De links-rechtsschaal. Een commentaar bij het proefschrift van Van der Eijk en Niemöller

Croon, M.; Stouthard, Ph.

Onderzoek

De links-rechtsschaal

Een commentaar bij het proefschrift van Van der Eijk en Niemöller

M. Croon en Ph. Stouthard

In hun proefschrift 'Electoral change in the Netherlands' maken Van der Eijk en Niemöller nogal wat werk van de zogenaamde 'links-rechtsschaal' (LR-schaal), een zeven- of tienpuntsschaal waarop respondenten politieke partijen en zichzelf kunnen scoren naar hun mate van links- of rechtszijn. Deze aandacht is verklaarbaar gegeven de centrale plaats die deze variabele in het laatste deel van het proefschrift inneemt. Daar wordt deze grootheid gebruikt als operationalisering van het begrip 'ideological space', met behulp waarvan de auteurs kiesgedrag en veranderingen daarin trachten te verklaren.

Wil de LR-schaal deze rol kunnen vervullen, zo stellen Van der Eijk en Niemöller, dan moet aan onder meer de volgende voorwaarden worden voldaan:

- de onderzochten moeten in staat zijn zichzelf èn de politieke partijen op een LR-schaal te plaatsen;
- zij moeten deze schaal consistent gebruiken, dat wil zeggen met steeds dezelfde betekenisinhoud;
- deze betekenisinhoud moet voor alle respondenten dezelfde zijn.

Mede uit de context blijkt dat in feite twee vragen aan de orde zijn: enerzijds de vraag of het bij de LR-schaal om een ééndimensionaal gegeven gaat, anderzijds of die ene dimensie voor alle respondenten dezelfde is. In dit artikel zullen zij worden aangeduid als respectievelijk de dimensionaliteitsvraag en de homogeniteitsvraag.

De dimensionaliteitsvraag wordt in eerste instantie beantwoord via een aantal MINISSA-analyses, dus via een niet-metrisch meerdimensionaal schaalmodel. (Een aantal MINISSA-analyses omdat de auteurs gegevens van vier verschillende jaren gebruiken.) De uitkomsten zijn niet eenduidig: zowel een één- als een tweedimensionale oplossing geven een aanvaardbare 'fit'. De auteurs kiezen voor de ééndimensionale oplossing op grond van de overweging dat de tweede dimensie over de verschillende analyses geen inhoudelijk consistent beeld vertoont.

Ter beantwoording van de homogeniteitsvraag is het nodig om een aantal analyses uit te voeren voor subgroepen. Het MINISSA-model is daar minder geschikt voor doordat het ontbreken van een intrinsieke metriek een vergelijking van de uitkomsten van deel-analyses bemoeilijkt. Van der Eijk en Niemöller kiezen daarom voor het INDSCAL-model, een door Carrol en Chang ontwikkeld model van onbetwist metrische aard, dat wel geschikt is om de uitkomsten van analyses van subgroepen te vergelijken.

Ofschoon ook voor de beide auteurs de overkomst tussen de MINISSA- en INDSCAL-analyses niet in alle opzichten tot tevredenheid stemt (p. 245), concluderen zij toch dat:

"1. only one dimension accounts for the variance in the data, or in other words, *the terms left and right have an unambigious instrumental meaning* for voters;
2. different subgroups in the electorate use the left-right scale identically or, in other words, *the terms left and right carry the same cognitive meaning for all kinds of persons;*
3. ..." (p. 246).

In het vervolg van deze beschouwing zullen wij trachten aan te tonen dat respondenten de LR-schaal lang niet altijd op dezelfde wijze hanteren en dat de begrippen links en rechts niet voor alle respondenten dezelfde betekenis hebben. Wij zullen ons daarbij beperken tot de data, ook door Van der Eijk en Niemöller gebruikt, die zijn verzameld in het NKO van 1981. Voor een goed begrip lijkt het gewenst de gevolgde data-verzamelingsmethode wat meer in detail weer te geven.
Aan de respondenten werd een links-rechtsbeoordeling gevraagd op een tien-puntsschaal van de volgende elf politieke partijen:

1. PvdA	5. CPN	9. PSP
2. VVD	6. CDA	10. BP
3. D'66	7. Ds'70	11. GPV
4. PPR	8. SGP	

Tevens plaatste elke respondent zichzelf op dit links-rechtscontinuum. Een lage score op deze schaal betekent 'links', een hoge score 'rechts'. Op grond van de score die de zelfbeoordeling voorstelt, kunnen dus wat we zullen noemen 10 'zelfscore-groepen' worden gevormd. De gemiddelde scores van de politieke partijen voor de 10 zelfscoringsgroepen staan vermeld in tabel 1.

