

Международная научно-практическая конференция
«Актуальные проблемы современного машиностроения»

го служит датчик давления. Пусть суммарные касательные напряжения, действующие на боковую поверхность цилиндра со стороны внешнего материала, равны T . Если давление на датчик меньше гидростатического μ , то $T > 0$. Значит, на других площадках значение T является отрицательным и давление обязательно будет больше гидростатического.

Таким образом, прямые эксперименты и теоретические оценки указывают на знакопеременную реакцию сыпучей среды на длительные слабые воздействия. Естественно сопоставить её с явлением знакопеременной реакции горных пород на взрывные воздействия [1,2]. Есть все основания считать, что в обоих случаях природа указанных эффектов одна и та же — множественность возможных форм равновесия геосреды.

Вывод: Для сыпучих сред имеет место явление знакопеременной реакции, аналогичное знакопеременной реакции горных пород на взрывные воздействия. Отклонение реакции сыпучей среды (нормального давления) при длительных (до 120 тыс. ударов) динамических воздействиях составляет от -40 до 100% от гидростатического давления.

Литература.

1. Бобряков А.П., Ревуженко А.Ф., Косых В.П. О катастрофических последствиях длительных слабых воздействий на сыпучую среду // ФТПРПИ. - 1995. - № 1. - С. 19-24.
2. Бобряков А.П., Ревуженко А.Ф., Косых В.П. // О влиянии длительных слабых воздействий на сопротивление сыпучих сред срезу // ФТПРПИ. - 1996. - № 2. - С. 26-30.
3. Костюченко В.Н., Кочарян Г.Г., Павлов Д.В. Инициирование деформационных процессов в земной коре слабыми возмущениями // Физическая мезомеханика. - 2004. - т. 7. - № 1. - С. 5-22.
4. Пригожин И. Конечность определенности. Время, хаос и новые законы природы. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». — 2000. — 208 с.
5. Kazantsev A.A., Klishin S.V., Revuzhenko A.F. On the pressure of loose material on the bottom and walls of a drum // Applied Mechanics and Materials, 2014, vol. 682, pp 375–379.
6. Ревуженко А.Ф., Клишин С.В., Микенина О.А. Об одном алгоритме синтеза упаковок частиц в рамках аристотелевской механики // Физическая мезомеханика. - 2014. - Т. 17. - № 5. - С. 51–56.
7. Курленя М.В., Опарин В.Н. и др. О некоторых особенностях реакции горных пород на взрывные воздействия в ближней зоне // ДАН АН СССР. - 1987. - т. 293 - № 1. - С. 67 – 70.
8. Курленя М.В., Адушкин В.В. и др. Знакопеременная реакция горных пород на динамическое воздействие // ДАН АН СССР. - 1993. - т. 323 - № 2. - С. 263 – 265.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С УЧЁТОМ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ И РАЗУПРОЧНЕНИЯ

С.В. Лавриков *, к.ф.-м.н., *А.Ф. Ревуженко* *, д.ф.-м.н., *А.А. Казанцев* **, к.т.н.

* *Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН,
630091, г. Россия, Новосибирск, Красный проспект, 54*

** *Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета*

652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

E-mail: ak_uti@rambler.ru

1. Введение

Практика эксплуатации горных выработок показывает, что применение упругого (как изотропного, так и анизотропного) тела в качестве модели массива горных пород не всегда отражает реальную картину процессов деформирования [1-6]. В первую очередь, это связано с тем, что напряжения в массиве после разгрузки контура выработки обуславливают переход среды в приконтурной зоне в неупругое состояние. В ряде работ массив в окрестности выработки рассматривается как неоднородная блочная среда [7-11]. Внутренняя структура массива и наличие разломов приводят к существенной нелинейности и анизотропному поведению. Значительную роль здесь играют процессы сдвигов между блоками и связанная с этим возможность упрочнения либо разупрочнения среды.

