Ефремов Александр Александрович, ассистент кафедры автоматики и компьютерных систем Института кибернетики ТПУ.
E-mail: yefremov@aics.ru
Область научных интересов: нечеткие вычисления, моделирование и анализ нечеткой надежности.
Кориков Анатолий Михайлович, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой автоматизированных систем управления факультета систем управления Томского университета систем управления и радиоэлектроники.
E-mail: korikov@asu.tusur.ru
Область научных интересов: оптимизационные системы навигации, управления и обработки информации.

УДК 519.87

О ПРИМЕНЕНИИ КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ К ЗАДАНИЮ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ НЕЧЕТКИХ ЧИСЕЛ (L-R)-ТИПА

А.А. Ефремов, А.М. Кориков*

Томский политехнический университет
*Томский университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: yefremov@aics.ru

Предложен способ задания функций принадлежности нечетких чисел в виде кусочно-непрерывных функций, составленных из полиномов второго порядка. Приведены условия, определяющие формы представленных функций.

Ключевые слова:
Нечеткое число, функция принадлежности, α-сечения, кусочно-непрерывные функции.

Key words:
Fuzzy number, membership function, α-cuts, stepwise-continuous functions.

В настоящее время большой интерес представляют задачи проектирования и анализа систем, функционирующих в условиях неопределенности или использующих для своей работы неполные данные. Для этого класса задач широко применяется аппарат «мягких вычислений» [1], использующий понятие нечетких чисел.

Наиболее часто используемым типом нечетких чисел являются *нечеткие треугольные числа* [2], т. е. такие, которые можно задать тройкой чисел $\tilde{N} = \langle A, B, C \rangle$ ($A < B < C$), где (A, C) – носитель нечеткого числа, B – его высота. При этом левая и правая части функции принадлежности представляют собой прямые линии. Если же функция принадлежности нечеткого числа $\tilde{N}$ задается выражением

$$\mu_N(x) = \begin{cases} f_L(x), & x \in [A, B]; \\ f_R(x), & x \in [B, C]; \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases}$$

где $f_L(x)$, $f_R(x)$ – некоторые монотонные функции, причем $f_L(B) = f_R(B) = 1$, то такие числа называют *треугольными числами (L-R)-типа* [2].

Сходным образом определяются и *трапециевидные нечеткие числа (L-R)-типа* [3], задаваемые набором $\tilde{N} = \langle A, B_L, B_R, C \rangle$ ($A < B_L < B_R < C$), где (B_L, B_R) – интервал устойчивости, а функция принадлежности задается выражением

$$\mu_N(x)=\begin{cases} f_L(x), & x\in[A, B_L); \\ 1, & x\in[B_L, B_R]; \\ f_R(x), & x\in(B_R, C]; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Далее в тексте рассматриваются только треугольные числа (L-R)-типа, т. к. разработанные положения аналогично применяются и для трапециевидных нечетких чисел.

В данной работе функцию принадлежности треугольного нечеткого числа $\tilde{N}=\langle A, B, C\rangle$ предлагается задавать в виде

$$\mu_N(x)=f_L(x)H(x-A)H(B-x)+f_R(x)H(x-B)H(C-x), \quad (1)$$

где $f_L(x)$, $f_R(x)$ – функции, соответственно, левой и правой частей функции принадлежности, представляющие собой полиномы второго порядка, $H(x)$ – единичная функция Хевисайда [4].

В случае с трапециевидными нечеткими числами, функция принадлежности будет иметь вид

$$\mu_N(x)=f_L(x)H(x-A)H(B_L-x)+H(x-B_L)H(B_R-x)+f_R(x)H(x-B_R)H(C-x) \quad (2)$$

Функции $f_L(x)$, $f_R(x)$ (здесь и далее для треугольных нечетких чисел) должны удовлетворять условиям

$$\begin{cases} f_L(A)=0; \\ f_L(B)=1; \\ f_R(B)=1; \\ f_R(C)=0. \end{cases} \quad (3)$$

Форму функций (1)–(2) можно изменять, налагая дополнительные условия о равенстве нулю производных функций $f_L(x)$ и $f_R(x)$ в точках A, B, C. Возможны четыре варианта таких условий:

$$\begin{cases} f_L'(A)=0; \\ f_R'(C)=0. \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f_L'(B)=0; \\ f_R'(B)=0. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} f_L'(A)=0; \\ f_R'(B)=0. \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} f_L'(B)=0; \\ f_R'(C)=0. \end{cases} \quad (7)$$

Внешний вид функций принадлежности треугольных нечетких чисел с учетом условий (4)–(7) представлен на рис. 1.