Op grond dus van hun multidimensionale analyses komen Van der Eijk en Niemöller tot de slotsom dat de verschillende zelfscoregroepen de LR-schaal op identieke wijze hanteren, dat met andere woorden de eigen positie op het ideologisch continuum geen invloed heeft op de scores die de diverse politieke partijen krijgen. Voor wie enigszins vertrouwd is met

Tabel 1: De matrix met gemiddelde links-rechtsscores per scoregroep*

score respondent	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	gem.
PvdA	2,66	2,80	3,12	3,03	3,31	3,11	3,05	2,48	2,20	2,27	2,80
VVD	9,59	8,85	8,58	8,39	7,62	7,46	7,64	7,45	7,83	7,53	8,07
D'66	4,37	4,24	4,08	4,18	4,65	4,74	4,75	4,49	4,32	4,39	4,42
PPR	2,84	2,59	2,73	2,91	3,15	2,93	2,67	2,62	2,82	2,68	2,79
CPN	1,74	1,58	1,83	1,79	1,82	1,69	1,47	1,59	1,47	1,47	1,64
CDA	8,75	7,84	7,42	7,16	7,09	7,20	7,42	7,91	8,65	9,00	7,84
DS'70	7,06	7,50	6,75	6,38	5,85	5,73	5,79	5,35	5,20	5,19	6,08
SGP	8,32	9,05	8,75	8,71	7,60	7,93	7,66	7,67	8,02	7,95	8,17
PSP	2,52	1,79	2,19	2,39	2,57	2,40	2,34	2,24	2,45	2,39	2,33
BP	8,91	9,32	8,69	8,43	7,54	7,46	7,24	6,94	6,16	6,52	7,72
GPV	8,86	9,23	8,84	8,72	7,82	7,85	7,78	7,86	8,24	7,67	8,29
Gem.	5,95	5,89	5,73	5,64	5,37	5,32	5,25	5,15	5,21	5,18	5,468

* Gegevens NKO '81

sociaal-psychologische onderzoekingen naar de invloed van de eigen houding op de beoordeling van stimuli die met deze houding te maken hebben, bijvoorbeeld uitspraken, komt deze conclusie wat onverwacht aan.

Zowel recent (Eiser en Stroebe, 1972) als ouder onderzoek (Sherif en Hovland, 1961) heeft aangetoond dat de eigen attitude van respondenten duidelijk van invloed is wanneer de respondenten ook gevraagd wordt items of stimuli te beoordelen. In dit verband onderscheiden sociaalpsychologen assimilatie- en contrasteffecten. Het assimilatie-contrastmodel voorspelt dat items, die uiteenlopende posities op het continuum innemen, door een respondent in verschillende richtingen zullen worden verplaatst, waarbij de positie van de respondent zelf van cruciaal belang is.

Deze assimilatie- en contrasteffecten bleken bij nader toezien in het politicologisch onderzoek zeker niet onbekend. Een aantal Amerikaanse onderzoekingen, waaronder Granberg en Brent (1974), Kinder (1978) en Judd, Kenny en Krosnick (1983), hebben uitgewezen dat dergelijke effecten inderdaad werkzaam zijn indien respondenten wordt gevraagd de positie, die presidentskandidaten ten aanzien van een aantal strijdpunten innemen, te schatten.

Bij al deze onderzoekingen bleken de respondenten de positie van de door hen geprefereerde kandidaat te assimileren aan hun eigen positie. Omtrent het optreden van contrasteffecten lopen de resultaten wat uiteen. Indien al contrasteffecten worden gevonden, dan gebeurt dit zeker minder geprononceerd dan bij assimilatie-effecten het geval is, maar – zoals Judd e.a. (1983) opmerken – dit kan te wijten zijn aan gebreken in de analysemethoden.

Al met al versterken deze onderzoeksgegevens de verwachting dat contrast- en assimilatie-effecten ook zullen optreden indien respondenten politieke partijen op een idiologisch links-rechtscontinuum moeten plaatsen.

Indien dit model ook voor de links-rechtsbeoordelingen opgaat, dan mogen we uitgesproken verschillen tussen de zelfscore-groepen verwachten: indien een contrast-effect werkzaam is, dan moeten personen die zichzelf links op het continuum plaatsen, de rechtse partijen een extra hoge (is rechtse) score toekennen, terwijl personen die zichzelf rechts plaatsen de linkse partijen extra laag zouden moeten inschatten. Is een assimilatie-effect werkzaam dan kan worden verwacht dat de linkse en rechtse zelfscore-groepen de posities van de partijen waarmee zij zich kunnen vereenzelvigen naar hun eigen positie op het continuum toehalen.

Nu zijn deze verwachtingen niet direct te toetsen omdat, zoals zal blijken, er nog wel meer met de gegevens aan de hand is. Maar dat effecten als bedoeld ook werkzaam zijn, moge blijken uit de volgende gegevens: personen die zichzelf linkser achten dan de VVD scoren deze partij gemiddeld 3,15 punt rechtser op een tien-puntsschaal dan personen die zich rechtser achten dan de VVD. Voor het CDA en de PvdA zijn de overeenkomstige verschillen 2,26 en 2,15. Om een indruk te geven van de grootte van deze verschillen: de standaarddeviatie van een uniforme verdeling met 10 categorieën bedraagt circa 3. Om nog nader te noemen reden dient het getal voor het CDA overigens met het nodige voorbehoud te worden bezien. Ook Van der Eijk en Niemöller hadden deze verschillen kunnen constateren indien zij hun gegevens aan een grondiger analyse hadden onderworpen. Zij zouden dan ook het toch wel merkwaardige verband hebben gezien tussen de scores die respondenten zichzelf toekennen op de LR-schaal en de gemiddelde scores voor de politieke partijen. In onderstaande tabel is dit weergegeven.

Tabel 2: De gemiddelde scores voor de 11 politieke partijen per zelfscore-groep

1	5,946	6	5,319
2	5,889	7	5,254
3	5,726	8	5,146
4	5,643	9	5,214
5	5,365	10	5,179

Uit deze tabel blijkt dat respondenten die zichzelf links achten de politieke

partijen systematisch rechtser scoren dan respondenten die zichzelf als rechts beschouwen. Met uitzondering van de categorieën 9 en 10 vormen de gemiddelden een monotoon dalende reeks.