При описании внутренней структуры геоматериалов в настоящее время наиболее распространён подход, основанный на использовании внутренних переменных. Это позволяет вводить гладкие осреднения исходных разрывных полей смещений, деформаций и напряжений, сохраняя информацию о свойствах микроструктурных элементов (блоки, зёрна, материал, заполняющий поровое пространство). Такой подход позволяет описать фундаментальные макросвойства геоматериалов: блоч-

ность, анизотропию, пластические сдвиги, внутреннее трение, дилатансию, разупрочнение. В этот же ряд можно поставить и способность горной породы аккумулировать упругую энергию в виде внутренних самоуравновешенных напряжений. При определённых условиях эта энергия может быть высвобождена, и таким образом отдельные области массива могут выступать в качестве стоков и затем и источников энергии.

2. Математическая модель горной породы.

В работе [12] разработана концепция горной породы как активной среды с внутренними источниками и стоками энергии и сформулированы определяющие соотношения структурно-неоднородной горной породы. Внутренняя структура моделируется относительно жёстким скелетом, представляющим собой эффективную регулярную упаковку зёрен, и цементирующим материалом, который заполняет межзёренные поры (рис. 1). На границах между зёрнами допускаются проскальзывания. Условия совместности и связь между микро- и макропеременными в соответствии с [12] позволяют записать определяющие соотношения модели, связывающие компоненты тензоров осреднённых макродеформаций ε_{ij} и макронапряжений σ_{ij} , в виде

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = W \cdot \left((T^t + R)^{-1} + 2 \cdot (T^r + P)^{-1} \right) \cdot W^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где матрицы третьего порядка T^t, T^r описывают свойства зёрен в различных системах координат, P – свойства поровой среды, R – условия межзёренных проскальзываний, $W(\alpha)$ – определяет ориентацию эффективной регулярной упаковки зёрен относительно декартовой системы координат Ox_1x_2 , причём угол α рассматривается как угол напластования слоёв анизотропного массива.

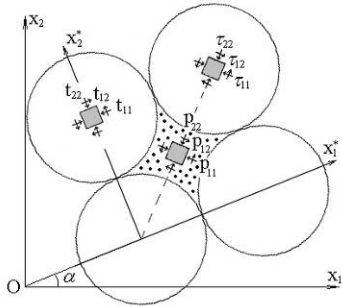


Рис. 1. Внутренняя структура среды (направления действующих усилий)

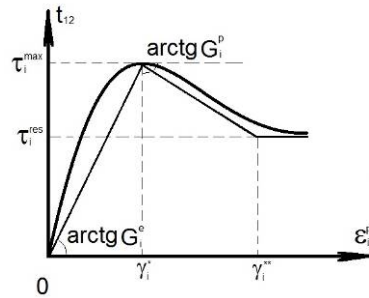


Рис. 2. Диаграмма межзёренного проскальзывания с учётом стадии разупрочнения

Ограничимся случаем, когда свойства зёрен и порового материала являются линейно упругими, но с различными упругими постоянными. Тогда матрицы T^t, T^r и P однозначно определяются через упругие коэффициенты Пуассона и модули сдвига зёрен ν^t, μ^t и поровой среды ν^p, μ^p соответственно. Предположим, что межзёренные проскальзывания развиваются по нелинейному пластическому закону и проходят стадии упрочнения, разупрочнения и остаточной прочности. На рис. 2 показана кусочно-линейная аппроксимация общей нелинейной зависимости касательных напряжений от сдвигов на контактах. Уравнения, описывающие проскальзывания (в общем случае предусматривается возможность несимметричного функционирования двух семейств контактов $\gamma_1 \neq \gamma_2$), примут вид

$$\begin{aligned} \Delta\gamma_1 &= \Delta\tau_{12} / G_1^s, \\ \Delta\gamma_2 &= \Delta\tau_{12} / G_2^s, \end{aligned} \quad \text{где } G_i^s = \begin{cases} G_i^e, & 0 \leq \gamma_i < \gamma_i^*, \\ -G_i^p, & \gamma_i^* \leq \gamma_i < \gamma_i^{**}, \\ 0, & \gamma_i^{**} \leq \gamma_i. \end{cases} \quad (2)$$

где константы G_i^e, G_i^p по определению неотрицательны. В силу нелинейности диаграммы (см. рис. 2), модули контактного взаимодействия G_i^s не являются постоянными, они меняются по мере

развития сдвигов на контактах, поэтому уравнения (2) записаны в приращениях. Тогда матрица R имеет один ненулевой элемент $(R)_{33} = \frac{G_1^s + G_2^s}{2G_1^s G_2^s}$.

