, Alexander y Ian R. Petersen (2008). «Stability Robustness of a Feedback Interconnection of Systems With Negative Imaginary Frequency Response». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 53.4, págs. 1042-1046 (vid. pág. 29).
- Lee, Wook Jin y Seung Ki Sul (2014). «DC-link voltage stabilization for reduced DC-link capacitor inverter». En: *IEEE Transactions on Industry Applications* 50.1, págs. 404-414 (vid. pág. 20).
- Leonard, J P (2016). «Nonlinear Modeling of DC Constant Power Loads with Frequency Domain Volterra Kernels». En: (vid. pág. 14).

- Liu, Mei y Gang Chen (2019). «Partial-Fraction Expansion of Lossless Negative Imaginary Property and a Generalized Lossless Negative Imaginary Lemma». En: *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control 2018-Decem.Cdc*, págs. 7089-7094. arXiv: 1808.08136 (vid. pág. 29).
- Liu, Mei y Junlin Xiong (2016). «On non-proper negative imaginary systems». En: *Systems and Control Letters* 88, págs. 47-53 (vid. págs. 29, 30).
- Liu, X.Y. y A.J. Forsyth (2005). «Comparative study of stabilizing controllers for brushless DC motor drive systems». En: *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, 2005*. IEEE, págs. 1725-1731 (vid. pág. 20).
- Liu, Xinbo, Shuohan Ma, Zhengxi Li y Naixin Wang (2015). «Large signal stability analysis for constant power loads with RC parallel damping filters». En: *2014 17th International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS 2014*, págs. 2796-2801 (vid. pág. 21).
- Liu, Xinyun, Andrew J Forsyth y Andrew M Cross (2007). «Negative input-resistance compensator for a constant power load». En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 54.6, págs. 3188-3196 (vid. pág. 20).
- Liutanakul, Pisit, Ahmed Bilal Awan, Serge Pierfederici, Babak Nahid-Mobarakeh y Farid Meibody-Tabar (2010). «Linear stabilization of a dc bus supplying a constant power load: A general design approach». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 25.2, págs. 475-488 (vid. pág. 20).
- Ljung, Lennart (1999). *System Identification - Theory For the User*. Ed. por Tomas Kailath. second. Vol. 38. 2. Prentice Hall Information y System Sciences Series, págs. 375-378 (vid. pág. 108).
- Loop, Benjamin P., Scott D. Sudhoff, Stanislaw H. Zak y Edwin L. Zivi (2010). «Estimating regions of asymptotic stability of power electronics systems using genetic algorithms». En: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 18.5, págs. 1011-1022 (vid. pág. 18).
- Lu, Xiaonan, Kai Sun, Josep M. Guerrero, Juan C. Vasquez, Lipei Huang y Jianhui Wang (2015). «Stability Enhancement Based on Virtual Impedance for DC Microgrids with Constant Power Loads». En: *IEEE Transactions on Smart Grid* 6.6, págs. 2770-2783 (vid. pág. 53).
- Mabrok, Mohamed A., Abhijit G. Kallapur, Ian R. Petersen y Alexander Lanzon (2011). «A negative imaginary lemma for descriptor systems». En: *Proceedings of the 2011 Australian Control Conference, AUCC 2011 December*, págs. 543-546 (vid. págs. 29, 30).
- Mabrok, Mohamed A., Abhijit G. Kallapur, Ian R. Petersen y Alexander Lanzon (2014). «Generalizing negative imaginary systems theory to include free body dynamics: Control of highly resonant structures with free body motion». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 59.10, págs. 2692-2707 (vid. pág. 29).

- Mabrok, Mohamed, Abhijit G. Kallapur, Ian R. Petersen y Alexander Lanzon (2015). «A generalized negative imaginary lemma and Riccati-based static state-feedback negative imaginary synthesis». En: *Systems & Control Letters* 77, págs. 63-68 (vid. pág. 29).
