

La corrispondenza epistolare Brioschi - Genocchi

Nota di Luciano Carbone,¹ Anna Maria Mercurio,² Franco Palladino,² Nicla Palladino²

Presentata dal socio Luciano Carbone
(Adunanza del 9 giugno 2006)

Key words: *Annali di matematica*; equazioni algebriche di quinto grado; risorgimento italiano; insegnamento nell'Italia unita.

Riassunto – L'occasione che dà inizio alla corrispondenza epistolare Brioschi-Genocchi è la riorganizzazione degli *Annali di Scienze matematiche e fisiche* (gli *Annali di Tortolini*), trasformati negli *Annali di matematica pura ed applicata* e pensati come la rivista di matematica rappresentativa dell'Italia che si andava unificando. Ma molti altri argomenti sono trattati in queste lettere, il principale è dato dalle ricerche di Brioschi, contemporanee di quelle svolte da Hermite e da Kronecker, tese ad ottenere una *soluzione effettiva* di un'equazione algebrica di quinto grado, data nella sua forma generale, con l'ausilio delle funzioni ellittiche. Si trovano, inoltre, una dettagliata relazione riguardante il famoso viaggio d'istruzione in Germania e in Francia, del 1858, compiuto da Brioschi, Betti e Casorati, riferimenti alla fondazione dell'Istituto Tecnico Superiore (il celebrato Politecnico) di Milano e all'insegnamento della matematica nelle scuole e nelle università italiane; un insieme di argomenti che, per le loro caratteristiche, collocano questa corrispondenza nel pieno del clima risorgimentale e, più precisamente, nella fase di costituzione e di partenza dell'Italia unita.

1 - INTRODUZIONE

Un “matematico puro” capace di prestarsi ai calcoli più complicati e, nello stesso tempo, un “matematico applicato”, dedito all'insegnamento di meccanica razionale e tecnica, scienze delle costruzioni e idraulica; un uomo dinamico, capace di scrutare orizzonti ampi, pronto alle più diverse iniziative, determinato, in qualche caso disinvolto, altre volte generoso, dal ritmo di vita effervescente; questo è ciò che si coglie dal gruppo di scritti, sessantanove, indirizzati da Francesco Brioschi ad Angelo Genocchi, che vanno dagli inizi di Maggio del 1857 al 1886 ma che risultano addensati –circa quarantasei– sostanzialmente tra il 1857 e il 1865. Scritti appartenenti tutti quanti al «Fondo Siacci», conservato presso la Biblioteca del Dipartimento di Matematica e Applicazioni “R. Caccioppoli” dell'Università “Federico II” di Napoli, e ai quali si sono allegate le quattro lettere di risposta di Genocchi reperite nel «Fondo Brioschi» che sta presso la Biblioteca Centrale della Facoltà di Ingegneria del Politecnico di Milano.

Ricerca matematica, quella di Brioschi, tesa principalmente a trovare (con un approccio che si potrebbe definire “multisetoriale”, nell'ambito delle matematiche), la “*soluzione effettiva*” (lettera 43, del 21 Settembre 1865), o diretta, di un'equazione algebrica, completa, di quinto grado con l'ausilio delle funzioni ellittiche e con l'annesso progetto, rivelato da Brioschi e di cui non si aveva notizia, di pubblicare un libro sull'argomento: “*Vi aggiungo anche che varj risultati sulle equazioni di quinto grado che avrei in pronto non li pubblicai prima, perché mi ero fisso di voler pubblicare un libro su questo argomento*” –lettera 42, di Brioschi a Genocchi, del 10 Luglio 1865–, progetto che non verrà mai realizzato. E, intorno a questo tema di ricerca, egli descrive gli aspetti essenziali (ancora lettera 43) sia dei metodi seguiti da Kronecker e da Hermite (con questi illustri studiosi egli è in corrispondenza epistolare), esposti nelle loro pubblicazioni del 1858, sia dei propri studi, pubblicati a partire dallo stesso anno:

“*In questo momento sono occupato di matematiche [...]. L'argomento è sempre la risoluzione delle equazioni del quinto grado, e precisamente la effettiva soluzione. Voi sapete che l'Hermite diede questa risoluzione supponendo l'equazione di quinto grado trasformata secondo Jerrard; il Kronecker propose un altro metodo, superiore al primo perché diretto, ma nel quale la soluzione è piuttosto indicata che effettuata; io allegai quest'ultimo metodo nella prima memoria del 58 [vale a dire nel lavoro ‘Sul metodo di Kronecker per la risoluzione delle equazioni di quinto grado’, n.d.r.], poi accennai alla soluzione effettiva nella memoria sulla risolvibile di Malfatti [cioè in ‘Sulla risolvibile di Malfatti per le equazioni di quinto grado’, che è del 1863, n.d.r.]; ed ora sono occupato ad eseguire i calcoli dietro quel concetto.*”

¹ Dipartimento di Matematica e Applicazioni “R. Caccioppoli” – Università degli Studi di Napoli “Federico II”.

² Dipartimento di Matematica e Informatica – Università degli Studi di Salerno.

Attività organizzative, condotte da Brioschi, che annoverano, per iniziare, la possibile edizione di un *“giornale matematico italiano da surrogarsi agli Annali del Tortolini [sono gli Annali di Scienze matematiche e fisiche che uscivano a Roma, capitale dello Stato Pontificio, n.d.r.], quando non potesse essere la continuazione di questi”* (lettera 1, del 6 Maggio 1857); cosa che sarà compiuta procedendo secondo quest’ultima alternativa.

Tra le attività, promosse da Brioschi, si può includere ancora il famoso viaggio d’istruzione fatto in compagnia di Enrico Betti e Felice Casorati attraverso gli stati e le città della Germania e in Francia. La lettera 22 (9 Novembre 1858) che lo descrive (partirono il 20 Settembre del 1858, ritornarono in Italia il 29 Ottobre successivo) rappresenta forse il documento più dettagliato che, al riguardo, sia stato fino ad ora pubblicato: *“[...] abbiamo tenuto questa via: Zurigo, Monaco, Lipsia, Dresda, Berlino, Gottinga, Heidelberg, Carlsruhe, Strasbourg, Parigi. [...]”*. Il viaggio, col quale si propende a fissare, convenzionalmente, l’inizio della forte ripresa della ricerca, nelle scienze matematiche, avutasi con l’unità d’Italia, ha, tra gli scopi principali, quello di stabilire rapporti personali diretti e raccogliere idee sugli studi e le istituzioni culturali.

L’esperienza fatta, nel viaggio europeo, sarà senz’altro utile a Brioschi per avviare, nel 1862, l’impresa consistente nella fondazione dell’Istituto Tecnico Superiore (il celebrato Politecnico di Milano, di cui egli fu, a partire dall’anno di apertura dell’Istituto, 1863, e per molti anni a seguire, direttore), dove, nella fase di avvio, egli stesso è costretto a reggere, con generoso impegno, un pesante carico di insegnamenti (ancora lettera 42, del 10 Luglio 1865):

“Pur troppo le occupazioni della mia scuola mi tolgono la possibilità di lavorare come desidererei negli studj di matematica pura; in questi ultimi due anni ho dovuto dedicarmi con lena alle applicazioni, ho dovuto digerire una nuova biblioteca, di letture certamente più facili di quelle alle quali non siamo abituati, ma che però richiede un certo tempo. Oltre che il personale dell’Istituto essendo un po’ ristretto devo fare molte lezioni; dal Novembre al Maggio feci nove ore di lezione per settimana sulle costruzioni e sull’idraulica. Ciò vi spieghi come lavorando come forse non mai in vita mia, pure non arrivo a pubblicare, giacché se giungo anche a qualche risultato non trovo il tempo per renderlo presentabile al pubblico”;

mentre è da tener presente che nella medesima lettera ha già espresso, qualche rigo prima, il suo rammarico nel constatare che le diverse occupazioni istituzionali, compresa la fondazione del Politecnico, lo portano a perdere il filo della propria ricerca scientifica (tendenza che andrà accentuandosi col trascorrere degli anni e con il corrispondente impressionante aumento degli impegni):

“La nota di Jacobi sulla risolvibile del sesto grado mi è sfuggita mentre scriveva quel lavoro sulla risolvibile del Malfatti benché la conoscessi ed altre volte mi avesse occupato. È questa una delle conseguenze della vita che meno dopo il 63, l’aver cioè perduto in parte la memoria delle cose lette da qualche tempo.”

Insieme a tutto ciò, non bisognerebbe dimenticare di considerare l’attività politica, in senso istituzionale, con l’incarico, per esempio, di Segretario generale della Pubblica Istruzione del Regno d’Italia –dal Giugno del 1861 al Dicembre del 1862–, “partitica”, svolta nei circoli liberali, e poi una vasta attività professionale e imprenditoriale che egli, seguendo, si potrebbe dire, una consolidata tradizione familiare, andava sviluppando (essa però non ha particolari riflessi in queste lettere), rivolta specialmente alla costruzione di ferrovie.

Esaminando i primissimi scritti, tra quelli che ora si vengono a pubblicare, sembra che egli riesca a reggere, pur a fatica, tutto il vasto fronte che va dalla ricerca scientifica ai molteplici incarichi istituzionali e politici, con l’aggiunta di varie dosi di immancabili beghe universitarie, di lotte partitiche ed elettorali, allora che è a Pavia, e anche delle forti emozioni (che spesso lo portano a trattenere il fiato) procurategli dalle vicende politiche e dai fatti bellici che ruotano attorno alla Seconda guerra d’indipendenza italiana (conclusasi con la sconfitta austriaca e con la conseguente unione, o annessione, al Regno di Sardegna, di vari stati e regioni della penisola):

“[...] Anche la mia salute è poco buona, il che oltre a tutto il rimanente mi toglie ogni lena di studio. A quanto si dice pare che le probabilità del Congresso [promosso dalla Russia per discutere la “questione italiana”, n.d.r.] vadano ogni giorno diminuendo; a che protrarre più a lungo una guerra impossibile ad evitarsi?” –lettera 28, del 9 Aprile 1859–; *“[...] Io] aveva incominciato a studiare un po’, ma ora sono nuovamente tutto sossopra e non m’occupo che della lettura di giornali politici”* –lettera 30, del 22 Luglio 1859–; *“Da oggi ho deciso di accettare il guanto [di sfida], a ciò mi spinge anche quanto vi ha di meglio in fatto di liberali in Pavia. Ho accettato di farmi promotore di un circolo liberale elettorale, di appartenere ad un comitato per l’emigrazione, alla redazione di un giornale etc.”* –lettera 33, del 14 Dicembre 1859–.

E se pure non con altrettanta fatica, è però con difficoltà che si riesce a seguirlo nella moltitudine di nomi, di fatti e nozioni che Brioschi frettolosamente cita, spesso in forma molto concisa (qualche volta “mangiandosi” le parole) e con grafia non facile a interpretarsi. Anche il suo interlocutore, Genocchi, lo critica sotto questo aspetto e se ne sarà lamentato direttamente, tanto da ricevere perciò le scuse. Infatti, Brioschi gli scrive (lettera 14, dell’11 Maggio 1858):

“Vi ringrazio delle osservazioni che mi fate intorno alla troppa concisione alla quale mi sono abituato; avete ragione; ma credetemi che non ho interamente la colpa di ciò. È una conseguenza del poter occupare solo poche ore allo studio, occupato come sono dalle due ore di scuola quotidiane, e da molte altre incombenze.”

Con le prime lettere, si osserva un Brioschi che mena fendenti, come un ancor giovane spadaccino (egli è nato a Milano nel 1824), contro tutto ciò che egli ritiene essere vecchio e sbagliato, e che vada superato o abbattuto (come si possa fare per degli ostacoli, siano rappresentati da uomini o istituzioni) al fine di organizzare le articolazioni culturali del nuovo stato unitario che si andava prospettando; stato concepito, nel caso, anche come limitato al solo Regno del Nord, formato da Piemonte e Lombardia. Una sorta di regno guida in cui trasferire e accentrare il meglio delle risorse reperibili nella penisola italiana e quindi in grado di poter svolgere un ruolo di riferimento per tutta l’Italia, una volta unita per l’intera sua “espressione geografica” o, eventualmente, solo in parte. Detto per inciso, nell’agire, egli guarda, com’è comprensibile, anche alla sua personale carriera e al connesso, cercato successo.

Così, Brioschi, liberale e partecipe della prevalente linea comportamentale del suo “partito”, ispirata da forte anticlericalismo, avversa il pio ma talvolta troppo audace matematico Francesco Faà di Bruno (scientificamente parlando, sembra che Brioschi abbia facile gioco) dedito alle “*melodie per la madonna*” e all’ “*alta analisi*”, –lettera 1, del 6 Maggio 1857–, e, inoltre, all’impresa –ritenuta particolarmente velleitaria da Brioschi– di “*Studiare in due mesi il calcolo delle probabilità!*” –lettera 9, del 7 Gennaio 1858–. Ma, nel frattempo, Brioschi non mostra di essere impressionato dal fatto che gli *Annali di Tortolini*, guardati quale oggetto da sottrarsi progressivamente dalle mani di Barnaba Tortolini e reintitolati, dal 1858, con la nuova gestione a cui si son voluti associare, più o meno forzatamente, lui stesso, Betti e Genocchi, *Annali di matematica pura ed applicata*, vengano composti nella stamperia della Congregazione “de propaganda fide” cioè del tutt’altro che liberale Sant’Uffizio –lettera 11–.

Brioschi mena pure numerosi colpi di spada contro il suo collega all’Università di Pavia, Gaspare Mainardi, molto più anziano, professore ordinario di Calcolo infinitesimale, profilando, in concreto, accuse di plagio e millanteria: “*Il mio ottimo collega M.[ainardi] mi si dice veda di mal occhio il nostro giornale [Annali di matematica pura ed applicata]; avete le sue ultime famose memorie sull’estensione del metodo di Charpit, e sulla teoria degli invarianti? Nella prima vi posso mostrare 50 errori, nella seconda 50 plaghi e 10 errori. Pare che la vena sia esaurita, giacché da qualche tempo tace*” –lettera 3–; entrando poi dettagliatamente nel merito delle accuse, mediante la lettera qui classificata al n° 4, e formulando valutazioni ora sarcastiche ora sdegnate (n° 8) espresse nei seguenti termini: “*Il Mainardi nella sua memoria «su la teoria generale degli invarianti etc.» vorrebbe far credere che siccome egli non ha potuto istruirsi nelle memorie pubblicate da Cayley e Sylvester nel medesimo giornale di Cambridge; così egli cava dal suo cervello tutto quanto segue nella memoria. [...] L’altra memoria di cui mi parlate «sulla teoria generale delle superficie» (notate bene che egli non pubblica che teorie generali) è un capo d’opera di mala fede, e ignoranza. E ve lo provo. [...] Ma passiamo a quel che l’autore crede di maggior interesse ed ha il coraggio di paragonare alle formule di Gauss pel prodotto dei raggi di curvatura. [...]*”.

Tira le orecchie al Menabrea per il “nuovo principio di Meccanica” –lettera 19, del 6 Agosto 1858– ritenendolo un “controsenso” e, comunque, né originale né ben dimostrato (“*Io oserei dire che il Menabrea avendo di mira di giungere a quel principio ha creduto buono ogni mezzo*”) e al Minich –stessa lettera– per aver presentato, all’Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, “un pacco suggellato che contiene niente meno che la risoluzione per radicali di un’equazione algebrica di grado qualunque” a ciò indotto dalla notizia –scrive Brioschi riportando quanto afferma lo stesso Minich– che l’Hermite aveva “annunziato all’Accademia delle Scienze di Parigi, che un analista alemanno [Kronecker] gli aveva comunicato una elegante soluzione dell’equazione di quinto grado”.

In realtà, l’occasione che fa partire la fitta corrispondenza Brioschi-Genocchi è collegata agli *Annali di Tortolini*, com’è documentato sin dalla prima lettera qui raccolta. Il proponimento, a cui si è accennato, di fondare un “giornale di matematica” da sostituirsi agli *Annali*, o, come possibile alternativa, di inserirsi, più o meno a forza, nella guida dei medesimi *Annali* sarà stato concordato da Brioschi e Genocchi in un incontro da loro avuto precedentemente al 6 Maggio del 1857 (data di stesura di questa prima lettera) nella quale è, infatti, scritto:

“[...] è che desiderava prima avere risposta dal Betti, al quale aveva comunicato il nostro progetto intorno ad un giornale di matematica Italiano da surrogarsi agli Annali del Tortolini, quando non potesse essere una continuazione di questi. Il Betti aderisce completamente a quanto gli ho proposto mostrandosi ben contento si possa finalmente giungere a qualche cosa di meglio.

Domani o dopo al più tardi io scriverò al Tortolini sottoponendogli il progetto; io credo non potrà che aderirvi; ma nel caso il più sfavorevole amasse meglio abbandonare la redazione, ne pubblicheremo uno affatto nuovo a Milano od a Torino dove meglio converrà.”

Tortolini aderisce alla proposta di Genocchi, Brioschi e Betti ma, significativamente, “non ringrazia” – lettera 2, del 28 Maggio 1857–:

“Tre giorni sono ricevetti risposta dal Tortolini. Egli aderisce completamente al nostro progetto sebbene non ci ringrazia di averglielo proposto; egli è anche contento di ridursi quasi a far da amministratore e ci abbandona la parte scientifica; rimborsandoci però di tutte le spese postali che potremo dimostrare. Egli desidera solamente che il giornale porti scritto sul frontespizio «2.a serie in continuazione degli Annali etc. ...».”

Il rapporto con Tortolini sarà, negli anni, sempre un po' conflittuale. Così, per esempio, nella lettera 22, del 9 Novembre 1858, mentre Brioschi, al ritorno del “grande viaggio” attraverso Germania e Francia, afferma con soddisfazione

“il nostro giornale ha al di fuori un credito superiore alla nostra aspettativa, esso è letto tanto in Germania che in Francia. Feci nuovi associati e nuovi collaboratori nel Kronecker, nel Weierstrass, nell'Hesse, nel Lebesgue, nell'Hermite, nel Bonnet. Una breve nota consegnatami dall'Hesse e che tradussi la mandai già al Tortolini; ora ho qui un lavoro del Bonnet di geometria”,

non può reprimere, contemporaneamente, un moto di irritazione verso Tortolini –stessa lettera– che

“non dà ascolto e vuole stampare quelle sue filastrocche senza senso per quanto gli abbia dato consiglio di non farlo. Egli non sa e non comprende un'acca di queste moderne teorie ed è già la terza volta che vuole occuparsene.”

Nella lettera 15, del 12 Maggio 1858, Brioschi aveva già raccomandato a Genocchi:

“[...] in generale è bene che le memorie che pubblichiamo non siano lette prima soltanto da lui.”

Nel cercare una forma d'accordo con Tortolini, si pensa, sin dall'inizio, anche ad una nuova veste editoriale per gli *Annali* –lettera 3, del 6 Luglio 1857– e il pensiero va al *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, fondato nel 1826 da Crelle che l'aveva diretto fino alla sua morte avvenuta nel 1855:

“[...] il sesto del nuovo giornale sia come quello del giornale di Crelle, e la pubblicazione ogni due mesi. Il titolo rimane fissato Annali di Matematica pura ed applicata pubblicati per cura del Prof. B. Tortolini, e compilati dai Proff. Betti, Brioschi, Genocchi, Tortolini. Così o presso a poco ha dichiarato il Tortolini, se avete qualche cosa in contrario fatemelo conoscere.”

E si pensa, tra le altre cose, a possibili “acquisti” –lettera 4, del 29 Luglio 1857–:

“Siete voi in relazione con alcuno dei matematici Napoletani? Se si potessero indurre Trudi, Rubini, Padula a diventare collaboratori dei nuovi annali faremmo un buon acquisto.”

Gli *Annali*, i “nuovi annali”, che assieme all'Istituto Tecnico Superiore di Milano rappresentano alcune delle più importanti iniziative, nelle “scienze pure e applicate”, tendenti a migliorare le condizioni, culturali economiche e sociali della “nuova Italia” per consentirle di assumere “*al di fuori*”, nel “concerto europeo”, un maggior “credito”, offriranno, per il seguito, frequenti occasioni d'incontro tra i tre nuovi “compilatori”, Brioschi, Betti e Genocchi, cosa che è ben evidente nei brani seguenti, appartenenti, rispettivamente, alle lettere del 28 Maggio 1857 (n° 2), del 5 Febbraio 1858 (n° 10) e del 17 Giugno 1860 (n° 35):

“Io crederei utile che fra un mese o due al più avessimo a pubblicare un programma di questo giornale, e spedirne copie ai nostri conoscenti.

Il Tortolini promette anche di far produrre caratteri opportuni; e di accelerare la pubblicazione del volume in corso onde non far ritardare quella del nuovo giornale, essendo conveniente che il primo fascicolo venga pubblicato in Gennaio 1858.

Se fosse possibile trovarci assieme io, voi e Betti prima di quell'epoca almeno per un giorno sarebbe molto opportuno; in quanto a me ciò non potrebbe essere che dalla prima metà di Settembre in avanti e mi pare che dopo quell'epoca voi pure contiate muovervi da Torino.”

“Non ho risposto subito alla vostra lettera giacché era in aspettazione di qualche notizia intorno alla pubblicaz.[ione] del I° fascicolo del nostro giornale, la quale voleva comunicarvi. Finalmente jeri mi giunse una lettera dal Tortolini, che annunzia la pubblicaz.[ione] pel giorno tre del corrente, senza però darmi alcun dettaglio, per cui non so se il vostro lavoro sarà stato pubblicato per intero o solo in parte. Io gli

aveva raccomandato fortemente che questo fascicolo fosse composto di nove fogli, giacché uno va perduto pel frontespizio e prefazione, ma Egli mi scrisse che per molte ragioni non ha potuto farne stampare che otto. Da ciò vedete che incominciamo male, giacché io credo non debbano esservi altre ragioni che il meglio del giornale. E da questo proposito avrei pensato ad un modo di trovarci assieme voi, io e Betti senza molto disagio per ciascuno. Io passerò la settimana detta santa a Genova, se il Betti come è probabile vi scrisse lo potreste fare anche voi?”

“Betti mi scrive esponendomi il suo desiderio che potessimo trovarci assieme queste vacanze qualche giorno per fare qualche nuova combinazione pel giornale; come già vi dissi anch’io credo opportuno questo.”

Altri effetti prodotti dalla cura degli *Annali* saranno rappresentati dal confronto d’opinioni e dall’attenta valutazione degli articoli e dei libri da recensire nella *Rivista bibliografica* dei “*nuovi annali*”, la quale diventerà una sezione, degli stessi *Annali*, utile al fine della divulgazione dei lavori di autori italiani e stranieri e, in più, feconda, dal momento che le recensioni daranno spesso origine a rielaborazioni o alla formazione di nuove idee che saranno ivi esposte. In quest’attività, ma, più in generale, per tutta quanta la propria ricerca in campo matematico, si può dire che Brioschi abbia Genocchi per interlocutore privilegiato.

Nel primo periodo, dell’arco di tempo tracciato da queste lettere, vi è molta attenzione, da parte di Brioschi, anche per la sistemazione accademica dei suoi principali referenti scientifici, “*matematici risorgimentali*” come lui: Betti, Genocchi e Cremona; si nota la costituzione di una sorta di rete fatta di attenzione e concreta solidarietà. Per la cattedra ottenuta da Betti, a Pisa, Brioschi comunica a Genocchi (lettera del 6 Novembre 1857, n° 6):

“Betti fu nominato in questi giorni ad una cattedra di Pisa”;

si compiace, subito poi (lettera 7, del 17 Dicembre 1857), per la cattedra che Genocchi andava a “*reggere*” all’Università di Torino:

“Un amico mi dà in questo momento la notizia della vostra nomina a Prof. dell’Università di Torino, da lui letta sopra un giornale Piemontese.

Non mi congratulo con voi, ma coll’Università, e principalmente col consiglio che finalmente ha dato una prova di non essere completamente cieco”;

ed è particolarmente contento di aver contribuito a portare Cremona all’Università di Bologna (lettera 35, del 17 Giugno 1860), dove con l’acquisto dell’ “*eccellente professore*” partirà, anche se con incedere singhiozzante, l’insegnamento di Geometria superiore nelle università italiane:

“Il prof. Gherardi vi avrà forse detto di come io lo pregassi di aggiungere le mie calde raccomandazioni alle vostre presso il Ministro per ottenere la nomina del Cremona all’Università di Bologna. Con mio grande contento la cosa è riuscita e l’Università di Bologna ha acquistato un eccellente professore, fu fatta una volta almeno giustizia al merito. Ringraziate Gherardi a mio nome.”

Mettendo da parte altre questioni, come per esempio, la conduzione della Società Italiana delle Scienze, detta pure Società dei XL, dove le carenze amministrative, verificatesi sotto la presidenza di Brioschi, suscitarono acute polemiche, i cui riflessi si ritrovano nelle lettere 53, 54, 59 e 60, bisogna segnalare, infine, che non mancano, tra i motivi di principale interesse offerti da questo carteggio, gli interventi nel dibattito, allora molto vivo e coinvolgente, riguardante l’insegnamento della matematica, in particolar modo della geometria, nei licei-ginnasi italiani, dopo l’unificazione (lettera 50 dell’11 Novembre 1869):

“Amerei avere tempo per discutere con voi rispetto all’insegnamento della Geometria nei Licei. Da quanto mi scrivete della vostra corrispondenza coll’Hoüel parmi non siete d’accordo con me, benché non sia esatto che le opinioni dell’Hoüel abbiano influito sopra di me. La mia convinzione sulla convenienza, oserei dire necessità di ritornare al metodo Euclideo nelle scuole classiche è antica; col Cremona, col Betti, se ne discusse molte volte. Se fosse stato in mio potere, io avrei però condotta la cosa in altro modo. Avrei fatta una edizione di Euclide col mio nome, e con quello dei matematici Italiani che sono d’accordo con me, ma avrei lasciato di imporre il metodo coi programmi.

Sgraziatamente mentre nel 1867 mi trovava a Parigi, il Betti dava vita a quel mio divisamento, mentre si pubblicavano i nuovi programmi, ed il Cremona convinto della bontà del metodo credeva convenisse meglio dichiararli in modo ufficiale. È una quistione grossa e che difficilmente può trattarsi per lettera. Soprattutto è necessario porre bene la quistione, e domandarsi quale scopo intendiamo raggiungere coll’insegnamento delle matematiche nelle scuole classiche. Quando saremo d’accordo su questo punto, forse saremo arrivati ad una conciliazione rispetto ai mezzi.”

Passo di lettera che è scritto in risposta a delle considerazioni, irate, fatte da Genocchi in uno scritto che è del giorno precedente (lettera III del 10 Novembre 1869):

“Ho scambiato in queste vacanze due o tre lettere con Hoüel. È un pover'uomo che non sa scrivere due righe senza contraddirsi. Stupisco che da lui vi abbiate lasciato imporre il programma di geometria pe' nostri licei.”

Vi sono, in successione, altre due lettere di Brioschi su questo argomento, nella 51 è scritto:

“Il postulato d'Euclide ha irritato nuovamente i vostri nervi, e vi scagliate nuovamente contro quei poveri programmi ed il loro Autore, e tutto ciò a proposito di una lettura del Sylvester, che io non conosco, ma che sarà senza alcun dubbio la cosa più matta del mondo. Io mi persuade ogni giorno più, credo avervelo già scritto, che le quistioni di pubblico insegnamento sono fra le più delicate e per risolvere le quali non v'è altra via che la sperimentale. Ora il metodo sperimentale esige molte cautele, cure infinite, lavoro lento etc. etc., tutte cose che non stanno assieme con tanta fretta come quella del Sylvester. Vi ho, parmi, scritto altre volte, che io discuterei volentieri con voi questo soggetto; il quale è vasto e non pare essere compreso nella formula Euclide o Legendre come alcuni credono”;

nella lettera 52, Brioschi tiene a *“fissare chiaramente”*, a futura memoria, la parte da lui avuta nella riforma, da Genocchi *“con tanto accanimento combattuta”*:

“Desidero, anche a costo di sentirmi ripetere che io non conosco la Geometria di Euclide, di fissare chiaramente la parte che io n'ebbi nella riforma da voi con tanto accanimento combattuta. Io sono convinto, convintissimo che nella Scuola Classica la Geometria deve essere insegnata col metodo Euclideo; questa convinzione non è nuova in me; ma si è fatta poi gigante vedendo su qual via era condotto l'insegnamento geometrico in quella scuola pei molti libri pubblicati in Italia ed anche oltre monte.

Quanto vi dissi o scrissi rispetto al modo col quale si introdusse la Geometria di Euclide nei Licei, e della mia lontananza dall'Italia in quel momento, è tutta quistione di forma; la sostanza è che quella Geometria formi la base dell'insegnamento geometrico dei Licei. Del resto voi avete deriso l'Euclide riveduto dal Cremona; eppure io credo che vi è quanto abbiamo di meglio a fare.

Su questo punto dunque noi siamo e saremo in perfetto disaccordo; con questa differenza che io non dubito che voi conosciate l'Euclide, il Legendre e tutta la serie dei libri di geometria stampati in questi anni specialmente in queste provincie; ma dubito abbiate indagato molto sulle infinite quistioni che si presentano in un ordinamento scolastico; mentre voi dichiarandomi ignorante in fatto di Geometria Elementare, credete concludere che io giudichi a priori o per imitazione. Ormai però mi sono formato una reputazione di tenacità, alla quale non voglio rinunciare in questa circostanza. Io non ho consigliato o sconsigliato il Ministero dall'adottare l'Euclide come libro di testo, quindi di questo fatto non sono responsabile; però consiglio ora come consiglierò in seguito i professori dei Licei di approssimarsi quanto più ponno nel loro insegnamento al metodo Euclideo.”

Bibliografia essenziale*

- M. Barile e S. De Nuccio, *Lezioni di Matematica dagli scritti di Évariste Galois*, vol. 1, Trieste, Edizioni Goliardiche, 2004.
- C. Brunati - D. Franchetti - P. Papagna - P. Pozzi (a cura di), *Francesco Brioschi e il suo tempo (1824-1897)*, II. *Inventari*, Milano, Franco Angeli, 2000.
- L. Carbone - R. Gatto - F. Palladino (a cura di), *L'epistolario Cremona-Genocchi (1860-1886). La costituzione di una nuova figura di matematico nell'Italia unificata*, Firenze, Olschki, 2001.
- R. Franci - L. Toti Rigatelli, *Storia della teoria delle equazioni algebriche*, Milano, Mursia, 1979.
- Chr. Houzel, *Fonctions elliptiques et intégrales abéliennes*, in J. Dieudonné, *Abrégé d'histoire des mathématiques*, Paris, Hermann, 1978, due tomi, II, cap. VII.
- C. Jordan, *Traité des substitutions et des équations algébriques*, Paris, Gauthier-Villars, 1870.
- C.G. Lacaíta - A. Silvestri (a cura di), *Francesco Brioschi e il suo tempo (1824-1897)*, I. *I Saggi*, Milano, Franco Angeli, 2000.
- M. Nöther, *Francesco Brioschi*, «Mathematische Annalen», v. L (1898), pp.477-491.
- F. Siacci, *Cenni necrologici di Angelo Genocchi*, «Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino», s. II, v. XXXIX, (1889), pp. 463-495.
- L. Toti Rigatelli, *La mente algebrica. Storia dello sviluppo della Teoria di Galois nel XIX secolo*, Busto Arsizio, Bramante Editrice, 1989.
- F. Tricomi, *Funzioni ellittiche*, Bologna, Zanichelli, 1951².
- B.L. van der Waerden, *A History of Algebra*, Berlin - Heidelberg, Springer-Verlag, 1985.
- G. Zappa, *Francesco Brioschi e la risoluzione delle equazioni di quinto grado*, in *Francesco Brioschi (1824-1897). Convegno di studi matematici*, Milano, Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1999, pp. 95-108.

*- Le edizioni concernenti le “opere matematiche”, quando edite, degli autori che appaiono nel carteggio, sono citate, all’occorrenza, nelle specifiche note redatte a pie’ di lettera.

2 – LE LETTERE

1
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 6 Maggio [18]57

Preg.mo Amico

Se ho aspettato a scriverLe fino ad oggi ed a ripeterLe in iscritto le proteste di stima e di simpatia che ebbi il piacere di poterLe fare a voce, si è che desiderava prima avere risposta dal Betti,¹ al quale aveva comunicato il nostro progetto intorno ad un giornale di matematica Italiano da surrogarsi agli *Annali del Tortolini*,² quando non potesse essere una continuazione di questi. Il Betti aderisce completamente a quanto gli ho proposto mostrandosi ben contento si possa finalmente giungere a qualche cosa di meglio.

Domani o dopo al più tardi io scriverò al Tortolini sottoponendogli il progetto; io credo non potrà che aderirvi; ma nel caso il più sfavorevole amasse meglio abbandonare la redazione, ne pubblicheremo uno affatto nuovo a Milano od a Torino dove meglio converrà.

Da qualche tempo la vita matematica non è molto brillante, almeno qui non arrivano giornali; buon per me che occupato da quindici giorni di questioni di meccanica pratica non potrei tenervi dietro.

Però in questo mese mi giunse il 5° fascicolo del *Quarterly Journal* del Sylvester³ il quale giornale credeva avesse cessato di vivere; ed il primo fascicolo 1857 del giornale di Schlömilch.⁴ Le memorie contenute in questo fascicolo del giornale di Sylvester sono di poco interesse meno una memoria dello Schläfli sulle ventisette rette le quali si possono tracciare sopra una superf.[icie] del terzo ordine.⁵ Sono cose per la maggior parte note, ma trattate in modo nuovo ed elegante, analogamente a quanto fece Jacobi nella memoria sulle tangenti doppie.⁶

Finora non mi è occorsa alcuna occasione per mandarLe la memoria del Kronecker⁷ di cui abbiamo parlato, ma se Ella desidera averLa cercherò di procurarmi qualche mezzo a meno che Ella potesse indicarmene qualcuno.

Se per caso Ella dovesse venire alla Stradella⁸ fra qualche tempo, e vi si potesse fermare un Giovedì od una Domenica La prego di farmelo sapere, ché farei in modo di venirvi io pure, onde avere il piacere di trovarmi ancora presto con Lei e combinare alcuni dettagli pel giornale.

E il nostro Faà di Bruno⁹ che fa? con quale successo continua le sue lezioni di *alta analisi*? e le sue melodie per la madonna!

Se posso esserLe utile in qualche cosa, faccia conto sopra di me come su di un amico. La prego di salutarmi il Prof. Chiò,¹⁰ e l'ottimo amico Colombo¹¹

Brioschi

¹ Enrico Betti (1823-1892).

² Gli *Annali*, compilati a cura di Barnaba Tortolini (1808-1874) e editi a Roma dal 1850 al 1865, erano chiamati comunemente *Annali di Tortolini*, ma il loro nome completo era *Annali di Scienze matematiche e fisiche*. Dal 1858 furono associati alla redazione anche Enrico Betti, Francesco Brioschi ed Angelo Genocchi e la rivista assunse allora il nome di *Annali di matematica pura ed applicata*. Nel 1865 le pubblicazioni furono fatte cessare. Ripresero poi a Milano, a partire dal Luglio 1867, ancora col nome di *Annali di matematica pura ed applicata*, sotto la direzione di Francesco Brioschi e Luigi Cremona (1830-1903).

³ Trattasi di *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* la cui pubblicazione ebbe inizio dal 1855 sotto la direzione di James Joseph Sylvester (1804-1851) e Norman Macleod Ferrers (1829-1903). La rivista sostituì il *Cambridge and Dublin Mathematical Journal* fondato nel 1839 da Duncan Farquharson Gregory (1813-1844) e Robert Leslie Ellis (1817-1859).

⁴ Il titolo completo della rivista qui citata è *Zeitschrift für Mathematik und Physik begründet 1856 durch Oscar Xavier Schlömilch* (Leipzig). La fondazione di questo giornale venne fatta da Oscar Xavier Schlömilch (1823-1901), in collaborazione con H. Benjamin Witzschel (1822-1860). Dopo la morte di quest'ultimo, Schlömilch continuò a dirigere il giornale, con altri collaboratori, fino al 1896.

⁵ Ludwig Schläfli (1814-1895). La memoria di Schläfli è: *An attempt to determine the twenty-seven lines upon a surface of the third order, and to divide such surfaces into species in reference to the reality of the lines upon the surface*. Pubblicata originariamente in «*The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics*», 2 (1858), pp. 55-65 e 110-120, fu poi inserita in *Gesammelte mathematische Abhandlungen*, herausgegeben vom Steiner - Schläfli - Komitee der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft, Basel, Birkhäuser, 1950-1956, 3 tomi, II, 1953, pp. 198-216.

⁶ Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851). La memoria è: *Über die Anzahl der Doppeltangenten ebener algebraischer Curven*, «*Journal für die reine und angewandte Mathematik*», Bd. 40 (1850), pp. 237-260. In *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, Berlin, G. Reimer, 8 voll., 1881-1891, t. III, pp. 517-542.

⁷ Leopold Kronecker (1823-1893). Il titolo di questa memoria verrà esplicitato nella nt. 1, lett. 2.

⁸ Nota località a circa venti chilometri da Pavia, sulla via Emilia. È il luogo in cui era nata la madre di Angelo Genocchi, Carolina Locatelli.

⁹ Francesco Faà di Bruno (1825-1888). Egli aveva iniziato a tenere un corso libero di “Alta Analisi e di Astronomia”, presso l’Università di Torino, a partire dal 1857. Lesse la prolusione d’apertura del corso il 27 Febbraio di quell’anno. In parallelo alla sua attività di studioso in scienze matematiche, Faà di Bruno si impegnò molto in opere religiose e caritative. Il 22 Ottobre del 1876 fu ordinato sacerdote. Su Faà di Bruno si segnala il volume *Francesco Faà di Bruno. Ricerca scientifica Insegnamento e Divulgazione*, a cura di L. Giacardi, Torino, Deputazione Subalpina di Storia Patria, 2004.

¹⁰ Felice Chiò (1813-1871).

¹¹ Giuseppe Colombo (1836-1921).

2

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 28 Maggio [18]57

Preg.mo Amico

Permettete che io lasci in disparte i modi cerimoniosi così contrari alle mie tendenze ed alle mie abitudini, ed assumo modi più amichevoli; spero che ciò non vi sarà discaro e farete altrettanto con me nelle vostre lettere.

Col mezzo di vostro cugino vi ho spedito la memoria del Kronecker “De unitatibus complexis”¹ ed il primo fascicolo 1857 del Quarterly Journal² che credo sia l’unico pubblicato in quest’anno. Mi pare che questo mezzo di spedizione, che avete trovato, sia eccellente, e se voi credete che esso non possa tornar incomodo a vostro cugino ne approfitteremo spesso.

Tre giorni sono ricevetti risposta dal Tortolini.³ Egli aderisce completamente al nostro progetto sebbene non *ci ringrazia* di averglielo proposto; egli è anche contento di ridursi quasi a far da amministratore e ci abbandona la parte scientifica; rimborsandoci però di tutte le spese postali che potremo dimostrare. Egli desidera solamente che il giornale porti scritto sul frontespizio “2.a serie in continuazione degli Annali⁴ etc.”.

Io crederei utile che fra un mese o due al più avessimo a pubblicare un programma di questo giornale, e spedirne copie ai nostri conoscenti.

Il Tortolini promette anche di far produrre caratteri opportuni; e di accelerare la pubblicazione del volume in corso onde non far ritardare quella del nuovo giornale, essendo conveniente che il primo fascicolo venga pubblicato in Gennajo 1858.

Se fosse possibile trovarci assieme io, voi e Betti⁵ prima di quell’epoca almeno per un giorno sarebbe molto opportuno; in quanto a me ciò non potrebbe essere che dalla prima metà di Settembre in avanti e mi pare che dopo quell’epoca voi pure contiate muovervi da Torino.

Ho veduto in questi giorni il terzo fascicolo del volume 53 del giornale di Crelle,⁶ contiene due brevi articoli di Jacobi⁷ dall’uno dei quali rilevasi che questo geometra fino dal 1847 conosceva la proprietà della forma quadratica chiamata dal Sylvester⁸ legge d’inerzia.⁹ Vi è una dimostraz.[ione] di questa legge dovuta all’Hermite,¹⁰ ed un articolo del Borchardt sull’applicaz.[ione] della medesima alla ricerca del numero delle radici reali.¹¹ Inoltre un breve articolo del Tchebichef sopra una formola di interpolazione¹² della quale ho mandato jeri una semplicissima dimostrazione al Terquem.¹³

Vi prego di salutare per me il carissimo mio amico Colombo¹⁴ ed il Prof.e Chiò.¹⁵

Se posso essere utile in qualche cosa, disponete di me come di un amico

il Vostro Brioschi

¹ Kronecker, per il quale cfr. nt. 7, lett. 1, compose una dissertazione dal titolo *De unitatibus complexis, dissertatio inauguralis arithmetica quam consensu et auctoritate amplissimi philosophorum ordinis in alma literarum Universitate Friderica Guilelma pro summis in philosophia honoribus rite capessendis, die X M. Septembris a. 1845, H. L. Q. S. publice defendet Leopoldus Kronecker, Ligniciensis. Adversarii erunt: G. Eisenstein Phil. Dr., E. Cauér Phil. Cand., H. Ruehle Med. Cand.*, Berolini [Berlino], 1845, in *Leopold Kronecker’s Werke*, Herausgegeben auf veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften von K. Hensel, Erster Band, Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1895, pp. 5-73. A beneficio del lettore, si vuole segnalare che Kronecker pubblicò nel 1857 l’articolo: *Über complexe Einheiten*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 53, pp. 176-181, inserito in *Leopold Kronecker’s Werke*, opera ora citata, pp. 109-118.

² Cfr. nt. 3, lett. 1.

³ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁴ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁵ Cfr. nt. 1, lett. 1.

