МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ «ДАТЧИК-ТРУБОПРОВОД» ПРИ РАСПОЛОЖЕНИИ ДАТЧИКА НА ТОРЦЕВОЙ СТЕНКЕ ТРУБЫ

Мамонова Т. Е., Овчаров А. Э.

Томский политехнический университет, институт кибернетики
stepte@tpu.ru

Введение

В настоящее время каждое предприятие при разработке технологических процессов применяет различные виды датчиков, средства измерения, потому что только с ними можно в полной мере получить автоматизированное производство. Частным случаем таких производств являются нефтеперерабатывающие и нефтедобывающие производства. При проектировании таких производств большое внимание уделяется надежности не только самих конструкц агрегатов, а также выбору датчиков с получения достоверных и точных данных и продления их срока службы. Давление наряду с такими параметрами как температура, расход, скорость является крайне важным параметром систем контроля и управления. Датчик давления состоит из первичного преобразователя давления, в составе которого чувствительный элемент - приемник давления, схемы вторичной обработки сигнала, различных по конструкции корпусных деталей, в том числе для герметичного соединения датчика с объектом и защиты от внешних воздействий и устройства вывода информационного сигнала [1]. При проектировании важно учитывать влияние среды в трубопроводе на динамику чувствительного элемента, так как это позволит обеспечить не только необходимую точность, но и повысит надежность конструкции датчик давления – трубопровод и как следствие надежность системы в целом. Анализируя вышеизложенное можно сделать вывод, что задача по получению и исследованию математических моделей, связывающих динамику чувствительных элементов датчиков давления и давление в трубопроводе, в настоящее время является актуальной.

Примем, что датчик давления расположен на торцевой стенке трубопровода, как изображено на рис. 1.

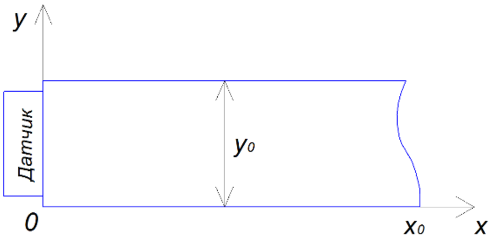

Рисунок 1 - Расположение датчика на торцевой стенке трубопровода

На рис. 1. размеры трубопровода (длина и диаметр соответственно). Для того чтобы описать систему, приведенную на рис. 1, воспользуемся уравнением Лапласа, которое описывает движение жидкости в трубопроводе. Из уравнения следует, что необходимо определить проекции потенциалов скорости среды на оси координат x и y. уравнение, связывающее потенциал скорости среды и давление в трубопроводе:

$$L(\omega) = P_0(y) - P^{-} + \rho\varphi_t = P_0(y) - 1/y_0 \int_0 \ldots P(y)dy$$

Уравнение динамики чувствительного элемента датчика давления

Для того чтобы получить уравнение взаимодействия прогиба упругого элемента датчика и давления, действующего на него необходимо совместное решение уравнения динамики чувствительного элемента и уравнения гидродинамики.

Рассмотрим мембрану прямоугольной формы, толщина которой h (рис. 2).

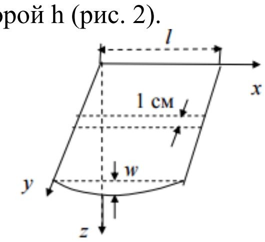

Рисунок 2 - Мембрана прямоугольной формы

Для получения дифференциального уравнения изгиба определим дифференциальное уравнение выбранной полоски с такой же толщиной h и длиной l. Кривизна изогнутой полоски при давлении можно принять равной $\frac{d^2\omega}{dx^2}$. Относительное удлинение будет иметь вид:

$$\varepsilon_x = -z\frac{d^2\omega}{dx^2}.$$

Используя закон Гука, определим относительные удлинения заштрихованного элемента (рис. 3).

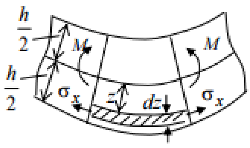

Рисунок 3 - Относительные удлинения заштрихованной части мембраны

Закон Гука для данного случая имеет вид:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y).$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x).$$

где $\mu -$ коэффициент Пуассона; $E -$ модуль Юнга (модуль упругости материала).

Для того чтобы мембрана при деформации сохранила непрерывность, необходимо чтобы ее поперечная деформация по направлению y была равна нулю. Из этого следует:

$$\sigma_y = \mu\sigma_x.$$

С учетом подстановки в ε_x:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(1-\mu^2)\sigma_x.$$

Изгибающий момент в выбранной полоске равен [12]:

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz = -\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 \frac{E}{1-\mu^2}\frac{d^2\omega}{dx^2} dz = -\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}\frac{d^2\omega}{dx^2} = D\frac{d^2\omega}{dx^2}$$

В полученной формуле составляющая $\left(\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}\right)$ является величиной, которая имеет название жесткость мембраны при изгибе.

Также еще одной составляющей динамики чувствительного элемента является интенсивность сил инерции, которая может быть представлена следующей формулой [12]:

$$q = \rho_{м} h \frac{d^2\omega}{dx^2},$$

где $\rho_{м} -$ плотность материала мембраны; $h -$ толщина мембраны.

При рассмотрении уравнения динамики пластин и мембран учитывают коэффициент внутреннего демпфирования β, который связан с функцией прогиба следующим соотношением [13]:

$$f = \beta\frac{d\omega}{dx},$$

где $\beta -$ коэффициент внутреннего демпфирования мембраны.

Растягивающие, сжимающие и сдвигающие усилия в изгибаемой мембране следует учитывать, если прогиб становится больше четверти ее толщины. В таком случае усилие связано с прогибом упругого элемента формулой [13]:

$$\gamma = N\omega,$$

где $N -$ растягивающее усилие.

В свою очередь растягивающее усилие связано с толщиной мембраны следующим отношением [14]:

$$N = \frac{Eh}{1-\mu^2},$$

где $\mu -$ коэффициент Пуассона; $E -$ модуль Юнга (модуль упругости материала).

Таким образом, для получения уравнения динамики мембраны необходимо найти сумму всех составляющих его компонентов [15]:

$$L(\omega) = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}\omega + \rho_{м} h\omega + \beta\omega + \frac{Eh}{1-\mu^2}\omega$$

Получим:

$$\left(\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{x_0\rho}{y_0} + \rho_{м} h\right)\ddot{\omega} + \beta\dot{\omega} + \frac{Eh}{1-\mu^2}\omega == P_0(y) \quad P(y).$$

Заключение

Полученное уравнение является математической моделью «датчик давления - трубопровод» для случая, когда датчик расположен на торцевой стенке трубопровода. Данная математическая модель связывает закон изменения давления рабочей среды в трубопроводе и прогиб упругого элемента датчика давления. При использовании полученных математических моделей, которые связывают прогиб упругого элемента датчиков давления и давление в трубопроводе, можно повысить не только надежность конструкции узла «датчик давления - трубопровод», но и как следствие надежность системы в целом, что влечет за собой увеличение срока службы системы.

Список использованных источников

1. Датчики давления [Электронный ресурс]. – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/datchiki_davleniya, (Дата обращения 20.09.2014 г.)
2. Сурьянинов Н.Г. Теоретические основы динамики машин: учебное пособие/ Н.Г. Сурьянинов, А.Ф. Дащенко. – Одесса. – 306 с.
3. Саченков А.А. Цикл лекций по теории изгиба пластин: учебное пособие/ А.А. Саченков. – Казань, 2012. – 53 с.