

Max-Planck-Institut
für Bildungsforschung
und Sozialisation
1 Berlin 33, Lentzeallee 94

D 91/632+2

Max-Planck-Institut für Bildungsforschung

Max Planck Institute for Human Development and Education

D 91/632+2

Thomas Teo & Eberhard Schröder

**LATENTE WACHSTUMSMODELLE DER
KOGNITIVEN ENTWICKLUNG:
EIN MODELLVERSUCH**

Nr. 36/ES

März 1991



**Beiträge aus dem Forschungsbereich Entwicklung und Sozialisation
Contributions from the Center for Development and Socialization**



11000350

Thomas Teo & Eberhard Schröder

**LATENTE WACHSTUMSMODELLE DER
KOGNITIVEN ENTWICKLUNG:
EIN MODELLVERSUCH**

Nr. 36/ES

März 1991

Herausgegeben vom
Forschungsbereich Entwicklung und Sozialisation
Center for Development and Socialization

Max-Planck-Institut für Bildungsforschung
Max Planck Institute for Human Development and Education
Lentzeallee 94, D-1000 Berlin 33

Die „Beiträge“ aus den Forschungsbereichen sollen Arbeitspapiere und Forschungsergebnisse aus den einzelnen Arbeitsgruppen unabhängig von einer Veröffentlichung in Büchern oder Zeitschriften schnell zugänglich machen. Die Herausgabe erfolgt in der Verantwortung des jeweiligen Forschungsbereichs. Papers in the „Contributions“ series are issued by the research centers at the Max Planck Institute for Human Development and Education to facilitate access to manuscripts regardless of their ulterior publication.

Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck, auch auszugsweise, nur mit schriftlicher Genehmigung der Autoren. All rights reserved. No part of this paper may be reproduced without written permission of the authors.

Exemplare können angefordert werden beim Institut.

Copies may be ordered from the Institute.

© 1991 Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Lentzeallee 94, D-1000 Berlin 33.

Zusammenfassung

Die Anwendungsmöglichkeiten von latenten Wachstumsmodellen, wie sie innerhalb der "Strukturgleichungsmethodologie" entwickelt wurden, sollen anhand eines konkreten entwicklungspsychologischen Forschungsprojekts demonstriert werden. Am Beispiel der kognitiven Entwicklung wird in einer Stichprobe von isländischen Kindern im Alter von 7 bis 15 Jahren geprüft, ob und wie empirische Daten und theoretische Modelle "passen", wie spezifische Forschungshypothesen getestet werden können und welche Probleme dabei zu berücksichtigen sind. Ausgehend von zwei Haupthypothesen werden zwei Grundmodelle analysiert: die einen latenten Faktor berücksichtigende "Latente Wachstumskurve" und das zwei latente Faktoren berücksichtigende "Ausgangsniveau-Zuwachs-Modell". Diese Modelle werden bezüglich ihrer statistischen Passung mit der Korrelationen, Varianzen und Mittelwerte beinhaltenden empirischen Matrix untersucht und verglichen. Innerhalb des auf die Daten passenden "Ausgangsniveau-Zuwachs-Modells" werden Hypothesen über den Zusammenhang der beiden Faktoren und über den Verlauf der kognitiven Entwicklung geprüft.

Abstract

The purpose of this paper is to demonstrate the applicability of latent growth models, which were developed within the structural equations methodology, to a concrete research project in developmental psychology. Cognitive development in a sample of Icelandic children aged seven to fifteen is studied in view of the fit between empirical data and theoretical models, in view of the testing of special hypotheses and finally in view of the solution of special problems that arise when fitting the model to the data. Starting from two main hypotheses, two fundamental models are analyzed and compared. These models are the "latent growth curve", which takes one latent factor into account, and a "level and gain model", which takes two latent factors into account. The models are analyzed with regard to their statistical fit with the empirical matrix containing correlations, variances and means. Hypotheses concerning the relationship between the two factors and the progress of the cognitive development are examined within the well fitting "level and gain model".

Die *Strukturgleichungsmethodologie* erfreut sich zunehmender Beliebtheit in den Sozialwissenschaften wie auch in der Psychologie (vgl. z. B. Dwyer, 1983; Connell & Tanaka, 1987; Pfeifer & Schmidt, 1987; Anderson, 1987; Anderson & Gerbing, 1988). Dies ist verständlich, da diese Methode beansprucht, die Entwicklung und Überprüfung von Modellen zuzulassen, die Theoriebewertung und Theorieentwicklung auf konstruktive Weise ermöglicht. Die Strukturgleichungsmethodologie verspricht damit, zu einem wichtigen Forschungsinstrument zu werden. Inzwischen liegen auch ausgereifte Computer-Programmpakete vor. Als Beispiele seien *EQS* (Version 3.0) (Bentler, 1989) und *LISREL7* (Jöreskog & Sörbom, 1988) genannt, die einen flexiblen und anwendungsorientierten Umgang mit Strukturgleichungsmodellen gestatten und dadurch manchmal für den Anwender die Voraussetzungen, Grenzen und Probleme dieses Ansatzes in Vergessenheit geraten lassen (vgl. Martin, 1987; Breckler, 1990).