Dat Van der Eijk en Niemöller deze toch wel opvallende verschillen niet hebben geconstateerd is ook te wijten aan de door hen gebruikte INDSCAL schaaltechniek. Het staat wel vast dat deze analysetechniek niet geschikt is om verschillen tussen de individuele één-dimensionale configuraties te beschrijven. De INDSCAL techniek is in wezen een meerdimensionale schaalmethode waarmee de belangrijkheid van verschillende gemeenschappelijke dimensies bij de oordeelsvorming van de afzonderlijke respondenten of respondentgroepen kan worden nagegaan. Gebruikt men de INDSCAL techniek ééndimensionaal, dan gaat men er eigenlijk van uit dat alle individuele configuraties, eventueel op een irrelevante schaalfactor na, identiek zijn. Indien assimilatie- en contrasteffecten zoals hierboven beschreven werkzaam zijn, dan ontstaan er echter tussen de verschillende ééndimensionale configuaraties niet-lineaire verbanden, zonder dat daardoor noodzakelijk de rangorde van de stimuli op het continuum zich wijzigt. Maar zelfs al blijft deze rangorde identiek, dan nog kunnen de relatieve posities van de punten sterk uiteenlopen. Analyseert men de afstandenmatrices, die met deze configuraties corresponderen, met INDSCAL, dan zal een ééndimensionale oplossing in de meeste gevallen een voortreffelijke fit (zeker indien deze door een correlatie coëfficiënt wordt gekwantificeerd) van het model aan de gegevens garanderen. Een aantal analyses, waarover hier niet wordt gerapporteerd, op datamatrices die volgens de bovenstaande aanwijzingen werden geconstrueerd, hebben dit uitgewezen. De goede fit van de ééndimensionale oplossingen weerspiegelt dan alleen het feit dat de stimuli eenzelfde rangorde innemen. Aan de fijnere structuur van de gegevens wordt door deze oplossingen geen recht gedaan.

In het bovenstaande is aangetoond, dan wel aannemelijk gemaakt, dat in de LR-scores minstens een tweetal effecten werkzaam zijn: contrast- en/of assimilatie-effecten en het zojuist gedemonstreerde response-set-achtige effect tot het systematisch geven van hogere scores naarmate men zichzelf meer als links beschouwt. Men kan deze effecten ook opvatten als interacties: de eigen positie op het continuum is mede bepalend voor de scores die men aan de politieke partijen toekent. Teneinde op wat meer systematische wijze greep te krijgen op de in de data aanwezige interacties is gebruik gemaakt van een werkwijze die onder meer onder de naam van 'singulierewaardendecompositie' bekend staat.

Zoals men een symmetrische vierkante matrix kan decomponeren naar eigenwaarden en eigenvectoren, zo kan men elke willekeurige (reële) matrix decomponeren in een linkermatrix, corresponderend met de rijen van de uitgangsmatrix, een diagonale matrix met singuliere waarden en een rechtermatrix, corresponderend met de kolommen van de matrix waarop de singuliere-waardendecompositie wordt toegepast. Behoudt men de twee grootste singuliere-waarden en de beide daarmee corresponderende linker- en rechtervectoren, dan kan men spreken van een benadering van de oorspronkelijke matrix in de zin van kleinste-kwadraten door een matrix van rang 2. In een appendix is de hier geschetste werkwijze wat meer systematisch uiteengezet.

De singuliere-waardendecompositie is toegepast op de matrix met links-rechtsscores nadat deze dubbel is gecentreerd. De uitgangsmatrix had de zelfscore-groepen als kolommen (10) en de politieke partijen als rijen (11). In de cellen stonden de gemiddelde scores die een bepaalde politieke partij bij een bepaalde zelfscore-groep behaalde. Elke celwaarde werd vervolgens verminderd met het corresponderende rij- en kolomgemiddelde, waarna het totale gemiddelde – het gemiddelde berekend over alle cellen – er weer bij werd opgeteld. Het effect van deze bewerking is, dat een matrix ontstaat met rij- en kolomgemiddelden gelijk aan nul. De waarden in de cellen van zo'n dubbelgecentreerde matrix representeren interactie-effecten.

De matrix waarop de singuliere-waardendecompositie is toegepast is weergegeven in tabel 2. De drie grootste singuliere waarden waren 3,94,

