ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

А.А. Ёрматов, студент гр. 10А41, В.А. Журавлев, ст. преп.
Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26
E-mail: df1999@mail.ru

В истории математики традиционно выделяются несколько этапов развития математических знаний:

1. Формирование понятия геометрической фигуры и числа как идеализации реальных объектов и множеств однородных объектов. Появление счёта и измерения, которые позволили сравнивать различные числа, длины, площади и объёмы.
2. Изобретение арифметических операций. Накопление эмпирическим путём (методом проб и ошибок) знаний о свойствах арифметических действий, о способах измерения площадей и объёмов простых фигур и тел. В этом направлении далеко продвинулись шумеро-вавилонские, китайские и индийские математики древности.
3. Появление в древней Греции дедуктивной математической системы, показавшей, как получать новые математические истины на основе уже имеющихся. Венцом достижений древнегреческой математики стали «Начала» Евклида, игравшие роль стандарта математической строгости в течение двух тысячелетий.
4. Математики стран ислама не только сохранили античные достижения, но и смогли осуществить их синтез с открытиями индийских математиков, которые в теории чисел продвинулись дальше греков.
5. В XVI–XVIII веках возрождается и уходит далеко вперёд европейская математика. Её концептуальной основой в этот период являлась уверенность в том, что математические модели являются своего рода идеальным скелетом Вселенной, и поэтому открытие математических истин является одновременно открытием новых свойств реального мира. Главным успехом на этом пути стала разработка математических моделей зависимости переменных величин (функция) и общая теория движения (анализ бесконечно малых). Все естественные науки были перестроены на базе новооткрытых математических моделей, и это привело к колоссальному их прогрессу.
6. В XIX–XX веках становится понятно, что взаимоотношение математики и реальности далеко не столь просто, как ранее казалось. Не существует общепризнанного ответа на своего рода «основной вопрос философии математики»: найти причину «непостижимой эффективности математики в естественных науках». В этом, и не только в этом, отношении математики разделились на множество дискутирующих школ. Наметилось несколько опасных тенденций: чрезмерно узкая специализация, изоляция от практических задач и др. В то же время мощь математики и её престиж, поддержанный эффективностью применения, высоки как никогда прежде.

Помимо большого исторического интереса, анализ эволюции математики представляет огромную важность для развития философии и методологии математики. Нередко знание истории способствует и прогрессу конкретных математических дисциплин; например, древняя китайская задача (теорема) об остатках сформировала целый раздел теории чисел.

Самой древней математической деятельностью был счет. Счет был необходим, чтобы следить за поголовьем скота и вести торговлю. Некоторые первобытные племена подсчитывали количество предметов, сопоставляя им различные части тела, главным образом пальцы рук и ног. Наскальный рисунок, сохранившийся до наших времен от каменного века, изображает число 35 в виде серии выстроенных в ряд 35 палочек-пальцев. Первыми существенными успехами в арифметике стали концептуализация числа и изобретение четырех основных действий: сложения, вычитания, умножения и деления. Первые достижения геометрии связаны с такими простыми понятиями, как прямая и окружность. Дальнейшее развитие математики началось примерно в 3000 до н.э. благодаря вавилонянам и египтянам.

Вавилонское царство возникло в начале II тысячелетия до н. э. на территории современного Ирака, придя на смену Шумеру и Аккаду и унаследовав их развитую культуру. Просуществовало до персидского завоевания в 539 году до н. э.

Вавилоняне писали клинописными значками на глиняных табличках, которые в немалом количестве дошли до наших дней (более 500000, из них около 400 связаны с математикой). Поэтому мы имеем довольно полное представление о математических достижениях учёных Вавилонского государства. Отметим, что корни культуры вавилонян были в значительной степени унаследованы от шумеров – клинописное письмо, счётная методика и т.п.

Вавилонские математические тексты носят преимущественно учебный характер. Из них видно, что вавилонская расчётная техника была намного совершеннее египетской, а круг решаемых задач существенно шире. Есть задачи на решение уравнений второй степени, геометрические прогрессии. При решении применялись пропорции, средние арифметические, проценты. Методы работы с прогрессиями были глубже, чем у египтян. Линейные и квадратные уравнения решались ещё в эпоху Хаммурапи (он правил в 1793−1750 годах до н. э.); при этом использовалась геометрическая терминология (произведение *ab* называлось площадью, *abc* – объёмом, и т. д.). Многие значки для одночленов были шумерскими, из чего можно сделать вывод о древности этих алгоритмов; эти значки употреблялись, как буквенные обозначения неизвестных в нашей алгебре. Встречаются также кубические уравнения и системы линейных уравнений. Венцом планиметрии была теорема Пифагора; Ван дер Варден считает, что вавилоняне открыли её между 2000 и 1786 годами до н. э.

