brought to you by T CORE

XXXIII Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche Brescia, 10-15 settembre 2012

ESPERIENZE FLUIDODINAMICHE SU UNA TURBINA DI PICCOLA POTENZA TIPO BANKI-MICHELL

O. Fecarotta¹, V. Sammartano², C. Aricò², A. Carravetta¹, A. Collura³, M. Sinagra²e T. Tucciarelli²

- (1) Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Geotecnica ed Ambientale, Università degli Studi di Napoli Federico II, Italia, e-mail: oreste.fecarotta@unina.it, arcarrav@unina.it
- (2) Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale, dei Materiali, Università degli Studi di Palermo, Italia, e-mail: sammartano@idra.unipa.it, arico@idra.unipa.it, sinagra@idra.unipa.it, tucciar@idra.unipa.it
- (3) Istituto Nazionale Astrofisica –INAF Osservatorio Astronomico di Palermo "Giuseppe Salvatore Vaiana", Italia, e-mail: collura@astropa.unipa.it

SOMMARIO

L'incremento del fabbisogno energetico e la necessità di attuare politiche energetiche sostenibili determina un interesse crescente per fonti di energia più disperse e discontinue. In ambito fluviale, lo sfruttamento delle fonti energetiche minori rende necessario l'impiego di macchine idrauliche in grado di coniugare efficienza ed economicità. Queste due esigenze risultano antitetiche in quanto, per la spiccata variabilità del salto e/o della portata propria delle fonti energetiche discontinue, per garantire una buona efficienza media sarebbe necessario dotare le turbine di organi di regolazione che ne farebbero sicuramente incrementare il costo. È stata pertanto avviata una specifica attività di ricerca sullo sfruttamento delle potenze idroelettriche minori. In particolare, in questa nota vengono descritte alcune esperienze numeriche relative al funzionamento di una turbina per piccole potenze del tipo Banki-Michell utilizzabili in condizioni di carico variabile. La fluidodinamica computazionale consente, infatti, di determinare la geometria ottimale della turbina nelle diverse condizioni di funzionamento, limitando il ricorso alle prove su prototip, previste in una successiva fase della ricerca.

1 INTRODUZIONE

Comincia a presentare convenienza economica lo sfruttamento delle fonti di energia rinnovabili (FER), tra cui rientrano le potenze idroelettriche ridotte (minori di 1-3MW). Il ricorso alle FER è reso necessario da diversi fattori contingenti: incremento del costo del petrolio, esaurimento delle scorte di fossile, limitazioni delle emissioni imposte dal protocollo di Kyoto.

Questa tendenza modifica i più antichi criteri progettuali in base ai quali per garantire la stabilità della potenza idroelettrica in un impianto era necessario disporre di una portata non eccessivamente variabile e di una capacità di invaso pluriennale che consentisse di stabilizzare portata e salto. In assenza di tali condizioni lo sfruttamento di tali potenze non era minimamente considerato, come, ad esempio, nelle dighe ad uso irriguo a causa della spiccata stagionalità delle portate derivate dall'invaso.

La convenienza economica allo sfruttamento delle potenze idroelettriche minori lungo i corsi d'acqua sta determinando la modifica o la ideazione di nuove mini-turbine, tutte caratterizzate da flessibilità di regolazione e facilità di impiego. Ai fini di una descrizione introduttiva delle soluzioni ipotizzate, possiamo classificare queste macchine in due tipologie:

- macchine asincrone a regolazione meccanica
- macchine sincrone a regolazione elettrica

Le macchine a regolazione meccanica sono turbine di semplice disegno, munite di opportuni deflettori che parzializzano o indirizzano il flusso al variare della portata. Queste macchine sono in genere accoppiate a generatori asincroni, e quindi la girante ha una velocità di rotazione pressoché costante. Tra le turbine di questo tipo possiamo richiamare le turbine Banki-Michell dette anche crossflow, le mini-Turgo e le mini-Pelton, le pompe utilizzate come turbine (PAT). Sono a regolazione meccanica anche alcune turbine innovative che, però, hanno trovato utilizzazione solo a livello prototipale - come la turbina firefly (*Portejiis*, 2003), e la valvola turbina (*Carravetta*, 2005).