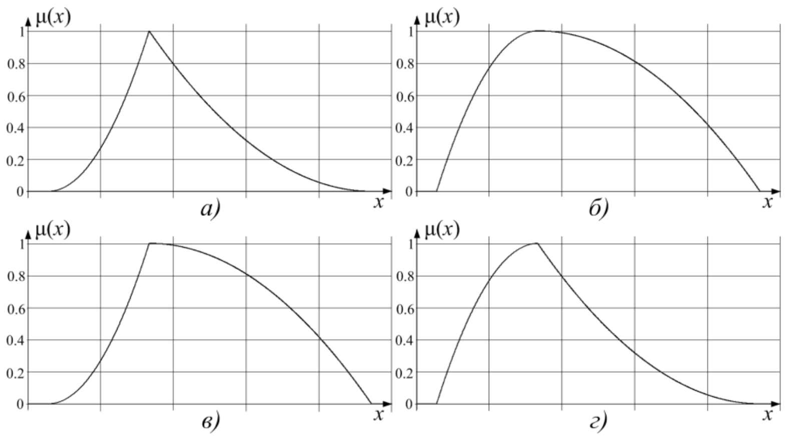

Рис. 1. Формы функций принадлежности с учетом дополнительных условий (4)–(7)

Решая систему уравнений, составленную из условия (3) и одного из условий (4)–(7), можно однозначно выразить коэффициенты функций $f_L(x)$, $f_R(x)$ через значения A, B, C.

Данное свойство предлагаемой функции принадлежности может быть использовано в задачах моделирования параметров нечетких систем. Так, если по результатам моделирования получены оценки $[n_L(\alpha), n_R(\alpha)]$ α-сечений треугольного нечеткого числа $\tilde{N}$ $(0 \le \alpha \le 1)$, то возможно определить носитель (A, C) и высоту B этого числа, а следовательно, и коэффициенты функций $f_L(x)$, $f_R(x)$, используя методы регрессионного анализа [5].

На рис. 2 приведен пример построения функции принадлежности треугольного нечеткого числа (L-R)-типа по оценкам его α-сечений с использованием алгоритма Левенберга–Марквардта [6].

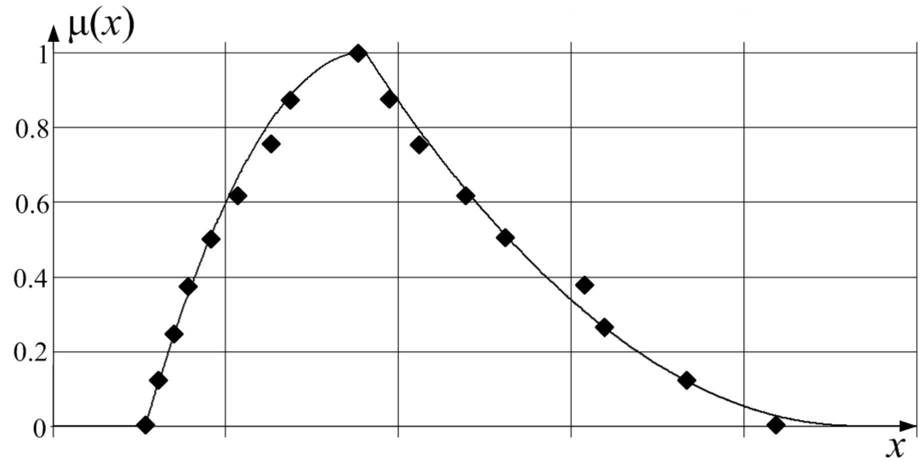

Рис. 2 Пример функции принадлежности, построенной по оценкам α-сечений

Задавая функции принадлежности треугольных и трапециевидных нечетких чисел (L-R)-типа с помощью функций вида (1)–(2), мы получаем, в общем случае, несимметричные функции принадлежности, более подходящие для описания и моделирования параметров реальных систем. Также, описанные функции принадлежности могут использоваться для моделирования квантификаторов лингвистических переменных, таких как *«приблизительно равно», «более или менее», «около»* [7].

Выводы

Предлагаемый в данной работе вид функций основан на использовании полиномов второго порядка, что позволяет с высокой степенью точности задавать функции принадлежности нечетких чисел и, одновременно, существенно снизить вычислительные затраты по расчету их коэффициентов. Вместе с этим, возможность придавать функциям различную форму путем наложения дополнительных условий позволяет использовать их для анализа результатов моделирования систем с нечеткими параметрами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М.: Горячая линия-Телеком, 2006. – 452 с.
2. Kwang H. L. First Course on Fuzzy Theory and Applications. – Berlin: Springer-Verlag, 2005. – 335 p.
3. Нечеткая логика: алгебраические основы и приложения / С.Л. Блюмин и др. – Липецк: ЛЭГИ, 2002. – 111 с.
4. Гусак А.А., Гусак Г.М., Бричикова Е.А. Справочник по высшей математике. – Минск: ТетраСистемс, 2000. – 640 с.
5. Гилл Ф. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
6. Демиденко Е.З. Оптимизация и регрессия. – М.: Наука, 1989. – 292 с.
7. Яхъяева Г.Э. Нечеткие множества и нейронные сети. – М.: БИНОМ, 2008. – 316 с.

Поступила 28.06.2011 г.