Как и в египетских текстах, излагается только алгоритм решения (на конкретных примерах), без комментариев и доказательств. Однако анализ алгоритмов показывает, что общая математическая теория у вавилонян несомненно была.

Вавилония и Египет. Вавилония. Источником наших знаний о вавилонской цивилизации служат хорошо сохранившиеся глиняные таблички, покрытые т.н. клинописными текстами, которые датируются от 2000 до н.э. и до 300 н.э. Математика на клинописных табличках в основном была связана с ведением хозяйства. Арифметика и нехитрая алгебра использовались при обмене денег и расчетах за товары, вычислении простых и сложных процентов, налогов и доли урожая, сдаваемой в пользу государства, храма или землевладельца. Многочисленные арифметические и геометрические задачи возникали в связи со строительством каналов, зернохранилищ и другими общественными работами. Очень важной задачей математики был расчет календаря, поскольку календарь использовался для определения сроков сельскохозяйственных работ и религиозных праздников. Деление окружности на 360, а градуса и минуты на 60 частей берут начало в вавилонской астрономии.

Около 700 до н.э. вавилоняне стали применять математику для исследования движений Луны и планет. Это позволило им предсказывать положения планет, что было важно как для астрологии, так и для астрономии.

В геометрии вавилоняне знали о таких соотношениях, например, как пропорциональность соответствующих сторон подобных треугольников. Им была известна теорема Пифагора и то, что угол, вписанный в полуокружность – прямой. Они располагали также правилами вычисления площадей простых плоских фигур, в том числе правильных многоугольников, и объемов простых тел.

Египет. Наше знание древнеегипетской математики основано главным образом на двух папирусах, датируемых примерно 1700 до н.э. Излагаемые в этих папирусах математические сведения восходят к еще более раннему периоду – ок. 3500 до н.э. Египтяне использовали математику, чтобы вычислять вес тел, площади посевов и объемы зернохранилищ, размеры податей и количество камней, требуемое для возведения тех или иных сооружений. В папирусах можно найти также задачи, связанные с определением количества зерна, необходимого для приготовления заданного числа кружек пива, а также более сложные задачи, связанные с различием в сортах зерна; для этих случаев вычислялись переводные коэффициенты.

Но главной областью применения математики была астрономия, точнее расчеты, связанные с календарем. Календарь использовался для определения дат религиозных праздников и предсказания ежегодных разливов Нила. Однако уровень развития астрономии в Древнем Египте намного уступал уровню ее развития в Вавилоне.

Геометрия у египтян сводилась к вычислениям площадей прямоугольников, треугольников, трапеций, круга, а также формулам вычисления объемов некоторых тел. Надо сказать, что математика, которую египтяне использовали при строительстве пирамид, была простой и примитивной.

Классическая Греция. С точки зрения 20 в. родоначальниками математики явились греки классического периода (6-4 вв. до н.э.). Математика, существовавшая в более ранний период, была набором эмпирических заключений. Напротив, в дедуктивном рассуждении новое утверждение выводится из принятых посылок способом, исключавшим возможность его неприятия.

Греческая система счисления была основана на использовании букв алфавита. Аттическая система, бывшая в ходу с 6-3 вв. до н.э., использовала для обозначения единицы вертикальную черту, а для обозначения чисел 5, 10, 100, 1000 и 10 000 начальные буквы их греческих названий. В более поздней ионической системе счисления для обозначения чисел использовались 24 буквы греческого алфавита и три архаические буквы. Кратные 1000 до 9000 обозначались так же, как первые девять целых чисел от 1 до 9, но перед каждой буквой ставилась вертикальная черта. Десятки тысяч обозначались буквой М (от греческого мириои – 10 000), после которой ставилось то число, на которое нужно было умножить десять тысяч.

