

**АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ  
ПО ФОТООБРАЗОВАНИЮ  $\pi^+$ -МЕЗОНОВ ДЛЯ ЭНЕРГИИ  
ФОТОНОВ 230 МЭВ**

В. Н. ЗАБАЕВ, В. М. КУЗНЕЦОВ, О. И. СТУКОВ

(Представлена научно-техническим семинаром лаборатории  
высоких энергий НИИ ЯФ)

Сравнения экспериментальных данных по фотообразованию  $\pi^+$ -мезонов на нуклонах с предсказаниями ряда теоретических моделей [1—3] в настоящее время показали, что отдельные измеряемые величины, а именно дифференциальные поперечные сечения  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  (непол) коэффициенты асимметрии  $\Sigma$  и т. д., не являются критериями истинности какой-либо модели. Это объясняется хорошим согласием измерений [4—7] с имеющимися моделями. Однако мультипольные амплитуды, рассчитанные на основе этих теорий, различны. В связи с этим желательно проводить сравнение непосредственно через мультипольные амплитуды, которые можно оценить только лишь из совместного анализа различных измеряемых величин.

Целью настоящей работы было вычисление независимых численных значений — функций мультипольных амплитуд на основе наших экспериментальных данных [5] и данных других лабораторий [5, 6, 7] для энергии фотонов 230 МэВ.

Зная асимметрию  $\Sigma(E_\gamma, \sigma_\pi)$  и сечение фотообразования  $\pi^+$ -мезонов неполяризованными фотонами  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  (непол) можно вычислить величину:

$$\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} (\text{непол}) [1 + \Sigma(\theta_\pi, E_\gamma)], \quad (1)$$

где  $\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}$  — дифференциальное поперечное сечение от фотонов с электрическим вектором, перпендикулярным плоскости реакции. Это сечение представляет особый интерес, так как оно свободно от влияния фотоэлектрического члена.

Существует гипотеза о том, что в  $\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}$  дают вклад лишь s и p-волны, то есть его можно определить как

$$\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega} = A_1 + A_2 \cos \theta_\pi + A_3 \cos^2 \theta_\pi. \quad (2)$$

Таким образом, подтвердив формулу (2), можно получить коэффициенты  $A_1, A_2, A_3$ , являющиеся функциями мультиполей. Процедура наход-



дения коэффициентов  $A_i$  следующая: а) из экспериментальных данных  $\Sigma(E_\gamma, \theta_\pi)$  рассчитывается  $\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}(E_\gamma, \theta_\pi)$ , б) проводится аппроксимация полученных значений  $\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}(E_\gamma, \theta_\pi)$  методом наименьших квадратов [8]. Кривая проводится по точкам таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$M = \sum_{r=1}^n \frac{(Y_{\text{эксп}} - Y_{\text{теор}})^2}{\sigma_r^2} = \min, \quad (3)$$

где  $Y_{\text{эксп}}$  ( $Y_{\text{теор}}$ ) — экспериментальные (аппроксимированные) значения  $\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}$ ,

$\sigma_r^2$  — дисперсия соответствующего измерения.  
Уравнения для  $A_i$  будут

$$A_i = \sum_{k=1}^p \sum_{r=1}^n \frac{\left(\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}\right)_r f_k(x_r)}{\sigma_r^2} [D(A)]_{ki}, \quad (4)$$

где  $n$  — число выбранных измерений;

$p$  — число неизвестных коэффициентов, причем

$$f_1(x_r) = 1; f_2(x_r) = \cos \theta_\pi; f_3(x_r) = \cos^2 \theta_\pi;$$

$\sigma_r^2$  — дисперсия каждого значения  $\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}$ ;

$C = [D^{-1}(A)]_{ki}$  — матрица ошибок, где

$$[D^{-1}(A)]_{ki} = \sum_{r=1}^n \frac{f_k(x_r) \cdot f_i(x_r)}{\sigma_r^2}.$$

По этой процедуре были вычислены величины коэффициентов для двух наборов экспериментальных данных.

1. В первом наборе были взяты лишь наши значения асимметрии и  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  (непол), измеренные в ФИАНе [7] и совпадающие с ними по  $E_\gamma$  и  $\theta_\pi$ . На углах  $\theta_\pi = 0^\circ$  и  $180^\circ$  использовались ожидаемые значения  $\Sigma(E_\gamma, \theta_\pi) = 0$ .

