# Vniver§itatÿ́®València

Programa de Doctorado en Física



Tesis Doctoral

### Mejora de la captura y reproducción de imágenes integrales mediante la implementación de técnicas ópticas. Aplicaciones industriales.

Ángel Tolosa Ruiz

Directores: Dr. Raúl Martínez Cuenca. Dr. Manuel Martínez Corral.

Febrero de 2022

D. Raúl MARTÍNEZ CUENCA y D. Manuel MARTÍNEZ CO-RRAL, respectivamente, Profesor Ayudante Doctor del Departamento de Ingeniería Mecánica y Construcción de la Universitat Jaume I y Catedrático del Departamento de Óptica de la Universitat de València

CERTIFICAN que la presente memoria, *Mejora de la captura y reproducción de imágenes integrales mediante la implementación de técnicas ópticas. Aplicaciones industriales*, resume el trabajo de investigación realizado, bajo su dirección, por D. Ángel TOLOSA RUIZ y constituye su tesis para optar al Grado de Doctor en Física.

Y para que conste, en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado en Valencia, a veintiuno de febrero de dos mil veintidós.

Fdo. Dr. Raúl Martínez Cuenca Fdo. Dr. Manuel Martínez Corral

A Elena y Manuel

Lo que se necesita no es la voluntad de creer, sino el deseo de averiguar, que es exactamente lo contrario

Bertrand Russell

### Agradecimientos

Sin duda alguna, este trabajo no hubiera sido posible sin la ayuda, la colaboración y el apoyo de muchas personas a las que me gustaría agradecérselo en estas líneas.

En primer lugar, a mis directores de tesis: Raúl Martínez y Manuel Martínez. Su dedicación, su capacidad didáctica, de debate y análisis, de síntesis. Sin todo ello este trabajo no hubiera sido posible. Les agradezco también su enorme paciencia y su comprensión. Con Raúl empecé en el laboratorio, haciendo y deshaciendo los primeros experimentos, trazando rayos en la pizarra, de un lado para otro con las cámaras y las microlentes. Fue con él que entendí qué es esto de la investigación y que no sale nunca a la primera. Por eso sentí una emoción especial cuando quiso ser mi director de tesis. Manolo tiene una capacidad de explicar prodigiosa, metódica, limpia. De planteamientos erróneos, de preguntas que parecían que no iban a ningún sitio, han surgido hasta patentes, ideas novedosas que nos hemos propuesto desarrollar y explotar. Y yo, en ese barco, me subo con él.

Héctor es también parte importante de este trabajo. A pesar de que me sustrajese algún que otro componente de mis experimentos, con él he pasado muy buenos momentos en el laboratorio. Pero lo más importante es su contribución para demostrar que era posible hacer una matriz de *microköhlers*.

Nico es el último con el que me bato día a día en el laboratorio. Ahí estamos dándole al ocular plenóptico. Le agradezco las medidas que ha hecho para validarlo y los algoritmos que desarrolla para obtener las mejores imágenes. Y, por su puesto, su franqueza y honestidad.

A Amparo Pons le agradezco su orientación al inicio de esta etapa, cuando hice mi primer trabajo de investigación. Me di cuenta con ella de que los profesores no son inaccesibles, que somos nosotros los que no nos acercamos. Ellos están deseando enseñar. Su humanidad no tiene igual.

A Genaro le agradezco la agilidad que tiene para resolver problemas, para encontrar un cacharro, una solución práctica con cualquier cosa que te evita días de retraso. Espero heredar su pasión por la óptica.

Al resto de compañeros que han pasado por el Laboratorio de Imagen 3D y Display durante estos años, les agradezco las charlas y esos momentos entretenidos que te ayudan a desconectar. De entre ellos, Gabriele y las cervezas al sol junto con Nico; y los partidos de pádel. Además, ambos han sido clave para que hoy estemos desarrollando el ocular plenóptico.

De igual modo, agradezco a David Piñero el apoyo que me dio en un momento complicado de mi vida laboral, y lo apasionante que fue empezar a desarrollar juntos el topógrafo corneal, tarea que tenemos pendiente terminar.

Quiero agradecer también a todos mis amigos, que son muchos, y de los de verdad, sus ánimos, su apoyo y los buenos momentos que

te cargan las pilas para seguir. A los de Quintanar, a los de Valencia y a los de Elche. A todos, muchas gracias.

Y quiero dar las gracias a mis padres y a mis hermanas. Siempre están ahí, preocupándose, apoyándote, ayudándote. Pero, sobre todo, a mi padre y a mi madre. Ellos me inculcaron valores, el pensamiento crítico, la razón y el amor y respeto por los demás. Sin su esfuerzo para que yo pudiera estudiar Física a doscientos kilómetros de casa, este trabajo no existiría.

Por último, quiero agradecer a Elena y a nuestro Manuel la paciencia extraordinaria que han demostrado todos estos años. Me habéis transmitido la energía que necesitaba cuando esta se gastaba, cuando caía en el desánimo. El esfuerzo que ha hecho Elena en favor de mi tiempo para complete este trabajo no tiene precio. Sin ese esfuerzo, sin su comprensión, no habría sido posible. Muchísimas gracias.

### Resumen

Las imágenes tridimensionales proporcionan una visión realista del mundo que nos rodea, de ahí el interés por reproducirlas de ese modo. Esto no solo es atractivo desde una perspectiva visual y recreativa, sino que aporta un gran valor al estudio en ciencias y medicina, y al análisis y detección en los procesos industriales.

De entre las técnicas que hay para capturar y reproducir imágenes 3D reales, la de imagen integral es la única capaz de hacerlo con luz natural, de forma autoestereoscópica, con paralaje continuo vertical y horizontal, y con tecnología de consumo. Sin embargo, y aunque se han producido grandes avances en los últimos veinte años, la técnica aún presenta ciertos problemas que frenan su uso masivo. Entre ellos destacan su baja resolución lateral, la reducida profundidad de campo, un ángulo de visión muchas veces insuficiente y la aparición de imágenes fantasma más allá de ese ángulo de visión.

En esta tesis revisamos los parámetros fundamentales en imagen integral y los comparamos con sus homólogos de imagen convencional. Sobre esta base, identificamos los problemas citados y presentamos dos métodos puramente ópticos para, uno, aumentar la profundidad de campo durante el proceso de captura; el otro, para evitar la aparición de imágenes fantasma durante la visualización y aumentar el rango de paralaje de las imágenes 3D.

### Listado de publicaciones

La investigación llevada a cabo para el desarrollo de esta tesis ha dado lugar a los siguientes artículos y comunicaciones científicas, actas de congresos y patentes:

#### Artículos y comunicaciones

- [I] Á. Tolosa, R. Martínez-Cuenca, A. Pons, G. Saavedra, M. Martínez-Corral, and B. Javidi, "Optical implementation of micro-zoom arrays for parallel focusing in integral imaging," *J. Opt. Soc. Am. A* 27, 495-500 (2010).
- [II] Á. Tolosa, R. Martinez-Cuenca, H. Navarro, G. Saavedra, M. Martínez-Corral, B. Javidi, and A. Pons, "Enhanced field-of-view integral imaging display using multi-Köhler illumination," *Opt. Express* vol. 22, 31853-31863 (2014).
- [III] P. Kopycki, Á. Tolosa, M. Luque, M. Garcia-Domene, M. Diez-Ajenjo, G. Saavedra, and M. Martinez-Corral, "Examining the utility of pinhole-type screens for lightfield display," *Opt. Express* vol. 29, 33357-33366 (2021).
- [IV] N. Incardona, Á. Tolosa, G. Scrofani, M. Martinez-Corral, G. Saavedra. "The lightfield microscope eyepiece," *Sensors* vol. 21, 6619 (2021).

#### Actas de congresos

[V] Á. Tolosa, H. Navarro, G. Saavedra, M. Martínez-Corral, J. Sola-Pikabea, A. Pons, R. Martínez-Cuenca, B. Javidi., "Optical barriers in integral imaging monitors through micro-Köhler illumination," *Proc. SPIE*, vol. 9495, 9495 OL (2015).

[VI] A. Tolosa, N. Incardona, M. Martínez-Corral, G. Saavedra. "Plenoptic Eyepiece. Transform Any Microscope into a 3D Microscope" Focus on Microscopy (2021).

#### Patentes

- [VII] M. Martínez-Corral, A. Pons, G. Saavedra, H. Navarro, R. Martínez-Cuenca, Á. Tolosa, N. Alcón. "Cámara de fondo de ojo multiperspectiva", Patente ES2442178 (2014).
- [VIII] D. P. Piñero, Á. Tolosa, N. Alcón, M. A. Ariza, J. F. Rodríguez, B. Calvo. "Sistema de caracterización 3D de la respuesta mecánica del tejido de la córnea y procedimiento de medida con dicho sistema". Patente ES 2571209 (2016).
- [IX] M. Martínez-Corral, G. Saavedra, G. Scrofani, Á. Tolosa, J. García. "Plenoptic ocular device" Patent US2021/0325658 (2021).

### Listado de abreviaturas

3D	Tridimensional
PRO	Plano de referencia objeto
PRI	Plano de referencia imagen
DA	Diafragma de apertura
PE	Pupila de entrada
PS	Pupila de salida
DC	Diafragma de campo
FOV	Campo de visión (del inglés field of view)

- ML Microlente
- **MML** Matriz de microlentes
- IE Imagen elemental
- MLI Matriz de microlentes de iluminación
- MLP Matriz de microlentes de proyección

# Índice

Agra	decimientosix
Resu	menxiii
Lista	do de publicacionesxv
Lista	do de abreviaturasxvii
Índic	exix
Capít	tulo 1 Introducción1
1.1.	Contexto 1
1.2.	Motivación4
1.3.	Objetivos5
Capít	tulo 2 Formación y registro de imágenes7
2.1.	El dioptrio y la lente simple8
2.2.	Acoplamiento afocal de lentes15
2.3.	Diafragma de apertura y diafragma de campo 18
2.4.	Resolución lateral y profundidad de foco 22
Capít	tulo 3 Imagen integral27
3.1.	Captura directa de una imagen integral28
3	.1.1. Campo de visión y rango de paralaje
3	.1.2. Resolución de la imagen integral capturada

3.2.	Captura indirecta de imágenes integrales	39
3.3.	Reconstrucción de la escena 3D	46
3	.3.1. Proyección óptica de una imagen integral	46
3	.3.2. Reconstrucción computacional	50
3.4.	Observación de una pantalla de imagen integral	53
3	.4.1. Ángulo de visión máximo: origen y efecto de la diafoní	a. 55
3	.4.2. Resolución espacial de la imagen 3D	57
3	.4.3. Inversión de imágenes pseudoscópicas	58
Capít lente	tulo 4 Aumento de la profundiad de campo con un	na 50
<u> </u>	Profundidad de campo (II)	<b>6</b> 1
4.2.	Aumento de la profundidad de campo	62
4	.2.1. Distancia hiperfocal	63
4	.2.2. Principio de Scheimpflug	63
4	.2.3. Segmentado óptico	64
4.3.	Captura indirecta con sistemas telecéntricos	67
4.4.	Matriz de microlentes varifocales	71
4.5.	Verificación experimental	72
Capít nacić	tulo 5 Generación de barreras ópticas con ilun ón Köhler	1i- 79
5.1.	La iluminación Köhler	81
5.2.	Sistema para producir barreras ópticas	84
5.3.	Generación de barreras con una matriz de microlentes	87
Capít	tulo 6 Conclusiones	<del>)</del> 9
Bibli	ografía10	<b>)</b> 3

### **Capítulo 1**

### Introducción

La imagen integral es una técnica de imagen tridimensional (3D) basada en la *fotografía integral* de Gabriel Lippmann [1] que combina tres disciplinas: óptica, microfabricación y procesado de imagen. En esta tesis se proponen dos técnicas ópticas que resuelven, una, la falta de profundidad de la escena cuando se registra y, otra, la aparición de imágenes fantasma cuando se proyecta.

#### 1.1. Contexto

Una buena imagen 3D que se proyecte debe tener los atributos de calidad y las señales de profundidad que se aprecian en una imagen 2D: nitidez de los detalles, color, perspectiva cónica, proporcionalidad y variación aparente de la posición y el tamaño de los objetos ocultos en parte y los que los ocultan. Pero también debe propiciar las señales físicas de profundidad que induciría la propia observación de la escena real: el paralaje en movimiento, la disparidad retiniana, la convergencia de los ojos hacia los objetos próximos y la acomodación visual en el plano de enfoque [2]. Es justo la incapacidad de las técnicas de captura y proyección convencionales para reproducir estas señales físicas la que motiva el desarrollo de técnicas alternativas para imagen 3D [3].

La proyección de una imagen en tres dimensiones requiere disponer primero de la información espacio-angular de la luz que proviene de los puntos luminosos de la escena y tener la capacidad de presentarla de forma separada al observador después. Una cámara fotográfica registra la información espacial de acuerdo con la posición que ocupan los píxeles de la imagen. La capacidad de enfoque de las cámaras hace que la luz emitida desde un punto de la escena en diferentes direcciones converja en un punto del medio de registro, de modo que esas direcciones se integran ahí y no es posible presentarlas por separado. Si nos centramos en el *display*, la escena que se presenta al observador en una pantalla convencional se encuentra en un plano, luego no existen diferencias de paralaje entre los objetos lejanos y próximos que hay en ella.

A pesar de esto, existen diferentes técnicas que permiten mostrar al observador imágenes con apariencia tridimensional. Son los llamados sistemas estereoscópicos, que presentan por separado a cada ojo sendas perspectivas de la escena, lo que se conoce como par estereoscópico. La disparidad de ese par coincide con la disparidad binocular, de modo que el cerebro la interpreta como una señal de profundidad y fusiona el par, de ahí la sensación de volumen. Entre los sistemas habituales de este tipo encontramos sistemas *autoestereoscópicos*, que emplean lentes cilíndricas o barreras de paralaje sobre las propias imágenes para enviar a cada ojo la perspectiva correspondiente. También sistemas que no son autoestereoscópicos, por lo que el observador necesita gafas que seleccionen la vista correcta de cada ojo y bloquee la incorrecta. De estos, los más conocidos son los que utilizan filtros de colores o polarizadores. Sin embargo, este tipo de proyecciones 3D no son más que una ilusión de profundidad, pues todos los objetos de la escena se encuentran en un plano y siempre se ve la misma perspectiva, con independencia de la posición del observador. Además, esta ilusión de profundidad estimula el mecanismo oculomotor de la convergencia y la acomodación que hace posible enfocar y orientar los ejes visuales a la profundidad aparente de los objetos, lo que provoca fatiga visual y malestar cuando la observación es prolongada.

Una técnica que supera esas limitaciones es la imagen integral. Los principios que lo hacen posible los estableció Lippmann en 1908 [1], [4]. Para registrar la imagen 3D, Lippmann propuso sustituir la lente de la cámara por una matriz de pequeñas lentes situadas delante de una emulsión fotográfica. Con cada lente se registra una perspectiva distinta de la escena, de modo que en una perspectiva queda recogida la información espacial de la escena y en el resto información angular diferente. Para reconstruir la escena, la fotografía se revela, se ilumina con luz difusa y se proyecta a través de otra matriz de lentes, reconstruyéndose en el mismo lugar donde estaba en el momento de la captura. Esta imagen 3D real se forma en el aire por convergencia de los rayos provenientes de las perspectivas proyectadas, es autoestereoscópica y tiene paralaje horizontal y vertical.

Uno de los principales problemas de la fotografía integral es que para conseguir una buena calidad de la imagen 3D, con detalles bien definidos, paralaje suficiente y continuo, es necesario registrar muchas perspectivas. Ello implica utilizar lentes muy pequeñas, y en la época de Lippmann no existía tecnología para fabricarlas. En los años siguientes se propusieron adaptaciones que mitigaban este problema [5], [6] y permitían registrar escenas extensas y lejanas con una lente adicional [7], así como otras innovaciones. Un resumen de estos avances se puede ver en la referencia [8]. Aun así, la incapacidad tecnológica para realizarlas y proporcionar imágenes de buena calidad ha sido hasta ahora el mayor inconveniente para la adopción en masa de los sistemas de imagen integral.

#### 1.2. Motivación

El avance en las técnicas de diseño óptico y la fabricación de matrices de microlentes, la realización de sensores y pantallas digitales de alta resolución, y el aumento de la capacidad de los procesadores y el desarrollo de algoritmos eficientes han hecho posible superar muchas de las limitaciones que hasta entonces tenía la técnica de la fotografía integral. Ello ha supuesto el resurgir del interés en la propuesta de Lippmann, que se ha adaptado a las nuevas tecnologías, renombrada como imagen integral, con nuevas soluciones ópticas para mejorar la resolución de las imágenes y resolver otros problemas asociados. Pioneros en este campo han sido Okoshi, Davis, Okano y Arai [9]–[13]. Todo ello se ha visto favorecido por las posibilidades que ofrece el procesado digital de las imágenes, en especial, desde la definición de la función plenóptica por Adelson y Bergen [14], renombrada después como light field por Levoy en 1996 [15], y el planteamiento para la construcción de una cámara plenóptica hecho por Adelson y Wang [16] a principio de 1990.

La realización de cámaras de imagen integral es hoy una realidad. R. Ng, en 2005, fue el primero en presentar una cámara plenóptica manejable de uso común [17]. Hoy la compañía Raytrix GmbH dispone de cámaras de imagen integral para inspección industrial [18]. Recientemente, Doitplenoptic, S.L. [19] ha presentado oculares plenópticos construidos con una novedosa forma de imagen integral aplicada a la microscopía [20]. Y Photonicsens, S.L. [21] ha miniaturizado la captura de imágenes hasta un nivel antes impensable, hasta haberla integrado en las cámaras para *smartphones*. Si bien la captura y el procesado de las imágenes integrales ha experimentado un enorme avance, su proyección autoestereoscópica no ha seguido un desarrollo paralelo, al menos en su realización física y proyección comercial. Aun así, existen propuestas comerciales innovadoras que auguran una adopción en masa a medida que la técnica alcance un grado de madurez pleno. Entre ellas destacan Holografika, Kft. [22], Looking Glass Factory, Inc. [23], JDI, Inc. [24] y FOVI3D [25].

Y es que, a pesar de todos los avances de los últimos veinte años, los sistemas de imagen integral todavía presentan una serie de limitaciones que conviene superar para ampliar los campos de aplicación y mejorar los mecanismos de proyección. Por un lado, está la profundidad de campo: al tratarse de imágenes 3D, debe ser grande si se quieren largas reconstrucciones del volumen. Por otro lado, la necesidad de limitar el tamaño de las imágenes elementales para que estas no se superpongan y la necesidad de restringir el ángulo con el que se proyectan a fin de evitar la aparición de imágenes fantasma. Esta necesidad de restringir el ángulo deriva en la necesidad de favorecer ángulos de captura y proyección mayores, que proporcionen un gran rango de paralaje grande. Otras limitaciones son la pérdida de información espacial en favor de la angular y viceversa, la naturaleza pseudoscópica de las imágenes que se proyectan y la visión en facetas trenzadas.

#### 1.3. Objetivos

Los objetivos de esta tesis son dos: por un lado, aumentar la profundidad de campo en las imágenes capturadas y, por otro, evitar la aparición de imágenes fantasma durante la proyección. En ambos casos se han buscado soluciones puramente ópticas. Para ello, se desarrolla el marco teórico estableciendo la relación entre los parámetros que describen las características de una imagen convencional y los que describen las propiedades de las imágenes integrales, sus semejanzas y sus diferencias. Con ello se reconocen mejor las limitaciones de los sistemas de imagen integral y se analizan las maneras de superarlas por analogía con los problemas de la imagen 2D.

El desarrollo de estos objetivos se organiza como sigue. En el capítulo 2, se explica con brevedad la formación de imágenes convencionales a través de lentes, cuáles son los problemas asociados a esas imágenes y cómo se pueden resolver o mitigar. A continuación, en el capítulo 3, se establece el marco teórico de la formación de imágenes integrales, cómo se distribuye la información espacio-angular en la captura, cómo se recupera durante la proyección y cómo percibe la imagen 3D el observador. Asimismo, se describen los problemas en cada una de esas etapas y algunas soluciones propuestas por diferentes autores. En este mismo capítulo, se explican las técnicas de captura alternativas a la propuesta original de la fotografía integral, que son las que en definitiva han hecho posible la adaptación para diferentes aplicaciones, y sendos algoritmos de reconstrucción en perspectiva y profundidad muy populares dentro de la técnica. En el capítulo 4 se presenta la configuración de un sistema de captura que genera una matriz virtual de microlentes varifocales con la que se consigue enfocar a distintas profundidades de la escena y resolver así la limitación de la profundidad de campo. En el capítulo 5, se presenta un sistema de proyección basado en iluminación Köhler que evita la aparición de imágenes fantasma, y se propone, además, una manera de utilizar esa configuración para aumentar el rango de paralaje. Por último, en el capítulo 6, se resumen las principales conclusiones alcanzadas en esta tesis y se proponen diferentes líneas de trabajo para futuros desarrollos.