Дедуктивный характер греческой математики полностью сформировался ко времени Платона и Аристотеля. Изобретение дедуктивной математики принято приписывать Фалесу Милетскому (ок. 640–546 до н.э.), который, как и многие древнегреческие математики классического периода, был также философом. Высказывалось предположение, что Фалес использовал дедукцию для доказательства некоторых результатов в геометрии, хотя это сомнительно.

Другим великим греком, с чьим именем связывают развитие математики, был Пифагор (ок. 585–500 до н.э.). Полагают, что он мог познакомиться с вавилонской и египетской математикой во время своих долгих странствий. Пифагор основал движение, расцвет которого приходится на период ок. 550–300 до н.э. Пифагорейцы создали чистую математику в форме теории чисел и геометрии. Целые числа они представляли в виде конфигураций из точек или камешков, классифицируя эти числа в соответствии с формой возникающих фигур («фигурные числа»). Слово «калькуляция» (расчет, вычисление) берет начало от греческого слова, означающего «камешек». Числа 3, 6, 10 и т.д. пифагорейцы называли треугольными, так как соответствующее число камешков можно расположить в виде треугольника, числа 4, 9, 16 и т.д. – квадратными, так как соответствующее число камешков можно расположить в виде квадрата, и т.д.

Древние греки решали уравнения с неизвестными посредством геометрических построений. Были разработаны специальные построения для выполнения сложения, вычитания, умножения и деления отрезков, извлечения квадратных корней из длин отрезков; ныне этот метод называется геометрической алгеброй.

Приведение задач к геометрическому виду имело ряд важных последствий. В частности, числа стали рассматриваться отдельно от геометрии, поскольку работать с несоизмеримыми отношениями можно было только с помощью геометрических методов. Геометрия стала основой почти всей строгой математики по крайней мере до1600. И даже в 18 в., когда уже были достаточно развиты алгебра и математический анализ, строгая математика трактовалась как геометрия, и слово «геометр» было равнозначно слову «математик».

Именно пифагорейцам мы во многом обязаны той математикой, которая затем была систематизированно изложена и доказана в Началах Евклида. Есть основания полагать, что именно они открыли то, что ныне известно как теоремы о треугольниках, параллельных прямых, многоугольниках, окружностях, сферах и правильных многогранниках.

Одним из самых выдающихся пифагорейцев был Платон (ок. 427–347 до н.э.). Платон был убежден, что физический мир постижим лишь посредством математики. Считается, что именно ему принадлежит заслуга изобретения аналитического метода доказательства.

Преемниками греков в истории математики стали индийцы. Индийские математики не занимались доказательствами, но они ввели оригинальные понятия и ряд эффективных методов. Именно они впервые ввели нуль и как кардинальное число, и как символ отсутствия единиц в соответствующем разряде. Махавира (850 н.э.) установил правила операций с нулем, полагая, однако, что деление числа на нуль оставляет число неизменным. Правильный ответ для случая деления числа на нуль был дан Бхаскарой (р. в 1114), ему же принадлежат правила действий над иррациональными числами. Индийцы ввели понятие отрицательных чисел (для обозначения долгов). Самое раннее их использование мы находим у Брахмагупты (ок. 630). Ариабхата (р. 476) пошел дальше Диофанта в использовании непрерывных дробей при решении неопределенных уравнений.

Наша современная система счисления, основанная на позиционном принципе записи чисел и нуля как кардинального числа и использовании обозначения пустого разряда, называется индоарабской. На стене храма, построенного в Индии ок. 250 до н.э., обнаружено несколько цифр, напоминающих по своим очертаниям наши современные цифры.

Около 800 индийская математика достигла Багдада. Термин «алгебра» происходит от начала названия книги Аль-джебрва-л-мукабала (Восполнение и противопоставление), написанной в 830 астрономом и математиком аль-Хорезми. В своем сочинении он воздавал должное заслугам индийской математики. Алгебра аль-Хорезми была основана на трудах Брахмагупты, но в ней явственно различимы вавилонское и греческое влияния. Другой выдающийся арабский математик Ибн аль-

Хайсам (ок. 965–1039) разработал способ получения алгебраических решений квадратных и кубических уравнений. Арабские математики, в их числе и Омар Хайям, умели решать некоторые кубические уравнения с помощью геометрических методов, используя конические сечения. Арабские астрономы ввели в тригонометрию понятие тангенса и котангенса. НасирэддинТуси (1201–1274) в Трактате о полном четырехугольнике систематически изложил плоскую и сферическую геометрии и первым рассмотрел тригонометрию отдельно от астрономии.