⁶ Il riferimento è al *Journal für die reine und angewandte Mathematik herausgegeben zu Berlin von A. L. Crelle*, Berlin, Walter de Gruyter, fondato nel 1826 da August Leopold Crelle (1780-1855) che lo diresse fino alla sua morte. Il periodico veniva citato, durante la direzione di Crelle, anche come *Journal von Crelle* o *Giornale di Crelle*. Dopo la morte di A. L. Crelle, dal 1856 fino al 1880, il giornale fu diretto da Carl Wilhelm Borchardt (1817-1880), di conseguenza veniva chiamato *Giornale di Borchardt*.

⁷ Per Jacobi cfr. nt. 6, lett. 1. I due articoli sono: *Über eine elementare Transformation eines in Bezug auf jedes von zwei Variablen-Systemen linearen und homogenen Ausdrucks* e *Über einen algebraischen Fundamentalsatz und seine Anwendungen*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 53 (1857), rispettivamente pp. 265-270 e 275-280. In *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, cit. nt. 6, lett. 1, t. II, rispettivamente alle pp. 583-590 e 591-598.

⁸ Cfr. nt. 3, lett. 1.

⁹ Sulla legge d'inerzia si cita da E. Pascal, *Repertorio di Matematiche Superiori, II, Geometria*, Milano, Hoepli, 1900, pp. 120-121: «Una forma quadratica può in infiniti modi ridursi ad una combinazione lineare di quadrati (forma canonica): $A_1x_1^2 + A_2x_2^2 + \dots + A_r x_r^2$. Se tale riduzione la si vuol fare con sostituzione ortogonale, cioè in modo che resti inalterata la forma speciale $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_r^2$, allora i coefficienti A_1, A_2, \dots della forma ridotta, sono, con segno contrario, le radici λ dell'equazione

$$\begin{vmatrix} a_{11} + \lambda & a_{12} & a_{13} & \dots \\ a_{21} & a_{22} + \lambda & a_{23} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \text{ Se i coefficienti } a_{ij} \text{ sono tutti reali, le radici } \lambda \text{ di tale equazione sono reali. Per la}$$

trasformazione delle forme quadratiche in un'espressione lineare di quadrati, è interessante il teorema conosciuto sotto il nome di legge d'inerzia delle forme quadratiche. Se una forma quadratica di r variabili a coefficienti reali, si trasforma, con sostituzioni lineari reali, in due modi diversi in espressioni contenenti i soli quadrati delle variabili, il numero dei termini con segno positivo è sempre il medesimo. Questo teorema fu enunciato da Sylvester (*Phil. Mag.*, 1852, II, pag. 138; *Phil. Trans.*, 1853, pag. 407); indi Borchardt fece sapere (*Crelle*, LIII, pag. 275) che una legge simile era già conosciuta da Jacobi fin dal 1847. Sullo stesso teorema si può vedere Hermite (*Crelle*, LIII, pag. 271), Gundelfinger (*Crelle*, XCI), Presle (*Soc. math.*, XV, pag. 179) etc.". In termini aggiornati la legge d'inerzia, legata al nome di Sylvester, afferma, com'è noto: Sia $V(C)$ uno spazio euclideo complesso n -dimensionale e $g(x;x)$ una forma quadratica hermitiana. Con una trasformazione lineare non singolare, $g(x;x)$ può essere posta nella

forma $|n_1|^2 + \dots + |n_p|^2 - |n_{p+1}|^2 - \dots - |n_{p+q}|^2$, dove i numeri p e q (che, eventualmente, possono essere anche nulli) sono invarianti

rispetto al gruppo lineare. L'espressione in p e in q del tipo sopra indicato è una forma canonica per le forme quadratiche rispetto al gruppo lineare. La coppia (p, q) si chiama *segnatura* della forma quadratica e si deduce che due forme quadratiche sono equivalenti rispetto al gruppo lineare se e solo se hanno lo stesso rango e la stessa segnatura". Si ricorda che una forma bilineare $g(x;y)$ su $V(C)$

si dice hermitiana (o di Hermite) se $g(x;y) = \overline{g(y;x)}$ dove $\overline{g(y;x)}$ indica il complesso coniugato di $g(y;x)$.

¹⁰ Charles Hermite (1822-1901). Per la dimostrazione si veda lo scritto *Extrait d'une lettre de M. Ch. Hermite à M. Borchardt sur l'invariabilité du nombre des carrés positifs et de carrés négatifs dans la transformation des polynômes homogènes du second degré*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 53 (1857), pp. 271-274, in *Oeuvres de Charles Hermite*, publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences, par Émile Picard, t. I, Paris, Gauthier-Villars, 1905, pp. 429-433.

¹¹ C. W. Borchardt, *Bemerkung über die beiden vorstehenden Aufsätze*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 53 (1857), pp. 281-283.

¹² Pafnutij L'vovic Cebyšev (o Tchebychef o Tschebischeff) (1821-1894), *Sur une formule d'Analyse*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 53 (1857), p. 286.

¹³ Orly Terquem (1782-1862). Questi, insieme a Camille Gerono (1799-1892), aveva fondato nel 1842 la rivista dal titolo *Nouvelles Annales de Mathématiques*. Dal momento che Terquem tardava a pubblicargli la nota (si veda lettera 12, testo corrispondente alla nt. 10), Brioschi decide di inserirla negli *Annali* (cfr. lett. 14 e relativa nt. 10).

¹⁴ Cfr. nt. 11, lett. 1.

¹⁵ Cfr. nt. 10, lett. 1.

3

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 6 Luglio [1857]¹

Caris.mo Amico

Non imitatemi nel frapporte un mese fra una lettera e l'altra, tanto più che vi prometto emendarmi; almeno a vostro riguardo.

Spero che ora i libri vi saranno stati consegnati, e che conoscerete dove stia il difetto in questo mezzo di trasmissione.

Anch'io desidererei, come i vostri amici di costì, vedervi occupato nell'insegnamento; ma vorrei che la cattedra fosse di sola algebra e geometria complementare.² Io credo che voi non avrete bisogno di raccomandazioni, ma se io potessi col mezzo di De Filippi³ o di Sismonda⁴ o d'altri farvi ottenere questo

posto od almeno aumentare la probabilità che lo conseguiate disponete di me come di un amico. Se questo posto vi deve costare anche qualche sacrificio fatelo per il meglio dell'istruzione; voi sapete meglio di me che costi vi sono molte piaghe e molto a migliorare.

Le combinazioni pel giornale proseguono; ebbi un'altra lettera dal Tortolini⁵ più gentile della prima. Scrisse al Betti,⁶ e forse anche a Voi, in proposito.

Dietro proposta del Betti si è fissato che il sesto del nuovo giornale sia come quello del giornale di Crellé,⁷ e la pubblicazione ogni due mesi. Il titolo rimane fissato Annali di Matematica pura ed applicata⁸ pubblicati per cura del Prof. B. Tortolini, e compilati dai Proff. Betti, Brioschi, Genocchi, Tortolini. Così o presso a poco ha dichiarato il Tortolini, se avete qualche cosa in contrario fatemelo conoscere.

Ho letto la nuova opera del Lamé,⁹ contiene poco di nuovo, meno nell'ultima parte, è però un libro scritto bene, che si legge con piacere. Mi fece stupore il non trovarsi citata una memoria del Jacobi che a mio avviso è il germe di tutte le idee esposte nel libro; cioè l'esprimersi per funzioni inverse i parametri di tre superfici del secondo ordine omofocali. La rappresentazione fisica dipende da questa. La memoria del Jacobi è la seguente "Über eine particuläre Lösung etc." Vol. e 2 delle opere.¹⁰

In questo mese non vidd'altro di nuovo. Ho mandato al Tortolini un breve lavoro sui poligoni inscritti e circoscritti alle coniche;¹¹ cioè sulle condizioni che devono verificarsi affinché gli infiniti poligoni inscrivibili in una conica, siano circoscrivibili ad un'altra. Questo problema è già stato studiato da Cayley¹² e Salmon¹³ in modo differente, e giungono anche a risultati di forma differenti. In questo lavoro facevo vedere che quei risultati si ottengono eseguendo una eliminaz.[ion]e in due modi differenti, e che i risultati medesimi sono paragonabili alle equaz.[ioni] algebriche razionali ed irrazionali che legano gli argomenti nel teorema di Abel.¹⁴

Alcuni giorni sono ricevetti una lettera d'ufficio dal segretario dell'Accademia nella quale mi si partecipa che dietro proposizione di Menabrea¹⁵ e Richelmy¹⁶ fui nominato socio corrispondente dell'Accademia;¹⁷ sapreste dirmi se furono fatte altre nomine di matematici? La proposizione del Prof. e Fenolio¹⁸ ci sarà utilissima, tanto più che la lingua tedesca è poco conosciuta.

Salutatemi gli amici Colombo¹⁹ e Prof. Chiò.²⁰ State sano e conservatemi la vostra amicizia

Brioschi

Il mio ottimo collega M.[ainardi]²¹ mi si dice veda di mal occhio il nostro giornale; avete le sue ultime famose memorie sull'estensione del metodo di Charpit,²² e sulla teoria degli invarianti?²³ Nella prima vi posso mostrare 50 errori, nella seconda 50 plagii e 10 errori. Pare che la vena sia esaurita, giacché da qualche tempo tace.

¹ La lettera è da ritenersi scritta in un anno successivo al 1856, in base al contenuto della lett. 2, Pavia 28 Maggio 1857; essa è poi precedente il 1858 considerato il riferimento al Mainardi contenuto nella lett. 4, Pavia 29 Luglio 1857.

² Angelo Genocchi fu nominato reggente la cattedra di Algebra e Geometria complementare all'Università di Torino nel Novembre del 1857. Diventò titolare nel 1859. Su ciò si veda pure la lettera 7.

³ Filippo De Filippi (1814-1867).

⁴ Eugenio Sismonda (1815-1870).

⁵ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁶ Cfr. nt. 1, lett. 1.

⁷ Cfr. nt. 6, lett. 2.

⁸ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁹ Gabriel Lamé (1795-1870). L'opera è: *Leçons sur les fonctions inverses des transcendentes et les surfaces isothermes*, Paris, Mallet-Bachelier, 1857.

¹⁰ Per Jacobi cfr. nt. 6, lett. 1. La memoria è: *Über eine particuläre Lösung der partiellen Differentialgleichung*

$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 36 (1848), pp. 113-134. In C. G. J. Jacobi's

gesammelte Werke, cit. nt. 6, lett. 1, t. II, pp. 191-216.

¹¹ Il lavoro di cui si parla è: F. Brioschi, *Sui poligoni inscritti e circoscritti alle coniche*, «Annali di Scienze matematiche e fisiche», t. VIII (1857), pp. 119-124, in *Opere matematiche*, Milano, Hoepli, 5 voll., 1901-1909, t. I, pp. 257-262.

¹² Arthur Cayley (1821-1895).

¹³ George Salmon (1819-1904).

¹⁴ Consultando il citato *Repertorio di Matematiche Superiori* di E. Pascal, I, *Analisi*, 1898, pp. 400-403, si vede che il *Teorema di Abel* è così enunciato: "Si abbia una funzione algebrica t sulla superficie di Riemann e di essa sieno $x_1 \dots x_m, y_1 \dots y_m$ rispettivamente i punti-zero, e i punti-infinito (due gruppi di punti corrispondenti); se I è un qualunque integrale abeliano, la somma $\sum_{i=1}^m \int_{y_i}^{x_i} dI$ è una funzione algebrico-logaritmica di t , a meno di multipli interi dei moduli di periodicità di I ". Volendoci mantenere nei "panni" di

Abel, come scrive A. Del Centina (in *La memoria parigina di Abel e la sua importanza per la geometria*, «Lettera matematica pristem», 47, 2003, pp. 45-55) il teorema di Abel si può enunciare secondo la forma seguente: “*Se si hanno più funzioni le cui derivate possono essere radici d’una stessa equazione algebrica, i cui coefficienti sono funzioni razionali d’una stessa variabile, si può sempre esprimere la somma di un numero qualunque di tali funzioni mediante una funzione algebrico-logaritmica, purchè si stabilisca tra le variabili delle funzioni in questione un certo numero di relazioni algebriche*”. Nel lavoro originale di Abel (*Mémoire sur une propriété générale d’une classe très étendue de fonctions transcendentes*, presentato à l’Académie des Sciences di Parigi il 30 Ottobre 1826 e stampato in «*Mémoire présentés par divers savants*», t. VII, Parigi, 1841; in *Oeuvres complètes*, Christiania, Grøndahl & Son, 1881, 2 voll., t. I, pp. 145-211), il teorema è così enunciato: “*Si l’on a plusieurs fonctions dont les dérivées peuvent être racines d’une même équation algébrique, dont tous les coefficients sont des fonctions rationnelles d’une même variable, on peut toujours exprimer la somme d’un nombre quelconque de semblables fonctions par une fonction algébrique et logarithmique, pourvu qu’on établisse entre les variables des fonctions en question un certain nombre de relations algébriques*”.

¹⁵ Luigi Federico Menabrea (1809-1896).

¹⁶ Prospero Richelmy (1813-1884).

¹⁷ Si tratta dell’Accademia delle Scienze di Torino, fondata nel 1783.

¹⁸ Giovanni Dionigi Fenolio, per il quale cfr. la voce redatta da C. S. Roero in *La Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali di Torino 1848-1998*, a cura di C. S. Roero, Torino, Deputazione Subalpina di Storia Patria, 1999, t. II, p. 446.

¹⁹ Cfr. nt. 11, lett. 1.

²⁰ Cfr. nt. 10, lett. 1.

²¹ Gaspare Mainardi (1800-1879).

²² Nel *Repertorio di Matematiche Superiori, I, Analisi*, cit. nella precedente nt. 14, alla pag. 227 è scritto: “*Per le equazioni [differenziali] di 1° ordine non lineari i primi metodi sono quelli di Lagrange e di Charpit (in una Mem. presentata all’Accad. di Parigi nel 1784 ma non pubblicata; il metodo è riprodotto nel Vol. II, pag. 548 del Calcolo di Lacroix)*.” A riguardo, le considerazioni di M. Kline (in *Storia del pensiero matematico*, Vol. I, edizione italiana a cura di A. Conte, Torino, Einaudi, 1996) sono: “*L’equazione generale alle derivate parziali del prim’ordine in due variabili indipendenti è della forma $f(x, y, z, p, q)=0$, dove*

$p = \frac{\partial z}{\partial x}$ e $q = \frac{\partial z}{\partial y}$. *Se l’equazione è lineare in p e q, allora viene detta equazione alle derivate parziali non lineare. Paul Charpit*

(morto nel 1784) combinò insieme presumibilmente nel 1784, i metodi per risolvere le equazioni lineari e quelle non lineari in modo da ricondurre ogni equazione $f(x, y, z, p, q)=0$ a un sistema di equazioni differenziali ordinarie. Lacroix disse nel 1798 che Charpit aveva presentato nel 1784 un lavoro (che non venne pubblicato) in cui riconduceva le equazioni alle derivate parziali del primo ordine a sistemi di equazioni differenziali ordinarie. Jacobi trovò l’affermazione di Lacroix sorprendente ed espresse il desiderio che il lavoro di Charpit venisse pubblicato. Ciò non fu mai fatto e noi non sappiamo quindi se l’affermazione di Lacroix era corretta. In realtà, Lagrange aveva già fatto tutto e Charpit non avrebbe potuto aggiungervi nulla. Il metodo dato nei testi moderni, e detto metodo di Lagrange, o di Lagrange - Charpit o di Charpit, è la fusione delle idee di Lagrange esposte nei suoi lavori del 1772 e del 1779. Esso afferma che per risolvere l’equazione generale alle derivate parziali del prim’ordine $f(x, y, z, p, q)=0$ bisogna risolvere il sistema di equazioni differenziali ordinarie (dette equazioni caratteristiche di $f=0$)

$$\frac{df}{dt} = f_p; \quad \frac{dy}{dt} = f_q; \quad \frac{dz}{dt} = pf_p + qf_q;$$

$$\frac{dp}{dt} = -f_x - f_z p; \quad \frac{dq}{dt} = -f_y - f_z q.”$$

²³ Brioschi si riferisce ai seguenti lavori di G. Mainardi: *Conseguenze a cui conduce il metodo di Charpit e Lagrange applicato alle equazioni differenziali parziali di secondo ordine* e *Sulla teoria generale degli invarianti delle forme omogenee*, «Giornale del I. R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti e Biblioteca Italiana», t. IX (1856), rispettivamente alle pp. 94-102 e 208-221.

4

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 29 Luglio 1857

Cariss.mo Amico

Per quanto mi dispiaccia che abbiate abbandonato il pensiero di dedicarvi all’istruzione, pure non posso darvi torto giacché anch’io sento quanto sia pesante l’insegnare; e tanto più l’insegnare per molti anni di seguito la stessa materia, ed a giovani pei quali essa va sminuzzata.

Del resto in questa vostra decisione v’è una parte vantaggiosa; cioè che trovandovi libero e potendo disporre di tutte le ore del giorno lavorerete di più pel giornale e sostituirte i lettori agli uditori. Ed a questo proposito vi rammento che mi avete promesso a voce ed in iscritto di far parte della redazione dei nuovi Annali;¹ ed io non intendo assolutamente di rinunciare a questa vostra promessa.

Avete deciso qualche cosa intorno a quanto farete questo Autunno? Io verrò in Piemonte il 7 di Settembre giorno della chiusura dell’Università, e verrò in cerca di voi probabilmente anche a Torino, almeno per qualche ora.

Siete voi in relazione con alcuno dei matematici Napoletani? Se si potessero indurre Trudi,² Rubini,³ Padula⁴ a diventare collaboratori dei nuovi annali faremmo un buon acquisto.

Sono contento vi sia caduto sott'occhio la memoria del Mainardi sul metodo di Charpit;⁵ quanto voi osservate intorno agli esempj è la parte ridicola della memoria, non essendovi fra dieci esempi neppure uno che faccia allo scopo; ma quel che è peggio si è che gli integrali ottenuti (se il metodo fosse un'estensione di quello di Charpit) dovrebbero almeno in parte essere completi e non particolari. Mi spiego meglio. Considero la equazione

$$vs-p\varphi(x)=0$$

il metodo di Charpit darà per p un integrale completo, mentre quello del Mainardi è particolare; e ciò perché non ha capito lo spirito del metodo di Charpit. Ecco dove trovasi l'errore. Nei casi da lui trattati apparentemente alla derivata del quarto ordine è $\frac{dF}{dt}=0$, la seconda delle equazi.[ioni] (5) decomponsi

quindi nelle due $y'=0$, $y' \frac{dF}{dr} - \frac{dF}{ds} = 0$; ora egli fa uso della prima senza curarsi della seconda (rigore a parte) quando invece se avesse studiato il metodo di Charpit avrebbe veduto che dovea assumere la seconda. Ne volete un'altra bella. Osservate l'ultima equazione della pag. 97 e leggete le parole che vengono in seguito "e disponendo della arbitraria composizione di y , z , p , q in per modo che questa equazione riesca soddisfatta indipendentemente dai differenziali parziali di r e s che in essa rimangono abbiamo le condizioni:

(5)...

(6)..."

Ma queste condizioni stando alle due, par che dovrebbero essere otto e le (5) (6) sono in numero di cinque; cosa ne avviene delle altre tre? Ma le (6) si ponno dire condizioni essendo equazioni identiche? È un ammasso di spropositi e di inesattezze. Mi era proposto di dargli una lezione all'Istituto di Milano,⁶ ma vedo che una memoria non aspetta l'altra e non mi conviene buttar via il poco tempo che posso dedicare allo studio in una polemica senza frutto. Vorrei però che i lavori di quest'uomo fossero letti con attenzione, onde il giudizio che io già feci di lui, perché ho molta conoscenza della cose sue, venga fatto da altri.

In questi giorni così caldi lavoro poco anch'io; sto lavorando dietro alla integrazione delle equazioni iperellittiche.⁷ Queste equazioni come sapete ammettono integrali algebrici irrazionali e razionali. Sotto la prima forma vennero già ottenuti da Dirichlet⁸ e Jacobi,⁹ alla seconda vennero ridotti dai medesimi geometri in un caso particolare.

Parmi di essere bene avviato; ma non sono ancora giunto alle note.

Purtroppo però fra due o tre giorni dovrò abbandonare ogni argomento matematico, dovendo pel venti del mese venturo aver composta la biografia del matematico milanese G.[abrio] Piola morto nel 1850, ed al quale si sta erigendo una *statua*.¹⁰

Salutatemi Colombo.¹¹ Credetemi colla massima stima

l'Amico Brioschi

E la bella *nuova* forma pel volume della piramide del nostro armonizzante?¹² Vi è piaciuta?

¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

² Nicola Trudi (1811-1884).

³ Raffaele Rubini (1817-1890).

⁴ Fortunato Padula (1815-1881).

⁵ Per la memoria cfr. nt. 23, lett. 3, mentre per il metodo di Charpit cfr. nt. 22 della stessa lettera.

⁶ Trattasi dell'Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti.

⁷ Nel 1858, F. Brioschi pubblicherà su «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 55, pp. 56-60 il lavoro dal titolo *Sur l'integration des équations ultra-elliptiques*, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. V, pp. 287-291.

⁸ Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859).

⁹ Cfr. nt. 6, lett. 1.

¹⁰ Gabrio Piola (1791-1850). A lui fu eretta una statua, proprio nel 1857, opera di Vincenzo Vela, nel cortile del Palazzo di Brera. Non risulta però che Brioschi abbia pubblicato una biografia di Piola.

¹¹ Cfr. nt. 11, lett. 1.

¹² Il riferimento è a F. Faà di Bruno, per il quale si veda nt. 9, lett. 1, e al suo lavoro *Sopra il volume della piramide triangolare*, «Annali di Scienze matematiche e fisiche», t. VIII (1857), pp. 77-78. Faà di Bruno è così appellato probabilmente perché scrisse vari articoli sul giornale cattolico «L'Armonia»; per esempio, vi annunciò l'inizio delle lezioni del corso di "Alta Analisi e di Astronomia popolare" (a. X, n° 41, del 19 Febbraio 1857, p. 164) e vi pubblicò poi brani della prolusione allo stesso corso (a. X, n° 80, 8 Aprile 1857, p. 320). Sullo stesso giornale Faà di Bruno vi scrisse pure due articoli commemorativi su Cauchy, com'è specificato nella nt. 4 della prossima lettera.

5
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 1° Settembre [1857]¹

Caris.mo Amico

Lunedì prossimo giorno sette del corrente conterei essere per la sera a Torino, sempre nell'ipotesi che voi vi troviate costì a quell'epoca e che possiate dedicarmi qualche ora del giorno otto. Perciò vi prego di scrivermi subito e di fissarmi per la mattina dell'otto un'ora ed un luogo di ritrovo.

Non conosceva il teorema di Newton² di cui mi avete scritto, e per quel poco che ci ho pensato parmi che una dimostrazione generale non sia molto facile; però esso mi stuzzica la curiosità ed in un momento di maggior quiete vi ritornerò sopra.

Delle altre nostre cose parleremo a viva voce. Betti³ avrebbe desiderato trovarsi con noi, ma dice che non può muoversi da Firenze.

Ho ricevuto dal Santo Faà de Bruno una biografia di Cauchy⁴ veramente edificante.

Conservatemi la vostra amicizia e credetemi

il Vostro Brioschi

¹ La data si evince sia in base al contenuto della lettera 4, Pavia 29 Luglio 1857, sia in base al contenuto della lettera 7, Pavia 17 Dicembre 1857.

² Sotto il nome di *teorema di Newton*, sembra che i due interlocutori intendano riferirsi alla seconda delle due seguenti proposizioni poste da Isaac Newton (1642-1727) nella *Arithmetica Universalis; sive de Compositione et Resolutione Arithmetica Liber* (Cantabrigiae, Typis Academicis, 1707) le quali sono poste rispettivamente alle pp. 241 e 242.

La prima, che si cita per completezza d'informazione, è:

“Ubi aequationis radices nulla impossibiles sunt, numerus radicum affirmativarum et negativarum ex signis terminorum aequationis cognosci potest. Tot enim sunt radices affirmativae quot signorum in continua serie mutationes de + in - et - in +; caeterae negativae sunt”.

Prima di presentare, poi, la seconda proposizione, si fa presente che Newton scrive: *“Verum quot radices impossibiles [intendasi immaginarie, n. d. r.] sunt conosci fere potest per hanc regulam”.* E così viene enunciata da Newton quella che qui si è chiamata la seconda proposizione:

“Constituere seriem fractionum quorum denominatores sunt numeri in hac progressionem 1, 2, 3, 4, 5, etc. pergendo ad numerum usque qui est dimensionum aequationis; numeratores vero eadem series numerorum in ordine contrario. Divide unamquamque fractionem posteriorem per priorem. Fractiones prodeuntes colloca super terminis mediis aequationis. Et sub quolibet mediorum terminorum, si quadratum ejus ductum in fractionem capiti imminentem sit majus quam rectangulum terminorum utrinque consistentium, colloca signum +; sin minus, signum -. Sub primo vero et ultimo termino colloca signum +. Et tot erunt radices impossibiles quot sunt in subscriptorum signorum serie mutationes de + in - et - in +”.

³ Cfr. nt. 1, lett. 1.

⁴ Augustin Louis Cauchy (1789-1857). Faà di Bruno, cit. in nt. 9, lett. 1, pubblicò i *Cenni biografici del barone Agostino Cauchy membro dell'Istituto di Francia*, Torino, Tip. P. De Agostini. Questo opuscolo raccoglie due articoli di Faà di Bruno apparsi su «L'Armonia» (a. X, n° 163 e 166, rispettivamente del 18 e 22 Luglio 1857) in occasione della morte di Cauchy.

6
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 6 Novembre [18]57

Caris.mo Amico

Vi ho promesso di scuotervi quando serbate troppo lungo tempo il silenzio con me, ed eccomi a mantenervi la promessa: tanto più che siamo prossimi al doverci intendere sui materiali coi quali comporremo il primo fascicolo del nostro Giornale.¹ Fra pochi giorni avremo il programma o meglio l'annuncio; il Betti² ha desiderato qualche variazione a quello che vi ho comunicato costì allo scopo di farlo servire anche di prefazione; ed io approfittando del largo permesso che m'avete dato l'ho sottoscritto anche per voi. Il primo fascicolo dovrà essere pubblicato il 1° febbraio. Il Betti ha già in porto una memoria sulla teoria degli invarianti,³ e porzione di una monografia su quella delle equazioni,⁴ io ho terminato un lavoro sulle funzioni Abelianne complete di prima e seconda specie;⁵ e quasi anche un secondo sulle formule per

l'addizione delle funzioni Abelianne.⁶ Il Jonquières mi ha mandato due note di geometria superiore da pubblicarsi nel nostro giornale.⁷ Ecco quello su di cui possiamo in oggi contare; senza che per questo si voglia farvi grazia di un lavoro. Sarà bene che mi facciate conoscere (se intendete di fare qualche articolo bibliografico) su quali lavori rivolgete la vostra attenzione, onde non abbiamo per caso situarci sullo stesso campo gettando il tempo. Io crederei bene di render conto dell'opera del Lamé, di una di Baltzer sulla teoria dei determinanti; di una del Dienger -Die Differential und Integralrechnung etc... Stuttgart 1857. Di una memoria postuma di Jacobi nel penultimo fascicolo del giornale di Borchardt.⁸

Pare che il Tortolini⁹ voglia accontentarsi quanto all'edizione; sta a noi ad obbligarlo ad essere esatto nelle pubblicazioni.

Il Betti fu nominato in questi giorni ad una cattedra di Pisa,¹⁰ e la cattedra di Torino è ancora vacante?

Salutatemi gli amici Colombo¹¹ e Chiò.¹² Conservatemi la vostra amicizia.

Scrivetemi presto

l'aff.mo Amico Brioschi

¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

² Cfr. nt. 1, lett. 1.

³ E. Betti, *Sopra i covarianti delle forme binarie*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t.I (1858), pp. 129-134. In *Opere matematiche di Enrico Betti*, pubblicate per cura della R. Accademia de' Lincei, Milano, Hoepli, 1903-1913, t. I, pp. 157-162.

⁴ E. Betti, *Sopra l'equazioni algebriche con più incognite*, «Annali di matematica pura ed applicata», t. I (1858), pp. 1-8. In *Opere matematiche di Enrico Betti*, citate nella nota precedente, t. I, pp. 150-156.

⁵ F. Brioschi, *Sulle funzioni Abelianne complete di prima e seconda specie*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 12-19, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 277-284.

⁶ F. Brioschi, *Sopra alcune proprietà delle funzioni Abelianne*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 20-32, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 285-299.

⁷ Ernest Jean Philippe Fauque de Jonquières (1820-1901). Le note sono: *Note relative a la construction de diverses courbes a 3 points multiples des degrés supérieurs, et théoreme relatifs a ces courbes* e *Note relative a une courbe du sixième degré qui se présente en astronomie*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), rispettivamente alle pp. 110-112 e 112-116. Ma Jonquières, di lì a poco, manderà una terza nota dal titolo: *Généralisation de la théorie de l'involutions: applications géométriques*, che apparirà sulla stessa rivista al t. II (1859), pp. 86-94.

⁸ Negli *Annali* non fu pubblicata nessuna recensione, fatta da Brioschi, dell'opera di Lamé, *Leçons sur les fonctions inverses des transcendentes et les surfaces isothermes*, già citata nella nt. 9, lett. 3 e del lavoro di Joseph Dienger (1818-1894), *Die Differential und Integralrechnung*, Stuttgart, 1857. Fu invece pubblicato il seguente articolo: *Sullo sviluppo delle funzioni Jacobiane secondo le potenze ascendenti dell'argomento*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. I (1858), pp. 41-42. Articolo che rappresenta la recensione del lavoro di Jacobi, *Darstellung der elliptischen Functionen durch Potenzreihen*, («Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 54 (1857), pp. 82-97, inserito in *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, cit. nt. 6, lett. 1, t. II, pp. 381-398) e, contemporaneamente, del lavoro di Weierstrass, *Zur Theorie der Abel'schen Functionen*, che verrà citato nella nota 8, lett. 11. La recensione dell'opera di Richard Baltzer (1818-1887), *Theorie und Anwendung der Determinanten*, Leipzig, S. Hirzel, 1857, fu invece fatta da F. Casorati («Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. I (1858), pp. 45-47).

⁹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

¹⁰ Dal 1857 fino alla morte, Enrico Betti fu titolare della cattedra di Fisica matematica, succedendo ad Ottaviano Fabrizio Mossotti (1791-1863), all'Università di Pisa.

¹¹ Cfr. nt. 11, lett. 1.

¹² Cfr. nt. 10, lett. 1.

7

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 17 Dicembre [18]57

Caris.mo Amico

Un amico mi dà in questo momento la notizia della vostra nomina a Prof. dell'Università di Torino,¹ da lui letta sopra un giornale Piemontese.

Non mi congratulo con voi, ma coll'Università, e principalmente col consiglio che finalmente ha dato una prova di non essere completamente cieco.

Avete ricevuto dal Tortolini² alcuni esemplari del manifesto del nostro giornale;³ vi avverto che io non l'ho mandato ad alcuno dei conoscenti che ho in Piemonte pensando che l'avreste fatto voi. Io spero che

troveremo buon numero di associati, onde costringere il Tortolini a far le cose bene, almeno col mezzo dell'interesse.

Io spero anche che avrete scritto qualcuno dei lavori che mi avete citati nell'ultima vostra, e lo avrete spedito al Tortolini pel primo fascicolo; se non lo avete ancora fatto desidererei lo faceste per dar principio con buon esempio. Per esempio il vostro lavoro -sopra una costruzione del teorema di Abel⁴ o l'altro -sulle caustiche secondarie⁵ potrebbero utilmente comparire nel 1° fascicolo.

Quanto mi dite intorno la memoria del Rubini⁶ è giustissimo; a me pare inoltre che l'uso dei determinanti in quasi tutte le questioni da lui trattate sia per nulla adatto, e quindi nuoca allo scopo che l'autore erasi prefisso; cioè di mostrare i vantaggi che ne verrebbero dal far entrare quella teoria nei corsi elementari.

Ho tardato tanto a scrivervi in causa di malattia che mi obbligò a letto per alcuni giorni con tre cacciate di sangue. Fortunatamente il male fu locale (alla gola) ed ora sono quasi completamente ristabilito: almeno quanto mi basta per poter lavorare.

Da qualche tempo non ricevo novità in fatto di scienza, aspetto una pubblicazione fatta a fascicoli dal Raabe intitolata *Mathematische Mittheilungen*- Heft. I. Zürich.⁷

Se Chiò vi consegnasse questo suo lavoro sul teorema di Newton,⁸ fatemi il piacere di leggerlo, giacché in queste questioni è assai facile il cadere in errore. Io credo anzi che egli medesimo vi pregherà di farlo.

Salutatemi l'amico Colombo⁹ che avrà senza dubbio gioito del sapervi nominato Professore.

Conservatemi la vostra amicizia e scrivetemi presto

l'aff.mo Amico Brioschi

¹ Cfr. nt. 2, lett. 3.

² Cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁴ A. Genocchi, *Sopra una costruzione del teorema di Abel*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t.I (1858), pp. 33-40.

⁵ Il lavoro di Genocchi comparirà sugli «Annali di matematica pura ed applicata» serie I, t. VI, pp. 97-123, col titolo *Intorno alla rettificazione e alle proprietà delle caustiche secondarie*, soltanto nel 1864.

⁶ È la memoria di Raffaele Rubini, per il quale si cfr. nt. 3, lett. 4, *Applicazione della teorica dei determinanti*, «Annali di Scienze matematiche e fisiche», t. VIII (1857), pp. 179-200.

⁷ Joseph Ludwig Raabe (1801-1859), *Mathematische Mittheilungen*, Zürich, Meyer und Zeller, 1857-1858.

⁸ Per Chiò cfr. nt. 10, lett. 1. Non risulta essere stato pubblicato, negli *Annali*, un lavoro di Chiò sul *teorema di Newton*, secondo l'enunciato precisato nella nota 2, lett. 5. Il lavoro di quest'autore, ivi pubblicato, più vicino a questa è: *Sopra due proposizioni di Navier intorno alla curvatura delle curve a doppia curvatura*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. III (1860), pp. 353-362.

⁹ Cfr. nt. 11, lett. 1.

8

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI [TORINO]

Pavia, 29 Dicembre [1857]¹

Caris.mo Amico

Come vi ho scritto nell'ultima mia sarebbe mio desiderio che nel 1° numero dei nostri Annali² comparisse anche qualche vostro lavoro; ora è bene di affrettarci a consegnare al Tortolini³ ciò che deve stamparsi, affinché facendolo con abbondanza di tempo, vi ponga maggiore diligenza e maggiore precisione. Io sono persuaso a priori che il vostro lavoro sulla costruzione del teorema di Abel⁴ sarà interessante, però se credete di mandarmelo perché lo spedisca io al Tortolini dopo averlo letto lo farò con molto piacere; e vi scriverò subito l'impressione fattamene.

Ho infatti ricevuto dal Sig. Fenolio il suo opuscolo *Sur le sinus integral* [*sic*],⁵ ad una prima scorsa mi parve un lavoro di poco conto, per cui in luogo di una traduzione italiana in aggiunta mi parrebbe meglio fare un estratto scritto in italiano della lunghezza al più di un pajo di pagine; a meno che le aggiunte abbiano maggior valore del testo. Anche i desideratum [*sic*] del Fenolio hanno d'uopo di essere ridotti; od almeno modificati, p. e. quello dell'ultima pagina (*liaison évidente* etc.).

Vi auguro buona fortuna nelle vostre ricerche sui numeri primi, spiaceci che la mancanza d'esercizio in questo argomento, ed il poco studio che ne ho fatto non mi permettono per ora di tenervi dietro. Se giungete a dimostrare il teorema di Legendre⁶ messo a concorso dovete presentarlo all'Accademia pel medesimo concorso.

Della mia memoria del T.° 52 del giornale di Crelle⁷ non vi ho potuto mandare esemplare giacché essendo essa stata pubblicata all'epoca della morte del Crelle⁸ non mi pervennero le copie a parte come al solito. Vi è un errore nel titolo che vedrete facilmente.

Il Mainardi⁹ nella sua memoria "su la teoria generale degli invarianti¹⁰ etc." vorrebbe far credere che siccome egli non ha *potuto istruirsi* nelle memorie pubblicate da Cayley¹¹ e Sylvester¹² nel *medesimo giornale* di Cambridge; così egli cava dal suo cervello tutto quanto segue nella memoria. Se non che quello che egli *ha potuto raccogliere da altri scritti* comprende, meno alcuni errori, quanto trovasi nella sua memoria, e non so capire il perché citi quello che non ha potuto leggere, e non la memoria del Cayley del T° 47 del giornale di Crelle,¹³ quello che ho fatto io, e la memoria del Combescure nel giornale di Liouville,¹⁴ il quale considera appunto il caso generale. È poi ancora più strano il citare la prima memoria del Cayley sugli iperdeterminanti¹⁵ essendo essa di difficilissima lettura, giacché i ragionamenti poggiano in gran parte sul metodo abbreviato di simbolizzazione, ora detto calcolo delle operazioni; ed inoltre avendo nella memoria nulla a che fare in quanto a metodo, con quello usato di poi dal Cayley ed ora dal Mainardi.

L'altra memoria di cui mi parlate "sulla teoria generale delle superficie"¹⁶ (notate bene che egli non pubblica che teorie generali) è un capo d'opera di mala fede, e d'ignoranza. E ve lo provo. *Incomincia dall'offrire ancora alcune formole essenziali etc. ... ed altre conosciute*; ora quale tra le formole (1) (2) ... (18) non è conosciuta: e citando soli tre autori il Chelini¹⁷ il Bonnet¹⁸ ed il Gauss¹⁹ per le formole (8) (7) (18) non lascia supporre che buon numero delle altre siano sue? E per esempio le formole (11) ... (15) non sono già trovate e dimostrate meno barbaramente nella mia nota "Intorno ad alcune proprietà di una linea tracciata sopra una superficie" Annali del Tortolini 1854?²⁰ Ma passiamo a quel che l'autore crede di maggior interesse ed ha il coraggio di paragonare alle formole di Gauss pel prodotto dei raggi di curvatura.²¹ Egli crede di aver fatto una scoperta avendo fatto la ridicola osservazione che come Gauss ha trovata una relazione fra le sei quantità E, G, I, D, D', D'' funzioni delle derivate prima e delle derivate seconde di x, y, z rispetto ad u e v ; così si potranno ottenere relazioni fra altre quantità che siano funzioni delle derivate terze. E perché non delle derivate quarte? E così via. Vi sarebbe molte altre cose a dire su questa malferma idea, ma osservate i dettagli. Per esempio, per introdurre, nei primi determinanti che si presentano dopo l'eliminazione, le quantità P, Q, \dots in luogo di moltiplicare tutti i termini per un determinante opportuno; fa il quadrato ed estraе la radice, per cui lasciando da parte gli errori che ponno commettersi per questa operazioni, le formole vanno sempre più complicandosi. La applicazione che il Mainardi fa delle sue formole nella penultima pagina dimostra all'evidenza la ignoranza sua in fatto di questioni geometriche, ed il valore

delle sue formole. La sua formola $d_u \left(\frac{d_u G}{\sqrt{EG}} \right) \frac{dG}{dr} = 0$ conduce al risultato che le superfici aventi le linee

di curvatura di un sistema geodetiche sono quelle di rivoluz.[ione] e le sviluppabili; ora sono già note altre famiglie di superficie aventi questa proprietà p. e. quelle di Monge che hanno le linee di curvatura di un sistema situate in piani paralleli.²² L'erronea conseguenza dipende dall'essere per uno sbaglio di calcolo, erronea la equazione superiore, la quale riducesi invece ad una equaz.[ione] identica. Per cui le sue formole non conducono a nessun risultato. Dopo letto questo lavoro ho mandato al Tortolini una breve nota in appendice ed una su questo argomento, nella quale faccio osservare questo errore.²³

Eccovi quel che io penso delle ultime pubblicazioni del mio collega, è una ripetizione di quanto potrei dire delle penultime e così via pochissime eccettuate.

Da qualche tempo non mi parlate del Faà di Bruno,²⁴ sono cessate le sue lezioni? è divenuto deputato clericale?

Salutatemi gli amici Chiò²⁵ e Colombo²⁶ ed anche Menabrea²⁷ se vi trovate con lui. Scrivetemi presto a proposito della vostra memoria. Conservatevi sano e credetemi

L'aff.mo Amico Brioschi

Nei Monatsbericht dell'Accademia di Berlino Giugno 1857 vi è un lavoro di Borchardt intitolato "Über eine Eigenschaft der Potenzsummen ungerader Ordnung"²⁸ sarà conveniente renderne conto nei nostri Annali. Parmi già che la dimostraz.[ione] del teorema principale possa semplificarsi d'assai.²⁹

¹ La data si deduce per i legami che essa evidenzia con i contenuti della lettera precedente.

² Cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁴ Cfr. nt. 4, lett. 7.

⁵ Il titolo completo è *Essai sur le sinus intégral*, opuscolo di trenta pagine scritto da Fenolio (cfr. nt. 18, lett. 3) che reca le seguenti indicazioni editoriali: Turin, Imp. Royale, 1857.

⁶ Brioschi si riferisce, probabilmente, all'approssimazione empirica di $\pi(x)$ – il numero di interi primi inferiori ad un dato numero x – proposto da Adrien Marie Legendre (1752-1833) nel suo saggio dal titolo *Recherches d'Analyse Indéterminée* pubblicato nel 1788.

La formula di Legendre è: $\pi(x) = \frac{Ax}{(B \log x + C)}$, dove A e B sono opportune costanti. Sui numeri primi va segnalata la recensione di

Genocchi dal titolo: *Formole per determinare quanti siano i numeri primi fino ad un dato limite*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. III (1860), pp. 52-99. Trattasi della recensione del lavoro di B. Riemann, *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse*, «Monatsberichte der Berliner Akademie», November 1859; in *Gesammelte Mathematische Werke*, herausgegeben von H. Weber, Leipzig, 1876, pp. 136-144.