Le macchine a regolazione elettrica sono turbine tradizionali, per economicità prive di organi di regolazione meccanica, in cui l'adattamento alle portate di funzionamento è ottenuto tramite continua regolazione della velocità di rotazione del generatore, attraverso il controllo della corrente di eccitazione di un generatore sincrono (*Joshi et al., 2005*)

Pur essendo presenti diversi impianti che utilizzano le diverse tipologie di turbine descritte – ad esempio quelli di Monte Casale in Emilia Romagna con turbina crossflow da circa 1 MW – manca una consolidata pratica progettuale, probabilmente a causa della notevole variabilità delle condizioni di utilizzo (leggi di variabilità di portata e salto, geometria della presa e del rilascio, etc.), e solo pochi autori forniscono linee guida per la progettazione (*Chapallaz & Eichenberger*, 1992, *Penche*, 1998). Questo deficit, unitamente alla complessità dell'iter amministrativo per la concessione allo sfruttamento, limita fortemente la diffusione dell'idroelettrico minore.

In questa nota, prendendo spunto dai pochi articoli di letteratura che affrontano il problema del dimensionamento delle turbine crossflow a portata variabile, vengono mostrati i primi risultati di una ricerca che si prefigge di determinare le curve caratteristiche e di efficienza di tale tipo di turbina, al variare del carico idraulico disponibile per la generazione.

2 LA TURBINA CROSSFLOW TIPO BANKI-MICHELL

La turbina Banki-Michell è una turbina ad azione ottimizzata per funzionare con bassi flussi (da pochi litri a qualche centinaia di litri al secondo) e bassi salti (da pochi metri a qualche decina di metri), posizionandosi nel diagramma a mosaico di selezione delle turbine in prossimità dell'origine degli assi.

In Figura 1 è mostrata una sezione della turbina nella configurazione ad alimentazione orizzontale. La corrente idrica, proveniente dal corso d'acqua, viene convogliata, tramite un elemento a sezione rettangolare, verso la girante alloggiata in una apposita camera di produzione. Nel caso in cui sia prevista una portata variabile, può essere presente al termine della condotta di alimentazione un organo distributore che parzializza la sezione interessata dal deflusso. La girante è configurata come una ruota cava, costituita da due piastre circolari che sorreggono una serie di lame, sagomate in modo che il getto venga indirizzato verso il centro della ruota per poi attraversare nuovamente altre lame prima di uscire. Il getto, quindi, attraversa la girante da cui la denominazione anglofona "crossflow". La girante è collegata ad un generatore asincrono per la produzione di energia elettrica.



Figura 1. Sezione tipo di una turbina Banki-Michell (Penche, 1998).

Una analisi bibliografica estensiva sullo sviluppo delle turbine idrauliche cross-flow, a partire da dal pionieristico studio di *Haimerl* (1960), è riportata in *Khosrowpanah et al.* (1984), *Fiuzat & Akerkar* (1989, 1991) e in *Desai & Aziz* (1994). *Fiuzat e Akerkar* (1991) e *De Andrade et al.* (2011) hanno mostrato che la corrente all'interno della girante possiede ancora un apprezzabile contenuto di energia (25-35 %), quando raggiunge le pale in uscita, dove avviene un secondo trasferimento di energia dalla corrente alla turbina. Di conseguenza, all'efficienza complessiva della macchina contribuisce sia la geometria della condotta di alimentazione e del distributore, sia le condizioni idrodinamiche all'interno della girante, sia, infine, quelle che si realizzano allo sbocco. Nei lavori precedentemente citati sono riportati i risultati sperimentali di studi relativi alla influenza della geometria della turbina - numero di lame, diametro esterno del diffusore, conformazione del condotto scatolare di alimentazione, etc.- sulla efficienza complessiva della macchina.

Lo studio del triangoli di velocità del getto in corrispondenza dei due sistemi di pale in ingresso ed in uscita dalla girante consente di calcolare, attraverso la nota equazione di Eulero, la potenza teorica disponibile per la produzione:

$$P_{t} = \rho Q \left[\left(\vec{V}_{1} \cdot \vec{U}_{1} - \vec{V}_{2} \cdot \vec{U}_{2} \right) + \left(\vec{V}_{3} \cdot \vec{U}_{3} - \vec{V}_{4} \cdot \vec{U}_{4} \right) \right]$$
(1)

laddove il simbolo • rappresenta il prodotto scalare fra i vettori delle velocità \vec{V} misurate

nel sistema di riferimento fisso e le velocità \vec{U} misurate in un sistema di riferimento solidale alla girante, ρ è la densità dell'acqua e Q è la portata volumetrica in ingresso.



