МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ТКАНИ МИОКАРДА НА МЕРЦАТЕЛЬНУЮ АРИТМИЮ

Нгуен Тхи Динь, Огородников А.С.
Томский политехнический университет, Институт кибернетики
dinhnguyen1610hv@gmail.com

Введение

Под мерцательной аритмией на сегодняшний день понимают учащение ритма и беспорядочное сокращение сердечной мышцы, которые, в свою очередь, являются результатом возбуждения хаотических ионных токов [1]. В работе рассматривается модель (рис.1), упрощенная геометрическая структура которой близка к реальной геометрии человеческого сердца, как и в работе [2], а потенциалы электрического поля, генерируемого в сердечной мышце, находятся из решения краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных Ландау-Гинзбурга [3]. Для исследования таких аритмий создаются трехмерные модели распространения ионных токов по клеткам миокарда человеческого сердца.

Материал и методы

Легковозбудимые среды – это общее понятие, которое используется при моделировании большого числа физических явлений, в частности, распространения электрических сигналов в сердечной мышце [2]. Уравнения Ландау-Гинзбурга для возбудимых сред описывают простейшие физиологические модели с двумя переменными, активатора и ингибитора [4]:

$$\begin{cases} u_{1t} - \Delta(u_1 - c_1 u_2) = u_1 - (u_1 - c_3 u_2)(u_1^2 + u_2^2) \\ u_{2t} - \Delta(c_1 u_1 + u_2) = u_2 - (c_3 u_1 + u_2)(u_1^2 + u_2^2) \end{cases} \quad (1)$$

Здесь u_1 – потенциал активатора, и u_2 – потенциал ингибитора. Константы c_1 и c_3 – параметры, отражающие электрофизические свойства среды. Данные константы характеризуют наличие и устойчивость решений и определяются электропроводящими свойствами клеток сердечной мышцы.

Начальное условие (t = 0) определяет распределение потенциалов u_1 и u_2:

$$\begin{cases} u_1(0,x,y,z) = \tanh(z) \\ u_2(0,x,y,z) = -\tanh(z) \end{cases} \quad (2)$$

Граничные условия (3-4) как для u_1, так и для u_2 принимаются изолированными (граничное условие Неймана), основываясь на допущении, что модель закрытая, т.е. ионные токи распространяются внутри сердца, замыкаясь на его поверхности, и не уходят наружу в другие органы.

$$\left.\frac{\partial u_1}{\partial n}\right|_{M(x,y,z)\in S} = 0 \quad (3)$$

$$\left.\frac{\partial u_2}{\partial n}\right|_{M(x,y,z)\in S} = 0 \quad (4)$$

где $M(x,y,z)$ – точка, лежащая на поверхности сердца, $\bar{n}$ – вектор нормали.

Метод конечных элементов (который реализован в пакете COMSOL) выбран в качестве метода решения системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (1). Использование данного метода подразумевает введение некоторых упрощений в исходную модель. В частности, поверхность геометрического тела для метода конечных элементов представляет собой набор подобластей, определяемых конечным числом параметров.

Результаты

На рис. 2 представлено распределение потенциала u_1 возникающих хаотических ионных токов (мерцательная аритмия), а на рис. 3 представлено распределение потенциала u_1, соответствующее стабильному сердцебиению. Наиболее интенсивный светлый оттенок соответствует наибольшему значению потенциала, темный – соответствует наименьшему значению потенциала.

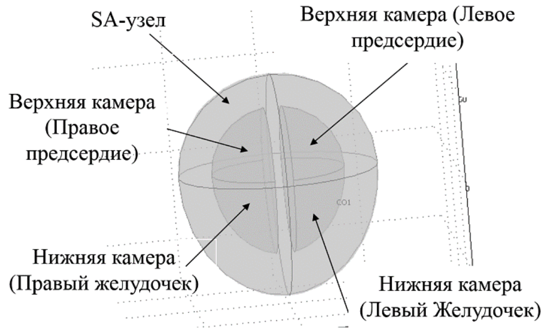

Рисунок 1 - Упрощенная модель сердца

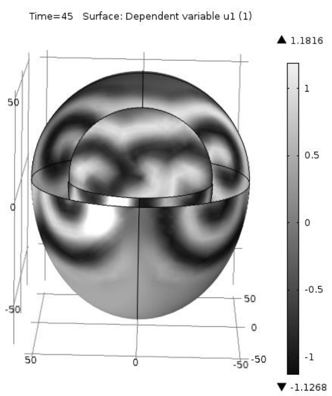

Рисунок 2 - Распределение потенциала u_1, характеризующее возникновение мерцательной аритмии