- Machado, Juan E., José Arocas-Pérez, Wei He, Romeo Ortega y Robert Griño (2018). «Active Damping of a DC Network with a Constant Power Load: An Adaptive Passivity-based Control Approach». En: *Congreso Nacional de Control Automático (CNCA)*. San Luis Potosi, Mexico (vid. págs. 116, 118, 121).
- Magne, Pierre, Didier Marx, Babak Nahid-Mobarakeh y Serge Pierfederici (2012). «Large-Signal Stabilization of a DC-Link Supplying a Constant Power Load Using a Virtual Capacitor: Impact on the Domain of Attraction». En: *IEEE Transactions on Industry Applications* 48.3, págs. 878-887 (vid. pág. 20).
- Marx, D., S. Pierfederici, B. Nahid-Mobarakeh y B. Davat (2009). «Contribution to determination of domain of attraction in power systems: Application to drives with input filter». En: *Conference Record - IAS Annual Meeting (IEEE Industry Applications Society)* (vid. pág. 18).
- Marx, Didier, Pierre Magne, Babak Nahid-Mobarakeh, Serge Pierfederici y Bernard Davat (2012). «Large Signal Stability Analysis Tools in DC Power Systems With Constant Power Loads and Variable Power Loads-A Review». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 27.4, págs. 1773-1787 (vid. pág. 18).
- Materassi, Donatello (2015). «An algorithmic approach for lessening conservativeness of criteria determining absolute stability». En: págs. 571-576 (vid. pág. 18).
- McFarlane, A. G. J. e I. Postlethwaite (1977). «The generalized Nyquist stability criterion and multivariable root loci». En: *International Journal of Control* 25. January 2015, págs. 81-127 (vid. pág. 45).
- McLyman, Colonel (2011). *Transformer and Inductor Design Handbook, Fourth Edition* (vid. pág. 138).
- Megretski, Alexandre y Anders Rantzer (1997). «System Analysis via Integral Quadratic Constraints». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 42. September, págs. 819-830 (vid. pág. 18).
- Middlebrook, Robert David (1976). «Input filter considerations in design and application of switching regulators». En: *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, págs. 366-382 (vid. pág. 16).
- Mohamed, Yasser Abdel-Rady I., Amr Ahmed A. Radwan y T. K. Lee (2012). «Decoupled Reference-Voltage-Based Active DC-Link Stabilization for PMSM Drives With Tight-Speed Regulation». En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 59.12, págs. 4523-4536 (vid. pág. 20).
- Mosskull, H. (2015). «Optimal DC-Link Stabilization Design». En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 62.8, págs. 5031-5044 (vid. pág. 53).

- Onwuchekwa, Chimaobi N. y Alexis Kwasinski (2010). «Analysis of boundary control for buck converters with instantaneous constant-power loads». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 25.8, págs. 2018-2032 (vid. pág. 20).
- Ouroua, A., L. Domaschk y J. H. Beno (2005). «Electric ship power system integration analyses through modeling and simulation». En: *2005 IEEE Electric Ship Technologies Symposium 2005*, págs. 70-74 (vid. pág. 6).
- Papachristodoulou, Antonis y Stephen Prajna (2002). «On the Construction of Lyapunov Functions using the Sum of Squares Decomposition». En: *Decision and Control 2002 Proceedings of the 41st IEEE Conference on 3. December*, págs. 3482-3487 (vid. pág. 18).
- Petersen, I R (2011). «Negative Imaginary Systems Theory in the Robust Control of Highly Resonant Flexible Structures». En: *Proceedings of the 2011 Australian Control Conference November*, págs. 1-6. arXiv: 1301.3552 (vid. pág. 31).
- Petersen, I. R. y A. Lanzon (2010). «Feedback Control of Negative-Imaginary Systems». En: *Control Systems Magazine, IEEE* 30.5, págs. 54-72 (vid. págs. 29, 32, 33).