Figura 2. Triangoli di velocità

In Figura 2 sono riportati i triangoli di velocità in ingresso ed in uscita da ciascuno dei due stadi della girante. La velocità \vec{U} nel sistema di riferimento rotante può essere espressa come differenza vettoriale tra la velocità nel sistema di riferimento fisso e la velocità \vec{W} del sistema di riferimento solidale alla girante:

$$\begin{aligned} \vec{U}_1 &= \vec{V}_1 - \vec{W}_1 = \vec{V}_1 - \vec{\omega} \times \vec{r}_1 \\ \vec{U}_2 &= \vec{V}_2 - \vec{W}_2 = \vec{V}_2 - \vec{\omega} \times \vec{r}_2 \\ \vec{U}_3 &= \vec{V}_3 - \vec{W}_3 = \vec{V}_3 - \vec{\omega} \times \vec{r}_2 \\ \vec{U}_4 &= \vec{V}_4 - \vec{W}_4 = \vec{V}_4 - \vec{\omega} \times \vec{r}_1 \end{aligned}$$

$$(2)$$

essendo $\vec{\omega}$ la velocità angolare della macchina, $\vec{r_1}$ ed $\vec{r_2}$ i raggi delle periferie rispettivamente esterne ed interne del sistema di pale ed × il simbolo usato ad indicare il prodotto vettoriale.

Con riferimento ai triangoli di velocità ed ai moduli dei vettori riportati in Figura 2, l'equazione di Eulero diventa:

$$P_{t} = \rho Q[(|\vec{V}_{1}| \cdot |\vec{U}_{1}| \cdot \cos \alpha_{1} - |\vec{V}_{2}| \cdot |\vec{U}_{2}| \cdot \cos \alpha_{2}) + (|\vec{V}_{3}| \cdot |\vec{U}_{3}| \cdot \cos \alpha_{3} - |\vec{V}_{4}| \cdot |\vec{U}_{4}| \cdot \cos \alpha_{4})]$$
(3)

Il rendimento idraulico della macchina può essere espresso come il rapporto tra la

potenza convertibile dalla macchina in potenza meccanica (P_t) e la potenza realmente dissipata all'interno della turbina:

$$\eta_{idr} = \frac{P_t}{\rho g \Delta H Q} \tag{4}$$

dove g è l'accelerazione di gravità e ΔH la differenza fra i carichi idraulici misurati rispettivamente a monte e a valle della macchina.

Risulta evidente che la geometria della macchina ed in particolare gli angoli di ingresso e di uscita (rispettivamente $\beta_1 \in \beta_2$) formati dalle pale e dalla direzione della velocità di traslazione della girante determinano il valore di P_t e conseguentemente anche del rendimento idraulico (è bene notare, infine, che la assial-simmetria del sistema di pale determina le uguaglianze rispettivamente fra $\beta_1 \in \beta_4$ e fra $\beta_2 \in \beta_3$). Si può dimostrare (*Mockmore & Merryfield*, 1949) che il rendimento è massimo se:

$$\tan\beta_1 = 2\tan\alpha_1 \tag{5}$$

$$\beta_2 \cong 90^{\circ}$$

Mackmore & Merryfield (1949), inoltre, forniscono un'espressione per calcolare il rendimento massimo di una turbina crossflow in funzione dell'angolo α_l :

$$\eta_{idr}^{max} = \frac{1}{2}C^2(1+\psi)\cos^2\alpha_1$$
(6)

dove *C* è un parametro che dipende dal tubo convergente di alimentazione e ψ un coefficiente posto pari a 0.98. Risulta chiaro dall'espressione che il rendimento aumenta al diminuire dell'angolo fra le velocità osservate nel riferimento fisso e nel riferimento rotante. I due autori suggeriscono un valore dell'angolo di attacco α_I pari a 16°, che rappresenta un buon compromesso fra la necessità di massimizzare il rendimento (per $\alpha_I = 16^\circ$ risulta

 $\eta_{idr}^{max} = C^2 \cdot 0.91$) e i limiti tecnologici e di costo derivanti dalla realizzazione di una girante con angoli di ingresso molto piccoli.