Wie Strukturgleichungsmodelle für entwicklungspsychologische Fragestellungen fruchtbar gemacht werden können, demonstrierten in den letzten Jahren McArdle & Epstein (1987), McArdle (1988a, 1988b) und in Anschluß daran Bentler (1989, S. 173ff.) in hauptsächlich methodologisch und methodisch orientierten Arbeiten. McArdle & Epstein (1987) gehen in ihrem grundlegenden Wachstumsmodell von einer "integrierten Struktur" (S. 111) aus, in der sowohl längsschnittliche Korrelationen und Varianzen als auch Mittelwerte berücksichtigt werden. Dieses Wachstumsmodell unterscheidet sich von den "herkömmlichen" längsschnittlichen *Simplex-Modellen* (vgl. Jöreskog & Sörbom, 1988, S. 182ff.), die ebenfalls mit latenten Variablen arbeiten. Bei den Simplex-Modellen werden die chronologisch nachgeordneten Variablen pfadanalytisch durch die zeitlich vorgeordneten erklärt, während das *dynamische* Strukturgleichungsmodell (McArdle, 1988a) zur Repräsentation der Entwicklung, einen *chro-*

nometrischen, "hinter der Entwicklung liegenden" latenten Faktor nutzt. Da die *latenten Wachstumsmodelle* als statistische Kennziffern Mittelwerte beinhalten, können Veränderungen der zentralen Tendenz analysiert werden, die für entwicklungspsychologische Fragestellungen von besonderer Relevanz sind. Sie können auch mit Meßwiederholungsvarianzanalysen konkurrieren (zum Testen von MANOVA-Designs mit LISREL vgl. Kühnel, 1988) und erlauben durch die Einführung nicht beobachteter Variablen die Beantwortung von Fragen, die innerhalb der Varianzanalyse nicht geklärt werden können (z. B. den Zusammenhang von latenten Faktoren).

Für die Verwendung der Strukturgleichungsmethodologie im allgemeinen und der latenten Wachstumsmodelle im besonderen im Kontext der (kognitiven) Entwicklungspsychologie muß geklärt werden, ob und wie diese nicht nur auf methodologischer, sondern vor allem auf inhaltlicher Ebene erkenntniserweiternde Informationen liefern können. Wir wollen einen Beitrag zu dieser Problemstellung liefern, indem wir anhand eines vorliegenden Datensatzes Hypothesen der kognitiven Entwicklung testen und bewerten.

Eine entwicklungspsychologische Hypothese, für die sich als Klärungshilfe der *Strukturgleichungsansatz der latenten Wachstumsmodelle* eignet, lautet, daß sich die kognitive Entwicklung der untersuchten Kinder bzw. die Veränderung der Kognition über die Zeit durch einen einzigen hinter den manifesten Variablen liegenden Einflußfaktor "erklären" läßt.

Für unser entwicklungspsychologisches Forschungsprojekt ist des weiteren die Beantwortung der inhaltlichen Fragestellung, ob Kinder mit hohem kognitiven Ausgangsniveau größere Zuwächse und Kinder mit niedrigem Ausgangsniveau

niedrigere Zuwächse erreichen (*Differenzierungshypothese*), oder ob ein höheres Ausgangsniveau mit niedrigeren Zuwächsen (und umgekehrt) einhergeht (*Konvergenzhypothese*), von besonderem Interesse. Bezogen auf die latenten Wachstumsmodelle bedeutet dies zu überprüfen, ob die kognitive Entwicklung durch die Berücksichtigung eines ersten, das kognitive Ausgangsniveau des Kindes repräsentierenden Faktors und eines zweiten Faktors, der den kognitiven Zuwachs vom Ausgangsniveau zum Endniveau repräsentiert, modelliert werden kann. Danach ist die die Frage des Zusammenhangs zwischen dem *Ausgangsniveau-Faktor* mit dem *Zuwachs-Faktor* zu beantworten, wobei hypothetisch davon ausgegangen wird, daß der kognitive Ausgangsniveau-Faktor den kognitiven Zuwachs-Faktor "bestimmt".

Des weiteren sollen Hypothesen über die Form der kognitiven Entwicklung geprüft und so die Frage beantwortet werden, ob sie zwischen dem ersten und dem letzten Meßzeitpunkt exponentiell, linear oder logarithmisch verläuft.

Wenn von Grenzen der Strukturgleichungsmethodologie gesprochen wird, sei neben den methodologisch-mathematischen Annahmen und Voraussetzungen auf ein Problem verwiesen, das insbesondere im Zusammenhang mit der anwendungsorientierten Praxis der Strukturgleichungsmethodologie von Bedeutung ist: Strukturgleichungsmodelle werden in ihrer Flexibilität durch die Notwendigkeit der Identifizierbarkeit eingeschränkt.

Die Frage, ob die Strukturgleichungen durch die vorhandene empirische Information identifizierbar, d.h. lösbar sind, muß anhand zweier Aspekte entschieden werden: (a) Die Zahl der Elemente der ermittelten Matrix muß größer sein als die Zahl der zu schätzenden (freien) Parameter (die positive Differenz gibt die Zahl der Freiheitsgrade des Gleichungssystems an). Es handelt sich dabei um eine notwendige aber keineswegs hin-

reichende Voraussetzung, da (b) Modellfälle auftreten können, bei denen diese Voraussetzung zwar erfüllt ist, aber nicht alle Parameter des Gleichungssystems schätzbar sind. Es gibt dann unbekannte Parameter in den Gleichungen, die nicht aus den bekannten ermittelt werden können.

Die Frage der Identifizierbarkeit ist jedoch nur partiell mit Hilfe der Programmpakete lösbar, und muß deswegen dem Programmdurchlauf vorgeordnet algebraisch beantwortet werden. Nicht identifizierbare aber inhaltlich sinnvolle Modelle können durch Identifikationsrestriktionen remodelliert werden, indem z. B. der Einfluß mehrerer Residuen auf die manifeste Variable als gleich stark modelliert wird (s. u.).

