

3. Frammento di tabella aritmetica dalla collezione di Vienna*

Giuseppina Azzarello (Udine)

Abstract: *Edition of a papyrus fragment from the Vienna collection, which contains a multiplication table (7x4 and 7x5 with inversions). Writing, content and the presence of a mistake suggest that the papyrus is a school exercise.*

Keywords: *Multiplication table, school, mathematics*

P.Vindob. G 42410

3,9 x 4,9 cm
tavola II

Herakleopolites?
V–VI sec.?

Il frammento, di piccole dimensioni, appare lacunoso nella parte superiore, nella quale le fibre orizzontali sono del tutto scomparse e della quale restano nella parte centrale solo alcune strisce verticali dello strato sottostante per un'altezza massima di ca. 2,8 cm. La metà inferiore risulta invece lievemente danneggiata in alto a destra, dove la mancanza di una piccola porzione di superficie ha compromesso la parte destra, la parte centrale e la metà superiore delle ultime lettere del r. 1. Inoltre una piccola lacuna corrispondente ad un rettangolino di superficie è visibile appena al disopra dell'ultima lettera del r. 3.

La scrittura è incerta; le lettere, solitamente staccate tra loro, sono grandi e irregolari sia nel modulo che nella forma. Irregolarità di modulo si riscontrano p.es. al r. 2, dove la seconda ϵ appare ben più grande della precedente, e al r. 3, in cui ζ appare più piccolo rispetto a quelli dei righi precedenti. Irregolarità di forma si osservano invece p.es. negli ζ al r. 1, il primo dei quali ha un tratteggio regolare, il secondo invece presenta il tratto di base di andamento obliquo ascendente da sinistra verso destra; inoltre nei due ϵ del r. 3, il cui tratto mediano è estremamente allungato verso l'alto tanto che la lettera assomiglia ad uno ν .

Caratteristiche appaiono comunque la forma dell' ϵ in due tempi, con allungamento del tratto centrale, e quella del λ con il tratto obliquo destro incurvato verso l'alto. Esse suggeriscono di datare il papiro al V–VI sec. In special modo la forma dell' ϵ ricorda il cosiddetto stile eracleopolita, cfr. da ultimo H. Harrauer, *Handbuch der griechischen Paläographie*, Stuttgart 2010, Textband, 77–78 e Tafelband, specialmente tav. 214 (SPP XX 123 del 28 marzo 445, cfr. BL VII 263) e 227

* Ringrazio l'ex direttore della Papyrussammlung della Österreichische Nationalbibliothek, H. Harrauer per avermi affidato lo studio di questo papiro nel lontano 1998 e l'attuale direttore, B. Palme, per avermi concesso di pubblicarlo in questa sede. Devo inoltre l'immagine digitale alla gentilezza di Cl. Kreuzsaler.

(SPP XX 130 del 26 maggio 505 o 506, cfr. Bagnall/Worp, CSBE², 33). Una provenienza del papiro dall'Herakleopolites potrebbe anche trovare conferma nella notizia riguardante il suo acquisto. Come mi comunica gentilmente Cl. Kreuzsaler, che ringrazio, il frammento appartiene infatti all'„Alter Bestand“, quindi forse all'„Erster Fayumer Fund“, i cui papiri risultano solitamente originari dell'Arsinoites o appunto dell'Herakleopolites, cfr. H. Loebenstein, P.Rain. Cent., p. 4. L'irregolarità della scrittura indebolisce tuttavia qualsiasi ipotesi di attribuzione cronologica e spaziale.

Il frammento contiene tre righe di scrittura. In essi il numero 7 (ζ) viene moltiplicato per i numeri 4 (δ) e 5 (ϵ) ed ogni operazione è seguita dalla prova di verifica, che consiste nella moltiplicazione inversa dei fattori. Al r. 1 sono contenute sia la moltiplicazione che la sua prova (quindi sia 7×4 che 4×7), anche se il risultato della prima appare incompleto (cfr. sotto, comm. *ad loc.*). I righe successivi riportano invece ognuno una sola operazione (quindi rispettivamente 7×5 e 5×7). I righe sono disseminati di tracce di inchiostro: alcune di queste, particolarmente marcate, destano il dubbio che si tratti effettivamente di lettere significative per il testo. Tuttavia, data la mancanza di un collegamento evidente con la tabella, esse non saranno trascritte ma solo discusse in commento, cfr. *infra*.