В результате подгонки по первому набору была получена следующая кривая (рис. 1):

$$\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega} = (14,84 - 3,10 \cos \theta_\pi - 4,45 \cos^2 \theta) \cdot 10^{-30} \frac{\text{см}^2}{\text{стер}}. \quad (5)$$

Матрица ошибок для этого случая:

$$D = \begin{pmatrix} 0,689 & -0,174 & -1022 \\ -0,174 & 0,840 & 0,984 \\ -1,022 & 0,984 & 2,431 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Так как величина  $M$  подчиняется распределению  $\chi^2$  с числом степеней свободы, равным  $(n-p)$ , можно для оценки качества подгонки воспользоваться критерием согласия  $\chi^2$ . Для первого набора имеем  $p(\chi^2) = 0,96$ . Такое достаточно хорошее совпадение позволяет сделать вывод в пределах нашей статистики, что взаимодействие идет в основном через  $s$  и  $p$ -состояния для  $E_\gamma = 230$  МэВ [10]. Рассмотренный набор обладает тем преимуществом, что для расчета  $\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}$  нет необходи-



мости привлекать интерполированные значения  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  (непол). Это исключает ряд неопределенностей в сечениях, хотя используется меньшее количество данных, что приводит к некоторому увеличению ошибок в коэффициентах.

2. Чтобы снизить эти ошибки, во второй набор привлекались данные по асимметрии Фраскати [6] и Станфорда [5]. Для них пришлось воспользоваться значениями  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  (непол) [7]. Для второго набора была получена следующая кривая:

$$\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega} = (14,55 - 3,69 \cos \theta_{\pi} - 4,20 \cos^2 \theta_{\pi}) \cdot 10^{-30} \frac{\text{см}^2}{\text{стер}} \quad (7)$$

Матрица ошибок для этого случая:

$$D = \begin{pmatrix} 0,091 & -0,018 & -0,013 \\ -0,018 & 0,796 & 0,784 \\ -0,013 & 0,784 & 1,207 \end{pmatrix} \quad (8)$$

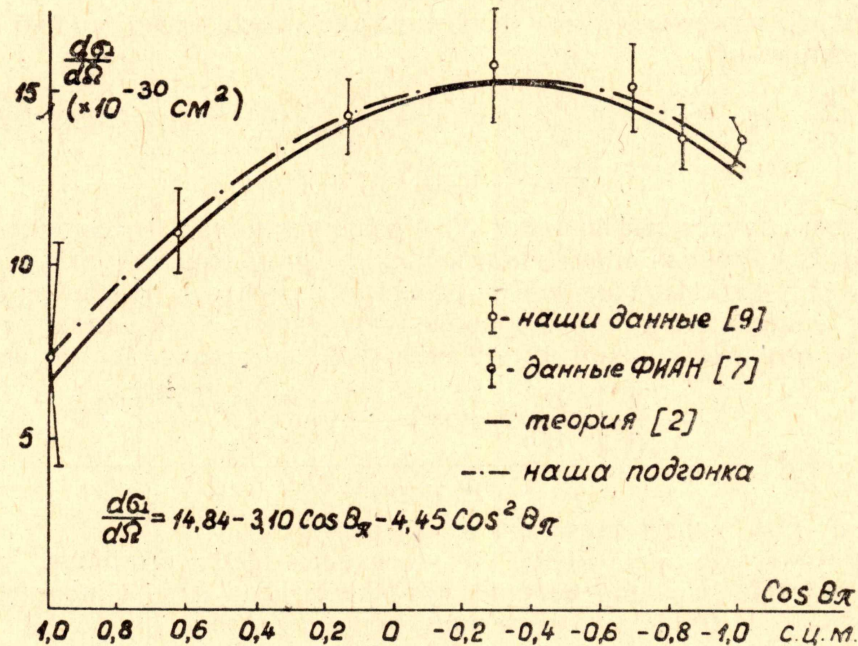


Рис. 1. Угловое распределение дифференциальных сечений для энергии фотонов 230 МэВ.

В табл. 1 приведены данные обеих подгонок, где  $\nu$  — число степеней свободы.

Таблица 1

Набор	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$\chi^2$	$\nu$	$P(\chi^2)$
I	$14,84 \pm 0,83$	$-3,10 \pm 0,915$	$-4,45 \pm 1,56$	0,625	4	0,96
II	$14,55 \pm 0,3$	$-3,67 \pm 0,89$	$-4,20 \pm 1,12$	1,05	10	0,73

Как и ожидалось, во втором наборе  $\chi^2$  ухудшился, зато величины ошибок уменьшились. В табл. 2 приведены наши данные в сравнении с результатами подгонки Фраскати.



