ретических обобщений, применения в инженерном деле сложного математического аппарата и методов прикладной математики. Это привело к возникновению в 1950-х гг. теории колебаний – междисциплинарной теории, нацеленной на физико-математический анализ процессов в конкретных динамических системах любой природы.

В 1950-х гг. приобрела междисциплинарный статус и теория электрических цепей, первоначально развивающаяся как базовая электротехническая теория.

Таким образом, теоретическое исследование (познание) в технических науках направлено на построение моделей процесса-оригинала, позволяющих давать математическое описание и получать численное решение для различных режимов функционирования технического устройства. В связи с этим центральный объект гносеологического анализа – исследовательские процедуры и теоретические схематизации технической науки, позволяющие осуществлять переход от структурно-морфологических изображений устройств, на которых разъясняется и анализируется картина протекающих в них процессов в свете поставленной инженерной задачи, к изображению самих процессов, т.е. к математизированной модели процесса-оригинала.

Итак, "гносеологическое пространство" исследовательской деятельности в технических науках располагается между плоскостями естественнонаучных теорий, математических теорий и эмпирическим базисом, формируемым сферой проектирования технических устройств определенного типа. Исследователь – представитель технической науки работает одновременно с теоретическими схемами физической теории, теоретическими схемами технических теорий и с математическим аппаратом, интерпретированным и на физическом, и на техническом содержании. Теоретизирование в этой области характеризуется сознательной исследовательской установкой. Его практика состоит в поиске и научном обосновании способов и средств идеализации познавательных задач, возникающих в сфере инженерной деятельности.

Мы рассмотрели значения, цели, задачи, результаты двух понятий: математика и инженер. Провели аналогию, и нашли взаимосвязь между инженером и математикой. В наш век развития науки и техники, покорения космоса мы видим, что любой специалист квалифицирующийся как инженер (сфера деятельности разнообразна) обязан знать математику, ее направления, законы, теоремы, аксиомы, т.е. все разнообразные инструменты для решения задач своей профессии. Есть старая народная поговорка: "Если математику не знал, не инженером, а монтером стал". Все инженерные изыскания и результаты работ имеют под собой в основе точную науку – математику. Математика нужна инженеру, как база данных, на которой специалист строит свою деятельность, результатом которой являются плодотворные шаги в развитие науки и техники, в жизнеобеспечение людей, функциональности окружающих нас механизмов и материй.

Таким образом, мы узнали, что математика нужна инженеру для прогрессирующего развития науки и техники, для обеспечения и функциональности окружающего нас мира и материй.

Литература.

1. Колмогоров А.Н., Математика, в кн.: Большая Советская Энциклопедия, 2 изд., т. 26, М., 1954.
2. Виноградов И.М., Математика и научный прогресс, в кн.: Ленин и современная наука, кн. 2, М., 1970.
3. Гильберт Д., Бернайс П., Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики, пер. с нем., М., 1979.
4. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия, т. 1-3, М., 1970.
5. Математика XIX века. Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей, М., 1978.
6. Математика XIX века. Геометрия. Теория аналитических функций, М., 1981.

ОПРЕДЕЛЁННЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ С УЧЁТОМ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ НЕОПРЕДЕЛЁННЫХ ПРОИЗВОДНЫХ В *d*-АНАЛИЗЕ

В.А. Чуриков, к.ф.-м.н., доцент,
Томский политехнический университет, г. Томск
634050, г. Томск, пр. Ленина 30, тел. (3822) 563-593, e-mail: vachurikov@list.ru

Одним из обобщений классического анализа является *дробный анализ*, в котором операции интегрирования и дифференцирования (*интегродифференцирования*) обобщаются на вещественные и комплексные порядки [1-3]. Одним из направлений дробного анализа, является *d*-анализ, в основе которого лежит *d*-оператор дробного интегродифференцирования [4].