### **Capítulo 2**

## Formación y registro de imágenes

La formación de una imagen con lentes depende del poder refractor de estas, pero también de otros factores que limitan aspectos tan importantes como la iluminación de la imagen, su tamaño, el nivel de detalle que se aprecia o la profundidad de la escena registrada.

Los principios que explican la formación de las imágenes son los mismos para cualquier lente refractiva, incluidas las microlentes que se usan en imagen integral. Por ello, y a fin de entender en los capítulos siguientes el registro y la proyección de las imágenes integrales, las limitaciones que existen en esos procesos y cómo un control adecuado de los factores que intervienen permite superarlas, en este capítulo se revisa la relación entre el objeto y su imagen a través de una lente y a través de un conjunto centrado de ellas, con especial atención a la combinación afocal. También se analizan los efectos del diafragma de apertura y del diafragma de campo y cómo la naturaleza pixelada de los sensores afecta a la resolución y al enfoque.

El marco teórico y conceptual a lo largo de la tesis se establece sobre la base de la óptica geométrica [26], [27], donde los haces luminosos se tratan como una distribución de rayos que viajan en línea recta cuando el índice de refracción es constante. Además, se utiliza la aproximación paraxial, que es válida para los rayos que inciden y se refractan con poca inclinación y a poca distancia del eje óptico, por lo que el seno y la tangente se aproximan al valor de su argumento.

En la tesis, la formación de las imágenes se analiza de manera tanto gráfica como analítica. Para establecer el necesario criterio de signos, y sin que ello reste generalidad al estudio, en los esquemas se considera siempre que la luz viaja de izquierda a derecha y se sigue el criterio siguiente:

- a) las distancias axiales son positivas en el sentido de propagación de la luz;
- b) las distancias laterales son positivas hacia arriba;
- c) los ángulos se trazan desde el rayo al eje de referencia por el camino angular más corto y son positivos cuando se hace en sentido antihorario.

### 2.1. El dioptrio y la lente simple

Una lente simple está formada por dos dioptrios. Por definición, el dioptrio es la superficie que separa dos medios con distinto índice de refracción (n); por tanto, es la superficie donde los rayos se refractan. Con el fin de simplificar el estudio, se considerarán solo dioptrios esféricos, los más comunes en los instrumentos ópticos.

#### El dioptrio esférico

En el caso de un dioptrio esférico, se puede definir el eje óptico con una línea recta que pasa por su centro. Los planos que contienen el eje óptico se denominan secciones meridionales. La intersección de cualquier sección meridional con el dioptrio forma una circunferencia llamada meridiano y, dada la simetría esférica del dioptrio, el correspondiente meridiano es circular con independencia de la sección meridional escogida.

A partir del principio de Fermat [28], [29], puede deducirse que la trayectoria de un rayo que se refracta en un dioptrio esférico permanece confinada en la sección meridional que definen el rayo incidente y el eje óptico. Esta condición es de gran importancia, pues permite estudiar en diagramas bidimensionales un fenómeno que en esencia es tridimensional.

Teniendo en cuenta lo anterior, en la Figura 2.1 se ha representado la trayectoria de un rayo meridional que parte de un punto axial O de un plano determinado del espacio objeto, se refracta en un dioptrio de radio  $r_c > 0$  que separa dos medios de índices n y n', con n' > n, y llega a un punto axial O' del espacio imagen. El rayo parte a una distancia  $s_o$  del vértice V del dioptrio con una inclinación  $\sigma$ , se propaga e incide en un punto A del dioptrio con un ángulo  $\varepsilon$  respecto su vector normal  $\vec{u}_n$  en ese punto. Tras refractarse, el rayo forma un ángulo  $\varepsilon'$  con la normal y un ángulo  $\sigma'$  con el eje óptico. En su propagación, a una distancia  $s'_o$  del vértice, el rayo alcanza de nuevo el eje óptico en O'.

De acuerdo con la condición de estigmatismo, se forma una imagen puntual en O' cuando todos los rayos que parten de O y



Figura 2.1: Refracción en un dioptrio convergente. La selección del signo de  $r_c$  y de la relación entre n y n' no restan generalidad a esta figura.

atraviesan el dioptrio pasan por O' [27]. Este proceso es reversible, de modo que los rayos que partieran de O' y se refractasen en el dioptrio se encontrarían en O. Se dice entonces que ambos son puntos conjugados porque entre ellos existe una relación de correspondencia mediante la cual es posible conocer la posición y la trayectoria de los rayos que pasan por un punto si se conoce la posición o las trayectorias de su conjugado. Un modo de expresar esa correspondencia es con las llamadas *ecuaciones de conjugación*.

La correspondencia entre la inclinación de los rayos puede establecerse con la *ley de Snell*,  $n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'$ , que se simplifica como  $n\varepsilon = n'\varepsilon'$  en la aproximación paraxial. Con los parámetros de la Figura 2.1 y trigonometría se demuestra que [26]

$$n\sigma + n'\sigma' = \frac{y_A(n'-n)}{r_C},$$
(2.1)

donde  $y_A = \beta r_c$  es la altura del punto *A* en el dioptrio donde el rayo incide y se refracta, y  $\beta = \sigma - \varepsilon = \sigma' + \varepsilon'$  es el ángulo que forman el vector normal en ese punto y el eje óptico.

Si en la ecuación (2.1) se sustituye cada inclinación por su aproximación paraxial,  $\sigma = y_A/s_0$  y  $\sigma' = y_A/s'_0$ , se obtiene la ecuación de conjugación para las distancias axiales a *O* y *O*':

$$-\frac{n}{s_0} + \frac{n'}{s_0'} = \frac{n'-n}{r_c}.$$
 (2.2)

La ecuación (2.2) se ha deducido a partir de un esquema en el que las distancias axiales tienen un determinado signo y los índices cumplen la relación n' > n. No obstante, su validez es general. Además, cualquier otro par de puntos conjugados en los respectivos planos perpendiculares al eje óptico  $\Pi_0$  y  $\Pi'_0$  que contienen a 0 y 0' satisfarán esa ecuación, luego es una relación entre planos conjugados. Una situación particular es aquella en la que el punto objeto está muy alejado, idealmente en el infinito  $(s_0 \rightarrow -\infty)$ . Si el punto es axial, los rayos inciden en el dioptrio paralelos al eje óptico y su imagen estigmática se forma en el llamado punto focal imagen F', o foco imagen, que se encuentra a una *distancia focal imagen* f' del vértice del dioptrio. Existe también un foco objeto F, a una *distancia focal objeto* f, cuya imagen se encuentra en el infinito  $(s'_0 \rightarrow +\infty)$ , de modo que los rayos que parten o pasan por F se propagan paralelos al eje óptico tras refractarse en el dioptrio. Haciendo uso de la ecuación (2.2), se comprueba que las focales satisfacen la relación

$$-\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} = \frac{n'-n}{r_c} = \varphi_D , \qquad (2.3)$$

donde  $\varphi_D$  es la *potencia óptica* del dioptrio, que se mide en dioptrías  $(D = m^{-1})$ . Un valor positivo de  $\varphi_D$ , y por tanto de f', corresponde a un dioptrio convergente (o convexo), mientras que un valor negativo corresponde a un dioptrio divergente (o cóncavo). Cuando  $\varphi_D = 0$ , el dioptrio es plano y no focaliza los haces.

Si se conocen los focos del dioptrio, resulta sencillo encontrar de manera gráfica el conjugado de cualquier punto objeto trazando



Figura 2.2: Ilustración del método del trazado de rayos paralelos (rojos continuos). Dado un punto objeto  $O_1$ , el rayo que incide paralelo el eje se refracta siempre hacia el punto focal imagen F'; por otro lado, el rayo que pasa por el punto focal objeto F se transmite paralelo al eje. La imagen  $O'_1$  del punto  $O_1$  se encuentra donde ambos rayos se cruzan.

sendos rayos que pasen por ellos. El método se ilustra en la Figura 2.2 para el par de puntos  $O_1$  y  $O'_1$ , que están separados del eje óptico las distancias  $y_0$  e  $y'_0$  respectivamente. El cociente entre la posición lateral del punto imagen y la del objeto determina el aumento lateral  $M_0$  entre los planos conjugados y se cumple que

$$M_0 = \frac{y'_0}{y_0} = \frac{n \, s'_0}{n' s_0}.$$
 (2.4)

De acuerdo con nuestro criterio de signos, si el aumento es negativo, la imagen se forma invertida y, si es positivo, lo hace orientada como el objeto.

Por otro lado, el cociente entre la inclinación del rayo refractado y la del rayo incidente determina el aumento angular  $\gamma_0$ . De la Figura 2.1 se deduce por trigonometría que para puntos axiales  $\gamma_0 = s_0/s'_0$ , y, haciendo uso de la ecuación (2.4), se deduce que el aumento angular entre los planos conjugados es:

$$\gamma_0 = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{n}{n'} \frac{1}{M_0}.$$
 (2.5)

Las ecuaciones (2.1) a (2.5) sirven de base para establecer la relación entre un objeto y su conjugado a través de una lente.

#### Las lentes

El acoplamiento centrado de dos dioptrios esféricos forma una lente esférica. Un ejemplo se muestra en la Figura 2.3, que representa una lente biconvexa de índice de refracción  $n_L$  inmersa en aire ( $n \approx 1$ ). Dado el punto objeto  $O_1$ , su conjugado  $O'_1$  en el espacio imagen se puede hallar con las ecuaciones (2.1) a (2.5) anteriores, para lo que hay que considerar que el objeto del segundo dioptrio es la imagen del primero. Se puede emplear también el trazado de dos rayos que, partiendo del del punto objeto, se propagan en los distintos medios,



Figura 2.3: Representación gráfica del método de trazado de rayos paralelos en una lente gruesa. Las distancias focales al objeto y a la imagen se miden desde los planos principales H y H'.

refractándose en cada dioptrio, hasta coincidir en el espacio imagen. Si se conoce la focal de la lente, se puede emplear una formulación idéntica a la utilizada con el dioptrio. Así, dada lente de índice de refracción  $n_L$  y espesor e, que se encuentra inmersa en aire, su potencia óptica  $\varphi_L$  viene dada por [26]:

$$\varphi_L = \varphi_1 + \varphi_2 - \frac{e}{n_L} \varphi_1 \varphi_2 = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'},$$
 (2.6)

donde  $\varphi_1 = (n_L - 1)/r_1$  es la potencia del primer dioptrio;  $\varphi_2 = (1 - n_L)/r_2$  la del segundo; y *f* y *f*' son, en ese orden, la distancia focal objeto e imagen de la lente.

Las distancias focales de una lente no se miden desde el vértice del dioptrio correspondiente, sino que, como se representa en la Figura 2.3, se miden desde los llamados *planos principales* H y H'. Los planos principales son dos planos conjugados entre los cuales el aumento lateral es positivo y de valor uno, y se toman también como referencia para definir las respectivas distancias axiales  $s_0$  y  $s'_0$  al punto objeto y a su conjugado cuando se usan las conocidas como *ecuaciones de conjugación de Gauss*. Las respectivas ecuaciones de Gauss para las distancias axiales, el aumento lateral y el aumento angular de la lente en aire son:

$$-\frac{1}{s_0} + \frac{1}{s'_0} = \frac{1}{f'}.$$
 (2.7)

$$M_0 = \frac{y'_0}{y_0} = \frac{s'_0}{s_0}.$$
 (2.8)

$$\gamma_0 = \frac{1}{M_0}.$$
 (2.9)

Por regla general, el estudio de la formación de imágenes a través de una o varias lentes se inicia con un modelo de lente delgada donde se adopta que el espesor es despreciable comparado con el radio de los dioptrios, los planos principales coinciden con el plano de la lente y los rayos que pasan por su centro no se refractan (véase la Figura 2.4). La potencia de la lente delgada  $\varphi$  se deduce de la ecuación (2.6) sin más que considerar que e = 0, lo que reduce la ecuación a la suma de las potencias de los dioptrios:

$$\varphi = (n_L - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'}.$$
 (2.10)

Una manera alternativa a la formulación de Gauss para expresar la relación entre planos conjugados es mediante las *llamadas ecuaciones de conjugación de Newton*. En este caso, en lugar de los principales, se toman de referencia para las distancias axiales los puntos focales (véase la Figura 2.4). Con ello, la relación entre la distancia objeto e imagen,  $z_0$  y  $z'_0$ , desde los respectivos focos viene dada por

$$z_0 \, z_0' = -f'^2, \tag{2.11}$$



Figura 2.4: Representación de una lente delgada y el trazado de rayos oblicuo (azul discontinuo) y paralelo.

y el aumento lateral se expresa como

$$M_0 = -\frac{z'_0}{f'} = -\frac{f}{z_0}.$$
 (2.12)

Tomando como referencia los focos, si dos puntos axiales están separados una distancia  $\Delta z$  y sus respectivos conjugados una distancia  $\Delta z'$ , se puede definir un aumento axial  $\alpha$  como la razón entre la separación de la imagen y la del objeto. En el límite en el que  $\Delta z$ tiende a cero se cumple que [27]

$$\alpha = \frac{dz'}{dz} = M_0^2 \tag{2.13}$$

Las ecuaciones vistas en este apartado son igualmente válidas para sistemas formados por varias lentes. Un caso particular es el acoplamiento afocal de lentes, que se trata de forma breve a continuación.

### 2.2. Acoplamiento afocal de lentes

Las lentes se combinan entre sí para formar ópticas que mejoran el rendimiento de una lente simple. El acoplamiento puede dar lugar a ópticas focales, que focalizan haces paralelos. Estas se pueden representar con los planos principales y la focal efectiva del acoplamiento y ello permite relacionar los planos conjugados con las ecuaciones de Gauss o de Newton vistas en el apartado anterior [26], [29]. Ejemplos de ópticas focales son, entre otras, las lupas, los objetivos, las lentes oftálmicas y las lentes de los proyectores.

Pero el acoplamiento de lentes también puede dar lugar a ópticas afocales [30]. Los sistemas afocales no focalizan haces de rayos paralelos: el conjugado de un haz paralelo es otro haz paralelo, por lo que la focal efectiva del sistema es infinita y su potencia óptica nula. Este tipo de acoplamiento se encuentra, por ejemplo, en los instrumentos ópticos para la observación de objetos lejanos, tales como los anteojos, los catalejos o los telescopios, en los que se acoplan una lente objetivo y una lente ocular.

Como se esquematiza en la Figura 2.5 con dos lentes delgadas L<sub>1</sub> y L<sub>2</sub>, el acoplamiento afocal se da entre dos ópticas focales cuando el foco imagen de la primera ( $F'_1$ ) coincide con el foco objeto de la segunda ( $F_2$ ). Aunque la focal efectiva del acoplamiento sea infinita, los sistemas afocales sí conjugan planos situados a distancias finitas; no en vano, los puntos O y O' de la Figura 2.5 son conjugados, y también los son, siempre, el punto focal objeto de la primera lente ( $F_1$ ) y el imagen de la segunda ( $F'_2$ ). Sin embargo, como los planos principales y los planos focales están en el infinito, no es posible relacionar los planos conjugados con la ecuación de Gauss o de Newton. Para hacerlo, se ha de elegir otro par de planos conjugados que estén localizados y bien definidos, siendo común emplear  $F_1$  y  $F'_2$ . Con estos como referencia, el aumento lateral entre los planos conjugados que contienen a O y O' es:


Figura 2.5: Acoplamiento afocal con dos lentes convergentes. Las ópticas afocales no focalizan haces paralelos, pero forman imágenes de puntos que se encuentran a distancias finitas.

$$M_{AF} = \frac{y'_0}{y_0} = -\frac{f'_2}{f'_1},$$
 (2.14)

y es el mismo para cualquier otro par de planos conjugados por el sistema afocal.

El aumento angular entre cualquier pareja de planos conjugados también es constante y vale

$$\gamma_{AF} = \frac{\sigma'}{\sigma} = -\frac{f_1'}{f_2'}.$$
 (2.15)

Respecto a las distancias axiales  $z_0$  y  $z'_0$  al plano objeto e imagen desde los respectivos focos  $F_1$  y  $F'_2$ , resulta sencillo comprobar con la ecuación de Newton que satisfacen

$$z'_0 = M_{AF}^2 \, z_0, \tag{2.16}$$

luego el objeto y su imagen se desplazan en el mismo sentido a lo largo del eje óptico. Otra característica de las ópticas afocales es que el aumento axial  $\alpha_{AF} = M_{AF}^2$  es constante y válido para todo el rango de profundidad, no solo para separaciones axiales infinitesimales.

# 2.3. Diafragma de apertura y diafragma de campo

En un sistema óptico, el tamaño finito de sus elementos determina la cantidad de luz que llega a la imagen y limita la extensión del objeto que se puede ver a través de él. Al respecto, existen dos elementos claves que conviene definir y localizar en el sistema: el diafragma de apertura (DA) y el diafragma de campo (DC).

El diafragma de apertura es el elemento que limita la extensión del haz de rayos que parte del punto axial del plano objeto y atraviesa el sistema óptico; en consecuencia, es el elemento que determina la luminosidad en el centro de la imagen.

A modo de ejemplo, en la Figura 2.6 se ha representado un sistema óptico formado por una lente y un diafragma circular que se encuentra una distancia  $s_{DA} = f'/2$  de esta. Con esa configuración, el diafragma condiciona la extensión del haz de rayos, luego actúa de diafragma de apertura. La extensión angular del haz a la entrada y a la salida del sistema queda definida con la inclinación de los rayos marginales, que son los rayos meridionales que pasan por el borde del diafragma de apertura. En el plano objeto, la extensión angular se puede determinar si se conoce la posición y el tamaño de la pupila de entrada (PE), que es el conjugado del diafragma de apertura a través de las lentes que le preceden. En el espacio imagen, la extensión angular se puede determinar con la pupila de salida (PS), que es la imagen del diafragma de apertura a través de las lentes que le suceden. Nótese que, en el ejemplo de la Figura 2.6, la PE es virtual, mientras que la PS coincide con el DA al no haber lentes detrás del diafragma.

En el caso de puntos no axiales, además de los rayos marginales se traza un rayo oblicuo que pasa por el centro del DA y, por tanto, por el de sus pupilas. Este rayo se denomina rayo principal y se toma de referencia para localizar gráficamente las pupilas [29] y



Figura 2.6: Esquema de un sistema óptico para ilustrar el diafragma de apertura, la pupila de entrada y la de salida.

establecer la extensión máxima que se puede registrar de la escena, como se verá más adelante.

Para expresar el vínculo entre la luminosidad de la imagen y la apertura del sistema es habitual utilizar la apertura numérica, AN, o el número f,  $f_{\#}$ . En el espacio objeto se toma de referencia la PE y estos parámetros se expresan así:

$$AN = n \operatorname{sen} |\sigma_m| \quad \text{y} \quad f_{\#} = \frac{|f|}{\phi_{PE}}.$$
 (2.17)

En el espacio imagen, la referencia es la PS y esos parámetros se expresan con las ecuaciones

$$AN' = n' \operatorname{sen} |\sigma'_m| = \frac{AN}{|M_P|} \quad \text{y} \quad f'_{\#} = \frac{f'}{\phi_{PS}} = |M_P| f_{\#}, \qquad (2.18)$$

 $\cos |M_P| = \phi_{PS}/\phi_{PE}$  el aumento lateral entre las pupilas.

La definición de *AN* es válida en cualquier situación, pero su uso es frecuente cuando la escena está próxima a las lentes, como ocurre en microscopía. La definición de  $f_{\#}$ , en cambio, solo es práctica con objetos lejanos, lo que es habitual en fotografía. Con todo, en la aproximación paraxial ambos parámetros se relacionan mediante las igualdades  $f_{\#} = 1/(2AN)$  y  $f'_{\#} = 1/(2AN')$ .

El otro elemento de importancia es el diafragma de campo. Como se puede ver en la Figura 2.7, el DC limita la extensión del cono de rayos de los puntos que no están en el eje óptico. A partir de cierta altura, la iluminación para esos puntos decrece paulatinamente en el plano imagen según se distancian del eje, efecto que se conoce como viñeteado, y llega a ser nula a partir de cierta altura. Por tanto, el DC fija la extensión visible del objeto a través del sistema óptico, llamada *campo de visión* (FOV, del inglés *field of view*). De igual modo que las pupilas en el caso del diafragma de apertura, en el caso del diafragma de campo se definen las lucarnas. La lucarna de entrada es la imagen del DC en el espacio objeto y la lucarna de salida es la imagen del DC en el espacio imagen.

