

## Секция 3: Прикладные задачи математики в области инженерных наук

струкции является то, что все эти элементы работают только на сжатие, безопасности изгиба, что обеспечивает его легкость и прочность. Так, шуховская телебашня уже более 70 лет остается самым легким сооружением при своей высоте в мире. При всем этом легкая стержневая конструкция испытывает меньшее давление ветра, чем "большая игла" в Останкино. При всем прочем данное конструктивное решение оказалось не только прочным и устойчивым, но и весьма эстетически изящным. Ажурность скрадывает вес сооружения, придает легкость и изящество. Поэтому шуховская телебашня и поныне является одним из главных украшений г. Москвы. Еще большей известностью в мире пользуется Эйфелева башня, ставшая символом Парижа. Между тем ее автор Жак Эйфель также был не архитектором, а инженером.

Литература.

1. Маликова Р. Т. Математика в архитектуре/статья/МБОУ «Актанышская средняя общеобразовательная школа №1». Режим доступа: <http://nsportal.ru/shkola/raznoe/library/2013/04/03/matematika-v-arkhitekture>.

### КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА В ЖИЗНИ ЧЕЛОВЕКА

*Ш.З. Бомуллов, студент гр. 10А41, В.А. Журавлев, ст. преп.*

*Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского*

*Томского политехнического университета*

*652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

*E-mail: df1999@mail.ru*

Решение многих задач математики и техники приводит к квадратным уравнениям с отрицательным дискриминантом. Эти уравнения не имеют решения в области действительных чисел. Значение величин, получающихся в результате решения указанных уравнений, назвали комплексными числами. Комплексные числа широко использовал отец русской авиации Н.Е. Жуковский (1847-1921) при разработке теории крыла, автором которой он является. Комплексные числа и функции от комплексного переменного, находят применение во многих вопросах науки и техники.

Цель настоящей статьи знакомство с историей появления комплексных чисел, с действиями над комплексными числами, решение уравнений с комплексным переменным.

Определение понятия комплексные числа. Комплексные числа – расширение множества вещественных чисел, обычно обозначается  $a+bi$ . Любое комплексное число может быть представлено как формальная сумма, где  $a$  – действительная часть числа,  $bi$  – мнимая часть.

Комплексные числа образуют алгебраически замкнутое поле, это означает, что многочлен степени  $n$  с комплексными коэффициентами имеет ровно  $n$  комплексных корней (основная теорема алгебры). Это одна из главных причин широкого применения комплексных чисел в математических исследованиях.

Почему появились комплексные числа? Процесс расширения понятий числа от натуральных к действительным был связан как с потребностями практики, так и с нуждами самой математики. Сначала для счёта предметов использовались натуральные числа. Затем необходимость выполнения деления привела к понятию дробных положительных чисел; далее, необходимость выполнения вычитания – к понятиям нуля и отрицательных чисел; наконец, необходимость извлечения корней из положительных чисел – к понятию иррациональных чисел. Все перечисленные операции выполнимы на множестве действительных чисел. Однако остались и невыполнимые на этом множестве операции, например извлечение квадратного корня из отрицательного числа. Значит, имеется потребность в дальнейшем расширении понятий числа, в появлении новых чисел, отличных от действительных.

Геометрически действительные числа изображаются точками на координатной прямой: каждому числу соответствует одна точка прямой («образ» действительного числа). Координатная прямая сплошь заполнена образами действительных чисел, т. е. «на ней нет места для новых чисел». Возникло предположение о том, что геометрические образы новых чисел нужно искать не на прямой, а на плоскости.

Комплексным числом называется всякая упорядоченная пара действительных чисел  $a$  и  $b$ . Два комплексных числа  $(a; b)$  и  $(c; d)$  называются равными тогда и только тогда, когда  $a = c$  и  $b = d$ .

Алгебраическая форма комплексного числа. Запись  $a+bi$  называется алгебраической формой комплексного числа  $z=(a; b)$ ; при этом число  $a$  называется действительной частью комплексного числа  $z$ , а  $bi$  – его мнимая часть. Основное свойство числа  $i$  состоит в том, что произведение  $i * i$  равно  $-1$ , т. е.  $i^2 = -1$ .

Если мнимая часть комплексного числа  $a+bi$  отлична от нуля, то такое число называется мнимым; если при этом  $a = 0$ , т. е. число имеет вид  $bi$ , то оно называется чисто мнимым; если у комплексного числа  $a+bi$  мнимая часть равна нулю, то получается действительное число  $a$ .