В d-анализе [5] для вещественных и комплексных порядков интегродифференцирования s имеется более одной *базовой производной* и как следствие *многозначная неопределённая производная*, которая определяется равенством

$$d^{-s}x : f(x) = 1^{s\{k\}} f^{(s)}(x) + 1^{s\{k\}} C_{-s}(x) \equiv f^{(s\{k\})}(x) + C_{-s}^{\{k\}}(x).$$

Здесь $1^{s\{k\}} f^{(s)}(x) \equiv f^{(s\{k\})}(x)$ - *многозначная базовая производная* вещественного (или комплексного) порядка s, которая является обобщением определённой *производной порядка s* на случай всех производных порядка s, которые получаются при дифференцировании функции $f(x)$ d-оператором порядка s, или $d^{-s}x$; $1^{-s\{k\}} C_{-s}(x) \equiv C_{-s}^{\{k\}}(x)$ - *многозначный полином дифференцирования* вещественного (или комплексного) порядка s; индекс k в зависимости от порядка интегрирования s, пробегает конечное множество значений для случаев, когда s число рациональное и бесконечное счётное множество значений, если s иррациональное; $C_{-s}(x)$ - *полином дифференцирования* [6], который является аналогом полинома интегрирования для операции дифференцирования в d-анализе; коэффициенты $1^{s\{k\}}$ определяется равенством [5]

$$1^{s\{k\}} = \exp(i2\pi sk) = \cos(i2\pi sk) + i\sin(i2\pi sk)\,.$$

Для производной в дробном анализе были введены *определённые производные* для *главных производных*, когда k=0 [7].

Для многозначной определённой производной можно ввести многозначную определённую производную.

Теорема. Если функция $f(x)$ в области значений переменной $x, (a \le x \le b)$ имеет *неопределённую многозначную производную порядка s*, $f^{(s\{k\})}(x) + C_{-s}^{\{k\}}(x)$, которая для каждого значения k будет конечна и кусочно-непрерывна на отрезке [a, b], то на данном отрезке имеется *многозначная определённая производная* порядка s функции $f(x)$, которая вычисляется с помощью формулы

$$\left.\left(\frac{d^s}{dx^s} f(x)\right)\right|_a^b \equiv d^s x\Big|_a^b : f(x) = \left.(f^{(s\{k\})}(x) + C_s^{\{k\}}(x))\right|_a^b = \tag{*}$$
$$= f^{(s\{k\})}(b) - f^{(s\{k\})}(a) + C_{-s}^{\{k\}}(b) - C_{-s}^{\{k\}}(a).$$

Появляющуюся здесь константу

$$C_{-s}^{\{k\}}(b) - C_{-s}^{\{k\}}(a) \equiv C_{-s}^{\{k\}}(a;b) = C_{-s}^{\{k\}}(x)\,\Big|_a^b$$

будем называть многозначной неопределённой константой дифференцирования порядка s многозначной определённой производной порядка s для нижнего предела a и верхнего предела b.

Появление полиномов интегрирования в d-анализе и, как следствие, появление многозначных неопределённых констант дифференцирования является его особенностью, которая отсутствует в классическом анализе.

Формула (*) является аналогом многозначной формулы интегрирования Ньютона – Лейбница [8] и является обобщением формулы для определённой производной [7].

В дробном анализе для нулевого порядка s=0 и для целочисленных порядков, когда s=1, 2, 3, … константа $C_n\Big|_a^b$ всегда будет равна нулю, ввиду того, что полиномы дифференцирования для данных порядков равны нулю $C_{-n} = 0$, тогда

$$C_{-n}\Big|_a^b = C_{-n}(a;b) = C_{-n}(b) - C_{-n}(a) = 0.$$

В частности, в классическом анализе, когда порядок s=1, константа $C_1\Big|_a^b$ тоже всегда будет равна нулю

$$C_{-1}\Big|_a^b = C_{-1}(a;b) = C_{-1}(b) - C_{-1}(a) = 0.$$

Данное следствие находится в полном согласии с принципом соответствия [9], который требует переход элементарных функций уравнений и их решений для любого вещественного порядка s в элементарные функции уравнения и решения, имеющиеся в классическом анализе, когда порядок интегродифференцирования s=1. Обязательность соблюдения принципа соответствия является одним из главных требований предъявляемых к d-анализу.