Para determinar el campo de visión hay que evaluar la iluminación de los puntos objeto en el plano imagen. Esto se puede hacer siguiendo la trayectoria de los rayos que pasan por los bordes del DC y del DA, tal como se ha representado en la Figura 2.7. Existe una región del campo objeto en la que todos sus puntos proporcionan imágenes con la misma iluminación que el punto axial. Esta zona se denomina campo de iluminación plena y, para conocer su radio, basta con encontrar el punto cuyo rayo marginal pasa por el borde del DA y por el del DC (haz rojo de la Figura 2.7). A partir de este radio, la iluminación de los puntos de la imagen decrece de manera monótona hasta alcanzar el denominado campo de iluminación media. La extensión de esta región se encuentra siguiendo la trayectoria del rayo principal que pasa por el borde del DC (haz azul). Más allá, se encuentra el campo de iluminación límite, que viene dado por el último rayo que llega a la imagen. Esta región se establece con el ravo que une extremos opuestos de DA y DC (haz verde en la Figura



Figura 2.7: Campos de iluminación plena, media y límite. El *FOV* queda definido por el campo de iluminación media.

2.7). Debido al viñeteado entre el campo de iluminación plena y el límite, el criterio habitual en óptica instrumental es utilizar el campo de iluminación media como referencia para establecer la extensión efectiva del campo de visión,  $\phi_{FOV}$ .

Por otra parte, cuando la imagen se captura con un sensor, el campo queda restringido por el área activa de este. En ese caso, el DC se ajusta para que la proyección de la lucarna de salida encaje en el sensor con el mínimo viñeteado. Solo cuando la lucarna y el sensor coinciden en el mismo plano es posible eliminar el viñeteado por completo.

Una manera alternativa de determinar el campo de visión es por medio de su *campo angular*. Este se define con el ángulo  $\Omega$  que subtiende el FOV desde el centro de la PE. De acuerdo con lo anterior, depende del ángulo  $\theta$  que subtiende el rayo principal correspondiente al campo de iluminación media. Si ese campo tiene una extensión  $\phi_{FOV}$  y se encuentra a una distancia  $s_o$  de la pupila de entrada, es inmediato que el campo angular  $\Omega$  viene dado por:

$$\Omega = 2\theta = 2\tan^{-1}\left(\frac{\phi_{FOV}}{2s_o}\right). \tag{2.19}$$

# 2.4. Resolución lateral y profundidad de foco

Hasta ahora se ha considerado que las lentes forman imágenes estigmáticas de objetos puntuales. Sin embargo, las propias lentes, la naturaleza ondulatoria de la luz y la estructura pixelada del sensor imponen un tamaño del punto imagen que condiciona el nivel de detalle de la imagen completa. Además, ese nivel detalle es posible registrarlo en cierta región del espacio imagen y del espacio objeto.

Las lentes generan en el haz de rayos refractado lo que en óptica se denominan aberraciones, de modo que las trayectorias de los rayos no paraxiales convergen en puntos distintos al punto imagen paraxial. Esto provoca que ese punto degenere en una mancha luminosa cuya forma y distribución de intensidad depende de los tipos de aberraciones presentes en el haz (esférica, coma, astigmatismo...) [31]. La presencia de aberraciones es mayor cuanto mayor es la apertura y su efecto puede mitigarse con un buen diseño óptico hasta alcanzar el sistema ideal, solo limitado por la difracción [32].

La difracción es inherente a cualquier sistema óptico debido al comportamiento ondulatorio de la luz y su interacción con la apertura del sistema [33]. La difracción transforma la imagen de un punto en un patrón que presenta un círculo luminoso en el centro, el llamado disco de Airy, rodeado de una sucesión de anillos concéntricos de intensidad decreciente<sup>\*</sup>. Si no se tienen en cuenta los anillos, el disco de Airy es la imagen más pequeña que se puede lograr de un punto objeto. Su diámetro es menor cuanto mayor es la apertura, luego el comportamiento es inverso al de las aberraciones. Por ese motivo, en un buen diseño óptico ambos efectos han de contrapesarse según los requisitos del sistema de captura y los costes, para

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Esto es así si el diafragma de apertura describe una circunferencia, que es lo habitual en los instrumentos ópticos. Otros perfiles darían lugar a patrones de difracción diferentes.

lo que es fundamental considerar las características y limitaciones que impone el medio de registro.

Los medios de registro más extendidos hoy en fotografía son los sensores digitales con tecnología CCD o CMOS, cuyos elementos fotosensibles son unas celdas cuadradas de entre 1 µm y 15 µm de lado llamadas píxeles. A fin de establecer un modelo geométrico de la resolución, se puede considerar que el sistema óptico está limitado por la difracción y que los píxeles del sensor presentan un tamaño  $\phi_{px}$ considerablemente mayor que el disco de Airy. En estas condiciones, se puede asumir que el punto imagen es puntual y se registra con el tamaño del píxel.

Sobre esta asunción, y de acuerdo con el criterio de Nyquist [33], para resolver dos puntos del objeto con sendos píxeles debe haber, al menos, un píxel de separación entre ellos. Por tanto, la mínima separación entre esos dos puntos en el sensor será  $\rho'_{px} = 2\phi_{px}$ . El *límite de resolución* en el espacio objeto, entendido este como la distancia mínima entre dos puntos distinguibles del campo de visión, viene entonces dado por

$$\rho_{px} = \frac{2\phi_{px}}{|M_0|}.\tag{2.20}$$

Por otro lado, cuando el sensor no está conjugado con el plano objeto que se quiere registrar, se produce un desenfoque, que provoca que la imagen del punto se registre como una mancha cuyo diámetro coincide con la sección transversal del cono de luz que converge en el punto imagen. Esa mancha recibe el nombre de círculo de confusión y se corresponde con una aberración de primer orden que se corrige moviendo el sensor o la lente hasta que el plano imagen de interés coincida con el del sensor. Con todo, como se ilustra en la Figura 2.8, el propio tamaño de los píxeles impone cierta tolerancia al desenfoque. Esa tolerancia permite registrar con suficiente resolución la imagen de un plano de referencia objeto (PRO) delante o detrás de su plano imagen conjugado, plano al que llamamos plano de referencia imagen (PRI).

Como se ve en esa figura, dado un punto *O* en el PRO, este se registrará con la resolución máxima del sensor siempre que el círculo de confusión de su imagen en otro plano distinto del PRI no supere el tamaño  $\phi_{px}$  del píxel. La distancia máxima entre las posiciones axiales en las que se puede situar el sensor sin que se aprecie pérdida de resolución por desenfoque define la profundidad de foco (*dof*, del inglés *depth of focus*) y viene dada por

$$dof = \frac{2s'_O \phi_{px}}{\phi_L} \cong \frac{\phi_{px}}{AN'}, \qquad (2.21)$$

donde  $\phi_L$  es el diámetro de la lente.

La distancia en el espacio objeto homóloga a la profundidad de foco es la profundidad de campo (DOF, del inglés *depth of field*). Esta se define como la distancia que comprende todos los planos



Figura 2.8: Profundidad de foco (dof) del sensor. Dado un punto objeto fijo O, existe un rango de posiciones axiales para el sensor dentro del cual el punto objeto aparece enfocado.

objeto que se ven enfocados en la imagen capturada. En una primera aproximación, se puede considerar que la DOF es la distancia axial conjugada con la *dof* (véase la ecuación (2.13)), de modo que:

$$DOF = \frac{dof}{M_0^2} = \frac{2\phi_{px}s_o}{|M_0|\phi_L} = \frac{\phi_{px}}{|M_0|}\frac{1}{AN}.$$
 (2.22)

La ecuación (2.22) es válida cuando la profundidad de campo es pequeña, como sucede, por ejemplo, en microscopía. Sin embargo, en la captura de imágenes integrales se requiere una profundidad de campo grande, por lo que la aproximación que se ha empleado no siempre es aplicable. En el capítulo 4 se deduce la ecuación completa de la *DOF* geométrica y se propone un método para aumentarla en los sistemas de imagen integral.

# **Capítulo 3**

# Imagen integral

Como se ha visto en el capítulo anterior, con una cámara convencional formada por un objetivo y un sensor es posible registrar la información espacial de un objeto que se encuentre en el plano de referencia conjugado con el plano del sensor. Y, aunque es posible registra objetos que se encuentren delante y detrás de ese plano de referencia objeto, dada la relación de conjugación, solo podemos conocer la posición del plano de referencia objeto.

Con la técnica de imagen integral, en cambio, registramos muchas perspectivas del objeto y con ello podemos reconstruir la escena 3D, tanto física como computacionalmente.

En este capítulo se exponen los conceptos fundamentales que ayudan a entender el registro, la proyección y la observación de las imágenes integrales, y cuáles son los principales problemas asociados, algunos de los cuales justifican el desarrollo de esta tesis. Cuando existe una analogía entre el concepto en imagen integral y en imagen convencional, se comparan y se revisan las diferencias. El capítulo se estructura de modo que, en la primera sección, se describen los parámetros claves de la captura de imágenes integrales y, en la segunda, se presentan las diferentes maneras de registrarlas de forma indirecta con lentes auxiliares. A continuación, en la tercera sección, se explica cómo se reconstruye una imagen integral mediante la proyección física de la imagen capturada y, de forma breve, algunos métodos para hacerlo de forma computacional. En la cuarta y última sección se describe cómo se observan las imágenes 3D una vez proyectadas.

## 3.1. Captura directa de una imagen integral

La *captura directa* de una imagen integral se basa en la fotografía integral de Lippmann [1]. En esta modalidad, la escena se encuentra cerca de una matriz compuesta por pequeñas lentes, o microlentes (ML), que se distribuyen de forma periódica en un plano, y el sensor está detrás de la matriz, paralelo a esta. Este modo de captura tiene el inconveniente de que la matriz no puede ser mayor que el sensor, lo cual limita la extensión de la escena que se puede registrar. Una manera equivalente que solventa ese problema y aumenta la resolución lateral y el rango de paralaje consiste en emplear una matriz de cámaras en lugar de microlentes [34],[35]. También se puede usar un sistema de captura directa motorizado o una cámara que se desplaza de forma periódica en el mismo plano transversal [36], [37].

Pero hoy lo habitual es la *captura indirecta* con ópticas axilares acopladas a la matriz, bien delante, para enfocar un objeto lejano y extenso frente a las microlentes [38], bien detrás, para enfocar en el sensor las microimágenes aéreas que forman las microlentes [39], [40], o bien delante y detrás, donde se combinan ambas variantes [41], [42]. Esto permite escalar la escena al tamaño del sensor y registrar escenas lejanas y extensas.



Figura 3.1: Captura directa de una imagen integral. Con una matriz de microlentes (MML) y un sensor se registran diferentes perspectivas de la escena de forma simultánea.

En cualquier caso, el modelo de captura directa es suficiente para entender la formación de imágenes integrales, cuáles son los principales parámetros que determinan las características de estos sistemas, y cómo se codifica información 3D entre las microimágenes.

Así, la Figura 3.1 representa, en una sección meridiana, la captura directa de la imagen integral de un objeto 3D con una matriz de microlentes (MML) de diámetro  $\phi_{ml}$  y un sensor situado a una distancia de captura *g* detrás de esta. Cada microlente (ML) forma su propia imagen del objeto, llamada *imagen elemental* (IE). Como las microlentes están separadas entre sí un periodo *p*, existe paralaje entre ellas, de modo que cada IE supone una perspectiva diferente. El conjunto de todas las imágenes elementales forma la imagen integral, que no es más que una matriz de vistas periódicas del objeto. Para registrar la imagen integral del objeto 3D con la resolución máxima, todo él debe estar contenido en la profundidad de campo de las IE. En esta tesis se considera que todas las microlentes tienen la misma focal, luego en todas las imágenes elementales está conjugado el mismo PRO y se distingue los mismos planos delante y detrás de este. No obstante, este no es un requisito necesario de la técnica y se pueden utilizar microlentes con distinta apertura numérica, o que no se encuentran en el mismo plano, para aumentar la profundidad de campo [43]–[45].

Si asumimos que todos los puntos del objeto aparecen enfocados en las IE, podemos prescindir de las ecuaciones de conjugación y considerar que la posición relativa de un punto objeto en la correspondiente IE viene dada por el rayo principal que une dicho punto con su píxel correspondiente en el sensor, como se representa en la Figura 3.2. Entonces, dado un punto O en el espacio objeto, para analizar la posición de sus imágenes elementales en función de la distancia del punto a la matriz de microlentes  $s_o$ , conviene establecer un sistema de referencia global, con el origen en el vértice de la microlente central, y un sistema de referencia local, donde las coordenadas del objeto y la IE correspondiente están referidas al vértice de la respectiva ML con la que se registra.

En la Figura 3.2, la referencia global se escoge en el vértice de la microlente que hay en el centro de la matriz (orden j = 0). La posición lateral local de un punto O y la de su  $j - \acute{sima}$  imagen  $O_j$  ( $\bar{y}_{j,O}$  e  $\bar{y}'_{j,O}$ ) en función de las coordenadas globales de sendos puntos ( $y_{0,O}$  e  $y'_{j,O}$ ) serán  $\bar{y}_{j,O} = y_{0,O} - jp$  e  $\bar{y}'_{j,O} = y'_{j,O} - jp$ . La coordenada global de esa perspectiva se obtiene con el aumento lateral entre las posiciones locales,  $M_O = \bar{y}'_{j,O} / \bar{y}_{j,O}$ , y se llega a que

$$y'_{j,0} = \frac{g}{s_0} y_{0,0} + \left(\frac{s_0 - g}{s_0}\right) jp.$$
(3.1)

La variación de la posición entre dos vistas contiguas determina el *periodo de captura T<sub>o</sub>*, que satisface

$$T_0 = y'_{j,0} - y'_{j-1,0} = \frac{s_0 - g}{s_0} \ p = p(1 - M_0), \tag{3.2}$$

donde  $M_o = g/s_o$  es el aumento lateral entre el plano que contiene a O y el sensor.

El periodo de captura es fundamental porque que establece una relación entre la distancia a los diferentes planos de la escena y la distancia de captura que no depende de la focal de las microlentes. Así, las perspectivas de los puntos que se encuentren en el mismo plano tendrán el mismo periodo, y este disminuirá a medida que el plano que los contiene se aleja de las microlentes.



Figura 3.2: Captura directa de una imagen integral. Se han definido un eje de referencia global que coincide con el eje óptico de la microlente central y unos ejes de referencia locales que coinciden con el eje óptico de sendas microlentes.

Por otra parte, la posición angular de cada punto de vista queda definida con la inclinación del rayo principal del cono respectivo. Así, si el rayo pasa por la *j-ésima* microlente, se cumple que

$$\sigma_{j,0}' = \arctan\left(\frac{\bar{y}_{j,0}'}{g}\right) = \arctan\left(\frac{y_{0,0} - jp}{s_0}\right). \tag{3.3}$$

Esta ecuación expresa la manera en la que se distribuye la información espacio-angular en una imagen integral: la primera igualdad implica que los píxeles que ocupan la misma posición en la respectiva imagen elemental conforman el mismo punto de vista del objeto; la segunda, que cada uno de esos píxeles se corresponde con un punto objeto diferente.

#### 3.1.1. Campo de visión y rango de paralaje

Como en una imagen convencional, en imagen integral el campo de visión determina la extensión de la escena registrada. Sin embargo, aquí hay que distinguir entre el *campo de visión* elemental y el *campo de visión integral*.

El campo de visión elemental  $L_e$  es el campo de visión en una IE. El problema de usar matrices de microlentes es que, si el tamaño de las imágenes elementales es mayor que el periodo de la matriz, como se representa en la Figura 3.3, las IE solapan por los bordes y la información ahí se pierde. Si las imágenes elementales son más pequeñas que el periodo, como ocurre en la Figura 3.2, no solapan, pero la IE o parte de ella podría registrarse en una zona del sensor que se encuentra justo detrás de una microlente vecina y no se proyectaría de forma correcta en una pantalla de imagen integral.

Para evitar el solapamiento o una localización incorrecta de las imágenes elementales, es necesario limitar el campo de visión de las microlentes con barreras opacas que impidan que los rayos más inclinados alcancen el sensor. De ese modo se crea una zona exclusiva para cada microlente y su respectiva IE llamada *celda elemental*. Las barreras para generar estas celdas se pueden implementar de manera física, con láminas opacas entre las microlentes [10], o de manera óptica, limitando la trayectoria de los rayos con microlentes GRIN [46], [47], combinando dos o tres matrices de microlentes [11], [48] o aprovechando el viñeteado entre la apertura de una óptica y las de las microlentes cuando ambas se acoplan en un sistema de captura indirecta [7], [39].

Por regla general, las barreras se colocan como en Figura 3.4, paralelas al eje óptico y así cada celda elemental queda centrada con la microlente respectiva. El tamaño de las celdas elementales conviene igualarlo al periodo de la matriz para que sean tangentes, con lo que se consigue que el número de píxeles que hay en cada una sea el mayor posible y se aprovecha mejor la superficie del sensor. También conviene igualar el tamaño de las microlentes al periodo de la matriz para que las imágenes elementales sean más luminosas.



Figura 3.3: Superposición de imágenes elementales cuando el campo elemental es mayor que el periodo entre microlentes.

De acuerdo con los parámetros de la Figura 3.4, si la IE tiene un tamaño  $\phi_{ie} = p$ , el campo elemental  $L_e$  en un plano situado a una distancia  $s_o$  de las microlentes es:

$$L_e(s_o) = \left|\frac{s_o}{g}\right| p = \frac{p}{|M_o|},$$
(3.4)

siendo  $M_0$  el aumento lateral entre el plano del sensor y el plano registrado.

La unión de todos los campos elementales, que no la suma, conforma el *campo de visión integral*  $L_T$  y determina la extensión lateral de la escena completa registrada. Su relación con el tamaño del sensor y el aumento no se puede establecer del mismo modo que en



Figura 3.4: Campo de visión elemental  $L_e$  y angular  $\Omega_{max}$  en una celda limitada con barreras. La unión de los campos elementales conforma el campo integral  $L_T$ , que determina la extensión total de la escena en la imagen integral.

fotografía convencional (ecuación (2.8)), pues en esencia no ocupa todo el sensor.

De acuerdo con la Figura 3.4, el campo integral recogido entre dos microlentes contiguas contiene el campo elemental de una (la de orden j = 0, por ejemplo) más la parte del campo elemental de la siguiente (orden j = 1, por ejemplo) que no es común con la anterior. Como se puede ver en la figura, ello supone añadir un campo de tamaño p al campo elemental. Si extendemos este razonamiento para todo el sensor, lo que equivale a considerar k campos elementales por encima del orden 0 y k por debajo, se obtiene que el campo integral es

$$L_T(s_o) = L_e(s_o) + 2kp = L_e(s_o)(1 + 2k|M_o|).$$
(3.5)

Con arreglo a esta ecuación, el campo integral es igual la suma de los campos elementales solo cuando el aumento lateral es la unidad. Si se considera su imagen, la ecuación (3.5) implica que la escena ocupa menos espacio en el sensor a medida que el plano objeto se aleja. Esto, como se verá en el apartado siguiente, empeora la resolución espacial del campo integral más rápido que en una imagen 2D convencional.

En esta idea del campo, pero desde la postura del rango de paralaje, el rango máximo que se registra determina el *campo de visión angular*  $\Omega_{max}$  (véase la Figura 3.5). Como el campo angular en una imagen convencional, el campo de visión angular está definido por la inclinación del *rayo principal extremo*. Dado que para un punto hay tantos rayos principales como vistas, el rayo principal extremo es el que determina la posición angular de la última vista del punto.

La limitación del campo elemental con las barreras supone a la vez una limitación del campo angular de visión, que, como mucho, será igual al campo angular definido por las celdas elementales. Si se tienen en cuenta los parámetros de la de la Figura 3.5, el campo angular máximo ( $\Omega_{max}$ ) es:



$$\Omega_{\max} = 2 \arctan\left(\frac{p}{2g}\right). \tag{3.6}$$

Figura 3.5: Campo de visión angular. La limitación del campo elemental con barreras equivale a una limitación del rango angular máximo de paralaje con el que se registra la escena.