È bene notare, infine, che il rendimento idraulico della turbomacchina così calcolato è maggiore del rendimento effettivo, poiché non tiene in conto gli attriti meccanici, dei flussi di bypass attraverso i rasamenti, della dissipazione turbolenta all'interno della girante.

Il rendimento di una turbomacchina, in uno schema sostanzialmente bidimensionale quale quello esposto, dipende principalmente dal modulo della velocità V con cui le particelle entrano all'interno della girante e questo è proporzionale alla radice del livello piezometrico della sezione della condotta di alimentazione rispetto alla quota della girante. Se il campo di portate di esercizio è molto ampio, l'impiego di un distributore, che parzializza la sezione del condotto scatolare di alimentazione, consente di modificare la portata mantenendo costante la velocità di arrivo. In tal modo, pur aumentando la complessità meccanica della turbina e incrementando il costo della stessa, si raggiungono rendimenti effettivi superiori all'80% in un campo abbastanza ampio di portata, con riduzione del rendimento stesso che diventano apprezzabili solo per valori della portata inferiori del 30% della portata massima di dimensionamento.

In relazione alla geometria del distributore è importante ottimizzare la conformazione della condotta di alimentazione all'ingresso della camera di produzione. Questo accorgimento consente di contenere la variazione dell'angolo di approccio della

corrente alla girante lungo le diverse traiettorie e, quindi, in ingresso alle varie pale. *De Andrade et al.* (2011) hanno mostrato, tramite esperimenti fluidodinamici, che per un angolo di progetto α_1 =16°, i reali angoli di attacco all'ingresso della girante sono variabili tra 7° e 23°.

Al fine di garantire condizioni di flusso stabile all'interno della girante è importante infine munire la camera di produzione di una o più prese d'aria, in modo da regolare la depressione che si realizza nella camera di produzione per effetto del trascinamento d'aria operato dal getto. *Choi et al.* (2008) hanno mostrato tramite esperimenti numerici che una maggiore alimentazione d'aria può incrementare l'efficienza della turbina, attribuendo questo risultato al migliore angolo d'uscita dalla girante della corrente.

3 STUDIO DEL RENDIMENTO AL VARIARE DEL CARICO MEDIANTE SIMULAZIONI NUMERICHE

In letteratura il problema della ricerca della massima efficienza delle turbine tipo Banki-Michell è affrontato da diversi autori per via numerica.

Kaniecki (2002) ha studiato l'influenza delle differenze nelle traiettorie in uscita dalla camera di produzione al variare della conformazione della stessa sul rendimento dell'impianto. Choi et al. (2008) hanno studiato l'influenza della geometria del distributore e del numero di pale della girante sulla distribuzione delle velocità e delle pressioni all'interno della girante e della camera di manovra, confrontando i propri risultati con quelli delle esperienze di Zhao (2002). Son et al. (2011) hanno approfondito gli aspetti relativi alla conformazione del distributore orizzontale ed alla lunghezza di sbocco della camera di produzione. Kokubu et al. (2011) hanno analizzato il caso di un distributore verticale in una turbina a basso numero di giri specifico. De Andrade et al. (2011) hanno recentemente analizzato l'influenza sui risultati del calcolo del numero di celle utilizzate per discretizzare il fluido nelle diverse parti della turbina, approfondendo, inoltre, l'aspetto relativo alla efficienza dell'impianto al variare del numero di giri della girante.

Tranne che nello studio di *Kaniecki* (2002), sviluppato con una geometria bidimensionale tramite il codice numerico FLUENT ver. 5.0, in tutti gli altri casi è stato utilizzato il codice CFX.

L'analisi della letteratura esistente mostra che manca una visione di insieme del problema. Infatti, pur in presenza di alcuni interessanti risultati relativi alla influenza dei singoli elementi geometrici sull'efficienza dell'impianto, tali risultati si riferiscono a poche condizioni di progetto e di funzionamento.