Другой особенностью нулевого порядка и целочисленных порядков является однозначность производных, ввиду того, что все коэффициенты равны единице, $1^{n\{k\}} = 1^n = 1 \;\; (n = 0, 1, 2, 3, ...)$, тогда будет справедлива формула для *определённой производной*, которая будет однозначной, в отличии от общего случая, который даётся формулой (*). В том случае определённая производная будет записываться

$$\left.\left(\frac{d^n}{dx^n} f(x)\right)\right|_a^b \equiv d^n x\Big|_a^b : f(x) = f^{(n)}(x)\Big|_a^b = f^{(n)}(b) - f^{(n)}(a); \quad n = 0, 1, 2, 3, ...$$

В частном случае классического анализа, когда s=1, данная формула будет иметь вид

$$\left.\left(\frac{d}{dx} f(x)\right)\right|_a^b \equiv d^1 x\Big|_a^b : f(x) = f^{(1)}(x)\Big|_a^b = f^{(1)}(b) - f^{(1)}(a).$$

В классическом анализе понятие определённой производной отсутствует, но часто в приложениях используются конструкции, которые можно интерпретировать как определённые производные.

Приложения дробного анализ разных направлений ориентированно, прежде всего, на пространства с дробной размерностью, к которым относятся фракталы [10].

В приложениях, где будут появляться многозначные производные как определённые, так и неопределённые, необходимо решить вопрос о том, какие из многозначных производных являются физическими? В любом случае необходимо ориентироваться на главные значения производных, когда k=0, которые предполагаются физическими. Вопрос о том, что будут ли физическими другие производные из множества неоднозначных производных, когда $k \neq 0$, требует отдельного рассмотрения.

С другой стороны, необходимо решить вопрос о полиномах дифференцирования, которые вносят неоднозначность для каждой производной и которые необходимо снимать. Для этого необходимо полиномы дифференцировать фиксировать каким-либо образом, приравнивая их к константам и, в частности, к нулю.

Литература.

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка. - Минск: Наука и техника, 1987. - 687 с. (Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I., Fractional Integrals and Derivatives Theory and Applications. - New York: Gordon and Breach. - 1993. - 1006 p.).
2. Kilbas A.A., Srivastava H.S., Trujillo J.J. Theory and applications of fractional differential equations. North-HollandMathematicsStudies. Vol. 204. - Amsterdam – Boston – Heidelberg – London – New York – Oxford – Paris – San-Diego – San-Francisco – Singapore – Sydney – Tokyo: Elsevier, 2006. - 520 p.
3. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. - М.: Физматлит, 2003. - 272 с.
4. Чуриков В.А. Локальный d-оператор дробного дифференцирования и дробного интегрирования комплексных порядков вещественной переменной // Современное состояние и проблемы естествознания: сборник трудов всероссийской научно-практической конференции молодых учёных, аспирантов и студентов, г. Юрга, Юргинский технологический институт, 17 – 18 апреля 2014. – Томск: Изд-во томского политехнического университета, – 2014, – с. 283 – 289.
5. Чуриков В.А. Дополнительные главы анализа. Дробное интегрирование и дробное дифференцирование на основе d-оператора: учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 118 с.
6. Чуриков В.А. Полиномы дифференцирования в локальном дробном анализе на основе d-оператора // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 323. – № 2 (Математика и механика. Физика). – С. 32 – 36.
7. Чуриков В.А. Определённые производные комплексных порядков в d-анализе // Математика и математическое моделирование: сборник материалов IX всероссийской молодёжной научно-инновационной школы, г. Саров, 8 – 10 апреля 2015. – Саров: СарФТИ НИЯУ МИФИ, – 2015, – С. 4.
8. Зорич В. А. Математический анализ. Часть I. Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: ФАЗИС, 1997. - 658 с.
9. Чуриков В.А. Доказательство принципа соответствия в дробном анализе на основе d-оператора // Математическое моделирование фрактальных процессов, родственные проблемы анализа и информатики: Материалы международной конференции молодых ученых «Математическое моделирование фрактальных процессов, родственные проблемы анализа и информатики», г. Нальчик, 5 - 8 декабря, 2011 г. – Нальчик: Изд-во КБНЦ РАН, – 2011, – С. 237–239.
10. Mandelbrot B.B. The Fractals Geometry of Nature. – N. Y.: Freeman, 1982. - 468 p.