- Prajna, Stephen, Antonis Papachristodoulou y Fen Wu (2004). «Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A Lyapunov-based approach». En: *Control Conference, 2004. 5th Asian*, págs. 157-165 (vid. pág. 18).
- Prajna, Stephen, Pablo A. Parrilo y Anders Rantzer (2004). «Nonlinear Control Synthesis by Convex Optimization». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 49.2, págs. 310-314 (vid. pág. 18).
- Press, Ieee, Linda Shafer, George W Arnold y David Jacobson (2013). *Handbook of Electrical Power System Dynamics* (vid. pág. 3).
- Prodić, Aleksandar, Jingquan Chen, Dragan Maksimović y Robert W. Erickson (2003). «Self-tuning digitally controlled low-harmonic rectifier having fast dynamic response». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 18.1 II, págs. 420-428 (vid. pág. 19).
- Radwan, Amr Ahmed A y Yasser Abdel Rady I Mohamed (2012). «Linear active stabilization of converter-dominated DC microgrids». En: *IEEE Transactions on Smart Grid* 3.1, págs. 203-216 (vid. pág. 20).
- Rahimi, A.M. y A. Emadi (2009). «Active Damping in DC/DC Power Electronic Converters: A Novel Method to Overcome the Problems of Constant Power Loads». En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56.5, págs. 1428-1439 (vid. pág. 20).
- Rahimi, A.M. y A. Emadi (2010). «Discontinuous-Conduction Mode DC/DC Converters Feeding Constant-Power Loads». En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 57.4, págs. 1318-1329 (vid. pág. 19).
- Rahimi, A.M., G.A. Williamson y A. Emadi (2010). «Loop-Cancellation Technique: A Novel Nonlinear Feedback to Overcome the Destabili-

- zing Effect of Constant-Power Loads». En: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 59.2, págs. 650-661 (vid. pág. 20).
- Rao, Shodhan y Paolo Rapisarda (2012). «An algebraic approach to the realization of lossless negative imaginary behaviors». En: *SIAM Journal on Control and Optimization* 50.3, págs. 1700-1720 (vid. pág. 29).
- Ray, Ishita, Student Member, Leon M Tolbert, Min H Kao y Electrical Engineering (2019). «The Case Against Phase-Locked Loops in Weak AC Grids». En: 3 (vid. pág. 12).
- Rezaei, Kamran (2014). «A New Control Scheme for an AC-DC Single-state Buck-Boost PFC Converter with Improved Output Ripple Reduction and Transient Response». En: 1, págs. 1866-1873 (vid. pág. 19).
- Riccobono, Antonino y Enrico Santi (2012). «A novel Passivity-Based Stability Criterion (PBSC) for switching converter DC distribution systems». En: *Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, págs. 2560-2567 (vid. págs. 15, 17).
- Ridder, Dick de, David M J Tax, Bangjun Lei, Guangzhu Xu, Ming Feng, Yaobin Zou y Ferdinand van der Heijden (2017). *Classification, Parameter Estimation and State Estimation* (vid. pág. 107).
- Rosero, J. A., J. A. Ortega, E. Aldabas y L. Romeral (2007). «Moving towards a more electric aircraft». En: *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine* 22.3, págs. 3-9 (vid. pág. 6).
- Rygg, Atle y Marta Molinas (2017). «Apparent Impedance Analysis: A Small-Signal Method for Stability Analysis of Power Electronic-Based Systems». En: *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics* 5.4, págs. 1474-1486 (vid. pág. 53).
- Sanchez, Santiago y Marta Molinas (2015). «Large signal stability analysis at the common coupling point of a DC microgrid: A grid impedance estimation approach based on a recursive method». En: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 30.1, págs. 122-131 (vid. pág. 53).
- Sepulchre, Rodolphe, Mrdjan Jankovic y Petar V Kokotovic (2012). *Constructive nonlinear control*. Springer Science & Business Media (vid. pág. 165).