Таблица 2

Набор	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$\chi^2$	$\nu$	$P(\chi^2)$
II Томск	$14,55 \pm 0,3$	$-3,67 \pm 0,89$	$-4,10 \pm 1,12$	7,05	10	0,73
III Фраскати	$15,4 \pm 0,4$	$-5,16 \pm 0,12$	$-5,83 \pm 0,26$	—	—	0,71

Сравнение показывает, что коэффициенты  $A_2$  и  $A_3$  в этих подгонках различаются. Одна из возможных причин расхождения состоит в том, что в подгонке Фраскати использованы значения  $\Sigma(\theta_\pi, E_\gamma)$ , лежащие в более широком диапазоне энергии  $E_\gamma$ , чем у нас.

3. Нигро и Скьявута [11] показали, что в фотообразовании  $\pi^+$ -мезонов можно получить из эксперимента величину  $[\Delta]^M$  линейную по  $(1 - \beta \cos \theta_\pi)$ , если вклад фотоэлектрического члена в этот процесс значителен:

$$[\Delta]^M = \alpha(1 - \beta \cos \theta_\pi) + \gamma, \quad (9)$$

где  $\alpha$  и  $\gamma$ -функции мультиполей.

Подтвердить наличие вклада фотоэлектрического члена можно, осуществив разложение:

$$-\frac{k}{q} \cdot 1(-\beta \cos \theta_\pi)^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} \text{ непол } \frac{\Sigma(E_\gamma, \sigma_\pi)}{\sin^2 \theta_\pi} = \alpha'(1 - \beta \cos \theta_\pi)^2 + \gamma'(1 - \beta \cos \theta_\pi) + \delta'. \quad (10)$$

В этом случае коэффициент  $\delta'$  определяет вклад фотоэлектрического члена. С помощью метода наименьших квадратов мы получили значение  $\delta' = 3,8 \pm 5,3$ . Подтвердив предпосылку гипотезы Нигро и Скьявута мы с помощью все той же процедуры нашли коэффициенты  $\alpha$  и  $\gamma$ . При этом аппроксимируемые значения  $[\Delta]^M$  вычислялись по формуле:

$$[\Delta]^M = \frac{-\frac{k}{q} \left[ 2 \frac{d\sigma}{d\Omega} \text{ непол } \Sigma \cdot \frac{(1 - \beta \cos \theta_\pi)^2}{\sin^2 \theta_\pi} \right] - \delta}{(1 - \beta \cos \theta_\pi)} \quad (11)$$

где  $k$  и  $q$  — импульсы фотона и  $\pi^+$ -мезона.

Теоретическое значение  $\delta$  согласно [9] выбрано равным 4,3 мкбарн/стер. Для определения коэффициентов  $\alpha$  и  $\gamma$  использованы данные [5—6, 7, 9]. Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

$\gamma$	$\alpha$	$\chi^2$	$\nu$	$P(\chi^2)$
$4,15 \pm 2,8$	$-6,45 \pm 3,0$	3,55	9	0,9

Таким образом, нам удалось определить 5 независимых величин  $A_1, A_2, A_3, \alpha, \gamma$ , необходимых для вычисления мультипольных амплитуд, которые могут служить критерием истинности существующих теоретических моделей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. F. A. Berends, A. Donnachie, W. Weaver. Nucl. Phys., **B4**, 1 (1968).
2. D. Schwella. Zeit. Phys., **221**, 158, (1969).



3. М. И. Адамович, В. Г. Ларионова, А. И. Лебедев, С. П. Харламов, Ф. Р. Ягудина. «Ядерная физика», **11**, 659 (1970).
  4. В. М. Кузнецов, О. И. Стуков, Е. В. Репенко, В. Д. Епанешников, В. Н. Забаев, А. П. Потылицын. «Ядерная физика», **13**, 1049 (1971).
  5. R. C. Smith, R. F. Mozley. Phys. Rev., **130** 2429 (1963).
  6. M. Grilly, P. Spillantini, F. Soso, M. Nigro, E. Schiavuta. Nuovo Cimento, **54A** 878 (1968).
  7. Ю. М. Александров, В. Ф. Грушин, В. А. Запевалов, Е. М. Лейкин. ЖЭТФ, **49**, 54 (1965).
  8. Д. Худсон. Статистика для физиков. М., «Мир», (1967).
  9. О. И. Стуков. Диссертация. НИИ ЯФ ТПИ, Томск (1971).
  10. M. Nigro, E. Schiavuta. Nuovo Cimento, **50A**, 358 (1968).
-