Methode

Die Daten zur kognitiven Entwicklung entstammen der Längsschnittstudie *Kindliche Entwicklung und soziale Struktur* (vgl. Edelstein et al., 1984; Edelstein, Keller & Schröder, 1989). Die Studie sucht Fragen nach intraindividuellen und interindividuellen Unterschieden in den Entwicklungsverläufen der Kognition, der sozialen Kognition und der Persönlichkeit unter Berücksichtigung der Effekte aufgabenspezifischer, psychologischer und sozialstruktureller Bedingungen zu beantworten. Dabei greift sie auf eine kontextualistisch eingeschränkte Variante der strukturgenetischen Theorie Piagets zurück (vgl. Schröder & Edelstein, im Druck). Zum ersten Meßzeitpunkt enthält die Stichprobe 121 Kinder. Die Stichprobe wurde im Sinne eines quasi-experimentellen Versuchsplans in Abhängigkeit von den Designvariablen Geschlecht, Schicht und Fähigkeitsniveau ausgewählt und mit 7, 9, 12 und 15 Jahren längsschnittlich untersucht. Mittlerweile liegen

Ergebnisse vor, die sich auf drei psychologisch und entwicklungspsychologisch zentrale Bereiche beziehen: die Entwicklung des Ichs und der Persönlichkeit (z. B. Hofmann, 1991), die Entwicklung der sozialen Kognition (z. B. Keller & Wood, 1989) und die kognitive Entwicklung (z. B. Schröder, 1989).

Um einen Gesamtscore der kognitiven Entwicklung zu bilden, wurden die längsschnittlich erhobenen Leistungen in den verschiedenen Aufgaben (vgl. dazu Schröder, 1989) für jeden Meßzeitpunkt gemittelt. Als *konkrete Operationen* wurden Leistungen der Konservierung, Klasseninklusion, verbalen Klassifikation, logischen Multiplikation erhoben; als *formale Operationen* Leistungen der multiplen Kompensation (Volumeninvarianz), Syllogismen, Isolierung von Variablen und der Pendelaufgabe. Die theoretische, empirisch bestätigbare, Voraussetzung dieser Aggregation ist die Annahme, daß die Aufgaben zu den formalen Operationen im Alter von sieben Jahren ungelöst, und die Aufgaben zu den konkreten Operationen mit fünfzehn Jahren alle gelöst sind. Dies ermöglicht eine Ermittlung und Abbildung der kognitiven Entwicklung insgesamt (s. Abb. 1).

Abbildung 1 hier einfügen

Zur Prüfung der ersten Hypothese, wonach sich der Verlauf der kognitiven Entwicklung der Kinder durch einen einzigen hinter den manifesten Variablen liegenden Einflußfaktor "erklären" läßt, greifen wir auf das Modell der *Latenten Wachstumskurve* ("latent growth curve" - vgl. McArdle & Epstein, 1987 und McArdle, 1988a) (s. Abb.2) zurück. In diesem Modell werden längsschnittlichen Korrelationen, Varianzen und Mittelwerte berücksichtigt. Der unbeobachtete latente Faktor wird in diesem Modell durch die meßwieder-

holten Werte der kognitiven Entwicklung festgelegt. Die kognitive Veränderung wird als eine Funktion der Zeit gedeutet.

Abbildung 2 hier einfügen

Zur Prüfung der zweiten Hypothese, wonach sich kognitive Entwicklung durch ein Modell mit zwei latenten Faktoren erklären läßt, greifen wir auf das *Ausgangsniveau-Zuwachs-Modell* (vgl. McArdle, 1988b) zurück (s. Abb. 3). Der erste Faktor repräsentiert das Ausgangsniveau der kognitive Leistung zum ersten Meßzeitpunkt und geht als solcher in jeden weiteren Meßzeitpunkt ein, während der zweite Faktor durch den Zuwachs zwischen den Meßzeitpunkten bestimmt wird.

Abbildung 3 hier einfügen

In *verschachtelten Modellen* lassen sich Hypothesen über den Verlauf der Kognition (exponentiell, linear, logarithmisch) überprüfen, und die Frage nach dem Ausmaß des Zusammenhangs zwischen Ausgangsniveau-Faktor und Zuwachs-Faktor anhand statistischer Maße der Gesamtanpassung und anhand von Beurteilungskriterien für Teilstrukturen bewerten. Zur Überprüfung unserer Hypothesen über den Verlauf der kognitiven Entwicklung (logarithmisch, exponentiell bzw. linear) verlegen wir zwischen den festgelegten Endpunkten der Kurve mit dem Ausgangsalter 7 und dem Endalter 15 eine exponentielle, bzw. eine lineare bzw. eine logarithmische Kurve.

Der aggregierte Kognitionswert kann Ausprägungen zwischen 0 (keine der Aufgaben richtig gelöst) und 1 (alle Aufgaben richtig gelöst) annehmen. Die statistischen

Kennwerte dieses Wertes, also Korrelationen, Mittelwerte und Standardabweichungen, werden in eine *Momentmatrix* überführt. Diese Matrix ergibt sich durch die Addition der quadrierten bzw. multiplizierten Mittelwerte zu den Elementen der Kovarianzmatrix. Als zusätzliche fünfte Variable zu den vier manifesten Variablen der Momentmatrix wird eine Einheitskonstante eingeführt. Der Pfad von dieser Konstanten zum unabhängigen Faktor nimmt dadurch die Ausprägung des Mittelwerts der Kognition zum ersten Meßzeitpunkt an. Dadurch werden Mittelwerte modellierbar und schätzbar (vgl. dazu Bentler, 1989, S. 165ff.). Für alle 4 Meßzeitpunkte enthält die Stichprobe nach Bereinigung um die fehlenden Daten Werte von 100 Probanden.

