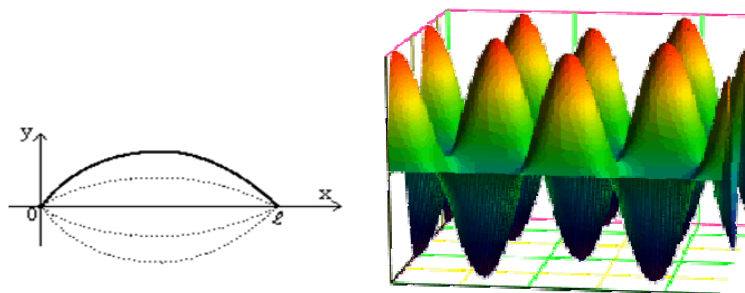


Секция 11. Прикладные задачи математики

Математическое описание этого явления было дано значительно позже усилиями д'Аламбера, Эйлера, Даниила Бернулли, Лагранжа. Прежде всего, отметим, что для описания колебаний точки около положения равновесия нужна всего одна переменная x , показывающая на сколько отклоняется точка от положения равновесия в момент времени t . В наиболее простом случае периодических колебаний с постоянной амплитудой зависимость x от времени описывается формулой $x = A \cos \omega t$, где A - амплитуда, а ω - частота.



Если колеблется протяженное тело, например, струна, то нам потребуется описать колебание каждой точки этого тела, т.е. функция, описывающая отклонение тела, имеет два аргумента: координату точки струны и время. Скажем, такая функция может выражаться следующей формулой:

$$y = A \sin \frac{2\pi}{l} x \cos \omega t$$

где A - амплитуда, l - длина струны, x - координата точки струны, а ω - частота колебаний.

Литература.

1. Деплан И. Я. Мир чисел. М.: «Просвещение», 2005
2. Дэвид Филипс. Нумерология и открытие внутреннего «Я». Полное практическое руководство. СПб: София, 2007, 256с.
3. Жмудь Л. Я. Пифагор и его школа М.: Наука, 1990, 192с.
4. В.П. Ковалев «Математика в музыке». Выступление на семинаре в Московском физико-техническом институте в секции математических основ жизнеустройства, 2007.

МАТЕМАТИКА В ОПРЕДЕЛЕНИИ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД

М.М. Борангазиев, студент группы 10741,

научный руководитель: Гиль Л.Б.

Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского

Томского политехнического университета

652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

Методы определения свойств пород с учётом структурных неоднородностей высших порядков традиционно относят к лабораторным методам исследований. Свойства определяют на образцах, размеры которых в настоящее время стандартизированы. Наибольший интерес в геомеханике из плотностных свойств представляют объёмный вес, объёмная масса (плотность), удельный вес, и пористость.

В лабораторных условиях на образцах пород обычно определяют объёмный вес g и удельный вес g_0 . Далее рассчитывают плотность (объёмную массу) ρ и удельную массу ρ_0 . Общую пористость также определяют расчётным путем, используя полученные экспериментально значения удельного g_0 и объёмного веса g :

$$P = \frac{g - g_0}{g_0}$$

Для экспериментального определения объёмного веса породы требуется знать вес и объём образца. Если определения ведут на образцах правильной геометрической формы, то вес устанавливают путём взвешивания на лабораторных весах, а объём – путем измерения линейных размеров. В случае испытания образцов неправильной геометрической формы для определения объёмного веса используют метод гидростатического взвешивания.

В последние годы для лабораторного определения плотности (и объёмного веса) пород широко используют гамма-метод (в модификации узкого пучка). При этом испытуемый образец породы помещают между источником радиоактивного гамма-излучения и детектором (рис. 1).

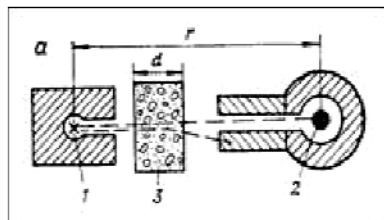


Рис. 1. Схема лабораторной установки для измерения плотности горных пород гамма-методом.

1 - источник гамма-излучения; 2 - детектор; 3 - образец породы;
4 - радиометр для регистрации гамма-излучения

Зная гамма-активность источника, расстояние r между источником и детектором и толщину d образца и регистрируя интенсивность гамма-излучения, прошедшего через образец породы, определяют по специальным номограммам плотность породы ρ . Гамма-метод определения плотности отличается простотой и высокой производительностью измерений с применением несложной серийной аппаратуры и обеспечивает точность 1-3 %. Определение удельной массы ρ_0 (удельного веса g_0) в принципе не отличается от определений объёмного веса и плотности, но при этом необходимо обеспечить вскрытие всех пор и удаление газовой и жидкостной составляющих испытуемой породы.