Cabe indicar que, como se ilustra en la Figura 3.6 con dos puntos en el eje global, a lo largo de la DOF que pudiera tener la imagen, la escena se registra con el campo de visión angular máximo solo en una región comprendida entre dos planos  $\Pi_1$  y  $\Pi_j$ . La posición de cada plano depende de la distancia de captura y del orden *j* de la microlente con la que se registra la última vista del punto (con *j* =  $\pm 1, ..., \pm k$ ). En el caso de puntos axiales, resulta sencillo comprobar que la distancia a estos desde las microlentes satisface que

$$s_{0_i} = -|2\,jg|. \tag{3.7}$$



Figura 3.6: Plano próximo y lejano para los cuales la escena se registra con el ángulo de visión máximo.

Por tanto, la distancia  $s_{O_1}$  al plano objeto más cercano que se puede registrar con más de un punto de vista ( $j \ge 1$ ) es el doble de la distancia de captura. Véase en la Figura 3.6 que, en este caso, se registrarán tres vistas del punto: dos laterales y una central, y esa cantidad aumenta a medida que el objeto se aleja. Véase también que, en virtud de la ecuación (3.7), existe una relación inversa entre el número de vistas para un plano y su aumento lateral.

#### 3.1.2. Resolución de la imagen integral capturada

Como se ha visto, en una imagen integral queda registrada información espacial y angular de los objetos que hay en la escena. Ambas se registran con un sensor 2D convencional y ello implica que una parte de sus píxeles se utiliza para resolver los detalles espaciales y otra para identificar los puntos de vista. Es el conocido como *conflicto espacio-angular* de la resolución, que implica que la mejora en una dirección impone el deterioro en la otra [49].

Para entender mejor dicho conflicto, conviene que analicemos primero qué sucede con una imagen convencional. Como se ha visto en el capítulo 2, una lente ideal reproduce un punto objeto con un píxel. Por tanto, el número de píxeles efectivos con el que se muestrea el campo de visión es siempre el mismo y coincide con el número total de píxeles que hay en el sensor.

En imagen integral, el límite de resolución del campo integral lo determina el límite de resolución de la imagen elemental y la ecuación (2.20) es igualmente válida aquí. Lo que no esté resuelto en una IE no se distinguirá en el campo integral.

Pero, en imagen integral, sucede que un mismo punto objeto se reproduce en diferentes píxeles. Hay, por tanto, información espacial redundante (vistas) que disminuye el número de píxeles efectivos con el que se registra el campo integral. Con un razonamiento análogo al que se ha utilizado para definir el campo integral, pero trasladado al sensor, y, si tenemos en cuenta que el número de píxeles en una imagen elemental es  $\mathcal{N}_{epx} = p/\phi_{px}$ , obtenemos que el número efectivo de píxeles con el que se muestrea el campo integral es

$$\mathcal{N}_{Tpx} = \mathcal{N}_{epx}(1 + 2k|M|). \tag{3.8}$$

Como podemos deducir de la ecuación (3.8), el número de píxeles con el que se muestrea el campo integral coincide con el del sensor solo cuando el aumento es la unidad. Este número se reduce a medida que el objeto se aleja y disminuye el aumento, lo que equivale a decir que un campo integral más grande va ocupando una superficie efectiva más pequeña del sensor. Esta reducción de píxeles efectivos, como es lógico, se debe al incremento de las posiciones angulares desde las que se observa el campo; en definitiva, del incremento de la resolución angular. En el límite extremo, cuando el objeto está en el infinito, estaría replicado en todas las IE, luego la parte efectiva del sensor dedicada la resolución espacial es la de una IE. La resolución angular viene dada por el ángulo mínimo ( $\Omega_{\min}$ ) que subtienden dos vistas consecutivas:  $\Omega_{\min} = \sigma'_{j+1} - \sigma'_j$ . Con la ecuación (3.3) se obtiene que este ángulo es  $\Omega_{\min} = p/|s_0|$ , de donde resulta simple deducir que la *frecuencia angular* tiene una relación inversa con el aumento lateral dada por

$$\frac{1}{\Omega_{\min}} = \frac{1}{|M|\Omega_{\max}}.$$
(3.9)

### 3.2. Captura indirecta de imágenes integrales

Como se ha dicho al inicio del capítulo, la captura indirecta de imágenes integrales se realiza con la ayuda de una óptica situada delante o detrás de la matriz. Este tipo de captura es el habitual porque permite montar sistemas de imagen integral compactos y manejables con componentes comerciales que pueden adaptarse para un gran rango de aplicaciones antes impensables: microscopía [50], imagen de fondo de ojo [51] o topografía corneal [52], por ejemplo. Por otro lado, una captura indirecta permite configurar distintos modos de registro de la información espacio-angular y primar una u otra según convenga, además de poder grabar imágenes integrales de objetos que se encuentra virtualmente detrás de las microlentes [53] Asimismo, el acoplamiento permite generar las barreras ópticas y aumentar el rango de paralaje [54].

La Figura 3.7 presenta un esquema con las tres configuraciones habituales de captura indirecta con una óptica delante. La primera y segunda configuración ((a) y (b)) se corresponden con el modo conocido como captura *plenóptica enfocada* o *plenóptica 2.0* [38]. En este modo, la óptica forma la imagen de un plano  $\Pi$  de la escena en un plano  $\Pi'$ , que puede estar delante (real, Figura 3.7 (a)) o detrás (virtual, Figura 3.7 (b)) de la matriz. Las microlentes, por otro lado,



Figura 3.7: Captura indirecta de imágenes integrales: (a) plenóptica 2.0 real; (b) plenóptica 2.0 virtual; (d) plenóptica 1.0.

forman la imagen del plano  $\Pi'$  en el sensor, que se encuentra a una distancia  $g \neq f'_{ml}$  de la matriz. En definitiva, con el sensor se registran imágenes elementales enfocadas del plano objeto  $\Pi$  y la información espacio-angular se distribuye y se puede tratar como una captura directa del plano intermedio  $\Pi'$ .

El otro modo de registro es el conocido como *captura plenóptica* 1.0 [16], que es el representado en el esquema de la Figura 3.7 (c). En esta modalidad, el objetivo enfoca la imagen del plano  $\Pi$  justo en el plano de la matriz y el sensor se sitúa en el plano focal de las microlentes,  $g = f_{ml}$ . En este caso, el plano objeto y el sensor no están conjugados y no se registran perspectivas enfocadas de la escena. No se puede hablar, por tanto, de imágenes elementales, sino de *microimágenes* desenfocadas de puntos del objeto. En contraste con una IE, la información espacio-angular está distribuida de manera que en cada microimagen hay registrado un punto del objeto y las trayectorias de los rayos que provienen de ese punto quedan definidas por el ángulo que subtienden los píxeles de la microimagen con el centro de la microlente respectiva. A pesar de esta diferencia, es posible transformar una imagen plenóptica en una imagen integral y ajustarla para proyectarla de diferentes maneras si se realiza una distribución apropiada de los píxeles de una microimagen entre el resto de las microimágenes [55].

Recientemente, G. Scrofani y colaboradores han presentado un nuevo sistema de captura que registra unas pocas vistas ortográficas en el plano de Fourier del objetivo de un microscopio [20]. El esquema de ese modo de captura se ve en la Figura 3.8. Como se puede



Figura 3.8. Modo de captura indirecta de vistas ortográficas.

observar, el plano objeto Π se encuentra el plano focal de la lente, de modo que esta no forma ninguna imagen ni cerca de las microlentes ni sobre ellas, sino que lo hace en el infinito, de modo que las microlentes forman las microimagenes en su plano focal imagen. En este caso tampoco se puede hablar de imágenes elementales, aunque las microimágenes pueden procesarse para reorganizar los píxeles con arreglo a cómo se distribuyen en una imagen integral. Una ventaja de este método es que las barreras no se crean con el viñeteado que provoca la lente, sino que se utiliza un diafragma de campo en el plano focal de esa lente, lo que lo hace más versátil y fácil de acoplar a cualquier lente.

Este sistema lo hemos adaptado para para hacer lo que llamamos un ocular plenóptico [56], que se muestra esquematizado en la Figura 3.9. La óptica auxiliar se inspira en el diseño de un ocular convencional para reducir la distancia entre esta y las microlentes, la llamada emergencia pupilar, a fin de poder usar sistemas de focal grande sin que resulten excesivamente largos [32]. Además, una emergencia pupilar larga provocaría el viñeteado de la óptica en las



Figura 3.9: Ocular plenóptico en configuración tipo Ramsden.

microimágenes. Por otro lado, la configuración ocular ayuda a reducir de forma considerable las aberraciones.

En otro orden de cosas, cuando el sensor no se puede acoplar detrás de la matriz, se acopla una óptica detrás de ella (véase la Figura 3.10). La óptica permite enfocar en el sensor las imágenes elementales áreas del plano  $\Pi$  que las microlentes forman en el plano  $\Pi_{ie}$ , lo que hace posible utilizar matrices más grandes que el propio sensor [12], [49]. Asimismo, esta forma de captura resulta muy práctica en las pruebas experimentales, cuando no conviene (o no se puede) integrar la matriz con el sensor en un dispositivo compacto. Este es el método que se ha empleado en general en los experimentos de esta tesis.

Ya sea delante o detrás, la apertura efectiva de la óptica y las de las microlentes generan el sistema de barreras ópticas que delimita las celdas elementales por el efecto de viñeteado que recorta las imágenes elementales. Respecto a estas barreras, en la Figura 3.10 se muestra la configuración óptima con la que se consigue que las imágenes elementales sean tangentes. Como se puede observar en la Figura 3.10, las barreras ópticas quedan definidas con el cono que resulta de proyectar cada microlente por el centro de la apertura de la lente L<sub>c</sub>. Las celdas elementales están delimitadas por la sección transversal de esos conos con el plano donde se forman las imágenes elementales. En el caso del plano  $\Pi_{ie}$ , si la apertura de las microlentes es  $\phi_{ml} = p$ , la distancia de la matriz al plano  $\Pi_{ie}$  es *g*, y la distancia desde aquí a la L<sub>c</sub> es *d*, el tamaño de las celdas elementales  $\phi_{ce}$  es:

$$\phi_{ce} = p \; \frac{d}{d-g}.\tag{3.10}$$



Figura 3.10: Implementación de barreas óptica con un sistema de captura indirecta con una óptica detrás de la matriz. El tamaño de las imágenes elementales se ajusta con el viñeteado entre las aperturas de las microlentes y la de la óptica.

Dos aspectos que destacan en esta ecuación son que la celda es menor que el periodo de la matriz y que su tamaño varía con la distancia al plano de las imágenes elementales conjugado en el sensor por la óptica.

Por otro lado, se observa también en la Figura 3.10 que la apertura de la lente  $L_c$  actúa de diafragma de campo para al plano objeto  $\Pi$ , mientras que las de las microlentes son pequeños diafragmas de apertura. Si la apertura de la lente  $L_c$  tiene un diámetro  $\phi_{lc}$  y enfoca el plano  $\Pi_{ie}$  de antes, se comprueba fácil por semejanza de triángulos que el tamaño de la imagen elemental  $\phi_{ie}$  en función del diámetro de la lente es

$$\phi_{ie} = \phi_{lc} \frac{g}{g-d} \,. \tag{3.11}$$

Para que las imágenes elementales no solapen, su tamaño no debe superar el de las celdas elementales. De las ecuaciones (3.10) y

(3.11) se deduce de manera inmediata que la apertura  $\phi_{lc}$  que iguala los dos tamaños, hace máximo el campo elemental y permite aprovechar la mayor cantidad de píxeles viene dado por

$$\phi_{lc} = p \left| \frac{d}{g} \right|, \tag{3.12}$$

Un inconveniente que se aprecia a simple vista en la Figura 3.10, es que la captura indirecta con esa configuración genera barreras oblicuas y, en consecuencia, las imágenes elementales no están centradas en el eje óptico de la microlente respectiva. La posición  $y'_{j,c}$ del centro de la  $j - \epsilon sima$  celda elemental (y de la imagen elemental) respecto del eje óptico del sistema de captura se encontrará en

$$y_{j,C}' = jp \ \frac{d}{d-g},\tag{3.13}$$

y no en *jp* como cabría esperar si estuviera centrada.

El descentramiento de las imágenes elementales no supone un problema si el procesado es digital, pues se puede incorporar a los algoritmos y cálculos que se realicen. En cambio, sí es un impedimento para la proyección óptica de la imagen 3D. Si esta es la intención, la orientación de las celdas elementales y la posición de las imágenes elementales se pueden corregir considerando que, como se puede deducir de la ecuación (3.13), las imágenes elementales tienden a centrarse conforme *d* crece, y quedan completamente centradas cuando  $d \rightarrow \infty$ . Este hecho sugiere el uso de una *óptica telecéntrica*, que se caracteriza porque su pupila de entrada se encuentra en el infinito. El uso de ópticas telecéntricas se trata en el capítulo 4, donde se propone un método para aumentar la profundidad de campo con este tipo de sistemas.

# 3.3. Reconstrucción de la escena 3D

La reconstrucción del objeto 3D a partir de la imagen integral puede realizarse de manera óptica con *una pantalla o monitor de imagen integral* desde la que se proyecta la imagen integral a través de una matriz de microlentes (véase la Figura 3.11). Y también se puede realizarse de manera computacional, lo cual permite mostrarlo de modos diversos, como enfocado a diferentes planos en profundidad o por medio de vistas ortográficas [15], [17], [57], y cuantificar su volumen con mapas de profundidad [58], [59], entre otros.

### 3.3.1. Proyección óptica de una imagen integral

La reconstrucción óptica se basa en el principio de reversibilidad de los rayos. Este proceso se puede ver esquematizado en la Figura 3.11. De acuerdo con este principio, si la imagen integral capturada con unos parámetros se muestra en una pantalla y desde ahí se proyecta con una matriz idéntica a la de la captura, entonces los rayos que parten de las vistas de un punto *O*, ahora píxeles  $\{R_i\}$  entre las



Figura 3.11: Proyección 3D de la escena con una pantalla de imagen integral.

diferentes 2k + 1 imágenes elementales en la pantalla, concurrirán en un punto *R* localizado en el mismo lugar en el que se encontraba el punto *O* original. En concreto, el punto objeto reconstruido se hallará en las coordenadas:

$$s_R = -\frac{p_R}{T_R - p_R} g_R$$
, (3.14)

$$y_R = -\frac{p_R}{T_R - p_R} y'_{R_0} , \qquad (3.15)$$

donde  $y'_{R_0}$  es la coordenada lateral del píxel  $R_0$  en la microlente de referencia global;  $T_R$  es el *periodo de reconstrucción* entre las réplicas proyectadas;  $p_R$  es el periodo de la matriz, y  $g_R$  la separación entre las microlentes y los píxeles de la pantalla.

Solo cuando los parámetros geométricos de la proyección,  $T_R$ ,  $p_R$  y  $g_R$ , coinciden con sus homólogos de la captura,  $T_O$ ,  $p_O$  y  $g_O$ , la escena se reconstruye en la misma posición y con las mismas proporciones que el objeto original. Se dice entonces que es una *proyección simétrica*. Si los parámetros son distintos, pero las razones entre homólogos son iguales, la imagen proyectada será una versión escalada y sin distorsiones del objeto; en cambio, si no coinciden, el objeto reconstruido estará escalado y se verá distorsionado.

#### Resolución de la imagen proyectada

Como es lógico, la capacidad de enfoque de las microlentes hace que la escena se reconstruya bien definida en el plano conjugado con la pantalla en plano de referencia imagen. Ahí se superponen imágenes nítidas de los píxeles de la pantalla, cuyo tamaño  $\phi'_{px}$  es

$$\phi'_{px} = \phi_{px} \left| \frac{s_R}{g_R} \right|, \qquad (3.16)$$

siendo  $\phi_{px}$  es el tamaño del píxel de la pantalla.

En cambio, en los planos alejados del PRI convergen imágenes desenfocadas de los píxeles de acuerdo con el periodo de reconstrucción asociado al plano P. En ese caso, la resolución está condicionada por el tamaño en dicho plano del píxel desenfocado  $\tilde{\phi}'_{px,P}$ , que es mayor que  $\phi'_{px}$  y viene dado por

$$\tilde{\phi}'_{px,\mathrm{P}} = \phi_{px} \left| \frac{s_{\mathrm{P}}}{g_R} \right| + p_R \left| \frac{s_R - s_{\mathrm{P}}}{g_R} \right|, \qquad (3.17)$$

donde  $s_P$  es la distancia entre la matriz y el plano de reconstrucción P. De esta ecuación se deduce que la resolución de la imagen 3D reconstruida se puede mejorar si se reduce el tamaño de los píxeles o el de las microlentes (nótese que en la ecuación (3.8) se ha considerado que  $\phi_{ml} = p_R$ , pero no tiene por qué ser así). Y en esta línea de reducir el tamaño de las microlentes, conviene analizar la utilidad de las matrices de estenopes en la proyección de imágenes integrales

La reconstrucción a través de estenopes supone proyectar los píxeles por aperturas diminutas, de modo que a través de cada una se propaga un haz fino, de poca divergencia, y la imagen 3D se reconstruye por la superposición de estos haces. Con ello se consigue mayor profundidad de campo y resolución que con las microlentes. Además, los estenopes son mucho más baratos y fáciles de personalizar y de fabricar que las microlentes. Sin embargo, la proyección presenta algunos inconvenientes, como que la imagen proyectada es poco luminosa, discontinua y pueden aparecer efectos difractivos o interferencias.

La solución a los tres problemas pasa por aumentar el tamaño del estenope, pero hasta un cierto límite. Más allá, los puntos imagen en el plano donde se reconstruye el objeto derivan en círculos grandes que se confunden unos con otros y la imagen se percibe borrosa.



Figura 3.12: Secuencia de fotografías de la proyección de una imagen integral con diferentes matrices de estenopes cuadrados de igual periodo y distinto lado, indicado encima de cada imagen en unidades de píxeles del monitor. Con ese lado se consigue que la apertura del estenope sea igual que el píxel, el doble que un píxel, el triple, etc.

Para ilustrar lo anterior, en la Figura 3.12 mostramos una secuencia de fotografías de la vista central de una imagen integral proyectada desde un monitor a través de sendas matrices de estenopes cuadrados con diferentes aperturas. El monitor empleado es un Dell UP2715K que tiene un tamaño de píxel de 117 µm. El lado de los estenopes en unidades de píxeles del monitor en cada caso es: 1 *px* ,  $\sqrt{2} px$ ,  $\sqrt{3} px$  , 2 *px*, 3 *px*, 4 *px* y 5 *px*; el periodo entre estenopes es, en todos los casos, *p* = 9 *px* (1.051 mm). Con el fin de que los estenopes tuvieran la mayor resolución posible, las matrices se imprimieron en fotolitos para serigrafia con un proceso de revelado fotográfico. La imagen proyectada era una imagen plenóptica<sup>†</sup> que se procesó siguiendo el proceso descrito en [60] para convertirla en una imagen integral compuesta de 150 × 150 imágenes elementales

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Imagen plenóptica cedida por el grupo CAFADIS de a la Universidad de La Laguna (España).

de 9 × 9 píxeles cada una. Las fotografías de la secuencia se registraron con una cámara Canos EOS 450D desde la misma posición, con idéntica apertura y tiempo de exposición.

Como se puede ver en esa secuencia, cuando los estenopes son del orden de los píxeles, la imagen es oscura, discontinua y presenta distorsión del color. A medida que aumenta su tamaño, la imagen se percibe mejor, bien fusionada y con resolución aceptable. Cuando la apertura supera un cierto límite, la escena proyectada se ve borrosa.

Con estas matrices de estenopes, en un trabajo realizado por P. Kopycki y otros colaboradores, hemos diseñado una prueba psicofísica y un protocolo de medida que nos ha permitido demostrar que los monitores tipo estenopeico ofrecen una buena agudeza visual autoestereoscópica e imágenes suficientemente brillantes [61].

#### 3.3.2. Reconstrucción computacional

La posibilidad de generar modelos 3D mediante el procesado digital de la imagen integral le otorga a la técnica de imagen integral una potencia enorme como herramienta de inspección y análisis. Hasta aquí se ha visto que la captura es en sí una técnica multivista, con lo cual es posible triangular posiciones y adaptar algoritmos basados en pares estereoscópicos o fotogrametría [62].

Pero uno de los aspectos que más ha potenciado el progreso de la imagen integral en los últimos veinte años ha sido el desarrollo de algoritmos que permiten reconstruir planos de la escena lo largo de la *DOF* y algoritmos con los que es posible mostrar diferentes puntos de vista de manera casi continua. Estos algoritmos se fundamentan en la propagación de la radiancia mediante el modelo de la *función plenóptica* [16], [17], [21], o del *light field* [15]. Los fundamentos de la reconstrucción de planos y vistas del objeto a partir de estas funciones no se discuten en esta tesis, pero sí se explica a



Figura 3.13: Ilustración del fundamento del algoritmo de reconstrucción de distintas secciones axiales a lo largo de la profundidad de campo de las imágenes elementales mediante la superposición y desplazamiento.

continuación, de forma breve, el proceso a partir del modo en que se registra la información espacio-angular, el periodo de captura y la superposición de los campos elementales vistas en el apartado anterior.