Die Modellierung der kognitiven Entwicklung innerhalb von Strukturgleichungen wird an den zwei latenten Wachstumsmodellen demonstriert:

- 1) Die grundlegende Modellgleichung der Latenten Wachstumskurve $Kog_i = b_i F + E_i$ bedeutet für die Gleichung jedes einzelnen Meßzeitpunkts und der latenten Variablen (vgl. Abb.2):

$$\begin{array}{rclcl}
 Kog_1 & = & 1F & + & *E_1 \\
 Kog_2 & = & *F & + & *E_2 \\
 Kog_3 & = & *F & + & *E_3 \\
 Kog_4 & = & *F & + & *E_4 \\
 F & = & *Unit & + & *D
 \end{array}$$

Die kognitive Leistung der Kinder zu jedem der vier Meßzeitpunkte (Kog_i) ergibt sich aus der Summe von latentem Zeitfaktor (F) samt dazugehöriger Faktorladung (b_i) und Meßfehler (E_i). Der latente Faktor ergibt sich aus der Summe von Einheitskonstante (Unit) und Residuum (D). Im Grundmodell wird der Pfad vom Faktor (F) zur manifesten Variablen "kognitive Leistung" mit sieben Jahren (Kog_1) auf 1 fixiert - es handelt sich also um einen festen Parameter -, damit für die durch Sterne gekenn-

zeichneten zu schätzenden (freien) Parameter eine Referenzbasis zur Verfügung steht. Der ersten Faktorladung könnte eine beliebige andere Zahl zugeordnet werden. Für altersskalenabhängige Schätzungen ist die Wahl der "7" als Ausgangsmeßzeitpunkt opportun. Für die restlichen ungemessenen unabhängigen Variablen (Residuen) wird die Varianz auf "1" festgelegt, da in den Strukturgleichungsmodellen für jede ungemessene Variable die Skala festgelegt sein muß. (Eine andere Möglichkeit der Festlegung böte die Fixierung der Pfade der Residuen zu den kognitiven Leistungen auf "1". Auf diese Weise könnten die Varianzen der Residuen geschätzt werden).

- 2) Die Grundgleichung des Ausgangsniveau-Zuwachs-Modells $Kog_i = 1F_1 + b_i F_2 + E_i$ läßt sich für die Strukturgleichung jedes einzelnen Meßzeitpunktes und der latenten Faktoren folgendermaßen bestimmen: (vgl. Abb.3):

$$\begin{array}{rcllcl}
 Kog1 & = & 1F1 & + & *E1 \\
 Kog2 & = & 1F1 & + & *F2 & + & *E2 \\
 Kog3 & = & 1F1 & + & *F2 & + & *E3 \\
 Kog4 & = & 1F1 & + & 1F2 & + & *E4 \\
 F1 & = & *Unit & + & & & *D1 \\
 F2 & = & *Unit & + & & & *D2
 \end{array}$$

In diesem Grundmodell sind bei ausreichend vielen Freiheitsgraden nicht alle Parameter des Gleichungssystems, d.h. die Residuen der manifesten Variablen, identifizierbar. Als Lösung bietet sich die Einschränkung an, die Meßfehler der manifesten Variablen als hypothetisch identisch zu modellieren (ob dies gerechtfertigt ist, ist an den Ergebnissen nachzuprüfen).

$$*E1 = *E2 = *E3 = *E4$$

Das "Altersskalenmodell", das das Ausgangsalter berücksichtigt, unterscheidet sich vom Grundmodell nur durch die Eingabe veränderter fixierter Werte - die Beurteilungskriterien der Gesamtstruktur bleiben gleich.

Strukturgleichungen für das Altersgrundmodell:

$$\begin{aligned} Kog1 &= 7F1 + *E1 \\ Kog2 &= 7F1 + *F2 + *E2 \\ Kog3 &= 7F1 + *F2 + *E3 \\ Kog4 &= 7F1 + 8F2 + *E4 \end{aligned}$$

In einem ersten *verschachtelten Modell* des Ausgangsniveau-Zuwachs-Modells wird ein Pfad zwischen dem Ausgangsniveau-Faktor und dem Zuwachs-Faktor angenommen, d. h. es wurde von einem kausalem Einfluß des Ausgangsniveau-Faktors auf den Zuwachs-Faktor ausgegangen:

$$F2 = *F1 + *Unit + *D2$$

In drei weiteren verschachtelten Modellen wird die Hypothese überprüft, ob sich die kognitive Entwicklung nur als polynomische oder nicht auch als exponentielle, lineare oder als logarithmische Funktion abbilden läßt. Diese drei Modelle berücksichtigen fixierte Werte für den Zuwachs.

Für die exponentielle Funktion: $y = 3.59 \cdot 10^{(4.14E-2x)}$

$$\begin{aligned} Kog1 &= 7F1 + *E1 \\ Kog2 &= 7F1 + 1.47F2 + *E2 \\ Kog3 &= 7F1 + 4.27F2 + *E3 \\ Kog4 &= 7F1 + 8F2 + *E4 \end{aligned}$$

Für die lineare Funktion: $y = x$

$$\begin{aligned} Kog1 &= 7F1 + *E1 \\ Kog2 &= 7F1 + 2F2 + *E2 \\ Kog3 &= 7F1 + 5F2 + *E3 \\ Kog4 &= 7F1 + 8F2 + *E4 \end{aligned}$$

Für die logarithmische Funktion: $y = -13.43 + 24.17 \log(x)$

$$\begin{aligned} Kog1 &= 7F1 + *E1 \\ Kog2 &= 7F1 + 2.64F2 + *E2 \\ Kog3 &= 7F1 + 5.66F2 + *E3 \\ Kog4 &= 7F1 + 8F2 + *E4 \end{aligned}$$

Die Schätzung der Parameter erfolgte mit dem Programm EQS (Version 2.1). Technische Einzelheiten innerhalb des Programmpakets, wie z. B. die verteilungsabhängige Wahl der Verfahren, finden sich bei Bentler (1989). Bei den vorliegenden Daten wurde aufgrund des Nachweises der multivariaten Normalverteilung der meßwiederholten Variablen Kognition die Maximum-Likelihood-Methode gewählt.