И все же самым важным вкладом арабов в математику стали их переводы и комментарии к великим творениям греков. Европа познакомилась с этими работами после завоевания арабами Северной Африки и Испании, а позднее труды греков были переведены на латынь.

Средние века и Возрождение

Средневековая Европа. Римская цивилизация не оставила заметного следа в математике, поскольку была слишком озабочена решением практических проблем. Цивилизация, сложившаяся в Европе раннего Средневековья (ок. 400–1100), не была продуктивной по прямо противоположной причине: интеллектуальная жизнь сосредоточилась почти исключительно на теологии и загробной жизни. Уровень математического знания не поднимался выше арифметики и простых разделов из Начал Евклида. Наиболее важным разделом математики в Средние века считалась астрология; астрологов называли математиками. А поскольку медицинская практика основывалась преимущественно на астрологических показаниях или противопоказаниях, медикам не оставалось ничего другого, как стать математиками.

Около 1100 в западноевропейской математике начался почти трехвековой период освоения сохраненного арабами и византийскими греками наследия Древнего мира и Востока. Поскольку арабы владели почти всеми трудами древних греков, Европа получила обширную математическую литературу. Перевод этих трудов на латынь способствовал подъему математических исследований. Все великие ученые того времени признавали, что черпали вдохновение в трудах греков.

Первым заслуживающим упоминания европейским математиком стал Леонардо Пизанский (Фибоначчи). В своем сочинении Книга абака (1202) он познакомил европейцев с индо-арабскими цифрами и методами вычислений, а также с арабской алгеброй. В течение следующих нескольких веков математическая активность в Европе ослабла. Свод математических знаний той эпохи, составленный Лукой Пачоли в 1494, не содержал каких-либо алгебраических новшеств, которых не было у Леонардо.

Возрождение. Среди лучших геометров эпохи Возрождения были художники, развившие идею перспективы, которая требовала геометрии со сходящимися параллельными прямыми. Художник Леон Баттиста Альберти (1404–1472) ввел понятия проекции и сечения. Прямолинейные лучи света от глаза наблюдателя к различным точкам изображаемой сцены образуют проекцию; сечение получается при прохождении плоскости через проекцию. Чтобы нарисованная картина выглядела реалистической, она должна была быть таким сечением. Понятия проекции и сечения порождали чисто математические вопросы. Например, какими общими геометрическими свойствами обладают сечение и исходная сцена, каковы свойства двух различных сечений одной и той же проекции, образованных двумя различными плоскостями, пересекающими проекцию под различными углами? Из таких вопросов и возникла проективная геометрия. Ее основатель – Ж. Дезарг (1593–1662) с помощью доказательств, основанных на проекции и сечении, унифицировал подход к различным типам конических сечений, которые великий греческий геометр Аполлоний рассматривал отдельно.

Начало современной математики

Наступление 16 в. в Западной Европе ознаменовалось важными достижениями в алгебре и арифметике. Были введены в обращение десятичные дроби и правила арифметических действий с ними. Настоящим триумфом стало изобретение в 1614 логарифмов Дж.Непером. К концу 17 в. окончательно сложилось понимание логарифмов как показателей степени с любым положительным числом, отличным от единицы, в качестве основания. С начала 16 в. более широко стали употребляться иррациональные числа. Б.Паскаль (1623–1662) и И. Барроу (1630–1677), учитель И.Ньютона в Кембриджском университете, утверждали, что такое число, как $\sqrt{3}$, можно трактовать лишь как геометрическую величину. Однако в те же годы Р.Декарт (1596–1650) и Дж. Валлис (1616–1703) считали, что иррациональные числа допустимы и сами по себе, без ссылок на геометрию. В 16 в. продолжались споры по поводу законности введения отрицательных чисел. Еще менее приемлемыми считались возникавшие при решении квадратных уравнений комплексные числа, такие как, $5+\sqrt{-5}$ названные Декартом «мнимыми». Эти числа были под подозрением даже в 18 в., хотя Л.Эйлер (1707–

1783) с успехом пользовался ими. Комплексные числа окончательно признали только в начале 19 в., когда математики освоились с их геометрическим представлением.