Определяющие соотношения (1) после сделанной конкретизации свойств структурных элементов могут быть переформулированы в следующей форме для приращений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta u_1}{\partial x_1} &= a_{11} \Delta \sigma_{11} + a_{12} \Delta \sigma_{22} + a_{13} \Delta \sigma_{12}; \\ \frac{\partial \Delta u_2}{\partial x_2} &= a_{21} \Delta \sigma_{11} + a_{22} \Delta \sigma_{22} + a_{23} \Delta \sigma_{12}; \\ \frac{\partial \Delta u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial \Delta u_1}{\partial x_2} &= a_{31} \Delta \sigma_{11} + a_{32} \Delta \sigma_{22} + a_{33} \Delta \sigma_{12}; \end{aligned} \quad (3)$$

где коэффициенты a_{ij} зависят от упругих постоянных зёрен и порового материала, модулей G_i^e, G_i^p , угла анизотропии α , и не зависят (на стадии активного нагружения) от приращений напряжений $\Delta \sigma_{ij}$ и приращений смещений Δu_i . Система определяющих уравнений (3) замыкается уравнениями равновесия в приращениях

$$\frac{\partial \Delta \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \Delta \sigma_{12}}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial \Delta \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \Delta \sigma_{22}}{\partial x_2} = 0. \quad (4)$$

3. Векторный потенциал поля напряжений.

Форма записи замкнутой системы уравнений (3), (4) является классической – уравнения равновесия плюс связи напряжений с деформациями. Однако эта форма является в определённом смысле патологической. Так, система (3), (4) представляет собой пять дифференциальных уравнений, каждое из которых имеет первый порядок. Однако сводится она к одному уравнению не пятого, а четвёртого порядка. Например, для упругого тела сводится к бигармоническому уравнению относительно функции Эри. Есть признаки патологичности, связанные с механическим смыслом системы. В системе (3), (4) «на равных» фигурируют все три компоненты напряжений $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$. Поэтому сам вид системы не исключает постановок краевых задач, когда, например, на границе $x_1 = 0$ задается напряжение σ_{22} . С механической точки зрения подобные задачи, как известно, смысла не имеют. Однако при записи системы в форме (3), (4) подобные «задачи» формально выглядят так же, как и задачи с заданными напряжениями σ_{11}, σ_{12} . Патологичность системы проявляется и при исследовании её типа. Данные Коши для любой линии L всегда оказываются связанными между собой. Отсюда, конечно, не следует, что L – характеристика системы. Попытка же найти характеристики и соотношения на них наталкивается на значительные трудности. Все перечисленные признаки связаны между собой и приводят к одному выводу: модель (3), (4) в своей сущности должна сводиться не к пяти, а только к четырем дифференциальным уравнениям первого порядка. Поэтому и независимых переменных должно быть не пять, а четыре. К искомой системе четырех «существенных» уравнений можно прийти следующим образом. Зафиксируем некоторую точку O , принадлежащую телу, и соединим её с точкой A произвольной кривой OBA , также принадлежащей телу. Обозначим через $\vec{f} = \{f_1, f_2\}$ усилие, которое действует на контур OBA со стороны нормали, показанной на рис. 3. Если взять другой контур $OB'A$, то усилие будет таким же (здесь необходимо предположить, что массовые силы отсутствуют). Таким образом, функция \vec{f} зависит только от координат точки A . Связь функции \vec{f} с напряжениями даётся формулами

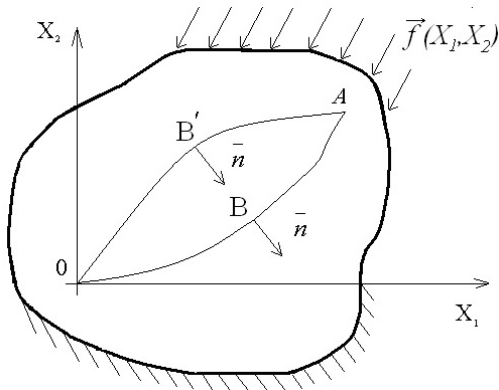


Рис. 3. Определение вектора внутренних усилий \vec{f}

$$\sigma_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial x_2}, \quad \sigma_{12} = \frac{\partial f_2}{\partial x_2}, \quad \sigma_{21} = -\frac{\partial f_1}{\partial x_1}, \quad \sigma_{22} = -\frac{\partial f_2}{\partial x_1} \quad (5)$$