История возникновения комплексных чисел и их роль в процессе развития математики. Комплексные числа возникли в математике в начале XVI века в связи с решением алгебраических уравнений 3-ей степени, а позднее, и уравнений 2-ой степени. Некоторые итальянские математики того времени (Сципиондель Ферро, Николо Тарталья, Джироламо Кардано, Рафаэль Бомбелли) ввели в рассмотрение символ  $\sqrt{-1}$  как формальное решение уравнения  $x^2+1=0$ , а также выражение более общего вида  $(a+b\sqrt{-1})$  для записи решения уравнения  $(x-a)^2+b^2=0$ . Впоследствии выражения вида  $(a+b\sqrt{-1})$  стали называть «мнимыми», а затем «комплексными» числами и записывать их в виде  $(a+bi)$  (символ  $i$  для обозначения  $\sqrt{-1}$  ввел Леонард Эйлер в XVIII в.). Этих чисел, чисел новой природы оказалось достаточно для решения любого квадратного уравнения (включая случай  $D < 0$ ), а также уравнения 3-ей и 4-ой степени.

Математики XVI в. и следующих поколений вплоть до начала XIX века относились к комплексным числам с явным недоверием и предубеждением. Они считали эти числа «мнимыми» (Декарт), «несуществующими», «вымышленными», «возникшими от избыточного мудрствования» (Кардано). Лейбниц называл эти числа «изысканным и чудесным убежищем божественного духа», а  $\sqrt{-1}$  считал символом потустороннего мира (и даже завещал начертать его на своей могиле).

Однако использование аппарата комплексных чисел (несмотря на подозрительное к ним отношение), позволило решить многие трудные задачи. Поэтому со временем комплексные числа занимали все более важное положение в математике и ее приложениях. В первую очередь они глубоко проникали в теорию алгебраических уравнений, существенно упростив их изучение. Например, один из трудных вопросов для математиков XVII-XVIII веков состоял в определении числа корней алгебраического уравнения  $n$ -ой степени, т.е. уравнения вида  $a^0*x^n+a^1*x^{n-1}+\dots+a^{n-1}*x+a^n=0$ . Ответ на этот вопрос, как оказалось, зависит от того, среди каких чисел – действительных или комплексных – следует искать корни этого уравнения. Если ограничиться действительными корнями, то можно лишь утверждать, что их не больше, чем  $n$ . А если считать допустимым наличие и комплексных решений, то ответ на поставленный вопрос получается исчерпывающий: любое алгебраическое уравнение степени  $n$  имеет ровно  $n$  корней (действительных или комплексных), если каждый корень считать столько раз, какова его кратность (а это – число совпадающих с ним корней). При  $n>5$  общее алгебраическое уравнение степени  $n$  неразрешимо в радикалах, т.е. не существует формулы, выражающей его корни через коэффициенты с помощью арифметических операций и извлечения корней натуральной степени.

После того как в XIX в. появилось наглядное геометрическое изображение комплексных чисел с помощью точек плоскости и векторов на плоскости (Гаусс в 1831 г, Вессель в 1799 г, Арган в 1806 г), стало возможным сводить к комплексным числам и уравнениям для них многие задачи естествознания, особенно гидро- и аэродинамики, электротехники, теории упругости и прочности, а также геодезии и картографии. С этого времени существование «мнимых», или комплексных чисел стало общепризнанным фактом и они получили такое же реальное содержание, как и числа действительные. К настоящему времени изучение комплексных чисел развилось в важнейший раздел современной математики - теорию функций комплексного переменного (ТФКП).

Символ  $i$  предложил Эйлер (1777, опубл. 1794), взявший для этого первую букву слова лат. *imaginiarius*. Он же распространил все стандартные функции, включая логарифм, на комплексную область. Эйлер также высказал в 1751 году мысль об алгебраической замкнутости поля комплексных чисел. К такому же выводу пришел д'Аламбер (1747), но первое строгое доказательство этого факта принадлежит Гауссу (1799). Гаусс и ввёл в широкое употребление термин «комплексное число» в 1831 году, хотя этот термин ранее использовал в том же смысле французский математик Лазар Карно в 1803 году.