⁷ F. Brioschi, *Sur l'analogie entre une classe de déterminants d'ordre pair, et sur les déterminants binaires*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 52 (1856), pp. 133-141, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 511-520.

⁸ Cfr. nt. 6, lett. 2.

⁹ Cfr. nt. 21, lett. 3.

¹⁰ Cfr. nt. 23, lett. 3.

¹¹ Per Cayley cfr. nt. 12, lett. 3.

¹² Per Sylvester cfr. nt. 3, lett. 1.

¹³ A. Cayley, *Nouvelles Recherches sur les Covariants*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik », Bd. 47 (1854), pp. 109-125. In *The Collected Mathematical papers of Arthur Cayley*, Cambridge, University Press, 1889-1897, 14 voll., t. II, pp. 164-178.

¹⁴ Édouard Combesure (1824-1889), *Sur divers points de la théorie des invariants*, «Journal de Mathématiques pures et appliquées», t. XX (1855), pp. 337-358. Si vuole ricordare che il titolo completo del “Giornale di Liouville” era *Journal de Mathématiques pures et appliquées ou recueil mensuel sur les diverses parties des mathématiques publié par Joseph Liouville*; pubblicato a Parigi, esso fu fondato nel 1836 da Joseph Liouville (1809-1882). Combesure tradusse in francese, nel 1856, *La teorica dei determinanti e le sue principali applicazioni* che Brioschi aveva pubblicato nel 1854, per questo e per la sua traduzione francese si veda nt. 12, lettera 12.

¹⁵ A. Cayley, *Mémoire sur les hyperdéterminants. Traduction d'un memoire anglais dans le «Cambridge Mathematical Journal» avec quelques additions de l'auteur*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik », Bd. 30 (1846), pp. 1-37. In *The Collected Mathematical papers of Arthur Cayley*, cit. nella nota in alto, t. I, p. 117.

¹⁶ G. Mainardi, *Su la teoria generale delle superficie*, «Giornale del I. R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti e Biblioteca Italiana», t. IX (1856), pp. 385-399.

¹⁷ Domenico Chelini (1802-1878).

¹⁸ Pierre Ossian Bonnet (1819-1892).

¹⁹ Carl Friedrich Gauss (1777-1855).

²⁰ F. Brioschi, *Intorno ad alcune proprietà di una linea tracciata sopra una superficie*, «Annali di Scienze matematiche e fisiche», t. V (1854), pp. 232-240, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 115-122.

²¹ Brioschi si riferisce qui alle *Disquisitiones generales circa superficies curvas* che Gauss pubblicò per la prima volta a Göttingen, «Commentationes societatis regiae scientiarum Göttingensis recentiores», vol. VI, 1828, per l'editore Dieterich (in *Carl Friedrich Gauss Werke*, herausgegeben von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, t. 4 (1873), p. 231) e alle formule che precedono il suo noto teorema: “*Mensura curvaturae in quovis superficiei puncto aequalis est fractioni, cuius numerator unitas, denominator autem productum duorum radiorum curvaturae extremorum in sectionibus per plana normalia*”. (Si vuole citare pure dall'edizione francese *Recherches générales sur les surfaces courbes par M. Gauss, traduit du latin par M. A., ancien élève de l'École Polytechnique*, Paris, Bachelier, 1852, p. 20: “*La mesure de la courbure en un point quelconque d'une surface est égale à une fraction, dont le numérateur est l'unité, et dont le dénominateur est le produit des deux rayons de courbures extrêmes dans les sections faites par les plans normaux*”).

²² Gaspard Monge (1746-1818). Brioschi incomincia il suo articolo, *Intorno ad alcune proprietà delle superficie a linee di curvatura piane o sferiche*, citato nella nota successiva, scrivendo: “*Le prime ricerche intorno alle superficie di cui le linee di curvatura sono piane si devono a Monge, il quale nel § XVII della «Application de l'Analyse», ecc. determinava la classe di superficie che hanno le linee di una curvatura situate in piani paralleli.*”

²³ Su questo punto esiste un articolo di F. Brioschi dal titolo *Intorno ad alcune proprietà delle superficie a linee di curvatura piane o sferiche*, «Annali di Scienze matematiche e fisiche», t. VIII (1857), pp. 297-308, e in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 263-272.

²⁴ Cfr. nt. 9, lett. 1.

²⁵ Cfr. nt. 10, lett. 1.

²⁶ Cfr. nt. 11, lett. 1.

²⁷ Cfr. nt. 15, lett. 3.

²⁸ Per Borchardt cfr. nt. 6, lett. 2. Il lavoro è: *Über eine Eigenschaft der Potenzsummen ungerader Ordnung*, «Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin», 1857, pp. 301-311 e cfr. pure (Herausgeben von G. Hettner) *C. W. Borchardt's Gesammelte Werke*, Berlin, Druck und Verlag von G. Reimer, 1888, pp. 109-118.

²⁹ Trattasi di F. Brioschi, *Intorno ad un teorema del signor Borchardt* [teorema contenuto nell'articolo citato qui nella precedente nota 28], «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. I (1858), pp. 43-44, e in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 305-307. In questo articolo Brioschi enuncia il teorema di Borchardt in questi termini: “*Se le radici x_1, x_2, \dots, x_n della equazione $f(x) = 0$ [$f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n = 0$] sono disuguali tra loro, i coefficienti a_1, a_2, \dots, a_n della medesima, e quindi tutte le funzioni simmetriche di quelle radici, sono esprimibili per funzioni razionali delle n quantità s_1, s_3, \dots, s_{n-1} [s_r rappresenta la somma delle potenze r -sime delle radici x_1, x_2, \dots, x_n].”*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 7 Gennaio [18]58

Caris.mo Amico

Ho letto con molta attenzione la vostra nota,¹ ed assolutamente non so perché la trattiate con tanto dispregio; a mio parere essa è degnissima di essere pubblicata nei nostri Annali,² ed a questo scopo la mandai oggi al Tortolini.³ Solo mi spiace che da quanto egli mi scrisse abbiamo poco spazio di non occupato, per cui non so se potrà essere tutta pubblicata; gli ho scritto che in caso di *impossibilità assoluta* lo debba essere almeno fino alla fine del pf. 3°; giacché parmi che i primi tre paragrafi contengano la soluzione della questione principale.

È strano come il Jacobi giunga alla terza delle sue formole della pag. 361 del Vol. 1° dei suoi Opus. Mat.,⁴ la quale è un caso particolare della vostra,⁵ deducendola dalla prima formola di detta pagina, mentre questa ottiene con metodo affatto simile al vostro. Difatti è noto che essendo $f(x,y)=0$, $\lambda(x,y)=0$ due equaz.[ioni] a due incognite rispettivamente dei gradi n , m e $\psi(x,y)$ una funz.[ione] razionale, intera del grado $n+m-2$, si ha

$$(1) \quad \sum \frac{\psi(x,y)}{f'(x)\lambda'(y) - f'(y)\lambda'(x)} = 0$$

la sommatoria dovendo estendersi a tutte le soluz.[ioni] comuni delle due equaz.[ioni].

Sia s l'arco della linea rappresentata dall'equaz.[ione] $f(x,y)=0$ si hanno le:

$$dx = \frac{ds \cdot f'(y)}{\sqrt{f'^2(x) + f'^2(y)}} \quad dy = -\frac{ds \cdot f'(x)}{\sqrt{f'^2(x) + f'^2(y)}}$$

quindi

$$\lambda'(x)dx + \lambda'(y)dy = \frac{ds[\lambda'(x)f'(y) - \lambda'(y)f'(x)]}{\sqrt{|f'^2(x) + f'^2(y)|}}$$

dacché

$$\sum \frac{\psi(x,y)ds}{(\lambda'(x)dx + \lambda'(y)dy)\sqrt{f'^2(x) + f'^2(y)}} = 0.$$

Sia:

$$\lambda(x,y) = A+Bx+Cy$$

e supponiamo che la retta $\lambda=0$ sia tangente ad una seconda curva, indicando con X , Y le coord.[inate] del punto di contatto si hanno le:

$$A + BX + CY = 0$$

$$dA + XdB + YdC = 0$$

dalle quali:

$$X = -\frac{AdC - CdA}{BdC - CdB}, \quad Y = \frac{AdB - BdA}{BdC - CdB}$$

quindi la distanza δ da questo punto di contatto, da uno dei punti di intersezione della retta $\lambda=0$ colla linea $f=0$ sarà data dalla

$$\delta^2 = \left(x + \frac{AdC - Cda}{BdC - CdB} \right)^2 + \left(y - \frac{AdB - BdA}{BdC - CdB} \right)^2.$$

Ora le x, y essendo le coord.[inate] di un punto comune alla retta $\lambda=0$ ed alla linea $f=0$ si hanno identicamente le:

$$A + Bx + Cy = 0$$

$$dA + xdB + ydC = -(Bdx + Cdy)$$

quindi:

$$\delta^2 = \frac{(B^2 + C^2)(Bdx + Cdy)^2}{(BdC - CdB)^2},$$

ma in questo caso

$$Bdx + Cdy = \lambda'(x)dx + \lambda'(y)dy$$

dunque:

$$\sum \frac{\psi(x, y) ds}{\delta \sqrt{f'^2(x) + f'^2(y)}} = 0$$

essendo $\psi(x, y)$ del grado $n-2$.

Il difetto di formole più generali della (1), cioè per funzioni ψ di grado maggiore, ha condotto Jacobi ad una formola meno generale della vostra; oltre di che il passaggio dalla ultima formola superiore alla seconda della pag. 361 non è molto breve.

Davvero che quel povero Faà di Bruno⁶ fa di tutto per rendersi ridicolo. Studiare in due mesi il calcolo delle probabilità! Una delle parti più difficili delle matematiche, e della quale le applicazioni principali sono ancora così contrastabili! O poveri Laplace,⁷ Poisson,⁸ Gauss,⁹ ... in che mondo siete capitati!

Non mi avete risposto intorno a ciò che vi scrissi sull'opuscolo del Fenolio,¹⁰ ciò che faranno sarà pel secondo fascicolo, non conviene ci intendiamo del da farsi.

In quel che vi scrissi intorno le memorie del Mainardi¹¹ non ebbi altro scopo che di mostrarvi che io sono lettore consciencioso, per cui se talvolta gettai lo sprezzo sui lavori di lui¹² lo feci con cognizione di causa. Del resto io gli lascerei volentieri i suoi onori, i suoi diplomi accademici [*sic*], i suoi trionfi scientifici se pure ne ha, allor quando volesse ritirarsi dall'insegnamento; giacché vi dico in verità che l'insegnare meccanica razionale a' giovani ai quali egli insegnò algebra superiore, geometria analitica, calcolo sublime è una vera pena. Io gli auguro tutte le fortune ma vorrei vederlo lontano da ogni stabilimento d'istruzione.

Dispiace il sentire che le vostre ricerche sui numeri primi¹³ non vadano troppo bene. Quanto al concorrere al premio dell'Accademia se arrivate a risolvere la questione, dovete farlo come già vi scrissi non per voi ma pel nostro paese.

Ricambiate i saluti agli amici di costì. Scrivetemi presto e credetemi

I'aff.mo Vostro Amico Brioschi

¹ Probabilmente è il lavoro cit. in nt. 4, lett. 7 e poi richiamato in nt. 4, lett. 8; si tratterebbe quindi di: *Sopra una costruzione del teorema di Abel*.

² Cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁴ Per Jacobi cfr. nt. 6, lett. 1. L'opera è: *Opuscula mathematica*, 2 voll., 1846-1857. Per quanto concerne la formola di Jacobi, alla quale lo stesso Brioschi perviene in questa lettera (e la cui dimostrazione pubblicherà a parte nell'articolo *Dimostrazione di una*

formula di Jacobi che qui si verrà a citare nella nt. 5, della lett. 15), si può pure vedere la pubblicazione *Extraits de deux lettres de Charles Hermite à C. G. J. Jacobi et d'une lettre de Jacobi adressée à Hermite*, che si citerà in nt. 5, lett. 12.

⁵ Per intendere meglio il significato di questa osservazione di Brioschi si rimanda specificamente alle pp. 34 e 35 del lavoro di Genocchi menzionato nella nota 1 in alto.

⁶ Cfr. nt. 9, lett. 1.

⁷ Pierre-Simon Laplace (1749-1827).

⁸ Siméon Denis Poisson (1781-1840).

⁹ Cfr. nt. 19, lett. 8.

¹⁰ Cfr. nt. 5, lett. 8.

¹¹ Per Mainardi cfr. nt. 21, lett. 3; per le memorie si vedano la nota 23 della lettera 3 e la nota 16 della lettera 8.

¹² A riguardo si vedano le lettere 3 e 8.

¹³ Su queste ricerche di Genocchi si veda la lettera 8.

10
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 5 Febbraio [18]58

Caris.mo Amico

Non ho risposto subito alla vostra lettera giacché era in aspettazione di qualche notizia intorno alla pubblicaz.[ione] del I° fascicolo del nostro giornale,¹ la quale voleva comunicarvi. Finalmente jeri mi giunse una lettera dal Tortolini,² che annunzia la pubblicaz.[ione] pel giorno tre del corrente, senza però darmi alcun dettaglio, per cui non so se il vostro lavoro sarà stato pubblicato per intero o solo in parte.³ Io gli aveva raccomandato fortemente che questo fascicolo fosse composto di nove fogli, giacché uno va perduto pel frontespizio e prefazione, ma Egli mi scrisse che per molte ragioni non ha potuto farne stampare che otto. Da ciò vedete che incominciamo male, giacché io credo non debbano esservi altre ragioni che il meglio del giornale. E da questo proposito avrei pensato ad un modo di trovarci assieme voi, io e Betti⁴ senza molto disagio per ciascuno. Io passerò la settimana detta *santa* a Genova, se il Betti come è probabile vi scrisse lo potreste fare anche voi?

Il Tortolini ha dato alla luce il fascicolo d'Agosto del suo giornale; non so perché io non l'ho ricevuto ma l'ho veduto. Esso contiene una vostra nota sopra una somma di derivata successiva.⁵ Le vostre osservazioni sono giustissime ed il vostro metodo è sempre preferibile non essendo d'uopo di ricercare dopo i valori delle costanti introdotte dall'integrazione; però volendo passare per quest'ultima si può giungere assai brevemente al risultato. Mi ricordo di averlo fatto allorquando lessi la nota del Sig. Harton;⁶ la teoria dei determinanti vi si può applicare con vantaggio; ma il Sig. Harton la conosce poco, se debbo giudicarlo dal modo con cui l'applica in questo suo lavoro.

Ho letto anche con molto piacere il vostro articolo pubblicato nello *Zeitschrift* di Schlömilch.⁷ La trascendente W ⁸ sebbene possa farsi dipendere dalla γ di Legendre, o meglio dalla θ di Jacobi, merita di essere studiata per sé, giacché la sua forma può condurre ad importanti proprietà, e ne abbiamo un bell'esempio nella vostra formola d'addizione. Forse potrebbe anche essere utile a rendere più elementari le proprietà delle funz.[ioni] θ . La lettura di questo vostro articolo mi fece nascere l'idea di cercare i valori degli integrali:

$$\int_0^K \log sn(nu) du, \int_0^K \log cn(nu) du, \int_0^K \log dn(nu) du$$

(scrivo $sn(nu)$ in luogo di $sen.am(nu)$ come fa il Gudermann);⁹ sebbene quasi evidente è però singolare che essi siano ordinatamente quelli di:

$$\int_0^K \log sn u du, \int_0^K \log cn u du, \int_0^K \log dn u du$$

ritrovati ultimamente dallo Schlömilch.

A proposito di questi ho osservato che indicandoli p. e. con A, B, C , essendo $dn(u+K) = \frac{k'}{dn u}$

si ha:

$$\int_0^K \log dn(u+K) du = K \log k' - C$$

ma ponendo $u = v+K$ si ha:

$$\int_0^K \log dn(u+K) du = \int_{-K}^0 \log dn u du = \int_0^K \log dn u du = C$$

dunque

$$C = \frac{1}{2} K \lg k'$$

Così essendo $sn(u+K) = \frac{cn u}{dn u}$ si ha:

$$\int_0^K \log sn(u+K) du = B - C$$

e quindi

$$A = B - C$$

per cui non rimane ad ottenersi che uno degli integrali A o B .

Dalle formole di trasformaz.[ione] o di moltiplicazione si ponno dedurre alcune proprietà del vostro tras.[formato] $W(u)$. Giacché essendo:

$$W(u + iK') = \int_0^K \lg \left(1 - \frac{sn^2 v}{sn^2 u} \right) dv$$

si ha:

$$W(u + iK') - W(u) = \int_0^K \lg \frac{1 - \frac{sn^2 v}{sn^2 u}}{1 - k^2 \frac{sn^2 u}{sn^2 v}} dv$$

nella quale prendo $u = \omega = \frac{2mK + 2m'iK'}{n}$, e sommando si ottiene sotto il segno integrale la espres.[sione]

$\log \frac{sn(nv)}{\omega sn(v)}$ per cui per esempio si avrebbe:

$$\sum \{W(\omega) - W(\omega + iK')\} = K \log n$$

ed altre simili.

Ho ricevuto dallo Schlömilch due memorie una sulla teoria delle derivate d'ordine superiore,¹⁰ l'altra sulla trasformazione di un integrale definito.¹¹

Mi pare che questa seconda abbia qualche pregio, e vorrei dirne qualche parola nel nostro giornale, la conoscete voi?

Mi spiace il sentirvi oggetto d'articoli dell'*Armonia*,¹² sebbene il modo colla quale mi dite parla di voi, non possa che farvi onore presso i galantuomini. Dico mi spiace giacché credo che anche voi non avrete potuto [fare] a meno di sentirne qualche molestia od almeno irritazione. Il *Crepuscolo*¹³ di Domenica scorsa fa allusione a quell'articolo dell'*Armonia* e lo dice di un Prof. P.

A proposito dell'*Armonia* avete veduto l'articolo del Faà di Bruno stampato nell'ultimo fascicolo di *Crelle*!¹⁴ Intende dare una dimostrazione delle nove equaz.[ioni] alle quali deve soddisfare un risultante, più semplice di quella che ho dato io. Non è erronea, ma è un caso giacché dal modo che è scritta si vede che non ha capito ciò che scriveva; quanto alla semplicità è paragonabile a quella dell'*Armonia*.

Del resto, se la opinione degli uomini onesti ha ancora, come sono certo, potenza in questo mondo, voi siete in un eccellente posizione come uomo civile; la stima di tutti quelli che coltivano la scienza per la scienza ve la fa tale come Prof.[essor]e.

In ogni circostanza contate sempre sull'amicizia del Vostro Brioschi.

¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

² Cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Su questo fatto si veda la parte iniziale della lettera precedente. Si tratterebbe del lavoro di cui si è detto in nt. 4, lett. 7 e poi richiamato nelle lettere 8 e 9.

⁴ Cfr. nt. 1, lett. 1.

⁵ A. Genocchi, *Intorno ad una somma di derivate successive*, «Annali di Scienze matematiche e fisiche», t. VIII (1857), pp. 289-296.

⁶ Julien Napoléon Harton de la Goupilliere (1833-1927).

⁷ L'articolo di Genocchi è: *Ueber gewisse elliptische Integral*, «Zeitschrift für Mathematik und Physik», Leipzig, 1857.

⁸ Brioschi intende riferirsi alla trascendente di Karl Weierstrass (1815-1897).

⁹ Christoph Gudermann (1798-1852).

¹⁰ Probabilmente Brioschi si riferisce a O. Schlömilch, *Théorèmes généraux sur les dérivées d'un ordre quelconque de certaines fonctions très générales*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 32 (1846), pp. 1-7.

¹¹ O. Schlömilch, *Transformation de quelques intégrales définies*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 36 (1848), pp. 271-276.

¹² *L'Armonia* è il nome di una rivista cattolica fondata a Torino nel 1849, già citata in nt. 12, lett. 4.

¹³ Rivista ideata, nel 1850, da Carlo Tenca (1816-1883).

¹⁴ F. Faà di Bruno, per il quale cfr. nt. 9, lett. 1, *Note sur un théorème de M. Brioschi*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 54 (1857), pp. 283-284.

11

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 14 Febbraio [18]58

Caris.mo Amico

Spiacemi che allorquando vi scrissi aver trovato una eloquente dimostrazione del teorema di Borchardt,¹ non vi abbia aggiunto quale era il teorema, giacché la vostra conoscenza della memoria del Cauchy mi sarebbe stato assai utile, massimamente trattandosi di rivista bibliografica. A ciò mi pare bene di rimediare nel prossimo fascicolo,² ma io non ho la memoria del Cauchy, né la credo quella pubblicata nel Cahier 18 del giornale della scuola politecnica;³ per cui fatemi il favore di indicarmi in quale periodico sia pubblicata. È strano che la seconda parte della memoria del Borchardt⁴ contiene una dimostrazione molto lunga del secondo dei teoremi di Cauchy che voi mi indicate; io non ne ho parlato essendo esso conseguenza necessaria della mia dimostrazione. Sono curioso di conoscere la dimostrazione del Cauchy, ma m'immagino [*sic*] che egli dimostrerà solo la possibilità come fa di solito.

Il Tortolini⁵ ha mantenuto la parola circa al migliorare la stampa; però questo primo fascicolo doveva essere di nove fogli, essendo uno di essi occupato da frontespizio etc.

Vi è piaciuto l'avviso dell'editore? E notate bene che avendomi egli mandato una bozza di stampa del medesimo a leggere, mi arbitrai di correggere alcuni errori di sintassi, di levar via il titolo di *illustri* che ci aveva regalato, ed anche l'ultima parte in elogio della stamperia de propaganda fide.⁶ Ma egli avrà avuto le sue buone ragioni per non seguire il mio avviso su quest'ultimo punto.

Amerei molto che anche voi vi occupaste della teoria delle funzioni Abelianne. Essa appare un campo immenso di ricerche, e sebbene non l'abbia osato stampare, pure dirò con voi essere intimamente persuaso che il Weierstrass⁷ non l'ha presentata nella sua integrità, o per meglio dire non ha poste nemmeno le basi per studiarla nella sua integrità. A questa mia idea che ora vengo a spiegarvi meglio alludono le denominazioni che io ho introdotte di *funzioni Abelianne ad indice unico*, f. A. a *doppio indice*, quasi ad indizio dell'esistenza di funzioni Abelianne a maggior numero di indici. Notate che il Weierstrass nella sua memoria del programma scolastico di Braunensberg⁸ dice incidentalmente che come nella teoria delle funzioni Ellittiche si considerano le tre funz.[ioni] *snn*, *cnn*, *dnn* così in quella delle funz.[ioni] ultra-ellittiche dell' $(n-1)$ -esima specie si dovranno considerare $2n+1$ funzioni; delle quali n analoghe a *snn*, a *cnn*; ed una a *dnn*. Ma essendosi in questo tempo pubblicata la memoria del Rosenhain⁹ nella quale si dimostrano esser quindici le funzioni analoghe alle *snn*, ... pel caso delle trasf.[ormazioni]i ultra-ellittiche di prima specie; il Weierstrass si sarà accorto di aver enunciato una proposizione erronea; quindi nella seconda memoria,¹⁰ senza dir niente di quella prima proposizione né della memoria del Rosenhain, introduce quelle funzioni che ha chiamate a doppio indice.

Ora io credo che debbonsi considerare anche funzioni a tre indici, a quattro indici etc. ... e precisamente per le funzioni ultra-ellittiche dell'($n-1$)esima specie vi saranno: $2n+1$ funz.[ioni] ad un indice; $\frac{(2n+1)2n}{2}$ funz.[ion]i a doppio indice; $\frac{(2n+1)2n(2n-1)}{2 \cdot 3}$ funz.[ion]i a triplo indice etc. in tutto:

$$2n+1 + \frac{(2n+1)2n}{2} + \frac{(2n+1)2n(2n-1)}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{(2n+1)2n(2n-1)\dots(n+2)}{2 \cdot 3 \dots n} = 2^{2n} - 1 = 4^n - 1.$$

Per $n=1$ si hanno le tre snn ...; per $n=2$ le quindici del Rosenhain etc. ... Questa mia opinione è appoggiata alla seguente considerazione.

Le funzioni Abelianie come le snn , cnn , dnn sono eseguibili mediante rapporti tra funzioni doppiamente infinite a denominatore comune. Ora considerando la più generale fra queste, e supponendo che in essa vi siano n argomenti, vedesi facilmente che la medesima dà origine a 4^n funzioni della stessa specie; alle quali debbono corrispondere altrettante meno una funzioni Abelianie. La difficoltà sta nel determinare la forma di queste ultime, perché risulti la più semplice; ma in modo che quella a triplo indice non siano p. e. esprimibili razionalmente per mezzo di quelle ad uno o due indici etc. Ho fatto osservare nel mio lavoro¹¹ che le f. A. a doppio indice si riducono a quelle ad un solo nel caso delle funz.[ioni] Ellittiche; così dovranno ridursi a quelle a doppio indice quelle a triplo nel caso delle tras.[formazion]i ultraellittiche di prima specie etc. Io non ho ancora potuto afferrare la forma generale di quelle funzioni sebbene alcune ricerche sulla periodicità delle prime due specie mi abbiano in parte rischiarato la via; prevedo però che difficilmente potrò risolvere questa quistione se non mi è dato di fermarmi sopra di essa per qualche tempo senza alcuna distrazione.

Spiacemi che nel secondo fascicolo del nostro giornale non potrò pubblicare quanto ho già fatto intorno alla periodicità di quelle due prime specie di funz.[ioni] Abelianie; od intorno al valore che esse assumono per valori particolari degli argomenti; giacché oltre alle tre brevi note del Jonquière¹² delle quali vi scrissi, il Tortolini ha accettata una memoria del P.e Jullien,¹³ ed io una del Prof.e Codazzi sulla teoria delle carte geografiche¹⁴; inoltre il Tortolini ha una sua memoria pur troppo assai lunga che intende pubblicare in quel fascicolo,¹⁵ per cui credo che con qualche articolo di rivista il fascicolo sarà completo.

Quanto mi dite intorno al Consiglio Superiore mi ha fatto molto senso; in questa parte stiamo meglio noi; i professori dell'Università sono affatto liberi nel programma delle loro Lezioni, né devono presentarlo ad alcuna Autorità.

Mi pare sarà difficile possiate attenervi al programma prescrittovi, non potreste parlarne all'amichevole col Menabrea?¹⁶

Ho veduto sulla rivista contemporanea del Gennajo riprodotto il vostro programma, quasi a conforto del ministro Lanza.¹⁷ Aveva egli forse degli scrupoli?

Ieri ho ricevuto il primo fascicolo del corrente anno dello Zeitschrift di Schlömilch;¹⁸ vi è un articolo intitolato "Reduction eines vielfachen Integrales" del redattore; è il medesimo già pubblicato nei berichten dell'Accademia di Lipsia,¹⁹ ma fa cenno in ultimo della vostra generalizzazione.

Io sarò certamente a Genova nei giorni che voi avete liberi, e vi sarò sommamente grato se verrete a trovarmi; quanto ai giorni di cui potrà disporre il Betti²⁰ ve li saprò dire.

Salutatemi l'Am[ico]. Colombo²¹ ed il Prof. Chiò.²² Conservatevi sano e credetemi

I'Aff.mo Amico Brioschi

¹ Cfr. nt. 29, lett. 8.

² Si tratta degli *Annali*, per i quali cfr. nt. 2, lett. 1.

³ A titolo di informazione, si danno comunque i riferimenti bibliografici completi del lavoro di Cauchy a cui accenna qui Brioschi: A. L. Cauchy, *Sur les racines imaginaires des équations*, «Journal de l'École polytechnique», 18e cahier, t. XI (1820), pp. 411-416. In *Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy*, 2e sér., Paris, Gauthier-Villars, 1905, t. I, pp. 258-263.

⁴ Brioschi si riferisce alla memoria citata nella nt. 28, lett. 8.

⁵ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁶ È la *Congregazione de propaganda fide* o *Sant'Uffizio* divenuta poi *Congregazione per la dottrina della fede*.

⁷ Cfr. nt. 8, lett. 10.

⁸ Brioschi nel suo lavoro *Sulle funzioni abeliane complete di prima e seconda specie*, già citato in nt. 5, lett. 6, in un'opportuna nota scrive: "Weierstrass – Beitrag zur Theorie der Abel'schen Integrale. Programm scolast. di Braunsberg, 1849. Zur Theorie der Abel'schen Functionen. Giornale di Crelle T. 47, pag. 293. Giornale di Liouville. Tom. XIX, pag. 262." Braunsberg è probabilmente la regione, oggi polacca, del Braunensberg.

⁹ Brioschi nell'articolo *Sopra alcune proprietà delle funzioni Abelianie*, cit. in nt. 6, lett. 6, in una nota posta alla pag. 27 cita il seguente lavoro di Johann Georg Rosenhain (1816-1887): "Mémoire sur les fonctions de deux variables et a quatre périodes etc. Recueil des Savants étrangers. T. XI, pag. 423."

¹⁰ Brioschi nello stesso lavoro citato nella nota precedente, alla pag 25 annota: “Le ingegnose ricerche del Sig. Weierstrass nella teorica delle funzioni Abelianne sono pubblicate nei Vol. 47 e 52 del giornale del Sig. Crelle. Le definizioni e denominazioni superiori sono quelle adottate da questo Autore nella seconda delle sue memorie, della quale non è finora pubblicata che una parte. Giornale di Crelle, Tom. 52, pag. 313.”

¹¹ Cfr. le note 5 e 6, lett. 6.

¹² I lavori di Jonquières sono stati già citati nella nt. 7, lett. 6.

¹³ Brioschi si riferisce all’opera di Marc-Antoine Jullien (1775-1848), *Mémoire sur la probabilité des erreurs dans la somme et dans la moyenne de plusieurs observations*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 76-88, 149-155, 227-237.

¹⁴ Delfino Codazzi (1824-1873), *Intorno alla questione: riportare in una superficie piana o sferica una figura situata in una superficie qualunque di rivoluzione talmente che le parti dell’immagine e della figura abbiano le aree in rapporto costante*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 89-109.

¹⁵ Nel 1858, risultano pubblicati, sugli «Annali di matematica pura ed applicata» i seguenti lavori di Tortolini: *Nuove ricerche relative alla sostituzione lineare per la riduzione delle funzioni ellittiche di prima specie*, serie I, t. I, pp. 57-75; *Sopra alcune curve algebriche delle quali la lemniscata è un caso particolare*, serie I, t. I, pp. 178-181, *Sulla risoluzione algebrica dell’equazioni di terzo e quarto grado*, serie I, t. I, pp. 310-322.

¹⁶ Cfr. nt. 15, lett. 3.

¹⁷ Giovanni Lanza (1810-1882). Ministro della Pubblica Istruzione del Regno di Sardegna, dal 31 Maggio 1855 al 18 Ottobre 1858.

¹⁸ Cfr. nt. 4, lett. 1.

¹⁹ L’articolo di O. Schlömilch, *Reduction eines vielfachen Integrales*, fu pubblicato dapprima nella rivista «Berichte über die Verhandlungen der Kgl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig», Leipzig, t. XIX (1857), pp. 67-73 e poi, nel 1858, nello «Zeitschrift für Mathematik und Physik».

²⁰ Cfr. nt. 1, lett. 1.

²¹ Cfr. nt. 11, lett. 1.

²² Cfr. nt. 10, lett. 1.

12

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 25 Febbraio [18]58

Caris.mo Amico

Vi ringrazio assai della memoria del Cauchy¹ che mi avete mandato; la dimostrazione del teorema che io ho attribuito al Borchardt² mi è assai piaciuta, ma le formule finali sulle quali quest’ultimo autore poggia la dimostrazione del teorema sono assai più comode, e per la forma di determinante e per aver fatto uso di sviluppi in cui non entrano i numeri bernoulliani.

Credo che il teorema dell’Hermite³ di cui mi parlate sia quello che riguarda la determinazione della costante T . Effettivamente nella formula di trasformazione, come avrete veduto nel mio lavoro, la determinazione di essa è inutile giacché nel rapporto fra due θ scompare; ma è senza dubbio una ricerca curiosa. Io vi ho pensato un momento e giunsi finora a dimostrare il caso particolare di $b=0$, e pel caso generale dover essere $T = \frac{C}{\sqrt{a+b\omega}}$ essendo C una costante rispetto ad ω . Ma ora sono occupato in alcune

ricerche sui covarianti delle forme a più variabili per cui devo lasciar da parte questo argomento, ed attendo che voi abbiate a soddisfare il desiderio di una dimostrazione. Vi esporrò brevemente il modo col quale giunsi a quel valore di T . Le funzioni $\theta_{\mu,\nu}$, $\Theta_{m,n}$ come ha osservato Jacobi,⁴ e come si vede facilmente, soddisfano alle equazi.[oni]:

$$(1) \frac{d^2\theta_{\mu,\nu}}{dx^2} - 4i\pi \frac{d\theta_{\mu,\nu}}{d\omega} = 0, \quad \frac{d^2\Theta_{m,n}}{dx^2} - 4i\pi \frac{d\Theta_{m,n}}{d\Omega} = 0.$$

Ora ponendo per brevità $a+b\omega=s$ la formula dell’Hermite è

$$(2) e^{i\pi b s x^2} \theta_{\mu,\nu}(sx) = T \Theta_{m,n}(x)$$

Derivo questa due volte per x , ed una per ω , ed osservando che posto $y=sx$ si ha:

$$\frac{d^2\theta_{\mu,\nu}(sx)}{dx^2} = s^2 \frac{d^2\theta_{\mu,\nu}(y)}{dy^2} = 0$$

e che:

$$\frac{d\Theta_{m,n}}{d\omega} = \frac{1}{s^2} \frac{d\Theta_{m,n}}{d\Omega}$$

si ottiene per le (1)

$$e^{i\pi b s x^2} \left(b\theta_{\mu,\nu}(y) + 2by \frac{d\theta_{\mu,\nu}(y)}{dy} \right) = -2s \frac{dT}{d\omega} \Theta_{m,n}(x)$$

la quale divisa per la (2) dà

$$b + 2by \frac{d \log \theta_{\mu,\nu}(y)}{dy} = -2s \frac{d \log T}{d\omega}.$$

Ora fra le quattro funzioni $\theta_{\mu,\nu}$ le tre $\theta_{0,0}$; $\theta_{1,0}$; $\theta_{0,1}$, hanno la proprietà che i valori di $\frac{d\theta_{\mu,\nu}}{dy}$ corrispondenti ad $y=0$ sono nulli e non lo sono quelli di $\theta_{\mu,\nu}(y)$ quindi l'equaz.[ione] superiore nella quale pongasi $y=0$ potrà dare:

$$\frac{d \log T}{d\omega} = -\frac{1}{2} \frac{b}{s} = -\frac{1}{2} \frac{b}{a+b\omega}$$

per cui $T = \frac{C}{\sqrt{a+b\omega}}$. Adesso però che vi scrivo mi nasce qualche dubbio sull'ultima parte di questa

dimostrazione. Essa potrebbe avere il vantaggio di essere applicabile anche alle funzioni Abelianne, giacché si hanno anche in questo caso formule analoghe alla (1); le quali non saranno ancora considerate in questa teoria, ma che sono assai utili. La formula poi che dà l'Hermite alla pag. 172, dalla quale, egli dice, deduconsi le equazioni algebriche e differenziali ... non è la più generale. Jacobi ha indicato nella lettera diretta all'Hermite e pubblicata nelle sue opere⁵ come si possa giungere ad una formula assai generale nella quale gli argomenti siano in un membro u_1, u_2, u_3, u_4 e nell'altro v_1, v_2, v_3, v_4 legati dalle equaz.[ioni]: $2v_1 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4, 2v_2 = u_1 + u_2 - u_3 - u_4$ etc. ...

Tutta la memoria del Rosenhain⁶ premiata dall'Accademia di Parigi si appoggia su questo teorema; che può estendersi anche alle funz.[ion]i Abelianne.

Vedrò con molto piacere la [vostra] dimostrazione del mio teorema sulle radici comuni;⁷ ma probabilmente dovrò attenderla, se il Terquem⁸ farà di essa come di due dimostrazioni l'una di una formula dell'Hesse,⁹ l'altra di quella di interpolazione del Tchebicheff¹⁰ che gli mandai da molto tempo. Anzi sarei tentato di pubblicare quest'ultima nella rivista dei nostri Annali.¹¹ Non so se abbiate veduto che in una nota alla traduz.[ione] francese del mio opuscolo sui determinanti¹² ho generalizzato quel teorema¹³ ed ho mostrato come possa estendersi al caso di equazioni a più variabili. Quella nota è estratta da una lunga lettera che io aveva scritto al Terquem sull'argomento, e credo sia questa lettera a cui allude il Terquem nella nota a pie' di pagina all'articolo pubblicato nei suoi Annali.¹⁴

Ho letto ieri alcuni dei rendiconti delle sedute del parlamento piemontese. Vedo che il Ministro¹⁵ diventa sempre più codino: l'episodio del deputato Boggio¹⁶ circa il famoso franchir la barrière, mi è assai piaciuto.

Giovedì della settimana scorsa fui a Milano per una seduta dell'Istituto.¹⁷ Il Mainardi¹⁸ lesse il sunto di otto memorie d'argomenti differenti cioè d'analisi, di geometria sintetica ed analitica, di teoria dei numeri, etc.

Se non fosse un ciarlatano, sarebbe un genio. Le sue letture sono fatte con tanta arte che non si può comprendere né il punto di partenza né quello d'arrivo, per cui non è possibile fargli obiezioni seduta

stante; il che avrei certo potuto fare almeno una volta. Nella Gazzetta di Milano del 23 Febbraio troverete il rendiconto della Seduta, che contiene presso a poco tutta la lettura del Mainardi.

Il Betti¹⁹ viene certamente a Genova nelle vacanze Pasquali, egli ha già inoltrato domanda pel permesso al Granduca²⁰ (vedete che larghezza di governo). Farà in modo di trovarvisi nei giorni che mi avete indicati; vi saprò dir meglio i giorni precisi.

Credete convenga fare un articolo bibliografico sull'opuscolo del Fenolio?²¹

Il Trudi ha pubblicato una nuova memoria (almeno nuova per me) "Sulle proprietà delle curve del 2° ordine circoscrivibili ad un quadrigono"²² l'avete letta?

Avete veduto la memoria del Kummer "Theorie der idealen primfaktoren der complexen Zahlen"²³ Non sarebbe bene renderne conto nel nostro giornale?

Conservatevi sano e credetemi

il Vostro Aff.mo Amico
Brioschi

¹ È la memoria, che non si è riusciti a determinare, alla quale Brioschi accenna anche nella lettera 11.

² Per Borchardt si veda nt. 6, lett. 2.

³ Per Hermite cfr. nt. 10, lett. 2. Il lavoro è *Sur quelques formules relatives à la transformation des fonctions elliptiques* «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», Paris, t. XLVI (1858), pp. 171-175. Questo lavoro fu pubblicato anche su «Journal de Mathématiques pures et appliquées», serie II, t. III (1858), pp. 26-36. In *Oeuvres de Charles Hermite*, cit. nt. 10, lett. 2, si trova al t. I, 1905, pp. 482-495.

⁴ Per Jacobi si veda nt. 6, lett. 1.

⁵ È una degli estratti di lettera: C. G. J. Jacobi, *Extraits de deux lettres de Charles Hermite à C. G. J. Jacobi et d'une lettre de Jacobi adressée à Hermite*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 32 (1846), pp. 277-299, pp. 176-181. In *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, cit. nt. 6, lett. 1, t. II, pp. 87-114, pp.115-120. Per i primi due estratti si veda pure in *Oeuvres de Charles Hermite*, cit. nt. 10, lett. 2, t. I, 1905, pp. 10-15.

⁶ Cfr. nt. 9, lett. 11.

⁷ Probabilmente trattasi di A. Genocchi, *Théorème de M. Brioschi sur les racines des équations algébriques*, «Nouvelles Annales de Mathématiques» detti pure *Annali di Terquem* (cfr. nt. 13, lett. 2), serie I, t. XVI (1857), pp. 95-96. Va segnalato che Brioschi aveva in precedenza pubblicato l'articolo: *Méthode pour déterminer les racines communes à deux équations*, «Nouvelles Annales de Mathématiques» serie I, t. XIV (1855), pp. 81-83, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. V, pp. 113-118.

⁸ Cfr. nt. 13, lett. 2.

⁹ Ludwig Otto Hesse (1811-1874). Non risulta, tra i lavori pubblicati da Brioschi sugli *Annali di Terquem*, alcun articolo che sembra rimandare a una *formula di Hesse*.

¹⁰ Cfr. nt. 13, lett. 2 e nt. 10, lett. 14.

¹¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

¹² F. Brioschi, *La teorica dei determinanti e le sue principali applicazioni*, Pavia, tip. degli Eredi Bizzoni, 1854. Come già si è già accennato nella nt. 14, lett. 8, questo lavoro fu tradotto in francese da E. Combesure col titolo di *Théorie des déterminants et leurs principales applications*, Paris, Mallet-Bachelier, 1856.

¹³ Brioschi allude alla generalizzazione del teorema sulle radici comuni che aveva dato nel lavoro cit. qui nella precedente nt. 7.

¹⁴ Trattasi della rivista di Terquem, per la quale cfr. nt. 13, lett. 2.

¹⁵ Cfr. nt. 17, lett. 11.

¹⁶ Pier Carlo Boggio (1827-1866), professore di diritto costituzionale, deputato al Parlamento del Regno di Sardegna e patriota.

¹⁷ È l'Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti, citato in nota 6, lettera 4.

¹⁸ Cfr. nt. 21, lett. 3.

¹⁹ Cfr. nt. 1, lett. 1.