Tabel 3: De dubbelgecentreerde matrix met gemiddelde links-rechtsscores*

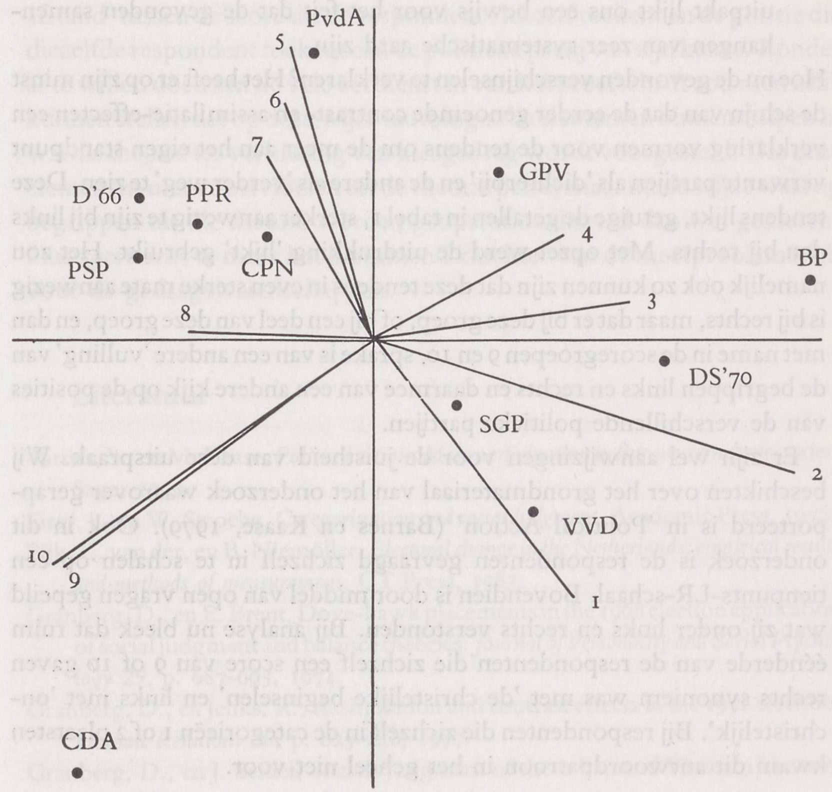
	Score respondent									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PvdA	–0,62	–0,43	0,06	0,06	0,61	0,46	0,46	–0,00	–0,35	–0,25
VVD	0,84	0,36	0,25	0,14	–0,35	–0,46	–0,22	–0,30	0,01	–0,25
D'66	–0,53	–0,61	–0,60	–0,42	0,33	0,47	0,55	0,40	0,15	0,26
PPR	–0,43	–0,63	–0,32	–0,06	0,46	0,29	0,09	0,15	0,28	0,18
CPN	–0,38	–0,47	–0,06	–0,03	0,29	0,20	0,05	0,28	0,09	0,03
CDA	0,42	–0,43	–0,68	–0,86	–0,65	–0,49	–0,21	0,39	$\underline{1,06}$	$\underline{1,45}$
DS'70	0,50	1,00	0,41	0,13	–0,12	–0,20	–0,08	–0,41	–0,63	–0,60
SGP	–0,33	0,46	0,33	0,36	–0,46	–0,08	–0,29	–0,17	0,11	0,07
PSP	–0,29	–0,97	–0,39	–0,12	0,35	0,22	0,22	0,24	0,38	0,35
BP	0,71	$\underline{1,18}$	0,71	0,53	–0,08	–0,11	–0,27	–0,46	$\underline{–1,30}$	–0,92
GPV	0,10	0,52	0,29	0,26	–0,37	–0,28	–0,29	–0,10	0,21	–0,33

* waarden > 1,00 onderstreept
Gegevens: NKO 1981

2,61 en 1,06; alle andere waren kleiner dan 1. Alleen de eerste twee singuliere waarden met de bijbehorende linker en rechter vectoren zijn behouden.

De uitkomsten zijn door middel van een zogenaamde 'biplot' weergegeven in figuur 1. De daarin getekende vectoren stellen de 10 zelfscoregroepen voor, de punten de 11 politieke partijen. De lengte van de vectoren en – voor de politieke partijen – de afstand van de punten tot de oorsprong heeft te maken met de grootte van de interactie-effecten. Valt de projectie van een punt op een vector aan de kant van het getekende lijnstuk, dan is de interactieterm positief, dat wil zeggen leidend tot een meer rechtse score. Is dat niet het geval, dan leidt de interactieterm tot een meer linkse score. Zo is bijvoorbeeld de projectie behorende bij de BP en de zelfscoregroep 2 positief, die voor de BP en de zelfscore-groepen 9 en 10 negatief.

Verder geldt dus dat naargelang de vector van een zelfscore-groep langer is danwel het punt behorende bij een politieke partij verder van de oorsprong ligt, de interacties behorende bij die zelfscore-groep respectievelijk die politieke partij groter zijn.



Wat valt nu uit figuur 1 af te leiden? Wij zouden deze bevindingen als volgt samen willen vatten:

– De interacties zijn het grootst bij de extreme scoregroepen, de zelfscore-groepen 1, 2, 9 en 10.
– Respondenten die zichzelf als links beschouwen, de groepen 1 t/m 4, scoren de rechtse partijen extra rechts en de linkse partijen extra links.
– respondenten die zichzelf meer als rechts beschouwen scoren over het algemeen de rechtse partijen extra links en de linkse partijen extra rechts, maar in wat mindere mate dan het omgekeerde effect bij links en met uitzonderingen, met name ten aanzien van de zelfscoregroepen 9 en 10. Deze scoren juist de PvdA extra links en de BP en DS'70 fors rechtser.
– Uiterst merkwaardig is de positie van het CDA en dan met name die ten opzichte van de scoregroepen 9 en 10.
– Tenslotte zouden wij willen wijzen op de posities van de 10 zelfscoregroepen: de tien vectoren vormen een waaier met de rangvolgorde, van links naar rechts, van 1 tot 10. Dit is geen gevolg van de toegepaste procedure, want in beginsel is elke rangorde mogelijk. Dat het zo uitpakt lijkt ons een bewijs voor het feit dat de gevonden samenhangen van zeer systematische aard zijn.