Nel presente lavoro si vuole in particolare investigare con maggiore attenzione l'effetto della variazione del carico idraulico a monte della turbina sul rendimento dell'impianto. A tale scopo si è ipotizzato l'utilizzo di una turbina crossflow senza distributore a monte della girante, risolvendo con il codice CFX il campo di moto al variare della portata in ingresso. I risultati così ottenuti hanno permesso di tracciare la curva caratteristica e la curva del rendimento nonché di ottenere preziose informazioni circa i campi di moto che si instaurano all'interno della turbomacchina.

3.1 Caratteristiche geometriche

Le caratteristiche geometriche della turbomacchina, appositamente progettata sulla base delle indicazioni fornite da Aziz e Totapally (1994), sono riportate in Tabella 1,

mentre la sezione trasversale è riportata in Figura 3.



Figura 3. Sezione della turbomacchina

$r_l [\mathrm{mm}]$	178	Raggio del perimetro esterno della girante
$r_2 [\mathrm{mm}]$	121	Raggio del perimetro interno della girante
N[-]	35	Numero di pale
α_{l} [°]	16	Angolo d'attacco secondo progetto
$\beta_I = \beta_4 [\circ]$	22	Angolo formato tra l'intradosso delle pala e la tangente
		alla circoferenza esterna della girante
$\beta_2 = \beta_3 [\circ]$	90	Angolo formato tra l'intradosso delle pala e la tangente
		alla circoferenza interna della girante
<i>n</i> [rpm]	745	Velocità di rotazione della girante
<i>d</i> [mm]	30	Diametro del mozzo
σ [dm2/m]	4.13	Apertura aeroforo

Tabella 1. Caratteristiche geometriche della turbomacchina.

Come si evince dalla figura, il nozzle consiste in un tratto convergente che serve sia a direzionare il flusso in ingresso nella girante, sia a limitare le perdite di carico nel tubo stesso.

Sulla sommità dello scarico della turbina è previsto l'inserimento di un foro aeroforo che mette in comunicazione lo scarico stesso con l'atmosfera.

3.2 Modello numerico

Date le caratteristiche di planarità del moto che si instaura all'interno di una turbina cross-flow, le simulazioni fluidodinamiche possono essere condotte su un modello numerico 2D, ma poiché il software utilizzato (ANSYS CFX) non permette di effettuare

simulazioni fluidodinamiche bidimensionali (*AnsysInc.*, 2006) il problema è stato affrontando realizzando una mesh fluidodinamica estrusa ad un solo strato, imponendo condizioni di simmetria sulle due facce laterali. Al fine di ridurre ulteriormente la complessità computazionale è stato adottato il processo di snellimento della mesh suggerito da Fecarotta et al. (2011). In tal modo i due domini fisici dello statore (convergente e scarico) e della girante sono stati suddivisi rispettivamente in 192770 e 160563 volumi finiti (Figura 4).



Figura 4. Mesh fluidodinamica del dominio di calcolo e zoom in corrispondenza dell'ingresso della girante

L'acqua e l'aria presenti all'interno del dominio di calcolo sono state modellate secondo il modello omogeneo a superficie libera (*AnsysInc.*, 2006): secondo questo modello i due fluidi condividono gli stessi campi fluidodinamici di pressione, velocità e turbolenza. I calcoli sono stati condotti sia in modalità steady che in modalità transient. I calcoli steady risolvono le equazioni di Reynolds considerando l'indipendenza del campo di moto dal tempo e presentano perciò una complessità computazionale minore rispetto alla modalità transient, che viceversa risolve il campo di moto per ogni istante temporale simulato. Inoltre, per la modalità steady, il software non permette di abbinare la modellazione della spinta di galleggiamento ad un dominio rotante, per cui i risultati ottenuti con i calcoli condotti in modalità steady sono stati convalidati con calcoli transient di confronto.

All'ingresso dello statore è stata imposta una velocità in ingresso ortogonale alla superficie e le frazioni volumetriche rispettivamente di aria (nulla) e di acqua (100%). Alla base della macchina, in corrispondenza dello scarico, è stata definita una condizione di sbocco in atmosfera, imponendo il valore di pressione (1 atm), e consentendo un eventuale flusso d'aria dall'esterno verso l'interno della macchina. La stessa condizione al contorno è stata imposta in corrispondenza dello scarico alla sommità dello scarico. La velocità della girante è stata posta pari a 745 rpm.