#### Reconstrucción en profundidad

Que la escena 3D se reconstruye por la concurrencia de haces luminosos en distintos planos es un hecho que se pude demostrar acercando una lámina difusora hacia la pantalla de imagen integral: se observará entonces que a lo largo de cierta distancia aparecen enfocadas secciones distintas de aquella en la lámina.

El mismo proceso se puede hacer proyectando las imágenes elementales a través de estenopes virtuales de manera computacional [63]. En la práctica, ello supone reconstruir el campo integral en el plano de interés con la superposición, desplazamiento y suma de las imágenes elementales. Estos pasos se ilustran en la Figura 3.13.



Figura 3.14: Reconstrucción computacional de la escena a diferentes profundidades [55].

Sobre la base del campo integral, si entre dos campos elementales contiguos, con independencia de su profundidad, la parte no común es p, esa zona proyectada en la imagen elemental que no está repetida en la contigua es  $p/M_R$ , donde  $M_R = s_R/g_R$ . Por tanto, para reconstruir el campo integral se pueden superponer todas las imágenes elementales en la IE de referencia, desplazarlas un número de píxeles  $N_{pxs}$  equivalente a la zona no solapada correspondiente a ese plano, y sumar la intensidad de todos los píxeles superpuestos. Dado que  $N_{pxs}$  está relacionado con la profundidad  $s_R$  por medio de  $M_R$ , según sea el número de pixeles desplazados, así se enfocará un plano u otro, como se puede ver en las imágenes de la Figura 3.14 [57].

#### Reconstrucción de vistas ortográficas de la escena 3D

En la vista registrada en una IE, cada punto de la escena subtiende un ángulo distinto con la microlente. A partir de las imágenes elementales es posible reconstruir vistas ortográficas de la escena agrupando en nuevas imágenes, llamadas *subimágenes*, los píxeles que se encuentran en la misma posición local dentro de cada imagen elemental [64]. Este algoritmo se ilustra en la Figura 3.15.

El algoritmo se basa en el hecho de que todos los píxeles que se encuentran en la misma posición dentro de cada imagen elemental contienen la misma información angular, pero puntos distintos de


Figura 3.15: Representación del algoritmo para generar subimágenes ortográficas a partir de las imágenes elementales.

la escena. Por tal motivo, basta con reunir esos píxeles en una subimagen para reconstruir una vista con diferentes puntos, pero todos con la misma perspectiva. De ahí que la vista resulta ortográfica.

En cuanto a la resolución, solo se utiliza un píxel de cada imagen elemental para reconstruir las subimágenes, luego el número total de píxeles de una subimagen será igual al número de imágenes elementales. Por otra parte, se reconstruirán tantas subimágenes como píxeles haya en una imagen elemental. Este proceso de reconstrucción imita el modo en el que un observador a una distancia considerable de la pantalla de imagen integral vería la imagen 3D proyectada.

# 3.4. Observación de una pantalla de imagen integral

Los sistemas estereoscópicos convencionales proyectan por separado un perspectiva en cada ojo; por tanto, ese par de vistas, o par estereoscópico, no se superpone en un plano y la escena no se reconstruye por la concurrencia de los haces. Por lo tanto, al observador no llegan rayos desde el mismo punto imagen con trayectorias distintas: su cerebro interpreta la disparidad entre las vistas del par



Figura 3.16: Observación de una escena 3D proyectada con una pantalla de imagen integral.

estereoscópico como si así fuera y eso provoca en el observador la sensación de profundidad de la imagen. Sin embargo, la imagen 3D siempre está en el mismo plano frontal y carece de paralaje.

Los sistemas de imagen integral, en cambio, sí proyectan de manera simultánea muchas perspectivas que solapan en un plano. Se forma así una sola imagen y, por ello, dentro de un determinado rango, existen varias posiciones laterales desde las cuales la escena se puede observar con un punto de vista diferente, tantas como vistas hay entre las imágenes elementales.

Como se ve representado en la Figura 3.16, un observador humano percibirá al mismo tiempo en cada ojo la disparidad retiniana provocada por la diferencia de perspectiva. Además, las perspectivas se reconstruyen en un plano, de modo que el observador acomoda para enfocar ahí a la vez que los ojos se orientan hacia la dirección de la perspectiva que corresponde (vergencia). Así pues, la visión de una imagen 3D en una pantalla de imagen integral es autoestereoscópica.

Otro hecho destacado de las pantallas de imagen integral es que la imagen 3D se observa con paralaje casi continuo. Esa sensación visual de continuidad alrededor de la escena será mejor cuanto



Figura 3.17: Zonas de observación de una proyección de imagen integral.

mayor sea el número de perspectivas proyectadas, lo que se corresponde con una mejor resolución angular en el rango de observación.

Algunos de los inconvenientes más significativos con las pantallas de imagen integral son que presentan un ángulo de visión y una resolución lateral baja, que la imagen 3D se ve con facetas y que la imagen que se observa es pseudoscópica.

#### 3.4.1. Ángulo de visión máximo: origen y efecto de la diafonía

El ángulo de visión de una pantalla de imagen integral está definido por el ángulo en cual la imagen 3D se observa con paralaje continuo. Es una característica intrínseca de este tipo de pantallas y depende del tamaño de las imágenes elementales y de la separación que hay entre estas y las microlentes. Si el lado de las imágenes elementales es p, igual que el periodo de la matriz de proyección, y la distancia de estas a las microlentes es  $g_R$ , entonces el ángulo de visión  $\Omega_R$  es

$$\Omega_{\rm R} = 2 \arctan\left(\frac{p_R}{2g_R}\right). \tag{3.18}$$

Nótese que, cuando los parámetros de la proyección y los respectivos de la captura están escalados el mismo factor, el ángulo de visión coincide con el campo de visión angular de la captura (ver ecuación (3.6)).

Si se sobrepasa el ángulo de visión se produce la diafonía de imágenes (véase la Figura 3.17). Esto se debe a que, más allá del ángulo de visión dado por la ecuación (3.18), el observador deja de ver las imágenes elementales a través las microlentes enfrentadas con estas y empieza a ver las proyectadas a través de las microlentes contiguas, de modo que lo que ve es una nueva imagen llamada imagen fantasma. La diafonía en el límite provoca una visión doble debido a la superposición de la imagen fantasma y la real. Más allá, la perspectiva real deja de verse y solo se aprecia la perspectiva fantasma. Ello provoca la sensación de un salto y retroceso en la imagen que rompe la continuidad del paralaje. Este fenómeno no es tan crítico como la diafonía doble, pues la imagen 3D no se deteriora, tan solo se repite y se observa desde un ángulo mayor, lo que permite a un segundo observador ver una réplica de la reconstrucción desde una posición lateral mayor. Este hecho se puede aprovechar para aumentar el ángulo de visión proyectando la vista correspondiente con técnicas de multiplexado temporal.

Como en el caso de la captura para evitar la superposición de imágenes elementales, para evitar la diafonía es necesario limitar el ángulo de visión de la pantalla de imagen integral, lo que no es más que acotar el campo de visión elemental de las microlentes de proyección y restringirlo al área que comprende una imagen elemental. Ello se consigue colocando entre los bordes de microlentes y los de las imágenes elementales un sistema de barreras opacas paralelas, de igual modo que se hace en la captura para evitar la superposición. Como entonces, las barreras se pueden insertar de forma física o de forma óptica.

#### 3.4.2. Resolución espacial de la imagen 3D

Como en una pantalla convencional, la resolución en una pantalla de imagen integral determina el nivel de detalle que se aprecia en la imagen que se visualiza. Como en aquella, este se relaciona con la densidad de píxeles de la pantalla y cómo estos se ven desde la distancia de observación. Cabe preguntarse entonces qué es equivalente en imagen integral a un píxel en imagen convencional.

Cuando se observa una imagen integral proyectada hay que considerar que el observador ve en realidad una sucesión de pequeñas partes de las imágenes elementales. Cada una de las imágenes elementales se proyecta a través de una microlente, de modo que entre la apertura del observador y las de la microlente se produce un efecto de viñeteado que limita el campo elemental efectivo que se ve a través de esta. En consecuencia, el observador no ve la imagen elemental, sino que ve una pequeña porción de esta llamada *faceta*. [65].

El tamaño de las facetas es muy pequeño, por lo que el observador, enfocando al plano de reconstrucción, ve un punto, una mancha de unos cientos de micrómetros que apenas iguala el tamaño del píxel de la pantalla donde se visualiza la imagen. Es decir, para la imagen vista desde cada perspectiva, el observador ve un píxel por microlente. Por tanto, la resolución de la imagen 3D vista se corresponde con el número de microlentes, luego se necesitan microlentes iguales o menores que el límite de resolución visual humano (campo de 1 minuto de arco).

La observación de la imagen en forma de facetas provoca dos problemas principales. En primer lugar, si el periodo es mucho mayor que la apertura de las microlentes, la imagen se verá facetada como consecuencia de que el observador es capaz de distinguir el intersticio oscuro entre una faceta y las contiguas. En segundo lugar, si el plano de reconstrucción y el plano de observación no coinciden, se produce un desajuste en el encaje de las facetas, que no serán tangentes, lo cual provoca que los objetos fuera del plano observación se vean como un puzle mal encajado. Este fenómeno se conoce como *trenzado de facetas*. Este fenómeno se pude evitar, o al menos mitigar si el plano de reconstrucción se sitúa en medio de la profundidad de campo de la escena 3D proyectada [66].

#### 3.4.3. Inversión de imágenes pseudoscópicas

Otro de los aspectos importantes que considerar en la reconstrucción óptica es el carácter pseudoscópico de la escena que se provecta; esto es que la reconstrucción óptica presenta una relación de profundidades que está invertida respecto a la del objeto original. Este hecho se aprecia al comparar la Figura 3.1 con la Figura 3.16. En la primera se registra la escena y en la segunda se observa su proyección. En este caso, el cono objeto observado está invertido axialmente respecto de cómo lo ven las microlentes durante la captura. Este efecto hace incómoda la visión de las escenas 3D, por lo que es necesario el empleo de técnicas que generen reconstrucciones ortoscópicas. En los inicios de la técnica, se empleaban métodos ópticos para invertir la imagen, pero esto complicaba demasiado el sistema de proyección y favorecía el deterioro de las imágenes por las aberraciones que introducían las lentes. Hoy en día la corrección de este fenómeno se puede hacer computacionalmente, y en tiempo real, reordenando los píxeles de las imágenes elementales, por lo que es la opción más recomendable [55], [67]–[69].

### **Capítulo 4**

## Aumento de la profundidad de campo con una lente varifocal

La capacidad de reconstruir imágenes 3D con un sistema de imagen integral depende, en gran medida, de la profundidad de campo registrada en las imágenes elementales. Esa profundidad de campo, sin embargo, es limitada, por lo que son necesarias técnicas que permitan subsanar este inconveniente.

Una solución para aumentar la *DOF* es reducir la apertura numérica de las microlentes (véase la ecuación (4.3)), pero esto reduce la luminosidad en las imágenes elementales y deteriora su resolución lateral por los efectos difractivos. También es posible aumentar la *DOF* con matrices de microlentes de distinta focal [43], [44] o que no se encuentren en el mismo plano [45]. Estos métodos resultan efectivos para la reconstrucción computacional [70], [71], pero no para la proyección en un monitor de imagen integral porque el periodo efectivo de la matriz de microlentes aumenta según el periodo de las microlentes con las mismas características. Otra manera de aumentar la profundidad consiste en situar el sensor en el plano focal de las microlentes [72]. La resolución del PRO así es peor que si la distancia de captura es mayor, pero no se degrada tan rápido a lo largo de la *DOF*. Otra técnicas se basan en la teoría de la difracción para reducir el factor de llenado de las microlentes [73] o combinan filtros binarios de amplitud y procesado con desconvolución [74], [75].

En este capítulo presentamos un sistema de captura indirecta que aumenta la profundidad de campo proyectando una matriz virtual de lentes varifocales [76]. Adicionalmente, de forma natural, la configuración de este sistema genera un sistema de barreras ópticas paralelas que evita el solapamiento de las imágenes elementales, como demuestran Martínez-Cuenca y colaboradores [40]. La posibilidad de insertar una lente varifocal en un sistema telecéntrico se plantea por los mismos autores en la patente US 2009/0262182 A1 [77]. En este trabajo, nosotros establecemos el marco teórico de su funcionamiento con un sistema doble telecéntrico y demostramos experimentalmente su el funcionamiento en un sistema telecéntrico.

El capítulo se estructura de manera que, en primer lugar, se deduce la ecuación que determina la profundidad de campo de las imágenes elementales. Después, se describen las técnicas habituales en fotografía para aumentar la profundidad de campo y su uso potencial en imagen integral. A continuación, se analizan las propiedades de los sistemas telecéntricos y su idoneidad para generar las barreras ópticas. Y, a continuación, se estudia la configuración básica del sistema propuesto, el efecto de colocar una lente de focal variable en el diafragma de apertura del sistema telecéntrico y cómo con ello se puede elegir el plano de enfoque. Por último, se comprueba con un experimento que el sistema propuesto actúa, en efecto, como una matriz virtual de microlentes de focal variable.

#### 4.1. Profundidad de campo (II)

En el capítulo 2 se ha propuesto una expresión de la profundidad de campo de un sistema monocular que asume que esta y la profundidad de foco son proporcionales (ecuación (2.22)). Aquella expresión es válida cuando el sistema enfoca a un objeto próximo. Sin embargo, esto no siempre se da en imagen integral, por lo que hace falta un tratamiento más riguroso.



Figura 4.1: Profundidad de campo (*DOF*) de una escena. Dada una posición fija del sensor, existe un rango de posiciones axiales en el espacio objeto dentro del cual es posible obtener una imagen con la misma resolución.

La Figura 4.1 representa la captura de una imagen elemental con una microlente. En ella se aprecia que existe un punto axial delante del PRO y otro detrás cuyos círculos de confusión no superan el tamaño  $\phi_{px}$  de los píxeles del sensor. En consecuencia, los planos que contienen esos puntos se registrarán con la misma resolución que el PRO, pues generan la misma respuesta en el sensor que este. Si se tiene en cuenta que el tamaño del píxel proyectado en el PRO es  $\tilde{\phi}_{px} = |{}^{S_0}/g|\phi_{px}$ , es fácil comprobar que la distancia  $s_a$  al plano objeto más alejado es

$$s_a = \frac{|M_o|\phi_{ml}s_o}{|M_o|\phi_{ml} - \phi_{px}},$$
(4.1)

donde  $M_o = {}^g/{}_{S_o}$  es el aumento lateral entre el PRO y el plano del sensor.

De forma análoga, se obtiene que la distancia  $s_c$  al plano objeto más cercano es:

$$s_{c} = \frac{|M_{o}|\phi_{ml}s_{o}}{|M_{o}|\phi_{ml} + \phi_{px}} \,. \tag{4.2}$$

La profundidad de campo se calcula como la diferencia entre ambas distancias,  $DOF = s_a - s_c$ , lo que da como resultado que

$$DOF = \frac{2|M_o|\phi_{ml}\phi_{px}s_o}{M_o^2\phi_{ml}^2 - \phi_{px}^2}.$$
 (4.3)

De esta ecuación se deduce que, cuando los píxeles son pequeños comparados con el producto  $M_o \phi_{ml}$ , la expresión anterior se simplifica y coincide con la ecuación (2.22).

#### 4.2. Aumento de la profundidad de campo

De acuerdo con la ecuación (4.3), la profundidad de campo aumenta si se reduce la apertura efectiva de las microlentes; por ejemplo, utilizando estenopes en lugar de ML. Esto, como se ha comentado al inicio del capítulo, reduciría la iluminancia en el plano de las imágenes elementales y empeoraría la resolución por los efectos difractivos. También es posible reducir el periodo con microlentes más pequeñas, pero, a los efectos anteriores, habría que añadir una reducción del campo de visión angular y, por tanto, del rango de paralaje. Otra posibilidad para incrementar la *DOF* sería utilizar píxeles más grandes y reducir el aumento, pero esto conllevaría la pérdida de resolución lateral. Otras técnicas usuales en fotografía que evitan los problemas anteriores son enfocar a la distancia hiperfocal, aplicar el principio de Scheimpflug o emplear métodos de segmentado óptico.

#### 4.2.1. Distancia hiperfocal

La distancia hiperfocal,  $s_h$ , es la distancia de enfoque con la que se consigue la máxima profundidad de campo. Corresponde al caso en el que el límite de enfoque lejano está en el infinito ( $s_a \rightarrow -\infty$ ). En esas condiciones, con la ecuación (4.1) se obtiene que

$$s_h = -\frac{f'(\phi_{ml} + \phi_{px})}{\phi_{px}}.$$
 (4.4)

Si en la ecuación (4.2) se sustituye  $s_0$  por  $s_h$ , se obtiene que la distancia próxima  $s_{ch}$  cuando el plano de enfoque coincide con la distancia hiperfocal es

$$s_{ch} = -\frac{f'(\phi_{ml} + \phi_{px})}{2\phi_{px}},$$
 (4.5)

que coincide con la mitad de la distancia hiperfocal.

El enfoque a la distancia hiperfocal es práctico en sistemas de captura que utilizan cámaras, como proponen M. Ziegler y colaboradores [78], pero no lo es si se emplean matrices de microlentes, pues el plano hiperfocal se encuentra muy alejado de estas, típicamente a una distancia de varios metros, lo que en la práctica supone estar en el infinito de las microlentes.

#### 4.2.2. Principio de Scheimpflug

El principio de Scheimpflug se fundamenta en el hecho de que, si el sensor está inclinado respecto al plano de la lente, también lo está el plano de referencia objeto. Bajo esa condición, Scheimpflug



Figura 4.2: Principio de Scheimpflug.

establece que ambos planos intersecan con sus respectivos planos principales a la misma altura [79] (véase la Figura 4.2). Entonces, si el sensor está inclinado un ángulo  $\Theta'$  respecto al plano principal imagen, se demuestra con óptica geométrica que la inclinación del PRO respecto al plano principal objeto es

$$\tan \Theta = \frac{\tan \Theta'}{M_o} \tag{4.6}$$

donde  $M_o$  es el aumento lateral entre los dos puntos axiales O y O'.

La captura de imágenes integrales en configuración Scheimpflug no es conveniente si lo que se pretende es proyectar la imagen 3D en un monitor, pues las distorsiones harían que la proyección fuese muy asimétrica. En cambio, sí aumentaría las posibilidades de su reconstrucción computacional [80],[81] o mejoraría la precisión de las medidas topográficas, comparado con una cámara de Scheimpflug convencional, si el sensor y las microlentes se ponen en configuración de Scheimpflug respecto a la lente principal [82].

#### 4.2.3. Segmentado óptico

El segmentado óptico consiste en hacer un barrido axial de la escena que cambia el plano de enfoque de manera sucesiva. Con ello es posible hacer una reconstrucción volumétrica a partir de una pila de imágenes enfocadas de cada plano. El barrido axial puede realizarse moviendo la escena (o, de manera alternativa, la matriz de microlentes junto con el sensor) o variando la focal de las microlentes.

#### Desplazamiento axial de la escena

El movimiento axial de la escena respecto del sistema de captura provoca que distintos planos de esta pasen por el plano de referencia objeto conjugado con el sensor, de modo que cada plano, o una pequeña profundidad de campo de él, aparece enfocado en sucesivas imágenes. En este caso, como se representa en la Figura 4.3, la profundidad de campo total es equivalente al desplazamiento de la escena: DOF = -MOV. Para reconstruir la imagen 3D con la pila de planos enfocados, es necesario seleccionar aquello que está enfocado en cada plano y eliminar las zonas desenfocadas, lo que se puede hacer por métodos ópticos, como en la microscopía confocal [83], o por medios computacionales [84]–[86].



Figura 4.3: Segmentado óptico por variación de la posición relativa entre el objeto y el sistema de captura.

La captura de una imagen integral con este método no aporta ningún valor al método convencional, dado que el periodo de captura  $T_o$  (ecuación (3.2)) es el mismo para cualquier plano registrado y, en la esencia de la técnica, ello supone que todos están en el mismo plano. En cambio, a partir de la pila de planos enfocados obtenidos con una lente sí es posible, por medios computacionales, calcular un mapa de profundidad y realizar una reconstrucción 3D de la escena con la cual es posible generar una imagen integral para proyectarla en un monitor diseñado para ello [87]–[89].

