

ПРОГРЕВ ТЕЛ В ЛУЧЕИСПУСКАЮЩЕЙ СРЕДЕ
С ПЕРЕМЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ

В. В. САЛОМАТОВ, Г. П. БОЙКОВ

(Представлена проф. докт. Г. И. Фуксом)

В практике нагрева тел часто встречаются процессы, протекающие при переменной температуре излучающего источника тепла. Соблюдение правильной технологии нагрева при указанных условиях теплообмена требует знания температурного распределения в теле, которое находится решением следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial T(\zeta, \tau)}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 T(\zeta, \tau)}{\partial \zeta^2} + \frac{\xi - 1}{\zeta} \frac{\partial T(\zeta, \tau)}{\partial \zeta} \right], \quad (1)$$

$$T(\zeta, 0) = T_0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial \zeta} = 0, \quad (3)$$

$$\lambda \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial \zeta} = \varepsilon_n C_0 \left[\left(\frac{T_c(\tau)}{100} \right)^4 - \left(\frac{T(R, \tau)}{100} \right)^4 \right]. \quad (4)$$

Решение такой общей задачи с помощью обычных аналитических методов ввиду нелинейного условия (4) полностью невозможно, а метод численного интегрирования требует весьма длительного времени, так что при большом количестве необходимых расчетов его практическая ценность сводится к нулю.

В связи с этим возникает необходимость найти приближенные способы расчета температурного поля, которые в тех случаях, когда точное решение невозможно, быстро вели бы к цели, даже ценой понижения точности расчета.

Преобразуем граничное условие (4) к виду

$$T(R, \tau) = T_c(\tau) (1 - Z)^{1/4}, \quad (5)$$

где

$$Z = \frac{10^8 \lambda \partial T(R, \tau) / \partial \zeta}{\varepsilon_n C_0 T_c^4(\tau)}.$$

Разлагая в биномиальный ряд

$$(1 - Z)^{1/4} = 1 - \frac{1}{4} Z - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 8} Z^2 - \dots \quad (6)$$

и ограничиваясь в нашем случае двумя членами разложения, получим

$$T(R, \tau) = T_c(\tau) - \psi \frac{\partial T(R, \tau) / \partial \zeta}{T_c^3(\tau)}. \quad (7)$$

Здесь

$$\psi = \frac{10^8 \lambda}{4 \epsilon_n C_0}.$$

В качестве примера приведем решения для неограниченной пластины, бесконечного цилиндра и шара, когда температура среды меняется по закону экспоненты

$$T_c(\tau) = T_\kappa + (T_{c0} - T_\kappa) \exp(-\kappa\tau).$$

Решение проводится с помощью [1] одностороннего интегрального преобразования Лапласа

$$F(s) = \int_0^\infty f(\tau) e^{-s\tau} d\tau$$

и теоремы смещения

$$F(s - \kappa) = \int_0^\infty f(\tau) e^{-(s-\kappa)\tau} d\tau.$$

I Температурное поле неограниченной пластины

Задача сводится к решению дифференциального уравнения (1) с условиями (2), (3), (7) при $\zeta = x$, $\xi = 1$.

Переходя к изображениям и принимая во внимание (2), (3), получим решение уравнения (1)

$$\bar{T}(x, s) - \frac{T_0}{s} = A \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x. \quad (I.1)$$

Постоянная A находится из преобразованного граничного условия (7)

$$\begin{aligned} A \left[\psi \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} R + T_\kappa^3 \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R + 3T_\kappa^2 (T_{c0} - T_\kappa) \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s + \kappa}{a}} R + \right. \\ \left. + 3T_\kappa (T_{c0} - T_\kappa)^2 \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s + 2\kappa}{a}} R + (T_{c0} - T_\kappa)^3 \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s + 3\kappa}{a}} R \right] = \\ = \frac{T_\kappa^3 (T_\kappa - T_0)}{s} + \frac{T_\kappa^2 (T_{c0} - T_\kappa) (4T_\kappa - 3T_0)}{s + \kappa} + \\ + \frac{3T_\kappa (T_{c0} - T_\kappa)^2 (2T_\kappa - T_0)}{s + 2\kappa} + \frac{(T_{c0} - T_\kappa)^3 (4T_\kappa - T_0)}{s + 3\kappa} + \frac{(T_{c0} - T_\kappa)^4}{s + 4\kappa}. \quad (I.2) \end{aligned}$$