Le equazioni sono state risolte con un modello numerico al secondo ordine di accuratezza nello spazio e nel tempo (per la simulazione transient). Anche la turbolenza è stata risolta con un grado di accuratezza pari a 2.

3.3 Risultati numerici

Al variare della portata e della velocità in ingresso sono state condotte numerose simulazioni numeriche, in modo da ottenere sia la curva caratteristica che la curva del rendimento della turbomacchina (Figura 5).

Il rendimento è stato calcolato come rapporto fra la potenza fornita alla girante (momento torcente applicato per velocità di rotazione) e la differenza fra la potenza della corrente idrica in ingresso ed in uscita della girante. Come si evince il punto di massimo rendimento si colloca in corrispondenza di una portata pari a circa $3.16 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}$ (corrispondenti ad una velocità all'inlet V = 10.5 m/s) con un valore del rendimento pari a 86.02 punti percentuali.



Figura 5. Curve caratteristica (quota piezometrica all'inlet) e del rendimento della turbomacchina

In Figura 6 sono riportati i campi di moto per tre condizioni di funzionamento $(Q=1.05, 3.16 e 6.01 \text{ m}^3/\text{s}\cdot\text{m})$ ovvero V=3.5, 10.5 e 20 m/s). La scala dei colori indica il modulo della velocità nelle linee di flusso e la percentuale d'aria nelle rimanenti superfici. Le linee di flusso tracciate sono quelle proprie delle velocità relative all'interno della girante e delle velocità assolute all'esterno della girante. Si osservi come per le maggiori velocità (V=20 m/s) in entrata la traiettoria nella girante è poco influenzata dalla velocità di rotazione e continua con andamento pressoché rettilineo sino a raggiungere la parte interna di nuove pale. Di contro, per minori velocità di entrata (V=3.5 m/s), le traiettorie delle particelle sono fortemente influenzate dalla velocità di rotazione. Qualora fossero tracciate in un sistema di riferimento fisso, tenderebbero ad allontanarsi rapidamente dalla direzione radiale, acquistando

rapidamente una componente normale al raggio che porta le particelle ad anticipare, rispetto al caso precedente, l'uscita dalla girante. La particolare geometria della turbina cross-flow consente comunque, anche nel caso di basse velocità, che l'energia residua posseduta dalle particelle dopo l'attraversamento della prima corona di pale venga recuperata da altre, più prossime a quelle di ingresso rispetto al caso di maggiore velocità.



Figura 6. Campi di moto per tre condizioni di funzionamento





A riprova della veridicità dei calcoli si mostra, per il punto di massimo rendimento,

il risultato del calcolo transient. Il risultato, oltre a non mostrare differenze significative nel campo di moto (Figura 7), ha prodotto un valore del rendimento pari a 0.8619, valore praticamente uguale a quello ottenuto nel calcolo steady.

4 CONCLUSIONI

Lo studio numerico di una turbina cross-flow attraverso codice CFX ha consentito di simulare il suo funzionamento per un ampio intervallo di velocità di ingresso e quindi di carichi a monte. I calcoli hanno mostrato che è possibile, attraverso un corretto dimensionamento della turbina, ottenere che il rendimento si mantenga elevato per un intervallo di condizioni di portata di ingresso abbastanza ampio. L'elevata efficienza ottenuta lungo l'intera curva caratteristica rende questa tipologia di turbina particolarmente appetibile per un inserimento in condotte già esistenti e finalizzate all'adduzione per uso potabile o irriguo, dove la variabilità della portata e del carico risultano più elevate che nei tradizionali impianti idroelettrici.

Ringraziamenti. Gli autori desiderano ringraziare la Caprari S.p.a. per l'assistenza offerta nello sviluppo dei calcoli numerici e rendono noto, inoltre, che la ricerca è stata parzialmente finanziata nell'ambito del progetto HYDROENERGY della Regione Sicilia (misura 4.1.1.1).