В некоторых задачах геомеханики, и особенно при физической интерпретации результатов наблюдений, в ряде случаев требуются сведения о влажности пород. Влажность выражают процентным отношением веса воды, содержащейся в образце породы, к весу образца после его высушивания. Для определения влажности образец сначала взвешивают в естественном состоянии, а затем доводят до постоянного веса в эксикаторе или в сушильном шкафу при температуре 105-110°C. Сопоставляя вес влажного образца G_1 и вес сухого образца G_2 , влажность вычисляют по формуле:

$$W = \frac{G_1 - G_2}{G_2}.$$

Из деформационных свойств горных пород обычно определяют модуль деформации (для упругого участка деформирования – модуль упругости E) и коэффициент поперечных деформаций (коэффициент Пуассона) ν . При этом методы их определения можно подразделить на статические и динамические. Статические методы основаны на измерении деформаций образцов исследуемых пород под нагрузкой. Для измерения продольных и поперечных деформаций образцов при их нагружении применяют проволоочные тензометры сопротивления, либо механические индикаторы часового типа. В процессе нагружения и разгрузки с помощью автоматической записывающей аппаратуры ведут непрерывную запись деформаций, либо фиксируют деформации через определенные ступени нагружения и разгрузки.

Динамические методы определения деформационных (упругих) свойств пород основаны на измерении скоростей упругих колебаний, возбуждаемых в исследуемых образцах в диапазоне звуковых и ультразвуковых частот, т. е. фактически являются в то же самое время методами определения акустических свойств пород.

Эти методы разработаны значительно позднее, чем статические, но получают все большее распространение благодаря простоте, малой трудоемкости измерений и применению удобных в работе и надежных серийных измерительных приборов.

Определение акустических, а затем и упругих свойств импульсным динамическим методом обычно ведут путем прямого прозвучивания и продольного профилирования образцов горных пород.

Следует заметить, что модуль упругости, определяемый динамическими методами, обычно бывает несколько выше, чем при статических измерениях. Это расхождение обусловлено неидеальной упругостью пород, оно минимально для весьма плотных разновидностей и возрастает по мере снижения плотности пород.

Экспериментально определив модуль продольной упругости E и коэффициент поперечных деформаций ν , можно вычислить значения модуля сдвига G и модуля всестороннего сжатия K .

Наибольшее использование в задачах геомеханики имеют характеристики прочности при одноосном сжатии [$s_{сж}$] и растяжении [s_p], а также при срезе (сдвиге) [$t_{ср}$].

В своё время был разработан ГОСТ 21153.2-84, в соответствии с которым определение прочности пород при одноосном сжатии производится на цилиндрических образцах диаметром 40-50 мм с отношением высоты к диаметру, равным 0,9-1,1. Допускается также проводить испытания на кубических образцах со стороной размером 45 ± 5 мм. Торцовые поверхности образцов шлифуют, их выпуклость (вогнутость) после шлифования не должна быть более 0,05 мм. Торцовые поверхности должны быть параллельны друг другу (отклонение не более 0,1 мм) и перпендикулярны к образующим цилиндра (отклонение 1,0 мм).

Для строго центрированного нагружения образца между ним и одной из плит пресса помещают шариковое центрирующее устройство. Нагружение образца производят с равномерной скоростью в пределах 1-30 кгс/(см²·с), повышая нагрузку вплоть до разрушения образца и фиксируя значение разрушающей нагрузки.

Цилиндрические образцы пород стандартных размеров могут быть использованы и для определения предела прочности при растяжении. Определение производят методом диаметрального сжатия (рис. 2), так называемым «бразильским методом».

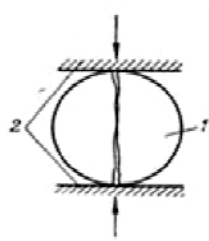


Рис. 2. Определение прочности пород при растяжении методом диаметрального сжатия.
1 - испытуемый образец породы; 2 - плиты пресса

В результате диаметрального сжатия в образцах возникают растягивающие напряжения. При массовых определениях прочностных свойств горных пород весьма удобен метод комплексного определения пределов прочности при многократном раскалывании и сжатии.

Испытания проводят на цилиндрических образцах стандартных размеров. Зазор между разъемными половинами матрицы при вложенном в неё образце должен иметь постоянную ширину не более 2 мм.

Поведение горных пород под нагрузкой в полной мере характеризуется так называемой полной кривой «напряжение-деформация», которая состоит из двух ветвей – восходящей до значения [$s_{сж}$], равного пределу прочности испытуемой породы, и ниспадающей от [$s_{сж}$] до [$s_{ост}$] – остаточной прочности. Математическая интерпретация результатов представлена на рис. 3.

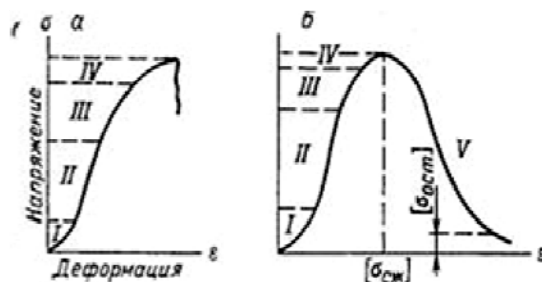


Рис. 3. Типичные кривые «напряжение-деформация» для горных пород, получаемые на обычных испытательных прессах (а) и машинах с повышенной жесткостью (б).

I -V - области: I - закрытия структурных дефектов, II - линейного деформирования, III - образования микротрещиноватости, IV - разветвления и слияния трещин, V - снижения грузонесущей способности

Литература.

1. Физико-механические свойства горных пород /<http://bibliotekar.ru/spravochnik-71/10.htm>.
2. <http://lib.rushkolnik.ru/text/23817/index-6.html#1>