Подставляя значение A из (I.2) в (I.1), получим решение задачи в изображениях

$$\begin{aligned} \bar{T}(x, s) - \frac{T_0}{s} = \left[T_\kappa^3 (T_\kappa - T_0) (s + \kappa) (s + 2\kappa) (s + 3\kappa) (s + 4\kappa) + \right. \\ \left. + T_\kappa^2 (T_{c0} - T_\kappa) (4T_\kappa - 3T_0) s (s + 2\kappa) (s + 3\kappa) (s + 4\kappa) + T_\kappa (T_{c0} - T_\kappa)^2 \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot (6T_{\kappa} - 3T_0) s (s + \kappa)(s + 3\kappa)(s + 4\kappa) + (T_{c0} - T_{\kappa})^3 (4T_{\kappa} - T_0) \cdot \\
& \cdot s (s + \kappa)(s + 2\kappa)(s + 4\kappa) + (T_{c0} - T_{\kappa})^4 s (s + \kappa)(s + 2\kappa) \cdot \\
& \cdot (s + 3\kappa) \left[\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x \cdot \left\{ s (s + \kappa)(s + 2\kappa)(s + 3\kappa)(s + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 4\kappa) \left[\psi \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} R + T_{\kappa}^3 \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 3T_{\kappa}^2 (T_{c0} - T_{\kappa}) \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s + \kappa}{a}} R + 3T_{\kappa} (T_{c0} - T_{\kappa})^2 \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s + 2\kappa}{a}} R + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + (T_{c0} - T_{\kappa})^3 \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s + 3\kappa}{a}} R \right\}^{-1} \right]. \quad (I.3)
\end{aligned}$$

Выражение (I.3) удовлетворяет всем требованиям теоремы разложения. Знаменатель этого выражения имеет корни

$s_1 = 0, \quad s_2 = -\kappa, \quad s_3 = -2\kappa, \quad s_4 = -3\kappa, \quad s_5 = -4\kappa$
и множество корней

$$s_n = -\frac{a\mu_n^2}{R^2},$$

где μ_n — корни трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned}
\operatorname{ctg} \mu_n &= \frac{\mu_n}{4\operatorname{Ki}} - \frac{3(\Theta_{c0} - 1) \cos \sqrt{\mu_n^2 - \operatorname{Pd}}}{\sin \mu_n} - \\
& - \frac{3(\Theta_{c0} - 1)^2 \cos \sqrt{\mu_n^2 - 2\operatorname{Pd}}}{\sin \mu_n} - \frac{(\Theta_{c0} - 1)^3 \cos \sqrt{\mu_n^2 - 3\operatorname{Pd}}}{\sin \mu_n}. \quad (I.4)
\end{aligned}$$

Переходя от изображений к оригиналам функций, получим общее решение задачи

$$\begin{aligned}
T(x, \tau) &= T_0 + C_j \sum_{j=0}^{j=4} \left[\frac{\cos \sqrt{\frac{j\kappa}{a}} x \exp(-j\kappa\tau)}{\sum_{p=0}^{p=3} C_p \cos \sqrt{\frac{(j-p)\kappa}{a}} R - \psi \sqrt{\frac{j\kappa}{a}} \sin \sqrt{\frac{j\kappa}{a}} R} - \right. \\
& \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\mu_n^2 - \frac{j\kappa R^2}{a}} \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right) \right], \quad (I.5)
\end{aligned}$$

где

$$A_n = \left[\frac{\psi}{2R} \left(\cos \mu_n + \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} \right) + \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{p=3} C_p \frac{\sin \sqrt{\mu_n^2 - p \operatorname{Pd}}}{\sqrt{\mu_n^2 - p \operatorname{Pd}}} \right]^{-1}. \quad (I.6)$$

Вводя безразмерные комплексы, получим решение в критериальной форме

$$\Theta\left(\frac{x}{R}, \operatorname{Fo}\right) = \Theta_0 + C_j^* \sum_{j=0}^{j=4} \left[\frac{\cos \sqrt{j \operatorname{Pd}} \frac{x}{R} \exp(-j \operatorname{Pd} \operatorname{Fo})}{\sum_{p=0}^{p=3} C_p^* \sqrt{(j-p) \operatorname{Pd}} - \frac{1}{4\operatorname{Ki}} \sqrt{j \operatorname{Pd}} \sin \sqrt{j \operatorname{Pd}}} - \right.$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^*}{\nu_n^2 - j \text{Pd}} \cos \nu_n \frac{x}{R} \exp(-\nu_n^2 \text{Fo}) \Big]. \quad (\text{I.7})$$