Поэтому \vec{f} естественно назвать векторным потенциалом поля напряжений. Условие парности касательных напряжений приводит к уравнению

$$\operatorname{div} \vec{f} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0. \quad (6)$$

Таким образом, во всех построениях вектор \vec{f} может заменить тензор напряжений. При этом два уравнения равновесия относительно напряжений переходят в одно уравнение (6) относительно компонент вектора \vec{f} . Система (3), (4) (без учёта приращений) приобретает следующий вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} &= 0 \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_1} &= a_{11} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} - a_{12} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} - a_{13} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_2} &= a_{21} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} - a_{22} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} + a_{23} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} &= a_{31} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} - a_{32} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} - a_{33} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Данная система имеет целый ряд преимуществ перед стандартной системой (3), (4). Во-первых, она содержит только четыре уравнения первого порядка и соответствующая матрица вырожденной не является. Исследование её типа и вывод соотношений вдоль характеристик никаких трудностей не представляет. Так, нетрудно заметить, что при $a_{22} = 0$ третье уравнение содержит только производные по x_2 . Поэтому число корней уравнения $a_{22} = 0$ определяет и число характеристических направлений в точке. При этом само уравнение, записанное в криволинейных координатах, представляет собой соотношение вдоль характеристики.

Отметим также, что в описании (7) кинематические и силовые характеристики процесса деформирования фигурируют «на равных»: в обоих случаях речь идёт о векторных полях $\vec{u}(x_1, x_2)$ и $\vec{f}(x_1, x_2)$. Последнее открывает пути исследования сопряжённых задач, когда вектор $\vec{u}(x_1, x_2)$ объявляется потенциалом напряжений или их скоростей, а вектор $\vec{f}(x_1, x_2)$ объявляется вектором перемещений или скоростей перемещений.

По-видимому, впервые вектор, совпадающий с \vec{f} , под названием «результатирующая сила» был введён в работе [13]. В [14] он вводился независимо на основе соображений, изложенных выше. Затем под названием «перемещения напряжений» вектор вводился также в работе [15].

4. Анализ модели с учётом разупрочнения.

Хорошо известно, что решение задач с разупрочнением (ниспадающая ветвь) приводят к ряду математических трудностей. Так, при учёте разупрочнения возникают вопросы о единственности решения. С физической точки зрения в разупрочняющейся среде могут происходить динамические скачки – динамическое неконтролируемое высвобождение накопленной упругой энергии.

Проанализируем тип замкнутой системы уравнений (3), (4). Выше показано, что она эквивалентна системе (7), из которой следует, что линия x_2 является характеристикой в случае выполнения условия $a_{22} = 0$. Анализ показывает, что уравнение $a_{22} = 0$ имеет решение, когда параметры, описывающие свойства структурных элементов, удовлетворяют неравенствам

$$0 \leq \frac{(\mu^t + \mu^p)(2\mu^t + s) + \frac{(1-2\nu^t)[(1-2\nu^t)\mu^p + (1-2\nu^p)\mu^t]}{3(1-2\nu^t)\mu^p + (1-2\nu^p)\mu^t}}{(\mu^t + 3\mu^p)s + 4\mu^t\mu^p} \leq 1, \quad (8)$$

$$\frac{(\mu^t + \mu^p)(2\mu^t + s)}{(\mu^t + 3\mu^p)s + 4\mu^t\mu^p} - \frac{\mu^t + \mu^p}{\mu^t + 3\mu^p}$$

где $s = \frac{2G_1^s G_2^s}{G_1^s + G_2^s}$. Ограничимся частным случаем, когда свойства зёрен и поровой среды сов-

падают между собой $\nu = \nu^t = \nu^p$, $\mu = \mu^t = \mu^p$. Пусть совпадают также модули взаимодействия зёрен на различных семействах контактов $G^e = G_1^e = G_2^e$, $G^p = G_1^p = G_2^p$. Тогда неравенства (8) существенно упрощаются

$$0 \leq \frac{2(1-\nu)}{\mu} \cdot \frac{2G_1^s G_2^s}{G_1^s + G_2^s} + 3 - 2\nu \leq 1. \quad (9)$$