²⁰ Granduca di Toscana era Leopoldo II di Lorena (1797-1870).

²¹ Cfr. nt. 5, lett. 8.

²² N. Trudi, per il quale si veda nt. 2, lett. 4, *Sulle proprietà delle curve del secondo ordine circoscrivibili ad un quadrigono ed alla ricerca della minima tra esse in superficie*, «Memorie della R. Accademia delle Scienze di Napoli», serie II, t. I (1856), pp. 239-284.

²³ Ernst Eduard Kummer (1810-1893), *Theorie der idealen Primfactoren der complexen Zahlen, welche aus den Wurzeln der Gleichung $\omega^n = 1$ gebildet sind, wenn n eine zusammengesetzte Zahl ist*, cfr. pure (A. Weil Edited by) E. E. Kummer, *Collected Papers*, Berlin Heidelberg New York, Springer-Verlag, 1975, I, pp. 583-630 (dove vengono indicati i seguenti luoghi editoriali: Berlin. Abh. 1856, 1-47, gelesen 18. Decbr. 1856. Blosser Titel, ohne Auszug in Berlin. Monatsber. 1856, 648).

13
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 23 Marzo [18]58

Caris.mo Amico

Finalmente Betti¹ mi diede notizia sicura intorno al suo viaggio, ed io posso rispondere alla vostra lettera. Se il mare sarà tranquillo egli partirà da Livorno dopodomani Giovedì alla sera, e verrà a Torino senza fermarsi che pochi istanti a Genova; dove sarà di ritorno pel Lunedì o Martedì e vi starà fino dopo le feste. Se ciò è, lo vedrete prima di me, in qualunque modo però vi aspetto a Genova dal Mercoledì Santo in avanti. Io vi andrò il prossimo Lunedì ed alloggerò [sic] all'Albergo della Ville.

Mi è molto piaciuta la vostra dimostrazione del teorema sulle radici comuni,² nella nota alla traduz.[ion]e³ oltre al considerare il caso di equazioni a più incognite ho dato questo teorema. Indicando con P_1 il simbolo di operazione

$$x^s \frac{dV}{db_m} - sx^{s-1} \frac{dV}{db_{m-1}} + \dots + (-1)^s \frac{dV}{db_{m-s}}$$

e con P_2 ciò che si ottiene ripetendo sopra V l'operaz.[ione] P_1 ossia

$$P_2 = x^{2s} \frac{d^2V}{db_m^2} - 2s x^{2s-1} \frac{d^2V}{db_m db_{m-1}} + \text{etc} \dots$$

ed analogamente P_3, P_4 etc. ... Se le due equaz.[ioni] hanno r radici x_1, x_2, \dots, x_r comuni si avranno le:

$$V=0, P_1=0, P_2=0 \dots P_{r-1}=0$$

e

$$P_r = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r V_{1,2,3,\dots,r} (x-x_1)^s (x-x_2)^s \dots (x-x_r)^s.$$

Per $s=1$ si ha il teorema che ho pubblicato negli Annali. Analogamente si ponno stabilire dei criterj sulla molteplicità delle radici di una equazione.

Quella parte di dimostrazione del teorema dell'Hermite⁴ che vi comunicai è esatta, ma avendo per errore di calcolo tralasciato un termine giungeva ad una formola che mi fece nascere un dubbio mentre la trascriveva. Infatti credo avervi scritto che la funzione $\theta_{\mu,\nu}(sx)$ soddisfa alla equaz.[ione]:

$$\frac{d^2\theta_{\mu,\nu}(y)}{dy^2} - 4i\pi \frac{d\theta_{\mu,\nu}(y)}{d\omega} = 0 \quad (y=sx)$$

mentre invece la formola esatta è:

$$\frac{d^2\theta_{\mu,\nu}(y)}{dy^2} - 4i\pi \frac{d\theta_{\mu,\nu}(y)}{d\omega} + 4i\pi bx \frac{d\theta_{\mu,\nu}(y)}{dy} = 0$$

per cui fatte le riduzioni arrivasi alla:

$$\frac{d \log T}{d\omega} + \frac{1}{2} \frac{b}{s} = 0$$

e perciò:

$$T = \frac{C}{\sqrt{a+b\omega}}.$$

Sono anche giunto a dimostrare essere C una radice ottava dell'unità, ma non potei ottenere quella espressione così generale dell'Hermite. Se suppongo

$$\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-\lambda^2 y^2)}} = \alpha \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2 x^2)}}$$

si dimostra facilmente essere $C = \sqrt{\alpha}$, ma $\alpha = \sqrt{\frac{k}{\lambda}}$ pel caso dell'Hermite; dunque dalla formola generale di relazione fra i moduli (p. e. la (20) della mia nota sulla trasformaz.[ione] delle funzioni Ellittiche)⁵ si ha che C è una radice ottava dell'unità. Io ho qualche dubbio sulla formola dell'Hermite; intanto essa non può sussistere colle condizioni da lui date, cioè colle due

$$\begin{aligned} m &= a\mu + b\nu + ab \\ n &= c\mu + d\nu + cd \end{aligned}$$

ma questo può essere errore di stampa; giacché queste equaz.[ioni] debbono essere sostituite da due congruenze (*mod. 2*). Parmi che l'Hermite non abbia osservato che i numeri a, b, c, d devono soddisfare oltre l'equaz.[ione] $ad-bc=1$ anche due altre che si ottengono così. Se nella equazione:

$$e^{i\pi b s x^2} \theta_{\mu, \nu}(sx) = T\Theta_{m, n}(x)$$

si pone $\mu=\nu=1$ ed $x=0$ essendo $\theta_{1,1}(0)=0$ dovrà essere $\theta_{m,n}(0)=0$ ma ciò non può essere se non sono $m=n=1$; giacché delle quattro funzioni θ una sola annullasi, annullandosi l'argomento; quindi le a, b, \dots debbono soddisfare le congruenze

$$\begin{aligned} a + b + ab &\equiv 1 \\ c + d + cd &\equiv 1 \end{aligned} \quad (\text{mod. } 2)$$

Se cambiate queste congruenze in equazioni la formola dell'Hermite non può più sussistere.

Nell'ultimo fascicolo del giornale di Borchardt⁶ ho letto la nota di un tale Lipschitz "Untersuchung einer aus vier Elementen gebildeten Reihe"⁷ che mi pare di qualche interesse.

La memoria del Kummer "Theorie der Idealen Primfaktoren etc."⁸ è negli atti dell'Accademia di Berlino del 1856; mi pare che il renderne conto sia affare abbastanza grave, e forse converrà una traduzione; a meno che si potesse combinare una monografia su questo argomento dei numeri complessi, della quale dovreste voi occuparvi.⁹ Ma di questo e di molte altre cose parleremo a Genova.

Fatemi il favore di domandare al Prof. Chiò¹⁰ se si può avere il rapporto della Commissione pel traforo del Cenisio;¹¹ egli me ne parlò l'anno scorso, e mi aveva anche promesso di mandarmi alcune sue operazioni sul medesimo. Ora la quistione venne di nuovo agitata dal Moigno.¹²

Salutatemi l'amico Colombo¹³ e conservatemi la vostra amicizia

il Vostro Brioschi

¹ Cfr. nt. 1, lett. 1.

² Cfr. nt. 7, lett. 12.

³ Si tratta di una nota apposta alla traduzione in francese dell'opuscolo *La teorica ecc.* per la quale si vedano pure le nt. 12, lett. 12 e nt. 14, lett. 8.

⁴ Per quanto riguarda Hermite cfr. nt. 10, lett. 2, per il lavoro cfr. nt. 3, lett. 12 e per la dimostrazione la stessa lettera 12.

⁵ F. Brioschi, *Sulla trasformazione delle funzioni ellittiche*, «Annali di Scienze matematiche e fisiche», t. VIII (1857), pp. 70-76, 125-128, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 247-255.

⁶ Cfr. nt. 6, lett. 2.

⁷ Rudolf Otto Sigismund Lipschitz (1832-1903), *Untersuchung einer aus vier Elementen gebildeten Reihe*. «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 54 (1857), pp. 313-328.

⁸ Cfr. nt. 23, lett. 12.

⁹ Dalla consultazione del *Catalogo delle pubblicazioni di Angelo Genocchi* posto in appendice ai *Cenni necrologici di Angelo Genocchi*, redatto da Francesco Siacci («Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino», serie II, t. XXXIX (1889), pp. 463-495) non risulta alcun lavoro di questo tipo scritto da Genocchi.

¹⁰ Cfr. nt. 10, lett. 1.

¹¹ Il traforo del Cenisio, ovvero del Fréjus, fu il primo grande traforo alpino. Iniziato nel 1857, fu inaugurato il giorno di Natale del 1870.

¹² François Napoléon Marie Moigno (1804-1884).

¹³ Cfr. nt. 11, lett. 1.

Pavia, 11 Maggio [18]58

Caris.mo Amico

Non ho potuto rispondere prima alla vostra lettera e per una leggiera [*sic*] indisposizione, e perché aspettava notizie recenti dal Tortolini.¹ La prima scomparve, queste non giunsero ancora, per cui vi comunico quello che conosco, cioè quanto abbiamo a pubblicare nel terzo fascicolo.² Oltre la continuaz.[ione] della memoria del Jullien,³ vi è una memoria del Tardy sulle derivate ad indice fratto;⁴ una del Betti sui covarianti delle forme binarie;⁵ una mia sui covarianti sulle forme a più indeterminate;⁶ una del Cremona sulle linee gobbe del terzo ordine;⁷ una del Bertrand sopra una formola di Abel.⁸ —[Nella Sezione] Rivista [Bibliografica:]— La continuazione dell'articolo Cattaneo,⁹ la dimostraz.[ione] della formola di interpolaz.[ion]e del Tchebicheff;¹⁰ il vostro articolo sulla memoria del Riemann?¹¹ Sulla risoluzione delle equazioni del quinto grado?¹² Aspetto da voi di sapere se questo penultimo articolo possa pubblicarsi in questo fascicolo; del Betti si conoscerà quel che ha fatto intorno alle nuove ricerche dell'Hermite.¹³

Io ho pure lavorato intorno a questo argomento; ma trovai utile l'abbandonare almeno in parte la strada dell'Hermite, cioè di far uso in luogo delle equazioni modulari di altre equazioni che denominerei del Moltiplicatore. La proprietà principale delle radici di esse fu già enunciata dal Jacobi (Crelle T. 3° pag. 308)¹⁴ non credo che alcuno l'abbia dimostrata; anzi l'Hermite a torto la chiama assai astrusa (Jacobi Opere T. 2° pag. 249-250).¹⁵ Ecco i valori delle quantità indicate dal Jacobi con A_0, A_1, A_2, \dots

$$A_0 = \frac{\sum_{m=-\infty}^{m=\infty} q^{nm^2}}{\sum_m q^{m^2}}, \quad A_1 = 2q^n \frac{\sum_m q^{nm^2+2m}}{\sum_m q^{m^2}}, \quad \dots \quad A_r = 2q^n \frac{r^2 \sum_m q^{nm^2+2rm}}{\sum_m q^{m^2}}.$$

Da questa prima proprietà se ne ricavano altre di molto interesse, e tra esse una risoluz.[ione] delle equazioni del quinto grado analoga a quella dell'Hermite. Se il Betti non intende per ora pubblicare le sue ricerche sulle equazioni modulari¹⁶ io potrei pubblicare queste.

Occupato di questo argomento non ritornai sulla memoria dell'Hermite del giornale di Liouville¹⁷ però mi rimane ancora un dubbio che vi scriverò in seguito.

Vi ringrazio delle osservazioni che mi fate intorno alla troppa concisione alla quale mi sono abituato; avete ragione; ma credetemi che non ho interamente la colpa di ciò. È una conseguenza del poter occupare solo poche ore allo studio, occupato come sono dalle due ore di scuola quotidiane, e da molte altre incombenze.

In questo mese non ebbi giornali o libri nuovi; mi si dice che nel fascicolo di Crelle ora pubblicato trovasi una memoria di Jacobi sulle funzioni Abelianne,¹⁸ ma non giunse ancora questo fascicolo alla Biblioteca.

Scrivetemi subito intorno all'articolo sul lavoro del Riemann, per poter decidere come riempire le poche pagine che rimangono.

Conservatevi sano e credetemi l'aff.mo

Brioschi

¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

² È naturalmente il terzo fascicolo degli *Annali* per i quali cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Cfr. nt. 13, lett. 11.

⁴ Tra i lavori di Placido Tardy (1816-1914) risulta pubblicato, nel 1858, l'articolo *Sui differenziali a indice qualunque*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 135-148.

⁵ Per Betti cfr. nt. 1, lett. 1. Il lavoro è: *Sopra i covarianti delle forme binarie*, cfr. nt. 3, lett. 6.

⁶ F. Brioschi, *Sui covarianti delle forme a più variabili*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 158-163, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 313-319.

⁷ Per Cremona cfr. nt. 2, lett. 1. Il lavoro è: *Sulle linee del terz'ordine a doppia curvatura*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 164-174, 278-295. Com'è noto, le espressioni "linee (o curve) gobbe", "linee (o curve) a doppia curvatura", "linee (o curve) sghembe" sono equivalenti. In *Opere matematiche* di Luigi Cremona, pubblicate sotto gli auspici della R. Accademia dei Lincei, Ulrico Hoepli, Milano, 1914, vol. I, pp. 39-69.

⁸ Joseph Louis François Bertrand (1822-1900), *Note sur une formule d'Abel*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 156-157.

⁹ Francesco Cattaneo (1811-1873). Cattaneo pubblicò sul t. I degli «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica» un articolo, bibliografico, *Sopra una memoria del Prof. Ottaviano Fabrizio Mossotti sotto il titolo "Nuova teoria degli stromenti ottici". Osservazioni del Prof. F. Cattaneo*, ripartito in tre pezzi che iniziano rispettivamente con le pagine 48, 120, 184.

¹⁰ Per Tchebicheff cfr. nt. 12, lett. 2. Il lavoro è: F. Brioschi, *Intorno ad una formola d'interpolazione (Tschebicheff. Sur une formule d'Analyse, Journal für die reine und angewandte Mathematik, t. LIII (1857), p.286)*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. I (1858), pp. 182-183, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 325-327.

¹¹ A. Genocchi, *Formole per determinare quanti siano i numeri primi fino ad un dato limite (Riemann, Bericht der Akademie der Wiss. zu Berlin, Novembre 1859)*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. III (1860) pp. 52-59.

¹² F. Brioschi, *Sulla risoluzione delle equazioni del quinto grado, (Hermite, Sur la résolution de l'équation du cinquième degré, Comptes Rendus, N. 11 Mars, 1858 [per ulteriori indicazioni bibliografiche si veda nt.6, lett. 43])*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. I (1858), pp. 256-259, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 335-341.

¹³ Per Hermite cfr. nt. 10, lett. 2. Per quanto riguarda le ricerche dell'Hermite, a cui si riferisce Brioschi, esse sono quelle contenute nell'articolo, del 1858, *Sur la résolution de l'équation du cinquième degré* (si veda questa Introduzione, pf. 1.1., e la nt. 6, lett. 43).

¹⁴ Per quanto riguarda Jacobi cfr. nt. 6, lett. 1. Il lavoro di cui si parla è: C. G. J. Jacobi, *Notices sur les fonctions elliptiques*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 3 (1828), pp. 192-195, 303-310, 403-404; Bd. 4, pp. 185-193. In *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, cit. nt. 6, lett. 1, t. I, pp. 249-275.

¹⁵ C. G. J. Jacobi, *Über unendliche Reihen, deren Exponenten zugleich in zwei verschiedenen quadratischen Formen enthalten*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 37, pp. 61-94 e 221-254. In *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, cit. nt. 6, lett. 1, t. II, pp. 217-288.

¹⁶ Betti divenuto professore di Algebra all'Università di Pisa, nel 1857, più volte promise, come è ricordato in *Enrico Betti: Teoria della elasticità* (a cura di D. Capecchi, G. Ruta, R. Tazzioli, Benevento, Hevelius, 2006, p. 68) di dare alle stampe un trattato di algebra che avrebbe raccolto le sue lezioni universitarie. Il trattato non fu mai pubblicato, né tanto meno risultano editi negli *Annali* articoli del tipo accennato in questa lettera.

¹⁷ Cfr. nt. 3, lett. 12.

¹⁸ C. G. J. Jacobi, *Über die Substitution $(ax^2 + 2bx + c)y^2 + 2(a'x^2 + 2b'x + c')y + a''x^2 + 2b''x + c'' = 0$ und über die Reduction der Abel'schen Integrale erster Ordnung in die Normalform*, (Aus den hinterlassenen Papieren von C. G. J. Jacobi mitgeteilt durch Herrn F. Richelot), «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 55 (1858), pp. 1-14. In *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, cit. nt. 6, lett. 1, t. II, pp. 363-379.

15

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 12 Maggio [18]58

Caris.mo Amico

Con questa mia riceverete uno stampone della nota del Bertrand¹ della quale vi annunciai solo il titolo non sapendone più in là. Me l'ho fatto mandare dal Tortolini² perché in generale è bene che le memorie che pubblichiamo non siano lette prima soltanto da lui. Credo giusta l'operazione del Bertrand; quanto alle notizie storiche sono cose notissime; però leggetele e scrivetemene subito qualche cosa, principalmente se avete a fare qualche osservazione.

Se non avete pronto l'articolo sulla memoria del Riemann,³ potrò empirio io le poche pagine che rimangono con una nota sulla risoluz.[ione] delle equazioni di quinto grado,⁴ e colla dimostrazione del teorema di Jacobi⁵ di cui vi dissi. Parmi questa sia assai più semplice di quella dell'Hermite.⁶

Vi saluto di fretta

il Vostro aff.mo Brioschi

¹ Cfr. nt. 8, lett. 14.

² Cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Cfr. nt. 11, lett. 14.

⁴ Cfr. nt. 12, lett. 14.

⁵ F. Brioschi, *Dimostrazione di una formola di Jacobi*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 117-118, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 309-310. A riguardo, si veda pure la lettera 9.

⁶ Per Hermite cfr. nt. 10, lett. 2. Per gli scritti ai quali qui si fa implicitamente riferimento si veda nt. 5, lett. 12.

16

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 5 Giugno [1858]¹

Caris.mo Amico

Ricevo ora due memorie del Prof. Lebesgue² inviatemi da voi. Se avete occasione di scrivergli ringraziatelo a mio nome, ed inoltre fatemi conoscere il suo indirizzo affinché possa mandargli qualche mio lavoro.

Ho ricevuto in questi giorni il fascicolo di Febbraio dei Monatsberichte di Berlino;³ esso contiene una memoria di Kummer che ha per titolo "Über die allgemeinen Reciprocitätsgesetze der Potenzreste".⁴ Se desiderate vederla ve la manderò e potrete tenerla con tutto vostro comodo.

Avrei ora bisogno di una notizia bibliografica che voi mi potrete dare.

Io conosco pochissimo intorno la teoria dei numeri complessi; le uniche letture da me fatte sull'argomento sono le memorie del Kummer stampate nel giornale di Liouville⁵ e la vostra⁶ pure pubblicata in questo giornale. Vorrei ora formarmi una chiara idea dei numeri ideali; quale fra le posteriori memorie di Kummer mi converrà leggere?

Ieri giunse alla biblioteca la parte 2^a del Vol. 147 della Transactions di Londra;⁷ credo sia l'ultimo Vol. e pubblicato. Esso contiene due memorie del Cayley l'una sulle curve piane del terzo ordine, l'altra sulle funzioni simmetriche delle radici di equazioni algebriche.⁸ Ieri sera lessi quest'ultima la quale può dirsi un ammasso di tavole (od esempj) con alcune operazioni intorno alle medesime. Queste operazioni sono tutte conseguenze dei teoremi generali da me dati sull'argomento,⁹ meno una che è di qualche importanza e che sarei desideroso di poter dimostrare. Eccola. Siano x_1, x_2, \dots, x_n , le radici della

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n = 0.$$

Se calcolassi p. e. la funzione simmetrica $\varphi = \sum x_1^3 x_2^2 x_3$ risulterà, pel mio teorema, quello del Sylvester (Tortolini Agosto 1854)

$$(1) \quad \varphi = A a_1^2 a_4 + B a_1 a_2 a_3 + C a_1 a_5 + D a_2 a_4 + E a_3^2 + F a_6$$

essendo A, B, \dots coefficienti numerici. Ora se si calcolano le funzioni simmetriche:

$$\varphi_1 = \sum x_1^4 x_2 x_3, \quad \varphi_2 = \sum x_1^5 x_2, \quad \varphi_3 = \sum x_1^4 x_2^2, \quad \sum x_1^3 x_2^3, \quad \sum x_1^6,$$

nelle quali gli indici dei vari termini della (1) sono passati ad esponenti, trovasi che in φ_1 il coeff. di $a_1 a_2 a_3$ è A

$\varphi_2 \dots a_1 a_2 a_3$ è C
 $\varphi_3 \dots a_1 a_2 a_3$ è D
 $\varphi_4 \dots a_1 a_2 a_3$ è E
 $\varphi_5 \dots a_1 a_2 a_3$ è F

e $a_1 a_2 a_3$ è il termine corrispondente a φ , cioè gli esponenti sono passati ad indice. È questo un problema di partizione di qualche interesse.

Ho veduto nell'ultimo fascicolo degli Annali del Tortolini un vostro lavoro che può dirsi di fine critica, la vostra catilinaria contro *coloro* che fanno uso di serie divergenti e le vostre citazioni molto a proposito mi sono assai piaciute.¹⁰ Mi pare che quanto dite della memoria del Menabrea¹¹ non sia completamente esatto; giacché oltre i calcoli dell'Olivero [*sic*],¹² se ben mi ricordo il Menabrea ha dato una dimostrazione che ha qualche analogia colla vostra.

Il Tortolini mi lascia al bujo, per cui non so se il fascicolo sarà stato pubblicato il 1° Giugno, e se conteneva il vostro articolo sulla memoria del Riemann.¹³ Io gli aveva mandato la dimostrazione del teorema di Jacobi¹⁴ di cui vi scrissi e poco più ... che non v'era molto spazio libero.

Datemi presto vostre notizie e credetemi sempre

l'aff.mo Amico Brioschi

Salutatemi gli amici Chiò¹⁵ e Colombo.¹⁶

¹ L'anno si evince dalla pubblicazione della memoria di Kummer, *Über die allgemeinen Reciprocitätsgesetze der Potenzreste*, apparsa nel 1858.

² Victor Amédée Lebesgue (1791-1875). Le memorie potrebbero essere: *Démonstration de quelques formules d'un Mémoire de Jacobi*; «Journal de Mathématiques pures et appliquées», t. XVI (1854), pp. 289-300; *Note sur le Canon arithmeticus de Jacobi*, «Journal de Mathématiques pures et appliquées», t. XVI (1854), pp. 334-336.

³ *Monatsberichte der Koeniglich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*.

⁴ Per Kummer cfr. nt. 23, lett. 12. La memoria di E. E. Kummer è *Über die allgemeinen Reciprocitätsgesetze der Potenzreste*, «Monatsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin», 1858, pp. 158-171 e cfr. pure (A. Weil Edited by) E. E. Kummer, *Collected Papers*, cit. in nt. 23, lett. 12, I, pp. 673-687.

⁵ E. E. Kummer, *Mémoire sur la théorie des nombres complexes composés de racines de l'unité et de nombres entiers*, «Journal de Mathématiques pures et appliquées», t. XVI (1851), pp. 377-498, confronta pure (A. Weil edited by) E. E. Kummer, *Collected Papers*, cit. in nt. 23, lett. 12, I, pp. 363-484.

⁶ A. Genocchi, *Note sur les nombres complexes*, «Journal de Mathématiques pures et appliquées», t. XIX (1854), pp. 281-288.

⁷ Il riferimento è alla rivista *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*.

⁸ Per Cayley cfr. nt. 12, lett. 3. Le memorie sono: *A Memoir on Curves of the Third Order*, «Philosophical Transactions of the Royal Society of London», t. CXLVII (1857), pp. 415-446; e *A Memoir on the Symmetric Functions of the Roots of an Equation*, «Philosophical Transactions of the Royal Society of London», t. CXLVII (1857), pp. 489-499. Le due memorie sono inserite in *The Collected Mathematical papers of Arthur Cayley*, cit. in nt. 13, lett. 8, t. II, rispettivamente alle pp. 381-416 e 417-439.

⁹ Si veda F. Brioschi, *Sulle funzioni simmetriche delle radici di una equazione*, «Annali di Scienze matematiche e fisiche», t. V (1854), pp. 313-315 e 422-428, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 143-145 e 145-150.

¹⁰ Per tutto ciò si vedano le considerazioni di Genocchi in: *Di una nota del Barone Plana. Casi particolari del moto dei liquidi*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. I (1858), pp. 383-396.

¹¹ Per Menabrea cfr. nt. 15, lett. 3. La vaghezza della citazione non ha permesso di individuare la memoria.

¹² Giovanni Valerio Oliveri (?-?). Nato a Chiusa in provincia di Cuneo. Su di lui si veda la voce biografica a cura di M. T. Navale in C. S. Roero, *La Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali di Torino 1848-1998*, cit. in nt. 18, lett. 3, t. II, p. 41.

¹³ Cfr. nt. 11, lett. 14.

¹⁴ Cfr. nt. 5, lett. 15.

¹⁵ Cfr. nt. 10, lett. 1.

¹⁶ Cfr. nt. 11, lett. 1.

17

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 21 Giugno [18]58

Caris.mo Amico

Ho tardato d'alcuni giorni il rispondervi, per poter mandarvi questo articolo bibliografico che desidero leggiate ed in seguito spediate a Tortolini¹ se vi pare abbastanza chiaro. Vi mando anche la memoria del Weierstrass² perché vediate quali sono le dimostrazioni che ho creduto di cambiare. Infine a questo mio articolo spero manderete voi pure qualche lavoro al Tortolini, almeno l'articolo bibliografico sull'opuscolo del Riemann.³

I materiali che abbiamo già pel quarto fascicolo sono Continuazione delle memorie del P.e Jullien,⁴ e Prof. Cremona,⁵ una memoria del Prof. Codazzi che ha per titolo "Teorica dei moti piccioli di un galleggiante omogeneo",⁶ un lavoro del Betti sul risultante di più equaz.[ioni] algebriche a più variabili,⁷ la continuaz.[ion]e della mia nota sulle equaz.[ion]i del moltiplicatore.⁸

L'articolo sul libro del Lamé⁹ era lavoro del quale erasi incaricato il Betti; ma che pensò di non fare trovando poco a lodare e molto di criticabile.

Io sono d'accordo con lui circa al giudizio ma non alla conseguenza.

Il Sac.[erdot]e Janni mandò anche a me con lettera il suo opuscolo;¹⁰ non vi diedi che una rapida scorsa; le dimostrazioni sono oltre modo prolisse ed anche un po' confuse, però parmi che egli conosca abbastanza bene l'argomento. Non gli ho ancora risposto, ma lo farò fra pochi giorni.

¹ Per Tortolini cfr. nt. 2, lett. 1.

² Si ricorda che nel lavoro *Sopra alcune proprietà delle funzioni Abelianne*, Brioschi fa riferimento alle "ingegnose ricerche del Sig. Weierstrass nella teorica delle funzioni Abelianne". Si vedano a riguardo le note 8 e 10 della lettera 11.

³ Cfr. nt. 11, lett. 14.

⁴ Cfr. nt. 13, lett. 11.

⁵ Cfr. nt. 7, lett. 14.

⁶ Per Codazzi cfr. nt. 14, lett. 11. Il lavoro è *Teorica dei moti piccioli d'un galleggiante omogeneo*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 205-226.

⁷ Per Betti cfr. nt. 1, lett. 1, mentre il lavoro è *Sopra l'equazioni algebriche con più incognite*, cit. in nt. 4, lett. 6.

⁸ F. Brioschi, *Sulle equazioni del moltiplicatore per la trasformazione delle funzioni ellittiche*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 175-177, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 321-324.

⁹ Probabilmente si tratta del libro citato in nt. 9, lett. 3.

¹⁰ L'opuscolo di Giuseppe Janni reca per titolo *Saggio di una teorica elementare de' determinanti del sacerdote Giuseppe Janni*, Napoli, 1858.

18

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 26 Luglio [18]58

Caris.mo Amico

Sebbene anche oggi non possa scrivervi che brevemente, mi sono deciso di farlo per non prolungare di più a rispondervi.

In questo tempo non ho potuto lavorare molto, però ho continuato le ricerche sulla trasformaz.[ione] delle equazioni¹ di cui vi scrissi nell'ultima mia e sono arrivato a determinare n equazioni alle derivate parziali lineari alle quali debbano soddisfare ogni funzione dei coefficienti della trasformata.

Mediante queste equazioni si determinano assai facilmente quelle funzioni, principalmente allorquando siano invarianti o primi coefficienti di covarianti della trasformata. Ho letto una breve nota sull'argomento all'Istituto di Milano Giovedì scorso.

Le novità in fatto di pubblicazioni sono la memoria del Bellavitis sui determinanti² la quale suppongo v'avrà mandato; il secondo fascicolo delle Mathematische Mittheilungen di Raabe.³ Contiene un lungo articolo sulle proprietà delle funzioni Bernoulliane già considerate dall'Autore nel giornale di Crelle,⁴ e sulle funzioni Euleriane ora introdotte per la prima volta. Scrissi una breve notizia bibliografica sull'argomento pel nostro giornale.⁵

L'ultimo volume degli Atti dell'accademia di Napoli contiene varie memorie di Matematica di Padula,⁶ di Battaglini,⁷ di Fergola.⁸ Ma quella gente coll'ostinarsi a rimanere isolati o col doverlo fare, sono al bujo di cose agli altri notissime. Il Padula p. e. dimostra alcuni teoremi attribuendoli a Steiner⁹ ed a Clausen,¹⁰ teoremi che leggonsi nella memoria di Dupin sui corpi galleggianti,¹¹ e furono dimostrati da Bordoni.¹² Il Fergola ha una memoria sullo sviluppo dell'espres.[sione] $\frac{1}{c e^x - 1}$, sviluppo, egli dice, non ancora considerato da alcuno. Nella notizia bibliografica della quale vi scrissi sopra essendomi venuto il destro rammassai quel che scrisse Eulero¹³ ed il vostro lavoro sull'argomento.

Quindici giorni sono ebbi una lettera dall'Hermite¹⁴ di ringraziamento ai compilatori del giornale pel dono fattogliene; e promette la sua collaborazione. Probabilmente appena avrà tempo mi manderà un lavoro sulle equaz.[ioni] modulari dell'ottavo grado.¹⁵

Voi probabilmente sarete alla fine delle vostre fatiche scolastiche, io ne ho ancora per più di un mese. Io e Betti¹⁶ coltiviamo sempre il progetto del viaggio in Germania, non potreste venirci anche voi?

Scrivetemi che impressione vi fece il lavoro del Bellavitis. Al Prete Janni¹⁷ non ho ancora risposto e voi? State sano e credetemi

I'Aff.mo Amico Brioschi

Mi scordavo dirvi che sebbene con qualche lentezza pure attendo alla monografia sulla teorica dei covarianti e degli invarianti;¹⁸ fate voi altrettanto per quella sui numeri complessi?¹⁹

¹ F. Brioschi, *Sulla trasformazione delle equazioni algebriche*, «Giornale del I. R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti e Biblioteca Italiana», serie I, t. I (1858), pp. 231-233, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. III, pp. 171-175.

² Giusto Bellavitis (1803-1880), *Sposizione elementare della teorica dei determinanti*, «Memorie dell'I. R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», t. VII, parte I (1858), pp. 67-144.

³ Cfr. nt. 7, lett. 7.

⁴ J. L. Raabe, *Zurückführung einiger Summen und bestimmten Integrale auf die Jacob-Bernoulli'sche Function*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 42 (1851), pp. 348-367.

⁵ F. Brioschi, *Sulle funzioni Bernoulliane ed Euleriane* «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. I (1858), pp. 260-263, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 343-347.

⁶ Per Padula cfr. nt. 4, lett. 4. Il lavoro è: *Ricerche sulle superficie curve*, «Memorie della Reale Accademia delle Scienze», Vol. II (1857), pp. 308-314.

⁷ Giuseppe Battaglini (1826-1894). L'articolo è: *Sulla partizione de' numeri*, «Memorie della Reale Accademia delle Scienze», Vol. II (1857), pp. 353-363.

⁸ Emanuele Fergola (1830-1915). Risultano pubblicati sulle «Memorie della Reale Accademia delle Scienze», Vol. II (1857) i seguenti lavori: *Sopra la condizione per la possibilità dello sviluppo di qualunque funzione in serie ordinata, secondo le potenze ascendenti della variabile sopra un valore costante*; *Ricerca dell'espressione di una derivata qualunque di una funzione, in termini delle derivate delle funzioni inverse*; *Ricerche per esprimere in serie le radici di un'equazione qualunque*, comprese tra le pp. 197-

216; *Sopra lo sviluppo della funzione $\frac{1}{c e^x - 1}$ e sopra una nuova espressione de' numeri di Giac. Bernoulli*, pp. 315-324.

⁹ Jakob Steiner (1796-1863).

¹⁰ Thomas Clausen (1801-1885).

¹¹ Pierre Charles François Dupin (1784-1873). In una raccolta di lavori di Dupin, dal titolo *Applications de géométrie et de mécanique, à la marine aux ponts et chaussées, etc., pour faire suite aux Développements de géométrie*, Paris, Bachelier, 1822, vi è contenuto il capitolo *De la stabilité des corps flottants*. Forse Brioschi vuole riferirsi proprio a questo saggio di Dupin.

¹² Antonio Bordoni (1788-1860).

¹³ Leonhard Euler (1707-1783).

¹⁴ Per Hermite cfr. nt. 10, lett. 2.

¹⁵ C. Hermite, *Sur l'abaissement de l'équation modulaire du huitième degré (Extrait d'une Lettre adressée à M. Brioschi)*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. II (1859), pp. 59-61. In *Oeuvres de Charles Hermite*, cit. in nt. 10, lett. 2, t. II, 1908, pp. 83-86.

¹⁶ Cfr. nt. 1, lett. 1.

¹⁷ Cfr. nt. 10, lett. 17.

¹⁸ F. Brioschi, *La teorica dei covarianti e degli invarianti delle forme binarie e le sue principali applicazioni*, (Monografia), «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 296-309, 349-361; serie I, t. II (1859), pp. 82-85, 265-277; serie I, t. III (1860), pp. 160-168; serie I, t. IV (1861), pp. 186-194, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. I, pp. 349-414.

¹⁹ Cfr. nt. 9, lett. 13.

19

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 6 Agosto [18]58

Cariss.mo Amico

La dimostrazione del *nuovo* principio di Meccanica del Menabrea¹ è a mio credere inamissibile [sic]. La teoria del lavoro applicata a queste prime leggi della meccanica è un controsenso; sebbene oggi se ne faccia uso ed abuso principalmente in Francia: ne fa prova la meccanica del Delaunay² la quale non so perché intitolò razionale. Il Lamé qualificò assai bene la teoria del Lavoro a proposito di un teorema di Clapeyron³ nel suo trattato sui corpi elastici pag. 92.⁴ Quanto poi alla novità del principio potrete appurarla leggendo l'appendice all'Art. o 73; che forma l'ultimo foglio pubblicato della meccanica di Mossotti. Pare che il Menabrea non conosca questa appendice giacché quanto dice di quest'autore si riferisce piuttosto al P. 73 di quell'opera che alla detta appendice.⁵ Secondo me anche la dimostrazione del Mossotti è poco persuadente, ed io credo che sarà così di tutte, volendosi dimostrare come rigorosa una proprietà che non può essere che di approssimazione. Per me paragono questo principio a quello dei minimi quadrati, e sarei contento di renderlo chiaro sotto questo punto di vista. La memoria del prof. Dorna non la conosco; è già pubblicata?⁶

Io oserei dire che il Menabrea avendo di mira di giungere a quel principio ha creduto buono ogni mezzo. Per esempio quella quantità l sembra dapprima la lunghezza del legame, dopo è "l'extension ou l'accourcissement qui a primitivement éprouvé le lien etc." dunque l è già una variazione della lunghezza del legame? Poi supposto vero che: $\sum I \delta l = 0$, $I = \epsilon l$ non deducesi subito $\sum \frac{1}{\epsilon} I \delta I = 0$ senza andar a cercare la confusa idea di lavoro sviluppato per produrre la variazione della *lunghezza l*?

Un'altra pubblicazione di questa specie è la nota letta qualche tempo fa dal Minich⁷ all'istituto di Venezia presentando un pacco suggellato che contiene niente meno che la risoluzione *per radicali* di una equazione algebrica di grado qualunque.⁸ Vi trascrivo le ultime parole di quella nota "... Ad ogni modo intendeva di decidere *sperimentalmente* sul valore del mio metodo nel tempo delle vicine ferie autunnali, di cui potrò pienamente disporre. Ma essendomi giunta nel dì 24 del corrente mese (Giugno) per mezzo del giornale il *Cosmos*,⁹ la notizia [che] aveva il Chiariss.mo Sig.re Hermite¹⁰ annunziato all'Accademia delle Scienze di Parigi, che un *analista alemanno* gli aveva comunicato una elegante soluzione dell'equazione di quinto grado, mi trovo indotto, qualunque sia l'indole di quella riflessione, a deporre presso questo Istituto in plico suggellato l'esposizione dei principj del mio metodo colla riserva di farlo conoscere al più tardi nella prima sezione del prossimo Novembre, quantunque *la riprova delle cifre numeriche* forse può distruggerne il *fondamento teorico*; poiché resterebbe tuttavia quel documento come una prova del *metodo specioso* onde può essere trattata teoricamente la tesi della risolubilità algebrica delle equazioni d'un grado qualunque elevato."

Non vi pare un capo d'opera, non vi pare ridicola la citazione del geometra alemanno¹¹ del *Cosmos*. E quel nuovo sinonimo di *specioso ed erroneo* ...

Non so a quale scopo il Bellavitis¹² mi ha mandato un foglietto volante che ha l'aria di una prova di stampa che contiene quella nota del Minich. Probabilmente per mettermi di buon umore.

La monografia sulla teoria dei covarianti¹³ fece grandi passi in questi ultimi giorni, e se non si farà di meglio potrò pubblicarne tre o quattro fogli nel venturo fascicolo.

Se è vero quanto si dice qui sembra che il Ministro Lanza¹⁴ sia riuscito a disgustare poco a poco tutti i buoni; si dice che Piria¹⁵ sia assai malcontento e voglia ritirarsi. Ditemene qualche cosa.

Non ho novità scientifiche. Da qualche tempo non mi giungono giornali o nuove memorie.

Voi sarete ora in vacanza, scrivetemi quindi presto e tenetemi al passo della controversia fra Menabrea e Dorna. Vi saluto di cuore.

Salutatemi Chiò,¹⁶ l'a.mo Colombo¹⁷

¹ Per Menabrea cfr. nt. 15, lett. 3. Il principio da lui enunciato ha la seguente forma: “Quando un corpo elastico è in equilibrio sotto l’azione di forze esterne, il lavoro dovuto all’effetto delle tensioni e delle pressioni dei vincoli che uniscono i vari punti del sistema è minimo”. Esso risale al 1858 e fu dato nell’articolo *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastiques*, «Comptes Rendus des Séances de l’Académie des Sciences», t. XLVI (1858), pp. 1056-1060. La dimostrazione di questo principio suscitò molte critiche, un’eco si trova anche, come si può vedere, in questa lettera scritta da Brioschi a Genocchi, in cui Brioschi esprime dei dubbi persino sulla originalità dell’enunciato rimandando all’appendice all’art. 73 delle *Lezioni di Meccanica Razionale* (si veda qui la nota successiva) di Mossotti. Menabrea ne propose una nuova dimostrazione, più rigorosa, in un articolo del 1875 (*Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni ne’ sistemi elastici*, «Atti dell’Accademia Nazionale dei Lincei», serie II, t. II (1874-75), pp. 201-220), dove utilizzò un risultato, ottenuto nel 1873 da Carlo Alberto Castigliano (1847-1884), citandolo soltanto in nota. Questo fatto provocò le dimostrate del Castigliano e aprì una nuova fase polemica.

² Charles Eugène Delaunay (1816-1872). Il Delaunay pubblicò nel 1856 il *Traité de mécanique rationnelle*, Paris, Masson: Langlois et Leclercq. La seconda edizione venne alla luce l’anno seguente.

³ Si vuol ricordare che il *Teorema di Clapeyron* è enunciabile sotto la seguente forma: “Il lavoro compiuto dalle forze agenti su una struttura in equilibrio è indipendente dall’ordine con cui sono applicate le forze e vale la metà della somma dei prodotti delle forze per i loro spostamenti finali cioè misurati dopo l’applicazione dell’ultima forza”.

⁴ Per Lamé cfr. nt. 9, lett. 3. Il trattato di Lamé è: *Leçons sur la théorie mathématique de l’élasticité des corps solides*, Paris, Bachelier, 1852. La seconda edizione fu pubblicata per l’editore Gauthier-Villars nel 1866.

⁵ Per Mossotti cfr. nt. 10, lett. 6. L’appendice in questione ha per titolo: *Dimostrazione dell’equazione, citata all’articolo 73, per la determinazione delle pressioni sofferte dai punti d’appoggio d’un sistema* (si cita, p. 404, dalla copia a stampa esistente presso la Biblioteca Universitaria di Napoli. Copia che però presenta il frontespizio e l’indice fatto di pagine litografate. Dal frontespizio si legge: *Lezioni di Meccanica Razionale del Prof.e Ottaviano Fabbrizio [sic] Mossotti*. Esso non reca alcuna indicazione tipografica).

⁶ Alessandro Dorna (1825-1887). Per quanto riguarda il lavoro di Dorna si rimanda alla nota 1 della lettera successiva.