Здесь

$$A_n^* = \left[\frac{1}{8\text{Ki}} \left(\cos \nu_n + \frac{\sin \nu_n}{\nu_n} \right) + \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{p=3} C_p^* \frac{\sin \sqrt{\nu_n^2 - p \text{Pd}}}{\sqrt{\nu_n^2 - p \text{Pd}}} \right]^{-1}. \quad (\text{I.8})$$

Значения коэффициентов C_j , C_j^* , C_p , C_p^* приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Выражения коэффициентов C_j и C_j^*

Коэффициент j	C_j	C_j^*
0	$T_\kappa^3 (T_\kappa - T_0)$	$(1 - \theta_0)$
1	$(T_{c0} - T_\kappa) (4T_\kappa - 3T_0) T_\kappa^2$	$(\theta_{c0} - 1) (4 - 3\theta_0)$
2	$(T_{c0} - T_\kappa)^2 (6T_\kappa - 3T_0) T_\kappa$	$(\theta_{c0} - 1)^2 (6 - 3\theta_0)$
3	$(T_{c0} - T_\kappa)^3 (4T_\kappa - T_0)$	$(\theta_{c0} - 1)^3 (4 - \theta_0)$
4	$(T_{c0} - T_\kappa)^4$	$(\theta_{c0} - 1)^4$

Таблица 2

Выражения коэффициентов C_p и C_p^*

Коэффициент p	C_p	C_p^*
0	T_κ^3	1
1	$3T_\kappa^2 (T_{c0} - T_\kappa)$	$3(\theta_{c0} - 1)$
2	$3T_\kappa (T_{c0} - T_\kappa)^2$	$3(\theta_{c0} - 1)^2$
3	$(T_{c0} - T_\kappa)^3$	$(\theta_{c0} - 1)^3$

II Температурное поле неограниченного цилиндра

Температурное распределение находится решением дифференциального уравнения (1) с краевыми условиями типа (2), (3), (7) при $\zeta = r$, $\xi = 2$.

Переводя уравнения (1), (2), (3) в изображения, получим решение

$$\bar{T}(r, s) - \frac{T_0}{s} = A J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} r \right). \quad (\text{II.1})$$

Для перевода граничного условия (7) в изображения воспользуемся теоремой смещения и из последнего находим константу A .

Тогда решение задачи в изображениях

$$\begin{aligned} \bar{T}(r, s) - \frac{T_0}{s} = & [T_\kappa^3 (T_\kappa - T_0)(s + \kappa)(s + 2\kappa)(s + 3\kappa)(s + 4\kappa) + \\ & + T_\kappa^2 (T_{c0} - T_\kappa)(4T_\kappa - 3T_0) s (s + 2\kappa)(s + 3\kappa)(s + 4\kappa) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + T_{\kappa}(T_{c0} - T_{\kappa})^2(6T_{\kappa} - 3T_0) s(s + \kappa)(s + 3\kappa)(s + 4\kappa) + \\
& + (T_{c0} - T_{\kappa})^3(4T_{\kappa} - T_0) s(s + \kappa)(s + 2\kappa)(s + 4\kappa) + \\
& + (T_{c0} - T_{\kappa})^4 s(s + \kappa)(s + 2\kappa)(s + 3\kappa) \cdot \\
& \cdot J_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}} r\right) \left\{ s(s + \kappa)(s + 2\kappa)(s + 3\kappa)(s + 4\kappa) \cdot \right. \\
& \cdot \left[T_{\kappa}^3 J_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}} R\right) + 3T_{\kappa}^2(T_{c0} - T_{\kappa}) J_0\left(\sqrt{\frac{s + \kappa}{a}} R\right) + \right. \\
& + 3T_{\kappa}(T_{c0} - T_{\kappa})^2 J_0\left(\sqrt{\frac{s + 2\kappa}{a}} R\right) + (T_{c0} - T_{\kappa})^3 J_0\left(\sqrt{\frac{s + 3\kappa}{a}} R\right) + \\
& \left. \left. + \psi \sqrt{\frac{s}{a}} J_1\left(\sqrt{\frac{s}{a}} R\right) \right] \right\}^{-1}. \quad (II.2)
\end{aligned}$$