Рассмотрим различные возможные ситуации развития проскальзываний на межзёренных контактах. Если оба контакта упрочняются, т.е. $G_1^s = G_2^s = G^e$, тогда неравенства (9) не выполняются ни при каких значениях параметров и характеристик нет. Предположим теперь, что один из межзёренных контактов достиг стадии разупрочнения, например, $G_1^s = -G^p$, а другой контакт ещё упрочняется, т.е. $G_2^s = G^e$. Тогда условия существования характеристик (9), накладывает ограничение на величину модуля разупрочнения G^p в виде

$$\frac{\mu G^e}{\mu + 2G^e} \leq G^p \leq \frac{(3-2\nu)\mu G^e}{(3-2\nu)\mu + 4(1-\nu)G^e}. \quad (10)$$

Если же оба контакта достигли стадии разупрочнения, т.е. $G_1^s = G_2^s = -G^p$, тогда гиперболичность системы (3), (4) гарантируется выполнением условий

$$\mu \leq G^p \leq \mu \frac{(3-2\nu)}{2(1-\nu)}. \quad (11)$$

В случае несжимаемых зёрен и поровой среды ($\nu = 0,5$) условия (10), (11) сводятся соответственно к

$$\frac{\mu G^e}{\mu + 2G^e} \leq G^p \leq \frac{\mu G^e}{\mu + G^e}, \quad (12)$$

$$\mu \leq G^p \leq 2\mu. \quad (13)$$

Проведённый анализ позволяет заключить следующее. На стадии контактного упрочнения (восходящий участок диаграммы на рис. 2) система имеет эллиптический тип, при постановке крайних условий на всём контуре расчётной области решение единственно. При учёте разупрочнения на межзёренных контактах возможны три различные ситуации в зависимости от величины наклона ниспадающей ветви. В первом случае при слабом разупрочнении, когда модуль G^p не превышает значений $G^p < \frac{\mu G^e}{\mu + 2G^e}$ и $G^p < \mu$ (для рассмотренного выше частного случая), тип системы остаётся

эллиптическим. Здесь упругое упрочнение зёрен и поровой среды превалирует над разупрочнением на межзёренных контактах и, таким образом, макродиаграмма деформирования представляет собой упругопластическую диаграмму с упрочнением.

Второй случай реализуется в диапазоне параметров разупрочнения, заданных условиями (12), (13). Здесь тип системы меняется на гиперболический. Теперь уже разупрочнение на контактах превалирует над упругим упрочнением зёрен и поровой среды, и, таким образом, макродиаграмма является разупрочняющейся – содержит ниспадающую ветвь. Для численного счёта этот диапазон исключался.

Наконец, последний случай реализуется, когда наклон ниспадающей ветви на контактах достаточно крутой $G^p > \frac{\mu G^e}{\mu + G^e}$ и $G^p > 2\mu$. Здесь тип системы снова меняется на эллиптический. При

этом макродиаграмма представляет собой диаграмму с упрочнением, однако деформирование по ней осуществляется в направлении упругой разгрузки. При таком деформировании на сильно разупрочняющихся контактах будут происходить динамические скачки с высвобождением накопленной упругой энергии, приводящие к упругой разгрузке зёрен и поровой среды. В дальнейшем при численных расчётах на основе модели (3), (4) ограничимся только первым и третьим случаями. Процесс деформирования в первом случае будем называть устойчивым, а в последнем – неустойчивым (с динамическим высвобождением накопленной энергии).

Задачу (3), (4) будем решать в квазистатической постановке по шагам нагружения. Для моделирования динамических скачков разупрочнения разработан алгоритмический приём, который позволяет, оставаясь в рамках квазистатической постановки задачи, построить численное решение с учётом динамического высвобождения энергии [8]. Если условия устойчивости не выполняются (наклон ниспадающей ветви достаточно крутой), то в момент выхода диаграммы межзёренных контактов на ниспадающий участок, дальнейшее нагружение осуществляется заданием не положительного, а отрицательного приращения параметру нагружения. С физической точки зрения задание отрицательного приращения параметру нагружения означает дополнительное внешнее воздействие, призванное «погасить» динамический скачок и «сравить» его квазистатическим способом. Решение с «отрицательным нагружением» строится до тех пор, пока разупрочняющийся контакт не выйдет на стадию остаточной прочности. После этого происходит смена модуля на контакте, и вновь задаётся положительное приращение параметру нагружения. В итоге динамический скачок моделируется квазистатическим прохождением всех промежуточных точек диаграммы без динамических эффектов, а величина межзёренного статического сдвига получает суммарное приращение, равное тому, которое имело бы место при динамическом перескоке.