Hoe nu de gevonden verschijnselen te verklaren? Het heeft er op zijn minst de schijn van dat de eerder genoemde contrast- en assimilatie-effecten een verklaring vormen voor de tendens om de meer aan het eigen standpunt verwante partijen als 'dichterbij' en de andere als 'verder weg' te zien. Deze tendens lijkt, getuige de getallen in tabel 1, sterker aanwezig te zijn bij links dan bij rechts. Met opzet werd de uitdrukking 'lijkt' gebruikt. Het zou namelijk ook zo kunnen zijn dat deze tendens in even sterke mate aanwezig is bij rechts, maar dat er bij deze groep, of bij een deel van deze groep, en dan met name in de scoregroepen 9 en 10, sprake is van een andere 'vulling' van de begrippen links en rechts en daarmee van een andere kijk op de posities van de verschillende politieke partijen.

Er zijn wel aanwijzingen voor de juistheid van deze uitspraak. Wij beschikten over het grondmateriaal van het onderzoek waarover gerapporteerd is in 'Political Action' (Barnes en Kaase, 1979). Ook in dit onderzoek is de respondenten gevraagd zichzelf in te schalen op een tienpunts-LR-schaal. Bovendien is door middel van open vragen gepeild wat zij onder links en rechts verstonden. Bij analyse nu bleek dat ruim éénderde van de respondenten die zichzelf een score van 9 of 10 gaven rechts synoniem was met 'de christelijke beginselen' en links met 'onchristelijk'. Bij respondenten die zichzelf in de categorieën 1 of 2 plaatsten kwam dit antwoordpatroon in het geheel niet voor.

Hiermee zou de merkwaardige positie van de vectoren van de scoregroepen 9 en 10, die van het CDA en die van de PPR verklaard zijn. Deze laatste is immers ontstaan als afsplitsing van de KVP. De vraag waarom dan niet ook SGP en GPV van deze groep een meer rechtse score krijgen, moet wat ons betreft onbeantwoord blijven.

De implicaties van deze bevindingen lijken ons, gezien de centrale plaats die het LR-continuum in het laatste deel van het proefschrift van Van der Eijk en Niemöller inneemt, niet onaanzienlijk. In dat gedeelte immers wordt een centrale plaats toegekend aan de afstand tussen de eigen plaats van de respondent op dat continuum en die van de politieke partij waarop men stemt. De termen 'smallest distance' en de 'distance reduction' hypothese verwoorden dit treffend. De strekking van de in het voorgaande weergegeven analyse nu is dat het begrip afstand, gerelateerd aan de LR-schaal, nogal wat ideosyncratische elementen bevat en daardoor toch bezwaarlijk als operationalisering van het begrip 'ideologische ruimte' kan dienen. Dit geldt temeer daar toetsing van de 'smallest distance' en van de 'distance reduction' hypothesen op intra-individuele wijze gebeurt. De analyses in hoofdstuk 7 zijn namelijk gebaseerd op het verschil of 'de afstand' tussen de score die de respondent zichzelf toekent en de positie die diezelfde respondent toekent aan de politieke partij van zijn keuze. Zonder af te willen doen aan de vele verdiensten van het proefschrift zou men zelfs kunnen stellen dat op deze wijze tautologische elementen binnensluipen in wat als theorie ter verklaring van kiesgedrag wordt voorgesteld. Dat deze elementen niet voortvloeien uit de theorie persé, maar uit de wijze waarop begrippen uit die theorie worden geoperationaliseerd dan wel gemeten, illustreert eens te meer het klemmend karakter van de meetproblematiek voor de gedragswetenschappen.

Literatuur

Barnes, S., en M. Kaase, *Political action; Mass participation in five western democracies*, Sage, 1979.

Eiser, J., en W. Stroebe, *Categorization and social judgment*, Academic Press, 1972.

Eijk, C. van der, en B. Niemöller, *Electoral change in the Netherlands; empirical results and methods of measurement*, CT Press, 1983.

Granberg, D., en E. Brent, Dove-hawk placements in the 1968 election application of social judgment and balance theories. *Journal of Personality and Social Psychology 29*, p. 687-695, 1974.

Granberg, D., en Jenks, R., Assimilation and contrast effects in the 1972 election, *Human Relations 30*, p. 623-640, 1977.

Granberg, D., en J. Seidel, Socials judgment of the urban and Vietnam issues in

1968 and 1972, *Social Forces 55*, p. 1-15, 1976.

Judd, C., D. Kenny en J. Krosnick, Judging the positions of political candidates: Models of assimilation and contrast, *Journal of Personality and Social Psychology 44*, p. 952-963, 1983.

Kinder, D., Political person perception: The asymmetrical influence of sentiment and choice on perceptions of presidential candidates, *Journal of Personality and Social Psychology 36*, p. 859-871, 1978.

King, M., Assimilation and contrast of presidential candidate's issue positions, *Public Opinion Quarterly* 41, p. 515-522, 1977/1978.

Sherif, M., en C. Hovland, *Social judgment. Assimilation and contrast effects in communication and attitude change*, Yale University Press, 1961.