Как числитель, так и знаменатель являются полиномами относительно s , причем полином знаменателя более высокой степени, чем полином числителя. Поэтому к соотношению (II.2) может быть применена теорема разложения. Знаменатель этого выражения содержит корни $s_1 = 0$, $s_2 = -k$, $s_3 = -2k$, $s_4 = -3k$, $s_5 = -4k$ и бесчисленное множество корней

$$s_n = -\frac{a\psi_n^2}{R^2},$$

где ψ_n — корень трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned}
J_0(\psi_n) + 3(\Theta_{c0} - 1) J_0(\sqrt{Pd - \psi_n^2}) + 3(\Theta_{c0} - 1)^2 J_0(\sqrt{2Pd - \psi_n^2}) + \\
+ (\Theta_{c0} - 1)^3 J_0(\sqrt{3Pd - \psi_n^2}) = \frac{1}{4Ki} \psi_n J_1(\psi_n). \quad (II.3)
\end{aligned}$$

Переход от изображения к оригиналу дает общее решение задачи

$$\begin{aligned}
T(r, \tau) = T_0 + C_j \sum_{j=0}^{j=4} \left[\frac{J_0\left(\sqrt{\frac{jk}{a}} r\right) \exp(-jk\tau)}{\sum_{p=0}^{p=3} C_p J_0\left(\sqrt{\frac{(j-p)\kappa}{a}} R\right) - \psi \sqrt{\frac{jk}{a}} J_1\left(\sqrt{\frac{jk}{a}} R\right)} - \right. \\
\left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\psi_n^2 - \frac{jkR^2}{a}} J_0\left(\psi_n \frac{r}{R}\right) \exp\left(-\psi_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right) \right]. \quad (II.4)
\end{aligned}$$

Здесь

$$A_n = \left[\frac{\psi}{2R} \left(J_0(\psi_n) + \frac{J_1(\psi_n)}{\psi_n} \right) + \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{p=3} C_p \frac{J_1\left(\sqrt{\frac{\psi_n^2 - p\kappa R^2}{a}}\right)}{\sqrt{\psi_n^2 - \frac{p\kappa R^2}{a}}} \right]^{-1}. \quad (II.5)$$

Выделяя безразмерные комплексы, запишем решение в критериальном виде

$$\Theta\left(\frac{r}{R}, F_0\right) = \Theta_0 + C_j^* \sum_{j=0}^{j=4} \left[\frac{J_0\left(\sqrt{jPd} \frac{r}{R}\right) \exp(-jPd F_0)}{\sum_{j=0}^{p=3} C_p^* J_0(\sqrt{(j-p)Pd}) - \frac{1}{4Ki} \sqrt{jPd} J_1(\sqrt{jPd})} - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^*}{\nu_n^2 - jPd} J_0 \left(\nu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\nu_n^2 Fo) \right]. \quad (\text{II.6})$$

Здесь

$$A_n^* = \left[\frac{1}{8Ki} \left(J_0(\nu_n) + \frac{J_1(\nu_n)}{\nu_n} \right) + \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{p=3} C_p^* \frac{J_1 \sqrt{\nu_n^2 - pPd}}{\sqrt{\nu_n^2 - pPd}} \right]^{-1}. \quad (\text{II.7})$$

III Температурное поле шара

Аналогично решая уравнение (1) при $\zeta = r$, $\xi = 3$ с условиями (2), 3), (7), получим распределение температур в шаре

$$T(r, \tau) = T_0 + \frac{\sin \sqrt{\frac{j\kappa}{a}} r}{\frac{r}{R}} \exp(-j\kappa\tau) + C_j \sum_{j=0}^{j=4} \left[\frac{\sum_{p=0}^{p=3} C_p \sin \sqrt{\frac{(j-p)\kappa}{a}} R + \psi \sqrt{\frac{j\kappa}{a}} \cos \sqrt{\frac{j\kappa}{a}} R - \frac{\psi}{R} \sin \sqrt{\frac{j\kappa}{a}} R}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\nu_n^2 - \frac{j\kappa R^2}{a}} \cdot \frac{\sin \nu_n \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} \exp\left(-\nu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right)} \right]. \quad (\text{III.1})$$