Достижения в алгебре. В 16 в. итальянские математики Н.Тарталья (1499–1577), С.Даль Ферро (1465–1526), Л.Феррари (1522–1565) и Д. Кардано (1501–1576) нашли общие решения уравнений третьей и четвертой степеней. Чтобы сделать алгебраические рассуждения и их запись более точными, было введено множество символов, в том числе +, –, ?, $\sqrt{\ }$, =, > и <. Самым существенным новшеством стало систематическое использование французским математиком Ф.Виетом (1540–1603) букв для обозначения неизвестных и постоянных величин. Это нововведение позволило ему найти единый метод решения уравнений второй, третьей и четвертой степеней. Затем математики обратились к уравнениям, степени которых выше четвертой. Работая над этой проблемой, Кардано, Декарт и И.Ньютон (1643–1727) опубликовали (без доказательств) ряд результатов, касающихся числа и вида корней уравнения. Ньютон открыл соотношение между корнями и дискриминантом [b^2 – 4ac] квадратного уравнения, а именно, что уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет равные действительные, разные действительные или комплексно сопряженные корни в зависимости оттого, будет ли дискриминант $b^2 - 4ac$ равен нулю, больше или меньше нуля. В 1799 К.Фридрих Гаусс (1777–1855) доказал т.н. основную теорему алгебры: каждый многочлен n-й степени имеет ровно n корней.

Основная задача алгебры – поиск общего решения алгебраических уравнений – продолжала занимать математиков и в начале 19 в. Когда говорят об общем решении уравнения второй степени $ax^2 + bx + c = 0$, имеют в виду, что каждый из двух его корней может быть выражен с помощью конечного числа операций сложения, вычитания, умножения, деления и извлечения корней, производимых над коэффициентами a, b и c. Молодой норвежский математик Н.Абель (1802–1829) доказал, что невозможно получить общее решение уравнения степени выше 4 с помощью конечного числа алгебраических операций. Однако существует много уравнений специального вида степени выше 4, допускающих такое решение. Накануне своей гибели на дуэли юный французский математик Э.Галуа (1811–1832) дал решающий ответ на вопрос о том, какие уравнения разрешимы в радикалах, т.е. корни каких уравнений можно выразить через их коэффициенты в помощью конечного числа алгебраических операций. В теории Галуа использовались подстановки или перестановки корней и было введено понятие группы, которое нашло широкое применение во многих областях математики.

Развитие теории групп служит хорошим примером преемственности творческой работы в математике. Галуа построил свою теорию, опираясь на работу Абеля, Абель опирался на работу Ж.Лагранжа (1736–1813). В свою очередь многие выдающиеся математики, в том числе Гаусс и А.Лежандр (1752–1833) в своих работах неявно использовали понятие группы. Ньютон не был чрезмерно скромен, когда заявил: «Если я видел дальше других, то потому, что стоял на плечах гигантов».

Аналитическая геометрия. Аналитическая, или координатная, геометрия была создана независимо П.Ферма (1601–1665) и Р.Декартом для того, чтобы расширить возможности евклидовой геометрии в задачах на построение. Однако Ферма рассматривал свои работы лишь как переформулировку сочинения Аполлония. Подлинное открытие – осознание всей мощи алгебраических методов – принадлежит Декарту. Евклидова геометрическая алгебра для каждого построения требовала изобретения своего оригинального метода и не могла предложить количественную информацию, необходимую науке. Декарт решил эту проблему: он формулировал геометрические задачи алгебраически, решал алгебраическое уравнение и лишь затем строил искомое решение – отрезок, имевший соответствующую длину. Собственно аналитическая геометрия возникла, когда Декарт начал рассматривать неопределенные задачи на построение, решениями которых является не одна, а множество возможных длин.

Аналитическая геометрия использует алгебраические уравнения для представления и исследования кривых и поверхностей. Декарт считал приемлемой кривую, которую можно записать с помощью единственного алгебраического уравнения относительно x и y. Такой подход был важным шагом вперед, ибо он не только включил в число допустимых такие кривые, как конхоида и циссоида, но также существенно расширил область кривых. В результате в 17–18 вв. множество новых важных кривых, таких как циклоида и цепная линия, вошли в научный обиход.

По-видимому, первым математиком, который воспользовался уравнениями для доказательства свойств конических сечений, был Дж. Валлис. К 1865 он алгебраическим путем получил все результаты, представленные в V книге Начал Евклида.