Il contenuto dei righe superstiti suggerisce che il papiro riportasse originariamente una tabella di moltiplicazioni relativa al numero 7. A giudicare dai paralleli, essa iniziava dalla moltiplicazione di quest'ultimo con il numero 1, cfr. p.es. P.Rain. Unterricht 154, col. I–II (VII sec.). È dunque probabile che nella parte iniziale della tabella fossero contenute le moltiplicazioni comprese tra 7×1 e 7×3 nonché le loro prove di verifica: dal momento che in questo tipo di tabelle la prova relativa alla moltiplicazione per il numero 1 talora non veniva eseguita (cfr. p.es. P.Rain. UnterrichtKopt. 309, p. 3, col. II 19 [XI sec.]), essa avrebbe quindi potuto contenere cinque o sei operazioni. Considerato che ogni operazione e l'interlinea che la segue occupano un'altezza di ca. 0,7 cm e che la parte superiore del foglietto era alta almeno 2,8 cm (cfr. sopra), è possibile che tutte queste operazioni si trovassero nella porzione di papiro perduta al di sopra dei righe superstiti e della quale resta ancora qualche fibra verticale. Considerato, infatti, che un rigo poteva contenere sia la moltiplicazione che la prova, le cinque o sei operazioni mancanti avrebbero potuto essere distribuite in tre righe ($0,7 \text{ cm} \times 3 = 2,1 \text{ cm}$), nel qual caso almeno due righe avrebbero contenuto sia la moltiplicazione che la sua inversione, oppure in quattro righe ($0,7 \text{ cm} \times 4 = 2,8 \text{ cm}$), nel qual caso invece almeno un rigo avrebbe contenuto due operazioni. Se la ricostruzione è corretta, la tabella di moltiplicazioni iniziava nella colonna riportata dal frammento.

Dal momento che le operazioni visibili sono complete e che i bordi sinistro e destro del frammento appaiono alquanto regolari (eccetto per le lacune descritte sopra), verrebbe da pensare che i bordi laterali della colonna o persino del frammento siano preservati. A riprova di ciò, si potrebbe addurre il fatto che la moltiplicazione relativa al 5 e la sua prova siano state scritte in due righe

successivi (rr. 2–3) nonostante alla fine del r. 2 vi fosse ancora spazio dopo l'ultima cifra, e non una di seguito all'altra, come accade invece al r. 1 per la moltiplicazione relativa al numero 4. Ciò infatti non sarebbe accaduto nel caso in cui lo scriba al r. 2 avesse avuto a disposizione una maggiore superficie di papiro rispetto a quella visibile.

Non è invece possibile stabilire con sicurezza se si sia conservato anche il margine inferiore: sebbene infatti nessun segno di inchiostro sia visibile al di sotto del r. 3 (ma cfr. sotto, comm. a r. 3), ciò potrebbe essere dovuto all'andamento irregolare della scrittura che si presenta inclinata da sinistra verso destra. Nel caso in cui il frammento riportasse effettivamente il margine inferiore e la ricostruzione proposta prima per la parte superiore fosse corretta, la colonna sarebbe alta 4,9 cm e conterrebbe 6–7 righe.