При этом

$$A_n = \left[\frac{\psi}{2R} \sin \nu_n - \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{p=3} C_p \frac{\cos \sqrt{\nu_n^2 - \frac{p\kappa R^2}{a}}}{\sqrt{\nu_n^2 - \frac{p\kappa R^2}{a}}} \right]^{-1}, \quad (\text{III.2})$$

а ν_n — корень трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \nu_n &= \frac{\nu_n}{4Ki - 1} - \frac{3(\Theta_{c0} - 1)}{1 - \frac{1}{4Ki}} \cdot \frac{\sin \sqrt{Pd - \nu_n^2}}{\cos \nu_n} - \\ &- \frac{3(\Theta_{c0} - 1)^2}{1 - \frac{1}{4Ki}} \cdot \frac{\sin \sqrt{2Pd - \nu_n^2}}{\cos \nu_n} - \frac{(\Theta_{c0} - 1)^3}{1 - \frac{1}{4Ki}} \cdot \frac{\sin \sqrt{3Pd - \nu_n^2}}{\cos \nu_n}. \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

Переходя к безразмерному виду, получим

$$\begin{aligned} \Theta \left(\frac{r}{R}, Fo \right) &= \Theta_0 + \frac{\sin \sqrt{jPd} \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} \exp(-jPdFo) + C_j^* \sum_{j=0}^{j=4} \left[\frac{\sum_{p=0}^{p=3} C_p^* \cos \sqrt{(j-p)Pd} + \frac{1}{4Ki} (\sqrt{jPd} \cos \sqrt{jPd} - \sin \sqrt{jPd})}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^*}{\nu_n^2 - jPd} J_0 \left(\nu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\nu_n^2 Fo)} \right]. \end{aligned}$$

$$\left[- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^*}{\nu_n^2 - jPd} \cdot \frac{\sin \nu_n \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} \exp(-\nu_n^2 Fo) \right] \quad (III.4)$$

Здесь

$$A_n^* = \left[\frac{1}{8Ki} \nu_n - \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{p=3} C_p^* \frac{\cos \sqrt{\nu_n^2 - pPd}}{\sqrt{\nu_n^2 - pPd}} \right]^{-1} \quad (III.5)$$

Разберем пример использования решения (II.6) для случая нагрева бесконечного цилиндра $\varnothing 700$ мм

$$(\lambda = 34,9 \frac{вт}{м. град}, \quad a = 0,0225 м^2/час)$$

в печи с переменной температурой

$$T_c(\tau) = 1573 - (1573 - 1353) \exp(-\tau) \text{ } ^\circ K$$

и приведенным коэффициентом излучения $\sigma_v = 3,49 \frac{вт}{м^2 град^4}$.

Начальная температура цилиндра $T_0 = 873 \text{ } ^\circ K$.

Предварительно вычислим $\Theta_0 = 0,555$; $\Theta_{co} = 0,86$; $Pd = 5,44$; $Ki = 1,362$.

Значения корней характеристического уравнения (II.3) найдены графическим способом. На рис. 1 показано нахождение первых трех корней этого уравнения, где было принято

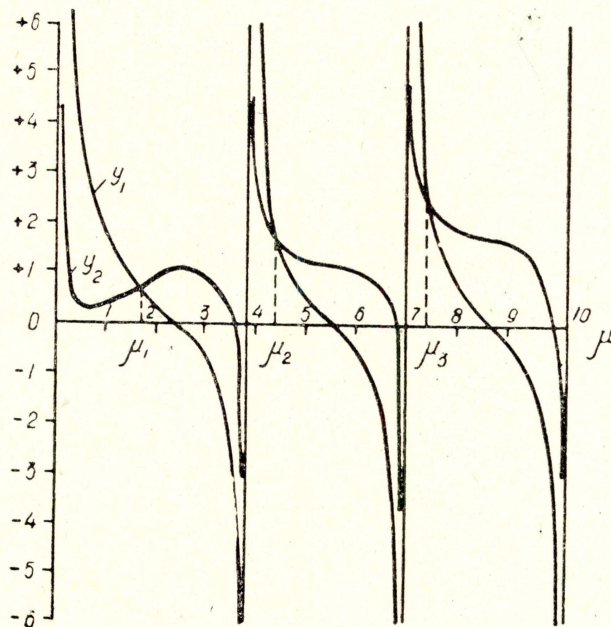


Рис. 1. Определение корней трансцендентного уравнения.