- Simon, Herbert A. (1956). «Dynamic Programming Under Uncertainty with a Quadratic Criterion Function». En: *Econometrica* 24.1, pág. 74 (vid. pág. 107).
- Singh, Suresh, Aditya R Gautam y Deepak Fulwani (2017). «Constant power loads and their effects in DC distributed power systems: A review». En: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 72.January, págs. 407-421 (vid. pág. 58).
- Skogestad, S. e I. Postlethwaite (2005). «Multivariable feedback control: analysis and design». En: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 8.14, pág. 575 (vid. págs. 17, 82).
- Song, Zhuoyue, Sourav Patra, Alexander Lanzon y Ian R. Petersen (2011). «On state-space characterization for strict negative-imaginariness of

- LTI systems». En: *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, págs. 453-458 (vid. pág. 33).
- Spiazzi, Giorgio, Paolo Mattavelli y Leopoldo Rossetto (1997). «Power factor preregulators with improved dynamic response». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 12.2, págs. 343-349 (vid. pág. 19).
- Sripada, N. Rao y D. Grant Fisher (1987). «Improved Least Squares Identification for Adaptive Controllers». En: *1987 American Control Conference*, págs. 2027-2037 (vid. pág. 109).
- Sudhoff, S D, S F Glover, P T Lamm, D H Schmucker y D E Delisle (2000). «Admittance space stability analysis of power electronic systems». En: *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on* 36.3, págs. 965-973 (vid. pág. 16).
- Sudhoff, S.D., K.a. Corzine, S.F. Glover, H.J. Hegner y H.N. Robey (1998). «DC link stabilized field oriented control of electric propulsion systems». En: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 13.1, págs. 27-33 (vid. pág. 20).
- Sudhoff, Scott D. y Jonathan M. Crider (2011). «Advancements in generalized immittance based stability analysis of DC power electronics based distribution systems». En: *2011 IEEE Electric Ship Technologies Symposium, ESTS 2011*, págs. 207-212 (vid. pág. 17).
- Sullivan, Charles J., Scott D. Sudhoff, Edwin L. Zivi y Stanislaw H. Zak (2007). «Methods of Optimal Lyapunov Function Generation with Application to Power Electronic Converters and Systems». En: *2007 IEEE Electric Ship Technologies Symposium*, págs. 267-274 (vid. pág. 18).
- Sun, Jian (2011). «Impedance-based stability criterion for grid-connected inverters». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 26.11, págs. 3075-3078 (vid. pág. 15).
- Tahim, Andre Pires Nobrega, Daniel J. Pagano, Eduardo Lenz y Vinicius Stramosk (2015). «Modeling and Stability Analysis of Islanded DC Microgrids Under Droop Control». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 30.8, págs. 4597-4607 (vid. pág. 53).
- Van Cutsem, Thierry y Costas D. C.D. Vournas (1996). «Voltage stability analysis in transient and mid-term time scales». En: *IEEE Transactions on Power Systems* 11.1, págs. 146-154 (vid. pág. 4).
- WU, Mingfei y Dylan Dah Chuan LU (2014). «Active stabilization methods of electric power systems with constant power loads: a review». En: *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy* 2.3, págs. 233-243 (vid. pág. 19).
- Wall, Simon (1997). «Fast controller design for single-phase power-factor correction systems». En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 44.5, págs. 654-660 (vid. pág. 19).
- Wang, Xiaopeng, Ruoping Yao y Fangquan Rao (2003). «Three-step impedance criterion for small-signal stability analysis in two-stage DC

- distributed power systems». En: *IEEE Power Electronics Letters* 1.3, págs. 83-87 (vid. pág. 17).
- Wen, Bo, Dushan Boroyevich, Paolo Mattavelli, Rolando Burgos y Zhiyu Shen (2014). «Modeling the output impedance negative incremental resistance behavior of grid-tied inverters». En: *Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, págs. 1799-1806 (vid. pág. 12).