#### Variación de la focal

De acuerdo con la ecuación de Gauss (2.7), un cambio de la focal de la lente, manteniendo fija la posición del sensor, hace que el plano de referencia objeto cambie también. Como se ve en la Figura 4.4, dado un plano de referencia objeto situado a una distancia  $s_c$  de una lente de focal  $f'_1$ , conjugado con un sensor que se encuentra a una distancia de captura  $s'_c$ , si la focal de la lente cambia a un valor  $f'_2$ , la distancia  $s_a$  al nuevo plano de referencia y la distancia  $s_c$  al plano original se relaciona según

$$\frac{1}{s_a} - \frac{1}{s_c} = \varphi_1 - \varphi_2 \,, \tag{4.7}$$

donde  $\varphi_1$  la potencia óptica inicial y  $\varphi_2$  la potencia que cambia el plano de enfoque.

El uso de matrices de microlentes de focal variable en los sistemas de captura directa de imagen integral tiene la ventaja de que el periodo de captura  $T_o$  no depende de la focal de estas, por lo que mantienen el valor que corresponde con la profundidad del plano. En los sistemas de captura indirecta, en cambio, puede afectar de manera considerable en el viñeteado de las imágenes elementales si



Figura 4.4: Seccionado óptico por variación de la distancia focal de la lente manteniendo fija la distancia entre la lente y el sensor.

las variaciones de focal son grandes. No obstante, dentro de ciertos límites, su utilidad está demostrada [90], [91].

#### 4.3. Captura indirecta con sistemas telecéntricos

Un sistema es telecéntrico cuando los rayos principales son paralelos al eje óptico en alguno de los dos espacios. Para que exista telecentricidad en un espacio, el diafragma de apertura tiene que estar en el punto focal del espacio conjugado. Por tanto, un sistema telecéntrico se caracteriza porque la pupila de entrada o la de salida o ambas están proyectadas en el infinito.

En la Figura 4.5 se representan las tres configuraciones posibles de un sistema telecéntrico: (a) en el espacio objeto, con el DA en el plano focal imagen; (b) en el espacio imagen, con el DA en el plano focal objeto; y (c) doble telecéntrico, donde el sistema ha de ser afocal, con el diafragma situado en plano donde coinciden el foco imagen de la primera lente y el objeto de la segunda.

En imagen integral, la captura indirecta con ópticas telecéntricas propicia la generación de barreras ópticas paralelas que dan lugar a celdas elementales centradas con las microlentes. Como se deduce en el en la sección 3.2, la condición para generar esas barreras paralelas implica que la distancia entre la apertura de la óptica y la matriz sea infinita (véase la ecuación (3.13)). Tal condición se da cuando la matriz de microlentes se coloca en el espacio donde la óptica es telecéntrica.

Para entender cómo se generan las barreras paralelas y se registran las imágenes elementales, en la Figura 4.6 se muestra el esquema de la captura de una imagen integral con una óptica doble telecéntrica detrás de la matriz. Como la PE de la óptica se encuentra en el infinito, cada microlente forma una imagen de esta centrada



Figura 4.5: Las tres disposiciones de un sistema telecéntrico: (a) telecéntrico en el espacio objeto; (b) telecéntrico en el espacio imagen; (c) doble telecéntrico.

en su respectivo punto focal objeto  $F_{ml}$ , generándose así a una matriz de micro pupilas de entrada. De ese modo, los rayos principales que pasan por cada micropupila se propagan paralelos al eje de la respectiva ML una vez la atraviesa. Con esta configuración, las microlentes actúan de diafragmas de campo, por lo que los campos elementales tienen el mismo perfil que ellas. Esto permite cubrir por completo el sensor con microlentes cuadradas o hexagonales. Como es natural, el viñeteado entre el sistema telecéntrico y las microlentes provoca que siempre exista una pequeña porción del campo límite de una imagen elemental que invade la celda elemental contigua. Sin embargo, este efecto se mitiga, y casi se elimina, si se reduce la apertura del diafragma de apertura del sistema



Figura 4.6: Acoplamiento entre una matriz de microlentes y un sistema óptico doble telecéntrico para generar barreras de paralaje paralelas. La telecentricidad del sistema posibilita la retroproyección paralela del DA en el plano focal objeto de las microlentes, generando una matriz de micropupilas de entrada centradas con las microlentes.

telecéntrico: cuanto menor es la apertura del diafragma, menores son las aperturas proyectadas y, en consecuencia, más se acerca el campo límite al campo de media.

La relación entre la posición del objeto y la de las imágenes elementales se puede deducir con las ecuaciones de Newton a partir de las distancias señaladas en la Figura 4.6. Así, dado un plano objeto situado a una distancia z del foco objeto de las microlentes ( $F_{ml}$ ), las imágenes elementales que se forman en el plano intermedio  $\Pi_{ie}$ se hallan una distancia z' de su foco imagen. Esta distancia es (ecuación (2.11)):

$$z' = -\frac{f_{ml}^{\prime 2}}{z},$$
 (4.8)

donde  $f'_{ml}$  es la focal de las microlentes. El aumento,  $M_{ml}$ , de las imágenes elementales aéreas en ese plano intermedio es entonces

$$M_{ml} = \frac{f'_{ml}}{z}.$$
 (4.9)

A continuación, la óptica telecéntrica proyecta las imágenes elementales aéreas en el sensor. Si, como se ve en la Figura 4.6, la distancia entre el punto focal objeto  $F_{LC}$  de la primera lente y el punto focal imagen  $F'_{ml}$  de las microlentes es  $\Delta$ , se obtiene con la ecuación (2.16), que relaciona las distancias conjugadas en sistemas afocales, que la distancia  $\zeta'$  entre el punto focal imagen  $F'_L$  de la lente del sensor y el sensor es

$$\zeta' = \zeta \ M_{AF}^2 = (z' + \Delta) \ M_{AF}^2 , \qquad (4.10)$$

donde  $M_{AF} = -f'_L/f'_{LC}$  es el aumento lateral del sistema afocal (ecuación (2.14)). Si se mantiene fija esa distancia  $\zeta'$ , entonces la distancia *z* al objeto desde el foco objeto de las microlentes cumple

$$\frac{1}{z} = -\frac{1}{f_{ml}^{\prime 2}} \left( \frac{\zeta'}{M_{AF}^2} - \Delta \right).$$
(4.11)

El aumento lateral *M* a través de todo el sistema de captura indirecta se obtiene con el producto del aumento de las microlentes y el aumento de la óptica afocal, de modo que:

$$M = M_{ml}M_{AF} = -\frac{1}{z}\frac{f'_{ml}f'_{L}}{f'_{LC}} = \left(\frac{\zeta'}{M_{AF}^2} - \Delta\right)\frac{f'_{L}}{f'_{ml}f'_{LC}}.$$
 (4.12)

#### 4.4. Matriz de microlentes varifocales

Supongamos que en el sistema telecéntrico de la Figura 4.6 sustituimos el DA por una lente de focal variable  $f'_{VL}$  sin alterar la posición del resto de elementos, como se ve en el esquema de Figura 4.7.



Figura 4.7: Implementación de la matriz de microlentes varifocales. Al sustituir el diafragma de apertura de la óptica telecéntrica por la lente varifocal, esta se proyecta en el plano focal objeto de las respectivas microlentes.

Ahora, en lugar del diafragma, es la apertura de la lente varifocal la que se proyecta en el plano focal de cada una de las microlentes.

Utilizando óptica geométrica, obtenemos que la distancia focal objeto del acoplamiento entre la lente varifocal y la lente *L* del sensor continúa siendo  $f'_L$ , la posición del plano focal objeto de este acoplamiento se mantiene inalterada y coincide con el plano en el que se encuentra la lene varifocal. En cambio, la posición del plano focal imagen se desplazará hacia la lente del sensor, situándose a una distancia  $f'_L - f'^2_L \varphi_{VL}$ , donde  $\varphi_{VL}$  es la potencia de la lente varifocal. Por tanto, la nueva distancia entre el plano focal imagen de la óptica telecéntrica y el sensor será:

$$\zeta'_N = \zeta' + f_L^{'2} \varphi_{VL}.$$
 (4.13)

A partir de aquí se deduce que la posición axial  $z_N$  del plano objeto conjugado con el sensor viene dada por la expresión:

$$\frac{1}{z_N} = \frac{1}{z} + \left(\frac{f'_{LC}}{f'_{ml}}\right)^2 \varphi_{VL}$$
(4.14)

El aumento lateral de este nuevo sistema de imagen integral,  $M_N$ , depende también de la potencia de la lente varifocal y viene dado por:

$$M_N = M - \frac{f'_L f'_{LC}}{f'_{ml}} \varphi_{VL}.$$
 (4.15)

#### 4.5. Verificación experimental

Para demostrar que el sistema propuesto permite aumentar la *DOF*, realizamos un experimento en el que colocamos una lente varifocal

líquida en el diafragma de apertura de un objetivo fotográfico comercial. El montaje experimental se puede ver en la Figura 4.10 (a).

La lente varifocal es una lente líquida planoconvexa formada por aceite y agua salina. La curvatura del dioptrio que separa ambos líquidos se puede modificar a voluntad, entre ciertos límites, mediante la aplicación de un pequeño voltaje variable [92]<sup>‡</sup>. El fenómeno que hace posible la variación de la curvatura recibe el nombre en inglés de *electrowetting*. Este fenómeno se basa en el hecho de que el ángulo de contacto entre una solución iónica y una superficie metálica varía cuando varía la diferencia de potencial entre los dos elementos [93]. Además, si la superficie metálica se recubre con un material dieléctrico, la variación del ángulo de contacto es mucho mayor y la transición más suave [94].

Para realizar el experimento se utilizó la lente líquida Artic 314 distribuida por la compañía Varioptic<sup>®§</sup> (Figura 4.8). Para conocer su rango operativo, la potencia óptica  $\varphi_{VL}$  en función del voltaje





Figura 4.8: Imagen de la lente varifocal utilizada y del dispositivo para su control.

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Un dato curioso es que el primero en observar y describir el fenómeno del cambio de tensión la superficial al aplicar una corriente al agua fue G. Lippmann [104], que años después describiría la fotografía integral.

<sup>§</sup> En la actualidad, la lente Artic 314 está descatalogada y la compañía Varioptic® forma parte del grupo Corning®.



Figura 4.9: Variación de la potencia óptica de la lente líquida en función del voltaje aplicado.

aplicado se midió, con una sensibilidad de 0.5 m<sup>-1</sup>, empleando un frontofocómetro Essilor AXIL®. Los resultados se muestran en Figura 4.9. Como se pude ver, la variación de la potencia presenta un comportamiento lineal en el rango  $\varphi_{VL} \in [-5 \text{ m}^{-1}, +12 \text{ m}^{-1}]$ .

Después, la lente líquida Artic 314 se colocó en la posición del diafragma de un objetivo fotográfico (véase la Figura 4.10 (b)). Para hacer el sistema telecéntrico en el espacio objeto, se utilizó una lente de campo auxiliar colocada enfrente del objetivo. La distancia de la lente de campo al objetivo se ajustó hasta que su plano focal imagen coincidiera con el plano de la pupila de entrada del objetivo, donde está proyectada la lente varifocal (véase la Figura 4.10 (a)). Para verificar que la condición de telecentricidad se cumplía, se utilizó una cámara fotográfica enfocada a infinito, que se situó delante de la lente de campo. Así la condición de telecentricidad se cumple cuando la lente varifocal aparece nítidamente enfocada en la cámara fotográfica. La imagen de la Figura 4.10 (b) se ha tomado en esta condición.

A continuación, una matriz de microlentes MML hexagonales de focal  $f'_{ml} = 10 \ mm$  y diámetro  $\phi_{ml} = 2 \ mm$  se colocó delante de la lente de campo, como se muestra en la Figura 4.10 (a). La escena 3D estaba compuesta por dados de distinto tamaño y color separados una cierta distancia entre ellos y de la matriz, como se pude observar en la Figura 4.10 (a). Para registrar las imágenes integrales de esta escena, se colocó una cámara Canos EOS 405 detrás el objetivo comercial con la lente varifocal en su interior, a una distancia arbitraria, pero alejada.

Con la potencia óptica de la varifocal ajustada a 0 m<sup>-1</sup>, se obtuvo la imagen integral que se muestra en la Figura 4.11 (a). Se puede apreciar que ambos dados aparecen desenfocados. Después se varió de manera continua la potencia de la varifocal en el rango comprendido entre o m<sup>-1</sup>y 10 m<sup>-1</sup>, verificando que es posible enfocar a distintos planos. Como se ve en la secuencia de imágenes de la Figura 4.11, en la imagen (b) ya se aprecia enfocado el dado rojo, mientras que en la (c) ambos aparecen de nuevo desenfocados al encontrarse el PRO en un plano intermedio entre ambos. Por último, en la imagen (d) aparece enfocado el dado azul, más próximo a la matriz de microlentes.





Figura 4.10: (a) Dispositivo experimental empleado para la captura de imágenes integrales a distintos planos. La distancia entre el objetivo y la lente de campo se ha ajustado para que formen un sistema telecéntrico. Manteniendo fija la posición de la cámara es posible enfocar ambos dados variando la potencia de la lente varifocal que se encuentra en el interior del objetivo; (b) objetivo con la lente varifocal en su interior, en la posición del diafragma.



Figura 4.11: Detalle del campo central de cuatro capturas obtenidas a distintos planos modificando la potencia de la lente varifocal. En la imagen integral (a) el PRO se encuentra tras el dado rojo; en la (b), se encuentra sobre el dado rojo; en la (c) se encuentra enfocado un plano intermedio entre el dado rojo y el azul; y en (d) el PRO coincide con la cara frontal del dado azul.

### **Capítulo 5**

## Generación de barreras ópticas con iluminación Köhler

Como se explica en el capítulo 3, la aparición de perspectivas fantasma es uno de los principales inconvenientes cuando se observa una imagen 3D más allá del ángulo de visión definido para la pantalla de imagen integral. Esta diafonía de las perspectivas se produce cuando las imágenes elementales se ven a través de las microlentes vecinas y no a través de las respectivas microlentes que están justo enfrente de ellas. Para evitar este problema, es necesario utilizar un sistema de barreras de paralaje, análogo al que se emplea en el proceso de captura, que impida que los rayos más inclinados que parten de las imágenes elementales pasen por las microlentes que no corresponde.

De igual modo que en la captura, las barreras de paralaje se pueden implementar de manera física [95], [96], pero, como entonces, estos sistemas son aparatosos y complejos de fabricar. Las barreras también se pueden generar de manera óptica. En una de las primera propuestas planteadas se implementan con dos matrices de microlentes que forman una pantalla autocolimadora que permite confinar los rayos de las IE en las microlentes que corresponde [10]. Este sistema, sin embargo, es complejo y muy sensible a las aberraciones. En una propuesta reciente se utilizan varios grupos de matrices de microlentes esféricas y asféricas para eliminar las aberraciones. Un primer grupo forma una imagen intermedia de las IE en una matriz que actúa de matriz de diafragmas de campos, mientras que un segundo grupo proyecta la imagen intermedia hacia observador [97]. El diseño de estas matrices es complejo y el hecho de utilizar una matriz de diafragmas de campo impide aumentar el ángulo de visión con técnicas de multiplexado temporal. Con un sistema telecéntrico es posible, además de generar las barreras ópticas, aumentar el ángulo de visón del monitor de imagen integral [54], pero este sistema requiere el uso estenopes y presenta poca eficiencia luminosa. Otras técnicas de seguimiento del observador (head-tracking) no eliminan la diafonía, sino que la aprovechan para aumentar el ángulo de visión proyectando la vista que corresponde a la posición en la que se encuentra el observador [98], [99].

En este capítulo presentamos el diseño de una pantalla con un sistema inspirado en la iluminación Köhler que, de forma puramente óptica, genera barreras entre las imágenes elementales y mejora el contraste de la escena proyectada [100]. Asimismo, demostramos cómo el sistema de iluminación propuesto permitiría aumentar el ángulo de visión de la pantalla un factor tres.

A fin de entender la motivación del sistema que se propone, resulta conveniente introducir de forma breve el modo en que se visualizan los píxeles de las pantallas de móviles, televisores, proyectores, etc. Estos se clasifican en píxeles activos si emiten luz por sí mismos, como los que usan tecnología LED, OLED o láser, y píxeles pasivos si necesitan una fuente externa de luz, como los LCD, DMD o LCoS. Los píxeles pasivos, a su vez, modulan la luz externa por transmisión (LCD), reflexión (LCD, LCoS, DMD) o transflectancia (LCD) [101], [102].

La direccionalidad de la luz de los píxeles condiciona el ángulo desde donde son visibles las pantallas. En los píxeles activos, la fija el propio píxel emisor y se controla con espejos, lentes o barreras físicas situadas delante. En los píxeles pasivos, la direccionalidad depende de cómo se iluminan, lo que permite ajustarla, además de como en los pasivos, desde la propia fuente de luz. Esta posibilidad de controlar la dirección de los rayos que iluminan los píxeles pasivos plantea la posibilidad de generar las barreras con una iluminación apropiada.

Sobre esta base, en la primera sección de este capítulo se describen las características de la iluminación de Köhler, utilizada con frecuencia en proyección. Después, se exponen las características que ha de cumplir el patrón de iluminación —esto es, la dirección y apertura de los conos de rayos— para conseguir el efecto de barrera óptica y se muestra cómo llevarlo a cabo con dos microlentes. Por último, se presenta cómo generar ese patrón de iluminación con matrices de microlentes y un sistema inspirado en la iluminación Köhler, y se demuestra experimentalmente.

#### 5.1. La iluminación Köhler

Muchos sistemas de imagen combinan un sistema óptico para iluminar el objeto con otro que forma la imagen del objeto en el plano de interés. Este es el caso, por ejemplo, de los microscopios y los proyectores, que, en general, requieren que el objeto se ilumine de forma intensa y uniforme. Existen dos técnicas clásicas para conseguir una iluminación así: la iluminación crítica y la iluminación de Köhler.

La iluminación crítica consiste en enfocar directamente la fuente sobre el objeto. Si se quiere que la iluminación sea uniforme, la fuente tiene que serlo también, de lo contrario su estructura se verá nítida en el objeto y degradará la resolución de su imagen.

La técnica de iluminación Köhler debe su nombre al físico August Köhler, quien, en 1883, la presentó como solución en microscopía a la iluminación crítica y la falta de uniformidad de las fuentes [103]. La Figura 5.1 es un esquema del sistema de iluminación que propuso. En él se distinguen dos subsistemas: a la izquierda, el representado por una lente colectora LC y un diafragma de campo DC; a la derecha, el representado por un diafragma de apertura DA y una lente condensadora LD. Para iluminar la muestra, la distancia entre las dos lentes se ajusta para que la lente colectora forme la imagen de la fuente en el plano focal objeto de la lente condensadora. De ese modo, la lente condensadora forma la imagen de la fuente en el infinito, por lo que el plano objeto, situado a continuación de la lente condensadora, queda iluminado de forma difusa por un conjunto de haces paralelos que se propagan con inclinaciones diferentes.



Figura 5.1: Principio de iluminación de Köhler que proporciona una iluminación paralela y uniforme. Además, permite controlar de forma independiente el campo iluminado y la intensidad en el plano objeto con sendos diafragmas.

Por otro lado, el diafragma de campo y el de apertura permiten ajustar la extensión  $\phi'_{c}$  del campo iluminado y la iluminancia de manera independiente. El DC se coloca de modo que la lente condensadora forma su imagen en plano objeto. Así, el tamaño de su apertura determina el tamaño del campo iluminado  $\phi'_{c}$ . El DA se sitúa en el foco objeto de la lente condensadora, donde se forma la imagen intermedia de la fuente, por lo que limita su extensión efectiva y, en consecuencia, la iluminancia en el plano objeto y la inclinación de los rayos.

La uniformidad de la iluminación en el plano objeto se puede analizar de manera cualitativa en la Figura 5.1 siguiendo los rayos trazados desde los puntos fuente  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  hasta los puntos objeto  $O_1$ ,  $O_2$  y  $O_3$ . Se ve ahí que cada punto fuente ilumina un campo de tamaño  $\phi'_c$  en el plano objeto. Además, lo hace con un haz paralelo cuya inclinación depende de la posición lateral del punto fuente. Como resultado, a todos los puntos objeto llega un rayo de cada punto radiante. Esto hace que todo el campo quede iluminado por igual, sin que importen las variaciones de intensidad que hubiera entre los puntos de la fuente.

No obstante, para formar las barreras ópticas, más importante que la uniformidad del patrón de iluminación es su repetitividad. Si se miran de nuevo las trayectorias de los rayos en la Figura 5.1, se observa que la iluminación de Köhler propicia un patrón de iluminación que es idéntico en cualquier punto  $O_i$  del plano objeto, con conos de la misma extensión angular que se orientan paralelos al eje. Este hecho es crucial, pues la respuesta de las microlentes a ese patrón será la misma con independencia de su posición en la matriz.