$$y_1 = \frac{J_0(\nu_n)}{J_1(\nu_n)},$$

$$y_2 = \frac{\nu_n}{4Ki} - 3(\Theta_{co} - 1) \frac{J_0(\sqrt{Pd - \nu_n^2})}{J_1(\nu_n)} - 3(\Theta_{co} - 1)^2 \frac{J_0(\sqrt{2Pd - \nu_n^2})}{\sqrt{2Pd - \nu_n^2}}$$

$$-(\Theta_{co} - 1)^3 \frac{J_0(\sqrt{3Pd - \nu_n^2})}{\sqrt{3Pd - \nu_n^2}}$$

При заданных условиях $\nu_1 = 1,71$; $\nu_2 = 4,38$; $\nu_3 = 7,42$.

Данные расчета сравним с опытными и расчетными кривыми, приведенными в [2]. На рис. 2 показаны кривые изменения температуры излучающей среды, температуры поверхности и центра: сплошные — по данным опыта, штрих-пунктирные — согласно расчету по (II.6), штриховые — расчетные данные Соколова В. Н. [2].

Результаты сравнения показали, что предлагаемые решения с достаточной для практики точностью описывают температурное распре-

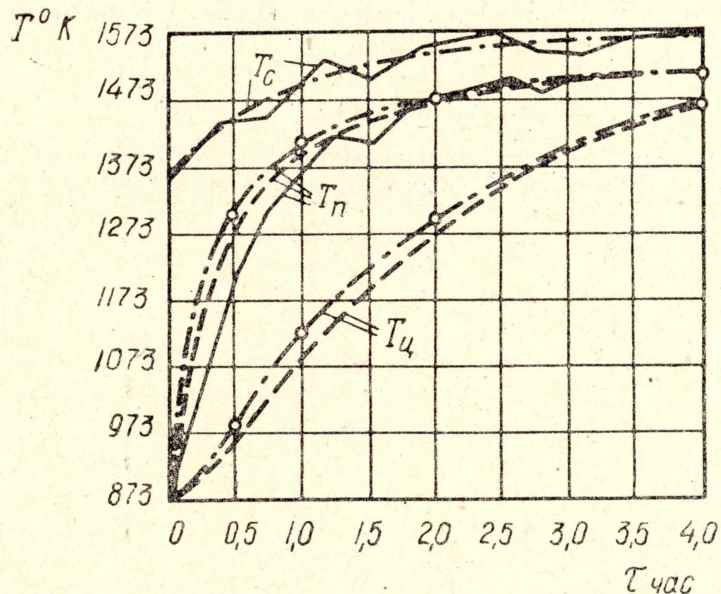


Рис. 2. Изменение температуры поверхности и центра горячего слитка цилиндрической формы.

деление в твердых телах, если температуры среды и поверхности мало отличаются друг от друга.

Анализ температурных полей позволяет рекомендовать соотношения (I.7), (II.6), (III.4) для расчета нагрева радиацией горячих слитков, когда отношение температуры поверхности к температуре излучателя в данный момент больше 0,65. В случае значительного превышения температуры среды над температурой поверхности для расчета температурного распределения можно воспользоваться расчетными уравнениями [3].

Аналогичным образом проводятся решения для других законов изменения температуры излучающей среды (линейного, параболического и т. д.).

Основные обозначения

- ζ — обобщенная координата,
- ξ — коэффициент, характеризующий форму тела,
- T_0 — абсолютная начальная температура тела,
- T_{co} — абсолютная начальная температура среды,
- T_k — максимальная абсолютная температура излучающей среды,

$$Pd = \frac{\kappa R^2}{a} \text{ — критерий Предводителя,}$$

$$F_0 = \frac{a\tau}{R^2} \text{ — критерий Фурье,}$$

$$Ki = \frac{\varepsilon_n C_0 \left(\frac{T_K}{100}\right)^4 R}{\lambda T_K} \text{ — критерий Кирпичева,}$$

$$\Theta = \frac{T}{T_k} \text{ — безразмерная температура,}$$

J_0, J_1 — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. ГИТТЛ, 1952.
2. В. Н. Соколов. Расчеты нагрева металла в металлургических печах. Металлургиздат, 1956.
3. В. В. Саломатов, Г. П. Бойков. Известия вузов, Черная металлургия, № 12, 1963.