Naschrift

'De analyse is herhaald op de gegevens van het NKO 1982. Ondanks het feit dat in dit laatste onderzoek naast de 11 partijen van het NKO 1981 ook de RPF en de Centrumpartij waren opgenomen, stemmen de uitkomsten ten aanzien van de 11 politieke partijen die in beide onderzoekingen voorkwamen, zeer goed overeen. Zij zijn virtueel identiek. De RPF zou in een soortgelijke grafische weergave als figuur 1 een plaats krijgen vlak bij SGP en GPV. De positie van de Centrumpartij is in bepaalde opzichten een merkwaardige: deze partij zou een plaats krijgen ver rechts in de figuur, vlak bij de horizontale as, maar ver buiten de figuur 1 bij de daarin gehanteerde schaal. Dat betekent op de eerste plaats dat de contrast- en assimilatie-effecten ten aanzien van deze partij bijzonder groot zijn. Op de tweede plaats betekent het dat de Centrumpartij door "rechts" als aanmerkelijk minder rechts wordt gezien dan door "links". Dat blijkt ook uit de scores die de 10 zelfscore-groepen aan deze partij toekennen. Deze variëren van 9,4 (zelfscore-groep 2) tot 5,9 (zelfscore-groep 10). "Rechtse" respondenten beoordelen derhalve partijen als VVD, CDA, DS'70, BP, SGP, GPV en RPF als niet onaanzienlijk rechtser dan de Centrumpartij'.

Appendix

Een groot aantal data-analytische technieken is gebaseerd op de benadering van een gegeven matrix door een matrix van lagere rang. In dit opzicht kunnen factoranalyse en principale componentenanalyse van symmetrische correlatie- en covariantiematrices min of meer als prototypen doorgaan. De beide vermelde technieken maken gebruik van de theorie van de spectrale analyse van symmetrische matrices. Indien men echter niet-

symmetrische vierkante of, in het algemeen, rechthoekige datamatrices door een matrix van lagere rang wil benaderen, dan kan op deze theorie geen beroep worden gedaan maar zal men van de zogenaamde singuliere waardendecompositie van algemene matrices een gebruik dienen te maken.

Zij A een algemene nxm matrix van rang r, dan bestaan er orthogonale matrices $\underline{X}$ (nxr) en $\underline{Y}$ (mxr) en een diagonale matrix $\underline{D}$ (rxr) zodat $\underline{A} = \underline{X}\,\underline{D}\,\underline{D}' = \underline{Y}'$ met $\underline{X}'\underline{X} = \underline{Y}'\underline{Y} = \underline{I}_{rxr}$.

De elementen op de hoofddiagonaal van $\underline{D}$ worden de singuliere waarden van $\underline{A}$ genoemd; de kolommen van $\underline{X}$ worden de linkse en de kolommen van $\underline{Y}$ de rechtse singuliere vectoren van $\underline{A}$ genoemd. Het is bekend dat $\underline{X}$ eigenvectoren van $\underline{A}\,\underline{A}'$ en $\underline{Y}$ eigenvectoren van $\underline{A}'\underline{A}$ bevat. De eigenwaarden van $\underline{A}\,\underline{A}'$ en $\underline{A}'\underline{A}$ worden gegeven door $\underline{D}^2$. De singuliere waarden en vectoren van $\underline{A}$ kunnen zo worden bepaald dat alle elementen op de hoofddiagonaal van $\underline{D}$ positief zijn. Indien verder alle singuliere waarden van $\underline{A}$ ongelijk zijn, dan is de bovenstaande decompositie uniek bepaald. Voor meer informatie in verband met de spectrale analyse van algemene matrices verwijzen we naar Noble (1969) en Rao en Mitra (1971).

Willen we een gegeven nxm matrix $\underline{A}$ van rang r benaderen door een nxm matrix $\underline{B}$ van lagere rang k<n, dan moet $\underline{B}$ aan de volgende definitie beantwoorden:

$$\underline{B} = \sum_{l=1}^{k} d_l . x_l . y'_l .$$

Hierin stellen de symbolen d_l de k grootste singuliere waarden van $\underline{A}$ en $\underline{x}_l$ en $\underline{y}_l$ de ermee corresponderende linkse c.q. rechtse singuliere vectoren voor. Dit resultaat, dat teruggaat op Householder en Young (1938), vindt men onder andere in Gabriel (1978).

De spectrale analyse van algemene matrices heeft een aantal belangrijke theoretische toepassingen in de matrix-algebra, de mathematische statistiek en de data-analyse. Zo heeft Rao (1980) bijvoorbeeld aangetoond dat belangrijke klasse van gegeneraliseerde matrixinversen in termen van de singuliere waardendecompositie van de oorspronkelijke matrix kunnen worden gekarakteriseerd. Mandel (1982) van de andere kant heeft gewezen op de toepassing van de singuliere waardendecompositie in de regressieanalyse. Schönemann (1968) loste het orthogonaal Procrustesrotatie probleem op aan de hand van de spectrale analyse van een niet-symmetrische vierkante matrix. Op de bovenstaande toepassingen gaan we niet in. Hier beperken we ons tot een tweetal toepassingen van de spectrale analyse op onderwerpen uit de data-analyse.