Per ciò che riguarda poi le operazioni che seguivano a quelle riportate dal frammento, sulla base dei paralleli ci si aspetterebbe che la tabella continuasse fino almeno alla moltiplicazione di 7×9 (cfr. il già citato P.Rain. Unterricht 154) o, più probabilmente, di 7×10 (cfr. p.es. T.Varie 22, lato A [17–22 marzo 544]), e quindi per almeno altre sette oppure nove operazioni, cioè le moltiplicazioni comprese tra 7×6 e 7×9 o 7×10 e le rispettive prove di verifica: la moltiplicazione corrispondente al quadrato del numero (nel nostro caso: 7×7) non viene infatti invertita nelle tabelle di questo genere, cfr. i paralleli sopra citati. A seconda se lo spazio visibile sotto al r. 3 sia o meno il margine inferiore del frammento, queste sette o nove operazioni potevano trovarsi al di sotto dei righe conservati oppure in una colonna accanto ad essi (ma cfr. sopra, sulla possibilità che il frammento sia completo a destra). In quest'ultimo caso, considerato che la prima colonna della tabella conterrebbe 6–7 righe (cfr. *supra*), anche la seconda colonna non dovrebbe ospitarne più di tanti: la distribuzione di sette o nove operazioni in 6–7 righe appare del resto perfettamente plausibile, visto che, come si è detto, in un rigo potevano trovarsi sia la moltiplicazione che la sua inversione.

Liste di moltiplicazioni di diverse tipologie si trovano in D.H. Fowler, *A Catalogue of Tables*, ZPE 75 (1988) 278–279 (Nr. 51, 52, 54, 55, 57–59, 61, 64) e *id.*, *Further Arithmetical Tables*, ZPE 105 (1995) 225–228 (Nr. 70, 74, 79, 101, 102, 104–106)¹ con integrazioni e aggiornamenti in G. Azzarello, *P.Harrauer 3*, p. 22 con n. 7–9. Alle serie di moltiplicazione lì elencate si aggiunga ora SB XXVI 16603 (VII sec.).

Le tabelle relative al 7 che seguono lo schema del papiro qui edito – con o senza inversione dell'operazione – sono (non tutte risultano però complete): P.Mich. XV 686, col. III 17–20 (con tracce nei righe seguenti) = Fowler nr. 22 (Karaniš; II–III sec.); P.Rain. Unterricht 152, fr. a, col. I 1–3 = Fowler nr. 57 (Soknopaiu Nesos; II–III sec.); SB XX 14647, col. VIII 1 – IX 4 (con inversioni) = Fowler nr. 54 (Saqqara; V–VI sec.); P.Rain. UnterrichtKopt. 316, col. II–III = Fowler nr. 50 (Wadi Sarga; V–VII sec.); P.Rain. UnterrichtKopt. 317 (con inversioni) = Fowler nr. 50 (Wadi Sarga; V–VII sec.); T.Louvre Inv. MND 551 B

¹ Il nr. 105 è ora SB XXII 15555.

7 recto, col. II (P. Cauderlier, *Quelques tablettes, quelques cahiers, et des palettes* in: M. Capasso/G. Messeri Savorelli/R. Pintaudi [curr.], *Miscellanea Papyrologica* in occasione del bicentenario dell'edizione della Charta Borgiana I [Pap.Flor. XIX], Firenze, 1990, 131–132) (fine VI sec.); T.Moen Inv. Nr. 601, lato 2, col. II 8 – IV 3 (ed.: P.J. Sijpesteijn, *A Wax Tablet in the Moen Collection*, *Stud. Pap.* 21 [1982] 13–14) (Abu el-Fadl; VI–VII sec.); P.Rain. Unterricht 154, p. 1, col. I–II (con inversioni) = Fowler nr. 59; P.Rain. UnterrichtKopt. 312, col. II 8–17 = Fowler nr. 91 (X sec.); P.Rain. UnterrichtKopt. 309, p. 3, col. II (con inversioni) = Fowler nr. 87.

La funzione delle tabelle aritmetiche non è facile da determinare. Esse possono infatti provenire dall'ambiente della scuola, sia che si tratti di esercizi di scolari sia che si tratti di modelli vergati da maestri o appartenenti a manuali da utilizzare durante la lezione. Altrimenti è anche possibile che le tabelle provengano da uffici contabili appartenenti alla sfera pubblica o a quella privata e che venissero utilizzate dagli impiegati nello svolgimento del loro lavoro. La propensione per la prima o la seconda ipotesi dipende volta per volta dagli indizi offerti dal testo in esame, come la regolarità della scrittura e del formato e la complessità delle operazioni in esso contenute. Per ciò che riguarda il nostro frammento, la scrittura incerta, il formato irregolare, le probabili sbavature di inchiostro nonché la presenza di una svista, dovuta forse ad un errore di copiatura (r. 1, cfr. *supra* e *infra*, comm. *ad loc.*), e la semplicità delle operazioni suggeriscono che il papiro riporti un testo scolastico.