⁷ Serafino Raffaele Minich (1808-1883), *Sulla risolubilità generale delle equazioni algebriche*, «Atti dell’Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», serie III, t. III (1857-1858), pp. 629-636.

⁸ Su questo particolare si veda pure M. T. Rivolo, *Ricerche sulla risolvente di Malfatti*, tratto da *Le scienze matematiche nel Veneto dell’Ottocento, atti del terzo seminario di storia delle scienze e delle tecniche nell’Ottocento veneto*, Venezia 1991, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Venezia, 1994, p. 202.

⁹ Il *Cosmos* era un giornale destinato alla divulgazione scientifica fondato nel 1852 dall’abate Moigno (già citato in nt. 12, lett. 13) il quale fondò anche, nel 1862, *Les Mondes*, rivista pure indirizzata verso la divulgazione scientifica.

¹⁰ Cfr. nt. 10, lett. 2.

¹¹ Il nome del “geometra” o “analista” alemanno corrisponde a quello di Leopold Kronecker per il quale cfr. nt. 7, lett. 1.

¹² Cfr. nt. 2, lett. 18.

¹³ Cfr. nt. 18, lett. 18.

¹⁴ Cfr. nt. 17, lett. 11.

¹⁵ Raffaele Piria (1814-1865).

¹⁶ Cfr. nt. 10, lett. 1.

¹⁷ Cfr. nt. 11, lett. 1.

Pavia, 25 Agosto [18]58

Caris.mo Amico

Voi avete finito ed io sono in pieno lavoro d’esami, però fra otto giorni cioè il 31 corrente sarò al termine di queste noje. Il 1° Settembre andrò a Milano, quindi in campagna fin verso il venti cioè fino al momento di intraprendere il viaggio in Germania. Scrivendomi dopo il 30 corrente indirizzate le lettere Milano - C.da della Spiga - N°1385.

Ho letto l’altro giorno una nota (assai malscritta) che il Prof. Dorna presentò all’Accademia¹ accusando di plagio il Menabrea.² Da quanto mi scrivete le dimostrazioni del Dorna sono analoghe a quelle già note del Cournot³ o meglio del Mossotti,⁴ ma per me non sono rigorose, e dico appunto che quel principio⁵ non può essere che di approssimazione giacché parmi impossibile arrivare allo spezzamento dell’equaz.[ion]e delle velocità virtuali in due senza fare ipotesi di movimenti infinitamente piccoli. Leggerei però volentieri questa memoria del Dorna, se poteste procurarmene una copia senza vostro incomodo mi fareste piacere. Egli mandò all’Istituto di Milano quella specie di protesta ma non la memoria.

Avrete veduto sull’ultimo fascicolo (3°) dello Zeitschrift del Schlömilch⁶ un breve articolo di certo Hoppe sull’espress.[ione] delle radici delle equazioni mediante integrali definiti.⁷ Credete convenga fare un breve articolo bibliografico sull’argomento richiamando i lavori di Cauchy del T.° 17 giornale della Scuola Politecnica,⁸ di Jacobi del T.° 2° giornale di Crelle?⁹ Quest’ultimo cita nelle prime righe della sua memoria,

quella [memoria] che Parseval pubblicò nel 1°. Vol. delle Mémoires Présentés,¹⁰ e che voi avete citato recentemente. Ora affatto analogamente a quanto fa Jacobi¹¹ si può dimostrare che supponendo

$$f(x)=(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) \quad x_1 > x_2 > \dots > x_n$$

in valore assoluto

ed $x_m - n > r > x_{m+1} - n$ si ha

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \cos \alpha x \log \frac{f(u+re^{ix})}{f(u+re^{-ix})} + i \sin \alpha x \log \frac{f(u+re^{ix})}{f(u+re^{-ix})} \right\} dx$$

$$(-1)^{\alpha} \frac{2(n-m)}{\alpha} - \frac{2}{\alpha r} \sum_{s=m+1}^n y_s^{\alpha}$$

posto $y_s = x_s - u$. Pongo in questa equazione $\alpha = 1$, $m = n - 1$ e si ha

$$(1) \quad y_{s_n} = x_{s_n} - n = -r - \frac{r}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \cos x \log \frac{f(u+re^{ix})}{f(u+re^{-ix})} + i \sin x \log \frac{f(u+re^{ix})}{f(u+re^{-ix})} \right\} dx$$

Ora supponendo

$$f(x) = u - x + \varphi(x)$$

il secondo membro di questa equazione mediante una nota formula di Laplace riducesi all'espressione:

$$\varphi(u) + \frac{1}{2} \frac{d}{du} \varphi^2(u) + \frac{1}{2 \cdot 3} \frac{d^2}{du^2} \varphi^3(u) + \dots$$

quindi risulterebbe:

$$(2) \quad x_n = u + \varphi(u) + \frac{1}{2} \frac{d}{du} \varphi^2(u) + \dots$$

cioè x_n che è la minima delle radici in valore assoluto verrebbe data dalla formula di Lagrange; solo che per passare dalla (1) alla (2) ho ammesso lo sviluppo:

$$\log(1-X) = -(-X + \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{3}X^3 + \dots)$$

essendo $X = \frac{e^{-ix}}{r} \varphi(u+re^{ix})$. Questa sarà quindi una condizione (forse la stessa del Sig. Frontera¹² che voi citate e che io non conosco); la $x_n - u < r$ non esige la condizione del Parseval che voi riportate potendo r essere qualunque almeno entro certi limiti. Ma quando sussista la condizione superiore la radice che vien data dalla formola di Lagrange è in valore assoluto la minima. È questo già conosciuto? Fatemi il favore d'occuparvene un momento.¹³

Forse non sapete che il Faa' di Bruno sta pubblicando e stampando un'opera sulla eliminazione¹⁴ egli ne ha mandato i primi fogli a Betti¹⁵ col quale da qualche tempo si è messo in corrispondenza domandandogli ora una dimostraz.[ion]e ora un'altra dei teoremi di Bezout o d'altri sull'eliminazione. Il Betti mi scrive che in quei primi fogli non v'è di nuovo che un teorema comunicato dal Cauchy¹⁶ al Faà di Bruno, per cui parmi che quell'opera sia piuttosto d'altri che sua.

Il Tortolini¹⁷ ha ritardata d'alcuni giorni la pubblicazione del fascicolo 4.° del nostro giornale e non so per qual ragione avendo egli già da tempo tutto il materiale occorrente. Pel fascicolo prossimo abbiamo finora la continuazione della memoria di Geometria del Prof. Cremona¹⁸ circa due fogli di stampa; un articolo bibliografico del Betti sulla memoria del Cauchy sulle funzioni simmetriche,¹⁹ e parte della mia monografia.²⁰ Avete voi in pronto qualche lavoro?

Scrivetemi presto e ditemi dove dovrò dirigerVi in seguito le lettere. SalutatemI gli amici Chio²¹ e Colombo²² e credetemI

l'aff.mo Amico Brioschi

¹ Probabilmente si tratta dello scritto di Dorna, a cui Brioschi già ha accennato nella lettera precedente, recante il titolo *Memoria sulle pressioni sopportate dai punti d'appoggio di un sistema equilibrato ed in istato prossimo al moto*, presentata all'Accademia delle Scienze di Torino il 1° Febbraio 1857 e pubblicata in seguito nelle «Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino», serie II, t. XVIII, parte I (1859), pp. 281-318.

² Per Menabrea cfr. nt. 15, lett. 3.

³ Antoine Augustin Cournot (1801-1877).

⁴ Cfr. nt. 10, lett. 6.

⁵ Cfr. nt. 1, lett. 19.

⁶ Cfr. nt. 4, lett. 1.

⁷ Reinhold Hoppe (1816-1900). Il lavoro è: *Auflösung der algebraischen Gleichungen in Form bestimmter Integrale*, «Zeitschrift für Mathematik und Physik», t. III (1858), pp. 173-175.

⁸ Quasi sicuramente si tratta di *Mémoire sur diverses formules relatives à la théorie des intégrales définies et sur la conversion des différences finies des puissances en intégrales de cette espèce*, «Journal de l'École polytechnique», 28e cahier, t. XVII (1844), pp. 147-248. In *Ouvres complètes d'Augustin Cauchy*, cit. in nt. 3, lett. 11, pp. 467-567.

⁹ C. G. J. Jacobi, *Über den Ausdruck der verschiedenen Wurzeln einer Gleichung durch bestimmte Integrale*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 2 (1827), pp. 1-8. In *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, cit. nt. 6, lett. 1, t. VI, pp. 12-20.

¹⁰ Marc Antoine Parseval des Chênes (1755-1836). Ufficialmente si conoscono soltanto cinque articoli scritti da Parseval. Essi furono pubblicati nel 1806 nel volume di *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences, Lettres et Arts, par divers savans, et lus dans ses assemblées. Sciences mathématiques et physiques. (Savans étrangers)*. I titoli delle cinque memorie sono:

- 1) Mémoire sur les résolutions des équations aux différences partielles linéaires du second ordre, (5 Maggio 1798);
- 2) Mémoire sur les séries et sur l'intégration complète d'une équation aux différences partielles linéaires du second ordre, à coefficients constants, (5 Aprile 1799);
- 3) Intégration générale et complète des équations de la propagation du son, l'air étant considéré avec ses trois dimensions, (5 Giugno 1801);
- 4) Intégration générale et complète de deux équations importantes dans la mécanique de fluides, (16 Agosto 1803);
- 5) Méthode générale pour sommer, par le moyen des intégrales définies, la suite donnée par le théorème de M. Lagrange, au moyen de laquelle il trouve une valeur qui satisfait à une équation algébrique ou transcendente, (7 Maggio 1804).

¹¹ Per Jacobi cfr. nt. 6, lett. 1.

¹² Geronimo Frontera. Egli fu coautore dei fortunati *Eléments de géométrie analytique, ... par H. Sonnet, ... et G. Frontera, ...* Paris, L. Hachette, 1854, dei quali si è potuto rintracciare fin la tredicesima edizione apparsa nel 1914.

¹³ Per la risposta di Genocchi si veda la lettera I. Poiché l'argomento "serie di Lagrange" o "formula di Lagrange" ricorrerà in altri punti di queste lettere – in riferimento a una polemica tra Chio e Menabrea e poi tra Menabrea e Genocchi – si vuole precisare che detta serie era stata esposta da Lagrange nell'opera *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés, avec des notes sur plusieurs points de la théorie des équations algébriques* (in *Oeuvres de Lagrange*, publiées par les soins de M. J.-A. Serret et G. Darboux, Paris, Gauthier-Villars, 14 vol., 1867-1892, VIII), *Note XI: Sur les formules d'approximation pour les racines des équations*, dove (p. 276) Lagrange scrive: "Si α est la plus petite des racines de l'équation $u-x+f(x)=0$, on aura

$$\alpha^r = u^r + (u^r)' f(u) + \left[\frac{(u^r)'' f^2(u)}{2} \right]' + \left[\frac{(u^r)''' f^3(u)}{2 \cdot 3} \right]'' + \dots, r \text{ étant un nombre quelconque positif ou négatif. Ainsi l'on a, par cette}$$

formule, non-seulement la racine α , mais encore une puissance quelconque de la même racine".

¹⁴ Per Faà di Bruno cfr. nt. 9, lett. 1. Il lavoro di cui si parla è *Théorie générale de l'élimination*, Paris, Leiber et Faraguet, 1859.

¹⁵ Cfr. nt. 1, lett. 1.

¹⁶ Per Cauchy cfr. nt. 4, lett. 5.

¹⁷ Cfr. nt. 2, lett. 1.

¹⁸ Cfr. nt. 7, lett. 14.

¹⁹ Probabilmente trattasi di E. Betti, *Sopra le funzioni simmetriche delle soluzioni comuni a più equazioni algebriche*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. I (1858), pp. 193-204. In *Opere matematiche di Enrico Betti*, cit. in nt. 3, lett. 6, t. I, pp. 163-173.

²⁰ Cfr. nt. 18, lett. 18.

²¹ Cfr. nt. 10, lett. 1.

²² Cfr. nt. 11, lett. 1.

21
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[?]

18 Settembre 1858

Cariss.mo Amico

Vi ringrazio assai delle memorie del Dorna¹ e della Tesi del Frontera.²

Come vi scrissi aveva incominciato ad occuparmi di leggere e rileggere i varj lavori sulle espressioni delle radici delle equazioni algebriche per integrali definiti, e sulle analoghe espressioni per la serie di Lagrange;³ ma gli ultimi giorni di mia dimora in Pavia fui indisposto ed anche obbligato a letto, pel che non potei continuare quelle letture; e dovetti abbandonare per ora il pensiero di un articolo bibliografico giacché domani vado a Novara a raggiungere Betti⁴ e ci incamminiamo subito per Zurigo. Io credo che un articolo bibliografico un po' esteso sopra questo argomento sarebbe ora assai utile, quindi potreste farlo voi in queste vacanze, se vi trovate avere con voi i libri necessarj, se no combineremo per quest'inverno.

Ho veduto la nota del Plana,⁵ egli ne indirizzò una copia al Bordoni⁶ sotto fascia, cosa non ordinaria e che prova come egli attacchi importanza alla modifica.

In questi pochi giorni da che mi trovo in campagna mi occupai della monografia⁷ e della risoluzione delle equazioni del quinto grado sul quale argomento mi fece ritornare una osservazione fattami dall'Hermite⁸ che vedrete nel primo fascicolo del nostro giornale. Scrissi anche un breve articolo sopra una memoria del Sig. Hirst "Sulla superficie d'uguale attrazione" che mandai al Tortolini⁹ e che potrà pubblicare nel sesto fascicolo.¹⁰

Avrei anche desiderato si fosse parlato nel nostro giornale del nuovo principio di Meccanica¹¹ od almeno delle memorie del Dorna, ma forse converrà aspettare quando il Menabrea¹² avrà pubblicato la sua memoria. Che ve ne pare?

Io vi scriverò ancora presto da qualche città della Germania, e vi indicherò dove possiate scrivermi. Conservatevi sano e credetemi l'aff.mo Amico

Brioschi

P.S. se avete qualche commissione a darmi sia per matematici sia per libraj fatelo con tutta la libertà, che spero di potervi servire.

¹ Cfr. nt. 6, lett. 19 e nt. 1, lett. 20.

² Per Frontera cfr. nt. 12, lett. 20. Egli fu autore delle *Thèses d'analyse et de mécanique présentées à la Faculté des sciences de Paris... par M. Geronimo Frontera*, Paris, impr. de Bachelier, 1851. Il lavoro comprende due tesi, una di analisi, dal titolo *Sur une formule de M. Cauchy*, un'altra di meccanica *Sur l'attraction des corps en général*.

³ Per le espressioni delle radici delle equazioni algebriche per integrali definiti si veda nt. 7, lett. 20, mentre per l'aspetto particolare della serie di Lagrange si rimanda alla nt. 13, lett. 20 e alla nt. 7, lett. 24.

⁴ Cfr. nt. 1, lett. 1.

⁵ Giovanni Antonio Amedeo Plana (1781-1864). La vaghezza della citazione non ha permesso di individuare il titolo della nota del Plana.

⁶ Cfr. nt. 12, lett. 18.

⁷ Cfr. nt. 18, lett. 18.

⁸ Cfr. nt. 10, lett. 2.

⁹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

¹⁰ F. Brioschi, *Sulle superfici d'eguale attrazione (Hirst, Note sur les corps qui exercent des attractions égales [sur un point matériel], Comptes Rendus N. 6, [t. XLVII] Août 1858 [pp. 274-276]—On equally attracting Bodies, Philosophical Magazine, September and October, [t. XVI] (1858) [p. 160 e segg.])*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. I (1858), pp. 379-382, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. II, pp. 1-5. Come si può vedere l'articolo di Thomas Archer Hirst (1830-1892) comparve, nello stesso anno, su due riviste diverse.

¹¹ Cfr. nt. 1, lett. 19.

¹² Cfr. nt. 15, lett. 3.

Pavia, 9 Novembre [18]58

Caris.mo Amico

Da più di otto giorni sono di ritorno dal mio viaggio, ma solo da jeri sono qui stabilmente. Trovai qui una vostra lettera direttami a Berlino, la quale mi venne rimandata dal Borchardt¹ essendo giunta là dopo la nostra partenza. Abbiamo variato tanto l'itinerario che l'estensione del nostro viaggio, cioè in luogo di incominciarlo da Basilea, Carlsruh etc. lungo il Reno, abbiamo tenuto questa via: Zurigo, Monaco, Lipsia, Dresda, Berlino, Gottinga, Heidelberg, Carlsruh, Strasbourg, Parigi. A Berlino ci fermammo nove giorni, undici a Parigi, nelle altre città due o tre giorni al più. Abbiamo avuto la fortuna di ritrovare quasi tutti i

geometri tedeschi e francesi già di ritorno dai loro viaggi autunnali; soltanto non potemmo trovare Dirichlet² a Gottinga, e Liouville³ a Parigi. A Berlino passammo molte ore con Borchardt, Kronecker,⁴ Kummer,⁵ Weierstrass,⁶ conoscemmo anche Arohnold,⁷ Schellbach.⁸ A Gottinga Stern,⁹ Riemann,¹⁰ Dedekind;¹¹ ad Heidelberg Hesse,¹² Cantor;¹³ a Carlsruh Dienger,¹⁴ Clebsch.¹⁵ A Lipsia abbiamo visitato Moebius,¹⁶ ed a Dresda il Baltzer,¹⁷ e lo Schlömilch.¹⁸ A proposito di quest'ultimo girano in Germania voci poco favorevoli; cioè che buona parte dei suoi lavori principalmente gli *Studi Analitici* siano plagii delle lezioni di Dirichlet, ed anche di Jacobi.¹⁹ Senza dubbio è un uomo che pensa a far danni; giacché alla scuola Politecnica occupa due o tre cattedre; oltre a ciò tiene una specie di collegio per gli studenti di quella scuola, e dà ripetizioni etc. È strano che essendoci fermati questi tre giorni a Dresda egli si schermi di trovarsi con noi, avanti l'ultima mezz'ora, cioè ci accompagnò alla stazione della strada ferrata.

I matematici francesi in generale non ci lasciarono impressioni molto gradite. La maggior parte non lavora per l'amore della Scienza ma per acquistare un posto o l'altro, principalmente quello all'Accademia. Da qui nascono invidia, pettegolezzi etc.

Anche gli uomini che hanno già tutti i posti possibili e, ciò che vale più, anche un posto nella storia della scienza non vanno esenti da simili debolezze. Se vedeste che bambini sono i Poncelet, i Bertrand, i Duhamel, gli Steiner etc! (Quest'ultimo ora dimora a Parigi). Uomini amanti delle Scienze trovammo l'Hermite,²⁰ il Chasles,²¹ il buon Terquem,²² ed il Lebesgue.²³ Prouhet²⁴ e Bonnet²⁵ ci parvero pure onesti uomini. Vorrei essermi ingannato ma temo l'Hermite un affigliato dei Gesuiti. Esso è però l'unico matematico sia francese sia tedesco che mi ha lasciato l'impressione di essere dotato di una intelligenza straordinaria. Non potemmo trovarci con lui che due volte però lungamente ciascuna volta.

Il nostro giornale²⁶ ha al di fuori un credito superiore alla nostra aspettativa, esso è letto tanto in Germania che in Francia. Feci nuovi associati e nuovi collaboratori nel Kronecker, nel Weierstrass, nell'Hesse, nel Lebesgue, nell'Hermite, nel Bonnet. Una breve nota consegnatami dall'Hesse²⁷ e che tradussi la mandai già al Tortolini;²⁸ ora ho qui un lavoro del Bonnet di geometria.²⁹

Avete veduto l'ultimo fascicolo? Sono irritato col Tortolini che non dà ascolto e vuole stampare quelle sue filastrocche senza senso per quanto gli abbia dato consiglio di non farlo. Egli non sa e non comprende un'acca di queste moderne teorie ed è già la terza volta che vuole occuparsene.

E la monografia sui numeri complessi?³⁰ Essa sarebbe molto ben accolta principalmente in Francia, me ne parlarono varj matematici.

Il Borchardt mi fece conoscere a Berlino un onesto libraio M.r Behr, col quale feci intelligenza per quelle memorie che vorrei in seguito avere col mezzo postale, se credete potete approfittarne.

Scrivetemi presto e datemi notizia dei vostri lavori e della vostra Università.

Noi non abbiamo novità reali, molte immaginarie. Salutatemmi Chiò,³¹ e Colombo.³²

State sano

il Vostro aff.mo Brioschi

¹ Cfr. nt. 6, lett. 2.

² Cfr. nt. 8, lett. 4.

³ Cfr. nt. 14, lett. 8.

⁴ Cfr. nt. 7, lett. 1.

⁵ Cfr. nt. 23, lett. 12.

⁶ Cfr. nt. 8, lett. 10.

⁷ Siegfried Heinrich Aronhold (1819-1884).

⁸ Karl Heinrich Schellbach (1805-1892).

⁹ Moritz Abraham Stern (1807-1894).

¹⁰ Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866).

¹¹ Julius Wilhelm Richard Dedekind (1831-1916).

¹² Cfr. nt. 9, lett. 12.

¹³ Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918).

¹⁴ Cfr. nt. 8, lett. 6.

¹⁵ Rudolf Friedrich Alfred Clebsch (1833-1872).

¹⁶ August Ferdinand Möbius (1790-1868).

¹⁷ Cfr. nt. 8, lett. 6.

¹⁸ Cfr. nt. 4, lett. 1.

¹⁹ Cfr. nt. 6, lett. 1.

²⁰ Cfr. nt. 10, lett. 2.

²¹ Michel Chasles (1793- 1880).

²² Cfr. nt. 13, lett. 2.

²³ Cfr. nt. 2, lett. 16.

²⁴ Eugène Prouhet (1817-1867).

²⁵ Cfr. nt. 18, lett. 8.

²⁶ Cfr. nt. 2, lett. 1

²⁷ Probabilmente si tratta della nota di O. Hesse che porta il titolo: *Il determinante di Sylvester ed il risultante di Eulero*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. II (1859), pp. 5-8.

²⁸ Cfr. nt. 2, lett. 1.

²⁹ O. Bonnet, *Mémoire sur la figure de la terre considérée comme peu différente d'une sphère*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. II (1859), pp. 46-59.

³⁰ Cfr. nt. 9, lett. 13.

³¹ Cfr. nt. 10, lett. 1.

³² Cfr. nt. 11, lett. 1.

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 15 Dicembre [18]58

Caris.mo Amico

Voi sarete meravigliato del mio lungo silenzio, ma la assoluta mancanza di novità scientifiche e le molte noie universitarie furono la causa che io protraessi di giorno in giorno il piacere di conversare con voi.

Speravo anche di ricevere il fascicolo del giornale¹ e di potervi così dire qualche cosa del vostro articolo, ma il Tortolini² questa volta ci tira per le lunghe.

In questo tempo fui sempre occupato intorno al problema della risoluzione dell'equazione di quinto grado. Il mio scopo era di dimostrare i risultati comunicati dal Kronecker³ all'Hermite⁴ e da questi all'Accademia Francese.⁵

L'Hermite medesimo mi aveva spinto a ciò, essendo quella soluzione oscura anche per lui. Ma avendo considerata la quistione forse sotto un punto di vista più generale di Kronecker giunsi a trovare una classe di risolventi (del sesto grado) dell'equaz.[ioni] di quinto grado, una delle quali è appunto quella di Kronecker. Tutte queste risolventi hanno la proprietà che io denomino di Jacobi e sulla quale già mi appoggiai per dimostrare i risultati di Hermite. Cioè indicando con z_1, z_2, \dots, z_6 le radici di una qualunque di esse, ed α una radice immaginaria dell'equaz. $x^5=1$, si hanno le tre relazioni:

$$\begin{aligned}\sqrt{z_2} + \sqrt{z_3} + \dots + \sqrt{z_6} &= \sqrt{5z_1} \\ \sqrt{z_2} + \alpha^2 \sqrt{z_3} + \alpha^4 \sqrt{z_4} + \alpha \sqrt{z_5} + \alpha^3 \sqrt{z_6} &= 0 \\ \sqrt{z_2} + \alpha^3 \sqrt{z_3} + \alpha \sqrt{z_4} + \alpha^4 \sqrt{z_5} + \alpha^2 \sqrt{z_6} &= 0.\end{aligned}$$

Esse si deducono dalle (2) del mio articolo "Sulla risoluz.[ione] delle equazioni del quinto grado" nel fascicolo 4° del giornale.⁶

Ciò che a me pare di maggior importanza si è la semplicità colla quale giunsi a questi risultati; giacché essi hanno origine da un modo particolare di considerare le 120 permutazioni fra cinque quantità radici dell'equaz.[ioni] di quinto grado.

Un altro passo a farsi è la calcolazione effettiva di una almeno di queste risolventi, ma ciò in parte è ancora un desiderio. Mi spiego meglio. Affinché una risolvente di questa classe sia risolvibile per funzioni ellittiche è d'uopo che nei coefficienti della medesima entri una quantità indeterminata, della quale si possa disporre in modo da annullare il coefficiente del secondo termine. (Questa è la condizione più semplice se non l'unica). Ora non ho potuto trovare ancora sei funzioni z_1, z_2, \dots, z_6 delle radici dell'equaz.[ione] di quinto grado e di una quantità indeterminata, tali che i coefficienti dell'equazione di sesto grado che ha per valori le z_1, z_2, \dots, z_6 siano funzioni degli invarianti di quella di quinto. Le forme proposte da Kronecker ed anche altre più semplici di cui potrebbesi far uso sono di calcolazione sì lunga e difficile che non v'è a pensarvi.

Quando non si abbia riguardo a quella indeterminata la quistione è assai più facile; ed io credo non priva d'interesse una risolvente che ho calcolato, almeno come primo esempio di risolvente dell'equaz.[ione] di quinto grado. Primo esempio però giovandosi della teoria delle forme, giacché scopersi in questi giorni che il Malfatti fino dal 1771 nel Tomo IV degli atti dell'Accademia di Siena⁷ aveva calcolato una risolvente con molta finezza. Le conseguenze che egli ne deduce sono però erronee come ha mostrato il Ruffini.⁸

Fino ad ora non ricevetti alcuno dei lavori pel giornale che mi vennero promossi; la colpa è forse mia che non scrissi ancora né a Berlino né a Parigi.

Credo che il Lebesgue manderà a voi una sua memoria.⁹ Povero uomo è malaticcio e parmi anche in condizioni finanziarie poco buone; egli mi ha però l'aria d'un buon galantuomo.

E la monografia sui numeri complessi¹⁰ progredisce? Ne ho speranza, vi ripeto che è un desiderio universale.

Come vi dissi non ricevetti né giornali, né Monatsbericht,¹¹ né alcuna novità scientifica, tranne due articoli di Sylvester sulla partizione dei numeri inseriti nel Philosophical Magazine.¹² A questo proposito potreste voi darmi qualche notizia storica intorno alla regola dagli Aritmetici denominata *regula virginum*?¹³

Vi prego di non imitarmi e di scrivermi presto, sarà questa una prova che non avete avuto a male il mio silenzio. Però se domani o dopo ricevo il giornale potrebbe darsi vi scrivessi io ancora.

Vi auguro miglior salute della mia. Salutatemmi gli amici Chiò¹⁴ e Colombo¹⁵ e credetemi il

vostro aff.mo Brioschi

Ed il trattato sull'eliminazione¹⁶ è comparso alla luce?

¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

² Cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Cfr. nt. 7, lett. 1.

⁴ Cfr. nt. 10, lett. 2.

⁵ Si veda: *Sur la résolution de l'équation du cinquième degré; extrait d'une Lettre adressée à M. Hermite; par M. L. Kronecker*, «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», t. XLVI (1858), pp. 1150-1152. In *Leopold Kronecker's Werke*, cit. in nt. 1, lett. 2, Vierter Band, 1829, pp. 43-47.

⁶ Cfr. nt. 12, lett. 14.

⁷ Gianfrancesco Malfatti (1731-1807), *De aequationibus quadrato-cubicis dissertatio analitica*, «Atti dell'Accademia delle Scienze di Siena», t. IV (1771), pp. 129-185, in *Gianfrancesco Malfatti, Opere*, Roma, Edizioni Cremonese, 1981, vol. I, pp. 33-91.

⁸ Paolo Ruffini (1765-1822).

⁹ Per Lebesgue cfr. nt. 2, lett. 16. Probabilmente il lavoro di Lebesgue è: *Dimostrazione dell'irriducibilità dell'equazione formata con le radici primitive dell'unità*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. II (1859), pp. 232-238.

¹⁰ Cfr. nt. 9, lett. 13.

¹¹ Cfr. nt. 3, lett. 16.

¹² Per Sylvester cfr. nt. 3, lett. 1. Gli articoli di Sylvester sono *Note on the equation in numbers of the first degree between any number of variables with positive coefficients* e *On the problem of the virginis, and the general theory of compound partition*, «Philosophical Magazine», t. XVI (1858), rispettivamente alle pp. 369-371 e 371-376. In *The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester*, Cambridge, at the University Press, vol. II, 1908, rispettivamente alle pp. 110-112 e 113-117.

¹³ Detta anche *regula cecis*. Con questi nomi s'intende un antico metodo di calcolo che in pratica consiste nel cercare la soluzione, espressa per numeri interi, di un sistema di due equazioni di primo grado in due o più incognite. Il nome deriva dal fatto che i problemi, per i quali si usava questa regola, spesso trattavano di giovani uomini e donne (cioè "vergini") che riuniti ad una festa hanno da risolvere il seguente problema, preso ad esempio: "Considerate 20 persone, giovani uomini e donne, che hanno mangiato insieme per una spesa ammontante a 56 centesimi, sapendo che ogni giovanotto paga 4 centesimi ed ogni giovinetta paga 2 centesimi, si domanda, in particolare, quanti giovanotti e quante giovinette sono presenti alla festa." (La soluzione è 8 giovanotti e 12 giovinette).

¹⁴ Cfr. nt. 10, lett. 1.

¹⁵ Cfr. nt. 11, lett. 1.

¹⁶ Cfr. nt. 14, lett. 20.

Pavia, 29 Gennaio [1859]¹

Caris.mo Amico

Il Prof.e Gherardi² vi avrà detto le ragioni della mia diminuita alacrità nello scrivervi. Credo le avrete trovate buone, e vorrei sapervi d'accordo con me intorno ad esse. Fui anche assente da Pavia varie volte avendo lasciato per un mese la mia famiglia a Milano, per cui sebbene affatto libero dalle occupazioni Universitarie ho lavorato pochissimo, per non dir nulla. Ne vedrete l'effetto nel prossimo fascicolo del giornale;³ esso non conterrà di mio che un breve articolo bibliografico sopra una memoria di Richelot nella teoria dei massimi e dei minimi.⁴

Nell'ultima vostra lettera mi domandavate conto di due lavori che mi era proposto di fare, cioè sulla Serie di Lagrange, e sulla questione Dorna-⁵ Menabrea.⁶ Parmi che il primo argomento sotto il punto di vista di cui vi ho scritto meriti sempre d'essere trattato per cui se non credete di farlo voi me ne occuperò presto.⁷

Quanto alla seconda questione mi pare inutile il parlarne se il Menabrea si è dato per vinto ritirando il manoscritto. Su questo sentirò qual'è il vostro parere; ma dico il vero che anche dopo aver parlato a lungo con Mossotti⁸ credo quest'argomento assai difficile.

Meno alcuni fascicoli del giornale di Liouville⁹ del resto non ricevetti in questi ultimi due mesi alcuna nuova pubblicazione. Avrete veduto che il Bienaymé¹⁰ vi ha tradotto dal russo una memoria di Tchebichef,¹¹ mi pare non valesse la pena essendo la sua analisi per tre quarti composta di cose note. Ma in Francia si ha del Tchebichef una stima secondo me esagerata; il Bertrand¹² arrivò fino a dirmi che egli lo crede il primo matematico Europeo. Ciò principalmente per abbassare l'Hermite¹³ il quale come già vi dissi è poco ben veduto.

Avrete ricevuto una copia del mio lavoro sulla equaz.[ion]e di quinto grado¹⁴ ed una credo ne avrà ricevuto Chiò.¹⁵

Il libro di Faà di Bruno¹⁶ è pubblicato. Betti¹⁷ mi scrisse averlo veduto, e si lamentava di alcune sue dimostrazioni introdotte senza citazione d'autore, ma non so se sia vendibile.

Addio scrivetemi presto; salutatemmi gli amici Chiò e Colombo¹⁸ e credetemi

il Vostro aff.mo Brioschi

¹ L'assegnazione di questa lettera all'anno 1959 è dovuta al riferimento che al suo interno si fa della "questione Dorna Menabrea" che ampiamente se ne parla nelle lettere del 1858.

² Silvestro Gherardi (1802-1979).

³ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁴ F. Brioschi, *Dei criteri per distinguere i massimi dai minimi valori di una funzione* (Richelot, *Bemerkungen zur théorie der maxima und minima*, Altona, 1858), «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. II (1859), pp. 61-64, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. II, pp. 7-10. Vi è da precisare che l'articolo di Friedrich Julius Richelot (1808-1875) era apparso sulla rivista «Astronomische Nachrichten», t. XLVIII (1858), pp. 273-286.

⁵ Cfr. nt. 6, lett. 19.

⁶ Cfr. nt. 15, lett. 3.

⁷ Scorrendo l'*Indice per ordine cronologico delle memorie contenute nelle «Opere Matematiche di Francesco Brioschi»*, non risulta che Brioschi abbia scritto un articolo su questo argomento. Invece Genocchi si interessò, poi, alla questione pubblicando l'articolo *Su d'una controversia intorno alla Serie di Lagrange*, «Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino», t. 8 (1872), pp. 18-31. Intorno alla "serie di Lagrange", per la quale si veda nt. 13, lett. 20, è forse il caso di specificare più estesamente i termini della polemica che Chiò ebbe con Menabrea. Chiò era riuscito a trovare due controesempi all'enunciato generale di Lagrange, riportato nella nt. 13, lett. 20: si trattava di due equazioni numeriche le cui radici erano tutte quante reali e per le quali la corrispondente serie di Lagrange, pur essendo convergente dava, nel primo caso, la quarta delle radici, disposte queste secondo i valori assoluti crescenti, mentre nel secondo caso dava la radice di valore assoluto massimo. Queste osservazioni furono presentate, per essere pubblicate, all'Accademia delle Scienze di Torino nel 1842. Esse non furono ammesse alla pubblicazione, in base ad un rapporto redatto da Menabrea (la commissione era composta da questi e da C. I. Giulio) basato su considerazioni non propriamente pertinenti. Di conseguenza Chiò si decise a sottoporre il suo lavoro all'Académie des Sciences di Parigi, ricevendone un parere pienamente favorevole da Cauchy e Binet (cfr. Cauchy et Binet, *Rapport sur une mémoire qui a été présentée à l'Académie des Sciences de Paris par Chiò*, «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», Paris, t. XXIII, n. 10, 7 Sept. 1846). La memoria di Chiò dal titolo: *Recherches sur la série de Lagrange* fu pubblicata divisa in due parti: *Prémère Mémoire*, «Mémoire présentés par divers savants à l'Académie des Sciences de l'Institut Impérial de France, Sciences Mathématiques et Physiques», 2, 12, 1854, pp. 340-423; *Second Mémoire*, *ibidem*, pp. 423-468. Alla morte di Chiò, nel 1871 la polemica con Menabrea proseguì per l'interposizione di Genocchi, il quale nel redigere le *Notizie intorno alla vita e agli scritti di Felice Chiò*, «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», 4 (1871), pp. 363-380, (questo scritto fu accompagnato dalla seguente appendice: B. Boncompagni, *Catalogo dei lavori di Felice Chiò*, *ibidem*, pp. 381-400), ricordò la vicenda trascorsa. Ciò indusse Menabrea a riaccendere la polemica con l'articolo: *Intorno ad uno scritto del sig. Prof. Angelo Genocchi. Lettera del Conte Luigi Federigo Menabrea a D. B. Boncompagni*, «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», t. V (agosto 1872), pp. 301-305. Seguirono poi due risposte di Genocchi, l'una dal titolo: *Intorno ad una lettera del sig. Conte L. F. Menabrea. Appunti di Angelo Genocchi*, «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», t. 5 (1872), pp. 535-542, l'altra dal titolo: *Di una controversia intorno alla serie di Lagrange*, «Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino», t. 8 (1872), pp. 18-31. L'ulteriore replica di Menabrea rappresentata da *Un'ultima lettera sulle peripezie della serie di Lagrange in risposta al prof. Angelo Genocchi per L. F. Menabrea a D. B. Boncompagni*, «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», t. 6 (1873), pp. 435-457, fu seguita dalla pubblicazione di Genocchi *Breve risposta al sig. Conte L. F. Menabrea*, *ibidem*, t. 6 (1873), pp. 530-532. Intorno alla vicenda si scrisse ancora sui «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», in cui si trovano i seguenti articoli: L. F. Menabrea, *Note sur l'identité des formules données par Cauchy pour déterminer les conditions de convergence de la série de Lagrange, avec celles qui ont été établies par Lagrange lui-même*, t. 77 (1873), pp. 1358-1361; A. Genocchi, *Observations relatives à une note précédente de M. Menabrea, concernant la série de Lagrange*, t. 77 (1873), pp. 1541-1544.

⁸ Cfr. nt. 10, lett. 6.

⁹ Cfr. nt. 14, lett. 8.

¹⁰ Irénée Jules Bienaymé (1796-1878).

¹¹ Per Tchebichef cfr. nt. 12, lett. 2. La memoria è: *Sur les fractions continues* (Traduit par Bienaymé), «Journal de Mathématiques pures et appliquées», serie II, t. III (1858), pp. 289-323.

¹² Cfr. nt. 8, lett. 14.

¹³ Cfr. nt. 10, lett. 2.

¹⁴ Cfr. nt. 12, lett. 14.

¹⁵ Cfr. nt. 10, lett. 1.

¹⁶ Si tratta probabilmente del libro citato in nt. 14, lett. 20.

¹⁷ Cfr. nt. 1, lett. 1.

¹⁸ Cfr. nt. 11, lett. 1.

25

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 24 Febbraio [18]59

Caris.mo Amico

Il latore di questa lettera è il giovane Cairoli,¹ già uno de' migliori miei scolari ora dottore in Matematica e cultore di questa scienza. Egli è naturale che venendo egli costì per alcuni giorni desidero di conoscervi, ed io colgo anche volentieri l'occasione di una persona fidata per ripetervi in iscritto ciò che il Prof. e Gherardi² dovrebbe avverti [*sic*] detto a voce; cioè che non abbiate a male che vi scrivo rado e lettere brevi e senza importanza; giacché ciò dipende dallo stato del mio animo che voi potrete facilmente immaginare agitatissimo in questi ultimi tempi.

E benché sia pieno di fiducia nell'esito degli avvenimenti che io credo e spero prossimi, non posso a meno di andare in traccia sia nei pochi giornali che sfuggono alla vigilanza della polizia Austriaca, sia nelle lettere private, di argomenti che confortino vieppiù questa mia fiducia.

Il fatto è che mi è impossibile lavorare con intensità, leggo qualche cosa, ho incominciato a far qualche tentativo sulla risoluzione delle equazioni di settimo grado, qualche paragrafo della monografia,³ ma il tutto con poca lena e con molta distrazione.

Bramerei conoscere se dividete le mie speranze, tanto più che voi potrete valutare meglio di me quanto v'è di favorevole e quanto di contrario nella politica estera. Mi pare che qui non si possa essere meglio disposti; avrete udito parlare della dimostrazione straordinaria che ebbe luogo Martedì in Milano in occasione del funerale del giovane Dandolo.⁴ L'effervescenza è forte in tutte le classi.

Vi mando in questa occasione due vostri opuscoli l'uno di Cauchy⁵ e l'altro del Frontera⁶ (avendo fatto compra di queste tesi a Parigi); insieme ad un breve opuscolo di statica che pubblicai al principio di quest'anno; esso è puramente una traccia per gli scolari.

Scrivetemi presto, ed in modo un po' oscuro ditemi qualche cosa sul vostro modo di *giudicare la questione*. Conservatevi sano, salutatemmi gli amici Chio⁷ e Colombo⁸ l'ultimo dei quali spero veder presto
il vostro

¹ Luigi Cairoli (1838-1860), uno dei fratelli eroi del Risorgimento italiano. A lui appartengono la maggior parte, costituita da appunti di introduzione al calcolo sublime, geometria, idrometria e geodesia, dei "quaderni di appunti e calcolo" conservati nell'*Archivio Brioschi*, secondo quanto è scritto in *Francesco Brioschi e il suo tempo (1824-1897)*, II, *Inventari*, a cura di C. Brunati, D. Franchetti, P. Papagna, P. Pozzi, Milano, Franco Angeli, 2000, p. 49.

² Cfr. nt. 2, lett. 24.

³ Cfr. nt. 18, lett. 18.

⁴ Emilio Dandolo (1830-1859), eroe risorgimentale.

⁵ Per Cauchy cfr. nt. 4, lett. 5.

⁶ Cfr. nt. 2, lett. 21.

⁷ Cfr. nt. 10, lett. 1.

⁸ Cfr. nt. 11, lett. 1.

26

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Milano, 12 Marzo [1859]

Caris.mo Amico

Credo avrete ricevuto da alcuni giorni una mia lettera ed alcuni opuscoli. Approfitto di un'altra simile occasione per pregarvi di un favore. In questi giorni si sarà presentato al P.re Chio¹ un giovane² con un mio biglietto di visita; esso è uno dei migliori studenti di matematica della nostra Università. Vorrei che glielo raccomandaste a mio nome, affinché lo consigli e lo diriga.

Io mi trovo in Milano da alcuni giorni, domani ritornerò nella *nuova fortezza* di Pavia. Fra pochi giorni vi scriverò ancora.

Conservatevi sano e credetemi

l'aff.mo Amico Brioschi

¹ Cfr. nt. 10, lett. 1.