BIBLIOGRAFIA

Ansys inc., ANSYS CFX Reference guide, Ansys Inc., Canonsburg, 2006

- Aziz N. M. & Totapally H. G. S., Design Parameter refinement for improved Cross-Flow turbine performance, Engineering report, Departement of Civil Engineering, Clemson University, Clemson, South Carolina, January 1994
- Carravetta A., "Idrovalvola con turbina per il recupero dell'energia idraulica in esubero nelle reti di distribuzione idrica", Atti Conferenza Nazionale Politica Energetica in Italia, Bologna (2005).
- Chapallaz J. M. & Eichenberger P., Guida pratica per la realizzazione di piccole centrali idrauliche, ISBN 3-905232-20-0, ISBN 3-905232-38-3, 1992.
- Choi Y., Lim J., Kim Y., & Lee Y., "Performance and internal flow characteristics of a cross-flow hydro turbine by the shapes of nozzle and runner blade," Journal of Fluid Science and Technology, vol. 3, no. 3, pp. 398–409, 2008.
- Choi Y., Yoon H., Inagaki M., Ooike S., Kim Y. & Lee Y., Performance improvement of a crossflow hydro turbine by air layer effect, 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 12 (2010)
- De Andrade J., Curiel C., Kenyery F., Aguillón O., Vásquez A. & Asuaje M., "Numerical Investigation of the Internal Flow in a Banki Turbine," International Journal of Rotating Machinery, vol. 2011, Article ID 841214, 12 pages, 2011. doi:10.1155/2011/841214
- Desai, V.R. & Aziz, N.M., An experimental investigation of cross-flow turbine efficiency, 116, 545-550, 1994
- Fecarotta O., Carravetta A. & Ramos H., CFD and comparisons for a pump as turbine: mesh reliability and performance concerns, International journal of energy and environment, Vol. 2, Issue 1, pp. 39-48, 2011
- Fiuzat A.A. &. Akerkar B.P., "The use of interior guide tube in cross flow turbines," in Proceedings of the International Conference on Hydropower (WATERPPOWER '89), vol. 2, pp. 1111–1119, August 1989.

Fiuzat A.A. & Akerkar B.P., "Power outputs of two stages of cross-flow turbine," Journal of Energy Engineering, vol. 117, no. 2, pp. 57–70, 1991.

Haimerl, L.A. (1960). "The Cross-Flow turbine". Water Power, Vol. 12, No. 1, pp. 5-13.

- Joshi S.A., Holloway A.G.L., Chang L. & Kojabadi H.M., Development of a Stand Alone Micro-Hydro System using Pump as Turbine Technology for Low Head Sites in Remote Areas, 20th International Power System Conference, 2005
- Kaniecki, M., Modernization Of The Outflow System Of Cross-Flow Turbines Task Quarterly 6 No 4 (2002), 601–608
- Khosrowpanah S., Albertson M.L. & Fiuzat A.A., Historical overview of Cross-Flow turbine, Water Power & Dam Construction, pp. 38–43, 1984
- Kokubu K., Son S.W., Kanemoto T. & Choi Y.D., Internal Flow Analysis on a Micro Cross-Flow Type Hydro Turbine at Very Low Specific Speed Range, Proc. 11th Asian International Conference on Fluid Machinery Paper ID: AICFM_TM_012, November 21-23, 2011, IIT Madras, Chennai, India
- Mockmore C.A. & Merryfield F., The Banki Water Turbine, Bullettin Series no. 25, Engineering Experiment Station, Oregon State System of Higher Education, Oregon State College, Corvallis, Ore, USA, 1949
- Penche C., Guida all'idroelettrico minore: Per un corretto approccio alla realizzazione di un piccolo impianto, European Small Hydropower Association, ESHA, 1998
- Portegijs J., The Firefly Micro Hydro System, 2003. URL: http://www.microhydropower.net/mhp_group/portegijs/firefly_bm/ffbm_index.html
- Son S.W., Inagaki M., Han C.M. & Choi Y.D., Effect of Inlet Nozzle Shape and Draft Tube on the Performance of Cross-Flow Turbine for Small Hydropower, Proc. 11th Asian International Conference on Fluid Machinery, Paper ID: AICFM_TM_011, November 21-23, 2011, IIT Madras, Chennai, India
- Zhao L.A., Study on the proposal of Ecologically Practical Micro Hydropower System and Performance Improvement, Doctoral Dissertation of Yokohama National University, Yokohama, Japan, 2002