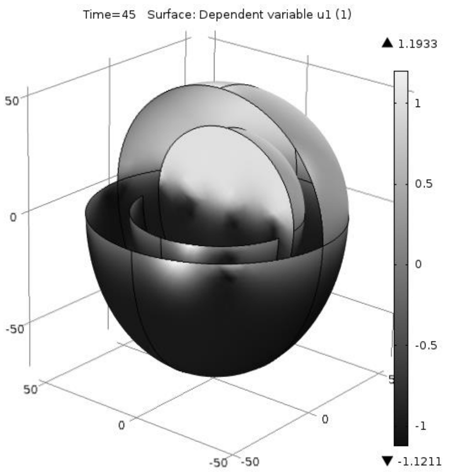

Рисунок 3 - Распределение потенциала u_1, соответствующее стабильному сердцебиению

На рис. 4 представлена зависимость возникновения мерцательной аритмии δ от значений c_3 при $c_1 = 1{,}5$. Численные расчеты показали, что мерцательная аритмия отсутствует ($\delta = 0$) при $1 \le c_3 \le 2$ и присутствует ($\delta = 0$) при остальных значениях c_3.

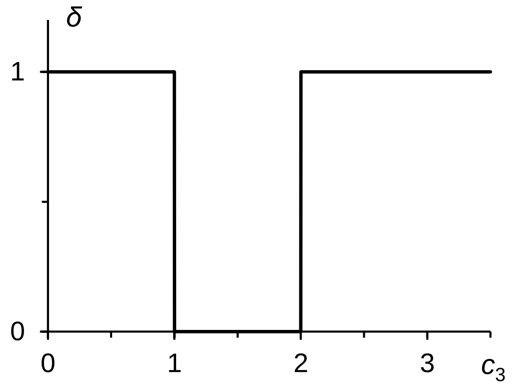

Рис.4. Область значений c_3, характеризующих стабильное сердцебиение

Заключение

Для решения поставленной задачи использовался метод конечных элементов, использовался набор встроенных модулей COMSOL Multiphysics для моделирования физических процессов, связанных с рассматриваемым процессом, в частности, модули, основанные на математических формулировках задач. Кроме того, построена трехмерная модель сердца и визуализирована передача электрических сигналов в электрической системе сердца. Следует отметить, что результаты, представленные в данной работе, могут быть использованы только в качестве первой оценки качественного поведения, которое можно ожидать от системы при заданных биохимических, электрофизических параметрах тканей.

Дальнейшие результаты моделирования могут быть получены путем изменения констант c_1 и c_3 таким образом, чтобы найти области существования устойчивых колебаний электрических потенциалов. В дальнейшем в ходе проведения вычислительных экспериментов необходимо также подбирать параметры решателей и сеток таким образом, чтобы избежать численной неустойчивости.

Список использованных источников

1. Кушаковский М.С. Аритмии сердца. – М.: Наука. – 1992. – 465 с.

2. Асланиди О.В., Морнев О.А. Эхо в возбудимых волокнах сердца // Математическое моделирование. – 1999. – Т.11. – С. 3-22.

3. Дядова А.В., Огородников А.С. Моделирование распространения электрических сигналов в сердечной мышце человека с использованием программного пакета COMSOL // Бюллетень сибирской медицины. – 2014. – Т.13. – №4 – С. 43-46.

4. FitzHugh R.A. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // Biophys. J., 1961. pp. 445—461

5. Клиническая аритмология / Под ред. проф. А.В. Ардашева. - М.: Медпрактика-М, 2009. - 1220 с.

6. Мэнсфилд П. Быстрая магнитно-резонансная томография // Успехи физических наук. - 2005. -т. 175, № 10. - 1044-1052 с.

7. Зудбинов Ю.И. Азбука ЭКГ. - Издание 3. - Ростов-на-Дону: «Феникс», 2003.- 160 с.

8. Елькин Ю. Е., Москаленко А. в. Базовые механизмы аритмий сердца // Клиническая аритмология / Под ред. проф. А. В. Ардашева - М.:Медпрактика, 2009. - 45-74 с.

9. Ефимов И.Р., Ченг ю., Самбелашвили А.Т., Прогресс в изучении механизмов электрической стимуляции. - Вестник аритмологии, 2002. - 79-83 с.

10. Алиев Р.Р. Концептуальные и детальные математической модели электрической активности миокарда: автореф. дис. д-ра физ.-мат. наук: 10.10.07 / Алиев Рубин Ренатович - Пущино. - 2007. - 2-8 с