5. Результаты численных расчётов.

На основе модели (3), (4) разработаны конечно-элементный алгоритм и компьютерная программа, позволяющие численно исследовать плоское напряжённо-деформированное состояние массива горных пород. Рассмотрим задачу о деформировании горного массива в окрестности горизонтальной протяжённой выработки, пройденной на глубине H от дневной поверхности (рис. 4). В качестве расчётной области рассмотрим зону $r \leq R$, окружающую выработку арочного поперечного сечения. Геометрия контура выработки определяется двумя параметрами: R/b и a/b (см. рис. 4). Начальное напряжённое состояние определим в виде линейной зависимости от веса вышележащих слоёв (распределение Динника)

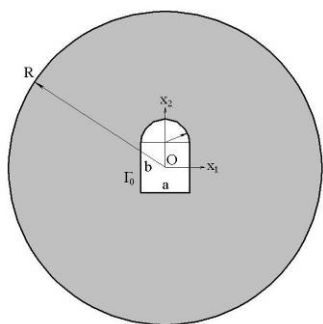


Рис. 4. Расчётная область в случае выработки арочного поперечного сечения

$$\sigma_{22}^0 = -\gamma \cdot (H - x_2), \quad \sigma_{11}^0 = \xi \cdot \sigma_{22}^0, \quad \sigma_{12}^0 = 0, \quad (14)$$

с коэффициентом бокового распора ξ . Краевые условия зада-

дим в виде

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_n|_{\Gamma_0} &= -\Delta d^k \cdot \sigma_n^0, & \Delta\sigma_n|_{r=R} &= 0, \\ \Delta\tau_n|_{\Gamma_0} &= -\Delta d^k \cdot \tau_n^0, & \Delta\tau_n|_{r=R} &= 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\Delta\sigma_n, \Delta\tau_n$ – приращения нормальной и касательной компонент тензора напряжений, σ_n^0, τ_n^0 – начальные значения напряжений на контуре, Γ_0 – контур выработки (арочного поперечного сечения), Δd^k – приращение параметра нагружения на k -шаге нагружения. Условие $\sum_k \Delta d^k = 1$ соответствует полной разгрузке контура выработки.

Рассмотрим примеры расчётов. Выберем следующие параметры задачи

$$\begin{aligned}
 \mu^l &= 2 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \quad \nu^l = 0,2; \quad \mu^p = 2 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad \nu^p = 0,3; \\
 \gamma_1^* &= \gamma_2^* = 10^{-3}; \quad \gamma_1^{**} = \gamma_2^{**} = 5 \cdot 10^{-2}; \\
 \tau_1^{\max} &= \tau_2^{\max} = 5 \text{ МПа}; \quad \tau_1^{\text{res}} = \tau_2^{\text{res}} = 2 \text{ МПа}; \\
 R/b &= 3,5; \quad a/b = 1; \quad H/b = 500; \quad \gamma = 2,5 \cdot 10^4 \text{ МПа/м}; \quad \xi = 0,42.
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Нетрудно убедиться, что параметры (16) удовлетворяют первому случаю нагружения, т.е. гарантируют устойчивое развитие процесса деформирования. Выберем угол $\alpha = \arctg(x_2/x_1) - \pi/4$, соответствующий осесимметричной геометрии линий анизотропии. Численное решение приводит к картине деформирования, показанной на рис. 5.а. Здесь незакрашенные области соответствуют ситуации, когда диаграмма контактного взаимодействия зёрен (см. рис. 2) находится на восходящем участке (стадия упрочнения), серым цветом отмечены области массива, в которых диаграмма вышла на ниспадающий участок (разупрочнение), чёрным цветом показаны области, соответствующие горизонтальному участку диаграммы (остаточная прочность). В процессе нагружения зоны разупрочнения и остаточной прочности зарождаются на поверхности выработки, полностью охватывая её контур. При дальнейшем нагружении эти зоны последовательно одна за другой развиваются вглубь массива, окружающего выработку. На рис. 5.б-в показаны конфигурации изолиний максимального касательного напряжения и максимального сдвига, соответствующие стадии нагружения, показанной на рис. 5.а.