² In base al contenuto della lettera 27 trattasi probabilmente di uno dei due fratelli Cairoli ai quali già si è accennato nella nota 1 della lettera 25.

27

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 15 Marzo [1859]

Caris.mo Amico

Il giovane Cairoli¹ nella speranza d'essere questa volta più fortunato mi ha chiesto qualche riga per voi; ed io lo assecondo volentieri persuaso che troverete in lui un ottimo giovane. Ho ricevuto jeri la vostra lettera che mi ha fatto vivo piacere, tanto più che i giorni scorsi si avevano avuto ragioni (forse non tutte buone) di tristezza.

Ho mandato al Tortolini² pel prossimo fascicolo una memoria di geometria di Cremona,³ la continuazione della memoria di Bonnet,⁴ e poche pagine della mia monografia.⁵ Egli ha già un mio articolo bibliografico sull'interpolazione⁶ che avrebbe potuto inserire nel primo fascicolo, ma che credette bene di lasciarlo indietro per sostituirvi il prospectus del Poggendorff⁷ come fosse cosa nuova. In quell'articolo dimostrava come senza ricorrere alla teoria delle frazioni continue come fa il Tchebicheff⁸ od a quella delle forme quadratiche come l'Hermite⁹ si possa giungere ad una formola di interpolazione avente le proprietà poste come dati dal Tchebicheff.

Adesso ho qui una lettera del Kronecker¹⁰ intorno alla lettera dell'Hermite pubblicata nell'ultimo fascicolo.¹¹ Egli mantiene la sua prima opinione che sussista un solo tipo di funzioni di sette lettere aventi trenta valori; e vorrebbe che io avessi ad esporre in un articolo le ragioni alle quali egli crede potersi aggrappare. Ma finora sono persuaso che effettivamente vi siano due distinti tipi, forse però converrà cambiare qualche cosa al modo di caratterizzarli usato dall'Hermite. Questa quistione mi tiene occupato sebbene molto distratto.

In questi giorni avrete ricevuto un'altra mia lettera, nella quale vi pregava di parlare a Chio¹² in favore di un giovane. Spero l'avrete ricevuta, e che Chio avrà potuto giovargli.

Addio, conservatevi sano e credetemi

l'aff.mo Brioschi

¹ Cfr. nt. 1, lett. 25.

² Cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Per Cremona cfr. nt. 2, lett. 1. Sugli «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. II (1859), risultano pubblicati i seguenti lavori: *Teoremi sulle linee del terz'ordine a doppia curvatura*, pp. 19-29; *Intorno alla superficie della seconda classe inscritta in una stessa superficie sviluppabile della quarta classe*, pp. 65-81; *Intorno alle coniche inscritte in una stessa superficie sviluppabile del quart'ordine (e terza classe)*, pp. 201-207. In *Opere matematiche* di Luigi Cremona, cit. in nt. 7, lett. 14, vol. I, rispettivamente alle pp. 70-81, 82-99, 100-107.

⁴ Per Bonnet cfr. nt. 18, lett. 8. Il lavoro è *Mémoire sur la figure de la terre considérée comme peu différente d'une sphère [suite]*, già citato in nt. 29, lett. 22, che fu proseguito in due *tranche* apparse sulla stessa rivista alle pp. 113-131, 180-184.

⁵ Cfr. nt. 18, lett. 18.

⁶ Questo articolo ha ancora una volta per titolo *Intorno ad una formola di interpolazione (Tchebicheff, Sur les fractions continues, giornale di Liouville, Agosto-Settembre 1858. Hermite, Sur l'interpolation, Comptes Rendus 10 Gennaio 1859)*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. II (1859), pp.132-134, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. II, pp. 11-14.

⁷ Johann Christian Poggendorff (1796-1877). Il *prospectus* è relativo all'opera famosa di Poggendorff *Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften*, la cui prima edizione, in due volumi, apparirà, nel 1863, a Lipsia, per l'editore Barth.

⁸ Per Tchebichef cfr. nt. 12, lett. 2; per il lavoro, a cui Brioschi fa implicito riferimento, dal titolo *Sur les fractions continues* si veda nt. 11, lett. 24.

⁹ Per Hermite cfr. nt. 10, lett. 2. Brioschi si riferisce al lavoro di Hermite dal titolo *Sur l'interpolation*, «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», t. XLVIII (1859), pp. 62-67, in *Oeuvres de Charles Hermite*, cit. in nt. 10, lett. 2, t. II, 1908, pp. 87-92.

¹⁰ Per Kronecker cfr. nt. 7, lett. 1. Sugli «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. II (1859), è pubblicato alla pagina 131 il seguente articolo: *Extrait d'une lettre de M. Kronecker a M. Brioschi*. L'articolo, col titolo *Sur la théorie des substitutions-Extrait d'une lettre de M. Kronecker a M. Brioschi* è inserito pure in *Leopold Kronecker's Werke*, cit. in nt. 1, lett. 2, Vierter Band, 1829, pp. 49-52.

¹¹ *Sur l'abaissement de l'équation modulare du huitième degré (Extrait d'une Lettre adressée à M. Brioschi)*, già citato nella nt. 15, lett. 18.

¹² Cfr. nt. 10, lett. 1.

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

Pavia, 9 Aprile [1859]

Caris.mo Amico

Faà di Bruno¹ Cavaliere etc... mi ha assolutamente *voltato l'occhio*, ed io ho dovuto spendere l'ingente somma di franchi otto e mezzo per togliermi la curiosità di leggere il suo trattato sull'eliminazione.² Pazienza ancora avessi trovato davvero qualcosa a leggere; ma scorrendo una pagina dopo l'altra in cerca di essa mi sono trovato alla fine del libro accorgendomi di averlo già letto; e rammentandomi di aver letto anche altre cose sull'argomento.

I Tedeschi poi che hanno criticato il mio opuscolo sui determinanti³ perché, come essi pretendono, alcune citazioni sono di seconda mano; che diranno di questo libro nel quale trovasi soltanto citata la *Théorie des équations algébriques* di Bezout⁴ (della quale opera l'A.[utore] a torto fece pochissimo conto)?

Anche le dimostrazioni sono assai trascurate, basta il citarvi quella di un mio teorema (pag. 74) già dall'Aut.[or]e pubblicata nel giornale di Crelle,⁵ e la nota 5.a per me inintelligibile.

Voi vedete che io critico come un uomo che ha speso otto franchi; e che ebbe una delusione. Forse rileggendo questo libro avendo principalmente di mira lo scopo dell'Aut.[or]e di *popolarizzare la scienza* me ne troverò più soddisfatto. Quanto all'articolo bibliografico ditemi quel che vi pare convenga meglio di fare.

Spiacemi il sentirvi poco bene in salute, ed affetto da quei maledetti reumatismi i quali pur troppo ho per prova quanto abbattano. Anche la mia salute è poco buona, il che oltre a tutto il rimanente mi toglie ogni lena di studio.

A quanto si dice pare che le probabilità del Congresso⁶ vadano ogni giorno diminuendo; a che protrarre più in lungo una guerra impossibile ad evitarsi?

Salutatemi Chiò⁷ e Colombo,⁸ scrivetemi presto, prima che non sorgano impedimenti,

l'aff.mo Amico Brioschi

¹ Cfr. nt. 9, lett. 1.

² Cfr. nt. 14, lett. 20.

³ Si tratta del lavoro di Brioschi *La teorica dei determinanti ecc.*, si veda nt. 12, lett. 12, il quale ebbe pure una traduzione tedesca: *Theorie der Determinanten und ihre hauptsächlichlichen Anwendungen*, Berlin, Duncker & Humblot, 1856.

⁴ Etienne Bézout (1730-1783). Il libro è: *Théorie générale des équations algébriques*, Paris, Imprimerie de Ph.- D. Pierres, 1779.

⁵ A pagina 74 del suo trattato *Théorie générale de l'élimination*, Faà di Bruno ridimostra un "beau théorème" di Brioschi, contenuto nell'articolo di quest'ultimo, avente titolo *Sur une nouvelle propriété du résultant de deux équations algébriques* «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 53 (1857), pp. 372-376, e aggiunge "mais on trouvera peut-être sa démonstration moins simple que celle-ci. (Voir le Journal de Crelle, tome LIII.)".

⁶ Brioschi sembra riferirsi alla proposta, avanzata dalla Russia, di indire un congresso, tra grandi potenze europee, per discutere la questione italiana. La proposta ebbe, tra l'altro, l'effetto di mandare a vuoto i tentativi di mediazione inglesi volti ad evitare la guerra, che scoppierà il successivo 29 Aprile, tra Regno di Sardegna e Francia, da una parte, e Austria dall'altra.

⁷ Cfr. nt. 10, lett. 1.

⁸ Cfr. nt. 11, lett. 1.

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Torino, 29 Giugno [1859?]

Amico Carissimo

Chiò¹ mi disse jeri che voi foste a cercarmi all'Albergo difficilmente mi potrete trovare in casa. Desidererei vedervi; se non vi disturba passare al Ministero mi troverete sempre in libertà dalle 7 alle 11 anti.e.

Credetemi

vostro Aff.mo Brioschi

¹ Cfr. nt. 10, lett. 1.

30
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, il 22 Luglio [18]59

Caris.mo Amico

Il dispaccio elettrico [*sic*, ma leggasì telegramma] contenente i preliminarj della pace¹ mi ha trovato incredulo. Nap.[oleon]e ci aveva abituati a considerare questa quistione sotto un punto di vista tanto alto e tanto nuovo politicamente parlando; che il far ritorno ad una politica scaltra ma ordinaria è cosa penosa. Eppure noi abbiamo oggi più che mai d'uopo della sua alleanza, e credo che di ciò siasi più persuasi al di qua del Ticino che al di là, dirò meglio a Milano che a Torino. Io spero che il nuovo Ministero non vorrà dar troppo ascolto alle lusinghe che ora darà certamente l'Inghilterra.

Parmi che il nuovo Ministero sia alquanto scolorito; non so se la nomina o la proposiz.[ion]e di Casati² abbia per iscopo di introdurre nel Ministero l'elemento lombardo; saremmo assai male rappresentati; tanto più che il nuovo Ministero dovrà promuovere riforme interne a meno che muoja appena firmata la pace.

Io sono a Pavia da 20 giorni, quindi non ho più notizie dirette sulle intenzioni del governo di Milano; credo però per cosa certa che sarà nominata quanto prima una commissione pel riordinamento degli Studj nella Lombardia. Questo potrà essere utile trattandosi di cosa urgente; ma credo che composto il nuovo regno dell'Italia superiore si dovranno iniziare larghe riforme nell'istruzione in generale, e principalmente nella superiore. Varie volte mi scriveste di commissioni incaricate di studiare queste riforme, ma non so se i loro rapporti vennero pubblicati; fatemi il favore di scrivermi in quale stato si trovi questo affare.

Ebbi la vostra ultima lettera direttami a Milano ma non ricevetti la nota di Lebesgue³ e neppure il fascicolo degli Exercices.⁴

Aveva incominciato a studiare un po', ma ora sono nuovamente tutto sossopra e non m'occupo che della lettura di giornali politici.

Non so come il Tortolini⁵ dica di non aver ricevuto mie lettere mentre gli scrissi varie volte, ma fra le altre unitamente al vostro articolo bibliografico.⁶

Non so se Chiò⁷ abbia scritto al Gover.[nator]e Vigliani;⁸ io non mi sono presentato. A ciò ha contribuito l'abitudine presa durante il Gov. Aus.[triac]o di non visitare alcun funzionario; ma la ragione principale si è che egli si è allontanato o mostrò tendenza ad allontanarsi dal partito liberale per avvicinarsi agli uomini della fusione.

Mi spiace sapervi poco bene in salute. Non potrebbe essere opportuna una cura di bagni? Scrivetemi presto

il Vostro Aff.mo Brioschi

Le notizie datemi da Chiò sull'intendente Alasia⁹ erano non solo esagerate ma erronee. Io non lo conosco, ma sento qui da tutti farne molti elogi.

¹ È la pace di Villafranca che concluse la Seconda guerra d'indipendenza italiana. Essa seguì all'armistizio, offerto da Napoleone III (1808-1873), imperatore dei francesi, all'imperatore Francesco Giuseppe I (1830-1916) d'Asburgo-Lorena, imperatore d'Austria, per iniziare preliminari di pace, dopo le sconfitte da quest'ultimo subite ad opera degli eserciti francese e piemontese con l'aggiunta di

volontari provenienti da ogni parte d'Italia. Con la pace di Villafranca si stabilì che l'Austria avrebbe ceduto la Lombardia a Napoleone III, il quale avrebbe potuto, a sua volta, cederla a Vittorio Emanuele II (per il quale si veda nt. 6, lett. 32), cosa che effettivamente avvenne.

² Gabrio Casati (1798-1873). Ministro della Pubblica Istruzione dal 24 Luglio 1859 al 15 Gennaio 1860.

³ Per Lebesgue cfr. nt. 2, lett. 16. L'articolo di Lebesgue è probabilmente quello indicato nella nt. 9, lett. 23.

⁴ Si tratta evidentemente di un fascicolo dell'opera del Lebesgue dal titolo: *Exercices d'analyse numérique, extraits, commentaires, et recherches relatifs à l'analyse indéterminée et à la théorie des nombres*, Paris, Leiber et Faraguet, 1859.

⁵ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁶ Trattasi probabilmente dell'articolo di Genocchi, *Théorie générale de l'élimination par le Chevalier François Faà de Bruno*, che verrà citato nella nt. 8, lett. 32.

⁷ Cfr. nt. 10, lett. 1.

⁸ Paolo Onorato Vigliani (1814-1900). L'8 Giugno 1859 viene nominato Luogotenente generale del Re per l'amministrazione della Lombardia. Resta in carica fino al successivo 30 Novembre.

⁹ Giuseppe Alasia (1820-?). Segretario della Pubblica Istruzione dal 6 Febbraio 1860 al 26 Marzo 1861.

31

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 2 Agosto [18]59

Amico Caris.mo

Vi ringrazio d'avermi mandato la prima parte del progetto di legge del 1854¹, e se non vi dispiace dovrete mandarmi anche il rimanente facendomi conoscere le spese che avrete dovuto incontrare. Vedrei ben volentieri anche questo progetto di riorganizzazione degli studj Matematici, ma parmi sarà difficile averlo se non è stampato. Il governo di Milano è intenzionato di nominare una commissione per introdurre riforme negli studj in Lombardia, credo che io rappresenterò in questa commissione la facoltà Matematica, perciò desidero allargare le mie cognizioni sulle riforme o sui tentativi di riforme fatti sin qui in Piemonte. Io credo converrà per ora riformare alcune cose più urgenti e spingere il Ministro² per una organizzazione completa. Non so quali intenzioni abbia il nuovo Ministro; abbiamo avuto avviso che egli manda qui a visitare la nostra Università in qualità di Commissario Ministeriale il Prof. Melegari.³ A quale scopo?

Tardy⁴ ha inoltrato il ricorso per la Cattedra di Calcolo a Genova, mi disse che il suo competitore è Marsano,⁵ spero che il Ministro non dubiterà sulla scelta.

Ho scritto al Tortolini⁶ che io credo inutile il pubblicare un secondo articolo sul libro di Faà di Bruno.⁷ Fu l'autore contento del primo?

Se avete notizie che si tratti di far rivivere questo piano di studj Matematici e di applicarlo a tutte le Università del nuovo regno fatemelo conoscere; giacché io farei una corsa a Torino per concretare con voi, Gherardi,⁸ Chiò⁹ una opposizione. Io spero che riusciremo a rompere la camarilla.

Scrivetemi presto e ditemi che uomo è Melegari.

Spero la vostra salute migliori

il Vostro aff.mo Amico
Brioschi

¹ Si tratta del progetto di legge presentato, nel 1854, da Luigi Cibrario (1802-1870), politico e storico del Piemonte sabauda, in qualità di Ministro della Pubblica Istruzione del Regno di Sardegna dal novembre del 1852 al maggio del 1855 (governo Cavour), al Parlamento sardo. Pur non essendo stato varato come legge, il progetto Cibrario sarà accolto in parte nella legge Casati del 1859 della quale si parlerà qui alla nt. 7, lett. 35.

² Si tratta di Gabrio Casati, per il quale cfr. nt. 2, lett. 30.

³ Probabilmente Luigi Amedeo Melegari (1805-1881).

⁴ Cfr. nt. 4, lett. 14.

⁵ Giambattista Marsano (1824-11892). Dal 1854 era professore di Geometria descrittiva all'Università di Genova.

⁶ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁷ Per Faà di Bruno cfr. nt. 9, lett. 1. Il libro a cui Brioschi fa riferimento è quello indicato nella nt. 14, lett. 20.

⁸ Cfr. nt. 2, lett. 24.

⁹ Cfr. nt. 10, lett. 1.

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]Pavia, 7 Agosto [1859]¹

Amico Carissimo

Sarà bene mi inviate il restante del progetto 54² a Milano, giacché mi recherò in questa città Mercoledì o Giovedì. L'altro jeri ebbero la prima seduta della commissione, ma a quello che mi si disse a Milano pare che il ministro³ voglia sostituire a questa commissione una commissione di Piemontesi e Lombardi allargandone il mandato. Credo che nella settimana si conosceranno le intenzioni del Ministero. Mi si dice che il Fava⁴ vorrebbe far rivivere il progetto del 54 a cui egli prese parte.

Parmi che in Piemonte la libertà in fatto d'istruzione sia considerata come una utopia; come spiegare altrimenti i decreti (e sono molti) della forza dell'ultimo dell'ex ministro Cadorna.⁵ Saprà far meglio il segretario Fava? Giacché credo che Casati non farà che apporre la firma.

Oggi contasi a Milano ricevere il Re⁶ con grandissimo entusiasmo. Nella settimana i liberali di Milano daranno un pranzo e qualche altro divertimento a molti Deputati del Parlamento; non è difficile che anch'io arrivi in tempo a farne parte.

Il fascicolo 3° del nostro giornale⁷ è pubblicato, esso contiene il vostro articolo sul libro di Faà di Bruno;⁸ ma siccome voi m'avete scritto che Tortolini⁹ aveva preparato un articolo sul medes.[im]o libro, sapendo che Tortolini fa grazia rade volta dei suoi articoli, ho pensato bene di suggerirgli di non stampare altro articolo bibliografico su quel libro.

Nella prima vostra lettera ditemi che intendete fare nei mesi venturi di vacanza, perché non è improbabile ch'io faccia una corsa a Torino per avere notizie dettagliate su questo famoso piano degli studj Matematici.

Vi auguro miglior salute. Addio

l'aff.mo Amico Brioschi

Fu qui Menabrea¹⁰ il giorno (Venerdì) che io mi trovava a Milano per la prima seduta della Commissione; seppi però che egli non si occupò che di cose militari.

¹ La data si evince dal fatto che il re, Vittorio Emanuele II, il 7 Agosto del 1859 fece visita alla città di Milano, capoluogo della Lombardia, da poco annessa al regno di Sardegna.

² A riguardo si veda la nt. 1, lett. 31.

³ Si tratta di G. Casati, per il quale cfr. nt. 2, lett. 30.

⁴ Angelo Fava, Segretario del Ministro alla Pubblica Istruzione Gabrio Casati.

⁵ Carlo Cadorna (1809-1891). Ministro della Pubblica Istruzione, dal 16 Dicembre 1848 al 27 Marzo 1849 e, di nuovo, dal 18 Ottobre 1858 al 19 Luglio 1859.

⁶ Vittorio Emanuele II di Savoia (1820-1878), Re del Regno di Sardegna, sarà Re d'Italia dal 17 Marzo del 1861.

⁷ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁸ Angelo Genocchi, *Théorie générale de l'élimination par le Chevalier François Faà de Bruno*, «Annali di Matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie II, t. II (1859), pp. 197-199. Si fa notare che il presente articolo è firmato con la sigla *F. G.* Il libro di Faà di Bruno è citato nella nt. 14, lett. 20.

⁹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

¹⁰ Cfr. nt. 15, lett. 3.

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Pavia, 14 Dicembre [18]59

Caris.mo Amico

Vi ho spedito questa mattina esemplari del programma delle lezioni che intendo dare quest'anno all'Università. Credo che il Cremona¹ o Menabrea² vi avranno detto lo scopo della mia ultima gita a Torino; per quest'anno sono quindi Prof. d'Analisi Superiore,³ e voglio sperare vi resterò.

Forse saprete come la debolezza e la immoralità del Ministero mi abbiano tirato addosso una guerra accanita da parte di quei Professori minacciati di dimissione e da altri loro ottimi colleghi. Le mene di questi

tristi m'avevano dappprincipio messo di mal'umore, talché con Sella⁴ e Menabrea aveva espresso il desiderio di essere traslocato costì; ma essendo riusciti con bassezze d'ogni specie a farsi accogliere piuttosto favorevolmente dagli studenti (cheché l'Unione dica del trionfo di Codazza),⁵ stimarono giunto il momento opportuno incominciare l'offesa, sempre però nascostamente e con mezzi subdoli.

Da oggi ho deciso di accettare il guanto, a ciò mi spinge anche quanto vi ha di meglio in fatto di liberali in Pavia. Ho accettato di farmi promotore di un circolo liberale elettorale, di appartenere ad un comitato per l'emigrazione, alla redazione di un giornale etc., cose tutte alle quali ripugnavo per meglio attendere agli studj. State certo che fra poco la verità verrà a galla; se accadrà qualche scandalo la colpa deve ricadere sul Ministero.

Ho mandato al Tortolini⁶ un capitolo della Monografia,⁷ una breve nota sulle linee di curvatura della superficie delle onde,⁸ insieme ad una del Combescure,⁹ ed un articolo bibliografico sulle equazioni isoperimetriche¹⁰ in occasione di una lettera diretta dal Dirichlet¹¹ all'Hermite.¹² Per ora non v'è altro materiale pel fasc.o V°, quindi se potete mandate voi pure qualche lavoro.

Non conosco il Prof. Gobbi profondamente, ma mi venne detto molto bene di lui. Egli ebbe a lamentarsi un po' per la nomina dello Schiaparelli,¹³ ma a me pare a torto. La nostra scuola è in così cattivo stato che rendevasi necessaria la nomina di uno straniero e di uno che avesse avuto agio di vedere i migliori Geometri d'Europa. Io non saprei a chi meglio raccomandarlo che al Sella tanto più ora che appartiene al Consiglio Superiore; potreste anche parlargliene voi.

Salutatemi Chiò¹⁴ e credetemi

l'Aff.mo Brioschi

Troverete una scusa dell'aver tardato a rispondervi sulle occupazioni estranee alla scienza.

¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

² Cfr. nt. 15, lett. 3.

³ Brioschi ottenne, nel 1859, la cattedra di Analisi Superiore all'Università di Pavia, cattedra che mantenne fino al 1861.

⁴ Quintino Sella (1827-1884). Ministro della Pubblica Istruzione dal 18 Maggio al 5 Agosto 1872.

⁵ Giovanni Codazza (1816-1877).

⁶ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁷ Cfr. nt. 18, lett. 18.

⁸ F. Brioschi, *Sulle linee di curvatura della superficie delle onde*, «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. II (1859), pp. 135-136, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. II, pp. 215-16.

⁹ Per Combescure cfr. nt. 14, lett. 8. Il lavoro è *Sur les lignes de courbure de la surface des ondes*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie I, t. II (1859), pp. 278-285.

¹⁰ F. Brioschi, *Sulla riduzione delle equazioni isoperimetriche alla forma canonica*. «Annali di matematica pura ed applicata-Rivista bibliografica», serie I, t. II (1859), pp. 333-335, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. II, pp. 25-28.

¹¹ Cfr. nt. 8, lett. 4.

¹² Cfr. nt. 10, lett. 2.

¹³ Giovanni Virgilio Schiaparelli (1835-1910).

¹⁴ Cfr. nt. 10, lett. 1.

Pavia, 3 Aprile [18]60

Caris.mo Amico

Ho ricevuto tutti i calcoli vostri e del Riemann¹ e parmi che il risultato esatto sia il vostro; oltrechè preferisco la via che voi seguite sebbene apparentemente più lunga, giacché la determinazione delle costanti non mi sembra cosa tanto ovvia.

Non ho potuto rispondervi prima in causa della morte dell'ottimo Bordoni;² sebbene da qualche tempo fossi preparato a questa disgrazia, pure ne provai grandissimo dispiacere - ora poi sono occupato a rivedere i suoi manoscritti affidatimi dalla famiglia. Rinvenni tre memorie di Matematica applicata una sull'equilibrio delle volte, una seconda sulle svolte delle strade ed una terza sulle tegole le quali farò presto pubblicare essendo quasi pronte per la stampa. Le farò precedere da una dettagliata notizia sulla vita e sulle opere dell'illustre autore.³

A proposito di pubblicazioni voglio comunicarvi un progetto che da alcuni giorni mi occupa. Parmi che ora converrebbe trasportare il luogo di pubblicazione del nostro giornale⁴ da Roma in una delle città del nuovo Regno: Non v'ha dubbio che i collaboratori che abbiamo avuti fino ad ora o sono stranieri od appartengono al nuovo Regno; a quale scopo dunque continuare la pubblicazione a Roma collo svantaggio di ingenti spese postali? Oltre di che io avrei fiducia di poter ottenere dal governo almeno una diminuzione di spese postali, vantaggio di cui gode il giornale di Borchardt⁵ in Prussia, anzi ora in tutta la Germania.

Per effettuare questo progetto con buon esito basta secondo me la nostra buona volontà e la scelta del momento opportuno. Da parte vostra non dubito della prima, che ne pensate intorno all'opportunità?

Io farò probabilmente una corsa a Torino verso la fine della settimana ventura dopo Pasqua; voleva venir prima ma aspetto che il Ministero decida intorno alla nomina del successore al Bordoni. Salutatemmi gli amici Chiò,⁶ Gherardi⁷ e conservatevi sano.

Credetemi

l'aff.mo Vostro Brioschi

¹ Cfr. nt. 10, lett. 22.

² Cfr. nt. 12, lett. 18.

³ Le memorie, qui citate, che Brioschi si incarica di pubblicare sono le seguenti: A. Bordoni, *Sull'equilibrio astratto delle volte*, «Memorie dell'Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti», t. IX (1862), pp. 125-142; *Considerazioni sulle svolte delle strade*, «Memorie dell'Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti», t. IX (1862), pp. 143-153; *Sulle tegole ordinarie*, «Il Politecnico. Repertorio mensile di studi applicati alla prosperità e cultura sociale», serie IV, t. I (1866), pp. 138-173.

⁴ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁵ Cfr. nt. 6, lett. 2.

⁶ Cfr. nt. 10, lett. 1.

⁷ Cfr. nt. 2, lett. 24.

Pavia, 17 Giugno 1860

Cariss.mo Amico

Il prof. Gherardi¹ vi avrà forse detto di come io lo pregassi di aggiungere le mie calde raccomandazioni alle vostre presso il Ministro² per ottenere la nomina del Cremona all'Università di Bologna.³ Con mio grande contento la cosa è riuscita e l'Università di Bologna ha acquistato un eccellente professore, fu fatta una volta almeno giustizia al merito. Ringraziate Gherardi a mio nome.

Vi aveva promesso di scrivervi presto, ma nuove ed imprevedute occupazioni mi impedirono di farlo. Saprete che ora dò anche le lezioni di alta Geodesia in luogo di Contratti,⁴ al quale vanno [*sic*] affidata la cattedra di fisica vacante per la morte di Belli.⁵ Ho creduto opportuno di offrirmi per questo insegnamento sia per tagliare la strada ad alcuni indegni pretendenti al posto di Belli, sia per utilizzare meglio il Contratti. Ho pensato di dare in questo mese e mezzo che rimane a compiere l'anno scolastico la teorica delle carte geografiche colle applicazioni ai principali sistemi di proiezione.⁶ È un argomento un po' spinoso ma spero di uscirne vincitore.

Le notizie che mi giungono da costì sono alquanto rattristanti riguardo alla pubblica istruzione; pare che si intenda mettere di nuovo tutto in discussione; e sospendere l'applicazione della legge Casati,⁷ la quale a mio credere contiene errori madornali ma è un passo avanti. Io spero che i Deputati penseranno che votando la sospensione di quella Legge ci lasciano nel caos; ma se il Ministro sostiene il resto della legge, come l'art.o riguardante l'Università di Sassari, non credo difficile l'arrivare a questo deplorabile risultato.

Ebbi una nuova e lunga lettera di Bellavitis⁸ alla quale risposi tosto, parmi che egli abbia bisogno del conforto della nostra corrispondenza. La sua lettera conteneva quella che acchiudo per voi.

Anche in mezzo a tante occupazioni scolastiche, lezioni ed esami così detti rigorosi, proseguo i miei studj, ora sono intorno alla monografia⁹ che vorrei veder presto finita.

Betti¹⁰ mi scrive esponendomi il suo desiderio che potessimo trovarci assieme queste vacanze qualche giorno per fare qualche nuova combinazione pel giornale;¹¹ come già vi dissi anch'io credo opportuno questo ritrovo, e sono pronto a recarmi dove meglio v'agrada.

Ieri ho ricevuto da Mamiani la notizia della mia aggregazione alla Società italiana;¹² spero che quanto prima anche voi ne farete parte, anche Bellavitis me ne scrive in proposito. È forse l'unica Accademia Italiana che ha qualche nome in Europa, non sarebbe bene il conservarglielo?

Scrivetemi presto, datemi notizie della vostra salute e dei vostri studj. Salutatemmi Chiò,¹³ Gherardi, e credetemi

I'Aff.mo Amico Brioschi

¹ Cfr. nt. 2, lett. 24.

² Terenzio Mamiani della Rovere (1799-1885). Tenne il Ministero della Pubblica Istruzione del Regno di Sardegna dal 20 Gennaio 1860 al 22 Marzo 1861.

³ Per Cremona cfr. nt. 2, lett. 1. Cremona fu nominato professore di Geometria Superiore dell'Università di Bologna. Su tale punto si vedano pure, in *L'epistolario Cremona-Genocchi (1860-1886)*, a cura di L. Carbone, R. Gatto, F. Palladino, Firenze, Olschki, 2001, la lettera 7, di Cremona a Genocchi, e la lettera IV di Genocchi a Cremona.

⁴ Luigi Contratti (1819-1867).

⁵ Giuseppe Belli (1791-1860).

⁶ Brioschi, ancora professore all'Università di Pavia, si offre a tenere il corso di Geodesia per le ragioni qui esposte. Egli dà comunicazione di questa sua decisione anche a Placido Tardy, in una lettera spedita da Pavia il 12 Giugno del 1860 (Biblioteca dell'Università di Genova, Cassetta Loria).

⁷ Per Casati cfr. nt. 2, lett. 30. La Legge Casati del 13 Novembre 1859, che verrà estesa a tutto il Regno d'Italia il 15 Luglio 1877, regolava il rapporto tra l'amministrazione centrale e l'amministrazione locale della scuola e introduceva a livello universitario numerose modifiche. In particolare, la legge prevedeva per Milano l'istituzione della Facoltà di Lettere e Filosofia (Accademia scientifico-letteraria) e dell'Istituto Tecnico Superiore (il futuro Politecnico).

⁸ Cfr. nt. 2, lett. 18.

⁹ Cfr. nt. 18, lett. 18.

¹⁰ Cfr. nt. 1, lett. 1.

¹¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

¹² Si tratta della Società Italiana delle Scienze, detta anche Società dei XL, fondata nel 1785 a Verona da Anton Maria Lorgna (1735-1796). Questa ebbe dapprima sede a Verona, poi, per volere di Napoleone, a Modena, per passare, dal 1807, di nuovo a Verona. Con l'unità d'Italia, fu stabilito che la sede sarebbe stata quella del Presidente, per cui passò successivamente a Pisa, Milano, Napoli e Roma. Nel 1949 essa cambiò il suo nome in quello di Accademia Nazionale dei XL. Sulla sua storia si può consultare G. Penso, *Scienziati italiani e unità d'Italia. Storia dell'Accademia Nazionale dei Quaranta*, Roma, Bardi, 1978.

¹³ Cfr. nt. 10, lett. 1.

36*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[?]

[Torino?], 21 Marzo [1862?]

Cariss.mo Amico

M'avete scritto in un momento di cattivo umore e ad esso attribuisco il modo ingiusto col quale mi giudicate.

Io non accetto la vostra raccomandazione per Bruno,¹ giacché, come vi dissi Domenica, dal momento che voi non avete difficoltà ad accettare quel posto, non v'ha per me altra nomina possibile.

Quanto poi alla vostra ipotesi che io abbia cangiato avviso nel valutare le mie relazioni col Ministro,² mi permetterete dirvi che non mi offendo perché assurda. È però doloroso che dagli amici si formino consimili giudizi. Spero vi convincerete presto che avete torto. Un saluto

aff.mo Brioschi

* Carta intestata: *Ministero della Istruzione Pubblica*.

¹ Probabilmente Giuseppe Bruno (1828-1893), dal 1863 professore straordinario di Geometria descrittiva all'Università di Torino. Divenne ordinario nel 1878.

² Pasquale Stanislao Mancini (1817-1888). Dal 3 al 31 Marzo 1862 fu Ministro della Pubblica Istruzione.

37

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI

[TORINO]

[Torino ?], 28 Maggio [1862]¹

Caris.mo Amico

Domani S. M.² firmerà il decreto che vi nomina Prof. di Introd[uz.] al calcolo in questa Università. La nomina avrà effetto pel venturo anno scolastico.

State sano e credetemi

aff.mo Brioschi

¹ La data si evince dal fatto che Genocchi nel 1862 viene nominato, presso l'Università di Torino, reggente la cattedra di "Introduzione al Calcolo" ovvero la cattedra di Algebra complementare e geometria analitica. Si veda a riguardo la lettera XI di Genocchi a Cremona in *L'epistolario Cremona-Genocchi (1860-1886)*, cit. in nt. 3, lett. 35.

² Cfr. nt. 6, lett. 32.

38

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Lunedì sera [1862]¹

Caris.mo Amico

Fui assente e non risposi prima per ciò. Io non so che dica il Rettore e per qual ragione egli ripete uno sproposito dopo che gli feci conoscere essere in errore.

Epperò voi potete benissimo fare una rimostranza al Ministero -probabilmente io non vi sarò più ma gli antecedenti sono in vostro favore ed io li richiamerò a chi deve trattare questo affare.

State sano e credetemi

aff.mo Brioschi

¹ La data si evince confrontando il contenuto di questa lettera con la successiva, ovvero quella del 12 Dicembre 1862.

39

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

12 Dice.[mbre] [1862]¹

Cariss.mo Amico

Avete tutte le ragioni e scrivo al Rettore per trovar modo di rimediare al mal fatto. Fra pochi di cesserò d'essere Segret.[ario] Generale e spero ritornare agli studj.

State sano e credetemi

aff.mo Brioschi

Decr. 21 Luglio 1861²

art. 1 (6) A ciascun insegnamento non gratuito, dato ufficialmente da Professori ordinari e straordinari, pel quale il numero degl'iscritti (esclusi gli esonerati da tasse) è inferiore a detta media, si attribuirà ecc.

art. 3 l'importo di essa (*tassa della iscrizione*), al chiudersi d'ogni semestre sarà ripartito per cura del Rettore in concorso coi Presidi delle Facoltà.

¹ La data si giustifica con la cessazione di Brioschi dall'incarico di Segretario generale della Pubblica Istruzione avvenuta il 31 Dicembre del 1862. Brioschi aveva assunto tale compito il 7 Giugno del 1861, sostituendo Quintino Sella (per il quale cfr. nt. 4, lett. 33).

² Allegato a questa lettera del 12 Dicembre vi è un foglio con su scritto, con diversa grafia, quanto qui riportato.

40

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Milano, 1° Luglio [1864]¹

Caris.mo Amico

Vi presento con questo mio il D.r Hirst² collaboratore del nostro giornale³ che desidera conoscervi.

Mi spiacque non avervi potuto salutare prima della mia partenza da costì, ma quella sera non mi fu possibile essere libero per l'ora che mi avevate stabilito.

Spero che la vostra salute sarà migliore. Salutatemmi Chiò⁴ e credetemi

l'aff.mo Brioschi

¹ La data del 1864 è stata determinata in base alla notizia, contenuta nella lettera, della presenza di Hirst in Italia; si veda in *L'epistolario Cremona-Genocchi (1860-1886)*, cit. in nt. 3, lett. 35, la lettera 26 di Cremona a Genocchi dove è scritto: "Si trova qui e si fermerà per qualche tempo l'Hirst, egregio geometra come sapete, e professore nell'università di Londra".

² Thomas Archer Hirst (1830-1892).

³ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁴ Cfr. nt. 10, lett. 1.

41
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

[Milano ?,] 13 Gennajo [1865]¹

Caris.mo Amico

Io non ho alcuna diretta relazione col ministro della pubblica istruzione² per cui non potrei fare a lui la vostra raccomandazione. Però conosco il Segretario Bianchi³ e parlerò con lui al più presto.

Quanto alla proposta del Cremona⁴ non potrei farla per ora giacché fu invitato ad insegnare per quest'anno la meccanica razionale in luogo del Chelini⁵ ed ha accettato.

Se sapessi dove abitate sarei venuto a trovarvi. State sano e credetemi

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ La data si giustifica in base al riferimento al "Segretario Bianchi".

² Giuseppe Natoli (1815-1867). Ministro della Pubblica Istruzione dal 23 Settembre 1864 al 31 Dicembre 1865.

³ Nicomede Bianchi (1818-1886), fu Segretario generale del Ministero della Pubblica Istruzione dal 1° Novembre 1864 al 6 Gennaio 1866.

⁴ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁵ Nel 1864, Domenico Chelini (sul quale cfr. nt. 17, lett. 8) fu destituito da professore dell'Università di Bologna, dove era straordinario di Meccanica razionale (si veda *L'epistolario Cremona-Genocchi*, cit. in nt. 3, lett. 35, in particolare le lettere 18, 19, 27, 28 di Cremona a Genocchi e la lettera X di Genocchi a Cremona) per essersi rifiutato di prestare giuramento al nuovo Stato italiano.

42
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 10 Luglio [18]65

Caris.mo Amico

Rispondo subito alla vostra lettera sebbene per ora non possa darvi esatte notizie sulla prima domanda. Il concorso non si chiude che alla fine del mese per cui la commissione non è nominata, ed io assai probabilmente non ne farò parte avendo espressa la mia disapprovazione al Ministro¹ per avere aperti tanti concorsi a cattedre. Io so di alcuni concorrenti di non molta importanza, ma potrebbe darsi concorresse il Codazzi² attualmente professore ad un liceo di Pavia, lo stesso che ottenne una parte di un premio dall'Accademia delle Scienze,³ ed a mio giudizio se concorre dovrebbe avere probabilità di successo.

Se più tardi avrò altre notizie ve le comunicherò, ma anche all'Università di Pavia non se ne sa di più giacché parlai stamani con Casorati.⁴

La nota di Jacobi sulla risolvibile del sesto grado⁵ mi è sfuggita mentre scriveva quel lavoro sulla risolvibile del Malfatti⁶ benché la conoscessi ed altre volte mi avesse occupato. È questa una delle conseguenze della vita che meno dopo il '63, l'aver cioè perduto in parte la memoria delle cose lette da qualche tempo.

L'operazione del Terquem⁷ si riferisce ad un posteriore lavoro del Sylvester pubblicato nel Philosophical Magazine del Novembre 1858 -Note on the equation in numbers of the first degree...⁸, ma non so se possa fare al caso citato nella vostra lettera.

Conosco varie pubblicazioni del Sylvester sul teorema di Newton;⁹ cioè -A Trilogy- o tre note pubblicate nella Transactions Philosophical della Società Reale;¹⁰ (non so se il volume sia pubblicato, io le ho a parte mandatemi dall'autore), un Syllabus of Lecture delivered at King's College On an elementary proof and generalization of Sir Isaac Newton ...;¹¹ infine vari articoli nei Comptes Rendus, fra i quali il più concludente mi sembra il più recente letto nella seduta del 19 Giugno 1865 intitolato Sur les limites du nombre des racines réelles des equations algébriques.¹²

Pur troppo le occupazioni della mia scuola mi tolgono la possibilità di lavorare come desidererei negli studj di matematica pura; in questi ultimi due anni ho dovuto dedicarmi con lena alle applicazioni, ho dovuto digerire una nuova biblioteca, di letture certamente più facili di quelle alle quali non siamo abituati, ma che però richiede un certo tempo. Oltre che il personale dell'Istituto¹³ essendo un po' ristretto devo fare molte lezioni; dal Novembre al Maggio feci nove ore di lezione per settimana sulle costruzioni e sull'idraulica. Ciò vi spieghi come lavorando come forse non mai in vita mia, pure non arrivo a pubblicare, giacché se giungo anche a qualche risultato non trovo il tempo per renderlo presentabile al pubblico. Vi aggiungo anche che varj risultati sulle equazioni del quinto grado che avrei in pronto non li pubblicai prima, perché mi ero fisso di voler pubblicare un libro su questo argomento, cioè una completa monografia sulla risoluzione delle equazioni algebriche del quinto grado.

Non so se e quando potrò effettuare questo progetto; se mi vedeste qui circondato da tabelle ove sto calcolando le varie parti del nuovo porto di Piacenza per esercizio dei miei allievi, dubitereste anche voi; ma io spero sempre di rifarmi matematico.

Conservatemi la vostra amicizia e credetemi

aff.mo vostro
F. Brioschi

Ho studiato il vostro interessante lavoro sulle equazioni differenziali dai Fundamenta Nova;¹⁴ appena avrò un momento di quiete vi manderò alcune osservazioni in proposito.

¹ Cfr. nt. 2, lett. 41.

² Cfr. nt. 14, lett. 11.

³ Brioschi si riferisce al premio che Codazzi ottenne nel 1859 dall'Académie des Sciences de Paris per il lavoro dal titolo *Mémoire relatif à l'application des surfaces les unes sur les autres* (pubblicato però solo nel 1883).

⁴ Felice Casorati (1835-1890).