Ergebnisse

- (1) Zunächst werden Ergebnisse für die Latente Wachstumskurve berichtet: Tabelle 1 zeigt die Schätzergebnisse für die gemessenen Variablen (Kog_i), für die latente Variable (F) - mit den jeweiligen Pfaden, den Residuen und Standardschätzfehlern - und Beurteilungskriterien für die Gesamtanpassung. Betrachtet man den Pfad von der Einheitskonstanten (Unit) auf den Faktor F (vgl. Abb. 2), der aufgrund der Festlegung $F = *Unit + *D$ bei guter Schätzung mit dem Mittelwert von Kog_1 übereinstimmen müßte, ist eine Überschätzung festzustellen (0.20 statt 0.19). Ähnliches zeigt sich für die Mittelwerte der weiteren Meßzeitpunkte, womit eine Diskrepanz zwischen den im Modell geschätzten und den manifest ermittelten Mittelwerten ersichtlich wird.

Tabelle 1 hier einfügen

Die Fixierung des Pfads vom Faktor zur manifesten Variablen des ersten Meßzeitpunktes nicht auf "1", sondern auf "7" dient dem Zweck, das latente Alter (die Um-

setzung der kognitiven Entwicklung auf die Altersskala) mit dem manifesten Alter (sieben, neun, zwölf und fünfzehn) zu vergleichen (vgl. McArdle und Epstein, 1987). In unseren Ergebnissen zeigt sich, daß sich die Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben von 7 auf 9 Jahre bereits verdoppelt (s. Abb. 1), daß das latente Alter zum 2. Meßzeitpunkt auf über 14 geschätzt wird (zum dritten auf 20.09 und zum vierten auf 24.12).

Allerdings sind bei der Bewertung der Ergebnisse Beurteilungskriterien der Gesamtanpassung zu berücksichtigen, die bei McArdle & Epstein (1987) in der Diskussion ihrer ähnlich strukturierten Ergebnisse nicht erwähnt werden: ein dort wie hier vorfindlicher signifikanter Chi-Quadrat Wert bedeutet, daß Modell und Daten nicht passen (die Nullhypothese lautet innerhalb der Strukturgleichungsmethodologie: Modell und Daten "fitten"). Uns scheint sowohl die inhaltliche Interpretation der Teilergebnisse (z.B. des latenten Alters) als auch die weiterführenden Schritte des Testens verschachtelter Modelle innerhalb dieses Grundmodells, der Vergleich von Chi-Quadrat-Wert im Verhältnis zu den Freiheitsgraden der verschachtelten Modelle, wie dies McArdle und Epstein (1987) getan haben, da die Daten und das Grundmodell nicht passen, nicht angemessen (vgl. auch die Kritik von Bentler 1989, S. 173ff.).

Als Resümee kann hier nur festgehalten werden, daß sich die kognitive Entwicklung der Kinder dieser Stichprobe durch das Modell der Latenten Wachstumskurve nicht adäquat explizieren läßt.

- 2) Wir gehen jetzt zur Darstellung und Analyse des Ausgangsniveau-Zuwachs-Grundmodells und seiner Untermodelle über:

Die Ergebnisse für das Grundmodell, d. h. die Maße für die Gesamtanpassung von Modell und Daten sind gut. Die kognitive Entwicklung der Kinder unserer Stichprobe läßt sich durch dieses Modell adäquat abbilden. In diesem Beispiel liegt der *p-Wert* bei 80% (in passenden Modellen sollte der *p-Wert* größer als 5% sein) und der nach Bentler-Bonett normierte *Fit Index* liegt nahe bei 1.

Die Mittelwertschätzungen für die manifesten Variablen ergeben

$$\text{Kog}_1=0.19; \text{Kog}_2 = 0.19+0.42 * 0.51 = 0.40; \text{Kog}_3 = 0.19+0.77 * 0.51 = 0.58;$$
$$\text{Kog}_4 = 0.19+0.51 = 0.70.$$

Sie sind demnach identisch mit den tatsächlichen Mittelwerten (s. Tab. 2).

Tabelle 2 hier einfügen

Für das Altersskalenmodell ergeben sich in der Tat ein Chi-Quadrat Wert und Fit-Index, die mit den Werten des Grundmodells identisch sind (nur die Referenzbasis wurde geändert). Die Zuwächse in der kognitiven Entwicklung (vgl. Abb. 1) nehmen ab: der größte Zuwachs ist von sieben auf neun Jahre, ein geringerer von neun auf zwölf Jahre und ein nochmals verringerter Zuwachs von zwölf auf fünfzehn Jahre festzustellen. Das Altersskalenmodell schätzt das latente Alter auf 7, 10.34, 13.13 und 15 Jahre. Dies bedeutet, daß die 9jährigen Kinder stärker von einem hypothetischen linearen Verlauf abweichen als die 12jährigen.

Das "Pfad-Modell", welches einen "kausalen Zusammenhang" zwischen den beiden Faktoren annimmt, schneidet in der Beurteilung der Gesamtstruktur ähnlich

gut ab (vgl. Tab.3). Allerdings läßt sich an den Teststatistiken und den Beurteilungskriterien der Teilstrukturen ablesen, daß der Pfad nicht signifikant von Null unterschieden werden kann. Nach diesem Modell besteht folglich kein Zusammenhang zwischen dem Ausgangsniveau-Faktor und dem Zuwachs-Faktor der kognitiven Entwicklung. Das Ausgangsniveau der kognitiven Entwicklung mit sieben Jahren sagt demnach nichts über die Höhe des Zuwachses bis fünfzehn Jahre aus.

Tabelle 3 hier einfügen

Wird das Grundmodell mit den verschachtelten Modellen verglichen, zeigt sich, daß das *exponentielle Modell*, das *lineare Modell* und das *logarithmische Modell*, bei denen die Zuwachswerte der jeweiligen Funktion entsprechend fixiert werden, die Datenstruktur nicht passend repräsentieren (vgl. Tab.3). Sie sind signifikant vom Grundmodell zu unterscheiden (vgl. Chi-Quadrat-Wert im Verhältnis zu den Freiheitsgraden). Die Hypothese, daß sich die kognitive Entwicklung dieser Stichprobe als die vorher definierte exponentielle, lineare oder logarithmische Funktion adäquat beschreiben läßt, kann somit verworfen werden.