Аналитическая геометрия полностью поменяла ролями геометрию и алгебру. Как заметил великий французский математик Лагранж, «пока алгебра и геометрия двигались каждая своим путем, их прогресс был медленным, а приложения ограниченными. Но когда эти науки объединили свои усилия, они позаимствовали друг у друга новые жизненные силы и с тех пор быстрыми шагами направились к совершенству».

Неевклидова геометрия. К 1800 математика покоилась на двух «китах» – на числовой системе и евклидовой геометрии. Так как многие свойства числовой системы доказывались геометрически, евклидова геометрия была наиболее надежной частью здания математики. Тем не менее аксиома о параллельных содержала утверждение о прямых, простирающихся в бесконечность, которое не могло быть подтверждено опытом. Даже версия этой аксиомы, принадлежащая самому Евклиду, вовсе не утверждает, что какие-то прямые не пересекутся. В ней скорее формулируется условие, при котором они пересекутся в некоторой конечной точке. Столетиями математики пытались найти аксиоме о параллельных соответствующую подходящую замену. Но в каждом варианте непременно оказывался какой-нибудь пробел. Честь создания неевклидовой геометрии выпала Н.И.Лобачевскому (1792–1856) и Я. Бойяи (1802–1860), каждый из которых независимо опубликовал свое собственное оригинальное изложение неевклидовой геометрии. В их геометриях через данную точку можно было провести бесконечно много параллельных прямых. В геометрии Б.Римана (1826–1866) через точку вне прямой нельзя провести ни одной параллельной.

О физических приложениях неевклидовой геометрии никто серьезно не помышлял. Создание А.Эйнштейном (1879–1955) общей теории относительности в 1915 пробудило научный мир к осознанию реальности неевклидовой геометрии.

Неевклидова геометрия стала наиболее впечатляющим интеллектуальным свершением 19 в. Она, ясно продемонстрировала, что математику нельзя более рассматривать как свод непререкаемых истин. В лучшем случае математика может гарантировать достоверность доказательства на основе недостоверных аксиом. Но зато математики впредь обрели свободу исследовать любые идеи, которые могли показаться им привлекательными. Каждый математик в отдельности был теперь волен вводить свои собственные новые понятия и устанавливать аксиомы по своему усмотрению, следя лишь за тем, чтобы проистекающие из аксиом теоремы не противоречили друг другу. Грандиозное расширение круга математических исследований в конце прошлого века по существу явилось следствием этой новой свободы.

Математическая строгость. Примерно до 1870 математики пребывали в убеждении, что действуют по предначертаниям древних греков, применяя дедуктивные рассуждения к математическим аксиомам, тем самым обеспечивая своими заключениями не меньшую надежность, чем та, которой обладали аксиомы. Неевклидова геометрия и кватернионы (алгебра, в которой не выполняется свойство коммутативности) заставили математиков осознать, что то, что они принимали за абстрактные и логически непротиворечивые утверждения, в действительности зиждется на эмпирическом и прагматическом базисе.

Создание неевклидовой геометрии сопровождалось также осознанием существования в евклидовой геометрии логических пробелов. Одним из недостатков евклидовых Начал было использование допущений, не сформулированных в явном виде. По-видимому, Евклид не подвергал сомнению те свойства, которыми обладали его геометрические фигуры, но эти свойства не были включены в его аксиомы. Кроме того, доказывая подобие двух треугольников, Евклид воспользовался наложением одного треугольника на другой, неявно предполагая, что при движении свойства фигур не изменяются. Но кроме таких логических пробелов, в Началах оказалось и несколько ошибочных доказательств.

Если математику, известную до 1600, можно охарактеризовать как элементарную, то по сравнению с тем, что было создано позднее, эта элементарная математика бесконечно мала. Расширились старые области и появились новые, как чистые, так и прикладные отрасли математических знаний. Выходят около 500 математических журналов. Огромное количество публикуемых результатов не позволяет даже специалисту ознакомиться со всем, что происходит в той области, в которой он работает, не говоря уже о том, что многие результаты доступны пониманию только специалиста узкого профиля. Ни один математик сегодня не может надеяться знать больше того, что происходит в очень маленьком уголке науки.

Литература.

1. Ван-дер-Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции. М., 1959.
2. Юшкевич А.П. История математики в средние века. М., 1961.
3. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., 1986.
4. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. М., 1989.