⁵ Si tratta, molto probabilmente, delle *Observatiunculæ ad theoriã aequationum pertinentes*, «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 13 (1835), pp. 340-352. In particolare si veda il paragrafo: *Observatio de aequatione sexti gradus, ad quam aequationes quinti gradus revocari possunt*. In C. G. J. Jacobi's *gesammelte Werke*, cit. in nt. 6, lett. 1, t. III, pp. 269-284.

⁶ F. Brioschi, *Sulla risolvibile di Malfatti per le equazioni del quinto grado*, «Memorie dell'Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti», t. IX (1863), pp. 215-231, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. II, pp. 39-56.

⁷ Cfr. nt. 13, lett. 2.

⁸ Per Sylvester cfr. nt. 3, lett. 1. Il titolo completo del lavoro è *Note on the equation in numbers of the first degree between any number of variables with positive coefficients*, cit. in nt. 12, lett. 23.

⁹ Per l'enunciato del *Teorema di Newton* si veda nt. 2, lett. 5.

¹⁰ Probabilmente J. J. Sylvester, *Algebraical researches, containing a disquisition on Newton's rule for the discovery of imaginary roots, and an allied rule applicable to a particular class of equations, together with a complete invariantive determination of the character of the roots of the general equation of the fifth degree*, «Philosophical Transactions of the Royal Society of London», t. CLIV (1864), pp. 579-666. Tale lavoro è diviso in tre parti: I. *On Newton's Rule for the Discovery of Imaginary Roots*; II. *On the limit to the number of real roots in equations of the form $\sum (ax + b)^n$* ; III. *On the Nature of the Roots of the General Equation of the Fifth Degree*. In *The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester* (cit. in nt. 12, lett. 23) vol. II, pp. 376-479. Sembra che le tre parti siano state anche pubblicate nel volume *On the real and imaginary roots of algebraical equations: a trilogy* del 1865.

¹¹ Brioschi avrà ricevuto in dono dallo stesso Sylvester un opuscolo a stampa, di 14 pp., sul cui frontespizio è specificato: *Syllabus of lecture delivered at King's College, London, June 28, 1865*, non recante alcuna nota editoriale, contenente la conferenza di Sylvester dal titolo: *On an elementary proof and generalization of Sir Isaac Newton's hitherto undemonstrated rule for the discovery of imaginary roots by J. J. Sylvester*. Tale lavoro fu pubblicato tra il 1865 e il 1866 su «Proceedings of the London Mathematical Society», t. I, pp. 1-16. In *The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester* (cit. in nt. 12, lett. 23) vol. II, pp. 498-513.

¹² J. J. Sylvester, *Sur les limites du nombre des racines réelles des équations algébriques*, «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», t. LX (1865), pp. 1261-1263. In *The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester* (cit. in nt. 12, lett. 23) vol. II, pp. 489-490.

¹³ È l'Istituto Tecnico Superiore, poi Politecnico, di Milano.

¹⁴ I *Fundamenta Nova* rappresentano un noto lavoro di Jacobi (sul quale cfr. nt. 6, lett. 1): *Fundamenta Nova Theoriae Functionum Ellipticarum* auctore D. Carolo Gustavo Jacobo Jacobi, Regiomonti [cioè Königsberg, poi Kaliningrad], sumptibus fratrum Bornträger, 1829. In *C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke*, cit. nt. 6, lett. 1, t. I, pp. 49-239. Purtroppo non è stato possibile individuare una pubblicazione di Genocchi che richiamerebbe esplicitamente il lavoro a cui Brioschi qui accenna.

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

[Milano,] 21 Sett.[embre] 1865

Caris.mo Amico

Sapeva già della vostra nomina a membro della Commissione pel concorso alla cattedra di Pavia, e sono ben contento di ciò giacché in questi ultimi tempi si ebbero in fatto di concorsi dei brutti scandali. Non v'ha dubbio che pei lavori presentati dai concorrenti il Codazzi¹ è superiore agli altri; quanto mi scrivete del Sacchi² è vero, è però anche vero che né lui né il Contratti³ che pur nominato alla cattedra da lui avuta altre volte come professore supplente, sanno di Geodesia. Potrebbero di più fare della topografia ma non hanno pratica nell'uso degli stromenti ed è perciò che al Sacchi io preferii un ingegnere di Milano. Io lo proposi alla cattedra di Geometria Descrittiva sebbene anche per questa difettosa dal lato del disegno, ma non fu nominato per la ragione che il Ministro⁴ non credette aprire qui una sezione che doveva servire come scuola normale pei futuri professori di scienze applicate.

In questo momento sono occupato di matematiche, ma benché lavori molto temo che il tempo concessomi dalle altre occupazioni non basti allo scopo che ho di mira. L'argomento è sempre la risoluzione delle equazioni del quinto grado, e precisamente la *effettiva risoluzione*. Voi sapete che l'Hermite⁵ diede questa risoluzione supponendo l'equazione del quinto grado trasformata secondo Jerrard;⁶ il Kronecker⁷ propose un altro metodo, superiore al primo perché diretto, ma nel quale la soluzione è piuttosto indicata che effettuata; io allegai quest'ultimo metodo nella prima memoria del 58,⁸ poi accennai alla soluzione effettiva nella memoria sulla risolvente di Malfatti,⁹ ed ora sono occupato ad eseguire i calcoli dietro quel concetto. Ottenuta quella soluzione è aperta la via a molte ricerche interessanti.

Fra i risultati ottenuti vi sono alcune equazioni differenziali legate a quelle del vostro lavoro sulle quali vorrei intrattenermi. Vi accennerò per ora una parte della quistione. Jacobi¹⁰ ha mostrato che il moltiplicatore soddisfa ad una equazione differenziale del terzo ordine rispetto a k , nella quale equazione entra il modulo trasformato λ ; è ciò qualunque sia l'ordine di trasformazione. Ora siccome esiste una relazione fra n , k , λ , è naturale si domandi come si modifichi quella equazione eliminando il λ . Io non ho mai eseguito questo calcolo nemmeno per le trasformazioni di ordine inferiore; ma per un'altra via sono giunto ad un risultato che mi pare dovrebbe coincidere con quello che si otterrebbe col metodo suddetto. Il risultato è il seguente: il moltiplicatore per una trasformazione d'ordine n primo soddisfa ad una equazione differenziale d'ordine $\frac{n+1}{2}$. Per esempio nella trasformazione di terzo ordine posto: $x = \frac{I}{n}$ si avrebbe:

$$3k'^2 \frac{d^2 \sqrt{x}}{dk^2} + \frac{1-5k^2}{k} \frac{d\sqrt{z}}{dk} + \sqrt{z} = 0$$

così ponendo $z = \frac{\lambda}{k} x$ si avrebbe:

$$3k^2 k'^2 \frac{d^2 \sqrt{z}}{dk^2} + k(4 + 13k'^2) \frac{d\sqrt{z}}{dk} + \sqrt{z} = 0$$

ed altrett.[tanto].

Spero che durante il concorso di Pavia farete una corsa a Milano e mi verrete a trovare. State sano e credetemi

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ Cfr. nt. 14, lett. 11.

² Giuseppe Sacchi (1804-1891).

³ Cfr. nt. 4, lett. 35.

⁴ Cfr. nt. 2, lett. 41.

⁵ Cfr. nt. 10, lett. 2.

⁶ C. Hermite espone, come si è detto nell'Introduzione, tale metodo nel suo lavoro *Sur la résolution de l'équation du cinquième degré*, «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», t. XLVI (1858), pp. 508-515, in *Oeuvres de Charles Hermite*, cit. in nt. 10, lett. 2, t. II, 1908, pp. 5-12. Si ricorda che, nel 1786, Erland Samuel Bring (1736-1798) aveva ricondotto una generica equazione algebrica di quinto grado ad un'equazione algebrica di quinto grado mancante dei termini in x^4 , in x^3 e in x^2 . Successivamente, George Birch Jerrard (1804-1863) aveva generalizzato tale metodo per rimuovere i termini in x^{n-1} , in x^{n-2} e in x^{n-3} da una generica equazione algebrica di grado n . Su questo fatto si veda pure l'Introduzione.

⁷ Per Kronecker cfr. nt. 7, lett. 1.

⁸ F. Brioschi, *Sul metodo di Kronecker per la risoluzione delle equazioni di quinto grado*, «Atti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere», t. I (1858), pp. 275-282, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. III, pp. 177-188.

⁹ Cfr. nt. 6, lett. 42.

¹⁰ Cfr. nt. 6, lett. 1.

44

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 28 [Dicem]bre [1865?]¹

Caris.mo Amico

Mandate pure le pubblicazioni per l'Istituto Veneto dirette a me, ed io le manderò a Venezia colle pubblicazioni dell'Istituto Lombardo.

La espressione di \sqrt{x} ha molta importanza e dà luogo ad alcuni interessanti risultati nella trasformazione. Mi sono fermato un po' sulle trasformazioni del quinto ordine perché legate alla risoluzione delle equazioni del quinto grado ed ho trovato qualche nuovo punto. Se appena trovo alcune ore libere scriverò già alcune delle cose fatte e le manderò all'Accademia di Napoli per la pubblicazione.

Il vostro metodo per la risoluzione razionale dell'equazione quadratica² è buono, ma di difficile applicazione e inapplicabile nel caso mio speciale, non mi ricordo ora per quale ragione ma probabilmente per qualche quantità che si annulla o diventa infinita.

Avete veduto il nuovo lavoro di Hermite?³ è molto interessante, è una nuova via per la trasformata di Jerrard, ma la condizione è sempre lunga e difficile, talché l'autore si arrestò al primo termine.

Una prima ricerca del programma di Geodesia fu senza risultato; perciò non ve lo mandai; ma se lo trovo fra le mie carte adempirò in altro modo alla promessa.

State sano, vi auguro buon anno

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ L'accenno ad un "nuovo lavoro" di Hermite fa pensare che l'anno sia, molto probabilmente, il 1865. È questo infatti l'anno in cui Hermite pubblica *Sur l'équation du cinquième degré*, «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», t. LXI (1865), pp. 877-882, 965-972, 1073-1081, in *Oeuvres de Charles Hermite*, cit. in nt. 10, lett. 2, t. II, pp. 347-424, che riprende in particolare il suo lavoro *Sur la résolution de l'équation du cinquième degré* pubblicato nel 1858, per il quale si veda nt. 6, lett. 43.

² Probabilmente Brioschi si riferisce al metodo esposto da Genocchi nel suo lavoro *Solution générale de la question pour trouver des nombres rationnels satisfaisant aux deux équations $x^2+y^2-1=z^2$, $x^2-y^2-1=u^2$* , t. X, serie I, pp. 80-85, pubblicato nel 1851 su «Nouvelles Annales de Mathématiques».

³ Per Hermite cfr. nt. 10, lett. 2. Per quanto riguarda il lavoro qui citato, si veda la nt. 1 di questa lettera.

45

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 7 Sett.[embr]e [1868]¹

Caris.mo Amico

Capisco perfettamente che vi debba dolere dei ritardi nell'invio dei volumi, o degli esemplari a parte; del minor numero di questi rispetto al vostro diritto etc. ma forse ad alcuno di questi disordini sarebbesi ovviato se m'aveste scritto direttamente.

In ogni modo credo saremo prossimi alla fine; questa tripla ubicazione della Società² è impossibile; ed intendo che pel prossimo anno debba cessare. Appena sia prossima a scadere per me la Presidenza dell'Istituto Lombardo, vale a dire sul finire di quest'anno intendo occuparmi seriamente della Società Italiana; farò allora alcune proposte ai miei Colleghi per dare ad essa maggior vita e tentare fors'anco una riunione.

Scrivetemi intanto dove ed in qual modo devo farvi tenere i volumi della Società che non avete ancora ricevuto.

Credetemi con stima ed affezione

vostro
F. Brioschi

¹ Probabilmente l'anno è il 1868, in cui Brioschi assume l'incarico di Presidente della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL, per la quale si veda nt. 12, lett. 35.

² È la Società Italiana delle Scienze.

46*
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 27 Nov.[embre] [1868]¹

Preg.mo Collega

La Società Italiana² vi ha nominato a far parte della Commissione che deve scegliere lo Scienziato Italiano al quale conferire nel corrente anno il premio di Matematiche fondato dal Governo.³ Come sapete per l'Art. 21 dello Statuto ciascun Commissario non deve conoscere i nomi degli altri tre e giudicare isolatamente. A me questo sistema è sempre parso inapplicabile e l'esperienza dello scorso anno lo ha dimostrato; intendo quindi proporre una modificazione dello Statuto su questo punto; ma intanto, vista l'urgenza, mi assumo fin d'ora, deviando dal disposto di quell'articolo, di farvi conoscere i nomi dei Colleghi, i prof. Betti⁴ e lo scrivente; affinché possiate nel più breve tempo porvi d'accordo con essi.

Aggradiate le attenzioni della mia alta stima

aff.mo Vostro
F. Brioschi

P.S.: Se non ho risposto pel Levi⁵ ho sperato –era necessario anzitutto che Cremona⁶ distruggesse almeno in parte l'oggetto del suo rapporto, stabilendo limiti più precisi agli appunti fatti.

Per non perdere tempo vi faccio anche conoscere quale sarebbe il mio candidato pel premio suddetto; io premierei il Casorati⁷ pel suo libro sulle funzioni complesse.⁸ Però se dissentite scrivetemi e vedremo di porci d'accordo. State sano

aff.mo Vostro
F. B.

* Carta intestata: *Società Italiana dei XL - Presidenza*.

¹ La lettera è dell'anno 1868 o successiva di uno o due anni.

² Cfr. nt. 12, lett. 35.

³ Per i premi assegnati dalla Società Italiana delle Scienze si veda diffusamente nt. 4, lett. 49.

⁴ Cfr. nt. 1, lett. 1.

⁵ Donato Levi (1834-1885). Sull' "affare" Levi di cui si fa cenno anche nella successiva lettera, si può vedere *L'epistolario Cremona-Genocchi*, cit. in nt. 3, lett. 35, in particolare ivi nt. 2, lett. 40.

⁶ Cfr. nt. 7, lett. 14.

⁷ Per Casorati cfr. nt. 4, lett. 42, mentre per il premio attribuitogli cfr. nt. 4, lett. 49.

⁸ F. Casorati, *Teorica delle funzioni di variabili complesse*, Pavia, tipografia Fratelli Fusi, 1868.

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 11 Dicembre [1868]¹

Cariss.mo Amico

Spero non darete seguito al proposito di una pubblicazione qualsiasi relativa all'affare del Levi.² Ne sarei molto dolente, sia perché il Cremona³ non potrebbe fare che cattiva figura, sia perché non gioverebbe a nessuno. Se come voi dite il Cremona ha battezzato di birbonata la destituzione del Levi, ciò non può essere che considerato relativamente agli altri insegnanti d'Aritmetica; ma non mai in modo assoluto, giacché, vi ripeto, il suo rapporto al Ministero, (e non qualche frase staccata) è favorevolissimo al Levi, e l'atto ministeriale da questo punto di vista è inappuntabile. Or bene, quale sarebbe il risultato pratico della vostra pubblicazione; di mostrare che altri due insegnanti dovevano essere destituiti!, ed avete giovato in questo modo al Levi? Fate a mio modo, non occupatevi più di questo affare se non per mio mezzo; e ditemi coscienziosamente ha il Levi continuato a studiare in questi anni? ha qualche lavoro incominciato? potrebbe finirlo presto con qualche nostro ajuto?

Ecco la via che dobbiamo seguire, e seguendola sono sempre rimasto vincitore.

State sano ed amate

l'aff.mo Vostro

¹ Il riferimento, all'interno della lettera, "all'affare del Levi", fa pensare che l'anno sia il 1868.

² Cfr. nt. 5, lett. 46.

³ Cfr. nt. 2, lett. 1.

48

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Firenze, 27 [Gennaio 1869]¹

Caris.mo Amico

La vostra lettera mi giunse qui e domani parlerò al Ministro.² Mi dispiace non aver veduto il lavoro del Levi sulle superfici rigate,³ ma il vostro giudizio mi basta e farò quanto mi chiedete con molto calore.

Appena saprò qualche cosa vi scriverò.

Addio di fretta

aff.mo Vostro

F. Brioschi

¹ La lettera è databile al 1869 tenendo conto, in prima istanza, che la città di Firenze da cui la lettera fu spedita, fu capitale del Regno d'Italia dal 1865 al 1870, e poi del riferimento, per quanto molto vago, a Donato Levi intorno al quale si veda *L'epistolario Cremona-Genocchi*, cit. in nt. 3, lett. 35, in particolare le lettere numero 58 di Cremona a Genocchi e numero XXXII di Genocchi a Cremona. Inoltre, potrebbe essere il 27 del mese di Gennaio. Brioschi avrebbe scritto solo 27, come 27° giorno del nuovo anno.

² Probabilmente trattasi di Emilio Broglio, Ministro della Pubblica Istruzione dal 7 Ottobre 1867 al 13 Maggio 1869.

³ Per Donato Levi cfr. nt. 5, lett. 46. Il lavoro è: *Di alcune proprietà delle superficie rigate: dissertazione e tesi presentate da Levi Donato[...] pel concorso ad un posto di dottore aggregato nella r. Università di Torino il 3 dicembre 1866*, Torino, Tip. italiana, 1866.

49

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 16 Luglio [1869]¹

Cariss.mo Amico

La vostra lettera mi ha trovato fortunatamente in Milano e rispondo tosto. È verissimo che mi sono dimenticato di presentare i vostri tre opuscoli all'Istituto,² ma li ho qui sul tavolo ed oggi rimedierò alla

dimenticanza. Rispetto alla sottoscrizione pel monumento a Cattaneo,³ la colpa non è mia, rammentandomi avere ordinato all'impiegato che raccoglieva le firme che aggiungesse il vostro nome per lire 10 - vedrò oggi come sia nato l'equivoco.

Vengo infine agli appunti che mi fate relativamente ai rapporti pei premi.⁴ È verissimo che le firme apposte a quei rapporti è in contraddizione con un articolo dello Statuto; ma io ho dichiarato a voi come agli altri commissari che quell'articolo lo credeva inapplicabile, e che in ogni modo io non intendeva di apporre la mia firma a rapporti non scritti da me come aveva fatto il Matteucci nello scorso anno. Io intendo quindi che per lo innanzi, (ed in una prossima circolare lo proporrò ai Colleghi), i rapporti siano formulati dalle Commissioni alle quali la Società affida l'incarico della scelta dello scienziato italiano o straniero a premiarsi, e che i rapporti stessi siano fatti conoscere ai premiati.

Scrissi sopra al *propogono* del secondo rapporto che non vale la pena di fermarvisi; ma rispetto al rapporto pel premio Matteucci io credo che le vostre osservazioni siano ancora benigne limitandosi alla forma. V'assicuro che al ricevere quella relazione mi sentii cascare le braccia, pensando che il più distinto fisico d'Italia non aveva saputo trovare niente di meglio a dire intorno ai lavori colossali dell'Helmholtz. Ciò che posso però dirvi è che la lettera per l'autore non è partita col nome male scritto e cogli errori da voi accennati; e se ciò avvenne pel rapporto comunicato ai soci, vi fu perché ne affidai la cura al Segretario supponendo che egli, figlio di un illustre fisico, avrebbe almeno modificato il primo.

Voi avete tutte le ragioni di punzecchiare me dovendo io esser responsabile; ma se sapeste quante lettere mi hanno costato quei tre meschini rapporti giunti sì tardi, forse trovereste che da mia parte non ho trascurato quanto devo alla Società.

Confermatemi la vostra amicizia e credetemi sempre

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ Il contenuto della lettera lascia intendere che l'anno sia il 1869.

² Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.

³ Si tratta della sottoscrizione aperta per un monumento in onore di Carlo Cattaneo (1801-1869). A riguardo si veda pure la lettera di Cremona a Genocchi del 18 Giugno 1869 che si trova in *L'epistolario Cremona-Genocchi*, cit. in nt. 3, lett. 35.

⁴ Con Regio Decreto del 13 Ottobre 1863 erano stati istituiti due premi, consistenti ciascuno in una medaglia al valore, dell'importo di lire 400, da assegnare annualmente agli autori delle migliori memorie italiane, l'una riguardante le matematiche, l'altra le scienze fisiche e naturali. A conferire detti premi era stata incaricata la Società Italiana delle Scienze. A questi premi veniva ad aggiungersi un altro per la fisica, istituito da Carlo Matteucci (1811-1868) con una sua donazione e disciplinato dal Regio Decreto del 10 Luglio 1870, pur esso assegnato ad opera della Società Italiana delle Scienze. In relazione al contenuto di questa lettera di Brioschi (Presidente della Società) si può vedere che alla relazione stilata dal Segretario della Società, Pietro Domenico Marianini (pubblicata nelle *Memorie della Società Italiana delle Scienze*, serie III, vol. II (1864-1876), pp. XIII-XVIII), vengono allegati, trascritti, i rapporti delle commissioni nominate per l'assegnazione dei premi. I rapporti risultano elaborati collettivamente e si chiudono con la frase *seguono le firme* raccolta tra parentesi tonde. Nel 1869 il premio per la matematica fu assegnato a Felice Casorati per il suo volume *Teorica delle funzioni di variabile complessa* (cfr. nt. 8, lett. 46). Sul rapporto della commissione per il premio di fisica, che si andava a conferire, si concentrano particolarmente le critiche di Genocchi. In effetti la commissione dichiara di assegnare il premio a E. Helmholtz (dove la E. sta sicuramente per l'iniziale del nome Ermanno, traduzione italiana di Hermann) e non utilizza quindi la più corretta forma Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894). Per comprendere meglio le osservazioni di Genocchi vale la pena di riportare, inoltre, la parte rimanente del rapporto:

“La ragione di tale proposta è nei lavori sull'acustica fatti in questi ultimi tempi da quell'eminente scienziato; lavori che grandemente migliorano quella parte della fisica, nella parte teorica, nella parte sperimentale, e nelle sue relazioni con la fisiologia, e con quella parte della musica alla quale si riferisce quell'insieme di regole, generalmente empiriche, di cui ora si compone ordinariamente un trattato di armonia.

La Commissione crede altresì che la nostra Società debba prendere questa occasione, del conferimento di quella medaglia, per onorare in quel celebre fisico alemanno anche l'autore di non pochi pregevolissimi lavori; tra i quali è specialmente da rammentarsi quello che già può dirsi classico, *sulla conservazione delle forze*, e che certamente ebbe una grande influenza sullo sviluppo di quelle moderne teorie, a cui ora è affidato il progresso della fisica, e nelle quali già da molti anni primeggia la teoria dinamica del calore.

La Commissione ha fiducia di avere con le sue proposte ben soddisfatto all'incarico che dalla nostra Società gli fu affidato”.

Più o meno queste stesse lamentele Genocchi le presenta a Cremona in una lettera spedita da Torino il 15 Luglio 1869 e per la quale si veda *L'epistolario Cremona-Genocchi*, cit. in nt. 3, lett. 35, lettera XXXII.

Cariss.mo Amico

Ho scritto di nuovo per i volumi della Società Italiana;² spero con migliore risultato. In breve però tutto questo disordine sarà finito.

Fate come credete meglio rispetto alle citazioni di cui mi parlate. Ora io sono ritornato alla teoria delle equazioni e lavoro intorno quelle del settimo grado. Ma avrei bisogno di quiete e di poter dedicarvi maggior tempo. Ho trovato un teorema sulle sostituzioni corrispondenti ad un numero primo di lettere,³ che mi pare abbia una certa importanza. Indicando con n il numero di lettere (n numero primo), si può sempre formare una funzione ciclica della medesima per la quale il numero dei valori è:

$$N = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots (n-2)}{\frac{n+1}{2}}$$

Per $n=7$ sarebbe $N=30$ o la funzione del Kronecker.⁴

La dimostrazione è finora un po' complicata, se la semplifico manderò forse il breve lavoro all'Hermite.⁵

Amerei avere tempo per discutere con voi rispetto all'insegnamento della Geometria nei Licei. Da quanto mi scrivete della vostra corrispondenza coll'Hoüel⁶ parmi non siete d'accordo con me, benché non sia esatto che le opinioni dell'Hoüel abbiano influito sopra di me. La mia convinzione sulla convenienza, oserei dire necessità di ritornare al metodo Euclideo nelle scuole classiche è antica; col Cremona,⁷ col Betti,⁸ se ne discusse molte volte. Se fosse stato in mio potere, io avrei però condotta la cosa in altro modo. Avrei fatta una edizione di Euclide col mio nome, e con quello dei matematici Italiani che sono d'accordo con me, ma avrei lasciato di imporre il metodo coi programmi.⁹

Sgraziatamente mentre nel 1867 mi trovava a Parigi, il Betti dava vita a quel mio divisamento, mentre si pubblicavano i nuovi programmi, ed il Cremona convinto della bontà del metodo credeva convenisse meglio dichiararli in modo ufficiale. È una quistione grossa e che difficilmente può trattarsi per lettera. Soprattutto è necessario porre bene la quistione, e domandarsi quale scopo intendiamo raggiungere coll'insegnamento delle matematiche *nelle scuole classiche*. Quando saremo d'accordo su questo punto, forse saremo arrivati ad una conciliazione rispetto ai mezzi.

State sano ed amate

l'aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ Il riferimento, contenuto nella lettera, all'articolo *Des substitutions* pubblicato nel 1870, lascia pensare che la lettera sia del 1869.

² Cfr. nt. 12, lett. 35 e il testo della lettera 45.

³ F. Brioschi, *Des substitutions de la forme $\Theta(r) \equiv \varepsilon(r^{n-2} + ar^2)$ pur un nombre n premier de lettres*, «Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen», 1869, pp. 491-499; «Mathematische Annalen», t. II (1870), pp. 467-470, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. V, pp. 193-197.

⁴ Cfr. nt. 7, lett. 1.

⁵ Cfr. nt. 10, lett. 2.

⁶ Guillaume Jules Hoüel (1823-1886).

⁷ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁸ Cfr. nt. 1, lett. 1.

⁹ Quando fu raggiunta l'unità d'Italia e venne costituita la nuova nazione, sorse la necessità di uniformare e armonizzare tra loro le varie strutture amministrative presenti nei precedenti Stati che avevano contribuito alla formazione del nuovo Stato unitario. In particolare, fu stabilito che i programmi per le scuole fossero elaborati da apposite commissioni. A far parte della Commissione che doveva formulare i programmi di matematica fu chiamato anche Luigi Cremona, il quale propose che nei licei-ginnasi fosse introdotto, per la geometria, lo studio diretto degli *Elementi* di Euclide. Precisamente gli allievi dovevano studiare i primi sei libri degli *Elementi* e poi l'undicesimo e il dodicesimo. In una lettera di Cremona a Genocchi del 9 Settembre 1867, cfr. *L'epistolario Cremona-Genocchi 1860-1886*, cit. in nt. 3, lett. 35, Cremona scrive: "Io sono tanto convinto dell'importanza e della necessità di tornare ad Euclide, abbandonando il Legendre ed i suoi imitatori, che nel programma che recentemente ho fatto per i licei, ho posto in vece dei vari argomenti della geometria, l'Euclide libri I°, II°, III°, IV°, V°, VI°, XI°, XII°, seguito dai teoremi di Archimede. Ed ho spinto Betti a realizzare un progetto ch'egli aveva già immaginato con Brioschi, di metter fuori una nuova edizione dell'Euclide, ciò che ora sta facendo Lemonnier". Il progetto di cui parla Cremona fu realizzato ed esso portò alla composizione un corso di geometria conosciuto ufficialmente come opera di Betti e Brioschi: *Gli Elementi di Euclide con note aggiunte ed esercizi ad uso de' Ginnasi e de' Licei*, Firenze, Le Monnier, 1867-1868. È da tener presente che tra gli autori non compare il nome di Luigi Cremona il quale, invece, fu uno dei principali artefici dell'opera. I nuovi programmi vennero emanati nel 1867 ("Decreto Coppino" del 10 Ottobre) pubblicati nel *Supplemento alla Gazzetta Ufficiale del Regno d'Italia*, Firenze 24 Ottobre 1867: *Istruzioni e programmi per l'insegnamento della matematica nei ginnasi e nei licei*.

51
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 17 Gennajo [1870]¹

Cariss.mo Amico

Ho ricevuto gli esemplari della vostra memoria e li ho distribuiti secondo le vostre indicazioni.

Siamo perfettamente d'accordo sulla povera figura fatta dal Bertrand,² ed io sono d'opinione che bisogna rispondere agli spropositi da lui detti rispetto alla Geometria immaginaria. Sarà la seconda edizione della figura fatta coll'Helmoltz³ due anni orsono.

Il postulato d'Euclide ha irritato nuovamente i vostri nervi, e vi scagliate nuovamente contro quei poveri programmi⁴ ed il loro Autore, e tutto ciò a proposito di una lettura del Sylvester,⁵ che io non conosco, ma che sarà senza alcun dubbio la cosa più matta del mondo. Io mi persuade ogni giorno più, credo avervelo già scritto, che le quistioni di pubblico insegnamento sono fra le più delicate e per risolvere le quali non v'è altra via che la sperimentale. Ora il metodo sperimentale esige molte cautele, cure infinite, lavoro lento etc. etc., tutte cose che non stanno assieme con tanta fretta come quella del Sylvester. Vi ho, parmi, scritto altre volte, che io discuterei volentieri con voi questo soggetto; il quale è vasto e non pare essere compreso nella formula Euclide o Legendre⁶ come alcuni credono. Ma passiamo ad altro.

Ho trovato in questi giorni un teorema sulle funzioni iperellittiche che ha un interesse evidente in molte questioni geometriche. Eccolo.

È noto che la divisione delle funzioni iperellittiche di classe p , conduce ad una equazione del grado n^{2p} . Per la bissezione si ha quindi una equazione del grado 2^{2p} . Ora questa può abbassarsi a ridursi ad una del grado p . Il Cremona ha già fatto interessanti applicazioni di questo teorema, che pubblicheremo in breve.⁷

Ho dato una lettura, di fretta finora, al vostro lavoro, ma vi ritornerò sopra e se mi sovviene qualche osservazione ve ne scriverò tosto.

Credetemi con sincera stima

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ Il riferimento, contenuto nella lettera, alla bisezione delle funzioni iperellittiche e quindi all'articolo di Brioschi *Sulla bisezione delle funzioni iperellittiche di prima specie, e sul problema geometrico corrispondente*, apparso negli «Atti della R. Accademia dei Lincei», t. XXIV annata 1870-71, pp. 47-48 (in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. III, pp. 339-340), lascia pensare che questa lettera sia stata scritta all'incirca nel 1870.

² Cfr. nt. 8, lett. 14.

³ Cfr. nt. 4, lett. 49.

⁴ Cfr. nt. 9, lett. 50.

⁵ Cfr. nt. 3, lett. 1.

⁶ Si ricorda che Legendre (cfr. nt. 6, lett. 8) fu autore degli *Éléments de géométrie*, Paris, Firmin Didot, 1794, trattato che ha rappresentato per oltre cento anni il testo di geometria adottato dalla maggior parte delle scuole di vari paesi d'Europa. Fu più volte tradotto e ristampato in italiano. In esso, l'autore tratta molte questioni facendo uso dell'algebra. Ciò apparve agli occhi di numerosi geometri una via niente affatto ortodossa per l'insegnamento della geometria.

⁷ Per quanto riguarda Cremona si veda nt. 2, lett. 1. Intorno a questo argomento e più o meno alla data indicata nella lettera, risulta, pubblicato da Cremona, il seguente lavoro: *Sulla trasformazione delle curve iperellittiche*, «Rendiconti del R. Istituto Lombardo», serie II, vol. II (1869), pp. 566-571 (in *Opere matematiche* di Luigi Cremona, cit. in nt. 7, lett. 14, vol. III, pp. 123-127).

52
[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 14 Febbrajo [1870]¹

Cariss.mo Amico

Mi rammento benissimo che l'amico al quale alludeva il Mainardi² nelle sue note era il Tardy,³ ma non mi pare avere avuto conoscenza della sua dimostrazione.

In questi giorni fui occupato assai ed anche assente da Milano, sicché non ho potuto occuparmi di quanto mi avete chiesto rispetto al vostro lavoro; e prevedo che non potrò farlo se non negli ultimi giorni del carnevale, se sarò ancora in tempo.

Desidero, anche a costo di sentirmi ripetere che io non conosco la Geometria di Euclide, di fissare chiaramente la parte che io n'ebbi nella riforma⁴ da voi con tanto accanimento combattuta. Io sono convinto, convintissimo che nella Scuola Classica la Geometria deve essere insegnata col metodo Euclideo; questa convinzione non è nuova in me; ma si è fatta poi gigante vedendo su qual via era condotto l'insegnamento geometrico in quella scuola pei molti libri pubblicati in Italia ed anche oltre monte.

Quanto vi dissi o scrissi rispetto al modo col quale si introdusse la Geometria di Euclide nei Licei, e della mia lontananza dall'Italia in quel momento, è tutta quistione di forma; la sostanza è che quella Geometria formi la base dell'insegnamento geometrico dei Licei. Del resto voi avete deriso l'Euclide riveduto dal Cremona;⁵ eppure io credo che vi è quanto abbiamo di meglio a fare.

Su questo punto dunque noi siamo e saremo in perfetto disaccordo; con questa differenza che io non dubito che voi conosciate l'Euclide, il Legendre⁶ e tutta la serie dei libri di geometria stampati in questi anni specialmente in queste provincie; ma dubito abbiate indagato molto sulle infinite quistioni che si presentano in un ordinamento scolastico; mentre voi dichiarandomi ignorante in fatto di Geometria Elementare, credete concludere che io giudichi a priori o per imitazione. Ormai però mi sono formato una reputazione di tenacità, alla quale non voglio rinunciare in questa circostanza. Io non ho consigliato o sconsigliato il Ministero dall'adoptare l'Euclide come libro di testo, quindi di questo fatto non sono responsabile; però consiglio ora come consiglierò in seguito i professori dei Licei di approssimarsi quanto più ponno nel loro insegnamento al metodo Euclideo.

Mi spiace che la mia nota pubblicata negli Atti dell'Accademia di Gottinga⁷ è così male stampata da renderne difficile la lettura. Quest'anno faccio alcune lezioni sopra questo argomento considerando le sostituzioni per un numero n primo di lettere, e per un numero $n+1$. Mi pare d'essere giunto a penetrare e portare un po' di luce in questo difficile argomento; intorno al quale può dirsi che c'è tutto da fare. Ed il Jordan⁸ se la cava con poche pagine; non spende neppure una riga pel caso di $n+1$, e fa un libro grosso considerando sostituzioni che forse non si incontreranno mai!

L'Hermite⁹ mi ha scritto che quel mio lavoro segna il passo più importante fatto in queste ricerche, ma anche lui ora è distratto da troppe cose, e non può lavorare.

Oltre a queste ricerche di carattere generale, intorno le quali feci qualche passo più in là, dopo le note di Gottinga, che esposi nella seconda e nella terza delle mie lezioni; gli sforzi maggiori naturalmente sono sull'equazione del 7° grado. Ecco il gran problema, anzi i due grandi problemi: Stabilire i criteri di risolubilità per funzioni ellittiche di un'equazione del settimo grado. Come si risolve in generale una equaz.[ione] del settimo grado, da quali trascendenti dipende la sua soluzione.

Credetemi con sincera stima

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ Il riferimento, contenuto nella lettera, alla nota *Des substitutions ecc.*, cfr. nt. 3, lett. 50, scritta da Brioschi e pubblicata negli Atti dell'Accademia di Gottinga, induce a pensare che la lettera sia del 1870.

² Per Mainardi cfr. nt. 21, lett. 3.

³ Cfr. nt. 4, lett. 14.

⁴ Riforma che fu attuata con il "Decreto Coppino", per il quale si veda nt. 9, lett. 50.

⁵ È pensabile che Brioschi intenda riferirsi agli *Elementi* di Euclide da lui editi insieme a Betti (si veda nt. 9, lett. 50) e furono rivisti da Cremona.

⁶ Cfr. nt. 6, lett. 51.

⁷ Forse si riferisce alla nota *Des substitutions* per la quale si veda nt. 3, lett. 50.

⁸ Quasi certamente Marie Ennemond Camille Jordan (1838-1922), *Traité des substitutions algébriques*, Paris, Gauthier-Villars, 1870.

⁹ Cfr. nt. 10, lett. 2.

Caro Amico

La vostra lettera mi giunse qui e rispondo tosto.

Io ignorava completamente la vostra disgrazia, e me ne duole assai.

Vi ringrazio di cuore di quanto mi scrivete rispetto ad un'accusa dello Scacchi² per quanto sciocca ed assurda. Giunsi alla Pres.[idenz]a della Società Italiana³ dopo una lunga ripetuta del Matteucci⁴ trovai una quantità di pasticci, promesse etc. ... Ho pagato tutto l'arretrato poi non riscossi più molto sembrandomi veramente inutile quella somma ad una Società che per il mio modo di vedere aveva vissuto ma non aveva più ragione d'essere. Il Donati⁵ che era l'amministratore e che doveva avere i conti era anche morto nel frattempo; salvo donazioni che per alcune medaglie ed altre spese che ora non ricordo non mi fu possibile documentare il tutto. Ma non avrei mai dubitato che qualche mia resa di conti potesse lasciare dubbi. Ritornando a Milano vedrò questo volume e ne scriverò allo Scacchi come si deve.

Mi rammento che fino d'allora oltre le noie che ebbi pel mio progetto di fusione nei Lincei,⁶ dovetti subire molte domande che dirò almeno indiscrete da farsi dallo Scacchi, ma a me pareva troppo facile il comprendere che io mi assumevo la responsabilità anche di atti non miei e ha quindi un interesse comune trovare una forma che salvasse tutto.

La mia abitudine di non pensare mai male degli altri, ha fatto sì che io non mi sono più occupato di questa faccenda, tanto più vedendo lo Scacchi qui alcune volte di sovente così cortese e così deferente verso di me.

Del resto approvata la cosa, il mio partito è preso.

Io preparerò voi ed un altro collega che voi designerete a prendere notizia di quel resoconto; e verserò alla cassa della Società quel tanto che indicate, ben inteso però non imputando a mio carico quelle somme che sono rimaste nelle casse dello Stato e che devono essere almeno due terze parti.

Vi ringrazio ancora, e vi auguro di guarire presto

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: *Senato del Regno*.

¹ La data si deduce dal fatto che Brioschi cede ad Arcangelo Scacchi l'incarico di Presidente della Società Italiana, nel 1875.

² Arcangelo Scacchi (1810-1893), Presidente della Società Italiana delle Scienze dopo Brioschi dal 1875 al 1893. Per quanto riguarda la questione delle accuse mosse contro Brioschi, per le sue cattive operazioni di bilancio, si vedano in *L'epistolario Cremona-Genocchi (1860-1886)*, cit. in nt. 3, lett. 35, la lettera 59 di Cremona a Genocchi e la lettera XXXIV di Genocchi a Cremona.

³ Brioschi era stato Presidente della Società Italiana delle Scienze, per la quale si veda nt. 12, lett. 35, dal 1868 al 1874.

⁴ Carlo Matteucci, cit in nt. 4, lett. 49, fu Presidente della Società Italiana dal 1866 al 1868.

⁵ Giovanni Battista Donati (1826-1873).

⁶ Brioschi propose la costituzione a Roma di un Istituto nazionale che avrebbe compreso l'Accademia dei Lincei e la Società Italiana delle Scienze. Riuscì verso la fine del 1874 ad ottenere il parere favorevole del Ministro della Pubblica Istruzione, Ruggero Bonghi, elaborò uno Statuto ma la proposta fu respinta dai membri della Società Italiana. In particolare, Betti, Menabrea, Cremona, Beltrami e Sella votarono a favore della fusione, mentre Genocchi, Tardy, Chelini, Schiaparelli, Bellavitis, Secchi furono contrari.

[Roma,] 20 Ottobre [1875]¹

Caro Amico

Sono venuto qui ad assistere a due sedute interne dell'Accademia dei Lincei per tentare di oppormi alla realizzazione dei progetti del presidente² rispetto alle nomine dei Soci Nazionali e Corrispondenti. Intanto ho ottenuto che pel momento non si parli di altre nomine.

Rispetto agli Stranieri il Dini,³ il Battaglini,⁴ il Cremona⁵ ed io, presenti della nostra Sezione abbiamo proposto in prima linea ex-equo Fuchs,⁶ Hermite,⁷ Kronecker,⁸ Schläfli,⁹ Sylvester,¹⁰ Tchebichef,¹¹ Weierstrass,¹² poi Jordan,¹³ Klein,¹⁴ Lie.¹⁵ Queste proposte vi verranno inviate dalla Presidenza per la votazione. Nominati questi dieci non rimarrà più che un posto vacante; ma se si esclude lo Schwarz¹⁶ non parmi si possano trovare altri matematici che li valgano.

Non vi ho più scritto rispetto al doloroso incidente dell'Acc.[ademi]a dei quaranta¹⁷ perché non poteva accettare il vostro suggerimento e fare altro atto al di là di quanto ho già fatto. Una qualsivoglia aggiunta che accennasse a rimborso equivarrebbe ad ammettere da parte mia che io ho fatto uso dei denari della Società e sarebbe quindi contro il vero. Io ho potuto recare danno alla Società avendo per più anni lasciato nelle casse

dello stato la sua dotazione. Danno materiale, per avere trascurato la stampa etc. ... -danno morale; al primo rimedio in parte coll'abbandonare per vari anni (spero molti) quanto mi spetta- al secondo tenterei rimediare quando fossi come voi convinto della utilità attuale della sua esistenza, nella forma e nella costituzione che ha.

Datemi nuove della vostra salute che desidero migliore, ed abbiatemi sempre per

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: *Senato del Regno*.

¹ Il contenuto di questa lettera, rapportato con quello della lettera precedente, porta a pensare che l'anno sia il 1875.