Diskussion

Die Ergebnisse der Anwendung der latenten Wachstumsmodelle für dieses konkrete entwicklungspsychologische Forschungsvorhaben können folgendermaßen zusammengefaßt werden: Die kognitive Entwicklung der Kinder der vorliegenden Stichprobe läßt

sich nicht durch das Modell der Latenten Wachstumskurve repräsentieren: die kognitive Entwicklung läßt sich nicht durch einen einzigen, hinter den manifesten Variablen liegenden Einflußfaktor erklären. Die kognitive Entwicklung läßt sich jedoch durch ein Modell abbilden, in dem das Ausgangsniveau und der Zuwachs berücksichtigt werden. In diesem Modell zeigt sich, daß der das kognitive Entwicklungsniveau mit sieben Jahren repräsentierende Ausgangsniveau-Faktor keinen Einfluß auf den Zuwachs-Faktor hat. Diese Ergebnisse können durch Analysen auf manifester Ebene bestätigt werden, in denen gezeigt wird, daß Kinder mit hohem Ausgangsniveau gleiche Zuwächse haben wie Kinder mit niedrigem Ausgangsniveau. Hypothesen, nach denen sich die kognitive Entwicklung der Kinder in diesem Modell als linear, logarithmisch oder exponentiell abbilden läßt, bzw. der tatsächliche Zuwachs nur zufällig von einer linearen, exponentiellen oder logarithmischen Funktion abweicht, können verworfen werden.

Die heuristischen Möglichkeiten der Beantwortung von Fragestellungen der Entwicklungspsychologie durch die Strukturgleichungsmethodologie sind, wie wir zu zeigen versuchten, positiv einzuschätzen. Sie rechtfertigen auch den Aufwand bei der Entwicklung von Modellen, beim Problem der Identifizierbarkeit und bei der Verschachtelung von Modellen. Bentlers (1989, S. 173ff.) Entwicklung eines über die Latente Wachstumskurve hinausgehenden *Zwei-Faktor-Wachstumsmodells*, bei dem der erste Faktor die beiden ersten und der zweite die beiden letzten Meßzeitpunkte repräsentiert, verdeutlicht diese Bewertung.

Die Längsschnittstudie, auf die sich unsere Analysen beziehen, geht vom Primat des Forschungsgegenstandes vor der Methode aus und erforscht die Kognition unter Berücksichtigung *strukturgenetischer* Prämissen (Piaget). Die Rekonstruktion der kogni-

tiven Entwicklung wurde für substantielle Fragestellungen bereits geleistet (Schröder, 1989). An einzelnen Problemstellungen, wie dem Zusammenhang von Ausgangsniveau und Zuwachs oder dem Gesamtverlauf der kognitiven Entwicklung wird indessen deutlich, daß die Strukturgleichungsmethodologie subsidiär auch für diese Studie zu verwenden ist, und für einzelne Fragestellungen konstruktiv angewendet werden kann.

Die Beantwortung der für die Längsschnittstudie relevanten differentiellen Fragestellungen, ob sich die kognitive Entwicklung einzelner Gruppen (Designvariablen des Forschungsprojekts sind Geschlecht, Schichtzugehörigkeit und Fähigkeitsniveau) innerhalb eines passenden Modells unterscheidet bzw. wie das latente Wachstum bei diesen Gruppen verläuft, ist innerhalb der Strukturgleichungsmethodologie prinzipiell beantwortbar. Freilich reduziert sich dadurch die Anzahl der Personen je Gruppe, womit sich für eine solche Untersuchung aufgrund der methodologischen Voraussetzungen der von großen Stichproben ausgehenden Strukturgleichungsmethodologie die Ergebnisse relativieren: ein nicht-signifikanter Wert (ein passendes Modell) wäre in Abhängigkeit von der Frage nach einem ausreichend großen Stichprobenumfang zu interpretieren (vgl. Backhaus et al., 1987, S. 282ff. und Bollen, 1990). Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Modell angenommen wird, steigt mit geringeren Stichprobengrößen, sodaß uns die Dokumentation differentieller Ergebnisse nicht gerechtfertigt scheint.

TABELLEN

Tabelle 1

Ergebnisse für die Latente Wachstumskurve

Maximum Likelihood Lösung*

Kog1	=	1.00F		+	0.12E ₁	(0.01)
Kog2	=	2.01F	(0.12)	+	0.10E ₂	(0.01)
Kog3	=	2.87F	(0.17)	+	0.09E ₃	(0.01)
Kog4	=	3.45F	(0.20)	+	0.07E ₄	(0.01)
F	=	0.20Unit	(0.01)	+	0.04D	(0.00)

CHI-Quadrat: 46.25 bei 5 Freiheitsgraden p < 0.001

Bentler-Bonett normierter Fit Index: 0.959

* Standardschätzfehler in Klammern

Tabelle 2

Ergebnisse für das Ausgangsniveau-Zuwachs-Modell

Maximum Likelihood Lösung*

Kog1	=	1.00F ₁	+				0.08E ₁	(0.00)
Kog2	=	1.00F ₁	+	0.42F ₂	(0.02)	+	0.08E ₂	(0.00)
Kog3	=	1.00F ₁	+	0.77F ₂	(0.02)	+	0.08E ₃	(0.00)
Kog4	=	1.00F ₁	+	1.00F ₂		+	0.08E ₄	(0.00)
F ₁	=	0.19Unit			(0.01)	+	0.11D ₁	(0.01)
F ₂	=	0.51Unit			(0.01)	+	0.04D ₂	(0.02)

CHI-Quadrat: 3.87 bei 7 Freiheitsgraden

p < 0.795

Bentler-Bonett normierter Fit Index:

0.997

* Standardschätzfehler in Klammern

Tabelle 3

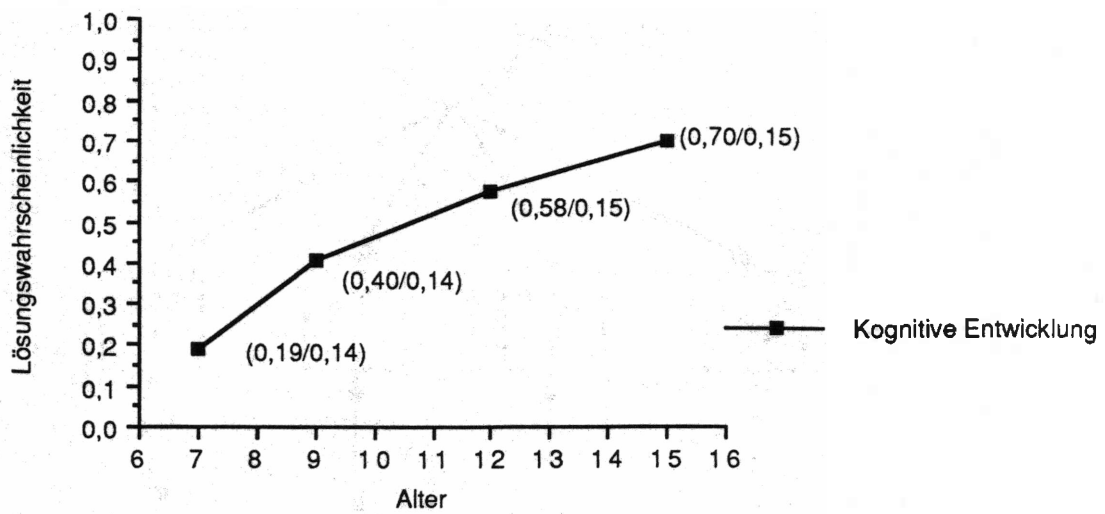
**Vergleich von Gesamtanpassungsmaßen verschachtelter Modelle innerhalb
des Ausgangsniveau-Zuwachs-Modells**

Modell	Chi-Quadrat	df	p
>Grundmodell<	3.87	7	0.795
>Pfad zwischen F1 und F2<	3.58	6	0.733
>exponentiell<	145.95	9	<0.001
>linear<	77.31	9	<0.001
>logarithmisch<	23.73	9	0.005

ABBILDUNGEN

Abbildung 1

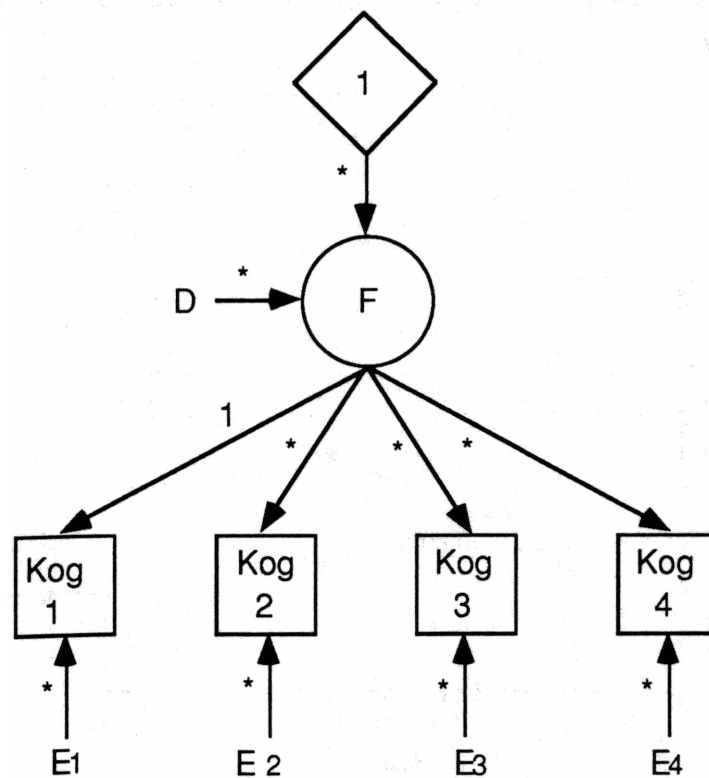
Entwicklung der Kognition von sieben bis fünfzehn Jahre



In Klammern: Mittelwerte / Standardabweichungen

Abbildung 2

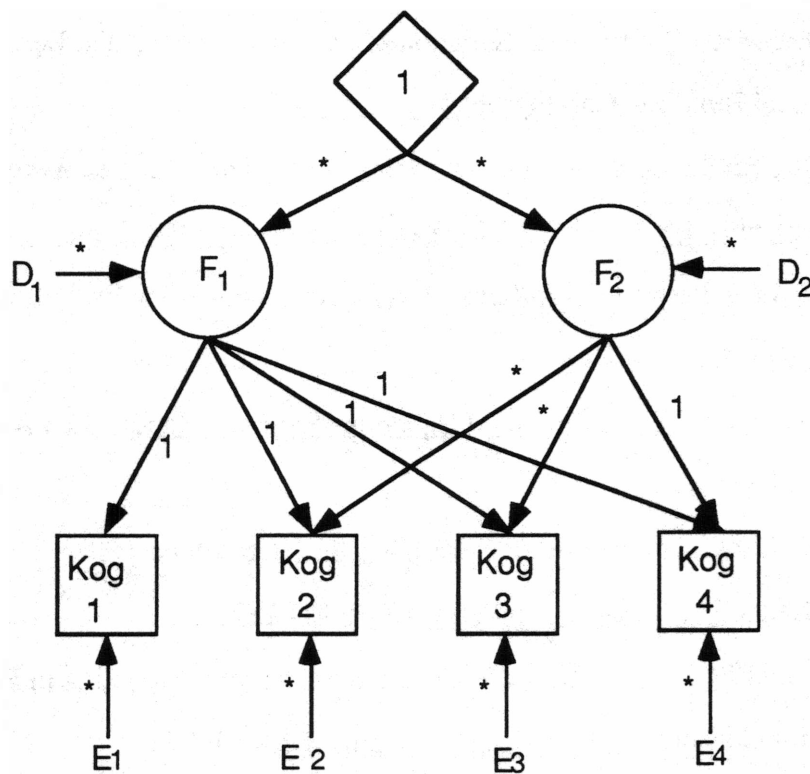
Das Grundmodell der Latenten Wachstumskurve für die Kognition