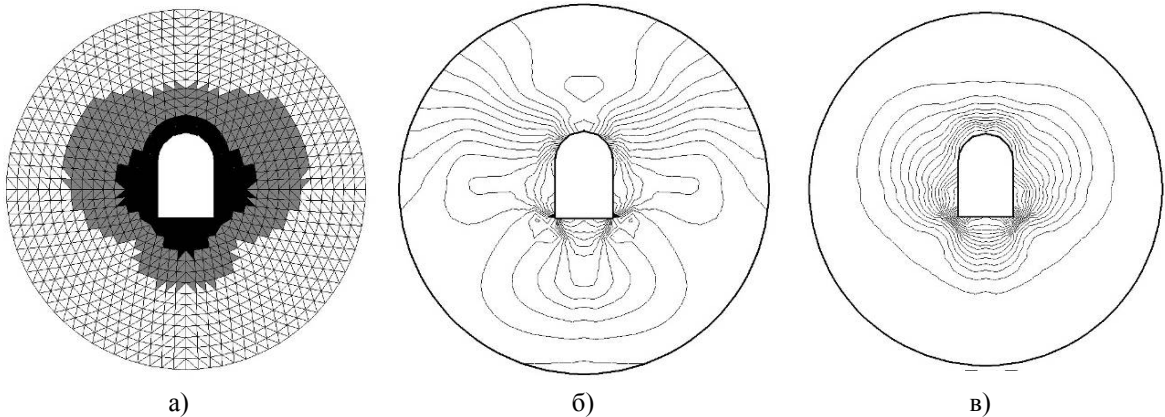


Рис. 5. Устойчивый режим: а – развитие зон разупрочнения и остаточной прочности; б – изолинии максимального касательного напряжения; в – изолинии максимального сдвига

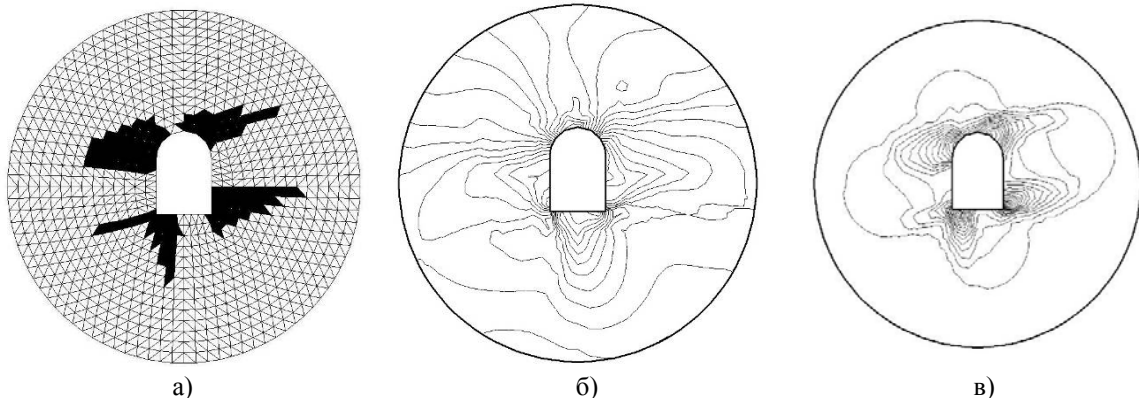


Рис. 6. Неустойчивый режим: а – развитие зон потери сдвиговой прочности; б – изолинии максимального касательного напряжения; в – изолинии максимального сдвига

Изменим теперь значения $\gamma_1^{**} = \gamma_2^{**} = 1,1 \cdot 10^{-3}$; $\tau_1^{\text{res}} = \tau_2^{\text{res}} = 0 \text{ МПа}$, остальные параметры (17) оставим без изменения. Теперь условия устойчивости не выполняются и в процессе деформирования