Figura 5.2: Adaptación del sistema de iluminación de Köhler en un proyector de pantalla.

En los videoproyectores, proyectores de cine y de diapositivas, etc., la imagen de la fuente y la del objeto se separan con una adaptación del sistema Köhler descrito. La configuración básica es la que se puede ver en la Figura 5.2, donde se ha incluido la lente de provección LP a continuación del plano objeto. Aquí, la lente condensadora se coloca delante de la fuente y forma la imagen de esta en la lente de proyección, no en el infinito. A continuación de la lente condensadora se sitúa el objeto cuya imagen se quiere proyectar, por ejemplo, una diapositiva, un *display* o un fotograma. La distancia entre la diapositiva y la lente de proyección debe ser tal, que esta enfoque la diapositiva en la pantalla, la pared, o cualquier superficie difusa. En un proyector, la lente condensadora actúa de diafragma de campo y su tamaño fija el área iluminada de la diapositiva. Por otra parte, la lente de proyección actúa de diafragma de apertura y determina la amplitud del patrón de iluminación, hecho necesario para implementar las barreras ópticas.

#### 5.2. Sistema para producir barreras ópticas

Un sistema que genere barreras ópticas debe confinar los rayos que provienen de los píxeles de cada imagen elemental dentro de la apertura de la microlente correspondiente. La manera directa de hacerlo con una microlente sería la representada en Figura 5.3: los rayos convergen en un píxel O arbitrario de una imagen elemental IE, lo atraviesan y se propagan sin desviarse hasta la microlente de proyección LP, que los dirige hacia el observador. La Figura 5.3 ilustra las tres condiciones generales que debe satisfacer el patrón de los rayos que parten de un píxel situado a una altura  $y_O$  cualquiera del eje para implementar las barreras de manera correcta. Estas son:

- a) la extensión del cono de rayos proveniente de cualquier píxel de la imagen elemental no puede ser mayor que el tamaño de la microlente de proyección;
- b) el rayo central del cono debe dirigirse hacia el centro de la microlente de proyección correspondiente;
- c) el tamaño del campo iluminado en el plano en el que se encuentra la imagen elemental debe ser similar al tamaño de esta.



Figura 5.3: Condición de barrera óptica: el cono de rayos que parte de cualquier punto de una imagen elemental IE queda confinado en la microlente de proyección LP que hay frente a ella.

Una manera de generar ese patrón consiste en utilizar otra microlente para iluminar la imagen, tal como se representa en la Figura 5.4. De ese modo, las trayectorias de los rayos que atraviesan el píxel O están condicionadas por la microlente de iluminación LI, que se encuentra a una distancia  $d_s$  de la fuente y forma la imagen de esta en la microlente de proyección LP, a una distancia g de la imagen elemental. Esta configuración es equivalente a aquella representada en la Figura 5.2 que muestra el esquema de un proyector, con la salvedad de que ahora la lente LD de entonces se corresponde con la lente LI. Se trata, pues, de un sistema Köhler para proyectores.



Figura 5.4: Sistema de proyección con iluminación modulada con una lente que cumple los requisitos para implementar las barreas ópticas.

Con este sistema de iluminación, la condición de barrera se impone siempre que la imagen de la fuente sea de menor tamaño que la microlente de proyección:  $\phi'_S \leq \phi_{LP}$ . Estos tamaños están relacionados por el aumento lateral entre el plano de la fuente y el de la lente de proyección, ambos conjugados por la lente de iluminación:

$$\frac{\phi_{LP}}{\phi_S} = \left|\frac{g}{d_S}\right|. \tag{5.1}$$

# 5.3. Generación de barreras con una matriz de microlentes

El principio de barreras ópticas aplicado a un sistema de imagen integral completo implica que todas las imágenes elementales se tienen que iluminar como en la Figura 5.4. El problema surge cuando se utiliza una matriz de microlentes para iluminar (MLI) y otra para proyectar (MLP), como se ve en la Figura 5.5. En tal caso, se puede dar la circunstancia de que el patrón de luz generado con una microlente  $LI_j$  alineada con la fuente sí cumpla las tres condiciones para que existan barreras, pero que el cono proyectado por una microlente de iluminación contigua,  $LI_{i-1}$ , no lo haga. En ese caso, la fuente de luz y su imagen podrán satisfacer la ecuación (5.1) y cumplir la condición a). Sin embargo, como la fuente no está alineada con la microlente  $LI_{j-1}$ , el rayo central no irá hacia el centro de la microlente de proyección  $LP_{j-1}$  alineada con ella y no se cumplirá la condición b).

Otra configuración potencial sería emplear una matriz de fuentes de luz alineada con la matriz de iluminación. La condición a) se cumplirá siempre que el tamaño de las fuentes y el de las microlentes de proyección satisfagan la ecuación (5.1). Entonces la condición b) también se cumplirá, pues el rayo central de cada fuente estará dirigido hacia el centro de la microlente de proyección correspondiente. Sin embargo, si no se limita el cono de luz emitido por cada fuente, este entrará por microlentes vecinas y se producirá una situación idéntica a la mostrada en la Figura 5.5, lo que derivará en diafonía. Para evitar esto, habría que insertar barreras delante de las fuentes,



Figura 5.5: Iluminación con una fuente a través de una matriz de microlentes. No todos los conos de rayos se proyectan correctamente en la microlente de proyección correspondiente, dando lugar a diafonía.

cosa que resulta complicado desde el punto de vista técnico y no siempre es posible.

La conclusión evidente, consecuencia directa de que la orientación del patrón de rayos adecuado para generar el efecto barrera varía con la altura  $y_0$  del píxel, es que el efecto barrera se consigue cuando tal patrón se replica en cada píxel con la misma posición local en la imagen elemental respectiva. Por ello, cabe preguntarse si el sistema original de Köhler, que proporciona un patrón de iluminación invariante en todo el campo iluminado, sería útil para implementar las barreras.

Así, el diseño conceptual del sistema de proyección inspirado en Köhler que proponemos para implementar las barreras es el que se representa en la Figura 5.6. Como se ve en esta figura, una fuente de luz, cuya extensión se ajusta con un diafragma iris, una lente colectora LC y la MLI constituyen el subsistema de iluminación; la MLP es el de proyección, como hasta ahora. Se ve también en esa figura


Figura 5.6: Esquema del proyector de imagen integral con barreras ópticas inspiradas en un sistema de iluminación Köhler.

que la fuente y el diafragma están en el plano focal objeto de la LC, que así actúa como lente colimadora. Con ello se consigue que el patrón de iluminación sea invariante en el plano de la MLI, de manera similar a lo que ocurre en el plano objeto con el sistema original de Köhler. Esto se ilustra con el trazado de rayos que pasan por los bordes superiores de las microlentes  $LI_{+1}$  y  $LI_{-2}$  de la MLI.

De acuerdo con el diseño del sistema propuesto, la posición lateral  $y_{li}$  y la dirección de propagación  $\sigma_{li}$  de un rayo en el plano de la MLI vendrán dadas por las siguientes ecuaciones:

$$y_{li} = \left(1 - \frac{d}{f_{LC}'}\right) y_S - f_{LC}' \sigma_S,$$
 (5.2)

$$\sigma_{li} = \frac{y_s}{f'_{LC}}.$$
(5.3)

En estas ecuaciones,  $y_S$  y  $\sigma_S$  son, en ese orden, la posición lateral de un punto radiante de la fuente y el ángulo de un rayo emitido desde ese punto;  $f'_{LC}$  es la distancia focal de la lente colimadora, y d es la distancia entre la lente colimadora y la matriz de microlentes de iluminación.

La ecuación (5.3) confirma que los haces que llegan a la MLI provenientes del mismo punto fuente son paralelos: la inclinación  $\sigma_{li}$  de los rayos depende de la coordenada lateral  $y_S$  del punto fuente, pero no del ángulo  $\sigma_S$  de emisión. La Ecuación (5.2) confirma que en cualquier posición  $y_{li}$  en el plano de la MLI converge un rayo de cada punto radiante: para cada posición  $y_S$  de la fuente, en potencia, hay un rayo de inclinación  $\sigma_S$  que satisface esa ecuación.

Como el patrón de rayos que llega a cualquier microlente de la MLI es el mismo, los rayos se refractan por igual en cada una ellas. Por tanto, si se cumplen las condiciones para generar las barreras con una LI, se cumplen con todas. Si en la Figura 5.6 se toman de referencia la microlente de iluminación y la de proyección centradas en el eje óptico de la lente colectora, es inmediato ver que la imagen de la fuente se forma centrada en el plano focal imagen de la microlente de iluminación, a una distancia  $f'_{LI}$ , como corresponde a haces incidentes paralelos. Y así ocurrirá con el resto microlentes de la MLI, dada la repetitividad del patrón de iluminación en ese plano.

A fin de proyectar la imagen integral, la matriz de microlentes de proyección se coloca en el plano focal imagen de la matriz de iluminación, donde se forman las imágenes de la fuente. Para imponer las barreras, el tamaño de la imagen de la fuente  $\phi'_{S}$  no puede ser mayor que el periodo *p* de la MLP, que se supone igual que la apertura  $\phi_{LP}$ de las microlentes de proyección. Así, el efecto barrera implica que el tamaño de la fuente  $\phi_s$ , ajustable con el diafragma iris, debe satisfacer la inecuación

$$\phi_S \le p \ \frac{f_{LC}'}{f_{LI}'}.\tag{5.4}$$

En la práctica, se escoge el diámetro más grande posible de la fuente para aportar una mayor luminosidad (cabe recordar que el diafragma iris sobre la fuente actúa de diafragma de apertura). Con ese diafragma se controla la intensidad en el plano de las imágenes elementales sin que ello afecte al campo iluminado.

El ángulo de visión máximo cuando se da la condición de barrera óptica depende de la extensión de los microcampos que iluminan la imagen elemental y viene determinado por el ángulo que subtiende el rayo principal que parte de un extremo del microcampo con la respectiva microlente de proyección. Si los microcampos son igual al periodo p de la matriz de proyección, el ángulo de visión es

$$\Omega = 2 \arctan\left(\frac{p}{2f_{LI}'}\right),\tag{5.5}$$

Para verificar de manera experimental la generación de barreras ópticas, se proyectó una imagen integral con el sistema de iluminación propuesto y con un sistema de iluminación trasera convencional, y se observó en qué condiciones se producía diafonía.

La escena y su captura se generaron de forma virtual con el programa comercial 3DS Max® para modelado y *renderizado* de escenas tridimensionales. Este programa usa un modelo de cámara estenopeica que permite simular capturas de la escena desde diferentes perspectivas, aunque no focaliza haces de rayos, sino que los proyecta en un sensor virtual. La escena 3D generada contiene dos conos idénticos situados a diferente profundidad de la matriz de cámaras, con la condición de que el tamaño de la imagen del más cercano igualase el campo de visión de las cámaras en el centro de la matriz. Para capturar la imagen integral de la escena se simuló una matriz de 50 x 50 cámaras distribuidas de forma regular con un periodo de 10 mm Las cámaras se configuraron con un sensor virtual cuadrado de lado 10 mm y 35 x 35 píxeles, situado a 33 mm del estenope (punto de proyección). Con estas condiciones, el campo angular de visión es de 17.23°.

La proyección de la imagen integral se hizo con una matriz de microlentes planoconvexas de perfil cuadrado, con un 1 mm de lado (igual al periodo) y 3.3 mm de focal. Por este motivo, la imagen integral generada se redujo un factor de escala de 1/10 y se mantuvo fijo el número de píxeles en cada imagen elemental. Después, esta imagen se imprimió con una resolución de 23.62 puntos/mm (600 x 600 dpi en una lámina para transparencias).

En primer lugar, la imagen integral se proyectó con un sistema convencional, que consistía en una fuente de luz para iluminar la imagen integral y una matriz de microlentes para proyectar las imágenes elementales hacia el espacio objeto del observador. La distancia entre la imagen integral y la matriz se fijó en 3.3 mm, que es la distancia focal de las microlentes. La imagen integral se iluminó con luz difusa desde atrás, proyectando una bombilla y difusor detrás de la transparencia con una lente.

Como observador se utilizó una cámara Canon EOS 500D y un objetivo de focal 50 mm con el plano de enfoque fijo en un plano entre los dos conos. Para registrar el paralaje, el observador se desplazó en horizontal (H) y en vertical (V) desde un punto centrado en el campo integral de modo que cubriese un campo angular total de 24 grados. En la Figura 5.7 se muestran seis fotografías de seis



Figura 5.7: Efecto de la diafonía y aparición de la imagen fantasma con iluminación convencional. En  $-8^{\circ}$  y  $+8^{\circ}$  coexisten la imagen real y la fantasma; en  $-12^{\circ}$  y  $+12^{\circ}$  solo se observa la imagen fantasma.

puntos de vista tomadas en cada recorrido. El sentido positivo del campo angular visual indica que el desplazamiento es hacia la derecha o hacia arriba; el negativo, hacia la izquierda o hacia abajo.

Dentro de la zona central del campo angular, entre  $-4^{\circ}$  y  $+4^{\circ}$ , los dos conos se ven desde sus respectivos puntos de vista sin interferencias de imágenes fantasma. Cuando el observador subtiende  $+8^{\circ}$ , el cono más alejado (el de menor tamaño) ha desaparecido completamente por ese lado del campo y empieza a desaparecer el más próximo (el de mayor tamaño). A la vez, una imagen fantasma de ambos conos aparece por el lado contrario. Cuando el observador se desplaza otros  $+4^{\circ}$  hacia la derecha, hasta los  $+12^{\circ}$ , los dos conos del campo integral central han desaparecido del campo y solo se aprecia la imagen fantasma.

Para demostrar el funcionamiento del sistema propuesto se montó el sistema experimental que se muestra en las imágenes de la Figura 5.8. El sistema está constituido por una fibra óptica (FOI) con la que se ilumina un difusor (D) que actúa fuente de luz. Junto al difusor se coloca un diafragma de apertura variable (DAV) que se emplea para ajustar el área iluminada visible del difusor. La lente



Figura 5.8: Montaje experimental para proyectar la imagen integral ImIn con barreras ópticas generadas con una matriz de iluminación Köhler. Arriba, vista lateral; debajo, vista frontal oblicua.

colimadora (CL) consiste en una lente biconvexa de 95 mm de distancia focal y 65 mm de diámetro. A continuación, a muy poca distancia de esa lente, se sitúa la MLI, cuyas características son las mismas que las de la MLP. La MLI se coloca con la cara curva de las microlentes encarada hacia la lente colimadora mientras que en su cara plana se coloca la transparencia con la imagen integral impresa. La matriz de proyección MLP coloca a la distancia focal de las microlentes. Con esta configuración se obtiene la serie de perspectivas en horizontal y vertical que se muestra en la Figura 5.9. Como se puede ver en la figura, a partir del ángulo en que empezaba el efecto de diafonía y aparecía la imagen fantasma (-8°, +8°), aparece ahora una sombra negra que se desplaza a media que el observador se desplaza, hasta llegar a oscurecer todo el campo en las regiones extremas (-12°, +12°). Con ello se demuestra la implementación de las barreras.



Figura 5.9: Demostración experimental de la eliminación de la diafonía de imágenes con el método de iluminación Köhler propuesto.

El principio que permite generar las barreras puede utilizarse para aumentar el ángulo de la proyección. Para analizar cómo aumentar ese ángulo, se considera la trayectoria que siguen los rayos principales. La posición lateral  $y_{lp}$  de un rayo en el plano de la MLP depende de la posición  $y_s$  del punto radiante y del orden *j* de la microlente de iluminación que atraviesa. Esta viene dada por

$$y_{lp} = -\frac{f_{Ll}'}{f_{LC}'} y_S + jp.$$
 (5.6)

Los rayos principales pasan por el centro del diafragma de apertura, luego pasan también por el centro de la pupila de salida: si la fuente está alineada con la lente colectora, satisfacen que  $y_S = 0$  y, por lo tanto,  $y_{lp} = jp$ . En esas condiciones, el ángulo de visión es el dado por la ecuación (5.5).

El rango de paralaje de la proyección se podría aumentar con el sistema de iluminación propuesto y técnicas de multiplexado temporal de las imágenes elementales. Esta técnica consiste intercambiar imágenes elementales centradas con imágenes elementales que contienen perspectivas muy oblicuas, que se proyectan por la microlente de proyección contigua en lugar de por la enfrentada a la microlente de iluminación.



Figura 5.10: Aumento del rango de paralaje de la proyección mediante un desplazamiento lateral de la fuente.

En el caso del sistema de barreras propuesto, el aumento del ángulo de visión se consigue desplazando la fuente del eje óptico, de modo que la pupila de salida se desplaza en sentido inverso, como se ilustra en la Figura 5.10. Como se puede ver, en la práctica supone hacer pasar el rayo principal que ilumina IE con una microlente de iluminación por la microlente de proyección contigua. Por ejemplo, para aumentar la tangente del ángulo de visión un factor tres, habrá que centrar las pupilas de salida en las lentes de proyección localizadas a ambos lados de la microlente central. Así, si por ejemplo se toma como referencia la microlente de iluminación central (j = 0) y la proyección se realiza por la lente de orden j = +1, la nueva posición del centro del diafragma de apertura conforme a la ecuación (5.6) será

$$y_S = -\frac{f'_{LC}}{f'_{LI}} p$$
, (5.7)

## Capítulo 6

## Conclusiones

Las imágenes tridimensionales proporcionan una visión del entorno más acorde con la realidad. En este sentido, la imagen integral es una técnica viable para el registro y la proyección de imágenes 3D autoestereoscópicas en color, capaz de reproducir las señales de profundidad y exhibir paralaje continuo. Además, la técnica permite generar modelos virtuales con procesado digital, extendiéndose así su utilidad para muchas otras disciplinas.

El interés en la imagen integral ha aumentado en los últimos veinte años debido a tres factores fundamentales: el desarrollo de pantallas y sensores digitales de alta resolución; el aumento de la capacidad de computación hardware y software; y, sobre todo, el progreso de las técnicas de microfabricación, que ha hecho que hoy la variedad de matrices de microlentes sean una realidad.

Sin embargo, a pesar de estos avances, la imagen integral todavía experimenta una serie de limitaciones que frenan su adopción como técnica masiva. Entre ellas destacan: la necesidad de gran profundidad de campo; el conflicto espacio-angular de la resolución; el trenzado de las facetas; la superposición de las imágenes elementales; el reducido campo de visión angular; y la proyección de imágenes fantasma.

En esta tesis hemos explicado los fundamentos de la imagen integral y cómo la información de la profundidad queda registrada y se puede recuperar por medio del periodo de captura. Para facilitar la comprensión, hemos relacionado los parámetros y conceptos básicos que aplican en la formación y observación de imágenes bidimensionales con los que rigen la formación de imágenes integrales, el origen de sus limitaciones y las posibles soluciones a estas. Sobre esta idea, hemos descrito distintos métodos de captura y proyección con ayuda de ópticas auxiliares que dan mayor versatilidad a la técnica y que solucionan, o al menos mitigan, aquellos problemas.

Más concretamente, en esta tesis hemos presentado un sistema de captura que aumenta la profundidad de campo de las imágenes integrales gracias a que el sistema genera una matriz virtual de microlentes de focal variable. Este sistema se basa en colocar una lente líquida en el diafragma de apertura de una óptica telecéntrica y proyectarla a través de las microlentes. La misma configuración permite a la vez implementar un sistema de barreras paralelas que centra las imágenes elementales e impide que se superpongan unas con otras. Esta configuración resulta muy conveniente, por ejemplo, en sistemas de microscopía de imagen integral, por lo que seguiremos trabajando en esta línea en el futuro, especialmente en el desarrollo del ocular plenóptico.

Desde el punto de vista de la observación, se ha presentado con detalle un sistema de proyección libre de imágenes fantasma. El sistema se apoya en la técnica de iluminación Köhler para generar, con una matriz de microlentes auxiliar, un patrón de iluminación idóneo en el plano de las imágenes elementales. Este patrón permite orientar la dirección con la que la imagen integral se proyecta hacia el observador y, en consecuencia, hace posible anular las direcciones no deseadas. También, hemos planteado cómo favorecerlas con el mismo sistema a fin de aumentar el campo de visión angular. El método de proyección propuesto puede resultar conveniente en los llamados *head mounted displays* para realidad aumentada, que proyectan imágenes 3D desde *microdisplays* próximos al ojo del observador. El principal inconveniente es que el subsistema de iluminación necesita cierto camino óptico para colimar el haz, de modo que el reto en futuros estudios es reducir ese camino para poder integrarlo en esta familia de *displays*.