² Trattasi di Quintino Sella (per il quale cfr. nt. 4, lett. 33), Presidente dell'Accademia dei Lincei dal 1874 al 1884.

³ Ulisse Dini (1845-1918).

⁴ Cfr. nt. 7, lett. 18.

⁵ Cfr. nt. 2, lett. 1.

⁶ Lazarus Immanuel Fuchs (1833-1902).

⁷ Cfr. nt. 10, lett. 2.

⁸ Cfr. nt. 7, lett. 1.

⁹ Cfr. nt. 5, lett. 1.

¹⁰ Cfr. nt. 3, lett. 1.

¹¹ Cfr. nt. 12, lett. 2.

¹² Cfr. nt. 8, lett. 10.

¹³ Cfr. nt. 8, lett. 52.

¹⁴ Felix Christian Klein (1849-1925).

¹⁵ Marius Sophus Lie (1842-1899).

¹⁶ Hermann Amandus Schwarz (1843-1921).

¹⁷ Per l'Accademia delle Scienze, detta dei XL cfr. nt. 12, lett. 35, per quanto riguarda le accuse rivolte a Brioschi cfr. nt. 2, lett. 53.

55*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

Milano, 10 Dicembre 1880

Mille grazie, caro Amico, della vostra letterina. Mi spiace assai la notizia che mi date dei vostri occhi, il rimedio essendo per voi come sarebbe per me quasi di impossibile attuazione. Nel caso voleste ora od in seguito altri consigli da Quaglino¹ o desideraste fargli dire qualche cosa, scrivete a me che me ne incarico.

Credetemi sempre con molta stima ed amicizia

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: *R. Istituto Tecnico Superiore*.

¹ Probabilmente è un medico.

56

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Milano, 6 Marzo 1881

Caro Amico

Vi ringrazio del lavoro che mi avete mandato- Sulle funzioni interpolari-¹ che ho già letto con moltissimo piacere. Ricordatevi qualche volta anche degli Annali² e ve ne sarò grato.

Avete voi informazioni abbastanza precise sulle disposizioni della vostra Facoltà rispetto alla prossima nomina del Consiglio Superiore? Io ebbi da varie Università o meglio Scuole di Ingegneri la proposta di candidatura, e siccome naturale reazione di certe esclusioni sistematiche che si volevano imporre, ho accettato. Alcuno mi disse che costì non si vogliono Senatori e Deputati, mi parrebbe davvero strana questa idea e pericolosa nel caso attuale, giacché il corpo insegnante lascerebbe così al Ministro,³ e che Ministro, campo completamente libero a nominare uomini politici in larga misura. Dato che mi sono messo in ballo

contro le mie prime idee vorrei ora riuscire; credete che anche nella vostra Facoltà la mia candidatura possa trovare qualche appoggio?

Credetemi con sincera stima

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ Alla data segnalata in questa lettera risultano pubblicati da Genocchi due articoli sulle funzioni interpolari. Il primo è *Intorno alle funzioni interpolari*, «Atti della R. Accademia di Scienze di Torino», t. XIII (1878), pp. 716-730; il secondo è *Sopra una proprietà delle funzioni interpolari*, «Atti della R. Accademia di Scienze di Torino», t. XVI (1881), pp. 269-275.

² Cfr. nt. 2, lett. 1.

³ Guido Baccelli (1842-1916), fu varie volte Ministro della Pubblica Istruzione, in particolare nel periodo dal 2 Gennaio 1881 al 29 Marzo 1884.

57*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

[Milano,] Addì, 6 Ottobre 1881

Caro Amico

Scrivo subito al Comm. Bertina¹ raccomandando il giovane Ingegnere Chiò² ed appena avrò risposta ve la farò conoscere. Da lungo tempo non rividi Tardy³ e sarò ben lieto della sua visita a Milano. Però voglio essere pel dieci al Consiglio Superiore e verificare così cogli atti alla mano se tutto quanto si dice rispetto al Baccelli⁴ sia esatto. Conservatevi sano e credetemi con molta stima ed amicizia

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: *R. Istituto Tecnico Superiore. Milano – 4, Piazza Cavour.*

¹ Callisto Bertina.

² Forse un figlio di Felice Chiò. Per quest'ultimo si veda nt. 10, lett. 1.

³ Cfr. nt. 4, lett. 14.

⁴ Cfr. nt. 3, lett. 56.

58

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Milano, 13 Luglio 1882

Caro Amico

Vi ringrazio della vostra lettera e delle notizie che mi date. Quella lettera all'*Opinione*¹ fu da me scritta il mattino appena giunto in Roma, dove era andato per combattere il progetto di legge se veniva portato in discussione. Non rammentava quanto mi scrivete, perciò scambiai il Liouville² col Legendre,³ perché ricordava le osservazioni del Liouville al tentativo di Lamé.⁴

Quanto al Gorini⁵ ecco come stanno le cose. Nell'Agosto del 1880 venne da me dicendomi aver dimostrato nella sua generalità il teorema. Io mi schermii di essere giudice come egli voleva, avendo coltivato pochissimo questa parte della matematica, e mi ricordo avergli suggerito il vostro nome come il solo giudice competente in Italia.

Ma avendo egli insistito doveti associarmi. La lettura del suo lavoro fatta con lui mi fece cattiva impressione, e mi parve tosto che l'errore si trovasse in un teorema aritmetico da lui ammesso per vero ed applicato più volte. Comunque sia gli chiesi mi lasciasse un'estratto del suo lungo manoscritto e così fece; ma dopo tre giorni o poco più, mi scrisse aver trovato nella sua dimostrazione un grossolano errore (senza dirmi quale) e che pel momento non pensassi più alla sua dimostrazione. Siccome il Gorini moriva nei primi del 1881 e da quella lettera in poi non mi diede altra notizia, così io mi tengo autorizzato a dire che la

dimostrazione vantata dai suoi imprudenti correligionari politici non esiste; e credo sia bene per la memoria sua lo abbia detto lui stesso piuttosto che altri debba dichiararlo.

Sono dolente di sentire che lo stato dei vostri occhi peggiora; il povero Quaglino⁶ è decaduto a mal partito.

So da Piuma⁷ che Tardy⁸ trovasi a S.to Marcello.

Se nelle vacanze passate da Milano avvertitemene desiderando vedervi. Credetemi sempre

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ *L'Opinione*, giornale liberale fondato nel 1848 da G. B. Bottero, F. Govean e A. Borella.

² Cfr. nt. 14, lett. 8.

³ Cfr. nt. 6, lett. 8.

⁴ Cfr. nt. 9, lett. 3.

⁵ Paolo Gorini (1813-1881).

⁶ Cfr. nt. 1, lett. 55.

⁷ Carlo Maria Piuma (1837-1912).

⁸ Cfr. nt. 4, lett. 14.

59*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

[Milano,] 3 Giugno [1883]¹

Caro Amico

Da vari mesi non ho vostre nuove dirette -vi spero in salute migliore. La morte del nostro collega Minich² mi ha offerto il modo, che a me pare il migliore, per compensare la Società Italiana³ dei danni materiali che io avessi potuto arrecarle. Sono divenuto uno tra i tre più anziani e quindi pensionato; scrissi tosto al Presidente⁴ protestando contro le parole da voi segnalatemi dichiarandole offensive ed ingiuste da ogni punto di vista; ed aggiungendo che devolveva la pensione di lire 300 annue per tutta la mia vita a beneficio della Società. Ho 58 anni e salute buonissima, spero quindi ne fruirà per un pezzo.

Ciò non toglie che sono altamente indignato della condotta dello Scacchi⁵ e *manutengoli*.

Credetemi con molta stima

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: [*R. Istituto Tecnico Superiore*] 4, *Piazza Cavour* – Milano.

¹ L'anno, 1883, è deducibile dall'affermazione di Brioschi, posta all'interno di questa lettera, secondo cui egli dichiara di avere 58 anni.

² Cfr. nt. 7, lett. 19.

³ Cfr. nt. 12, lett. 35.

⁴ Brioschi si riferisce a Scacchi per il quale si veda nt. 2, lett. 53.

⁵ Cfr. nt. 2, lett. 53.

60*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO?]

[Milano,] 5 Giugno [18]83

Caro Amico

Dalla vostra lettera in data di jeri debbo arguire vi sia un equivoco tra noi. Non è possibile che vi scrivessi nel Gennaio esser mio intendimento di mandarvi il resoconto della mia gestione, non avendo più nota alcuna che la riguardano. Chi faceva le spese, chi veramente amministrava era il povero Donati,¹ e se io non potei mandare tutte *les piecès justificatives*, fu appunto per la sua morte quasi improvvisa. Il Felici² ne rinvenne alcune e con poche altre che avevo io le mandai allo Scacchi,³ completando il resto colla reminiscenza. Trattavasi anche di alcuni debiti lasciati dal Matteucci⁴ che non riguardavano quindi la mia gestione

direttamente, ma che mi sarei ben guardato di trattare come lo Scacchi trattò me. Se voi non mi avvisavate del fatto, e ve ne ringrazio di cuore, forse sarei ancora oggi al bujo ed ho sempre trattato amichevolmente lo Scacchi per questa mia ignoranza. Ma ora sono indignato con lui e con coloro che gli tennero mano in odio alla mia proposta, discutibile, discutibilissima, sono il primo a dirlo, ma che non avrei mai pensato potesse condurre ad un atto così sleale. La fortuna mia si è che l'atto stesso è sciocco trattandosi di un uomo che ha amministrato dei milioni ed amministra ancora oggi ben altra azienda. Io intendeva di chiamarvi arbitro, che voi prendeste da Scacchi e compagni le note che essi debbono avere e determinaste quale somma debba rimborsare perché la morte del Donati ed altre circostanze non mi permisero di avere documenti giustificativi.

Ma questo sistema aveva un difetto di rimettere quasi da parte mia l'accusa- quello che ora ho adottato produce lo stesso effetto ma include nello stesso tempo il mio disprezzo per quei Signori.⁵

Se avessi più tempo vi scriverei a lungo rispetto ai Lincei -ci troveremmo certamente d'accordo in vari punti.

Leggerò assai volentieri la vostra Memoria sulle funzioni *Gamma*.⁶ Ho mandato oggi una breve Comunicazione all'Accad. di Parigi sopra una forma binaria dell'ottavo ordine⁷ che ha proprietà analoghe a quella del quarto, del sesto, del dodicesimo studiate da Schwarz,⁸ Klein⁹ ed altri.

Addio caro Amico, curate la vostra salute. Domani devo partire per Roma

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: [R. Istituto Tecnico Superiore] 4, Piazza Cavour – Milano.

¹ Cfr. nt. 5, lett. 53.

² Riccardo Felici (1819-1902).

³ Cfr. nt. 2, lett. 53.

⁴ Cfr. nt. 4, lett. 49.

⁵ Per tale questione si vedano pure le lettere 53 e 54.

⁶ Probabilmente, A. Genocchi, *Intorno alla funzione gamma e alla serie dello Stirling che ne esprime il logaritmo*, «Memorie della Società Italiana delle Scienze», t. VI (1884), pp. 1-24.

⁷ F. Brioschi, *Sur quelques propriétés d'une forme binaire du huitième ordre*, «Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences», t. XCVI (1883), pp. 1689-1692, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. V, pp. 41-44.

⁸ Cfr. nt. 16, lett. 54.

⁹ Cfr. nt. 14, lett. 54.

61*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

[Roma,] 7 Aprile [1884]¹

Caro Amico

Vi ringrazio assai degli auguri portatimi da Cossa² in vostro nome. Ho dovuto subire una opposizione inaspettata ed estranea alla scienza ed all'avvenire dell'Accademia. Municipalismo, politica, clericalismo, si erano legati contro di me. Il Cremona³ è andato al di là d'ogni limite, comparando jeri all'Accademia e votando per sé

* È un frammento di lettera scritta su carta intestata: *Senato del Regno*.

¹ L'anno, 1884, si deduce dal fatto, accennato in questa lettera, che si vota per nominare il nuovo Presidente dell'Accademia dei Lincei, alla morte del precedente, che era Quintino Sella (cfr. nt. 4, lett. 33).

² Alfredo Cossa (1833-1902).

³ Cfr. nt. 2, lett. 1.

62*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

[Milano,] 10 Ott.[obre] [18]84

Caro Amico

Ho ricevuto la dichiarazione e sarà pubblicata sulla copertina del prossimo fascicolo degli Annali¹ secondo desiderate. Fui a Torino, chiesi di voi e mi dissero eravate assente. Sono lieto abbiate alquanto migliorato in salute. Io sto lavorando sulle funzioni iperellittiche del 1° ordine.² Se mi riesce dovrei mettere insieme un trattato elementare sulla materia – resa forse più difficile da vari autori di quanto essa sia.

Credetemi sempre con molta stima

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: [R. Istituto Tecnico Superiore] 4, Piazza Cavour – Milano.

¹ Cfr. nt. 2, lett. 1.

² F. Brioschi, *Sulla teorica delle funzioni iperellittiche di primo ordine*, «Annali di matematica pura ed applicata», serie II, t. XIV (1886), pp. 241-344, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. II, pp. 345-354.

63*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

[Milano,] Addì, 10 Nove.[mbre] 1884

Caro Amico

Fui in Roma qualche tempo, e per questa ragione ritardai a rispondervi. La vostra domanda è chiara e se la procedura rimanesse costante la risposta dovrebbe esserlo del pari. In ogni modo eccovi l'opinione di un consigliere della pubblica istruzione moribondo. Il Piuma¹ deve essere un buon insegnante, ed ha anche qualche lavoro degno di nota. Ma l'articolo 69 non gli è applicabile e perciò deve correre le sorti del concorso per divenire Ordinario. Ma, vi ripeto, sia per non nuocergli, sia perché il passato ha esempi in contrario, questa è la mia opinione, od in altre parole quella che farei se dovessi essere giudice.

Devo però dire che i nostri amici vecchi o giovani vanno diventando ogni giorno più facili e compiacenti, perciò anche questa ragione mi impone delle riserve. In conclusione, la mia opinione la sapete, ma siccome ho pochi mesi di vita, potete anche non tenerne conto. Curate la salute ed abbiatemi sempre per

aff.mo Vostro
F. Brioschi

Comunico questa lettera al V. March. Piuma ringraziandolo di quella ch'egli mi ha scritta e facendogli tanti complimenti anche per la signora Marchesa.

Torino 11 Novembre 1884. Suo Dev.mo A. Genocchi.²

* Carta intestata: R. Istituto Tecnico Superiore Milano – 4, Piazza Cavour.

¹ Cfr. nt. 7, lett. 58.

² Con la scrittura di Genocchi, sulla lettera vi è apposta la seguente annotazione.

64*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Roma, 19 Maggio 1885

Ill.mo sig. Presidente¹

Fu presentata a quest'Accademia² dal sig. Levi Simeone un'opera che porta il titolo “Vocabolario geroglifico”, per concorrere al premio Reale di Filologia.³ Mi si afferma ora che lo stesso Vocabolario sia, fino dall'anno 1881, stato altresì presentato a codesta R. Accademia⁴ per altro scopo. La S.V. Ill.ma mi farebbe cosa grata, se si compiacesse di comunicarmi, in via confidenziale se sta il fatto quale giunse a mia cognizione, e quali deliberazioni prese l'Accademia, da Lei presieduta, in proposito.

Aggradisca le attestazioni della mia distinta stima

il Presidente
F. Brioschi

“Comunico al sig. Cav. Prof. Molinari⁵ questa *confidenziale* del Presidente de' Lincei, e lo prego di far ricerca delle notizie che mi si chiedono, e di parteciparmi quanto avrò saputo.

Dev.mo Suo
A. Genocchi⁶”

* Carta intestata: *Reale Accademia de' Lincei*.

¹ Angelo Genocchi era Presidente dell'Accademia delle Scienze di Torino, carica che ricoprì dal 12 Aprile 1885 al 7 Marzo 1889.

² Trattasi dell'Accademia dei Lincei.

³ Risulta che a Simeone Levi sia stato assegnato, dall'Accademia dei Lincei, per la classe delle Scienze morali, storiche e filologiche, il premio Reale per l'anno 1884, per il *Vocabolario geroglifico copto-ebraico*, Torino, Pietro Salussolia, 1887-1894, in 8 voll.

⁴ Trattasi dell'Accademia delle Scienze di Torino.

⁵ Forse Giuseppe Molinari.

⁶ Sulla lettera vi è l'annotazione, a grafia di Genocchi, qui riportata.

65*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

[Milano,] 28 Luglio [1886]¹

Carissimo Amico

Spero che queste mie righe vi raggiungeranno. Scriverò tosto a Roma per l'invio dei Rendiconti.

Io parto Domenica prossima per Heidelberg, pel 5° Centenario di quella Università. A quanto mi si scrive Hermite² verrà egli pure, ma il maggior numero dei nostri colleghi sono naturalmente tedeschi. Non rimarrò che cinque giorni e poi ritorno subito essendo occupato in tanti differenti modi. In questo momento sto lavorando intorno le equazioni differenziali per i periodi delle funzioni iperellittiche di prima e seconda specie a due variabili.³ Pubblicherò un sunto del lavoro nei Rendiconti dell'Istituto Lombardo.

Se fossimo meno lontani sarei lieto di potervi tenere un po' di compagnia. Scriverò ad alcuni degli amici che mi nominate in favore del Cesàro.⁴

Vi auguro qualche momento di tregua.

Credetemi sempre

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: [*R. Istituto Tecnico Superiore*] 4, *Piazza Cavour – Milano*.

¹ Il riferimento, all'interno della lettera, dei festeggiamenti del quinto centenario della fondazione dell'Università di Heidelberg (avvenuta nel 1386), permette la determinazione dell'anno.

² Cfr. nt. 10, lett. 2.

³ Brioschi pubblicherà nel 1888 l'articolo *Le equazioni differenziali pei periodi delle funzioni iperellittiche a due variabili*, «Rendiconti dell'Accademia dei Lincei», serie IV, t. IV (1888), pp. 341-347 e 429-436, in *Operematematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. IV, pp. 53-69.

⁴ Ernesto Cesàro (1859-1906). Si veda pure la lettera IV; per quanto riguarda le aspirazioni di Cesàro e, assieme, la sua travagliata giovinezza, si può consultare la parte I del volume: L. Carbone, R. Gatto, F. Palladino, *Una comunità e un caso di frontiera. L'epistolario Cremona- Cesàro e i materiali correlati*, Napoli, Liguori, 2002.

66*

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

[Milano,] Addì, 26 Dicembre 188/[?]

Caris.mo Amico

Avrei la migliore buona volontà di trovarmi costì il 28 ma la rigida stagione mi tiene un po' indietro dovendo fare il viaggio di andata e ritorno nella stessa giornata. Dalla vostra lettera mi pare poco probabile la mia presenza possa giovare a Casorati¹ che trovasi il quarto in ordine di merito ed anche questa è ragione che mi trattiene piuttosto che eccitarmi.

Sono ancora indeciso sul da fare. Vi ringrazio assai della comunicazione e del vostro recente lavoro.
Credetemi sempre con molta stima ed amicizia

aff.mo Vostro
F. Brioschi

* Carta intestata: *R. Istituto Tecnico Superiore. Milano – 4, Piazza Cavour.*

¹ Cfr. nt. 4, lett. 42.

67

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[TORINO]

Genova, 19 Giugno

Caris.mo Amico

Vi scrivo due righe di fretta per annunciarvi che domani colla seconda corsa partirò di qui alla volta di Torino; non sapendo dove abitate verrò dalle 3 alle 3 ½ in cerca di voi all'Istituzione Agraria; se non potete fatemi il favore di fissarmi voi un altr'ora. Così risponderò a voce alle vostre domande; ed avrò il piacere di rimanere qualche ora in vostra compagnia

il Vostro Brioschi

68

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[?]

Firenze, 4 Genn.[aio]

Caro Amico

Desidererei ad essere d'accordo con voi che Blaserna¹ fosse il nostro candidato nelle elezioni di Domenica. Su questa fiducia vi prego di adoperarvi per lui.

Sono in viaggio per Milano. Buon anno

aff.mo Vostro
F. Brioschi

¹ Pietro Blaserna (1836-1918).

69

[LETTERA]

FRANCESCO BRIOSCHI AD ANGELO GENOCCHI
[?]

Caris.mo Amico

Parto questa sera. Vi mando alcuni fascicoli che mi avete prestato in varie epoche.
State sano, conservatemi la vostra amicizia e credetemi

aff.mo Brioschi

I

[LETTERA]

ANGELO GENOCCHI A FRANCESCO BRIOSCHI
[PAVIA]

Torino, 29 Agosto 1858

Carissimo Amico

Mi piace il pensiero di dare notizia dell'articolo di Hoppe¹ ricordando i lavori precedenti. Se ripasserete con attenzione i vostri calcoli, vi accorgete che la conclusione va modificata. Voi supponete²

$$x_1-u > x_2-u > \dots > x_m-u > r > x_{m+1}-u > x_{m+2}-u > \dots > x_n-u$$

avendo riguardo al solo valor numerico o meglio al *modulo* analitico di questa quantità: quindi la radice x_n che è espressa dalla serie di Lagrange³ non è già la minima in valore assoluto, ma *quella a cui corrisponde la differenza x_n-u del minimo modulo*. Questa medesima conclusione, analoga al teorema del Chiò ma tuttavia diversa, io aveva dedotta dal metodo del Parseval prima di conoscere il teorema del Frontera col quale poi mi parve identica.

Svolgendo $y = \psi' u \log(1 - \frac{\varphi u}{t})$ per le potenze dipendenti di t , e deducendone $\frac{d^m y}{du^m}$, indi passando mediante il teorema di Taylor allo svolgimento della funzione $-t\psi'(u+t) \log[1 - \frac{\varphi(u+t)}{t}]$, si vede che in questo svolgimento la parte indipendente da t forma la serie generale di Lagrange

$$\psi' u \varphi u + \frac{1}{1 \cdot 2} \frac{d}{du} [\psi' u (\varphi u)^2] + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{d^2}{du^2} [\psi' u (\varphi u)^3] + ecc.$$

per un teorema di Cauchy la somma di questa serie sarà

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \psi'(u+t) \log(1 - \frac{\varphi(u+t)}{t}) d\theta. \text{ Supposto } T \text{ il modulo e } \theta \text{ l'argomento di } t, \text{ ossia } t = Te^{i\theta}. \text{ Ma si ponga}$$

$$x-u-\varphi x = k(x-\alpha)^p(x-\beta)^q(x-\gamma)^r \dots,$$

e fra le differenze $u-\alpha, u-\beta, u-\gamma, \dots$ sia $u-\alpha$ quella che presenti il più piccolo modulo: si attribuisca a t un valore il cui modulo superi quello di $u-\alpha$ e sia inferiore a quella di tutte le altre differenze. Se si avrà $p=1$, fatto $x=u+t$, otterremo

$$\log(1 - \frac{\varphi(u+t)}{t}) = \log k + \log(1 + \frac{u-\alpha}{t}) + q \log(u-\beta+t) + r \log(u-\gamma+t) + ecc.$$

e il secondo membro sarà sviluppabile per le potenze di t : allora svolgendo $\psi'(u+t)$ troveremo che nella funzione $-t\psi'(u+t) \log[1 - \frac{\varphi(u+t)}{t}]$ la parte indipendente da t è

$\frac{\alpha-u}{1} \psi' u + \frac{(\alpha-u)^2}{1 \cdot 2} \psi'' u + \frac{(\alpha-u)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \psi''' u + \dots$ ossia $\psi \alpha - \psi u$. Completando dunque la serie di Lagrange col termine ψu , essa esprimerà $\psi \alpha$ e quindi α nell'ipotesi di $\psi x = x$.

Nel caso particolare di $u=0$ la radice α sarà quella del più piccolo modulo ossia la minima in valore assoluto. È singolare che al caso di $u=0$ non si applica la dimostrazione di Lagrange.

I calcoli precedenti suppongono che il modulo di $\frac{\varphi(u+t)}{t}$ sia inferiore all'unità, ritenuto il modulo di t superiore a quello di $u-\alpha$ e inferiore a quelli di $u-\beta, u-\gamma, ecc.$ la qual condizione collima con la vostra. Pertanto se α è una radice semplice, per cui la differenza $u-\alpha$ presenti un modulo inferiore a quelli di tutte le altre $u-\beta, u-\gamma, ecc.$, e se sia soddisfatta la indicata condizione, la radice α (reale o immaginaria, non importa) sarà espressa dalla serie di Lagrange. E a questa conclusione si giunge senza ricorrere ad integrali definiti, col solo uso del teorema di Taylor.

Quando la radice α sia immaginaria, l'equazione sarà immaginaria non dovendo ammettere la radice coniugata di α .

Il teorema del Frontera è il seguente. Se il modulo della quantità $\frac{\theta \varpi(z)}{z-\alpha_1}$ è inferiore ad 1 per tutti i punti d'un contorno in cui sia compreso il punto corrispondente a $z=\alpha_1$, la serie di Lagrange quando sia convergente approssimerà una radice dell'equazione $z-\alpha_1+\theta \varpi(z)=0$, e questa radice sarà la sola che si trovi compresa nell'accennato contorno. Sembra ch' egli non conoscesse il teorema del Chiò; egli crede che fuori dalle condizioni su riferite non si saprà che cosa rappresenti la serie di Lagrange.

Vidi nel giornale dell'Istituto Lombardo, Tomo V, pag. 466, che il Frisiani⁴ cita varie sue ricerche intorno alla serie di Lagrange. In che consistono?

Occupandomi in altro tempo di quest'argomento aveva pure riconosciuto che nel caso d'una radice multipla la serie di Lagrange (tenuto conto del resto se non è convergente) esprime la somma delle radici uguali. Parmi che la stessa cosa si deduca dalla vostra analisi, e per radici uguali si potranno intendere tutte quelle di ugual modulo.

La nota del prof. Dorna⁵ è realmente come dite voi, male scritta. Ignoro se nei *Comptes Rendus*⁶ ne sia stata fatta menzione altrimenti che registrandola nel *Bulletin bibliograph.* All'Istituto Lombardo egli mandò anche la sua Memoria perché la vidi indicata nell'*Elenco* stampato alla fine della fasc. IX degli *Atti*. Nondimeno spero inviargli una copia a Milano. Vi spedirò anche la *Tesi* del Frontera⁷ se potrò riaverla in tempo dal prof. Chiò.⁸

Sapeva dell'opera del Faà sulla eliminazione:⁹ riconosce egli stesso che è una semplice compilazione, e anche così, se sia ben fatta, potrà essere utile. Vi confesso che mi riconcilio con lui quando guardo a quest'altra gente tanto pettoruta e tronfia benché al suo confronto superlativamente ignorante. Egli mi ha parlato con ammirazione dei lavori del Betti.¹⁰

Il Bellavitis¹¹ mi ha mandata una nuova filippica contro l'oscurità negli scritti matematici, ed io gli ho risposto con un'altra contro i neologismi e specialmente contro la sua *retroderivazione*. Tuttavia penso che forse egli non ha torto; e pocanzi leggendo l'articolo di Jacobi (*Crelle* tom. 2° p. 1)¹² andava fantasticando se non sarebbe bene che si lavorasse a quella maniera piena e larga, se non si farebbe cosa più gradita ai lettori ed eziandio più utile che con un piccolo sacrificio di tempo per parte dell'autore procurerebbe un grande risparmio di tempo e di fatica ai lettori.

Dopo il 7 settembre potete scrivermi. Piacenza, dove intendo passare gran parte delle rimanenti vacanze quando avrò impetrata la necessaria licenza dal Ministro dell'istruzione pubblica,¹³ poiché senza la permissione del Ministro non possono i professori uscire dallo Stato. Vedete quanta libertà! Pure nello Stato di Parma io non aveva questo vincolo, e quello era governo assoluto.

State sano

V^{ro} aff.mo
A. Genocchi

¹ Cfr. nt. 7, lett. 20.

² Per le argomentazioni di Brioschi si veda la lettera 20.

³ Per la serie di Lagrange cfr. nt. 13, lett. 20. Sulla polemica intorno alla serie di Lagrange si veda la nt. 7, lett. 24.

⁴ Paolo Frisiani (1797-1880). Il lavoro di Frisiani, membro effettivo dell'Istituto, fu presentato il 20 Marzo 1851 e ha per titolo *Ricerche sopra alcune serie astronomiche*, «Giornale del I. R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti e Biblioteca Italiana», t. V (1853), pp. 446-490.

⁵ A riguardo si vedano nt. 6 lett. 19 e nt. 1, lett. 20.

⁶ Trattasi dei *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences de Paris*.

⁷ Cfr. nt. 2, lett. 21.

⁸ Cfr. nt. 10, lett. 1.

⁹ Per Faà di Bruno cfr. nt. 9, lett. 1. Per quanto riguarda il lavoro di cui si parla cfr. nt. 14, lett. 20.

¹⁰ Cfr. nt. 1, lett. 1.

¹¹ Cfr. nt. 2, lett. 18.

¹² Cfr. nt. 9, lett. 20.

¹³ Si tratta di G. Lanza, per il quale cfr. nt. 17, lett. 11.

II [LETTERA]

ANGELO GENOCCHI A FRANCESCO BRIOSCHI
[MILANO]

Torino, 2 Dicembre 1865

Cariss. amico

Credo d'aver presso a poco trovata la soluzione del vostro problema, ma richiede calcoli molto lunghi in guisa che non so se alla fine questo metodo applicato alla risoluzione delle equazioni di 5° grado sarebbe preferibile o no a quello di Jerrard.¹ Della qual cosa tuttavia voi solo potete giudicare.

L'equazione $AX^2+BY^2+CZ^2+2DYZ+2EZX+2FGY=0$, fatto $\frac{X}{Z}=S$, $\frac{Y}{Z}=T$, e risolta rispetto ad S , conduce a dover rendere un quadrato l'espressione

$$\left(\frac{E+FT}{A}\right)^2 - \frac{BT^2+C+2DT}{A},$$

e ponendo $F^2 - AB = A_1$, $A_1T + EF - AD = \frac{V}{U}$, $A_1^2(E^2 - AC) - A_1(EF - AD)^2 = B_1$, se ne deduce che dev'essere un quadrato l'altra espressione

$$A_1V^2 + B_1U^2.$$

Siamo dunque condotti ad un'equazione

$$AV^2 + BU^2 = W^2$$

in cui A e B sono funzioni intere date di tre variabili e V , U , W sono funzioni intere da determinarsi delle stesse variabili. Può supporre per maggiore generalità che si tratti d'una o più variabili in un numero qualsiasi. Ora possiamo ammettere che A e B non abbiano divisori quadrati, dal che si deduce che U dev'essere primo ad A , e V dev'essere primo a B : possiamo anche intendere che V e U siano primi tra loro.

Chiamate N e U_1 due funzioni intere da determinarsi, poniamo $W = NU - AU_1$ e otteniamo

$$\frac{N^2 - B}{A}U^2 - 2NUU_1 + AU_1^2 = V^2,$$

quindi $N^2 - B$ divisibile per A . Contando il grado delle funzioni intere rispetto a ciascuna delle variabili separatamente e attribuendo ad una funzione il grado maggiore tra quelli che così si trovano, supporremo m il grado di A e non superiore quello di B , e cercheremo per N una funzione intera di grado $m-1$ tale che il

quoziente $\frac{N^2 - B}{A} = A_1$ sia intero:

A_1 sarà di grado $m-2$ al più, e si avrà

$$BU_1^2 + A_1V^2 = (A_1U - NU_1)^2$$

simile alla proposta ma con coefficienti di grado inferiore.

Trattando questa come la proposta e così di mano in mano si giungerà infine ad un'equazione

$$HX^2 + KY^2 = Z^2$$

in cui K sarà di grado zero ossia costante e che si risolverà ponendo $\frac{Z}{Y} = \sqrt{K} + \frac{X}{Y}R$, con R funzione razionale qualsiasi.

Ma restano a trattarsi le equazioni sussidiarie

$$W = NU - AU_1, N^2 - B = AA_1$$

e le consimili. Più generalmente si può proporre l'equazione

$$AV^2 - B = CU$$

dove A , B , C siano funzioni intere date d'una o più variabili, V ed U due funzioni intere da determinarsi delle stesse variabili, i un esponente intero positivo.

Si può supporre A primo a C .

Se si ha una sola variabile x e C sia di grado m , siano $x = x_1, x_2, \dots, x_m$ le radici dell'equazione $C=0$: per mezzo della formola di interpolazione di Lagrange si potrà determinare una funzione intera V del grado $m-1$

la quale pei valori $x = x_1, x_2, \dots, x_m$ prenda gli stessi valori della funzione $i\sqrt{\frac{B}{A}}$, e questa soddisfarà al quesito.

Se vi sono due variabili x e y , sia C di grado m rispetto ad x , e di grado n rispetto ad y , e fatto ad arbitrio $x=x_1$, siano $y_{1,1}, y_{1,2}, \dots, y_{1,n}$ le radici y dell'equazione $C=0$, fatto $x=x_2$ siano $y_{2,1}, y_{2,2}, \dots, y_{2,n}$ le radici della stessa equazione, e via via fino a un valore $x=x_m$ pel quale tali radici siano $y_{m,1}, y_{m,2}, \dots, y_{m,n}$. Si potrà formare una funzione intera V di grado $m-1$ rispetto ad x e di grado $n-1$ rispetto ad y che pei valori di x e y così

determinati prenda valori uguali a quelli della funzione $i\sqrt{\frac{B}{A}}$. Fatto $AV^i - B = \varphi(x, y)$, $C = \psi(x, y)$, la funzione

$\varphi(x_1, y)$ sarà divisibile per $\psi(x_1, y)$ poiché si annullerà per tutti i valori di y che sono radici dell'equazione $\psi(x_1, y)=0$; e similmente $\varphi(x_2, y)$ sarà divisibile per $\psi(x_2, y), \dots$, e $\varphi(x_m, y)$ per $\psi(x_m, y)$. Ordinando rispetto ad x le funzioni $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ si divida la prima per la seconda, e sia Q il quoziente, R il resto di grado inferiore al grado m del divisore: converrà che sia $R=0$ per tutti i valori $x = x_1, x_2, \dots, x_m$ e quindi R sarà

identicamente nullo qualunque sia x . Sarà dunque $\frac{\varphi(x, y)}{\psi(x, y)} = Q$ funzione intera di x che si potrà prendere per

V , quando Q non abbia un denominatore funzione intera del solo y . Supposto $Q = \frac{Q'}{f(y)}$, sarà

$\varphi(x, y) = \frac{Q' \psi(x, y)}{f(y)}$ e quindi $\psi(x, y)$ ossia C sarà divisibile per $f(y)$: chiamate y_1, y_2, \dots, y_p le radici dell'equazione $f(y)=0$, si dovrà avere $V = i\sqrt{\frac{B}{A}}$ per ciascuno di questi valori di x , qualunque sia x , talché per y_1, y_2, \dots, y_p la espressione $i\sqrt{\frac{B}{A}}$ dovrà ridursi ad una funzione intera di x e se non si riduce il problema non sarà possibile, ecc. ecc.

Si procederà similmente nel caso di tre o più variabili. Ma credo che ciò basti per farvi conoscere il metodo e vi prego a pensarvi un momento e dirmi se lo giudicate idoneo al fine desiderato.

Terminando vi rammento la promessa di mandarmi il programma dello Schiaparelli² e mi ripeto

V^{ro} aff.mo

Angelo Genocchi

P. S.: Non mancate di intervenire all'adunanza del Con. Sup. d'istr. in cui si discuterà pel concorso alla cattedra d'Introduzione in Pavia.

¹ Cfr. nt. 6, lett. 43.

² Cfr. nt. 13, lett. 33.

III [LETTERA]

ANGELO GENOCCHI A FRANCESCO BRIOSCHI
[MILANO]

Torino, 10 Novembre 1869

Cariss. amico

Ricordatevi di mandare due copie dell'ultimo volume della Società dei XL¹ al Commen. Angelo Sismonda,² Direttore del Museo Mineralogico, ecc., Senatore del Regno, cioè due copie del tomo 1° parte II (serie terza), una per lui stesso e una per me.

In un articolo bibliografico pel *Bullettino* del principe Boncompagni,³ parlo del trascendente

$$W(u) = \int_0^K \log(1 - k^2 sn^2 u sn^2 v) dv$$

e accenno ad alcune idee da voi indicatemi in una lettera del febbraio 1858.⁴ Dico presso a poco: "In quel tempo il prof. Brioschi mi osservò che dalle formole di trasformazione o moltiplicazione si possono dedurre alcune proprietà del trascendente $W(u)$, e che per esempio essendo $W(u + iK') = \int_0^u \log(1 - \frac{sn^2 v}{sn^2 u}) dv$, se ne

deduce $W(u + iK') - W(u)$, e se si pone $u = \omega = \frac{2mK + 2m' iK'}{n}$ e si somma, si ottiene sotto il segno integrale la espressione $\log \frac{sn(nv)}{n \cdot sn v}$, talché ne risulta $\sum [W(\omega) - W(\omega + iK')] = K \log n$, e altre simili."

Se non vi piace d'esser nominato per questo soggetto, invece delle parole *il prof. Brioschi* metterò un *amico*.

Se non mi rispondete, riterrò che acconsentiate a lasciare quel fatto come sta.

Nello stesso articolo cito anche una estensione da voi fatta del teorema d'Abel sugli integrali multipli (Giornale dell'Istituto Lombardo, 1856).⁵

Avete nulla da aggiungere a quella vostra Nota che mi permettiate di indicare nel mio articolo?

Farò un cenno eziandio d'una Nota del prof. Mainardi (st.o Giornale 1855)⁶ in cui estende il teorema generale d'Abel ad un sistema di più equazioni a più incognite, ma confesso che non capisco la sua dimostrazione, anzi la credo assolutamente inammissibile.

Ho scambiato in queste vacanze due o tre lettere con Hoüel.⁷ È un pover'uomo che non sa scrivere due righe senza contraddirsi. Stupisco che da lui vi abbiate lasciato imporre il programma di geometria pe' nostri licei.

Sento che la Facoltà matematica di Pavia ha appoggiato il Galilei Belardi. Vogliate favorirlo presso il Ministero.

State sano e credetemi

V^{ro} affezionat.o
Angelo Genocchi

¹ Cfr. nt. 12, lett. 35.

² Angelo Sismonda (1807-1878).

³ Trattasi del *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* fondato e mantenuto in vita dal 1868 al 1887 dal principe Baldassarre Boncompagni Ludovisi (1821-1894). L'articolo bibliografico di Genocchi, quasi certamente è: *Rassegna d'alcuni scritti relativi all'addizione degli integrali ellittici ed abeliani*, «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», t. III (1870), pp. 47-66.

⁴ La lettera è quella del 5 Febbraio 1858, qui raccolta sotto il numero 10.

⁵ F. Brioschi, *Sopra un'estensione del teorema di Abel*, «Giornale dell'I.R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti e Biblioteca Italiana», t. VIII (1856), pp. 333-335, in *Opere matematiche*, cit. in nt. 11, lett. 3, t. III, pp. 143-145.

⁶ G. Mainardi, *Intorno alla Memoria di Abel: "Sur une propriété générale d'une classe très étendue de fonctions transcendentes"*, «Giornale dell'I.R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti e Biblioteca Italiana», t. VII (1855), pp. 427-434.

⁷ Cfr. nt. 6, lett. 50.

IV [LETTERA]

ANGELO GENOCCHI A FRANCESCO BRIOSCHI
[MILANO]

Torino (Via di Po N° 38), 25 Luglio 1886

Carissimo Brioschi

Fa una caldo soffocante che mi obbliga a lasciar Torino e a cercar un po' di refrigerio nei monti o in riva al mare. Non ho ancora deciso dove andrò. Ma intanto mi preme di avvertirvi pregandovi a disporre perché gli atti dell'Accademia dei Lincei non mi siano più mandati direttamente ma siano invece indirizzati alla *R. Accademia delle Scienze di Torino* che me li trasferirà dove mi troverò oppure me li consegnerà al mio ritorno.

Hermite¹ mi scrive che vi aspettano a Parigi ma anche là fa molto caldo. Se vi andate, cercate di consolare quel povero Hermite che ha sempre qualcosa che gli dà fastidio.

Voi pubblicate spesso lavori importanti ed io me ne rallegro di cuore.

A me la vita è di peso: la difficoltà di muovermi e l'oscurarsi sempre più forte della vista mi rendono sempre più mal agevole il sopportarla.

Hermite e Catalan² mi hanno scritto in favore di *Ernesto Cesàro*³ che ha fatto molte pubblicazioni e concorre a diverse cattedre. Egli abita a Torre Annunziata e si trova in gravi strettezze finanziarie, avendo da mantenere oltre sé stesso la moglie e tre figli: ha 27 anni. Tra le cattedre a cui aspira la più lucrosa sarebbe quella di Algebra nell'Università di Napoli. Battaglini⁴ gli sarebbe favorevole ma non è nella Commissione: questa si compone di Betti,⁵ Beltrami,⁶ D'Ovidio,⁷ Tonelli,⁸ Caporali⁹ (Povero Caporali!); supplenti sarebbero Ascoli,¹⁰ Arzelà,¹¹ Mollame.¹² Potreste voi in qualche modo aiutare quel povero Cesàro?

Credetemi sempre

V^{ro} aff.mo
A. Genocchi

¹ Cfr. nt. 10, lett. 2.

² Eugène Charles Catalan (1814-1894).

³ Cfr. nt. 4, lett. 65.

⁴ Cfr. nt. 7, lett. 18.

⁵ Cfr. nt. 1, lett. 1.

⁶ Eugenio Beltrami (1835-1900).

⁷ Enrico D'Ovidio (1843-1933).

⁸ Alberto Tonelli (1849-1921).

⁹ Ettore Caporali (1855-1886), morto suicida il 2 luglio precedente.

¹⁰ Giulio Ascoli (1843-1896).

¹¹ Cesare Arzelà (1847-1912).

¹² Vincenzo Mollame (1848-1911).