должны происходить локальные скачки разупрочнения. Кроме этого, после динамического скачка прочность среды на сдвиг на межзёрненных контактах полностью утрачивается. Положим угол $\alpha = 15^\circ$. Результаты расчётов показаны на рис. б.а-в. Видно, что области разупрочнения (серые зоны) отсутствуют. Образуются, они скачком переходят в области потери сдвиговой прочности (чёрные зоны). Слоистая анизотропия приводит к тому, то зоны потери прочности на сдвиг развиваются от концентраторов напряжений на контуре выработки, полностью его не охватывая. Отсутствие остаточной сдвиговой прочности на контактах приводит к развитию узких протяжённых полос, в которых имеет место интенсивное развитие сдвиговой деформации. Последние можно рассматривать как зоны локализации.

Выводы.

1. При исследовании свойств плоских математических моделей деформирования вместо тензора напряжений удобнее использовать векторный потенциал напряжений.
2. Разработанная упругопластическая модель структурно-неоднородной горной породы позволяет описать различные сценарии развития процесса деформирования, включая неустойчивый сценарий, сопровождающийся динамическими скачками разупрочнения.

Литература.

1. Дорджиев Д.Ю., Протосеня А.Г. Моделирование формирования напряжённо-деформированного состояния вокруг горизонтальной выработки тектонически нарушенного массива // Известия ТулГУ. Науки о Земле. – 2010. – вып. 2. – с. 225-230.
2. Пестренин В.М., Пестренина И.В., Костромина П.П. Влияние разгрузочных щелей на напряжённое состояние и ползучесть породного массива в окрестности выработки // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – т. 4. – № 2. – с. 110-118.
3. Беседина А.Н., Кабыченко Н.В., Кочарян Г.Г. Особенности сейсмического мониторинга слабых динамических событий в массиве горных пород // ФТПРПИ. – 2013. – № 5. – с. 20-36.
4. Колимбас Д., Лавриков С.В., Ревуженко А.Ф. О деформировании анизотропного горного массива в окрестности горизонтальной протяжённой выработки // ФТПРПИ. – 2012. – № 6. – с. 21-36.
5. A.F.Revuzhenko, A.A.Kazantsev, Yu.F.Clazkov, A.A.Dortman. Influence of the longitudinal excavations layout on stress concentration value in the peripheral rock mass // Applied Mechanics and Materials. – vol. 682. – 2014. – pp. 196-201.
6. Kolymbas D., Wagner P., Blioumi A. Cavity expansion in cross-anisotropic rock // Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 2012. – 36/2. – pp. 128-139.
7. V.V.Aksenov, S.V.Lavrikov, A.F.Revuzhenko. Numerical modelling of deformation processes in rock pillars // Applied Mechanics and Materials. – vol. 682. – 2014. – pp. 202-205.
8. A.A.Kazantsev, S.V.Klishin, A.F.Revuzhenko. On the Pressure of Loose Material on the Bottom and Walls of a Drum // Applied Mechanics and Materials. – 2014. – vol. 682. – pp. 375-379.
9. Бушманова О.П., Бушманов С.Б., Устюжанова А.В. Математическое моделирование локализации сдвигов в окрестности круглого отверстия // Известия АлтГУ. – 2010. – № 1.
10. Кочарян Г.Г., Спивак А.А. Динамика деформирования блочных массивов горных пород. М.: ИКЦ «Академкнига», 2003.
11. Лавриков С.В. О расчёте напряжённо-деформированного состояния разупрочняющегося блочного массива вблизи выработки // Физическая мезомеханика. – 2010. – т. 13. – № 4. – с. 53-63.
12. Ревуженко А.Ф. Горная порода – среда с внутренними источниками и стоками энергии. Сообщения 1, 2 // ФТПРПИ. – 1990. – № 4, № 5.
13. Hill R. On related pairs of plane elastic states // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1955. – т. 4. – № 1. – с. 1-9.
14. Ревуженко А.Ф. О деформировании сыпучей среды, ч. 2. Исследование плоской модели // ФТПРПИ. – 1981. – № 5. – с. 3-13.
15. Ивлев Д.Д. Механика пластических сред. т. 2. М.: Физматлит, 2002, 448с.