## Bibliografía

- G. Lippmann, "Epreuves reversibles, photographies integrales", C. R. Acad. Sci. Ser., vol. 146, pp. 446–451, 1908.
- [2] S. Reichelt, R. Häussler, G. Fütterer y N. Leister, "Depth cues in human visual perception and their realization in 3D displays", en Proc. SPIE 7690, Three-Dimensional Imaging, Visualization, and Display 2010 and Display Technologies and Applications for Defense, Security, and Avionics IV, vol. 7690, p. 76900B, 2010.
- [3] J. Hong *et al.*, "Three-dimensional display technologies of recent interest: principles, status, and issues [Invited]", *Appl. Opt.*, vol. 50, n.º 34, pp. H87-H115, 2011.
- [4] G. Lippmann, "Épreuves réversibles donnant la sensation du relief", J.
   *Phys. Théorique Appliquée*, vol. 7, n.º 1, pp. 821–825, 1908.
- [5] H. E. Ives, "The projection of parallax panoramagrams", J. Opt. Soc. Am., vol. 21, n.<sup>o</sup> 7, pp. 397-409, 1931.
- [6] H. E. Ives, "A camera for making parallax panoramagrams", J. Opt. Soc. Am., vol. 17, n.º 6, pp. 435-439, 1928.
- [7] D. F. W. Coffey, "Apparatus for making a composite stereograph", U.S. Patent 2,063,985, 1936.
- [8] H. Navarro, A. Dorado, G. Saavedra y M. Martínez-Corral, "Threedimensional imaging and display through integral photography", *J. Inf. Commun. Converg. Eng.*, vol. 12, n.<sup>o</sup> 2, pp. 89–96, 2014.

- [9] T. Okoshi, "Optimum design and depth resolution of lens-sheet and projection-type three-dimensional displays", *Appl. Opt.*, vol. 10, n.º 10, pp. 2284-2291, 1971.
- [10] N. Davies, M. McCormick y L. Yang, "Three-dimensional imaging systems: a new development", *Appl. Opt.*, vol. 27, n.<sup>o</sup> 21, pp. 4520-4528, 1988.
- [11] N. A. Davies, "Design and analysis of an image transfer system using microlens arrays", *Opt. Eng.*, vol. 33, n.<sup>o</sup> 11, pp. 3624-3633, 1994.
- [12] F. Okano, J. Arai, H. Hoshino y I. Yuyama, "Three-dimensional video system based on integral photography", *Opt. Eng.*, vol. 38, n.º 6, pp. 1072-1077, 1999.
- F. Okano y J. Arai, "Optical shifter for a three-dimensional image by use of a gradient-index lens array", *Appl. Opt.*, vol. 41, n.º 20, pp. 4140-4147, 2002.
- [14] E. H. Adelson y J. R. Bergen, "The plenoptic function and the elements of early vision", en *Computational Models of Visual Processing*, MIT Press, pp. 3–20, 1991.
- [15] M. Levoy y P. Hanrahan, "Light field rendering", en Proc. of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques - SIGGRAPH '96, ACM, pp. 31–42, 1996.
- [16] E. H. Adelson y J. Y. A. Wang, "Single lens stereo with a plenoptic camera", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 14, n.º 2, pp. 99– 106, 1992.
- [17] R. Ng et al., "Light field photography with a hand-held plenoptic camera", Stanford University Computer Science Tech Report CSTR 2005-02.
- [18] Raytrix GmbH. [En línea]. Disponible en: https://www.raytrix.de (accedido: 01-feb-2022).
- [19] Doitplenoptic, S.L. [En línea]. Disponible en: https://www.doitplenoptic.com (accedido: 01-feb-2022).

- [20] G. Scrofani *et al.*, "FIMic: design for ultimate 3D-integral microscopy of in-vivo biological samples", *Biomed. Opt. Express*, vol. 9, n.º 1, pp. 335-346, 2018.
- T. Georgiev y A. Lumsdaine, "Focused plenoptic camera and rendering", J. Electron. Imaging, vol. 19, n.<sup>o</sup> 2, p. 021106, 2010.
- [22] Holografika, Kft. [En línea]. Disponible en: https://holografika.com (accedido: 01-feb-2022).
- [23] Looking Glass Factory, Inc. [En línea]. Disponible en: https://lookingglassfactory.com (accedido: 01-feb-2022).
- [24] Japan Dispaly, Inc., JDI. [En línea]. Disponible en: https://www.jdisplay.com/english/technology/jdinew/light\_field.html (accedido: 01feb-2022).
- [25] FOVI3D. [En línea]. Disponible en: http://www.fovi3d.com (accedido: 01-feb-2022).
- [26] F. A. Jenkins y H. E. White, Fundamental of optics, 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., part 1, 1957.
- [27] D. S. Goodman, Handbook of optics, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, Inc., vol 1, cap 1, 1995.
- [28] M. Born y E. Wolf, Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light, 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 136–139, 1999.
- [29] E. Hecht, *Optics, Global Edition, 5th ed.* Harlow: Pearson Education Limited, 2017.
- [30] W. B. Wetherell, *Handbook of optics, 2nd ed.* New York: McGraw-Hill, Inc., vol 2, cap 2, 1995.
- [31] E. L. Dereniak and T. D. Dereniak, *Geometrical and Trigonometric Optics*. Cambridge: Cambridge University Press, cap. 11, 2008.
- [32] W. J. Smith, *Modern optical engineering: the design of optical systems*. New York: McGraw-Hill Professional, 2008.

- [33] J. W. Goodman, Introduction to Fourier optics, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, Inc., 1996.
- [34] B. Wilburn *et al.*, "High performance imaging using large camera arrays", *ACM Trans. Graph.*, vol. 24, n.<sup>o</sup> 3, pp. 765-776, 2005.
- [35] L. Xing, W. Jiamin, Z. Guoan y D. Qionghai, "Camera array based light field microscopy", *Biomed. Opt. Express*, vol. 6, n.º 9, pp. 3179–3189, 2015.
- [36] J.-S. Jang and B. Javidi, "Three-dimensional synthetic aperture integral imaging", *Opt. Lett.*, vol. 27, n.<sup>o</sup> 13, pp. 1144-1146, 2002.
- [37] B. Javidi, S.-H. Hong y Y. S. Hwang, "Free view 3-D visualization of occluded objects by using computational synthetic aperture integral imaging", *J. Disp. Technol.* vol. 3, n.º 1, pp. 64–70, 2007.
- [38] A. Lumsdaine y T. Georgiev, "The focused plenoptic camera", en 2009 IEEE International Conference on Computational Photography-ICCP 09, IEEE, pp. 1–8, 2009.
- [39] F. Okano, H. Hoshino, J. Arai y I. Yuyama, "Real-time pickup method for a three-dimensional image based on integral photography", *Appl. Opt.*, vol. 36, n.<sup>o</sup> 7, pp. 1598–1603, 1997.
- [40] R. Martínez-Cuenca, A. Pons, G. Saavedra, M. Martínez-Corral y B. Javidi, "Optically-corrected elemental images for undistorted integral image display", *Opt. Express*, vol. 14, n.<sup>o</sup> 21, pp. 9657-9663, 2006.
- [41] J. Hahn *et al.*, "Undistorted pickup method of both virtual and real objects for integral imaging", *Opt. Express*, vol. 16, n.º 18, pp. 13969– 13978, 2008.
- [42] Y. Da Sie, C. Y. Lin y S. J. Chen, "3D surface morphology imaging of opaque microstructures via light-field microscopy", *Sci. Reports*, vol. 8, n.<sup>o</sup>10205, 2018.
- [43] J.-S. Jang y B. Javidi, "Large depth-of-focus time-multiplexed threedimensional integral imaging by use of lenslets with nonuniform focal lengths and aperture sizes", Opt. Lett., vol. 28, n.º 20, pp. 1924–1926,

2003.

- [44] C. Perwass y L. Wietzke, "Single lens 3D camera with extended depth-of-field", en *Proc. SPIE* 8291, *Hum. Vis. Electron. Imaging*, vol. 8291, n.º 829108, 2012.
- [45] L. Cong *et al.*, "Rapid whole brain imaging of neural activity in freely behaving larval zebrafish (Danio rerio)", *eLife*, vol. 6, e28158, 2017.
- [46] J. Arai, F. Okano, H. Hoshino y I. Yuyama, "Gradient-index lens-array method based on real-time integral photography for three-dimensional images", *Appl. Opt.*, vol. 37, n.<sup>o</sup> 11, pp. 2034-2045, 1998.
- [47] F. Okano, J. Arai y M. Okui, "Amplified optical window for threedimensional images", Opt. Lett., vol. 31, n.<sup>o</sup> 12, pp. 1842-1844, 2006.
- [48] J. Arai, M. Okui, Y. Nojiri y F. Okano, "Imaging properties of microlens arrays for integral imaging system", en *Proc. SPIE 6055, Stereosc. Displays Virtual Real. Syst. XIII*, vol. 6055, p. 605511, 2006.
- [49] T. Georgiev et al., "Spatio-angular resolution tradeoffs in integral photography", en Proceedings of the 17th Eurographics Conference on Rendering Techniques, EG, pp. 263–272, 2006.
- [50] M. Martinez-Corral, A. Dorado, J. C. Barreiro, G. Saavedra y B. Javidi, "Recent advances in the capture and display of macroscopic and microscopic 3-D scenes by integral imaging" en *Proc. of the IEEE*, vol. 105, n.<sup>o</sup> 5, pp. 825–836, 2017.
- [51] M. Martínez Corral *et al.*, "Cámara de fondo de ojo multiperspectiva", Patente ES 2 442 178.
- [52] D. P. Piñero Llorens *et al.*, "Sistema de caracterización 3D de la respuesta mecánica del tejido de la córnea y procedimiento de medida con dicho sistema", Patente ES 2 571 209, 2016.
- [53] H. Navarro, "Captura y reproducción de imágenes 3D mediante sistemas de imagen integral. Diseño, implementación y aplicaciones", tesis doctoral, Univ. València, Valencia, España, 2014.
- [54] R. Martínez-Cuenca, H. Navarro, G. Saavedra, B. Javidi y M. Martinez-

Corral, "Enhanced viewing-angle integral imaging by multiple-axis telecentric relay system", *Opt. Express*, vol. 15, n.<sup>o</sup> 24, pp. 16255–16260, 2007.

- [55] M. Martínez-Corral, A. Dorado, H. Navarro, G. Saavedra y B. Javidi, "Three-dimensional display by smart pseudoscopic-to-orthoscopic conversion with tunable focus", *Appl. Opt.*, vol. 53, n.º 22, pp. E19-E25, 2014.
- [56] M. Martínez-Corral, G. Saavedra, G. Scrofani, Á. Tolosa y J. García, "Plenoptic ocular device", Patent US2021/0325658, 2021.
- [57] M. Martínez-Corral y B. Javidi, "Fundamentals of 3D imaging and displays: a tutorial on integral imaging, light-field, and plenoptic systems", *Adv. Opt. Photonics*, vol. 10, n.º 3, pp. 512-566, 2018.
- [58] L. Palmieri *et al.*, "Robust depth estimation for light field microscopy", *Sensors (Basel)*, vol. 19, n.<sup>o</sup> 3, p. 500, 2019.
- [59] Williem, I. K. Park y K. M. Lee, "Robust light field depth estimation using occlusion-noise aware data costs", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 40, n.º 10, pp. 2484–2497, 2018.
- [60] M. Martínez-Corral *et al.*, "From the plenoptic camera to the flat integral-imaging display", en *Proc. SPIE 9117, Three-Dimensional Imaging, Vis. Disp. 2014*, vol. 9117, p. 91170H, 2014
- [61] P. Kopycki *et al.*, "Examining the utility of pinhole-type screens for lightfield display", *Opt. Express*, vol. 29, n.º 21, pp. 33357-33366, 2021.
- [62] R. Hartley y A. Zisserman, Multiple View Geometry in Computer Vision, 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004
- [63] S.-H. Hong, J.-S. Jang y B. Javidi, "Three-dimensional volumetric object reconstruction using computational integral imaging", *Opt. Express*, vol. 12, n.<sup>o</sup> 3, pp. 483-491, 2004.
- [64] H. Arimoto y B. Javidi, "Integral three-dimensional imaging with digital reconstruction", Opt. Lett., vol. 26, n.º 3, pp. 157-159, 2001.
- [65] R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, A. Pons, B. Javidi y M. Martínez-

Corral, "Facet braiding: a fundamental problem in integral imaging", *Opt. Lett.*, vol. 32, n.º 9, pp. 1078-1080, 2007.

- [66] H. Navarro *et al.*, "Method to Remedy Image Degradations Due to Facet Braiding in 3D Integral-Imaging Monitors", *J. Disp. Technol.*, vol. 6, n.º 10, pp. 404–411, 2010.
- [67] H. Navarro, R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, M. Martínez-Corral y B. Javidi, "3D integral imaging display by smart pseudoscopic-to-orthoscopic conversion (SPOC)", *Opt. Express*, vol. 18, n.º 25, pp. 25573-25573, 2010.
- [68] J.-H. Jung, J. Kim y B. Lee, "Solution of pseudoscopic problem in integral imaging for real-time processing", *Opt. Lett.*, vol. 38, n.º 1, pp. 76-76, 2013.
- [69] J.-Y. Jang y M. Cho, "Orthoscopic real image reconstruction in integral imaging by rotating an elemental image based on the reference point of object space", *Appl. Opt.*, vol. 54, n.º 18, pp. 5877–5881, 2015.
- [70] B. Javidi y J.-S. Jang, "Improved viewing resolution of threedimensional integral imaging by use of nonstationary micro-optics", *Opt. Lett.*, vol. 27, n.º 5, pp. 324–326, 2002.
- [71] J. Wang, X. Xiao, G. Yao, A. Stern y B. Javidi, "Synthetic aperture integral imaging display with moving array lenslet technique", *J. Disp. Technol.*, vol. 11, n.º 10, pp. 827–833, 2015.
- [72] J. Arai, H. Hoshino, M. Okui y F. Okano, "Effects of focusing on the resolution characteristics of integral photography", J. Opt. Soc. Am. A, vol. 20, n.º 6, pp. 996-1004, 2003.
- [73] R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, M. Martínez-Corral y B. Javidi, "Enhanced depth of field integral imaging with sensor resolution constraints", *Opt. Express*, vol. 12, n.º 21, pp. 5237-5242, 2004.
- [74] M. Martínez-Corral, B. Javidi, R. Martínez-Cuenca y G. Saavedra,
   "Integral imaging with improved depth of field by use of amplitudemodulated microlens arrays", *Appl. Opt.*, vol. 43, n.º 31, pp. 5806-5813, 2004.

- [75] R. Martinez-Cuenca, G. Saavedra, M. Martinez-Corral y B. Javidi, "Extended depth-of-field 3-D display and visualization by combination of amplitude-modulated microlenses and deconvolution tools", *J. Disp. Technol.*, vol. 1, n.<sup>o</sup> 2, pp. 321–327, 2005.
- [76] A. Tolosa *et al.*, "Optical implementation of micro-zoom arrays for parallel focusing in integral imaging", *J. Opt. Soc. Am. A Opt.*, vol. 27, n<sup>o</sup> 3, pp. 495-500, 2010.
- [77] J. Bahram, M. Martínez-Corral, R. Martinez-Cuenca y G. Saavedra-Tortosa, "Three-dimensional imaging apparatus", Patent US2009/0262182, 2009.
- [78] M. Ziegler, R. op het Veld, J. Keinert y F. Zilly, "Acquisition system for dense lightfield of large scenes", en 2017 3DTV Conference: The True Vision - Capture, Transmission and Display of 3D Video (3DTV-CON), IEEE, pp. 1–4, 2017.
- [79] T. S. Scheimpflug, "Improved method and apparatus for the systematic alteration or distortion of plane pictures and images by means of lenses and mirrors for photography and for other purposes", Patent GB190401196A, 1904.
- [80] V. Vaish et al., "Synthetic aperture focusing using a shear-warp factorization of the viewing transform", en Proc. 2005 IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit. Work., IEEE, p. 129, 2005.
- [81] T. Georgiev y T. Battula, "Method and apparatus for computational scheimpflug camera", Patent US2017/0180618 A1, 2017.
- [82] T. D. Raymond y R. J. Copland, "System and method for corneal pachymetry using plenoptic imaging", Patent US 9,161,688 B2, 2015.
- [83] J. B. Pawley, Handbook of biological confocal microscopy, 3rd ed. New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2006.
- [84] H. A. Eltoukhy y S. Kavusi, "A computationally efficient algorithm for multi-focus image reconstruction", en *Proc. SPIE 5017, Sensors Camera Syst. Sci. Ind. Digit. Photogr. Appl. IV*, vol. 5017, 2003.

- [85] G. Pajares y J. M. de la Cruz, "A wavelet-based image fusion tutorial", *Pattern Recognit.*, vol. 37, n.<sup>o</sup> 9, pp. 1855–1872, 2004.
- [86] Q. Zhang y B. Guo, "Multifocus image fusion using the nonsubsampled contourlet transform", *Signal Processing*, vol. 89, n.º 7, pp. 1334–1346, 2009.
- [87] N. Incardona, S. Hong, M. Martínez-Corral y G. Saavedra, "New method of microimages generation for 3D display", *Sensors (Basel).*, vol. 18, n.º 9, p. 2805, 2018.
- [88] A. Mousnier, E. Vural y C. Guillemot, "Partial light field tomographic reconstruction from a fixed-camera focal stack", 2015. arXiv:1503.01903.
- [89] C. Liu, J. Qiu y M. Jiang, "Light field reconstruction from projection modeling of focal stack", *Opt. Express*, vol. 25, n.<sup>o</sup> 10, pp. 11377-11388, 2017.
- [90] P.-Y. Hsieh *et al.*, "Long working range light field microscope with fast scanning multifocal liquid crystal microlens array", *Opt. Express*, vol. 26, n.º 8, pp. 10981-10996, 2018.
- [91] Y. Lei *et al.*, "An electrically tunable plenoptic camera using a liquid crystal microlens array", *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 86, n.º 5, p. 053101, 2015.
- [92] B. Berge and J. Peseux, "Variable focal lens controlled by an external voltage: An application of electrowetting", *Eur. Phys. J. E*, vol. 3, n.º 2, pp. 159–163, 2000.
- [93] A. Froumkine, "Couche double. Électrocapillarité. Surtension", Actualités Scientifiques, vol. 373, n.º 1, pp. 5-36, 1936.
- [94] B. Berge, "Électrocapillarité et mouillage de films isolants par l'eau", C.
   *R. Acad. Sci. Ser. II*, vol. 317, n.º 2, pp. 157–163, 1993.
- [95] H. Choi, S.-W. Min, S. Jung, J.-H. Park y B. Lee, "Multiple-viewing-zone integral imaging using a dynamic barrier array for three-dimensional displays", *Opt. Express*, vol. 11, n.º 8, pp. 927-932, 2003.
- [96] Y. Kim et al., "Viewing-angle-enhanced integral imaging system using a

curved lens array", Opt. Express, vol. 12, n.º 3, pp. 421-429, 2004.

- [97] B. Yan *et al.*, "A flipping-free 3D integral imaging display using a twiceimaging lens array", *Opt. Express*, vol. 27, nº 22, pp. 32810–32822, 2019.
- [98] G. Park, J. Hong, Y. Kim y B. Lee, "Enhancement of viewing angle and viewing distance in integral imaging by head tracking", en Advances in Imaging, OSA Technical Digest, OSA, paper DWB27, 2009.
- [99] X. Shen, M. Martinez Corral y B. Javidi, "Head tracking threedimensional integral imaging display using smart pseudoscopic-toorthoscopic conversion", *J. Disp. Technol.*, vol. 12, n.º 6, pp. 542–548, 2016.
- [100] Á. Tolosa *et al.*, "Enhanced field-of-view integral imaging display using multi-Köhler illumination", *Opt. Express*, vol. 22, n.º 26, pp. 31853-31863, 2014.
- [101] R. R. Hainich y O. Bimber, Displays: fundamentals and applications, 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, cap 7, 2016.
- [102] J. Chen, W. Cranton y M. Fihn, Handbook of visual display technology, Springer Berlin, Heidelberg, vol. 1–4. 2012.
- [103] A. Köhler, "Ein neues Beleuchtungsverfahren für mikrophotographische Zwecke", Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie und für Mikroskopische Tech., vol. 10, n.º 4, pp. 433–440, 1893.
- [104] M. G. Lippmann, "Relations entre les phénomènes électriques et capillaires", Ann. Chim. Phys., vol. 5, nº 28, pp. 494-549, 1875.