- Wu, M. y D. D. C. Lu (2015). «A Novel Stabilization Method of LC Input Filter With Constant Power Loads Without Load Performance Compromise in DC Microgrids». En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 62.7, págs. 4552-4562 (vid. pág. 53).
- Xia, Yinglai y Raja Ayyanar (2015). «Influence of bi-directional power flow on impedance and stability of cascaded systems». En: *Proceedings, IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, págs. 1542-1548 (vid. pág. 15).
- Xiong, Junlin, Alexander Lanzon y Ian Petersen (2015). «Negative Imaginary Lemmas for Descriptor Systems». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 1, págs. 1-1 (vid. pág. 30).
- Xiong, Junlin, Ian R Petersen y Alexander Lanzon (2010). «A Negative Imaginary Lemma and the Stability of Interconnections of Linear Negative Imaginary Systems». En: 55.10, págs. 2342-2347 (vid. pág. 29).
- Xiong, Junlin, Ian R. Petersen y Alexander Lanzon (2012). «On lossless negative imaginary systems». En: *Automatica* 48.6, págs. 1213-1217 (vid. pág. 29).
- Ydstie, Birder Erik (1982). «Robust Adaptive Control of Chemical Processes». Thesis. Imperial College of Science y Technology, pág. 225 (vid. pág. 109).
- Zames, G. (1966a). «On the Input-Output Stability of Time-Varying Non-linear Feedback Systems Part I: Conditions Derived Using Concepts of Loop Gain, Conicity, and Positivity». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 11.2, págs. 228-238 (vid. pág. 82).
- Zames, G. (1966b). «On the Input-Output Stability of Time-Varying Non-linear Feedback Systems-Part II: Conditions Involving Circles in the Frequency Plane and Sector Nonlinearities». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 11.3, págs. 465-476 (vid. pág. 82).
- Zames, G. (1981). «Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformations, Multiplicative Seminorms, and Approximate Inverses». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 26.2, págs. 301-320 (vid. pág. 82).
- Zeng, Jianwu, Zhe Zhang y Wei Qiao (2014). «An interconnection and damping assignment passivity-based controller for a DC-DC boost converter with a constant power load». En: *IEEE Transactions on Industry Applications* 50.4, págs. 2314-2322 (vid. pág. 20).

- Zhang, X N, Senior Student Member, Senior Student Member, King Jet Tseng y Karthik Kandasamy (2013a). «Cascaded Sliding Mode Control for Global Stability of Three Phase AC / DC PWM Rectifier with Rapidly Varying Power Electronic Loads». En: págs. 4580-4587 (vid. pág. 20).
- Zhang, Xin, Xinbo Ruan, Hyok Kim y K Tse Chi (2013b). «Adaptive active capacitor converter for improving stability of cascaded DC power supply system». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 28.4, págs. 1807-1816 (vid. pág. 53).
- Zhang, Xin, Xinbo Ruan, Hyok Kim y Chi K. Tse (2013c). «Adaptive active capacitor converter for improving stability of cascaded DC power supply system». En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 28.4, págs. 1807-1816 (vid. pág. 21).
- Zhao, Jinxin y Florian Dörfler (2015). «Distributed control and optimization in DC microgrids». En: *Automatica* 61.March, págs. 18-26 (vid. pág. 53).
- Zhao, Yue, Wei Qiao y Daiyun Ha (2014). «A Sliding-Mode Duty-Ratio Controller for DC/DC Buck Converters With Constant Power Loads». En: *IEEE Transactions on Industry Applications* 50.2, págs. 1448-1458 (vid. pág. 20).
- Zima, Marek, Student Member, Mats Larsson y Petr Korba (2005). «Design Aspects for Wide-Area Monitoring and». En: *Assessment* 93.5 (vid. pág. 53).