- - - - -
 ζδ κ<η> δζ κη
 ζε λε
 3 εζ λε
marginē?

...
 7 x 4 = 2<8>; 4 x 7 = 28
 7 x 5 = 35
 5 x 7 = 35

1 κ<η>: Accanto all'obliqua inferiore del κ si vedono tracce di inchiostro che, combinate, potrebbero ricordare un piccolo δ: tuttavia la dimensione decisamente inferiore rispetto alle lettere del testo e il fatto che un eventuale numero 4 in questo punto non avrebbe alcuna funzione nella tabella, suggeriscono che le tracce in questione siano solamente sbavature di inchiostro e non facciano parte del testo. Simili tracce si scorgono del resto in prossimità della lettera precedente e della fine del rigo nonché in diversi punti ai rr. 2 e 3, cfr. *infra*, comm.

Il fatto che il risultato della moltiplicazione manchi di una cifra (κ invece di κη), mentre il risultato della prova sia stato scritto correttamente, potrebbe sugge-

rire che la svista sia dovuta non ad un errore di conto ma ad uno sbaglio di copiatura.

2 Piccoli tratti di inchiostro sono visibili dopo ζ, sotto all'asta centrale del primo ε e accanto a quelle centrale ed inferiore del secondo. Si tratta con ogni probabilità di segni dovuti a sbavature di calamo o ad impressioni da altra superficie, cfr. anche comm. a rr. 1 e 3.

3 Al di sotto dello spazio tra il primo ε e ζ, sul bordo inferiore del frammento, sembra di vedere un piccolo segno di inchiostro di andamento verticale, lievemente discendente verso destra. Più avanti, direttamente sotto al λ grossolani segni orizzontali (con tendenza obliqua ascendente da sinistra verso destra) sembrano voler chiudere la lettera in un δ e, prima del successivo ε, si scorge ancora un trattino orizzontale. È probabile che in tutti questi casi si tratti di sbavature d'inchiostro senza significato per il testo, come se ne scorgono anche ai righi precedenti (cfr. *supra*, comm.). Lo stesso potrebbe dirsi per la linea obliqua discendente da sinistra verso destra che si vede alla fine del rigo, dal momento che essa presenta evidenti sbavature di inchiostro nella parte centrale. Meno probabile è che si tratti di un segno riempitivo o di separazione tra operazioni, dal momento che tali segni solitamente si trovano alla fine di una serie di moltiplicazioni e hanno andamento orizzontale oppure separano le colonne in forma di linee verticali continue, cfr. p.es. la già menzionata tabella di moltiplicazioni P.Rain. UnterrichtKopt. 309, p.es. p. 5 con Tafel 115.

Più difficile da spiegare è il trattino orizzontale lievemente obliquo ascendente da sinistra verso destra, visibile sul bordo della piccola lacuna che sormonta il secondo ε (cfr. *supra*, introd.). Il fatto che quest'ultimo sia particolarmente basso rispetto alle lettere precedenti potrebbe suggerire che si tratti dell'inizio di una lettera (forse proprio di un ε) poi interrotta. Ma tale ipotesi non è soddisfacente, dal momento che anche gli altri righi della tabella presentano un'inclinazione verso destra nella parte finale, si cfr. p.es. l'ultimo ε del r. 2, più basso rispetto al λ precedente.

Invece, il trattino quasi orizzontale e quello lievemente obliquo discendente da sinistra verso destra che lo interseca, visibili al di sotto della piccola lacuna al di sopra dell'ε potrebbero appartenere a quest'ultima lettera, cfr. nell'ultimo ε del r. 2 l'incurvatura verso l'interno del tratto superiore e il piccolo apice obliquo con cui termina quello inferiore.