Действия над комплексными числами. Символ  $a + bi$  называют комплексным числом с действительной частью  $a$  и мнимой частью  $bi$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $b$  – коэффициент мнимой части.

Комплексное число  $a + 0i$  отождествляется с действительным числом  $a$ , т.е.  $a + 0i = a$ , в частности,  $0+0i=0$ . Числа вида  $bi$  называют чисто мнимыми.

Значение комплексных чисел. Комплексные числа широко применяются не только в математике, но также в физике и технике. Стало ясно, что комплексные числа полезны во многих вопросах, где имеют дело с величинами, которые изображаются векторами.

Кроме того, применение комплексных чисел позволяет удобно и компактно сформулировать многие математические модели, применяемые в математической физике и в естественных науках – электротехнике, гидродинамике, картографии, квантовой механике, теории колебаний и многих других.

Таким образом, в настоящей статье дано понятие комплексных чисел, история их возникновения, рассмотрены примеры действий с комплексными числами.

Литература.

1. Стройк Д.Я. «Краткий очерк истории математики». –М.: «Наука», 2000 г.
2. «Математика» Гусев В.А., Мордкович А.Г. («Просвещение» 2004 г.).
3. «Справочник по элементарной математике» М.Я. Выгодский (Москва 2001 г.).

### МАТЕМАТИКА В ЖИЗНИ ЧЕЛОВЕКА

*Д.К. Бомуллов, студент гр. 10А41, В.А. Журавлев, ст. преп.*

*Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского  
Томского политехнического университета  
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26  
E-mail: df1999@mail.ru*

До начала 17 в. математика – преимущественно наука о числах, скалярных величинах и сравнительно простых геометрических фигурах; изучаемые ею величины (длины, площади, объемы и пр.) рассматриваются как постоянные. К этому периоду относится возникновение арифметики, геометрии, позднее – алгебры и тригонометрии и некоторых частных приемов математического анализа. Областью применения математики являлись: счет, торговля, землемерные работы, астрономия, отчасти архитектура.

В 17 и 18 вв. потребности бурно развивавшегося естествознания и техники (мореплавания, астрономии, баллистики, гидравлики и т.д.) привели к введению в математику идей движения и изменения, прежде всего в форме переменных величин и функциональной зависимости между ними. Это повлекло за собой создание аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления. В 18 в. возникают и развиваются теория дифференциальных уравнений, дифференциальная геометрия и т.д. В 19-20 вв. математика поднимается на новые ступени абстракции. Обычные величины и числа оказываются лишь частными случаями объектов, изучаемых в современной алгебре; геометрия переходит к исследованию «пространств», весьма частным случаем которых является евклидово пространство. Развиваются новые дисциплины: теория функций комплексного переменного, теория групп, проективная геометрия, неевклидова геометрия, теория множеств, математическая логика, функциональный анализ и др. Практическое освоение результатов теоретического математического исследования требует получения ответа на поставленную задачу в числовой форме.

В связи с этим в 19-20 вв. численные методы математики вырастают в самостоятельную ее ветвь – вычислительную математику. Стремление упростить и ускорить решение ряда трудоемких вычислительных задач привело к созданию вычислительных машин. Потребности развития самой математики, "математизация" различных областей науки, проникновение математических методов во многие сферы практической деятельности, быстрый прогресс вычислительной техники привели к появлению целого ряда новых математических дисциплин, как например, теория игр, теория информации, теория графов, дискретная математика, теория оптимального управления.

*Математика* – область человеческого знания, изучающая математические модели, отражающие объективные свойства и связи. «Замечательно, – пишет В.А. Успенский, – что хотя математическая модель создается человеческим разумом, она, будучи создана, может стать предметом объективного изучения. Познавая ее свойства, мы тем самым познаем и свойства отраженной моделью реальности». Кроме того, математика дает удобные способы описания самых разнообразных явлений реального мира и тем самым выполняет роль языка науки. Наконец, математика дает людям методы изучения и познания окружающего мира, методы исследования как теоретических, так и практических проблем.

Современное понятие *математики* – наука о математических структурах (множествах, между элементами которых определены некоторые отношения).

У представителей науки начала 19 века, не являющихся математиками, можно найти такие общедоступные определения математики.

«Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира» (Ф. Энгельс).

«Математика – наука о величинах и количествах; все, что можно выразить цифрой, принадлежит математике. Математика может быть чистой и прикладной.