Legende: F: Faktor (latente Variable); Kog1, Kog2, Kog3, Kog4: kognitive Leistung zum ersten, zweiten, dritten und vierten Meßzeitpunkt (manifeste Variable); E1, E2, E3, E4: Fehler (Residual der manifesten Variable); D: Residuum der latenten Variable; Sterne (*) bezeichnen zu schätzende Parameter. Die >1< in dem auf der Ecke stehenden Quadrat symbolisiert die Einheitskonstante (Unit).

Abbildung 3

Das Ausgangsniveau-Zuwachs-Grundmodell für die Kognition



Legende: F_1 : Ausgangsniveau-Faktor (latente Variable); F_2 : Zuwachs-Faktor (latente Variable); $Kog_1, Kog_2, Kog_3, Kog_4$: kognitive Leistung zum ersten, zweiten, dritten und vierten Meßzeitpunkt (manifeste Variable); E_1, E_2, E_3, E_4 : Fehler (Residual der manifesten Variable); D_1, D_2 : Residuen der latenten Variablen; Sterne (*) bezeichnen zu schätzende Parameter. Die 1 in dem auf der Ecke stehenden Quadrat symbolisiert die Einheitskonstante (Unit).

Literatur

- Anderson, J. C. & Gerbing, D. W. (1988). Structural Equation Modeling in Practice: A Review and Recommended Two-Step Approach. Psychological Bulletin, 103, 411 - 423.
- Anderson, J. G. (1987). Structural Equation Models in the Social and Behavioral Sciences: Model Building. Child Development, 58, 49 - 64.
- Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W., Schuchard-Fischer, Chr. & Weiber, R. (1987). Multivariate Analysemethoden. Eine anwendungsorientierte Einführung. Vierte, neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris, Tokyo: Springer.
- Bentler, P. M. (1989). EQS. Structural Equations Program Manual. Los Angeles: BMDP Statistical Software.
- Bollen, K. A. (1990). Overall Fit in Covariance Structure Models: Two Types of Sample Size Effects. Psychological Bulletin, 107, 256 - 259.
- Breckler, S. J. (1990). Applications of Covariance Structure Modeling in Psychology: Cause for Concern? Psychological Bulletin, 107, 260 -273.
- Connell J. P. & Tanaka, J. S. (1987). Introduction to the Special Section on Structural Equation Modeling. Child Development, 58, 2 - 3.
- Dwyer, J. H. (1983). Statistical Models for the Social and Behavioral Sciences. New York; Oxford: Oxford University Press.
- Edelstein, W., Schröder, E., Kliegl, R., Spellbrink, W., Zebergs, D., & Baker, D. (1984). Das Projekt "Kindliche Entwicklung und soziale Struktur". In K. E. Grossmann & P. Lütkenhaus (Hrsg.), Bericht über die 6. Tagung

Entwicklungspsychologie in Regensburg (Bd. 2). Regensburg: Universität Regensburg.

- Edelstein, W., Keller, M. & Schröder, E. (1989). Child Development and Social Structure. In R. Lerner, D. Featherman & P. B. Baltes (Eds.), Life Span Development and Behavior, Vol. 10. Hillsdale, NJ.: Erlbaum.
- Hofmann, V. (1991). Die Entwicklung depressiver Reaktionen in Kindheit und Jugend. Eine entwicklungspsychopathologische Längsschnittuntersuchung. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung - Studien und Berichte, Band 51 (in Druck).
- Jöreskog, K. G. & Sörbom, D (1988). LISREL 7. A Guide to the Program and Applications. Chicago: SPSS.
- Keller, M. & Wood, P. (1989). Development of Friendship Reasoning: A Study of Interindividual Differences in Intraindividual Change. Developmental Psychology, Vol 25, 5, 820 - 826.
- Kühnel, S. M. (1988). Testing MANOVA Designs with LISREL. Sociological Methods & Research, 16, 504 - 523.
- Martin, J. A. (1987). Structural Equation Modeling: A Guide for the Perplexed. Child Development, 58, 33 - 37.
- McArdle, J. J. (1988a). Dynamic but Structural Equation Modeling of Repeated Measures Data. In J. R. Nesselroade & R. B. Cattell (Eds.), Handbook of Multivariate Experimental Psychology. Second Edition. New York; London: Plenum Press.
- McArdle, J. J. (1988b). Structural Modeling Experiments using Multiple Growth Functions. Prepared for Learning and Individual Differences: Abilities, Motivation, and Methodology, University of Minnesota.

McArdle, J. J. & Epstein, D. (1987). Latent Growth Curves within Developmental Structural Equation Models. Child Development, 58, 110 - 133.

Pfeifer, A. & Schmidt, P. (1987). LISREL. Die Analyse komplexer Strukturgleichungsmodelle. Stuttgart; New York: Fischer.

Schröder, E. (1989). Vom konkreten zum formalen Denken. Individuelle Entwicklungsverläufe von der Kindheit zum Jugendalter. Bern; Stuttgart; Toronto: Huber.

Schröder, E. & Edelstein, W. (im Druck). Intrinsic and external constraints on the development of cognitive competencies. In M. Chandler & M. Chapman (Eds.), Criteria for competence: Controversy in the assesment of children's abilities. Hillsdale: Erlbaum.

REVISION '90