Een eerste toepassing betreft het zogenaamde FANOVA-model

(**F**actor **A**N**a**lysis **O**f **V**A**r**iance) dat voor het eerst door Gollob (1968) omstandig werd beschreven. In dit model wordt een score z_{ij} uit een nxm datamatrix $\underline{Z}$ op de volgende wijze beschreven:

$$(ab)_{ij} = z_{ij} - \bar{z}_{i.} - \bar{z}_{.j} + \bar{z}_{..}$$

In deze uitdrukking stellen a_i en b_j rij- en kolomeffecten voor terwijl u het algemeen gemiddelde is. De overeenkomst met het variantie-analytisch model voor een nxm factorieel design is treffend. Immers, onder het laatste model wordt gesteld:

$$z_{ij} = u + a_i + b_j + (ab)_{ij}$$

Het FANOVA-model verschilt van het meer bekende ANOVA-model doordat de interactietermen als een som van multiplicatieve termen worden beschreven. Gabriel (1978) heeft bewezen dat de kleinste kwadraten schatters voor de parameters u, a_i en b_j uit het FANOVA-model identiek zijn met hun schatters onder het ANOVA-model. De multiplicatieve termen verkrijgt men door een singuliere waardendecompositie van de nxm matrix met de geschatte interactie-effecten:

$$(\hat{ab})_{ij} = z_{ij} - \bar{z}_{i.} - \bar{z}_{.j} + \bar{z}_{..}$$

Een aantal auteurs, waaronder Mandel (1971), Corsten en Van Eijnsbergen (1972) en Yockmowitz en Cornell (1978) hebben gepoogd statistische toetsen te ontwerpen waarmee het aantal te weerhouden multiplicatieve termen kan worden bepaald.

Nauw verwant met het FANOVA-model is de BIPLOT-procedure die door Gabriel (1981) is voorgesteld om een willekeurige datamatrix geometrisch te representeren. Uitgangspunt van de BIPLOT-procedure is de vaststelling dat een nxm datamatrix van rang r op de volgende wijze kan worden gefactoriseerd:

$$\underline{Z} = \underline{A}.\underline{B}'.$$

Hierin is $\underline{A}$ van de orde nxr en $\underline{B}$ van de orde mxr. Op basis van de singuliere waardendecompositie van $\underline{Z} = \underline{X}\,\underline{D}\,\underline{Y}'$ kunnen de matrices $\underline{A}$ en $\underline{B}$ bepaald worden. Immers, stellen we $\underline{A} = \underline{X}\,\underline{D}^{a}$ en $\underline{B} = \underline{Y}\,\underline{D}^{1-a}$, waarin a een willekeurig reëel getal is, dan ziet men gemakkelijk in dat:

$$\underline{A}\,\underline{B}' = \underline{X}\,\underline{D}^{a}\underline{D}^{1-a}\underline{Y}' = \underline{X}\,\underline{D}\,\underline{Y}' = \underline{Z}.$$

Doorgaans neemt men a = ½ alhoewel ook a = 1 of a = 0 niet ongebruikelijk zijn.

Eerder hebben wij er reeds op gewezen dat een lagere rang benadering van $\underline{Z}$ tot stand moet komen via de selectie van de grootste singuliere

waarden van $\underline{Z}$. Stelt $\underline{D}_{(2)} = \underline{X}_{(2)}\underline{D}_{(2)}\underline{Y}\,\underline{F}_{(2)}$ een rang 2 benadering van $\underline{Z}$ in de kleinste kwadraten zin. Een rang 2 factorisatie van $\underline{Z}$ kan dan worden verkregen door te stellen:

$$\underline{A}_{(2)} = \underline{X}_{(2)}\underline{D}_{(2)}^{1/2}$$
$$\text{en } \underline{B}_{(2)} = \underline{Y}_{(2)}\underline{D}_{(2)}^{1/2}$$

De rijen van de matrices $\underline{A}_{(2)}$ en $\underline{B}_{(2)}$ kunnen nu worden opgevat als de coördinaten van punten in een tweedimensionale ruimte. De grafische voorstelling van deze puntenconstellaties is de BIPLOT van de datamatrix $\underline{Z}$.

De BIPLOT-procedure werd door Bradu en Gabriel (1978) en Gabriel (1981) voorgesteld en gepropageerd als een diagnostisch hulpmiddel dat de onderzoeker behulpzaam kan zijn bij de identificatie van het bij de gegevens best passende mathematische model. Zo konden zij bijvoorbeeld aantonen dat de data aan een eenvoudig additief model beantwoorden dan en slechts dan als zowel de rij- als de kolompunten collineair zijn en als bovendien deze twee rechten elkaar loodrecht snijden. Voor meer informatie over het gebruik van de BIPLOT bij de modelidentificatie verwijzen we naar Bradu en Gabriel (1978).

Om een goed begrip van de mogelijkheden en beperkingen van de BIPLOT-procedure in de hand te werken lichten wij tot slot een paar punten toe. Op de eerste plaats rijst de vraag op welke matrix de BIPLOT-procedure moet of kan worden uitgevoerd. Door het voorafgaande kan de indruk gewekt zijn dat de BIPLOT van om het even welke datamatrix tot interpreteerbare resultaten zou leiden. Niets is minder waar! Bradu en Gabriel (1978) zelf toonden aan dat de BIPLOT van een ruwe datamatrix, waarvan de afwijkingen van de elementen ten opzichte van het globaal gemiddelde klein zijn in vergelijking tot het gemiddelde zelf, ten onrechte de indruk van een zuiver multiplicatief model opwekt. Dit vindt zijn oorsprong in het feit dat dergelijke matrices een zeer goede rang 1 benadering toestaan. Als remedie tegen dit euvel stellen zij voor de matrix met de deviatiescores $z_{ij} - \bar{z}_{..}$ aan de BIPLOT-procedure te onderwerpen. Dit is echter niet de enige manier waarop een datamatrix kan worden gecentreerd. Men kan een matrix eventueel ook rij-centreren, kolom-centreren of dubbel-centreren. In het eerste geval voert men de BIPLOT uit op de matrix met de scores $z_{ij} - \bar{z}_{i.}$; in het tweede geval werkt men met de scores $z_{ij} - \bar{z}_{i.} - \bar{z}_{.j} + \bar{z}_{..}$ worden gebruikt. Deze laatste optie brengt ons uiteraard terug tot het FANOVA-model. Voor de keuze tussen de vier geschetste mogelijkheden beschikt men op dit moment nog niet over glasheldere criteria. In de praktijk zal men dan ook dikwijls verplicht zijn een aantal opties uit te proberen en de verkregen resultaten met elkaar te vergelijken.

Een tweede, minstens even belangrijk punt betreft de wijze waarop de BIPLOT grafisch wordt voorgesteld. Gabriel (1981) zelf stelt rijen en kolommen voor door punten die hij 'row markers' en 'column markers' noemt. Deze wijze van voorstellen kan echter zeer misleidend zijn aangezien niet alle structurele aspecten van de verkregen puntenconfiguratie zinvol interpreteerbaar zijn. De problemen die in dit verband rijzen spruiten voort uit het feit dat de factorisatie van een matrix niet uniek is bepaald. Veronderstel dat de nxm matrix $\underline{Z}$ van rang r op de volgende wijze kan worden gefactoriseerd:

$$\underline{Z} = \underline{A}.\underline{B}'$$

met $\underline{A}$ van de orde nxr en $\underline{B}$ va de orde mxr. Dan geldt voor elke niet-singuliere rxr matrix K;

$$\underline{Z} = \underline{A}\,\underline{K}\,\underline{K}^{-1}\underline{B}'$$
$$\text{of } \underline{Z} = (\underline{A}\,\underline{K}).\ (\underline{B}\,\underline{K}'^{-1})'.$$

De matrices $\underline{A}\,\underline{K}$ en $\underline{B}\,\underline{K}'^{-1}$ bepalen dus eveneens een factorisatie van $\underline{Z}$. Deze onbepaaldheid, die uiteraard ook geldt voor rang 2 factorisaties van een matrix, heeft natuurlijk consequenties voor de BIPLOT: alleen die aspecten van de puntenconfiguratie die invariant blijven onder de zeer algemene toegestane transformatie lenen zich tot een betekenisvolle interpretatie. Zo blijven bijvoorbeeld collineariteit van punten en orthogonaliteit van rechten invariant onder de beschreven transformatie. Afstanden tussen rij- en kolompunten daarentegen blijven niet onveranderd: aan het feit dat in de BIPLOT een bepaald rijpunt dicht bij een kolompunt ligt, kan geen wezenlijke inhoudelijke betekenis worden gegeven.

Een deel van de moeilijkheden die aan de interpretatie van de BIPLOT kleven kan worden opgelost door een enigszins verschillende grafische representatie te gebruiken. In de plaats van zowel de rijen als de kolommen door middel van punten voor te stellen doet men er beter aan bijvoorbeeld de rijen als vectoren en de kolommen als punten af te beelden. Bij een dergelijke grafische voorstelling van de datamatrix kan men de loodrechte projecties van de punten op de vectoren bepalen en van deze projecties is bekend dat ze gelijk zijn aan het scalair produkt van de coördinaatvectoren van het betreffende punt en het eindpunt van de vector. Deze scalaire produkten blijven invariant onder de eerder beschreven transformatie. In heel wat toepassingen van de BIPLOT-procedure binnen de gedragswetenschappen lijkt het raadzaam voor een dergelijke grafische representatie te kiezen.

Op dit artikel zullen Van der Eijk en Niemöller in het volgende nummer van Acta Politica reageren.

Literatuur

Bradu, D., en K. Gabriel, The biplot as a diagnostic tool for models of two-way tables. *Technometrics 20*, no. 1, p. 46-69, 1978.

Corsten, L., en A. van Eijnsbergen, Multiplicative effects in two-way analysis of variance. *Statistica Neerlandica 26*, p. 61-69, 1972.

Gabriel, K., Least-squares approximations of matrices by additive and multiplicative models, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, *40*, p. 186-196. 1978.

Gabriel, K., Biplot display of multivariate matrices for inspection of data, in: D. Barnett, *Interpreting multivariate Data*, John Wiley and Sons, 1981.

Gollob, H., A. statistical model which combines features of factor analysis and analysis of variance techniques, *Psychometrika 33*, no. 1, p. 73-116, 1968.

Householder, A., en G. Young, Matrix approximations and latent roots, *Am. Mathematical Monthly 45*, p. 165-171, 1938.

Mandel, J., A new analysis of variance model for non-additive data, *Technometrics 23*, no. 1, p. 1-19, 1971.

Mandel, J., Use of singular value decomposition in regression analysis, *The American Statistican 36 no. 1, p. 15-25, 1982.*

Noble, B., Applied linear algebra. Prentice Hall, 1969.

Rao, C., en S. Mitra, *Generalized inverses of matrices and its applications*, John Wiley and Sons, 1971.

Rao, C., Matrix approcimations and reduction of dimensionality in multivariate statistical analyses, in: P. Krishnaiah, *Multivariate analysis*, North Holland, 1980.

Schönemann, P., On two-sided orthogonal procrustus problems, *Psychometrika 33*, no. 1, p. 19-35, 1968.

Yockmowit, M., en R. Cornell, Stepwse test for multiplicative components of interaction, *Technometrics 20*, no. 1, p. 79-85, 1978.